Homework: Hash Graph Applications

Patiwet Wuttisarnwattana, Ph.D.

Department of Computer Engineering

Chiang Mai University

ในการบ้านนี้ นักศึกษาจะได้ศึกษาและเขียนโปรแกรมในหัวข้อสำคัญ 3 หัวข้อสุดท้ายก่อนที่เราจะปิดคอร์สจากกันไปครับ (เศร้า) หัวข้อทั้ง 3 มี ดังต่อไปนี้ครับ

1. [หัวข้อที่ 1] นักศึกษาจะได้มีโอกาสสร้าง Hash Table (ตารางแฮช) เพื่อซึ่งตามทฤษฎีแล้วสามารถทำให้การ Insert, Delete, Find ไปได้ถึง O(1) เลยทีเดียว ถ้าหากว่าออกแบบกันดี ๆ
    - อย่างไรก็ตาม ในการบ้านนี้ นักศึกษาจะได้สร้าง Hash Function ที่ชื่อว่า Polynomial Hashing ที่จะแปลง String ให้กลายไปเป็นตัวเลขขนาดใหญ่ ผ่านพารามิเตอร์ p กับ x ตามที่เรียนในห้อง
    - หลังจากนั้น นศ จะต้องทำ Cardinality Fix เพื่อปรับตัวเลขดังกล่าวมาให้เป็นตำแหน่ง (หรือ Index) ของ Array (Hash Table) เพื่อบรรจุข้อมูล
    - ถ้าหากว่า ตำแหน่งนั้นมีข้อมูลอื่นอยู่ก่อนแล้ว นศ ก็จะทำการข้ามไปดูตำแหน่งถัดไปตามหลักการของ Quadratic Probing เพื่อในที่สุดแล้ว จะบรรจุข้อมูลนั้นลงไปในตารางได้

โจทย์: จงปรับปรุงคลาส HashTable (Hash Table) เพื่อทำงานได้ตามที่โจทย์กำหนดให้สมบูรณ์

- คลาส Hash Table นี้ จะมีหน้าตาเหมือน Array ที่เราเคยเรียนมาคือ มีตัวแปร arr, size, และ capacity นอกจากนี้ คลาสนี้ยังสามารถที่จะเพิ่มข้อมูลและค้นหาได้อีกด้วย
- เพียงแต่ว่าตำแหน่ง index ที่จะเอาข้อมูลไปใส่ใน arr นั้น จะต้อง hash เอาจากข้อมูลที่ส่งเข้ามานั่นเอง ซึ่งฟังก์ชันที่ใช้ hash จะชื่อว่า polyHash() ตามที่เรียนในห้อง
- โจทย์ข้อนี้กำหนดให้ ข้อมูลที่ต้องการเก็บ จะมีชนิดเป็น String โดยฟังก์ชันที่จะทำหน้าที่เพิ่มข้อมูลคือ addString(String s)
- ฟังก์ชัน addString() จะต้องเรียกใช้ ฟังก์ชัน getIndex() อีกทีเพื่อตามหาว่า String s ควรจะเอาไปเก็บไว้ตรงไหน
- ถ้าหาก String s ถูกแฮช และทำ Cardinality Fix แล้วพบว่า ตำแหน่งที่ต้องการเก็บมีคนอยู่ตรงนั้นแล้ว ก็ให้นักศึกษาเช็คตำแหน่งต่อไปด้วย Quadratic Probing ตามที่เรียนให้ห้องครับ

C# code: hashFunctionTest1()

int p = 1100101; // Big Prime (Hash key1)
int x = 1001; // Small number (Hash key2)

```
HashTable table = new HashTable(16, p, x);
String[] names = { "a", "b", "c", "A", "B", "BA", "BBA", "aaa", "aaaaa", "0", "1", "11", "111", "abcdABCD01234" };
for (int i = 0; i < names.Length; i++)
    Console.WriteLine("HashCode of '" + names[i] + "' is " + table.polyHash(names[i]));
```

Output

```
HashCode of 'a' is 97
HashCode of 'b' is 98
HashCode of 'c' is 99
HashCode of 'A' is 65
HashCode of 'B' is 66
HashCode of 'BA' is 65131
HashCode of 'BBA' is 290238
HashCode of 'aaa' is 482403
HashCode of 'aaaaa' is 507712
HashCode of '0' is 48
HashCode of '1' is 49
HashCode of '11' is 49098
HashCode of '111' is 742703
HashCode of 'abcdABCD01234' is 390486
```

C# code: hashFunctionTest2()

```
int p = 1100101;    // Big Prime    (Hash key1)
int x = 1001;       // Small number (Hash key2)
HashTable table = new HashTable(16, p, x);
String[] names = { "a", "b", "c", "A", "B", "BA", "BBA", "aaa", "aaaaa", "0", "1", "11", "111", "abcdABCD01234" };
for (int i = 0; i < names.Length; i++)
{
    table.addString(names[i]);
    Console.WriteLine("Index of '" + names[i] + "' is " + table.getIndex(names[i]));
}
```

Output

```
Index of 'a' is 1
Index of 'b' is 2
Index of 'c' is 3
Index of 'A' is 4
Index of 'B' is 5
Index of 'BA' is 11
Index of 'BBA' is 14
Index of 'aaa' is 6
Index of 'aaaaa' is 0
Index of '0' is 10
Index of '1' is 7
Index of '11' is 13
Index of '111' is 15
Index of 'abcdABCD01234' is 9
```

C# code: hashFunctionTest3()

```
int p = 1100101;   // Big Prime    (Hash key1)
int x = 101;       // Small number (Hash key2)
```

```
HashTable table = new HashTable(16, p, x);
String[] names = { "Abraham", "Andrew", "Benjamin", "Claudia", "Gabriel", "Esther", "Martha", "Rebecca", "Moses", "Timothy" };
for (int i = 0; i < names.Length; i++)
    Console.WriteLine("HashCode of " + names[i] + " is " + table.polyHash(names[i]));
for (int i = 0; i < names.Length; i++)
{
    table.addString(names[i]);
    Console.WriteLine("Index of " + names[i] + " is " + table.getIndex(names[i]));
}
```

