东南大學 能源与环境学院
Southeast University School of Energy and Environment

反应堆控制及核电站仪控系统

核工程与核技术本科专业课

陈 达 核科学与技术系

2023年4月16日

本课程教学内容

第一章　绪论（陈达）

第二章　热工对象与PID控制（黄东篱）

第三章1 串级控制系统（黄东篱）

第三章2 导前微分双回路系统（黄东篱）

第三章3 前馈-反馈控制系统（陈达）

第三章4 比值控制系统（陈达）

第三章5 大迟延控制系统（陈达）

第三章6 多变量控制系统（陈达）

复杂控制系统理论

第四章　蒸汽发生器水位控制系统 （陈达）

第五章　稳压器控制系统（陈达）

第六章　反应性控制（黄东篱）

第七章　负荷控制（黄东篱）W

反应堆控制系统

第三章　复杂控制系统

3.6 多变量控制系统

（对应教材第九章）

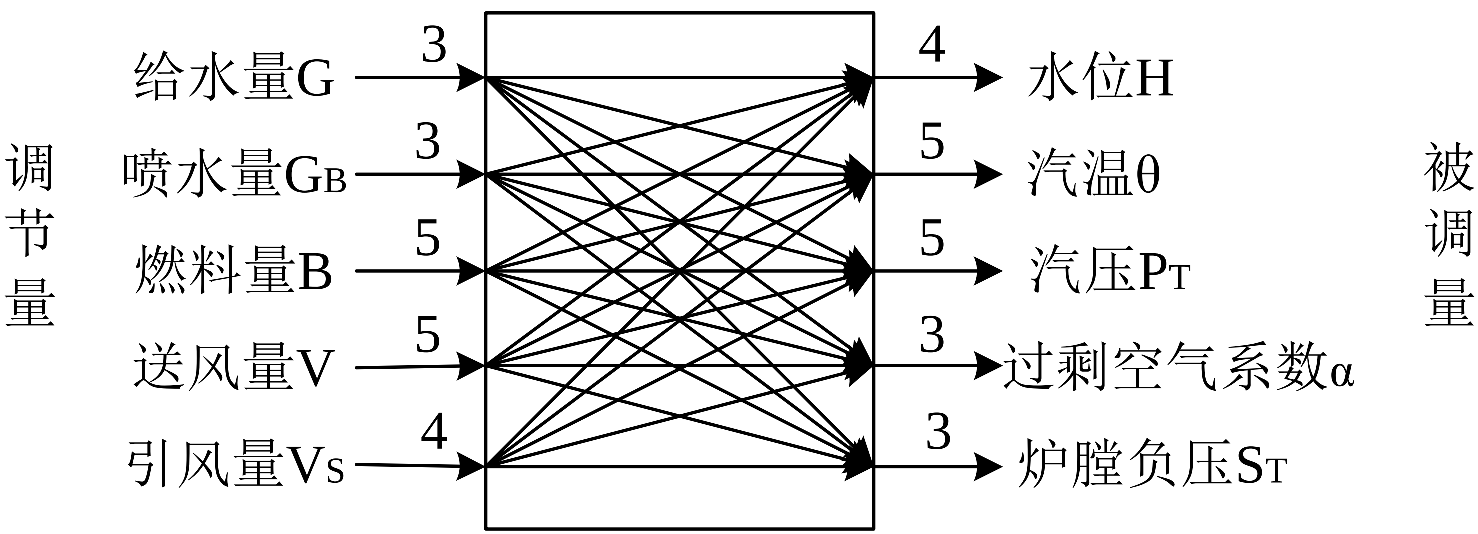
3.6.1 概述

3.6.2 耦合程度与相对增益

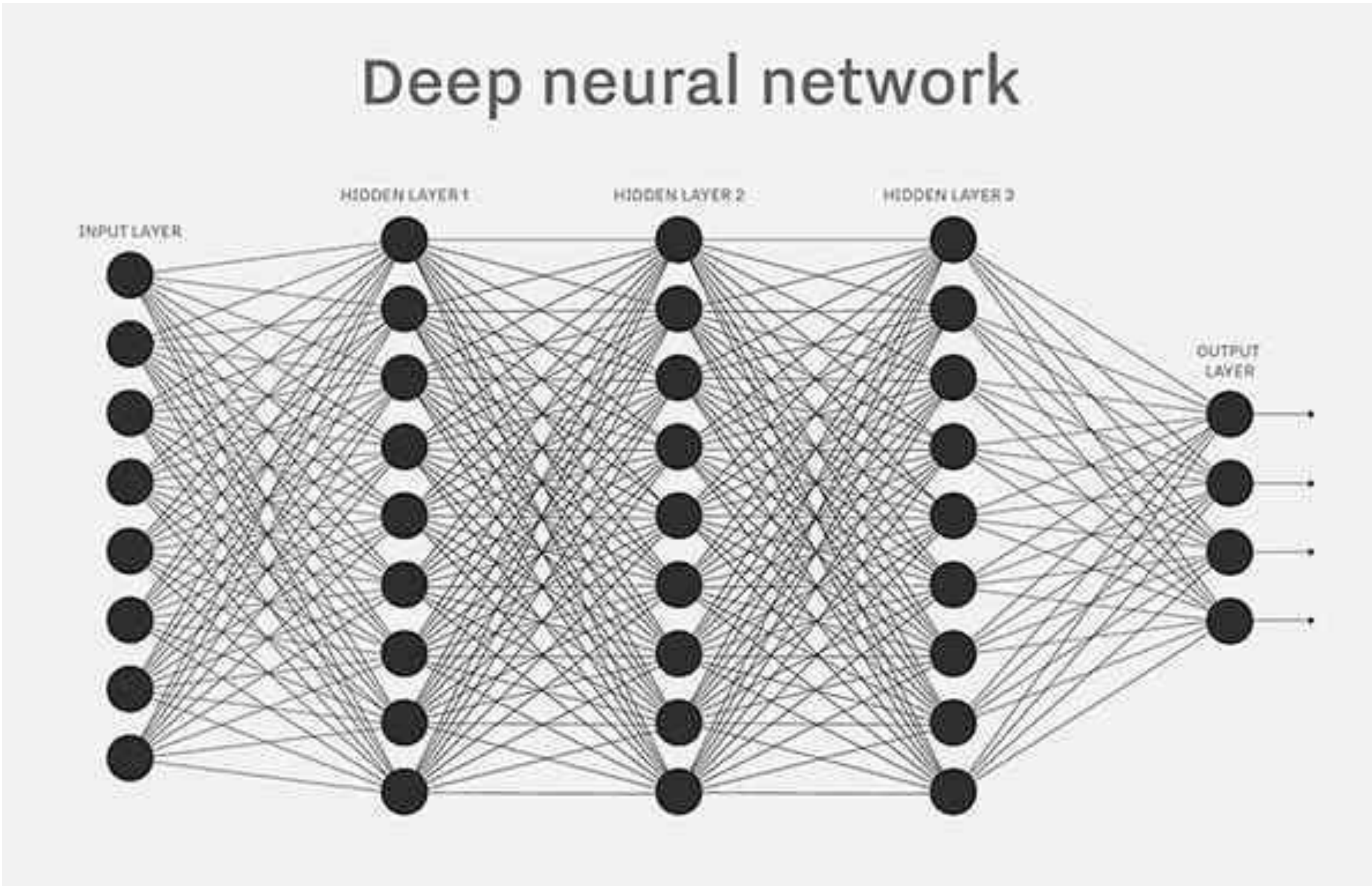
3.6.3 多变量控制系统解耦

3.5.1 多变量控制系统

前面几章我们主要介绍的都是单变量控制系统（大部分），即只有一个被调量和调节量。在实际生产过程中某些对象是多输入一多输出的，它有多个被调量和多个调节量。例如，在火力发电厂中，锅炉本身就是一个多变量控制对象：



拓展：深度学习神经网络与黑箱理论



一、多变量控制系统定义

我们称具有这种特点的对象为多变量调节对象，针对这种调节对象组成的控制系统成为多变量控制系统。当被控参数和控制参数都不止一个，且每一个被控参数受多个控制参数的影响，每一个控制参数对多个被控参数有影响。

表示方法——传递函数矩阵：

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & \cdots & W_{1q}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{p1}(s) & \cdots & W_{pq}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_q(s) \end{bmatrix}$$

被调量列向量　　被控对象传递函数矩阵　　调节量列向量

$$
\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ \vdots \\ Y_p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & \cdots & W_{1q}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{p1}(s) & \cdots & W_{pq}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_q(s) \end{bmatrix}
$$

