太平洋中部一个小岛上的居民被自然灾害困住了。救援人员需要派遣一架轻型飞机向岛上运送少量紧急药品，并将一名重伤员送往医疗基地寻求帮助。岛上有一条无人值守的可以使用的飞机跑道，但没有飞机或燃料储备。飞机从距离该岛615海里的基地起飞。在正常负载条件下飞机最大航程680海里。为了返回，我们必须进行空中加油。

这种飞机能在空中接受燃油。经过简单的改装后，同类型的飞机可以执行伙伴空中加油的任务，即把自己的燃料分配给伙伴。这种飞机的最大燃油容量是155公斤。航空换油设备安装后，最大油负荷增加到170公斤，但是其他的负载无法承受。该基地拥有一支飞机舰队和足够的设备，可以在短时间内转换成油轮。

问题:

1. 请设计一个可行的空中加油方案，使救援人员能够完成任务。

2. 空中加油是一项高风险的操作，有失败的可能性。运输和加油飞机也有失败的可能性。请考虑每一部分工作失败的可能性。当我们需要保证总成功率时，请给出相应的最优解决方案

空中加油----α1

运输机 -----α2

加油机 -----α3

总成功率----max α = α1+α2+α3

现代化空中加油作业的过程大致如下:首先是加油机和受油机必须依照预定时间在预定地点会合，才能进行空中加油作业。然后受油机和加油机实施衔接，衔接成功之后加油系统依据信号自动接通油路。加油完毕后，受油机依据加油机的指挥进行脱离，整个加油过程便顺利完成。

软管-浮锚式:

实际的加油过程是:在空中加油时，加油机内的操作人员将软管放出机外，软管下的[空中加油](https://p1.ssl.qhimg.com/t0166e352631cf88295.jpg)黄褐色信号灯闪亮。受油机的飞行员收到准备妥当的信号后，便调整自己的航空器位置将受油管放入浮锚内，只要自锁机构锁紧完成衔接后，燃油便自动输送至受油机。由于受油机与加油机的速度差及高度差都有严格的规定，因此受油机飞行员的操纵动作必须十分稳定准确。若加油过程一切正常，黄褐色信号灯就会自动熄灭，若遇到紧急情形时红色警告灯就会闪亮，告诉受油机的飞行员进行位置调整。加油作业结束后受油机将减速，当加油机与受油机的速度差达到一定数值时，在张力作用下，输油软管和受油管就会自动脱离，燃油输送自动切断，然后受油机和加油机的距离和高度差逐渐拉大，受油机到达安全距离后再向另一侧滚转自加油作业编队脱离，而加油机就可继续给下一架战机加油或是回收加油软管。

其优点是一架大型加油机上可装置数套加油设备，可以同时给几架战机加油。由于加油机与受油机存在相对运动，采用具有柔性的软管衔接安全性好。缺点是对大气乱流相当敏感，衔接时比较困难，对飞行员的操作技术要求高;其次是输油速度慢.

飞桁式:

加油桁杆平时为收起状态，进行空中加油作业时将其伸出。在加油桁杆的中间装有V形操作面，后缘间的夹角约 130 度左右，V形操作面的作用类似于航空器的升降舵，操纵它可使加油桁杆在一定范围内移动。

采用飞桁式加油设备，具有输油速度快，可达到每分钟 6,000 升左右，因为是使用刚性杆，所以对空气乱流不大敏感，并有衔接操纵方便等优点。其缺点是一次只能给一架战机加油，通用性差，并且需要有受过专业训练的加油操作员。

空中加油过程一般分四步。一是集合。加、受油机按照双方约定方式会合，受油机进入受油位置，双机高度差保持在60米左右；二是对接。这需要勇气和高超的驾驶技术，稍有不慎，如抬高或降下机头，其后果都可能是毁灭性的；三是加油。将加油箱内的油经[输油管](http://www.so.com/s?q=%E8%BE%93%E6%B2%B9%E7%AE%A1&ie=utf-8&src=internal_wenda_recommend_textn)输往受油机油箱。当受油机加进一部分燃油后，飞机[重量](http://www.so.com/s?q=%E9%87%8D%E9%87%8F&ie=utf-8&src=internal_wenda_recommend_textn)就会增加，而加油机重量又会减轻，两机必须随时调整飞机的速度和姿态，以保证顺利实施加油。四是解散。受油完毕后，各加油开关自动关闭，对接机构在拉力的作用下脱落。