Output

```
HashCode of Abraham is 745601
HashCode of Andrew is 943351
HashCode of Benjamin is 465352
HashCode of Claudia is 346094
HashCode of Gabriel is 396215
HashCode of Esther is 927139
HashCode of Martha is 1015244
HashCode of Rebecca is 208012
HashCode of Moses is 782646
HashCode of Timothy is 889786
Index of Abraham is 1
Index of Andrew is 7
Index of Benjamin is 8
Index of Claudia is 14
Index of Gabriel is 10
Index of Esther is 3
Index of Martha is 12
Index of Rebecca is 13
Index of Moses is 6
Index of Timothy is 11
```

2. [หัวข้อที่ 2] หลังจากที่ นักศึกษาจะต้องสร้างคลาส LinkedList, Queue, Stack เองมาตลอดภาคการศึกษานี้ ผลลัพธ์อาจจะรันได้บ้างไม่ได้บ้าง Bugs อาจจะเยอะบ้างน้อยบ้าง อย่างไรก็ตาม นักศึกษารู้หรือไม่ว่าภาษา C# (และภาษาสมัยใหม่อื่น ๆ) น่ะ มี Built-in class เช่น LinkedList, Queue, Stack ให้ใช้งานได้โดยไม่ต้องเขียนโปรแกรมเองนะครับ โดยโครงสร้างข้อมูลเหล่านี้สามารถบรรจุข้อมูลที่เป็นคลาสอะไรก็ได้ ได้หมดเลย ในโลกความเป็นจริงเราจะไม่พัฒนาโครงสร้างข้อมูลพวกนี้เองครับ เราจะใช้ Built-in Data Structures เหล่านี้จาก C# เลย นศ ก็แค่ using library ที่จำเป็นเข้ามาก็จบละ (เช่น using System.Collections.Generic; เป็นต้น)
    - โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 นี้ นศ จะได้ฝึกเรียนรู้การเรียกใช้งานคลาสทั้งสามนี้ด้วยตัวเองครับ
    - โครงสร้างข้อมูลทั้งสามที่เป็น Built-in class ในภาษา C# นี้ สามารถที่จะบรรจุวัตถุใด ๆ เข้าไปก็ได้ เราอาจต้องแจ้ง C# เพิ่มเติมหน่อยว่าวัตถุที่เราจะใส่เข้าไปเป็นชนิดไหน ผ่านสัญลักษณ์ <> (ภาษาอังกฤษเรียกว่า angle bracket) เช่นถ้าเราจะบรรจุ Vertex เข้าไปใน LinkedList ก็จะประกาศตัวแปรว่า LinkedList<Vertex> list = new LinkedList<Vertex>(); หรือถ้าจะบรรจุตัวเลขจำนวนเต็มเข้าไปใน LinkedList ก็จะประกาศว่า LinkedList<int> list = new LinkedList<int>(); รายละเอียดวิธีการเรียกใช้งาน ขอให้นักศึกษาค้นคว้าด้วยตัวเองครับ นี่เป็นทักษะที่สำคัญมาก ๆ

โจทย์: จงเรียนรู้วิธีการใช้งาน Built-in C# Collections เช่น LinkedList, Queue, และ Stack

นศ จะต้องเรียนรู้วิธีการเรียกใช้ Built-in C# Collections พร้อมทั้งแก้ไขฟังก์ชัน 4 ฟังก์ชันของอาจารย์

[ฟังก์ชันที่ 1] GenericCollectionTest.genericLinkedListTest()

- ฟังก์ชันนี้ นศ จะต้องเรียนรู้วิธีการเรียกใช้คลาส LinkedList (อันดับแรกเลย นศ ต้องมั่นใจว่า library System.Collections.Generic ถูก using เข้ามาแล้ว)
- ในฟังก์ชันนี้ อาจารย์จะมี for loop วิ่งเลขตั้งแต่ 1, 3, 5, ..., 9 ขอให้ นศ สร้าง LinkedList ที่สามารถเก็บ Integer ได้ โดยเก็บเลขดังกล่าวเข้า LinkedList ที่ชื่อว่า list
- ต่อมาจะเป็นการเรียกใช้งาน เริ่มต้นโดยการเช็คว่า มีเลข 5 อยู่ใน list ดังกล่าวหรือไม่ ถ้ามีให้แจ้งว่า true (เรียกผ่านฟังก์ชันอะไรสักอย่างนะครับ อย่าวิ่ง for loop หานะ)
- หลังจากนั้นก็ทดสอบด้วยว่ามีเลข 6 หรือเปล่า ... สุดท้ายจะเป็นการวิ่งข้อมูล (Traverse) ตั้งแต่ตัวเลขแรกยันเลขสุดท้าย ว่ามีเลขอะไรอยู่นี้ list นี้บ้าง

C# code
GenericCollectionTest.genericLinkedListTest();
Output
5 is in the list = True 6 is in the list = False 1, 3, 5, 7, 9,

[ฟังก์ชันที่ 2] GenericCollectionTest.genericQueueTest()

- ฟังก์ชันนี้ นศ จะต้องเรียนรู้วิธีการเรียกใช้ Queue ซึ่งสืบทอดคุณสมบัติมาจาก LinkedList อีกทีหนึ่ง (อันดับแรกเลย นศ ต้องมั่นใจว่า library System.Collections.Generic ถูก using เข้ามาแล้ว)
- ในฟังก์ชันนี้ อาจารย์จะมีชื่อคน 5 คนอยู่ใน String[] หน้าตาจะประมาณนี้ {"Abraham","Andrew","Benjamin","Claudia","Gabriel"}
- ข้อนี้ขอให้ นศ สร้าง Queue ที่สามารถเก็บ String ได้ ... โดยวน for loop ใส่ชื่อ 5 คนนี้เข้ามา ใน Queue ที่ตั้งชื่อว่า q
- ต่อมาจะเป็นการเรียกใช้งาน เริ่มต้นโดยการเช็คว่า ใครที่อยู่ใน Queue นี้ เป็นตัว Top (จากหลัก FIFO เราก็จะรู้ว่าคนแรกสุดจะเป็นตัวท๊อป)

- ต่อมาจะเป็นการ Pop ข้อมูลออกจาก Queue พร้อมกับแสดงชื่อคนที่ถูก Pop ออกมา ... ให้ทำทั้งหมด 3 ครั้ง ... การเข้าออก Queue จะต้องเป็นไปตามหลักการ FIFO นะครับ

C# code
GenericCollectionTest.genericQueueTest();
Output
Top = Abraham 1st Pop = Abraham 2nd Pop = Andrew 3rd Pop = Benjamin

[ฟังก์ชันที่ 3] GenericCollectionTest.genericStackTest()

