2.1 泊位-岸桥调度恢复数学规划模型

根据时间延迟传播边界确定需要恢复计划的规划的时间范围后，本研究进一步构建泊位多任务属性场景下的泊位-岸桥调度恢复数学模型。

为了提升泊位-岸桥调度恢复计划的弹性，本研究采用灵活性策略和风险偏好策略同时，尽可能减少与基线计划的偏离以及尽可能减少船舶的延迟。本研究的假设如下：

（1）恢复计划的规划的时间范围内，所有泊位的船舶任务进行重新调度。

（2） 泊位为离散型，一个泊位每个时刻仅能停靠一艘船，并且不考虑船舶长度。

（3）船舶每个时刻最多被一架岸桥服务。

（4）各泊位的水深能满足任何船舶靠泊的要求。

（5）岸桥服务于需要岸桥的任务，每艘船舶的需要岸桥的任务分别有且仅有一架岸桥完成。

（6）岸桥的承重极限能够满足船舶的需要岸桥的任务。

（7）每座岸桥可以在任一个泊位上开展作业。

（8） 不考虑岸桥之间的干扰。

（9）在进行恢复过程之前，已经存在一个基线调度计划。

进一步地，设定泊位多任务属性场景下的考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的参数和决策变量符号如下：

	描述
集合	
V	需要重新调度的船舶集合，索引为 v。
B	泊位集合，索引为 b。
Q	岸桥集合，索引为 q。
JE	与其他任务互斥的任务集合，即不能在同一泊位上执行。
JQ	需要岸桥作业的任务集合。
JR_v	船舶 v 需要重新调度任务集合。
B_j	包含任务属性 j 的泊位集合。
T	时刻集合，索引为 t， $T=\{0, 1, 2, \cdots, t_n\}$， $t_n=(t_1-t_s)/t_{ld}$
参数	
x_{vbj}	船舶 v 的任务 j 的基线执行泊位。
y_{qvj}	船舶 v 的任务 j 的基线执行岸桥， $j \in JQ$ 。
n_{vj}	船舶 v 的任务 j 的任务量。
$p_{jj'}$	任务 j 需要优先于 j'执行，则为 1，否则为 0。

t_v^{c}	船舶 v 的移泊时间。
t_s	恢复调度的开始时间。
t_{ld}	时刻粒度。
t_l	恢复计划的截止时间。
t_v^{d}	船舶 v 的预期离泊时间。
c^{b}	偏离基线执行泊位的单位惩罚成本。
c^{q}	偏离基线执行岸桥的单位惩罚成本。
c_j	任务 j 的单位速率提升的运营成本。
c^{d}	船舶的单位延迟成本。
c^{s}	船舶的单次移泊成本。
v_j	任务 j 的基线任务执行速率。
v_j^{up}	任务 j 的任务执行速率上限。
M	足够大的值。
决策变量	
X_{vbj}	0-1 决策变量，若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行，则为 1，否则为 0。
Y_{vqj}	0-1 决策变量，若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行，则为 1，否则为 0。
T_{vj}^{s}	船舶 v 的任务 j 开始时刻。
T_{vj}^{e}	船舶 v 的任务 j 结束时刻。
T_v^{e}	船舶 v 任务执行的结束时刻。
S_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最早时刻。
E_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最晚时刻。
SB_{vb}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t，泊位 b 的服务于船舶 v，则为 1，否则为 0。
SBJ_{vbj}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t，泊位 b 的服务于船舶 v 的任务 j，则为 1，否则为 0。
SQJ_{vqj}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t，岸桥 q 的服务于船舶 v 的任务 j，则为 1，否则为 0。
G_{vj}	船舶 v 任务 j 的任务执行速率。
$O_{vbb'}$	0-1 决策变量，若船舶 v 在泊位 b'执行任务之前在泊位 b 执行任务，则为 1，否则为 0。
Z_{vb}	0-1 决策变量，如果船舶 v 使用泊位 b，则为 1，否则为 0。

