

『縱橫天下』問題選集

陳冠廷、陳冠儒

August 3, 2016

問題 1. 若 $a < 0$ ，且 $|a| < 1$ ，試比較 $\frac{|a-1|}{|a|-1}$ 與 -1 的大小關係。(1-1-1-8(1))

問題 2. 若 $-1 \leq x < 2$ ，求 $|x+1| - 2|x| + |x-2|$ 的最大值。(1-1-1-12(2))

問題 3. 若 $|x| \leq 1$ ， $|y| \leq 1$ ，求 $|y+1| + |2y-x-4|$ 的最小值。(1-1-1-13)

問題 4. 某人往返甲乙兩地，去與返的時間比為 $3:2$ ，且平均速率為 7.2 公里，則回程的平均時速是多少公里？(1-3-1-5)

問題 5. 一輛汽車從甲地開往乙地，如果車速提高 20% ，可以比預定時間提前 1 小時到達。如果想要提前兩小時到達，那麼車速應比原速度提高多少%？(1-3-1-6)

問題 6. 甲每小時跑 14 公里，乙每小時跑 11 公里。乙比甲多跑了 10 分鐘，結果比甲少跑了 1 公里，求乙跑了多少公里？(1-3-1-7)

問題 7. 若 x 的方程式 $ax + 3 = 2x - b$ 有兩個不同的解，試求 x 的方程式 $(a+b)^{2009}x - \frac{ab}{a+b}x = a - b + 5$ 的解。(1-3-2-12(2))

問題 8. 若 x 的方程式 $|x| = ax + 1$ 同時有一正根與一負根，且 a 是整數，求 a 。(1-3-2-13(2))

問題 9. 若 x 的方程式 $||x-a|-b| = 3$ 有三個不同的解，求 b 。(1-3-2-14)

問題 10. 若 x 的方程式 $||x-2|-1| = a$ 有三個不同的整數解，求 a 。(1-3-2-14)

問題 11. 將 55 分成四個數：分別把第一個數加 1 ，第二個數減 1 ，第三個數乘 2 ，第四個數除以 3 之後所得的四個新數都相等。則此四數為？(1-3-3-2(1))

問題 12. 父親對兒子說：「我在你現在的年紀時，你才 3 歲；等你到你現在年紀的 2 倍少 3 歲時，我已經 72 歲了。」求父親、兒子現在各幾歲？(1-3-3-5)

問題 13. 客車時速 60 公里，貨車時速 45 公里；貨車比客車長 135 公尺。如果兩車在平行的軌道上同向行駛，客車從後追上貨車，兩車交叉的時間是 1 分 30 秒。(i) 求兩車長度。(ii) 如這兩車在平行軌道上相向而行，兩車交叉的時間是多少？(1-3-3-7)

問題 14. 有一部隊共有官兵 1000 人，運輸車 5 輛，每輛車可載 50 人。現在要將所有人開赴 144 公里遠的前方據點（1000 名官兵中，不含駕駛兵 5 人）。假設官兵徒步前進每小時 5 公里，而車輛往返運送均為時速 45 公里。若不計人員上下車時間及車輛掉頭時間，試求所有人到達據點最少需要多久？(1-3-3-8)

問題 15. 某人中午十二點多外出時，看手錶上兩指針的夾角為 55° ，一點前回家時發現兩指針夾角仍為 55° ，則此人外出幾分鐘？(1-3-3-9)

問題 16. 某人下午六點多外出時，看手錶上兩指針的夾角為 110° ，下午七點前回家時發現兩指針夾角仍為 110° ，則此人外出幾分鐘？(1-3-3-9(1))

問題 17. 在三點與四點之間，時鐘上的分針與時針重合的時刻為？(1-3-3-9(2))

問題 18. 實驗得出：一塊重 148 公斤的銅銀合金在水中會減輕 $14\frac{2}{3}$ 公斤。已知 21 公斤的銀在水中減輕 2 公斤；9 公斤的銅在水中會減輕 1 公斤，則此塊合金中含銀多少公斤？(1-3-3-12)

問題 19. 某收割隊，第一天收割了稻田的一半多 2 公頃，第二天收割了稻田所剩部份的 25%，第三天收割了剩下的 6 公頃，求此塊稻田的面積。(1-3-3-13)

問題 20. 糖果若干顆，甲取全部的一半少 4 顆，乙取剩下的一半多 2 顆，丙再取剩下的一半少 1 顆，剩下的 6 顆全部給丁。求原有糖果幾顆？(1-3-3-13)