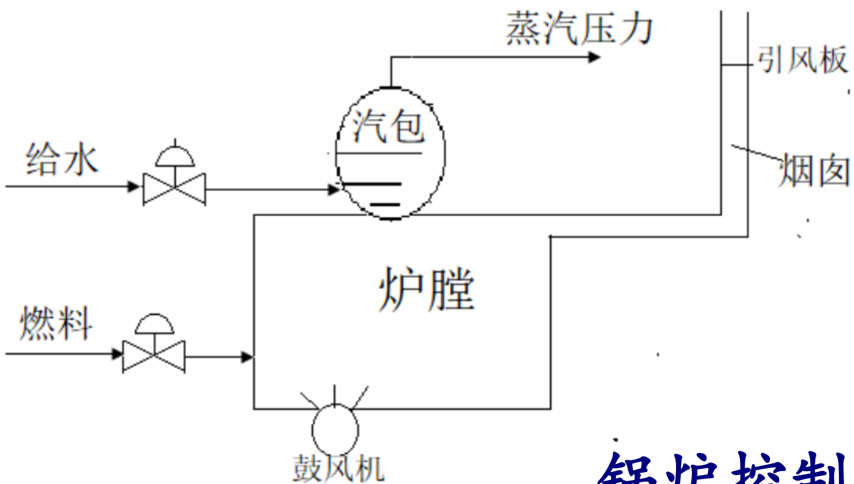
- **当W(s)为对角矩阵时：**

Ui只影响对应的Yi，而不影响其他输出，被控对象可划分若干个单输入单输出的独立被控区域，可按具有一个被调量被控对象来处理。

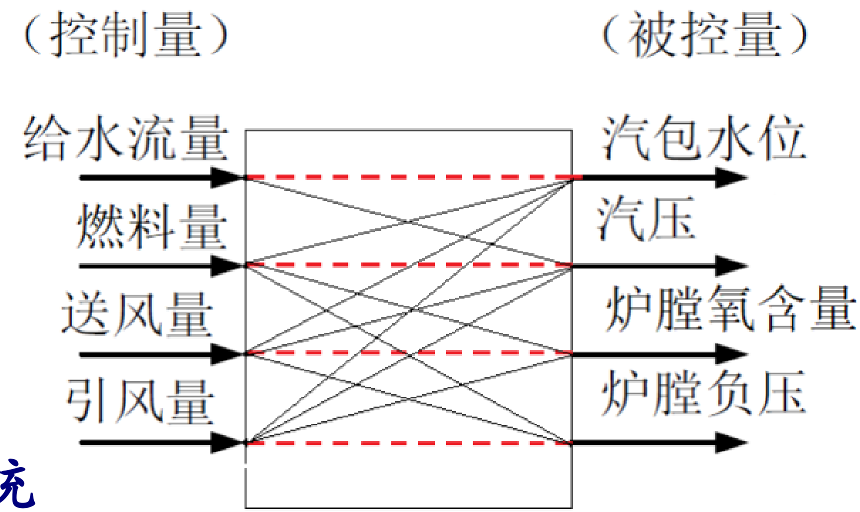
- **当W(s)不为对角矩阵时：**

为非独立控制即每一个控制作用除了影响“自己的”被调量外还影响其他被调量。被调量之间的相互耦合和相互影响需用解耦控制或协调控制来解决。

二、多变量控制系统在工程应用中的问题



锅炉控制系统

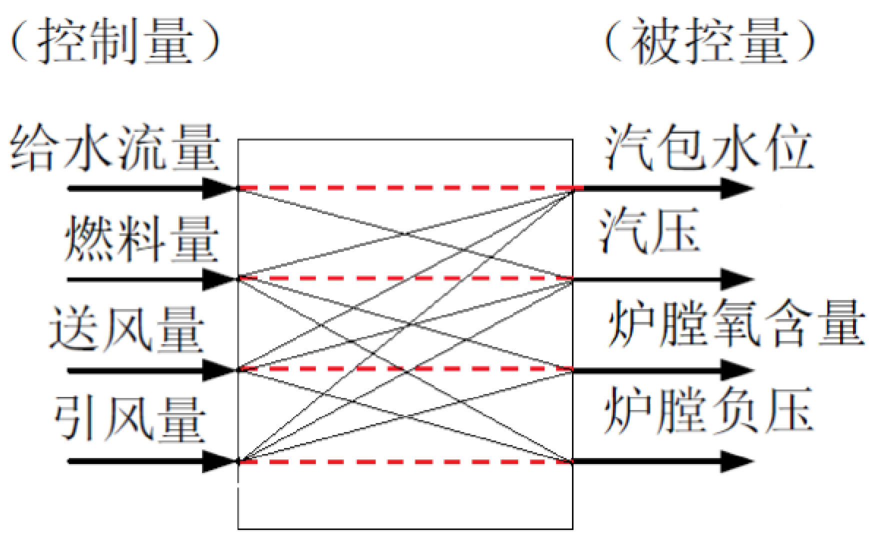


- 蒸汽压力控制系统（控制参数为燃料阀）——生产需求
- 汽包水位控制系统（控制参数为送水阀）——生产安全
- 空燃比值控制系统（控制参数为鼓风机）——经济性节能
- 炉膛负压控制系统（控制参数为引风板）——生产安全

多变量锅炉控制系统的传递函数

$$\begin{bmatrix} L \\ P_1 \\ O_2 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & W_{13}(s) & W_{14}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & W_{23}(s) & W_{24}(s) \\ W_{31}(s) & W_{32}(s) & W_{33}(s) & W_{34}(s) \\ W_{41}(s) & W_{42}(s) & W_{43}(s) & W_{44}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