- ฟังก์ชันนี้ นศ จะต้องเรียนรู้วิธีการเรียกใช้ Stack (อันดับแรกเลย นศ ต้องมั่นใจว่า library System.Collections.Generic ถูก using เข้ามาแล้ว)
- ในฟังก์ชันนี้ จะเหมือนข้อที่แล้วเลย คืออาจารย์จะมีชื่อคน 5 คน คือ {"Abraham","Andrew","Benjamin","Claudia","Gabriel"}
- ข้อนี้จะขอให้ นศ สร้าง Stack ที่สามารถเก็บ String ได้ ... โดยวน for loop ใส่ชื่อ 5 คนนี้เข้ามา ใน Stack ที่ตั้งชื่อว่า s
- ต่อมาจะเป็นการเรียกใช้งาน เริ่มต้นโดยการเช็คว่า ใครที่อยู่ใน Stack นี้ เป็นคน Top (จากหลัก LIFO เราก็จะรู้ว่าคนหลังสุดจะเป็นตัวท๊อป)
- ต่อมาจะเป็นการ Pop ข้อมูลออกจาก Stack พร้อมกับแสดงชื่อคนที่ถูก Pop ออกมา ... ให้ทำทั้งหมด 3 ครั้ง ... การเข้าออก Stack จะต้องเป็นไปตามหลักการ LIFO นะครับ

C# code
GenericCollectionTest.genericStackTest();
Output
Top = Gabriel 1st Pop = Gabriel 2nd Pop = Claudia 3rd Pop = Benjamin

[ฟังก์ชันที่ 4] GenericCollectionTest.arrayOfListTest()

- ฟังก์ชันนี้ นศ จะต้องเรียนรู้วิธีการเรียกสร้าง Array of List (หรือ List of List) เพื่อประมวลผลข้อมูลที่มีลักษณะ 2 มิติ เช่นตารางหรือรูปภาพหรือกราฟ
- ในตอนต้นฟังก์ชันนี้ อาจารย์ได้เขียนโค้ดอะไรบางอย่างเพื่อให้ นศ ได้ทำความเข้าใจ เพราะถ้าจะให้เขียนเองอาจจะใช้เวลามากเกินไปหรือยากเกินไปสำหรับบางคน
- หน้าที่ของ นศ คือ อ่านทำความเข้าใจและค้นคว้าว่า อาจารย์ทำอะไรในส่วนนี้ เพราะเดี๋ยว นศ จะต้องเอาความรู้นี้ไปประยุกต์เพื่อสร้างโครงสร้างข้อมูลชนิดกราฟต่อไป
- โดยสรุป โค้ดของอาจารย์จะประกาศตัวแปรมาตัวหนึ่ง ชื่อ arr เป็นชนิด Array of LinkedList แปลว่าใน Array นี้จะบรรจุ LinkedList ไว้หลายตัว
- LinkedList แต่ละตัว จะบรรจุชื่อคนไว้หลายคน ... การเขียนโค้ด 2 มิติ แบบนี้ จึงต้องมี for loop ซ้อนกัน 2 ชั้น ... ชั้นแรกวิ่งทีละแถว เพื่อสร้าง LinkedList ไว้ 5 ตัว
- LinkedList แต่ละตัว ก็จะบรรจุชื่อคน (กี่คนก็ได้) เช่น list แรกจะมี "Abraham" เป็นสมาชิก list ที่สองจะมี "Abraham","Andrew" สมาชิก list ที่สามก็จะมีคนเพิ่มขึ้นทีละคนเรื่อย ๆ
- ทั้งหมดนี้คือ โค้ดของอาจารย์ที่จะสร้าง arr ครับ ... ต่อไป หน้าที่ของ นศ คือนำ arr ไปใช้งานต่อ
- โจทย์คือ ให้แสดงทีละบรรทัดว่า แต่ละ LinkedList arr[0], arr[1], ... มีชื่อใครอยู่ในนั้นบ้าง การจัดรูปแบบการแสดงผล ขอให้ดูตัวอย่างครับ
- โจทย์ถัดไปคือ ให้แสดงว่า Benjamin อยู่ใน LinkedList ใดบ้าง แจ้งมาเป็น true/false ขอให้ดูที่ตัวอย่างนะครับ

C# code

```
GenericCollectionTest.arrayOfListTest();
```

Output

```
arr[0] = Abraham,
arr[1] = Abraham, Andrew,
arr[2] = Abraham, Andrew, Benjamin,
arr[3] = Abraham, Andrew, Benjamin, Claudia,
arr[4] = Abraham, Andrew, Benjamin, Claudia, Gabriel,
Benjamin is contained in arr[0]? = False
Benjamin is contained in arr[1]? = False
Benjamin is contained in arr[2]? = True
Benjamin is contained in arr[3]? = True
Benjamin is contained in arr[4]? = True
```

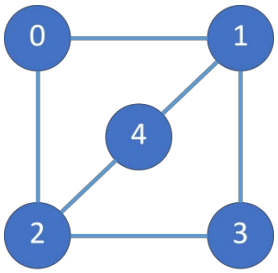
[หัวข้อสุดท้าย] จะเป็นการอธิบายเพื่อให้นักศึกษาเรียนรู้วิธีการ implement โค้ดภาษา C# เพื่อสร้าง Graph Data Structure ด้วยวิธีการ Adjacency List กล่าวคือโครงสร้างข้อมูลชนิดกราฟจะมีตัวแปรสำคัญสองตัว คือ vertexList และ adjacencyList ซึ่งตัวแปรทั้งสองจะมีสภาพเป็น Array และมีขนาดเท่ากัน

ตัวแปรแรกมีชื่อว่า vertexList (ซึ่งเป็นชนิด array of Vertex หรือ Vertex[]) โดยแต่ละ Vertex ที่บรรจุใน Array นี้จะทำหน้าที่ บรรจุข้อมูลสำคัญต่าง ๆ เช่น ตัวแปร key, ccNum, dist, visited ซึ่งจะเป็นตัวแปรสำคัญ (ตามที่เรียนในห้อง) และจะถูกใช้ในการประมวลผลทางกราฟ เช่น BFS และ DFS ต่อไป ตัวอย่างการใช้งาน เช่น vertexList[2] = new Vertex(key); แปลว่าให้บรรจุ Vertex (ที่มีค่า key) ลงใน vertexList ตำแหน่ง index เท่ากับ 2 นั่นเอง

