Отчет по лабораторной работе № 6

Задача об эпидемии

Егорова Диана Витальевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Рассмотреть задачу об эпидемии

2 Задание

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: - если $I(0) \leq I^*$ - если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения $I*$, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{d(I)}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , I(t) > I^* \\ 0 & , I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{d(S)}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , I(t) > I^* \\ -\beta I & , I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{d(R)}{d(t)} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β, - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*, I(0) > I^*$

4 Выполнение лабораторной работы

Напишем код программы на Julia (рис. 4.1) .

```
1.jl
using Plots
using DifferentialEquations

N = 10000
I0 = 200
R0 = 6
S0 = N - I0 - R0
alpha = 0.4
beta = 0.3

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = 0
    du[2] = -beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end

v0 = [S0, I0, R0]
prom = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, prom)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 600,  legend = true)
plot!( plt, T, S, label = "Восприимчивые особи", color = :blue)
plot!( plt, T, I, label = "Инфицированные особи", color = :green)
plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color = :red)

savefig(plt, "lab06_1.png")
```

Рис. 4.1: Код для первого случая на Julia

В результате получаем следующий график (рис. 4.2).

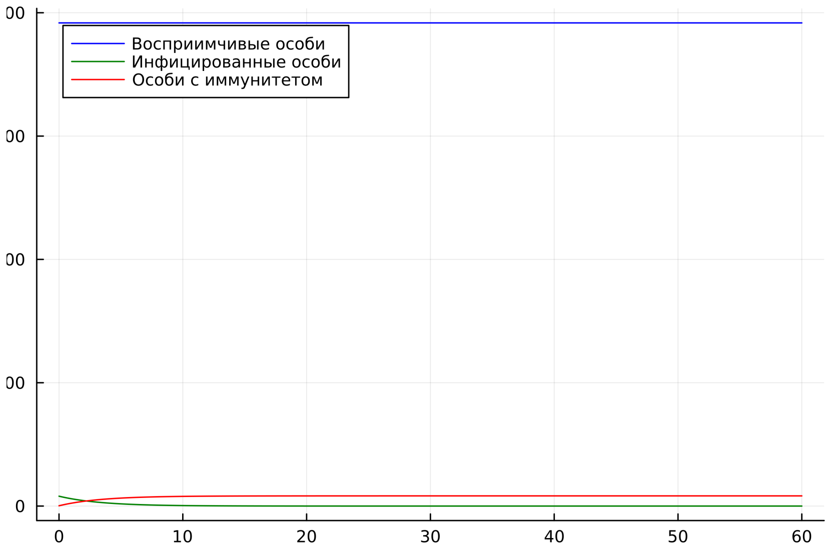

Рис. 4.2: Результат работы программы

Напишем код для второй программы на Julia (рис. 4.3).

2.jl

```julia
using Plots
using DifferentialEquations

N = 10000
I0 = 200
R0 = 6
S0 = N - I0 - R0
alpha = 0.5
beta = 0.1

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u
    du[1] = -alpha*u[1]
    du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
    du[3] = beta*I
end

v0 = [S0, I0, R0]
prom = (0.0, 120.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, prom)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot( dpi=600, legend=true)

plot!( plt, T, S, label="Восприимчивые особи", color=:blue)
plot!( plt, T, I, label="Инфицированные особи", color=:green)
plot!( plt, T, R, label="Особи с иммунитетом", color=:red)

savefig(plt, "lab06_2.png")
```

Рис. 4.3: Код для второго случая на Julia

В результате получаем следующий график (рис. 4.4).