工程中更愿意用多个单回路解决问题……



- 如何进行变量配对：哪一个控制参数和被控参数建立一个单回路系统？ **（红虚线）**
- 配对以后其他因素（称为关联） 的影响怎么处理？

三、多变量控制系统要解决的主要问题

关联（耦合）程度：关联性是指在一个闭环系统中，当设定值r作变动后，除了对应的输出变量yi外，其余的输出变量yj(不等于i)是否随而响应。响应强烈的就表明关联得厉害。关联也称为耦合。

如何判断耦合的强弱？——引入相对增益的概念

以及相应的解决方案？——多变量控制系统解耦

第三章　复杂控制系统

3.6 多变量控制系统

（对应教材第九章）

3.6.1 概述

3.6.2 耦合程度与相对增益

3.6.3 多变量控制系统解耦

3.6.2 耦合程度与相对增益

一、相对增益的概念：

Bristol提出**相对增益**概念来衡量多变量控制系统的耦合（关联）程度。

相对增益 λ_{ij}：表示第j个输入u对第i个输出y的影响力

$$\lambda_{ij}=\frac{p_{ij}}{q_{ij}}=\frac{\left.\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j}\right|_{u_r}}{\left.\dfrac{\partial y_i}{\partial u_j}\right|_{y_r}}$$

分子项称为第一增益：**在其他回路都为开环时**，第j个输入u对第i个输出y的增益。

分母项称为第二增益：**在其他回路都为闭环时**，第j个输入u对第i个输出y的增益

对于下列一个2×2的系统：

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = -2u_1 + 3u_2$$
$$y_2 = 4u_1 + u_2$$

第一增益 $\left.\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right|_{u_2=C} = -2$

第二增益 $\left.\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right|_{y_2=C}$

$$\boxed{\lambda_{11} = \frac{2}{14}}$$

$$y_1 = -2u_1 + 3(y_2 - 4u_1)$$

$$y_1 = -14u_1 + 3y_2 \qquad \left.\frac{\partial y_1}{\partial u_1}\right|_{y_2=C} = -14$$

二、相对增益矩阵

$$
\begin{array}{c} \\ \Lambda = \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \cdots & u_n \end{array} \\
\begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{array}
$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \\ \frac{6}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$y_1 = -2u_1 + 3u_2 \qquad \lambda_{11} = \frac{2}{14} \qquad \lambda_{12} = \frac{6}{7} \qquad \lambda_{21} = \frac{6}{7} \qquad \lambda_{22} = \frac{1}{7}$$

$$y_2 = 4u_1 + u_2$$

相对增益阵的特征：每行元素和为1，每列元素和为1

三、相对增益的物理意义

- 表明控制量u_j对输出y_i的控制受其他回路影响的程度；
- 表明系统静态的关联关系，不涉及动态关联。
- $\boldsymbol{\lambda_{ij}}$越接近1，表明受其他支路影响越小，越偏离1说明受耦合支路影响越大。

