网络流建图的几个角度

最小割模型：

两类物品，A类带有费用，B类带有价值。获得所有价值，于是物品二分类，A类和S相连，B类和T相连，求解最小割。

物品之间的约束如果是强制性的就视为无穷大边。如果只有这种约束就是最大权闭合子图。

还可以在A和B两类物品之间产生形如"不选a_i且选b_i"的代价。意义是显然的，直接连(a_i, b_i, v)。

同理有：

如果A, B都是自带价值的，意义要调整为"选a_i且选b_i"的代价。

考虑建更多点的图：

选每个点要付费v_i，同时选两个点可以获得$w(i, j)$。对于每个$w(i, j)$对建一个带正权的点就做完了。

选每个点都有若干价值，任意两个点之间存在不超过四种关系，产生一些费用或收益。分别为$(0, 0), (1, 1), (0, 1), (1, 0)$。此时可以联立方程组，一共五条边，按实际意义存在四种割，通过调整如果能保证解出来的边权都是非负的就做完了。

最大密度子图：二分或者三分密度，如果m比较小直接跑最大权闭合子图。进一步如果没有边权可以直接转化成最小割问题来做。可以做到$O(logA \times maxflow(m, m))$。题外话：$mincut(n, m)$已经存在$O(n^2 log^3 n)$的随机化做法，理论上吊打网络流了。

需要注意题目里隐含的一些二分类约束：1. 和为素数 2.四联通网格图 3. 偏序集 4. ...

匹配类模型

复习：流量平衡，搞两个新点控制流量就没有上下界了。如果带源汇的话，汇点向源点连正无穷。

对于二分类匹配问题，有一些点必须在匹配里，有一些点不一定要在匹配里，此时求最大匹配就是上下界网络流。因为是分层图复杂度是$O(m^{1.5})$。

二分图最小路径覆盖=最大独立集=$N-$最大匹配

二分图最大匹配=最小边覆盖

DAG的最小不相交路径覆盖：拆点，每个点分为入点和出点，连边就是出点往如点连边。原图变成了一个二分图。

流量控制类模型

存在某些约束，简单的合法性判定可以通过拆点加上下界网络流做。

如果存在某种权值参数的最优化，通常需要利用费用维度进行。经典的是求导后如果是分段单增函数可以建$O(\text{段数})$条边。