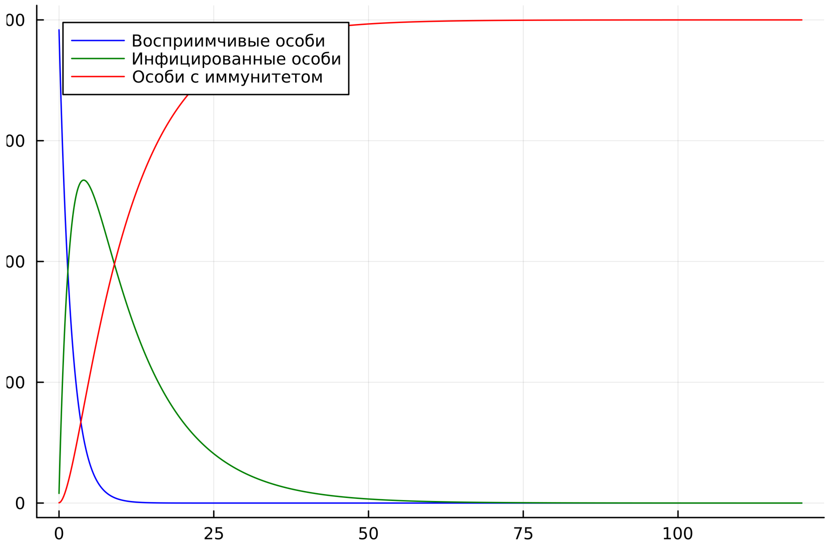

Рис. 4.4: Результат работы программы

Напишем код программы в OpenModelica (рис. 4.5).

```
model lab06_1
Real N = 10000;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.4;
Real beta = 0.3;
initial equation
I = 200;
R = 6;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_1;
```

Рис. 4.5: Код для первого случая в OpenModelica

В результате получаем следующий график (рис. 4.6).

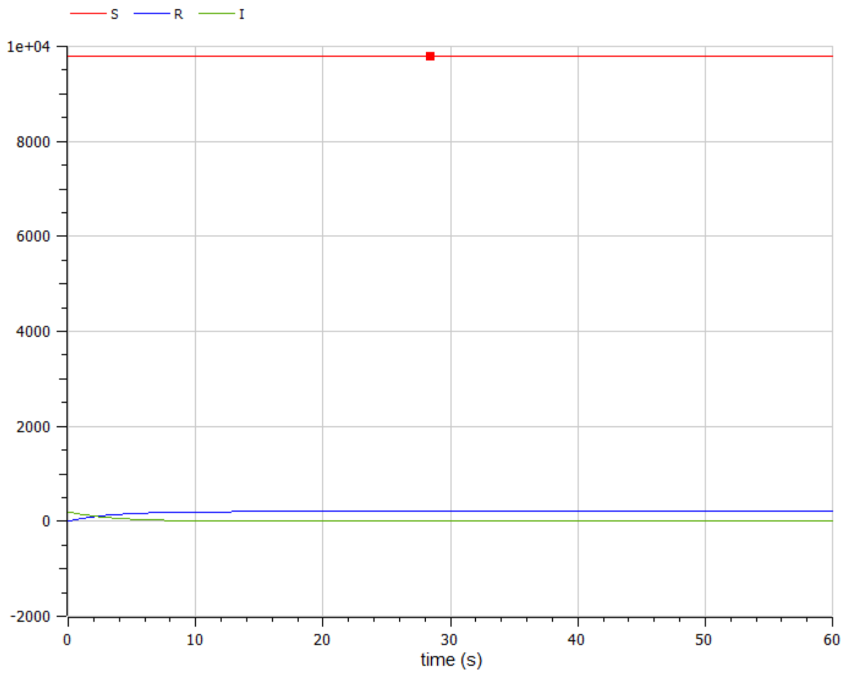

Рис. 4.6: Результат работы программы

Напишем код программы для второго случая в OpenModelica (рис. 4.7).

```
model lab06_2
Real N = 10000;
Real I;
Real R;
Real S;
Real alpha = 0.5;
Real beta = 0.1;
initial equation
I = 200;
R = 6;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -alpha*S;
der(I) = alpha*S - beta*I;
der(R) = beta*I;
end lab06_2;
```

Рис. 4.7: Код для второго случая в OpenModelica

В результате получаем следующий график (рис. 4.8).

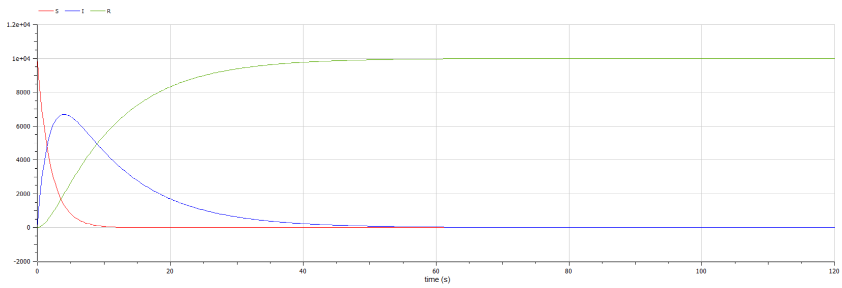

Рис. 4.8: Результат работы программы

5 Выводы

Я построила графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

Список литературы