四、多变量控制系统耦合程度的判据

$\lambda_{\mathrm{ij}} = 1$，不受其他回路影响，无耦合

$\lambda_{ij} \neq 1$， 受其他回路影响，有耦合

$\lambda_{ij} > 0$， 受其他回路影响，但性质不变，正耦合

$\lambda_{ij} > 1$， 受其他回路的影响使第二增益小于第一增益

$0 < \lambda_{ij} < 1$， 受其他回路的影响使第二增益大于第一增益

$\lambda_{ij} < 0$， 受其他回路影响，性质变化，负耦合，会影响稳定性

五、多变量控制系统的变量配对

$\lambda_{ij} = 1$ 无耦合，配对用u_j控制y_i，

$0.8 < \lambda_{ij} < 1.2$ 耦合较弱，配对用u_j控制y_i，不需要解耦

$0 < \lambda_{ij} < 0.8$ 或 $\lambda_{ij} > 1.2$

耦合较强，如果配对用u_j控制y_i，需要解耦

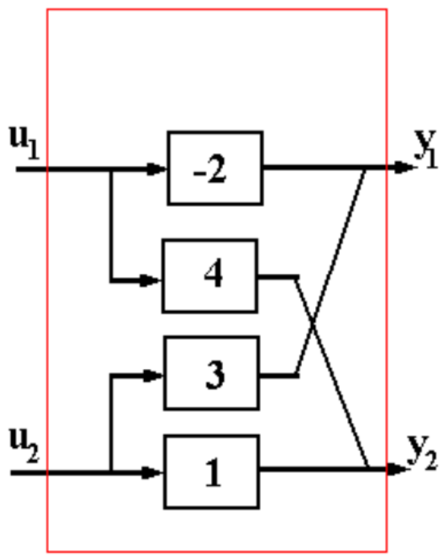
$\lambda_{ij} < 0$ 负耦合，避免配对用u_j控制y_i

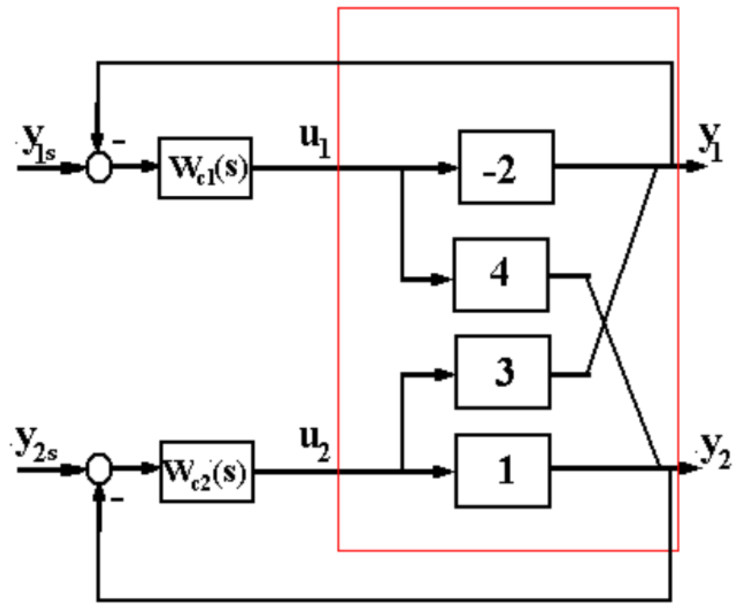
关联分析:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = -2u_1 + 3u_2$$
$$y_2 = 4u_1 + u_2$$

第一种方案:





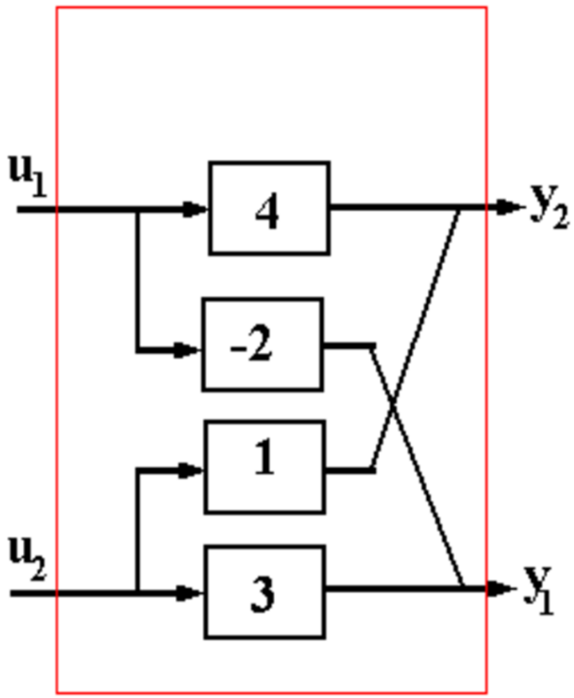
$$u_1 \rightarrow y_1 \qquad u_2 \rightarrow y_2$$

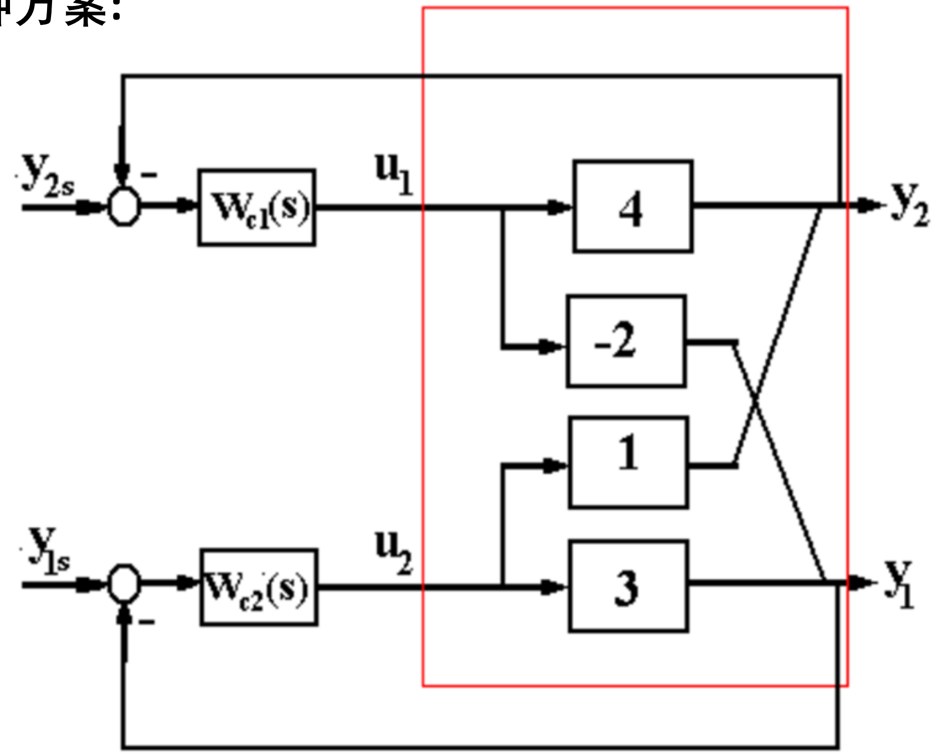
$$W_{c1} = W_{c2} = 1$$

$$y_1 = \frac{16}{14} y_{1s} - \frac{3}{14} y_{2s}$$

$$y_2 = -\frac{4}{14} y_{1s} + \frac{13}{14} y_{2s}$$

第二种方案:





