EST BENI MELLAL — UNIVERSITÉ SULTAN MOULAY SLIMANE
DUT-GIM-S2 — Pr.Abdelaziz QAFFOU

Correction TD1 : probabilités élémentaires

– –

Réponse 1

1. L'univers comporte C_{20}^6 tirages simultanés de 6 objets parmi 20, il y a C_{12}^6 manières de tirer les 6 doses, soit une probabilité de : $\frac{C_{12}^6}{C_{20}^6} \simeq 0,024$, environ $2,4\%$.
2. On cherche $1-[\mathbb{P}(0 \text{ dose herbicide }) + \mathbb{P}(1 \text{ dose herbicide })]$, soit
$\mathbb{P}(0) = \frac{C_8^6}{C_{20}^6} \simeq 0,0007 = 0,07\%$.
$\mathbb{P}(1) = \frac{C_{12}^1 C_8^5}{C_{20}^6} \simeq 0,017 = 1,7\%$.
La probabilité recherchée$= 100 - (0,07 + 1,7) = 99,76\%$.

Réponse 2

1. Il y a $C_{14}^2 = 91$ manières de tirer 2 boules simultanément parmi les 14 boules de la boîte, $C_4^2 = 6$ manières de tirer 2 rouges parmi les 4 rouges, $C_3^2 = 3$ manières de tirer 2 vertes parmi les 3 vertes et $C_7^2 = 21$ manières de tirer 2 jaunes parmi les 7 jaunes.
La probabilité recherchée est $= \frac{6+3+21}{91} = 0,3297$ soit $32,97\%$.
2. Comme on tire deux boules, l'événement contraire de ≪2 boules de même couleur≫ est ≪2 boules de couleurs différentes≫. La probabilité est donc $1 - 0,3297 = 0,6703$.

Réponse 3

1. On a $\mathbb{P}(A) = \frac{1182}{1500} = 0,788$, $\mathbb{P}(B) = \frac{310}{1500} = 0,2067$, $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{190}{1500} = 0,1267$.
Donc $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B) = 0,868$.
2. Il y a $310 - 190$ joueurs qui jouent uniquement au casino, soit $\mathbb{P}(C) = \frac{120}{1500} = 0,08$.

Réponse 4

1) Il s'agit clairement d'une situation de combinaisons puisque chaque tirage est une permutation de 2 éléments dans un ensemble de 7 éléments (simultanément) donc le nombre de tirages possibles est :

$$C_7^2 = \frac{A_7^2}{2!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

2) Pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair il suffit de tirer 2 boules pairs ou tirer 2 boules impairs. Donc, le nombre est :

$$C_4^2 + C_3^2 = 9$$

Car il y a 3 boules pairs et 4 boules impairs.
3) Pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair il suffit de tirer une boule paire et tirer une boule impaire. Donc, le nombre est :

$$C_4^1 \times C_3^1 = 12.$$

Réponse 5

1) Il y a $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$ codes possibles.

2) Pour chacun des deux premiers chiffres, il y a 9 choix possibles. Pour le dernier, il y a 4 choix possibles (on peut choisir 2,4,6,8). Il y a donc 9×9×4=324 tels codes.
3) On va compter par différence. Il y a 8×8×8 codes ne contenant pas du tout le chiffre 4. Il y a donc 9×9×9−8×8×8=217codes comprenant au moins une fois le chiffre 4.
4) Il y a 3 choix pour la place dans le nombre où se situe le chiffre 4. Pour chacun des deux autres chiffres, il y a 8 choix possibles. Il y a donc 3×8×8=192 tels codes.

Réponse 6
1) On cherche cette fois un arrangement de 3 chiffres parmi 9. Il y a donc 9×8×7= 504 choix possibles.
2) Il y a cinq choix pour le dernier chiffre. Celuici choisi, il reste huit choix pour le premier chiffre, puis sept pour le deuxième. Il y a donc 8×7×5=280 tels codes.
3) Il y a 3 choix pour la place dans le nombre où on place le chiffre 6. Pour les autres chiffres, il y a d'abord 8 choix, puis 7 choix possibles. Le nombre de tels codes est donc de 8×7×3=168.

