

2. Избавимся от комбинированных и длинных правил:

1.  $S \rightarrow RS \mid R$
2.  $R \rightarrow AT_1 \mid CT_2 \mid AB \mid CD \mid \varepsilon$
3.  $T_1 \rightarrow SB$
4.  $T_2 \rightarrow RD$
5.  $A \rightarrow a$
6.  $B \rightarrow b$
7.  $C \rightarrow c$
8.  $D \rightarrow d$

Удалим  $\varepsilon$ -правила.

1.  $S \rightarrow RS \mid R \mid \varepsilon$
2.  $R \rightarrow AT_1 \mid CT_2 \mid AB \mid CD$
3.  $T_1 \rightarrow SB$
4.  $T_2 \rightarrow RD \mid D$
5.  $A \rightarrow a$
6.  $B \rightarrow b$
7.  $C \rightarrow c$
8.  $D \rightarrow d$

Поменяем стартовое состояние:

1.  $S' \rightarrow S \mid \varepsilon$
2.  $S \rightarrow RS \mid R$
3.  $R \rightarrow AT_1 \mid CT_2 \mid AB \mid CD$
4.  $T_1 \rightarrow SB$
5.  $T_2 \rightarrow RD \mid D$
6.  $A \rightarrow a$
7.  $B \rightarrow b$
8.  $C \rightarrow c$
9.  $D \rightarrow d$

Удалим унарные правила:

1.  $S' \rightarrow S \mid \varepsilon$
2.  $S \rightarrow RS \mid AT_1 \mid CT_2 \mid AB \mid CD$
3.  $R \rightarrow AT_1 \mid CT_2 \mid AB \mid CD$
4.  $T_1 \rightarrow SB$
5.  $T_2 \rightarrow RD \mid d$
6.  $A \rightarrow a$
7.  $B \rightarrow b$

8.  $C \rightarrow c$

9.  $D \rightarrow d$

3. Является.

Грамматика:  $S \rightarrow aaS \mid Sbb \mid aSb \mid ab \mid aa \mid bb$

Так как каждый раз мы добавляем по 2 символа, добавляя  $a$  только в начало и  $b$  только в конец, то в итоге получится что-то из  $a^m b^n : (m+n)$  кратно 2

Теперь осталось показать что для любых  $w = a^m b^n$  : таких что  $(m+n)$  кратно 2 существует какой-то вывод

Применим правило  $S \rightarrow aSb$   $\min(m, n)$  раз, если  $m = n$  то на последнем шаге вместо  $S \rightarrow aSb$  применим  $S \rightarrow ab$ .

Осталось добавить еще  $(m-n)$  букв  $a$  или  $(n-m)$  букв  $b$  (если  $m \neq n$ ).

Т.к  $m+n = m+m+(n-m) = n+n+(m-n)$  четное то  $m-n$  и  $n-m$  тоже четные, а значит правилами  $aaS$  или  $Sbb$  мы можем добавить сколько надо, но на последнем шаге вместо  $aaS$  нужно использовать  $aa$ , а вместо  $Sbb$   $bb$