

4. Programmieraufgabe Computerorientierte Mathematik I

Abgabe PA04: 01.12.2016 über den comajudge bis 17 Uhr

Es sei $f_1, f_2, f_3 \dots$ die Folge der Fibonacci-Zahlen, definiert durch $f_k = f_{k-1} + f_{k-2}$ für $k > 2$ und $f_1 = f_2 = 1$. Mithilfe dieser Folge wollen wir den *Goldenen Schnitt* $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ approximieren.

Dazu definieren wir für $k \geq 1$ das Intervall $I_k = [\frac{f_{2k}}{f_{2k-1}}, \frac{f_{2k+1}}{f_{2k}}]$. Für jedes $k > 1$ gilt $\varphi \in I_k \subsetneq I_{k-1}$, siehe dazu auch Übungsblatt 5.

Schreibe eine Funktion `golden_ratio(precision)` mit den folgenden Spezifikationen.

Eingabe Eine positive ganze Zahl `precision`.

Ausgabe Eine Liste mit der Zahl ℓ und den beiden Intervallgrenzen $(f_{2\ell}, f_{2\ell-1}), (f_{2\ell+1}, f_{2\ell})$ jeweils als Tupel, so dass

$$\frac{f_{2\ell+1}}{f_{2\ell}} - \frac{f_{2\ell}}{f_{2\ell-1}} < \frac{1}{\text{precision}} \leq \frac{f_{2\ell-1}}{f_{2\ell-2}} - \frac{f_{2\ell-2}}{f_{2\ell-3}}.$$

Hinweis: Deine Funktion sollte effizient genug geschrieben sein, um auch Eingaben wie `10**855` sofort berechnen zu können. In diesem Fall ist ℓ übrigens 1024. Achte darauf eine so große Zahl nicht in ein `float` zu konvertieren, da dies zu Rundungsfehlern führen kann. Eine solche Umwandlung passiert zum Beispiel beim aufrufen des Divisionsoperators `/`.

Beispielaufrufe

```
1 >>> golden_ratio(1)
2 [2, (3, 2), (5, 3)]
3 >>> golden_ratio(6)
4 [3, (8, 5), (13, 8)]
5 >>> golden_ratio(100)
6 [4, (21, 13), (34, 21)]
```

Erinnerung: Du kannst diese Aufgabe bis zum 08.12.16 um 18 Uhr bei einem Tutor vorstellen.