

重畳関数について with Common Lisp

MIYAO Satoaki

December 15, 2018

目次

- 自己紹介
- 重畳関数について
- 数学的な話

自己紹介

- Miyao Satoaki
- twitter: @myao_s_moking
- github: myaosato
- 最近、数学の方のイベントにも関わりだした

重畳関数

- reduce お好きですか?

reduce (hold)

- 日本語では重畳関数
- reduce とか、hold と呼ばれます
- リスト (配列) の要素を順番に処理をして新しい値に変える関数

検索キーワードとして

- 検索すると関数型云々とか引っかかる
- 再帰呼び出しとも関係している

reduce とは

- (リストの)reduce の一般化
- 結局、重畳関数ってなによ

reduce(リスト版)

- 要素を順番に処理
- オプションや別名の関数で、処理する方向が逆に
- デモ

reduce(リスト版)

- リストを作り変えるという操作
- コンストラクタと強い関係がある (holdr)

reduce(tree 版)

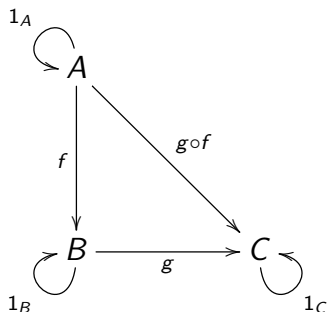
- 同じように木構造にも適用できる
- デモ

reduce(自然数版)

- 自然数なんかにも使える
- 自然数とは、0 から始まって 1, 2, 3 と続く数
- デモ

圏論って

- 数学のある分野
- プログラミングとも関連している (らしい)



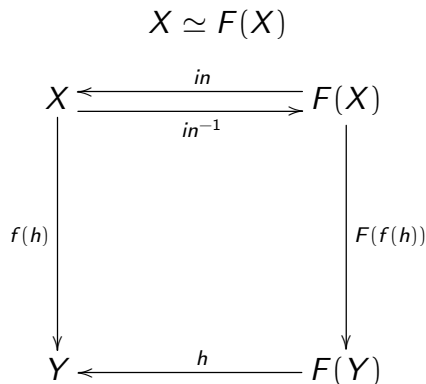
- 矢印が射、矢印の前後のアルファベットが対象を表す。
- 矢印は、合成が可能

関手

$$\begin{array}{ccc} A & & F(A) \\ \downarrow f & & \downarrow F(f) \\ B & & F(B) \end{array}$$

- 対象を対象に、射を射に移す対応

F 始代数



f が fold に対応している.

各射について

$$X \begin{array}{c} \xleftarrow{in} \\ \xrightarrow{in^{-1}} \end{array} F(X)$$

- in が、コンストラクタ
- in^{-1} がコンストラクタの逆

各射について

$$Y \xleftarrow{h} F(Y)$$

- h が、fold に渡す関数

各射について

$$\begin{array}{c} F(X) \\ \downarrow F(f) \\ F(Y) \end{array}$$

- F は、関数を関数に移す。
- この時のルールをわかっていれば、fold をすぐに書けるようになる。

多項式関数 F (対象)

$$F(X) = 1 + X$$

$$F(X) = 1 + A \times X$$

$$F(X) = B + A \times X$$

$$F(X) = 1 + X \times X$$

$$F(X) = A + X \times X$$

$$F(X) = A + A \times X \times X$$

- $+$, \times は、足し算掛け算に似たようなもの
- その意味で、右辺が多項式になっているもの

多項式関手 F (射)

$$F(X) = Id_1 + f$$

$$F(X) = Id_1 + Id_A \times f$$

$$F(X) = Id_B + Id_A \times f$$

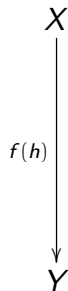
$$F(X) = Id_1 + f \times f$$

$$F(X) = Id_A + f \times f$$

$$F(X) = Id_A + Id_A \times f \times f$$

- 前ページで X に対応していた場所是对應する関数に変わる
- ここで $+$ は場合分け、 \times は、それぞれに作用させるくらいの気持ち

各射について



- f が、fold

List の場合

$$\begin{array}{ccc}
 X & \begin{array}{c} \xleftarrow{in} \\ \xrightarrow{in^{-1}} \end{array} & 1 + A \times X \\
 \downarrow f & & \downarrow F(f) \\
 Y & \xleftarrow{h} & 1 + A \times Y
 \end{array}$$

Tree の場合

$$\begin{array}{ccc}
 X & \begin{array}{c} \xleftarrow{in} \\ \xrightarrow{in^{-1}} \end{array} & A + X \times X \\
 \downarrow f & & \downarrow F(f) \\
 Y & \xleftarrow{h} & A + Y \times Y
 \end{array}$$

Natural Number の場合

