

最优化方法：基础知识习题解答

162350107 冉茂印

March 9, 2025

题目 1 (线性方程组求解). 给定线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_4 = -2 \end{cases}$$

请求解该方程组的解。

解答过程

Step1: 增广矩阵

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & -2 \end{array} \right]$$

Step2: 行化简

$$\begin{aligned} r_2 \leftarrow r_2 - r_1 &\implies \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -2 & -2 & -3 \end{array} \right] \\ r_2 \leftarrow \frac{r_2}{-3} &\implies \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Step3: 回代消元

$$r_1 \leftarrow r_1 - r_2 \implies \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{array} \right]$$

最终解

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (s, t \in \mathbb{R})$$