结合以上问题描述，构建泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型（MIPM）。

（MIPM）：

目标函数：

目标 1：最小化资源偏离惩罚成本

$$F_1 = \min \sum_{v\in V}\sum_{b\in B_j}\sum_{j\in JR_v} c^{\mathrm{b}} \cdot \left|X_{vbj} - x_{vbj}\right| + \sum_{v\in V}\sum_{q\in Q}\sum_{j\in JR_v \cap JQ} c^{\mathrm{q}} \cdot \left|Y_{vqj} - y_{vqj}\right| \tag{1}$$

由于资源准备，涉及到那个资源，所以船舶任务最好别改变。

目标 2：最小化任务速率提升的额外运营成本

$$F_2 = \min \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} c_j \cdot \left(G_{vj} - v_j\right) \tag{2}$$

目标 3：最小化船舶移泊惩罚成本

$$F_3 = \min \sum_{v \in V} c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1\right) \tag{3}$$

目标 4：最小化船舶延迟惩罚成本

$$F_4 = \min \sum_{v \in V} c^{\mathrm{d}} \cdot \left(T_v^{\mathrm{e}} - t_v^{\mathrm{d}}\right)^+ \tag{4}$$

总目标：

$$F = \alpha_1 \cdot F_1 + \alpha_2 \cdot F_2 + \alpha_3 \cdot F_3 + \alpha_4 \cdot F_4 \tag{5}$$

其中，α_1、α_2、α_3、α_4 分别为三个目标的权重。

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{6}$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \tag{7}$$

任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \le 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \tag{8}$$

每艘船舶任务优先级约束：

$$T_{vj'}^{\mathrm{s}} \ge T_{vj}^{\mathrm{e}} - M \cdot \left(1 - p_{jj'}\right), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \tag{9}$$

时间约束：

任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} = T_{vj}^{\mathrm{s}} + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{10}$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^{\mathrm{e}} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{11}$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^{\mathrm{e}} \leq t_l, \forall v \in V \tag{12}$$

船舶任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^{\mathrm{s}} \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{13}$$

船舶的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \leq T_{vj}^{\mathrm{s}} + \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{14}$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}} - \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{15}$$

船舶的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \alpha_{vbt}\right), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{16}$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \leq \mathrm{M} \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{17}$$

$$E_{vb} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \beta_{vbt}\right), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{18}$$

$$E_{vb} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \leq \mathrm{M} \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{19}$$

$$SB_{vb}^{t} \geq \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{20}$$

$$Z_{vb} \geq SB_{vb}^{t}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{21}$$

船舶任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \chi_{vqjt}\right),, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{22}$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \leq \mathrm{M} \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{23}$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \psi_{vqjt}\right), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{24}$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \leq \mathrm{M} \cdot \psi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{25}$$

$$SQJ_{vqj}^{t} \ge \chi_{vqjt} + \psi_{vqjt} + Y_{vqj} - 2, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{26}$$

$$Y_{vqj} \ge SQJ_{vqj}^{t}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{27}$$

其中，α_{vbt}、β_{vbt}、χ_{vqjt} 和 ψ_{vqjt} 布尔辅助决策变量。

船舶的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束：

$$SBJ_{vbj}^{t} \le SB_{vb}^{t}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \tag{28}$$

移泊相关约束：

$$E_{vb} + t_v^{c} \le S_{vb'} - \mathrm{M} \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{29}$$

$$E_{vb'} + t_v^{c} \le S_{vb} - \mathrm{M} \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{30}$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \le 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{31}$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \ge Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{32}$$

$$O_{vbb'} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{33}$$

$$O_{vb'b} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{34}$$

资源独占约束：

泊位独占约束：

$$\sum_{v \in V} SB_{vb}^{t} \le 1, \forall b \in B, t \in T \tag{35}$$

岸桥独占约束：

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} SQJ_{vqj}^{t} \le 1, \forall q \in Q, t \in T \tag{36}$$

变量关联约束：

$$Z_{vb} \ge X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{37}$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \le \mathrm{M} \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \tag{38}$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \tag{39}$$

$$G_{vj} \leq v_j^{\mathrm{up}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{40}$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{41}$$