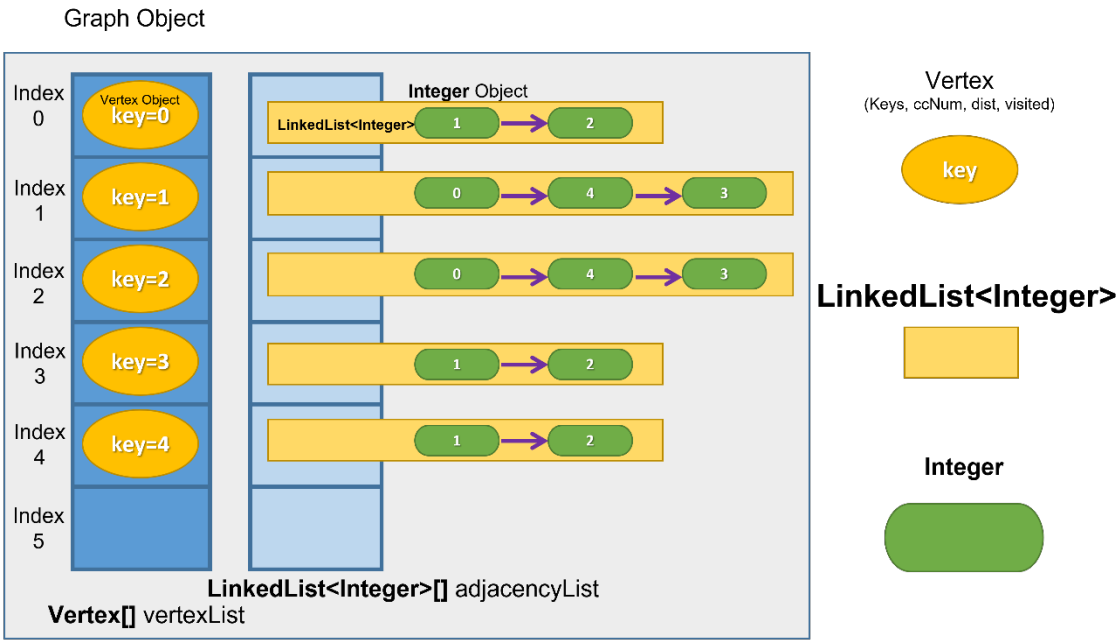
ส่วนตัวแปรที่สองนั้นมีชื่อว่า adjacencyList (ซึ่งเป็นตัวแปรชนิด array of LinkedList<Integer> หรือ LinkedList <Integer>[]) โดยตัวแปรนี้จะทำหน้าที่บรรจุข้อมูลว่า Vertex ที่กำลังพิจารณาอยู่นี้ประชิดอยู่กับ Vertex อื่น ๆ ใดบ้าง ยกตัวอย่าง เช่น คำสั่ง LinkedList<Integer> list = adjacencyList[2]; แปลว่า list นี้จะบรรจุตัวเลข Index ของ Vertex อื่น ๆ ที่ประชิดอยู่กับ Vertex(2)

Array ที่ชื่อ vertexList และ adjacencyList ถูกออกแบบมาให้มีขนาดเท่ากัน ทำให้ตำแหน่ง Index เดียวกัน จะอ้างถึงข้อมูล Vertex ตัวเดียวกัน

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโมเดลนี้ อาจารย์ขอยกตัวอย่างแผนภาพกราฟดังต่อไปนี้



ซึ่งเมื่อแปลงเป็นโครงสร้างข้อมูลตามการบ้านนี้แล้ว กราฟดังกล่าวจะมีหน้าตาเป็นแบบนี้



จะเห็นได้ว่า Vertex ที่มี Key=0 เบื้องต้นจะให้อยู่ที่ vertexList[0] หากต้องการจะหาว่า Vertex Key=0 นี้เชื่อมต่อกับ Vertex อะไรบ้างให้ดูใน adjacencyList ที่มี Index ตรงกันคือ adjacencyList[0] ซึ่งจะปรากฏสาย Integer (ขบวนสีเขียวที่อยู่ด้านขวา) โดยในแต่ละตัวจะบรรจุข้อมูล Index ของ Vertex ที่เชื่อมต่อกันเอาไว้ (ตามที่ระบุใน vertexList) ดังตัวอย่าง ถ้า Vertex key=0 เชื่อมต่อกับ Vertex key=1 และ Vertex key=2 แล้ว LinkedList ที่ตำแหน่ง adjacencyList[0] ก็จะมีขบวน Node ที่บรรจุ integer เป็น 1 กับ 2 ตามลำดับ อีกตัวอย่างหนึ่ง ก็คือ Vertex key=1 ที่เชื่อมต่อกับ Vertex key=0, Vertex key=4, Vertex key=3 ก็จะมีขบวนของ Integer เป็น 0, 4, 3 ตามลำดับ นศ พอเข้าใจใช่ไหมครับ (ไม่เข้าใจให้ chat ถาม)

นักศึกษาจะสามารถสังเกตได้ว่า ถ้าหาก Vertex key=0 เชื่อมต่อกับ Vertex key=1 ตามที่ระบุไว้ใน adjacencyList[0] แล้ว Vertex key=1 ก็จะเชื่อมต่อกับ Vertex key=0 ตามที่ระบุไว้ใน adjacencyList[1] ด้วยเช่นกัน ความสัมพันธ์นี้จะไปอย่างสมมาตร ดังนั้นเวลานักศึกษา add 1 ไปยัง List[0] แล้ว ก็อย่าลืม add 0 ไปยัง List[1] ด้วยนะครับ (อยู่ในฟังก์ชัน addEdge)

การบ้านนี้นักศึกษาต้องแก้ไข/เพิ่มเติมโค้ดภาษา C# ของอาจารย์ให้สมบูรณ์เพื่อที่โปรแกรมจะทำงานได้ตามที่กำหนด โดยนักศึกษาจะได้รับ Source code ที่ประกอบด้วย class ที่สำคัญ ที่คุณต้องแก้ไขเพิ่มเติมดังต่อไปนี้

