Noção de Matrizes

Igualdade de Matrizes

Duas matrizes, $A = [a_{ij}]$ e a matriz $B = [b_{ij}]$ de ordem (m,n) são iguais se, e somente se, $a_{ij} = b_{ij}$.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Exercício de Verificação

01. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & 3y+1 \\ 2x-4 & -1 \end{bmatrix}$. Sabendo que as matrizes A e B são iguais, qual o valor de 2x + 3y?

Adição de Matrizes

A soma de duas matrizes $A = [a_{ij}]$ e a matriz $B = [b_{ij}]$ de ordem (m,n), é uma matriz $C = [c_{ij}]$ tal que:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix}$$

Exercício de Verificação

01. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ \frac{1}{3} & -2 \end{bmatrix}$. Determina a nova matriz C, tal que C = A + B.

C . e . S . A . R

Produto de um escalar por uma Matriz

O produto de uma matriz A por um escalar d será uma matriz B, tal que:

$$b_{ij} = d.a_{ij}$$

$$5\times\begin{bmatrix}4 & -2 & 1\\ 3 & -5 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\times4 & 5\times(-2) & 5\times1\\ 5\times3 & 5\times(-5) & 5\times0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}20 & -10 & 5\\ 15 & -25 & 0\end{bmatrix}$$

Exercício de Verificação

01. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix}1 & 5\\ -4 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}$. Calcule o valor da matriz B, sabendo que B = 5A

Produto de Matriz por Matriz

Dada uma matriz $A=(a_{ij})_{mxn}$ e uma matriz $B=(b_{ij})_{nxp}$, o produto AB é a matriz $C=(c_{ik})_{mxp}$, tal que o elemento c_{ik} é calculado multiplicando-se ordenadamente os elementos da linha i da matriz A pelos elementos da coluna k da matriz B e somando-se os produtos obtidos, ou seja:

$C_{ik}=a_{i1}.b_{ik}+a_{i2}.b_{2k}+a_{i3}.b_{3k}+...+a_{im}.b_{mk}$

Da definição decorre que:

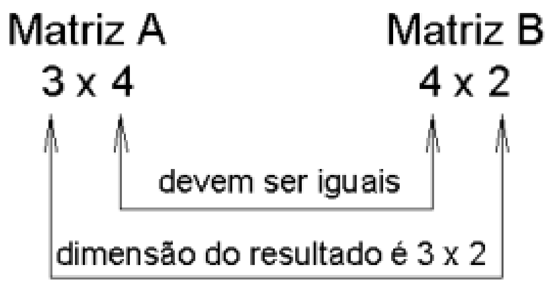
- ✓ O produto das matrizes A e B existe quando o número de coluna da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B.

- ✓ O produto de duas matrizes A e B, se existir, tem o mesmo número de linhas de A e o mesmo número de colunas da matriz B, isto é, se A é do tipo mxn e B do tipo nxp, então AB é do tipo mxp, assim:

a) Se A é a matriz do tipo 3x4 e B é matriz do tipo 4x2, então existe a matriz AB, pois o número de colunas de A é igual ao número de linhas de B.

A matriz AB é do tipo 3x2.

Veja o esquema abaixo.



b) Se A é do tipo 3x4 e B é do tipo 3x2, não existe a matriz AB, pois o número de colunas de A é diferente do número de linhas de B.

$$AxB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \; x \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.2+2.3+3.1 & 1.4+2.5+3.3 & 1.1+2.0+3.1 & 1.1+2.1+3.0 \\ 2.2+4.3+0.1 & 2.4+4.5+0.3 & 2.1+4.0+0.1 & 2.1+4.1+0.0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & 23 & 4 & 3 \\ 16 & 28 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Exercício de Verificação

01. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ e B $= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ de termine A x B

Exercícios

01. Calcule o produto das matrizes abaixo, caso existam.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{3x2} x \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}_{2x3}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}_{3x2} x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_{2x2}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{3x2} x \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_{2x1}$

d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}_{3x1} x \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}_{1x3}$

e) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}_{2x2} x \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}_{3x2}$

f) $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 4 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}_{2x3} x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix}_{3x1}$