决策变量范围约束：

$$\begin{aligned} & X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ & T_{vj}^{\mathrm{s}}, T_{vj}^{\mathrm{e}}, T_v^{\mathrm{e}}, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj} \geq 0 \end{aligned} \tag{42}$$

2.2 目标线性化

在模型 DMIPM 的目标中，目标（1）和（4）为非线性。为了实现 GUROBI 或 CPLEX 等求解器的求解，本研究引入变量 φ_{vbj}、γ_{vqj}、D_v 对其线性化。

目标 1 线性化结果：

$$F_1^{'} = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} c^{\mathrm{b}} \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^{\mathrm{q}} \cdot \gamma_{vqj} \tag{43}$$

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{44}$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{45}$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \tag{46}$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \tag{47}$$

$$\varphi_{vbj}, \gamma_{vqj} \in \{0,1\} \tag{48}$$

目标 4 线性化结果：

$$F_4^{'} = \min \sum_{v \in V} c^{\mathrm{d}} \cdot D_v \tag{49}$$

$$D_v \geq T_v^{\mathrm{e}} - t_v^{\mathrm{d}}, \forall v \in V \tag{50}$$

$$D_v \geq 0, \forall v \in V \tag{51}$$

结合以上线性化处理结果，获得以下泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传

播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型（MIPM-II）。

（MIPM-II）：

目标：（2）~（3）、（5）、（43）、（49）

s.t. （6）~（42）、（44）~（48）、（50）~（51）

2.3 Dantzig-Wolfe 分解数学模型

Dantzig-Wolfe 分解算法作为一种大规模线性规划问题的一种精确算法，是由 George Dantzig 和 Philip Wolfe 在 1960 年提出（Dantzig & Wolfe, 1960）。该算法基于“分解-协调”的思想将复杂的大规模线性规划问题分解为主问题和子问题，以此降低问题的求解难度。重要地，Dantzig-Wolfe 分解算法应用的重要条件是大规模线性规划问题呈现特殊结构，即约束矩阵呈“分块对角结构+耦合约束”，其中耦合约束是连接所有变量的约束，而分块约束则各自独立涉及不同的变量子集。观察 MILPM 模型，可以看出耦合约束只有约束条件（35）和（36），两者将所有船舶联系在一起，剩余的约束则全部为分块约束，仅考虑一艘船舶。因此，Dantzig-Wolfe 分解算法是求解 MILPM 模型的首选精确算法。

Dantzig, G. B., & Wolfe, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. Operations research, 8(1), 101-111.

Dantzig-Wolfe 分解算法是一种列生成算法。因此，本研究需要进一步转换 MILPM 模型中的决策变量，以此实现 Dantzig-Wolfe 分解算法求解问题，具体变换结果如表 2 所示。表 2 表明原有的决策变量转化为线性组合形式，线性组合中的每一个元素表示可行域的一个极点，即对应后续列生成中的一个列。

符号	描述
s_{h_v}	0-1 决策变量，若选择调度方案 h_v，则为 1，否则为 0。
h_v	$h_v \in H_v$，表示船舶 v 的调度方案，具体元素包括：
$DWX_{bj}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行，则为 1，否则为 0。
$DWY_{qj}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行，则为 1，否则为 0。
$DWTS_j^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 的任务 j 开始时刻。
$DWTE_j^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 的任务 j 结束时刻。
$DWTE^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 任务执行的结束时刻。
$DWS_b^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 在泊位 b 的最早时刻。