1. **Class Graph ทำหน้าที่เป็น Graph Data Structure ตามวิธีการ List of Adjacency โดยมี Method ที่สำคัญดังต่อไปนี้**
    a. public void addVertex(int key) ทำหน้าที่ บรรจุ Vertex object ลงใน Array vertexList และสร้าง LinkedList object ลงใน Array adjacencyList ในตำแหน่งที่ถูกต้อง (เบื้องต้นให้ใส่ตำแหน่งเดียวกันกับ Key)
    b. public void addEdge(int u, int v) ทำหน้าที่ เชื่อมต่อระหว่าง Vertex ที่มี key = u และ Vertex ที่มี key = v สำหรับการเชื่อมต่อนั้น ให้ add key = v ลงใน LinkedList ของ Vertex u และ เนื่องจากกราฟในวิชานี้เป็นโมเดลที่สมมาตร นักศึกษาอย่าลืมเชื่อม Vertex v กลับไปยัง Vertex u ด้วยนะครับ
    c. public boolean isConnected(int u, int v) ทำหน้าที่ตรวจสอบว่า Vertex key=u กับ Vertex key=v มีเส้นเชื่อมกันหรือไม่
    d. public void showAdjacentVertices(int u) ทำหน้าที่แสดงรายการของ Vertex index ทุก ๆ ตัว ที่เชื่อมต่ออยู่กับ Vertex key = u *[ฟังก์ชันนี้อาจารย์ทำให้เสร็จเรียบร้อยแล้ว ถ้าคุณศึกษาวิธีการเขียนฟังก์ชันนี้ของอาจารย์ดี ๆ บอกเลยว่า คุณจะเข้าใจโครงสร้างข้อมูลของกราฟในการบ้านนี้ทันที]*
    e. public void Explore(Vertex v) ทำหน้าที่สำรวจเชิงลึก แบบ Depth First Search ตามที่เรียนในห้อง โดยเริ่มต้นจาก Vertex v ก่อน วิธีการคือการปั๊มสัญลักษณ์ visited = true พร้อมเลข cc เพื่อบ่งชี้ว่าได้มาสำรวจ Vertex นี้แล้ว หลังจากนั้น ก็จะค้นหาต่อว่า Vertex v นี้มีเส้นเชื่อมต่อกันกับ Vertex ใดอีก ถ้ามีก็จะตรวจสอบว่า Vertex นั้นถูก visited หรือยัง ถ้ายังก็เรียก Explore() ซ้ำกับ Vertex นั้นลงไปเรื่อย ๆ แบบ Recursive
    f. public void DFS() ทำหน้าที่เช็คใด ทุก ๆ Vertex ที่มีในกราฟว่า Vertex ใดยังไม่ได้ถูกสำรวจบ้าง ถ้าเจอก็ให้เรียกฟังก์ชัน Explore() เพื่อประมวลผล ต่อไป ... ทั้งนี้ การที่หลุดออกจากฟังก์ชัน Explore() ออกมาได้ ย่อมแปลความได้ว่า Connected Component นั้น ๆ ถูกประมวลผลครบหมดแล้ว ... ถ้ายังมี

Vertex อื่น ๆ ที่ยังไม่ได้สำรวจ ย่อมแปลว่า ยังมี Conneted Components อื่น ๆ อีก ก็ให้เพิ่มค่า cc ไปอีก 1 ... นอกจากนี้ Vertex ใดที่เชื่อมหาต่อกันได้ Vertex นั้นจะถูกจัดกลุ่มให้อยู่ใน Connected Component (CC number) ที่มีเลขเดียวกันอีกด้วย

2. **Class HashGraph จะทำหน้าที่คล้ายกับ class Graph ตามที่อธิบายก่อนหน้า นอกจากนี้ อาจารย์ยังสั่งให้ class HashGraph สืบทอดคุณสมบัติ (extends) ของ class Graph มาทั้งหมดอีกด้วย ทั้งนี้ สิ่งที่แตกต่างกันออกไป คือ class HashGraph จะรับ key เข้ามาเป็น String แทนที่จะเป็นจำนวนเต็ม** ดังนั้น การ add Vertex ลงในตำแหน่งของ Array vertexList ก็จะไม่ตรงกับค่าของ key (String) แต่จะตรงกับค่าของ key ที่ถูกแฮช (Hash) แล้วด้วยฟังก์ชัน PolyHash ตามที่เรียนในห้อง และ ถ้าหากค่าของ Key นั้นมีข้อมูลอยู่ก่อนแล้ว (เพราะเกิดการชน) ก็ให้ Hash ใหม่ด้วยวิธีการของ Quadratic Probing ตามที่เรียนในห้องจนกว่าจะพบที่ว่างที่จะสามารถ Add Vertex ได้ ถ้า นศ เริ่มต้นการบ้านนี้ด้วยการทำ [หัวข้อที่ 1] นศ ก็จะทำในส่วนนี้เสร็จเรียบร้อยแล้ว นศ เพียงแต่ Copy โค้ดที่ทำไว้แล้วนำมาปรับเข้ากับข้อนี้ ในส่วนของฟังก์ชันที่ชื่อว่า polyHash() กับ getListIndex() คลาส HashGraph จะมีฟังก์ชันที่สำคัญเพิ่มเติมดังนี้
    a. public static int polyHash(String s) ทำหน้าที่แฮช String s ด้วยอัลกอริทึม Polynomial Hashing ตามที่เรียนในห้อง ... นศ สามารถ Copy โค้ดที่ทำใน [หัวข้อที่ 1] มาลงตรงนี้ได้เลย
    b. public int getListIndex(String s) ทำหน้าที่เรียกฟังก์ชัน polyHash() เพื่อแฮช String s อีกที แล้วทำ Cardinality Fix (ปรับตัวเลข เพื่อนำข้อมูลลงตาราง ซึ่งก็คือการทำ mod m นั่น) ถ้าหากว่าตัวเลข Index ที่ได้ ชนเข้ากับข้อมูลที่มีอยู่แล้วก็ให้แก้ไขด้วย Quadratic Probing ตามที่เรียนในห้อง ... นศ สามารถ Copy โค้ดที่ทำใน [หัวข้อที่ 1] แล้วนำมาปรับเข้ากับฟังก์ชันนี้ได้เลย
    c. public void addVertex(String key) ทำหน้าที่คล้าย addVertex() ของ Graph เพียงแต่คุณต้องแฮช String key เพื่อให้ได้ index ที่ว่างก่อนนำข้อมูลไปใส่
    d. public void addEdge(String source, String destination) ทำหน้าที่คล้าย addEdge() ของ Graph เพียงแต่คุณต้องแฮช String source กับ destination ก่อน ตัวเลขที่ได้คุณสามารถเรียกใช้ base.addEdge() ได้เลย หรือคุณจะ Copy โค้ดจาก Graph มาลงก็ได้
    e. public void BFS(Vertex s) ทำหน้าที่ เดินทางจาก Vertex s ไปยังทุก ๆ Vertex ที่มีเส้นเชื่อมต่อกัน โดยเดินทางไปแบบ Breadth First Search ตามที่เรียนในห้อง นอกจากนี้ฟังก์ชัน BFS จะสามารถคำนวณระยะทางของ Vertex ที่อยู่ห่างออกไปนับจาก Vertex s ด้วยตัวแปร dist พร้อมกับบอกเส้นทางผ่านตัวแปร prev อีกด้วย
        - การสร้าง Queue ให้ใช้คำสั่ง Queue<Vertex> q = new Queue<Vertex>();
        - การ Enqueue และ Dequeue ให้ใช้คำสั่ง q.Enqueue() และ q.Dequeue() ตามลำดับ
        - สำหรับการนิยาม Infinity ขอให้นักศึกษาใช้ int.MaxValue แทนครับ
    f. public Stack<Vertex> getShortestPathList(Vertex S, Vertex U) ทำหน้าที่สร้างเส้นทางที่สั้นที่สุด เริ่มจาก Vertex U ย้อนกลับไปยัง Vertex S โดยวนลูป push Vertex ลงใน Stack ตั้งแต่ปลายทางกลับมา

