

## Задача А. Сумма

Посмотрим на выражение  $A - B$ . Во-первых, его значение обязательно должно быть четным, так как равно  $2 \cdot (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ . Во-вторых, так как в этом выражении каждое слагаемое натуральное, его значение должно быть не меньше, чем  $2 \cdot n$ . В случае, когда  $n$  положительно, достаточно сделать эти две проверки. В случае, когда  $n$  равно нулю, нужно проверить  $A$  и  $B$  на равенство.

## Задача В. Покраска

Обозначим ответ за  $f(n, m)$  (для однозначности давайте считать, что  $n \geq m$ , в противном случае аргументы функции меняются местами). Тогда по условию  $f(n, m) = f(n - m, m) + 1$ , а также  $f(n, n) = 1$ . Требовалось написать программу, вычисляющую такую рекуррентную формулу. Можно заметить, что вычисления в исходном виде достаточно объемные, но их можно быстро сжать, если группировать операции до тех пор, пока  $n > m$ . А именно, формулу пересчета можно переписать как  $f(n, m) = f(n \bmod m, m) + \lfloor \frac{n}{m} \rfloor$ . Такая формула имеет такую же вычислительную сложность  $O(\log n + \log m)$ , как и алгоритм Евклида, чего хватает для решения задачи.

## Задача С. Операции

Можно доказать, что правильный порядок вытаскивания элементов для Пети — порядок по возрастанию. Таким образом, можно проверить, хватает ли какого-то значения  $X$  на позицию  $x_0$  моделированием всей последовательности. Для того, чтобы найти итоговое оптимальное значение, можно воспользоваться бинарным поиском по ответу.

## Задача D. Конь

В задаче требовалось реализовать динамическое программирование  $dp_{i,j}$  — количество способов дойти до клетки  $(i, j)$ . Начальное значение  $dp_{1,1} = 1$ , переходы  $dp_{i,j} = dp_{i-1,j-2} + dp_{i-2,j-1}$ . Ответ лежит в значении  $dp_{n,m}$ .

## Задача Е. Горы

Назовем прыжком комбинацию переходов  $i \rightarrow i - a_i \rightarrow i - a_i + b_{i-a_i}$ .

Введем динамическое программирование  $dp_i$  — минимальное количество ходов, нужное для достижения 0, если начать в  $i$ .

Мы знаем, что  $dp_i = 1 + \min(dp_j + b_j)$ , для  $i - a_i \leq j \leq i$ . Эту динамику можно считать в обратную сторону. А именно, если из состояния достигим 0, то его  $dp$  равна 1. Если 0 не достигим, но достижимо состояние, из которого достигим 0, то  $dp$  равно 2, и так далее.

Таким образом, такой пересчет симулирует ни что иное, как поиск в ширину.

Рассмотрим пересчет bfs на стадии, когда все расстояния от 0 до  $d$  посчитаны. Возьмем состояние  $v$  ( $dp_v = d$ ) и все такие  $u$ , что  $u + b_u = v$ . Тогда для всех  $j$ , таких что  $j - a_j \leq u \leq j$  имеем  $dp_j = d + 1$ . Сохраним в дереве отрезков на минимум для каждой позиции  $i$  значение  $i - a_i$ . Тогда надо на суффиксе массива перебрать все элементы со значением меньше  $u$ .

Перебирать элементы можно явно, так как использованные элементы второй раз смотреть не нужно — их можно заменить на нейтральный элемент.

Итоговая асимптотика  $O(n \log n)$