$DWE_b^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 在泊位 b 的最晚时刻。
$DWSB_{bt}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若在时刻 t，泊位 b 的服务于船舶 v，则为 1，否则为 0。
$DWSBJ_{bjt}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若在时刻 t，泊位 b 的服务于船舶 v 的任务 j，则为 1，否则为 0。
$DWSQJ_{qjt}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若在时刻 t，岸桥 q 的服务于船舶 v 的任务 j，则为 1，否则为 0。
$DWG_j^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 任务 j 的作业速率。
$DWO_{bb'}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若船舶 v 在泊位 b'执行任务之前在泊位 b 执行任务，则为 1，否则为 0。
$DWZ_{vb}^{h_v}$	在方案 h_v 中，如果船舶 v 使用泊位 b，则为 1，否则为 0。
$\Delta x_{bj}^{h_v} = \left\lvert DWX_{bj}^{h_v} - x_{vbj} \right\rvert$	在方案 h_v 中，船舶 v 任务 j 的泊位偏离。
$\Delta y_{qj}^{h_v} = \left\lvert DWY_{qj}^{h_v} - y_{vqj} \right\rvert$	在方案 h_v 中，船舶 v 任务 j 的岸桥偏离。
$DT^{h_v} = \left(DWTE^{h_v} - t_v^{\mathrm{d}}\right)^+$	在方案 h_v 中，船舶 v 的离港延迟。

2.3.1 Dantzig-Wolfe 分解主问题数学模型

结合以上表 2 的线性转换，Dantzig-Wolfe 分解模型的主问题数学模型（MP）可以被表示为：

$$\min \left(\begin{array}{l} \sum_{v\in V}\sum_{b\in B_j}\sum_{j\in JR_v}\sum_{h_v\in H_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{b}} \cdot \Delta x_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} + \sum_{v\in V}\sum_{q\in Q}\sum_{j\in JR_v \cap JQ}\sum_{h_v\in H_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{q}} \cdot \Delta y_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} \\ + \sum_{v\in V}\sum_{j\in JR_v}\sum_{h_v\in H_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot \left(DWG_j^{h_v} - v_j\right) \cdot s_{h_v} \\ + \sum_{v\in V}\sum_{h_v\in H_v} \alpha_3 \cdot c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b\in B} DWZ_{vb}^{h_v} - 1\right) \cdot s_{h_v} + \alpha_4 \cdot \sum_{v\in V}\sum_{h_v\in H_v} c^{\mathrm{d}} \cdot DT^{h_v} \cdot s_{h_v} \end{array} \right) \tag{52}$$

s.t.

$$\sum_{v\in V}\sum_{h_v\in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \le 1, \forall b\in B, t\in T \tag{53}$$

$$\sum_{v\in V}\sum_{j\in JR_v\cap JQ}\sum_{h_v\in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \le 1, \forall q\in Q, t\in T \tag{54}$$

$$\sum_{h_v\in H_v} s_{h_v} = 1, \forall v\in V \tag{55}$$

$$\sum_{h_v\in H_v} DWX_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = X_{vbj}, \forall v\in V, b\in B_j, j\in JR_v \tag{56}$$

$$\sum_{h_v\in H_v} DWY_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = Y_{vqj}, \forall v\in V, q\in Q, j\in JE\cap JR_v \tag{57}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWTS_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_{vj}^{\mathrm{s}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{58}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWTE_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_{vj}^{\mathrm{e}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{59}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWTE^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_v^{\mathrm{e}}, \forall v \in V \tag{60}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWS_b^{h_v} \cdot s_{h_v} = S_{vb}, \forall v \in V, b \in B \tag{61}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWE_b^{h_v} \cdot s_{h_v} = E_{vb}, \forall v \in V, b \in B \tag{62}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B, t \in T \tag{63}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSBJ_{bjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SBJ_{vbj}^t, \forall v \in V, b \in B, t \in T, j \in JR_v \tag{64}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SQJ_{vqj}^t, \forall v \in V, q \in Q, t \in T, j \in JE \bigcap JR_v \tag{65}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWG_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = G_{vj}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{66}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWO_{bb'}^{h_v} \cdot s_{h_v} = O_{vbb'}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \tag{67}$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWZ_{vb}^{h_v} \cdot s_{h_v} = Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B \tag{68}$$

$$\begin{gathered} X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb} \in \{0,1\} \\ T_{vj}^{\mathrm{s}}, T_{vj}^{\mathrm{e}}, T_v^{\mathrm{e}}, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj} \geq 0 \end{gathered} \tag{69}$$

$$s_{h_v} \in \{0,1\}, \forall v \in V \tag{69.1}$$

其中，目标（52）表示最小化所有方案的运营成本的线性组合；约束（53）和约束（54）分别表示泊位和岸桥资源的独占性约束；约束（55）表示任意一艘船舶只能选择一个方案；约束（56）~（68）表示方案中的参数与原有决策变量之间的关系；约束（69）表示原有决策变量和现有决策变量的取值范围。约束（69.1）保证每个方案只有选和不选两种可能性。