จนต้นทาง ผ่านตัวแปรที่ชื่อว่า prev ซึ่งต้นแปรดังกล่าวจะต้องถูกกำหนดค่ามาแล้วจากฟังก์ชัน BFS() Psuedocode ของฟังก์ชันนี้อยู่ใน Slide ฝาก นศ แวะไปดูด้วย

- การสร้าง Stack ให้ใช้คำสั่ง Stack<Vertex> stack = new Stack<Vertex>();
- การ Push และ Pop ให้ใช้คำสั่ง stack.Push(U) และ stack.Pop(U) ตามลำดับ

g. public void printShortestPath(String s_str, String u_str) ทำหน้าที่แสดงเส้นทางที่สั้นที่สุดจากเมืองที่ชื่อว่า s_str เดินทางไปจนถึงเมืองที่ชื่อว่า u_str โดยขั้นตอนการทำงานจะเป็นดังนี้

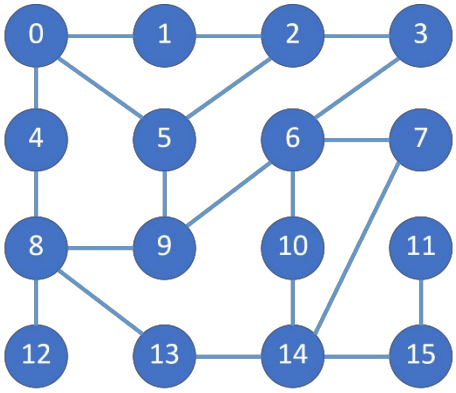
- ให้ทำการแฮช keys ที่เป็น String (s_str กับ u_str) ให้เป็น index เสียก่อน ผ่านฟังก์ชัน getListIndex()
- หลังจากนั้น ให้เอา index ที่ได้ไปดึง Vertex ออกมาจาก vertexList ก็จะได้ Vertex S กับ Vertex U
- ให้ทำ BFS ที่ Vertex S เพื่อระบุว่า Vertex อื่น ๆ ที่ประชิดกันนี้ มีระยะทางและเส้นทางมาหา Vertex S เป็นอย่างไร
- เรียกใช้ฟังก์ชัน getShortestPathList(S, U) เพื่อสร้างเส้นทางจาก U ย้อนกลับมา S ผลลัพธ์ที่ได้จะออกมาเป็น Stack
- ให้ นศ pop Stack ที่ว่าออกทีละอัน ผลลัพธ์จากการ pop ก็จะเป็นเส้นทางจากเมือง S ไปยังเมือง U ที่ถูกต้องครับ

h. public void showVertexList() ทำหน้าที่แสดงสมาชิกที่อยู่ใน list ไล่ไปทีละตัว ฟังก์ชันนี้ทำเสร็จแล้ว นศ. เอาไปใช้ได้เลย

3. สำหรับรายละเอียดของ Class อื่น ๆ หรือฟังก์ชันอื่น ๆ ขอให้นักศึกษา ศึกษาเองตามตัวอย่างในหน้าถัดไป

ตัวอย่างการทำงานที่ 1

กำหนดให้โครงสร้างข้อมูลกราฟ คือแผนภาพดังต่อไปนี้ โดยมี Vertex ทั้งสิ้น 16 Vertices และมี Edge ทั้งสิ้น 20 Edges



เมื่อนักศึกษาแก้โค้ดตั้งต้นอาจารย์ได้เสร็จสิ้นแล้ว โค้ดดังต่อไปนี้ ควรที่จะสามารถสร้าง Graph ได้ตามกำหนด

```
Graph graph = new Graph(32);
for (int i=0; i<16; i++)
    graph.addVertex(i);

graph.addEdge(0, 1);    graph.addEdge(0, 5);    graph.addEdge(0, 4);    graph.addEdge(1, 2);
graph.addEdge(2, 5);    graph.addEdge(2, 3);    graph.addEdge(3, 6);    graph.addEdge(4, 8);
graph.addEdge(5, 9);    graph.addEdge(6, 7);    graph.addEdge(6, 10);   graph.addEdge(6, 9);
graph.addEdge(7, 14);   graph.addEdge(8, 9);    graph.addEdge(8, 13);   graph.addEdge(8, 12);
graph.addEdge(10, 14);  graph.addEdge(11, 15);  graph.addEdge(13, 14);  graph.addEdge(14, 15);
```

เมื่อเราต้องการเช็คว่า Vertex key = 0 มี Vertex ที่เป็นเพื่อนบ้านกัน (มี Edge เชื่อมต่อหากัน) มีอะไรบ้าง นักศึกษาสามารถที่จะเรียกคำสั่ง

```
graph.showAdjacentVertices(0);
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

```
Vertex 0 connected to the following vertices: 1, 5, 4,
```

คุณสามารถเช็ค Vertex อื่น ๆ ได้อีกว่าเชื่อมต่อกันได้อย่างถูกต้องหรือไม่