問題 21. 喬丹在某場球賽後，準備將他的獎金依次按照下述的方法分給他的隊友：第一個隊友分 100 元與所剩獎金的 $\frac{1}{10}$ ；第二個隊友分 200 元與所剩獎金的 $\frac{1}{10}$ ；第三個隊友分 300 元和所剩獎金的 $\frac{1}{10}$ ，依此類推。最後發現獎金正好分光，而每個隊友又分得一樣多的錢，問喬丹有多少隊友？(1-3-3-14)

問題 22. 有一旅行團乘客搭乘遊覽車，要求每輛遊覽車的乘客人數相等。起初每輛遊覽車乘 22 人，結果剩下一人沒上車；如果少一輛遊覽車，所有乘客正好能平均分乘至各車上。已知每輛遊覽車最多能載 32 人，求此旅行團有多少乘客？(1-3-3-15)

問題 23. 猴子第一天吃掉桃樹上所有桃子的 $\frac{2}{5}$ ，還扔掉了 4 個。第二天吃掉的桃子數再加 3 個就等於第一天所剩桃子數的 $\frac{5}{8}$ 。此時樹上至少還剩多少個桃子？(1-3-3-15)

問題 24. 有若干人分錢若干。若增加四人，則每人少分得一元；若減少五人，則每人多分得兩元。求原有多少人，多少錢？(2-1-3-4)

問題 25. 有一個小數，整數部份 a 與小數部份 b 都是三位數， a 與 b 的和是 999。今將整數部份 a 與小數部份 b 對調位置，所得的新數是原數的 6 倍。求原數？(2-1-3-5)

問題 26. 某人騎自行車從甲地以每小時 12 公里的速度下坡後，以每小時 9 公里的速度走平路到乙地，這樣共用 55 分鐘。回程時，他先以每小時 8 公里的速度通過平路後，再以每小時 4 公里的速度上坡，這樣共用 1 小時 30 分。甲乙兩地相距多少公里？(2-1-3-7)

問題 27. 甲乙兩車分別自 A, B 兩地相向而行，甲車時速較乙車時速快 8 公里，這樣經一小時相遇。若甲以原時速的 $\frac{3}{4}$ ，乙以原時速的 $\frac{4}{7}$ 同時相向而行，則經 $\frac{3}{2}$ 小時相遇。 A, B 兩地相距多少公里？(2-1-3-7)

問題 28. 某人沿公路等速前進，每隔 4 分鐘就遇到迎面而來的一輛公車，每隔 6 分鐘就有一輛公車從背後超越。假使公車速度一定，迎面而來相鄰兩車距離與從背後而來相鄰兩車距離相等。公車每隔多少分鐘發車一次？(2-1-3-8)

問題 29. 某項工程若由甲、乙兩公司承包，則 $2\frac{2}{5}$ 天完成，價格 180000 元；由乙、丙兩公司承包，則 $3\frac{3}{4}$ 天完成，價格 150000 元；由甲、丙兩公司承包，則 $2\frac{6}{7}$ 天完成，價格 160000 元。現在此工程打算由一公司單獨承包，且一週之內需完成，由哪家公司承包價格最低？(2-1-3-9)

問題 30. 某班同學參加智力測驗，共 a, b, c 三題。答對 a 得 20 分，答對 b, c 得 25 分，答錯皆得 0 分。測驗結果，每個學生至少答對一題；三題全對 1 人，答對兩題 15 人；答對 a, b 題共 29 人，答對 a, c 題共 25 人，答對 b, c 題共 20 人。求此班同學平均分數？(2-1-3-9)

問題 31. A, B, C 三閥門各以彼此不同的定速注水。三個閥門都打開時，注滿水需 1 小時、打開 A, C 閥門注滿水需 1.5 小時、打開 B, C 閥門注滿水需 2 小時。求打開 A, B 閥門注滿水需多少小時？(2-1-3-10)

問題 32. 兄弟三人分魚。老大把魚平均分給三人，多一條扔掉；接著老二把自己的魚平均分給三人，多一條扔掉；再來老三把自己的魚平均分給三人，多一條扔掉；最後三人把魚全部合起來均分，多一條扔掉。問原來魚至少幾條？(2-1-3-11)

問題 33. 甲乙丙三人各有糖果若干顆，互相贈送；先由甲給乙、丙，分別給的糖果數等於乙、丙原來的糖果數；再由乙給甲、丙，分別給的糖果數等於甲、丙原來的糖果數；最後由丙給甲、乙，分別給的糖果數為甲、乙原來的糖果數。這樣三次互送之後，每人均有 64 顆糖果。求互送前每人各有幾顆糖果？(2-1-3-11)