$$u_1 \rightarrow y_2 \quad u_2 \rightarrow y_1 \qquad W_{c1} = W_{c2} = 1$$

$$y_1 = \frac{17}{22} y_{1s} - \frac{2}{22} y_{2s}$$

$$y_2 = \frac{1}{22} y_{1s} + \frac{9}{11} y_{2s}$$

$$y_1 = \frac{16}{14} y_{1s} - \frac{3}{14} y_{2s}$$

$$y_2 = -\frac{4}{14} y_{1s} + \frac{13}{14} y_{2s}$$

第三章　复杂控制系统

3.6 多变量控制系统

（对应教材第九章）

3.6.1 概述

3.6.2 耦合程度与相对增益

3.6.3 多变量控制系统解耦

一、多变量控制系统的解耦设计

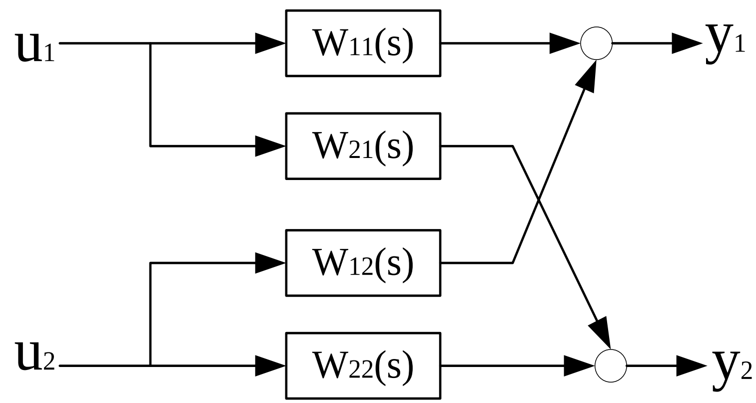
当系统变量配对后，对于需要解耦的系统，下一步就是解耦系统设计。

那么，什么是解耦呢?

$$W_0(s)=\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) & \cdots & W_{1n}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \\ W_{n1}(s) & \cdots & & W_{nn}(s) \end{bmatrix} \Rightarrow W_0'(s)=\begin{bmatrix} W_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & W_2(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & W_n(s) \end{bmatrix}$$