通过观察，可以发现当问题规模达到一定程度后，每艘船舶的调度方案数量将十分庞大，难以进行一一枚举，其导致难以实现问题的求解。鉴于以上求解困难，本研究主要采用列生成算法对主问题进行求解。在求解过程中，对主问题的 0-1 决策变量进行线性松弛后可以移除范围约束（69）。同时，由于约束（56）~（68）表示方案中的参数与原有决策变量之间的关联关系，其不影响主问题的

求解，因此同样可以移除这些约束。于是，剩余目标和约束构成列生成算法求解的主问题。

2.3.2 Dantzig-Wolfe 分解子问题数学模型

Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标是 Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式（Dantzig & Wolfe, 1960）。因此，本研究首先设定约束（53）~（55）的对偶决策变量分别为$\sigma \geq 0$、$\tau \geq 0$和$\eta \in R$。根据单纯性和对偶原理，对于每艘船舶$v \in V$，Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式为：

$$z = \min \left(\begin{array}{l} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{b}} \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{q}} \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot \left(G_{vj} - v_j \right) \\ + \alpha_3 \cdot c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^{\mathrm{d}} \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^t \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^t \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \end{array} \right), \forall v \in V \quad (70)$$

为了获得每艘船舶$v \in V$的最小降低成本的可行分配方案$h_v \in H_v$，将以上检验数设为 Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标（71），构建每艘船舶 v∈V 的定价子问题（SP_v）的数学模型，具体如下：

$$\min \left(\begin{array}{l} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{b}} \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{q}} \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot \left(G_{vj} - v_j \right) \\ + \alpha_3 \cdot c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^{\mathrm{d}} \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^t \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^t \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \end{array} \right), \forall v \in V \quad (71)$$

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (72)$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (73)$$

船舶 v 的任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (74)$$

船舶 v 的任务优先级约束：

$$T_{vj'}^{\mathrm{s}} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}} - M \cdot \left(1 - p_{jj'}\right), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (75)$$

时间约束：

船舶 v 任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} = T_{vj}^{\mathrm{s}} + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{76}$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^{\mathrm{e}} \ge T_{vj}^{\mathrm{e}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{77}$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^{\mathrm{e}} \le t_l, \forall v \in V \tag{78}$$

船舶 v 任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^{\mathrm{s}} \ge t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{79}$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \le T_{vj}^{\mathrm{s}} + \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{80}$$

$$E_{vb} \ge T_{vj}^{\mathrm{e}} - \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{81}$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \ge -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \alpha_{vbt}\right), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{82}$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \le \mathrm{M} \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{83}$$

$$E_{vb} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \ge -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \beta_{vbt}\right), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{84}$$

$$E_{vb} - \left(t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}\right) \le \mathrm{M} \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{85}$$

$$SB_{vb}^{t} \ge \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{86}$$

$$Z_{vb} \ge SB_{vb}^{t}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \tag{87}$$

船舶 v 任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \ge -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \chi_{vqjt}\right),, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{88}$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \le \mathrm{M} \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \tag{89}$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}}-\left(t\cdot t_{\mathrm{ld}}+t_{\mathrm{s}}\right)\geq -\mathrm{M}\cdot\left(1-\psi_{vqjt}\right),\forall v\in V,q\in Q,j\in JR_v\cap JQ,t\in T \tag{90}$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}}-\left(t\cdot t_{\mathrm{ld}}+t_{\mathrm{s}}\right)\leq \mathrm{M}\cdot\psi_{vqjt},\forall v\in V,q\in Q,j\in JR_v\cap JQ,t\in T \tag{91}$$

$$SQJ_{vqj}^{t}\geq \chi_{vqjt}+\psi_{vqjt}+Y_{vqj}-2,\forall v\in V,q\in Q,j\in JR_v\cap JQ,t\in T \tag{92}$$

$$Y_{vqj}\geq SQJ_{vqj}^{t},\forall v\in V,q\in Q,j\in JR_v\cap JQ,t\in T \tag{93}$$