假设空中加油过程中大气乱流等外界因素都不受影响

在不考虑飞机故障的情况下，导致空中加油过程失败的可能性为以加油机或运输机在加油过程中出现错误导致失败的可能性。通过查阅资料可得，在加油的过程中，容易出现错误的过程为加油机与运输机的对接过程和加油机为运输机加油的加油过程。对比空中加油原理后，在不考虑 机器故障的情况下，可细分为以下两个过程：

一是加油机准确抛下软管并在输送燃油的过程中能及时调整加油机的速度和姿态成功的概率为α1。

二是运输机能准确接收受油管并在接收燃油的过程中能及时调整加油机的速度和姿态成功的概率α2。

则总成功率 α = α1 α2 。

通过查阅相关资料，结合实际情况，得到总成功率约为95%，即：

α = 95%

而对于总的失败率β=1-α来说，空中加油失败是加油机在保证返航的情况下，无法将剩余油量全部加给轻型机，

现在基于问题1的3种可行的加油方案中，对问题2进行分析和讨论。首先，对问题一求得的三个方案进行优化，为求最佳空中加油方案，要使轻型机和加油机的损耗燃油总量最少，并要保证派出的加油机数量最少。因为方案三总共派出了4架加油机，而方案一和方案二则派出了3架加油机，由此，可排除方案三为最佳空中加油方案的可能，只在方案一和方案二中进行讨论。由于在问题2中存在空中加油失败的可能性，于是本文在查询相关资料后引进空中加油总成功率α，并得到α=95%，则此时加油机为轻型机或加油机的供油量**q’i=qi\*α**，将其引入方案一和方案二中可知；

对于方案一而言，引入

问题 1 已达到最佳加油位置。基于问题1的最佳加油位置，对问题2进行了讨论和分析。假定由158.4海里、248.6海里和距基地301.4海里的最佳位置驱动加油机的数量为q1，q2，q3，三个最佳位置的燃料消耗量为：

同理问题一

耗油量 = 总燃油量 – 剩余量

前两个方案对比燃料量少的

（1）加油机抛油加注管;（二）运输机停靠燃油加注管;

注：为空中加油的失败率 – 不是总成功率

空中加油失败的结果是加油机在保证返航的情况下，无法将剩余油量全部加给轻型机，例，本来 要加50kg的油，失败后只能加入30kg的油或者是没有加到油

失败率 = 1 – 成功率

失败率 ≈ 空中加油时的燃油损耗率 （类比）

燃油损耗率 = （加全油 – 失败后所加的油）/ 加全油

(加全油所能飞的最大距离–失败后所加油能飞的最大距离)/加全油所能飞的最大距离

设失败率（燃油损耗率）为β

空中加油技术是用于对其他飞机或直升机进行空中加油的技术，它可以显著提高飞机的续航能力，在战略或战术航空单位的作战中具有极其重要的支撑作用。空中加油也被认为是减少长途飞行燃料消耗的一种方法。据估计，长途飞行(包括油轮在执行任务期间使用的燃料)可以节省35%至40%的燃料。空中加油机是为飞行中的其它飞机和直升机加油的飞机。大部分是由大型运输机或战略轰炸机改装而成。大多数加油设备安装在飞机尾部，少数安装在机翼下的吊舱中，由飞行员或加油人员操作。加油设备主要有塞锥套和2型伸缩管。