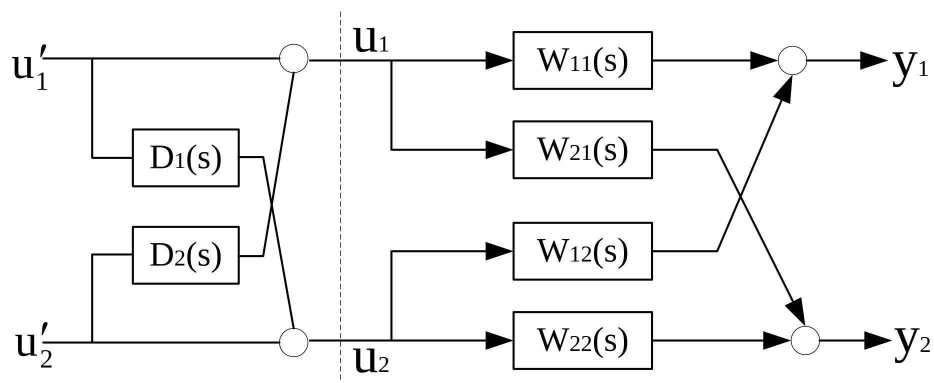
设计增加一些装置，使得等效系统模型变为**对角矩阵**。

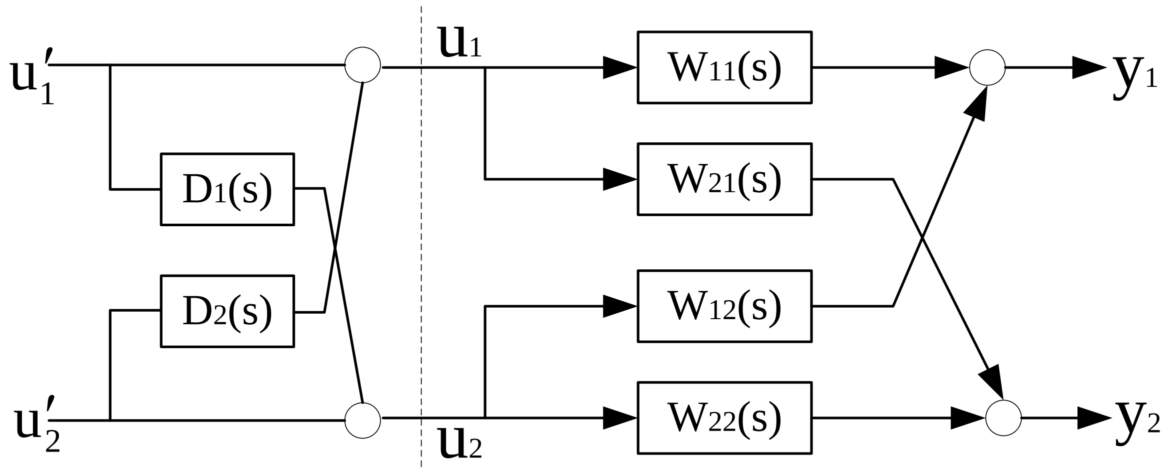
设计解耦补偿装置：设计一个补偿环节，用它来抵消存在于过程中的交互作用，以便独立地进行单回路调节。



目标：确定$D_1(s)$、$D_2(s)$，

- 使u_1'仅影响 y_1，不影响 y；
- 使u_2'仅影响 y_2，不影响 y_1。

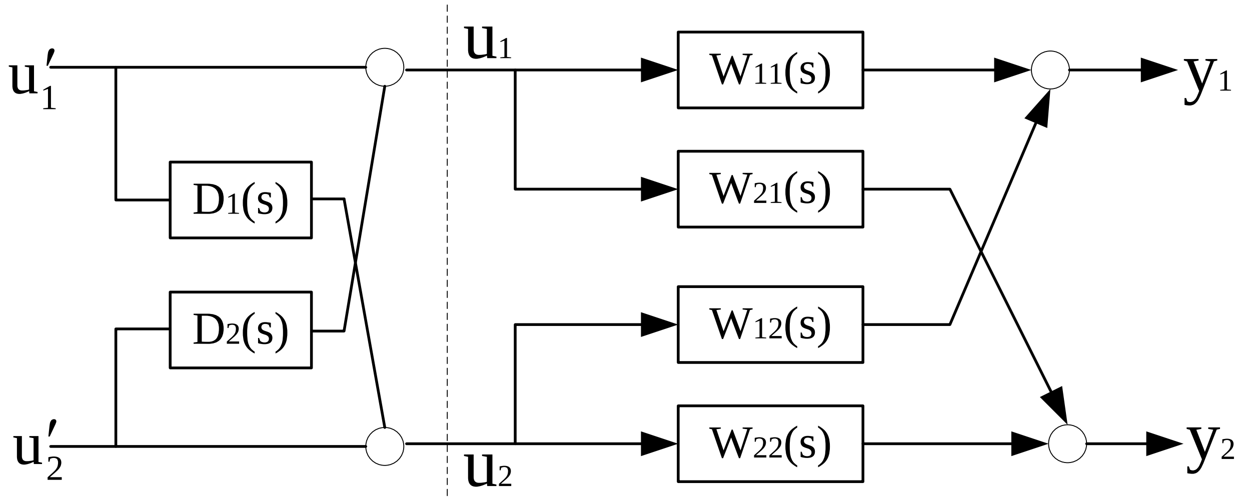




（1）使 u_1’不影响 y_2，则有：

$$\frac{y_2(s)}{u_1'(s)}=0\Rightarrow W_{21}(s)+D_1(s)W_{22}(s)=0\Rightarrow D_1(s)=-\frac{W_{21}(s)}{W_{22}(s)}$$