船舶 v 的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束：

$$SBJ_{vbj}^{t}\leq SB_{vb}^{t},\forall v\in V,b\in B_j,j\in JR_v,t\in T \tag{94}$$

船舶 v 的移泊相关约束：

$$E_{vb}+t_v^{\mathrm{c}}\leq S_{vb'}-\mathrm{M}\cdot\left(1-O_{vbb'}\right),\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{95}$$

$$E_{vb'}+t_v^{\mathrm{c}}\leq S_{vb}-\mathrm{M}\cdot\left(1-O_{vb'b}\right),\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{96}$$

$$O_{vbb'}+O_{vb'b}\leq 1,\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{97}$$

$$O_{vbb'}+O_{vb'b}\geq Z_{vb}+Z_{vb'}-1,\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{98}$$

$$O_{vbb'}\leq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{99}$$

$$O_{vb'b}\leq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b' \tag{100}$$

船舶 v 的变量关联约束：

$$Z_{vb}\geq X_{vbj},\forall v\in V,b\in B_j,j\in JR_v \tag{101}$$

$$\sum_{j\in JR_v}X_{vbj}\leq \mathrm{M}\cdot Z_{vb},\forall v\in V,b\in B_j \tag{102}$$

$$\sum_{j\in JR_v}X_{vbj}\geq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B_j \tag{103}$$

$$G_{vj}\leq v_j^{\mathrm{up}},\forall v\in V,j\in JR_v \tag{104}$$

$$G_{vj}\geq v_j,\forall v\in V,j\in JR_v \tag{105}$$

船舶 v 的线性化约束：

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (106)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (107)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (108)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (109)$$

$$D_v \geq T_v^{\mathrm{e}} - t_v^{\mathrm{d}}, \forall v \in V \quad (110)$$

$$\begin{aligned} &X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \varphi_{vbj}, \gamma_{vqj}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ &T_{vj}^{\mathrm{s}}, T_{vj}^{\mathrm{e}}, T_v^{\mathrm{e}}, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj}, D_v \geq 0 \end{aligned} \quad (111)$$

2.4 Dantzig-Wolfe 分解数学模型——算法设计

2.4.1 Dantzig-Wolfe 分解主问题数学模型——算法设计

Dantzig-Wolfe 分解模型的主问题数学模型（MP）可以被表示为：

$$\min \left(\begin{aligned} &\sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{b}} \cdot \Delta x_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{q}} \cdot \Delta y_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} \\ &+ \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot \left(DWG_j^{h_v} - v_j \right) \cdot s_{h_v} \\ &+ \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_3 \cdot c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b \in B} DWZ_{vb}^{h_v} - 1 \right) \cdot s_{h_v} + \alpha_4 \cdot \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} c^{\mathrm{d}} \cdot DT^{h_v} \cdot s_{h_v} \end{aligned} \right) \quad (112)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (113)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (114)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} s_{h_v} = 1, \forall v \in V \quad (115)$$

$$s_{h_v} \in \{0,1\}, \forall v \in V \quad (115.1)$$

其中，目标（112）表示最小化所有方案的运营成本的线性组合；约束（113）和约束（114）分别表示泊位和岸桥资源的独占性约束；约束（115）表示任意一艘船舶只能选择一个方案。约束（115.1）保证每个方案只有选和不选两种可

