

题意：有长为 n 的序列 a, b 。定义一个子集 S 是好的当且仅当不存在 $i, j \in S, i \neq j, a_i > b_j$ 。对每个前缀求最大的好子集大小。

考虑好子集的形态。实际上是选中一个分界点 t ，将 $a_i \leq t \leq b_i$ 的点全部选择，再最多选一个点 p 有 $\max a_i < b_p < \min b_i$ 加入。不考虑加上的这个点 p 可以动态维护每个 t 对应的答案，转化为区间加全局 \max 。我们称此时答案为初始答案。

我们将 $a_i < b_i$ 的称作一类点，其余称作二类点。一个点对应的区间是 $[\min(a_i, b_i), \max(a_i, b_i)]$ 。那么容易发现存在一个 p 能让答案加一的充要条件就是，存在一个二类点对应区间被初始答案个一类点对应区间包含。于是可以做到平方。

考虑动态维护所有二类点对应区间被包含几次。我们注意到如果两个二类区间存在包含关系，只有小的有用。使用 set 维护。那么这样左端点递增右端点也递增，后面的一类区间对其贡献可以直接线段树维护，前面的部分需要计算一个动态 2side 数点。很不幸，看起来你需要 $2\log$ ，而 $2\log$ 显然过不去。

事实上，我们仍然需要一性质：注意到将一类区间一起加入 set 中，不会影响其正确性。证明考虑如果一个二类区间包含了一个一类区间，那么这个二类区间必然不会成为使答案加一的关键区间（若是，则里面的一类区间必然会让答案加一，而这个二类区间就不符合条件）。然后此时的 l-r 二维图就明朗了很多：我们要计算一个点左上角点数，然而右下角是没有点的。这意味着可以把 2-side 转化为两个 1-side。于是可以直接 $1\log$ 维护。