問題 34. 鋼筆每支 100 元，原子筆每支 30 元，鉛筆每支 5 元。用 1000 元恰可買此三種筆共 100 支，求三種筆各買幾支？(2-1-3-13)

問題 35. 有一片草地，草每天都長出相同的量。放牧 24 頭牛，則 6 天吃完草；放牧 21 頭牛，則 8 天吃完草；每頭牛每天吃草量都相同，求 (i) 如果放牧 16 頭牛，幾天吃完草？(ii) 要使草永遠吃不完，則最多放牧幾頭牛？(2-1-3-14)

問題 36. 有一水池，泉水持續湧入。若用 12 台馬達抽乾水池需 5 小時，10 台馬達抽乾水池需 7 小時。問若想在兩小時內抽乾水池，最少需幾台馬達？(2-1-3-14)

問題 37. 甲乙丙丁四人的平均年齡是三十多歲，如果甲的年齡是乙的 $\frac{4}{5}$ ，乙的年齡是丙的 $\frac{3}{2}$ ，丁比甲大一歲，則四人的平均年齡是幾歲？(2-1-3-15)

問題 38. 汽車 A, B 分別從甲、乙兩地同時相向出發，相遇後 A 車經 2 小時到乙地， B 車經 $\frac{9}{8}$ 小時到甲地。若甲乙地相距 210 公里，求 (i) A, B 車時速。(ii) 兩車從開始出發到相遇共經過多少小時？(2-1-3-ex11)

問題 39. 火車從甲地至乙地，若比平均時速每小時增加 5 公里，則提早 2 小時到；若比平均時速每小時慢 5 公里，則晚 2 小時半到。求 (i) 火車平均時速。(ii) 甲乙兩地距離。(2-1-3-ex13)

問題 40. 若 $m > 2, n > 2$ ，證明 $mn > m + n$ 。(2-5-1-2)

問題 41. 若 $d - a < c - b < 0$ ，且 $d - b = c - a$ ，試比較 a, b, c, d 的大小關係。(2-5-1-3)

問題 42. 若 a_1, a_2, \dots, a_n 為 n 個互不相同的正整數，證明 $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} < 2$ 。(2-5-1-6)

問題 43. 令 $a = -\frac{1996}{1997}, b = -\frac{1997}{1998}, c = -\frac{1998}{1999}, d = -\frac{1999}{2000}$ ，試比較 $a + d$ 與 $b + c$ 的大小關係。(2-5-1-ex6)

問題 44. 四個互不相等的正數 a, b, c, d ，其中 a 最大， d 最小，且 $a : b = c : d$ 。試比較 $a + d$ 與 $b + c$ 的大小關係。(2-5-1-ex8)

問題 45. 若 $a < 1$ ，求解 x 的不等式 $ax + a - x < 1$ 。(2-5-2-5(1))

問題 46. 已知滿足 x, y 方程式組 $x - y = 2, cx + y = 3$ 的 x, y 皆為正數，求 c 的範圍。(2-5-2-ex12)

問題 47. 若 a 為正整數，使得 3 介於 $\frac{a+5}{a}$ 與 $\frac{a+6}{a+1}$ 之間，求 a 。(2-5-2-ex13)

問題 48. 若 x 的不等式 $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \geq \frac{x}{3} - \frac{a}{6}$ 與 $2x - 3 \geq 0$ 之整數解為 2, 3, 4，求 a 的範圍。(2-5-2-ex15)

問題 49. 求解 x 的不等式 $1 < |3 - 2x| \leq 3$ 。(2-5-2-ex18)

問題 50. 求解 x 的不等式 $|x - 1| > |x + 1|$ 。(2-5-2-ex19)

問題 51. 某次選舉選票共有 15000 張，10 位候選人中要選出 4 位，則候選人至少要得到幾張選票才能當選？(2-5-2-ex20)

問題 52. 若干學生分住若干房間。若每間住 4 人，則有 20 人沒房間住；若每間住 8 人，則有一間沒有住滿。求學生幾人，房間幾間？(2-5-2-ex24)

問題 53. 有一最簡分數，分子分母和為 80。將此分數化為小數且捨去小數點後第二位，所得到的值為 0.7，則此分數為？(2-5-2-ex26)

問題 54. 濃度 8% 的鹽水 510 克與濃度 16% 的鹽水 170 克，再加上多少克的鹽，才能使三者混合起來的鹽水濃度介於 15% 到 20% 之間？(2-5-2-ex28)

問題 55. 某公司去年度男、女員工的人數比為 5 : 2，且總人數不超過 500 人。今年度男、女員工各增加相同的人數，結果男、女員工的人數比變為 12 : 5，且總人數超過 500 人。求今年增加的員工人數？(2-5-2-ex30)