空中加油飞机是为飞行中的其他飞机和直升机加油的飞机。大部分的

它们是由大型运输机或战略轰炸机改装而成的。大部分的燃料补给

设备安装在飞机的尾部，少数安装在吊舱下方由飞行员或加油人员操作的机翼。加油设备都是主插锥套及2型伸缩管。

任务2:考虑空中加油失败的可能性，最优的加油方案是在保证总成功率的条件下给出。通过task 2的分析，它是已知运输机和加油机都可能遇到意外情况空中加油时的情况，使加油任务失败。当加油任务失败后，为了保证运输机的安全，我们必须送第二次加油飞机要尽快给运输机加油。同时，当两次加油飞机同时起航，其中一架加油飞机作为备用飞机以防万一紧急情况下，运输机加油，可使空中加油成功率提高。由此可以得出结论:同一航线上加油飞机的数量越多，越高加油的成功率。但在实际情况中，我们需要考虑经济因素考虑到各种因素，一次派出加油飞机的数量不可能无限增加。我们的目标仍然是最小化总油耗，并人为地设置更高的总成功率。在此约束下，计算应同时发送多少架加油飞机每个加油任务

在考虑故障概率的每个部分的加油过程中，失败特派团分为:

1.飞机由于偶然原因而坠毁的可能性

2.加油是一种危险的飞机作业，运输机和加油飞机都有有可能造成加油失败的，按照加油步骤，即可失败的可能性分为

1 .管道对接失败的可能性加油飞机和运输机在输油管道上作业时进坞后，油管可能发生故障

2 .毛刺接头后输油管道运输失效的可能性成功进坞后，故障概率随进油时间的增加而增加管道运输中，飞机在对接状态下很难长时间保持相对稳定。输油管道输送的石油越多，发生故障的可能性越大。

本文通过构造线性规划模型和整数规划模型,约束条件发现,方案解决,所需的未知参数和相应的最优方案了:问题1需要运输机去小岛超出其最大里程救援任务和回报,从而设计一个最优方法进行空中加油。本文首先将运输飞机的任务划分为航行和返航的研究，然后将空中加油机的停靠方式划分为两种类型:(1)辅机只给救援机加油(2)辅机也可以给辅机加油。我们建立了在救援机和辅助机都能顺利完成任务并返回基地的情况下，使总油耗最小的线性规划模型。求解方法是获得目标函数值相同的四个最优解，如表2所示。总油耗603.3kg。在考虑问题中受伤者的基础上，对四种方案所花费的时间进行了计算和筛选，得到了两种时间较短的最优方案。问题2是基于问题1的最优加油位置。有可能进行空中加油。考虑送一艘备用的油轮去加油，以增加总成功率。考虑到空中加油的情况，可分为可中断加油和不可中断加油两种。基于大数定理的可中断加油方案，采用蒙特卡罗方法计算单位置空中加油的成功率。在这两种情况下，我们都建立了一个整数规划模型，目标任务成功率大于90%，目标为飞机的最低总油耗，变量为不同加油位置的辅机数量。获得的辅助机器𝑞1不间断加油的情况下,𝑞1,𝑞2,𝑞3 2,1,1,分别对应于总成功率为90.024%,该计划描述如图8所示,可以打断𝑞1机器的数量,𝑞2,𝑞3 3、3、2分别对应的成功率是92.465%,该计划描述如图11所示。我们改变了对总成功率设定值对被派遣飞机数量影响的敏感性分析。研究发现，当距离在小范围内波动时，设定值会改变待调度飞机的数量，且灵敏度高。

加油任务的过程可分为以下几部分：（1）加油机抛油加注管;（二）运输机停靠燃油加注管;因此，任何链路故障都会导致空中加油失败。假设加油机成功抛掷燃油加注管的概率为 p1，则运输机成功对接燃油加注管的概率为 p2，成功对接的概率为：

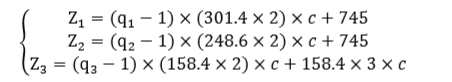
成功对接

对接失败

通过查阅数据，结合实际情况，飞机加油成功的概率约为95%，即



问题 1 已达到最佳加油位置。基于问题1的最佳加油位置，对问题2进行了讨论和分析。假定由158.4海里、248.6海里和距基地301.4海里的最佳位置驱动加油机的数量为q1，q2，q3，三个最佳位置的燃料消耗量为：