Réponse 7
On a $P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ et $P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
Or $A \cap B$ est l'événement élémentaire : "On obtient un 3", donc $A \cap B = \{3\}$, d'où $P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)} = \frac{1}{6}$.
On a $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ donc $P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

Réponse 8
1) $Card(\Omega) = C_{12}^3 = 220$
2) $P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{C_4^3}{220} = \frac{1}{55}$, $P(N) = \frac{Card(N)}{Card(\Omega)} = \frac{C_3^3}{220} = \frac{1}{220}$, $P(R) = \frac{Card(R)}{Card(\Omega)} = \frac{C_5^3}{220} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$, $P(D) = \frac{Card(D)}{Card(\Omega)} = \frac{C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1}{220} = \frac{3 \times 4 \times 5}{220} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.
M est l'événement contraire de D c'est à dire $M = \bar{D}$, donc $P(M) = P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$
$P(E) = \frac{Card(E)}{Card(\Omega)} = \frac{C_4^2 \times C_8^1}{220} = \frac{6 \times 8}{220} = \frac{12}{55}$

Réponse 9
1) $Card(\Omega) = A_9^3 = 504$
2) $P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{A_4^3}{504} = \frac{1}{21}$, $P(N) = \frac{Card(N)}{Card(\Omega)} = \frac{A_5^3}{504} = \frac{5}{42}$, $P(M) = \frac{Card(M)}{Card(\Omega)} = \frac{A_4^3 + A_5^3}{504} = \frac{1}{6}$.
D est l'événement contraire de M c'est à dire $D = \bar{M}$, donc $P(D) = P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
Calcul de la probabilité de E : on a 3 cas possibles : BNB, BBN et NBB
$P(E) = \frac{3(A_4^2 \times A_5^1)}{9 \times 8 \times 7} = \frac{5}{14}$.

Réponse 10
1)$Card(\Omega) = 7 \times 7 = 7^2 = 49$
2) $P(B) = \frac{Card(B)}{Card(\Omega)} = \frac{3 \times 3}{49} = \frac{9}{49}$, $P(N) = \frac{Card(N)}{Card(\Omega)} = \frac{4 \times 4}{7 \times 7} = \frac{16}{49}$, $P(M) = \frac{Card(M)}{Card(\Omega)} = \frac{3 \times 3 + 4 \times 4}{49} = \frac{25}{49}$.
D est l'événement contraire de M c'est à dire $D = \bar{M}$, donc $P(D) = P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}$
Calcul de la probabilité de E : on a 2 cas possibles : BN et NB
$P(E) = \frac{3 \times 4 + 3 \times 4}{49} \frac{24}{49}$

Réponse 11

On note l'événement N :"La boule tirée est noire" et U :"La boule porte le numéro un". Donc $P(N/U) = \frac{P(N\cap U)}{P(U)} = \frac{3}{5}$

Réponse 12

$P(V\cap A_1) = P(A_1)\times P(V/A_1) = \frac{1}{2}\times\frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ et $P(V\cap A_2) = P(A_2)\times P(V/A_2) = \frac{1}{2}\times\frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

Réponse 13

1) $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ et $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

$A\cap B$:"Obtenir un nombre pair et un multiple de 3",donc $A\cap B = \{6\}$ et $P(A\cap B) = \frac{1}{6}$ et $P(A/B) = \frac{P(A\cap B}{P(B)} = \frac{1/6}{2/6} = \frac{1}{2}$

2) $P(A) \times P(B) =^{\frac{1}{2}} \times\frac{1}{3} = \frac{1}{6} = P(A\cap B)$,on dira que les événements A et B sont indépendants.

Réponse 14

1. Soit A_1 :"la personne est une femme", A_2 :"la personne est un homme" et B :"la personne fumme"
   D'après la formule des probabilités totales, on a :
   $$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(B/A_1) + \mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(B/A_2) = \frac{12}{20}\times\frac{20}{100} + \frac{8}{12}\times\frac{40}{100} = 0,28.$$
2. D'après la formule de Bayes, ona :
   $$\mathbb{P}(A_1/B) = \frac{\mathbb{P}(A_1)\times\mathbb{P}(B/A_1)}{\mathbb{P}(A_1)\times\mathbb{P}(B/A_1) + \mathbb{P}(A_2)\times\mathbb{P}(B/A_2)} = \frac{0,6\times 0,2}{0,6\times 0,2 + 0,4\times 0,4} = 0,43.$$

Réponse 15

1. Soit A_1 :"le microproceseur est de l'entreprise X", A_2 :"le microproceseur est de l'entreprise Y", A_3 :"le microproceseur est de l'entreprise Z" et B :"le microproceseur est non conforme"
   D'après la formule des probabilités totales, on a :
   $$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A_1)\mathbb{P}(B/A_1)+\mathbb{P}(A_2)\mathbb{P}(B/A_2)+\mathbb{P}(A_3)\mathbb{P}(B/A_3) = 0,25\times 0,05+0,35\times 0,04+0,40\times 0,02$$
   D'où $\mathbb{P}(B) = 0,0345$.
2. D'après la formule de Bayes, ona : $\mathbb{P}(A_1/B) = \frac{0,25\times 0,05}{0,25\times 0,05+0,35\times 0,04+0,40\times 0,02} = 0,3623$.