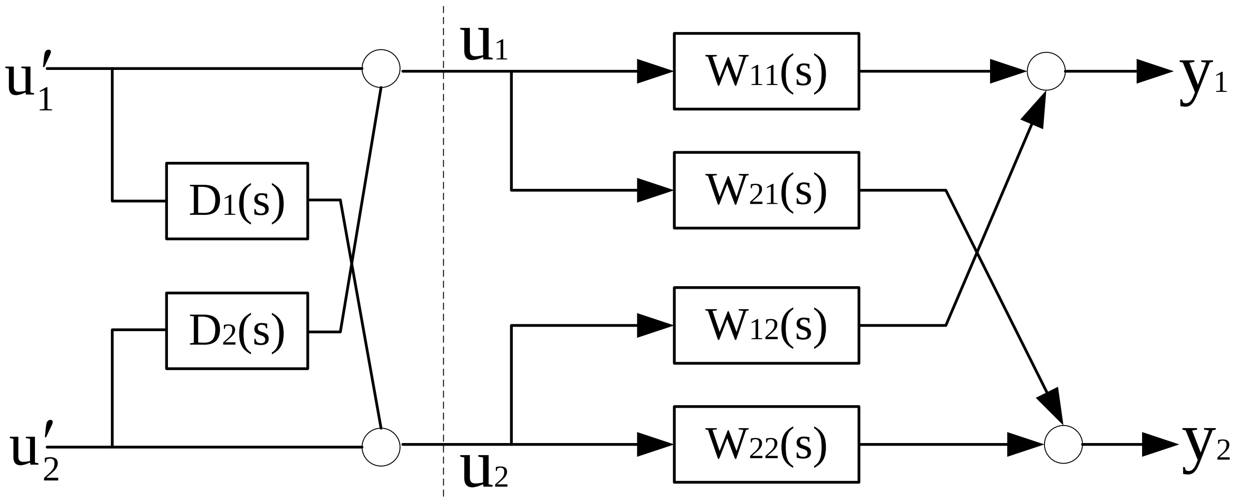
$$\frac{y_1(s)}{u_1'(s)}=W_{e_1}(s)=W_{11}(s)+D_1(s)W_{12}(s)$$



（2）使u_2'不影响y_1，则有：

$$\frac{y_1(s)}{u_2'(s)} = 0 \Rightarrow W_{12}(s) + D_2(s)W_{11}(s) = 0 \Rightarrow D_2(s) = -\frac{W_{12}(s)}{W_{11}(s)}$$

$$\frac{y_2(s)}{u_2'(s)} = W_{e_2}(s) = W_{22}(s) + D_2(s)W_{21}(s)$$



$$\begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & D_2(s) \\ D_1(s) & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} W_{11}(s) + W_{12}(s) D_1(s) & W_{11}(s) D_2(s) + W_{12}(s) \\ W_{21}(s) + W_{22}(s) D_1(s) & W_{21}(s) D_2(s) + W_{22}(s) \end{bmatrix}$$

$$\boxed{= \begin{bmatrix} \dfrac{W_{11}(s) W_{22}(s) - W_{12}(s) W_{21}(s)}{W_{22}(s)} & 0 \\ 0 & \dfrac{W_{11}(s) W_{22}(s) - W_{12}(s) W_{21}(s)}{W_{11}(s)} \end{bmatrix}}$$

多变量控制系统的传递函数变为对角矩阵

二、多变量控制系统解耦的常用方法

- 串联补偿法

  ——对角矩阵法

  ——单位矩阵法

- 反馈补偿法

- 前馈补偿法

对角矩阵法

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \Rightarrow W_0(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}$$

串联一个解耦装置 $W_D(s)$ $\Rightarrow$ $W_0(s) \cdot W_D(s) =$ 对角阵

$$W_D(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} W_1(s) & 0 \\ 0 & W_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\boxed{W_1(s) = W_{11}(s), W_2(s) = W_{22}(s)}$$

$$W_D(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix}$$

单位矩阵法

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \longrightarrow W_0(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & W_{12}(s) \\ W_{21}(s) & W_{22}(s) \end{bmatrix}$$

串联一个解耦装置 $W_D(s)$ $\longrightarrow$ $W_0(s) \cdot W_D(s) =$ 单位阵

$$W_D(s) = W_0(s)^{-1}$$

☐ 对角矩阵法：

系统较易实现，但系统解耦后特征值没变。

☐ 单位矩阵法：

系统解耦后特性改变，两个控制通道都为1，但系统不易实现。

举例说明：

$$W_0(s)=\begin{bmatrix}\frac{2}{s+1} & \frac{0.4}{s+1}\\ \frac{1}{s+1} & \frac{0.6}{s+1}\end{bmatrix}$$

对角矩阵法： $$W_D(s)=\begin{bmatrix}\frac{2}{s+1} & \frac{0.4}{s+1}\\ \frac{1}{s+1} & \frac{0.6}{s+1}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}\frac{2}{s+1} & 0\\ 0 & \frac{0.6}{s+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.5 & -0.3\\ -2.5 & 1.5\end{bmatrix}$$

单位矩阵法： $$W_D(s)=W_0(s)^{-1}=(s+1)\begin{bmatrix}0.75 & -0.5\\ -1.25 & 2.5\end{bmatrix}$$

物理上不能实现

三、解耦控制中的问题

1、实现问题（对角阵和前馈）

2、对模型精度要求很高

3、稳定性问题——负耦合一定要避免

4、关联分析没有考虑动态耦合问题

本章小结：

- ✓ 多变量控制系统的传递函数——矩阵
- ✓ 相对增益的概念和计算
- ✓ 相对增益的物理意义与变量配对
- ✓ 系统是否需要解耦
- ✓ 解耦方法：完全解耦的对角阵法

本章结束！