能性。

2.4.2 Dantzig-Wolfe 分解子问题数学模型——算法设计

Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标是 Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式（Dantzig & Wolfe, 1960）。因此，本研究首先设定约束（113）~（115）的对偶决策变量分别为$\sigma \ge 0$、$\tau \ge 0$和$\eta \in R$。为了获得每艘船舶$v \in V$的最小降低成本的可行分配方案$h_v \in H_v$，设定以下 Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标（116），构建每艘船舶 v∈V 的定价子问题（SP_v）的数学模型，具体如下：

$$\min \left(\begin{array}{l} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{b}} \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^{\mathrm{q}} \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot \left(G_{vj} - v_j \right) \\ + \alpha_3 \cdot c^{\mathrm{s}} \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^{\mathrm{d}} \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^{t} \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^{t} \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \end{array} \right), \forall v \in V \quad (116)$$

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (117)$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (118)$$

船舶 v 的任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \le 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (119)$$

船舶 v 的任务优先级约束：

$$T_{vj'}^{\mathrm{s}} \ge T_{vj}^{\mathrm{e}} - M \cdot \left(1 - p_{jj'} \right), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (120)$$

时间约束：

船舶 v 任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} = T_{vj}^{\mathrm{s}} + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (121)$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^{\mathrm{e}} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (122)$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^{\mathrm{e}} \leq t_l, \forall v \in V \quad (123)$$

船舶 v 任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^{\mathrm{s}} \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (124)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \leq T_{vj}^{\mathrm{s}} + \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (125)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}} - \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (126)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \geq -\mathrm{M} \cdot (1 - \alpha_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (127)$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - S_{vb} \leq \mathrm{M} \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (128)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}) \geq -\mathrm{M} \cdot (1 - \beta_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (129)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}) \leq \mathrm{M} \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (130)$$

$$SB_{vb}^t \geq \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (131)$$

$$Z_{vb} \geq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (132)$$

船舶 v 任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \chi_{vqjt}\right),, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (133)$$

$$t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}} - T_{vj}^{\mathrm{s}} \leq \mathrm{M} \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (134)$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} - (t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}) \geq -\mathrm{M} \cdot \left(1 - \psi_{vqjt}\right), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (135)$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} - (t \cdot t_{\mathrm{ld}} + t_{\mathrm{s}}) \leq \mathrm{M} \cdot \psi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (136)$$

$$SQJ_{vqj}^t \geq \chi_{vqjt} + \psi_{vqjt} + Y_{vqj} - 2, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (137)$$

$$Y_{vqj} \geq SQJ_{vqj}^t, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (138)$$

船舶 v 的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束：

$$SBJ_{vbj}^{t} \le SB_{vb}^{t}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \tag{139}$$

船舶 v 的移泊相关约束：

$$E_{vb} + t_v^{c} \le S_{vb'} - \mathrm{M} \cdot \left(1 - O_{vbb'}\right), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{140}$$

$$E_{vb'} + t_v^{c} \le S_{vb} - \mathrm{M} \cdot \left(1 - O_{vb'b}\right), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{141}$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \le 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{142}$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \ge Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{143}$$

$$O_{vbb'} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{144}$$

$$O_{vb'b} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \tag{145}$$

船舶 v 的变量关联约束：

$$Z_{vb} \ge X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{146}$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \le \mathrm{M} \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \tag{147}$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \ge Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \tag{148}$$

$$G_{vj} \le v_j^{\mathrm{up}}, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{149}$$

$$G_{vj} \ge v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \tag{150}$$

船舶 v 的线性化约束：

$$\varphi_{vbj} \ge X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{151}$$

$$\varphi_{vbj} \ge x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \tag{152}$$

$$\gamma_{vqj} \ge Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \tag{153}$$

$$\gamma_{vqj} \ge y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \tag{154}$$

$$D_v \geq T_v^{\mathrm{e}} - t_v^{\mathrm{d}}, \forall v \in V \tag{155}$$

$$\begin{aligned} & X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^{t}, SBJ_{vbj}^{t}, SQJ_{vqj}^{t}, O_{vbb'}, Z_{vb}, \varphi_{vbj}, \gamma_{vqj}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ & T_{vj}^{\mathrm{s}}, T_{vj}^{\mathrm{e}}, T_v^{\mathrm{e}}, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj}, D_v \geq 0 \end{aligned} \tag{156}$$