```
graph.showAdjacentVertices(1);
graph.showAdjacentVertices(5);
graph.showAdjacentVertices(14);
graph.showAdjacentVertices(11);
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

```
Vertex 1 connected to the following vertices: 0, 2,
Vertex 5 connected to the following vertices: 0, 2, 9,
Vertex 14 connected to the following vertices: 7, 10, 13, 15,
Vertex 11 connected to the following vertices: 15,
```

ต่อไปเป็นการทดสอบ Depth First Search คุณสามารถเรียกใช้คำสั่งคือ

```
graph.DFS();
Console.WriteLine("Number of connected components = " + (graph.cc – 1));
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

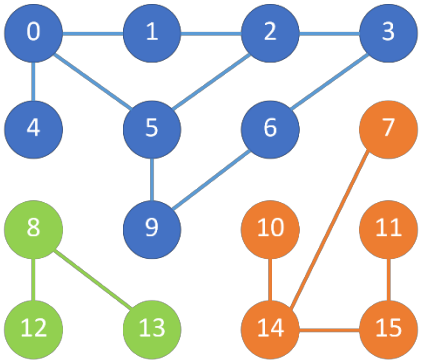
```
0/1 –> 1/1 –> 2/1 –> 5/1 –> 9/1 –> 6/1 –> 3/1 –> 7/1 –> 14/1 –> 10/1 –> 13/1 –> 8/1 –> 4/1 –> 12/1 –> 15/1 –> 11/1 –>
Number of connected components = 1
```

ผลลัพธ์จะรายงานสองตัวเลขต่อหนึ่ง Vertex คั่นโดย / (slash) โดยตัวเลขแรก แสดงถึงค่า key ของ Vertex ส่วนตัวเลขที่สองคือ Connected Component Number การที่ทุกค่าให้ Connected Component Number เป็นค่าเดียวกันหมดแปลว่า ทุก ๆ Vertex มีเชื่อมไปมาหากันหมด นับเป็นวัตถุก้อนใหญ่ได้หนึ่งก้อน ว่าซั่น

การเดินทางแบบ DFS จาก Vertex แรกไปยัง Vertex สุดท้าย สามารถอ่านได้จากตัวเลขตัวหน้า ดังตัวอย่างคือ 0, 1, 2, 5, 9, 6, 3, 7, 14, 10, 13, 8, 4, 12, 15, 11 การเดินทางแบบนี้ก็จะเป็น DFS ครับ

ตัวอย่างการทำงานที่ 2

กำหนดให้โครงสร้างข้อมูลกราฟ คือแผนภาพดังต่อไปนี้ โดยมี Vertex ทั้งสิ้น 16 Vertices และมี Edge ทั้งสิ้น 15 Edges



โค้ดดังต่อไปนี้ควรที่จะสามารถสร้าง Graph ได้ตามกำหนด

```
Graph graph = new Graph(32);
for (int i=0; i<16; i++)
    graph.addVertex(i);

graph.addEdge(0, 1);      graph.addEdge(0, 5);      graph.addEdge(0, 4);      graph.addEdge(1, 2);
graph.addEdge(2, 5);      graph.addEdge(2, 3);      graph.addEdge(3, 6);      graph.addEdge(5, 9);
graph.addEdge(6, 9);      graph.addEdge(7, 14);     graph.addEdge(8, 13);     graph.addEdge(8, 12);
graph.addEdge(10, 14);    graph.addEdge(11, 15);    graph.addEdge(14, 15);
```

และเมื่อประยุกต์ Depth First Search เพื่อนับจำนวน Connected Component ตามที่เรียนในห้อง คุณสามารถที่เรียกใช้คำสั่งได้ดังนี้

```
graph.DFS();
Console.WriteLine("Number of connected components = " + (graph.cc – 1));
for (int i = 0; i < 16; i++)
    graph.showAdjacentVertices(i);
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

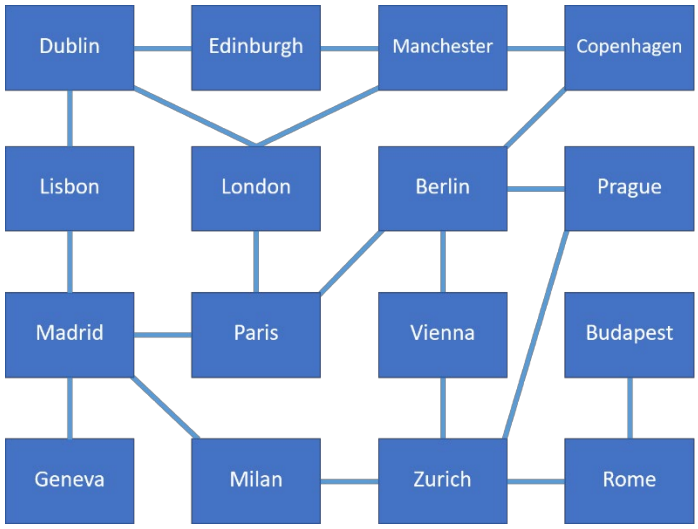
```
0/1 –> 1/1 –> 2/1 –> 5/1 –> 9/1 –> 6/1 –> 3/1 –> 4/1 –> 7/2 –> 14/2 –> 10/2 –> 15/2 –> 11/2 –> 8/3 –> 13/3 –> 12/3 –>
Number of connected components = 3
Vertex 0 connected to the following vertices: 1, 5, 4,
Vertex 1 connected to the following vertices: 0, 2,
Vertex 2 connected to the following vertices: 1, 5, 3,
Vertex 3 connected to the following vertices: 2, 6,
Vertex 4 connected to the following vertices: 0,
```

```
Vertex 5 connected to the following vertices: 0, 2, 9,
Vertex 6 connected to the following vertices: 3, 9,
Vertex 7 connected to the following vertices: 14,
Vertex 8 connected to the following vertices: 13, 12,
Vertex 9 connected to the following vertices: 5, 6,
Vertex 10 connected to the following vertices: 14,
Vertex 11 connected to the following vertices: 15,
Vertex 12 connected to the following vertices: 8,
Vertex 13 connected to the following vertices: 8,
Vertex 14 connected to the following vertices: 7, 10, 15,
Vertex 15 connected to the following vertices: 11, 14,
```