总油耗为：



任务总成功率的定义

加油任务被成功定义为：加油机补给问题最佳方案中规定的油量的100%。如果对接失败在加油开始时失败，或者运输机没有足够的油量到达下一个加油点，则视为加油任务失败。为了提高运输机完成任务的成功率，如果其中一架加油机不能加油，还有其他加油机可以接管为运输机加油。因此，需要两架或两架以上的加油机同时启动。执行加油行为时，不同数量的加油飞机同时对成功率的影响是不同的，如下表所示：

总成功率为完成加油任务

从表5可以看出，同时起动的辅助发动机数量越多，空中加油的成功率越高，但需要考虑经济和效率，以便燃料总消耗量尽可能小，因此我们设定了两个目标

从表5可以看出，同时起动的辅助发动机数量越多，空中加油的成功率越高，但需要考虑经济和效率，以便燃料总消耗量尽可能小，我们设定了两个目标：人为地将最低成功率设定为 90%，并将空中加油的成功率纳入约束范围，将多目标规划问题转化为单目标规划问题。要在满足最低标准总成功率的前提下，找到总油耗最低的最佳解决方案，建立如下整数编程

不间断燃料模型解决方案和显示

项目总成功率为：90.024%。计划是在运输机在距离基地158.4海里的地方加油时同时派出两个辅助发动机;一架加油飞机在距基地248.6海里、距基地301.4海里的加油节点上调度。加油飞机的数量和加油位置如下：

疑问：加油机之间能否互相加油

假设：加油机要保证能够返航的燃料

第一中思路，加油机之间不能互相加油

且第一次出行是，只有一架加油机机伴随飞行，加油机消耗x1公斤的油量之后，且为轻型机加y1的油之后，能够正常返回

0<= (y1 = 170-2\*x1) <= 170

且对于轻型机而言

(140-85)+(140-x1)<=(155-x1)+y1 <=155

跑30 -- 170-30\*2=110 (140-30)+85=195>155

跑 60 -- 170-60\*2= 50

跑 50 -- 170-50\*2=70

跑 55 -- 170-55\*2=60

跑 57-- 170-57\*2=56 （140-57）+(140-55) = 138> 154

跑56-- 170-56\*2=58 （140-56）+55=139 > 155 一架加油机不能为他加油

跑56.5-- 170-56.5\*2=57

56.6 56.8,

56.7 56.6

56.65 56.7

56.66 56.68

56.67 56.66

56.666 56.668

56.667 56.666

69 170-(69\*2) = 32

69-32=37 37 170-(37\*2)= 96

170/155 \*680 / 2 = 372.90322

925.6771

155 -139=16

85-16 =69

J = 680/155 ---表示每消耗一公斤油能跑多少海里

Max\_i = 170/2 –表示加油机能够飞到的最大路程，即到达改路程就必须要返航

W1 = 680 海里

W2 = 615 海里

Q1 = 155公斤油

Q2=170公斤油

Xi 表示第i次加油机所给油量

Y表示一艘加油机伴飞的最大里程

Zi表示第i次加油机从起飞到耗油量

P 表示加油机在保证返回油量的情况下所能飞的最大里程

g = W1/Q1 表示运输机与加油机每消耗一公斤油能飞的海里

P=(Q2/2)\*g

Max Y = W1 + X1\*g

S.T. X1+2\*Z1 ≤ Q2

Q1-Z1+X1 ≤Q1

X1>0,Z1>0

Ui表示运输机在返程时到达加油机最大里程后距离基地第i次所剩距离

Y-(W2+(W2-P))= U1 > 0

U2 = P – U1

Z2 = U2/g

X2 = Q2-2\*Z2

U3 = U2 – X2\*g

Ui = Ui-1 – Xi-1\*g

Zi = Ui/g

Xi = Qi – 2\*Zi

…

Ui = 0;