

Tööleht nr 7 aines „Matemaatiline analüüs”

I. Vahetu integreerimise teel arvutada järgmised määratud integraalid.

1. $\int_0^8 (2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$

3. $\int_1^e \frac{2x^2 + 1}{x} dx$

5. $\int_{-5}^{-1} \frac{dx}{x}$

2. $\int_0^{\pi} \sin x dx$

4. $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$

6. $\int_{-\pi/4}^0 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$

II. Kasutades paaris ja paaritute funktsioonide omadusi arvutada integraalid.

7. $\int_{-\pi}^{\pi} (\cos x + \tan \frac{x}{3}) dx$

9. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^3 x dx$

11. $\int_{-2}^2 (x^5 + x^4 + 15x^3 + 4) dx$

8. $\int_{-\pi}^{\pi} (\sin x + e^x) dx$

10. $\int_{-1996}^{1996} x^{1997} dx$

III. Arvutada integraalid, kasutades ositi integreerimist.

12. $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x dx$

14. $\int_0^3 \ln(x+3) dx$

16. $\int_0^1 x \arctan x dx$

13. $\int_0^1 x e^x dx$

15. $\int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$

IV. Kasutades muutujate vahetust (diferentsiaali märgi alla viimist) arvutada integraalid.

17. $\int_0^{1/2} \frac{8dx}{1+4x^2}$

19. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x}{1+3e^x} dx$

21. $\int_0^4 x \sqrt{x^2 + 9} dx$

18. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$

20. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx$

22. $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x \sin 2x dx$

V. Arvutada pindalad ja ruumalad.

23. Leida joonte $y = \sin x$ ja $y = \cos x$ vahelise kujundi pindala nende joonte kahe järjestikuse lõikepunkti vahel.

24. Leia joontega $y = x^2$ ja $y^2 = x$ piiratud kujundi pindala.

25. Leia joontega $y = x^3$, $y = 2x$ ja $y = x$ piiratud kujundi pindala.

26. Leia joontega $y = x^2 + 6x + 9$ ja $x - y + 5 = 0$ piiratud kujundi pindala.

27. Leida joontega $y = 3x^2 - 12x$ ja $y = -x^2 + 8x - 24$ piiratud kujundi pindala.

28. Leida joontega $y = -x^2 + 6x - 3$ ja $y = x^2 - 4x + 5$ piiratud kujundi pindala.

29. Leida joontega $y = -x^2 + 1$ ja $y = x^2 + 3x - 4$ piiratud kujundi pindala.
30. Leida joontega $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ ja $y = \frac{x^2}{3}$ piiratud kujundi pindala.
31. Arvutada kujundi pindala, mis on piiratud sinusoidiga ja x -teljega piirkonnas $[0; 2\pi]$.
32. Leida ruumala, mis tekib joonte $y = 0,5x + 2$, $x = -2$, $x = 4$ ja $y = 0$ poolt piiratud pinna pöörlemisel ümber x -telje.
33. Leida keha ruumala, mis tekib funktsiooni $y = \sin x$ graafiku pöörlemisel ümber x -telje piirkonnas $[0; \pi]$.

Vastused.

1. $\frac{64}{3}\sqrt{2} + 12$ 2. 2 3. e^2 4. $\frac{23}{3}$ 5. $-\ln 5$ 6. $\frac{\pi^3}{64} + \arctan \frac{\pi}{4}$ 7. 0 8. $e^\pi - e^{-\pi}$ 9. 0 10. 0
11. 28,8 12. 2π 13. 1 14. $3\ln 12 - 3$ 15. -2π 16. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ 17. π 18. $\frac{1}{3}$ 19. $\frac{1}{3}\ln 4$
20. $2\ln 2 - 1$ 21. $32\frac{2}{3}$ 22. $\frac{2}{7}$ 23. $2\sqrt{2}$ 24. $\frac{1}{3}$ 25. $\frac{3}{2}$ 26. 4,5 27. $\frac{2}{3}$ 28. 9 29. 14,3
30. $10\frac{2}{3}$ 31. 4 32. 42π 33. $\frac{1}{2}\pi^2$