

## Tööleht nr 3 aines „Matemaatiline analüüs”

### I. Leida piirväärtused

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \arccos(\log x)$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 4 \tan x}{2 - x - 2x^4}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 5x^2 + 5)$
4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{1 - x^3} - \frac{1}{1 - x} \right)$
8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x + 3}}{x^2 + x - 2}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1 + 2x}}{1 - \sqrt{1 + 2x}}$
10.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x}) 2\sqrt{x}$
11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \tan x}{x - 3}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$
13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{x}$
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x^2}$
15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2}{(x + 1)^3}$

### II. Valida arvud $a$ ja $b$ nii, et funktsioon oleks pidev oma määramispiirkonnas

16.  $f(x) = \begin{cases} 3 + ax^2, & \text{kui } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{kui } x > 1 \end{cases}$
17.  $f(x) = \begin{cases} x - a, & \text{kui } x < 1 \\ \cos \pi x, & \text{kui } x \geq 1 \end{cases}$
18.  $f(x) = \begin{cases} -2 \sin x, & \text{kui } x \leq -\pi/2 \\ a \sin x + b, & \text{kui } -\pi/2 < x \leq \pi/2 \\ \cos x, & \text{kui } x > \pi/2 \end{cases}$
19.  $f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{kui } x < -1 \\ ax + b, & \text{kui } -1 \leq x \leq 1 \\ x + 1, & \text{kui } x > 1 \end{cases}$

### III. Teha kindlaks funktsiooni katkevuse liik ja alamliik. Kui tegu on kõrvaldatava katkevusega, siis kõrvaldada katkevus

20.  $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$
21.  $f(x) = \frac{\sin x}{x^2}$
22.  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x}$
23.  $f(x) = \frac{x - 1}{x(x + 1)(x^2 - 4)}$
24.  $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 1}$
25.  $f(x) = \frac{1}{\log |x|}$
26.  $f(x) = \frac{x}{x^3 + 1}$
27.  $f(x) = \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$
28.  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$

### Lisa

Kui punkt  $a$  on funktsiooni  $f$  määramispiirkonna punkt ja funktsioon  $f$  on elementaarfunktsioon, siis  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Kui punkt  $a$  ei ole funktsiooni määramispiirkonna punkt, siis võivad tekkida määramatused:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad \infty - \infty, \quad 0 \cdot \infty, \quad 0^0, \quad 1^\infty, \quad \infty^0.$$

Määramatuse kõrvaldamise võtted:

- teguriteks lahutamine;
- irratsionaalsuse üleviimine lugejast nimetajasse ja vastupidi;
- tuntud piirväärtuste ära kasutamine;
- muutuja vahetus.

### **Vastused**

- |            |                     |
|------------|---------------------|
| 1. $\pi/2$ | 11. $-1/3$          |
| 2. $1/2$   | 12. $1$             |
| 3. $1$     | 13. $1$             |
| 4. $1/3$   | 14. $1/2$           |
| 5. $3/2$   | 15. $0$             |
| 6. $1/5$   | 16. $a = -1$        |
| 7. $1$     | 17. $a = 2$         |
| 8. $-1/12$ | 18. $a = -1, b = 1$ |
| 9. $2/3$   | 19. $a = 2, b = 0$  |
| 10. $1$    |                     |

20. Hüppekoht (esimest liiki katkevus) punktis  $x = 0$ .
21. Teist liiki katkevus punktis  $x = 0$ .
22. Kõrvaldatav (esimest liiki) katkevus punktis  $x = 0$ .
23. Teist liiki katkevused punktides  $x = 0, x = -1, x = -2, x = 2$ .
24. Kõrvaldatav (esimest liiki) katkevus punktis  $x = -1$ .
25. Kõrvaldatav (esimest liiki) katkevus punktis  $x = 0$ ; teist liiki katkevus punktides  $x = \pm 1$ .
26. Teist liiki katkevus punktis  $x = -1$ .
27. Kõrvaldatav (esimest liiki) katkevus punktis  $x = 9$ .
28. Kõrvaldatav (esimest liiki) katkevus punktis  $x = 3$ .