ผลลัพธ์จะแสดงให้เห็นว่า Vertex แต่ละอันนั้นอยู่ในกลุ่มไหน ซึ่งจากรูป จะมีอยู่สามกลุ่มและผลลัพธ์ก็แสดงให้เห็นว่าโปรแกรมสามารถนับจำนวนกลุ่มได้ถูกต้อง สังเกตด้วยว่าในการเดินทางในกลุ่มเดียวกัน จะเป็นการเดินทางแบบ DFS โดยเริ่มจาก Vertex แรกสุดที่อยู่ในลิสต์

ตัวอย่างการทำงานที่ 3

กำหนดให้โครงสร้างข้อมูลกราฟ คือแผนภาพดังต่อไปนี้ โดยมี Vertex ทั้งสิ้น 16 Vertices และมี Edge ทั้งสิ้น 20 Edges และ Key ที่บรรจุไว้ใน Vertex แต่ละตัวนั้น กำหนดให้เป็น String ของชื่อเมืองหลวง (Capital Cities)



จงประยุกต์อัลกอริทึม Breadth First Search ตามที่เรียนในห้องเพื่อหาเส้นทางที่สั้นที่สุดระหว่างเมืองสองเมืองใด ๆ โดยกำหนดให้การแก้ปัญหานี้ ให้ใช้ class HashGraph ที่มีแฮชฟังก์ชันที่ทำหน้าที่แปลงชื่อเมืองไปเป็น Array Index ให้ ซึ่งถ้า Array Index ที่แฮชได้ เกิดการชน (Collision) โปรแกรมก็จะแก้ปัญหาการชนด้วย Quadratic Probing ตามที่เรียนในห้อง

อาจารย์กำหนดให้คุณใช้ Parameters ดังต่อไปนี้เพื่อสร้าง Polynomial Hashing ตามที่เรียนในห้อง โดยมี p = 101111, x = 101, m = 32

โค้ดดังต่อไปนี้ควรที่จะสามารถสร้าง Graph ได้ตามกำหนด

```
int p = 101111; // Big Prime (Hash key1)
int x = 101;    // Small number (Hash key2)
HashGraph graph = new HashGraph(32, p, x);

String[] cities = new String[]["Dublin", "Edinburgh", "Manchester",
    "Copenhagen", "Lisbon", "London", "Berlin", "Prague", "Madrid",
    "Paris", "Vienna", "Budapest", "Geneva", "Milan", "Zurich", "Rome"];
for (int i = 0; i < 16; i++)
{
    graph.addVertex(cities[i]);
}
```

หากต้องการทราบว่าเมืองเหล่านี้ถูกบรรจุไว้ใน array vertexList ที่ตำแหน่งใด เราสามารถเรียกใช้ฟังก์ชัน showVertexList() (อันนี้อาจารย์เขียนให้เสร็จแล้วนะครับ) จะได้ว่า

vertexList[0] contains Geneva	vertexList[8] contains Rome	vertexList[16] contains Lisbon	vertexList[24] contains Edinburgh
vertexList[1] contains Milan	vertexList[9] contains Madrid	vertexList[17] null	vertexList[25] null
vertexList[2] null	vertexList[10] null	vertexList[18] null	vertexList[26] contains Budapest
vertexList[3] contains Dublin	vertexList[11] null	vertexList[19] null	vertexList[27] null
vertexList[4] contains Manchester	vertexList[12] null	vertexList[20] null	vertexList[28] contains Paris
vertexList[5] contains Prague	vertexList[13] contains Copenhagen	vertexList[21] contains Berlin	vertexList[29] null
vertexList[6] contains London	vertexList[14] null	vertexList[22] null	vertexList[30] contains Vienna
vertexList[7] contains Zurich	vertexList[15] null	vertexList[23] null	vertexList[31] null

ตรงนี้ นศ สามารถนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของตัวเองได้ ว่าทำ Hashing ถูกต้องหรือไม่ เมื่อถูกต้องแล้วก็ไปต่อกันครับ

หากต้องการเชื่อมเส้นทางของสองเมืองเข้าหากัน ก็จะเขียนโค้ดเพิ่มเติมว่า

```
graph.addEdge("Dublin", "Edinburgh");        graph.addEdge("Dublin", "London");
graph.addEdge("Dublin", "Lisbon");         graph.addEdge("Edinburgh", "Manchester");
graph.addEdge("Manchester", "London");         graph.addEdge("Manchester", "Copenhagen");
graph.addEdge("Copenhagen", "Berlin");         graph.addEdge("Lisbon", "Madrid");
graph.addEdge("London", "Paris");         graph.addEdge("Berlin", "Prague");
graph.addEdge("Berlin", "Vienna");         graph.addEdge("Berlin", "Paris");
```

```
graph.addEdge("Prague", "Zurich");          graph.addEdge("Madrid", "Paris");
graph.addEdge("Madrid", "Milan");          graph.addEdge("Madrid", "Geneva");
graph.addEdge("Vienna", "Zurich");          graph.addEdge("Budapest", "Rome");
graph.addEdge("Milan", "Zurich");          graph.addEdge("Zurich", "Rome");
```

เมื่อเราต้องการเช็คว่าเมือง Paris, Zurich, Geneva ติดต่อกับเมืองใดบ้าง นักศึกษาสามารถที่จะเรียกคำสั่งดังต่อไปนี้

```
graph.showAdjacentVertices(graph.getListIndex("Paris"));
graph.showAdjacentVertices(graph.getListIndex("Zurich"));
graph.showAdjacentVertices(graph.getListIndex("Geneva"));
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

```
Vertex Paris connected to the following vertices: London, Berlin, Madrid,
Vertex Zurich connected to the following vertices: Prague, Vienna, Milan, Rome,
Vertex Geneva connected to the following vertices: Madrid,
```

เมื่อเราต้องการค้นหาเส้นทางว่า เส้นทางที่สั้นที่สุดระหว่างเมือง London ไปยัง Budapest และ เมือง Berlin ไป Dublin (ต้องผ่านเมืองไหนบ้าง) นักศึกษาสามารถที่จะเรียกคำสั่งดังต่อไปนี้

```
graph.printShortestPath("London", "Budapest");
graph.printShortestPath("Berlin", "Dublin");
```

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

```
London –> Paris –> Berlin –> Prague –> Zurich –> Rome –> Budapest –>
Berlin –> Paris –> London –> Dublin –>
```

ซึ่งเมื่อตรวจสอบกับแผนภาพด้านบนก็จะพบว่า เส้นทางที่แสดงนี้เป็นเส้นทางที่สั้นที่สุดแล้ว