

2.1 泊位-岸桥调度恢复数学规划模型

根据时间延迟传播边界确定需要恢复计划的规划的时间范围后，本研究进一步构建泊位多任务属性场景下的泊位-岸桥调度恢复数学模型。

为了提升泊位-岸桥调度恢复计划的弹性，本研究采用灵活性策略和风险偏好策略同时，尽可能减少与基线计划的偏离以及尽可能减少船舶的延迟。本研究的假设如下：

- (1) 恢复计划的规划的时间范围内，所有泊位的船舶任务进行重新调度。
- (2) 泊位为离散型，一个泊位每个时刻仅能停靠一艘船，并且不考虑船舶长度。
- (3) 船舶每个时刻最多被一架岸桥服务。
- (4) 各泊位的水深能满足任何船舶靠泊的要求。
- (5) 岸桥服务于需要岸桥的任务，每艘船舶的需要岸桥的任务分别有且仅有一架岸桥完成。
- (6) 岸桥的承重极限能够满足船舶的需要岸桥的任务。
- (7) 每座岸桥可以在任一个泊位上开展作业。
- (8) 不考虑岸桥之间的干扰。
- (9) 在进行恢复过程之前，已经存在一个基线调度计划。

进一步地，设定泊位多任务属性场景下的考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的参数和决策变量符号如下：

表 1 泊位-岸桥调度恢复数学规划模型参数和决策变量表

	描述
集合	
V	需要重新调度的船舶集合，索引为 v 。
B	泊位集合，索引为 b 。
Q	岸桥集合，索引为 q 。
JE	与其他任务互斥的任务集合，即不能在同一泊位上执行。
JQ	需要岸桥作业的任务集合。
JR_v	船舶 v 需要重新调度任务集合。
B_j	包含任务属性 j 的泊位集合。
T	时刻集合，索引为 t ， $T = \{0, 1, 2, \dots, t_n\}$ ， $t_n = (t_1 - t_s)/t_{ld}$
参数	
x_{vbj}	船舶 v 的任务 j 的基线执行泊位。
y_{qvj}	船舶 v 的任务 j 的基线执行岸桥， $j \in JQ$ 。

n_{vj}	船舶 v 的任务 j 的任务量。
$p_{jj'}$	任务 j 需要优先于 j' 执行，则为 1，否则为 0。
t_v^c	船舶 v 的移泊时间。
t_s	恢复调度的开始时间。
t_{ld}	时刻粒度。
t_l	恢复计划的截止时间。
t_v^d	船舶 v 的预期离泊时间。
c^b	偏离基线执行泊位的单位惩罚成本。
c^q	偏离基线执行岸桥的单位惩罚成本。
c_j	任务 j 的单位速率提升的运营成本。
c^d	船舶的单位延迟成本。
c^s	船舶的单次移泊成本。
v_j	任务 j 的基线任务执行速率。
v_j^{up}	任务 j 的任务执行速率上限。
M	足够大的值。
决策变量	
X_{vbj}	0-1 决策变量，若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行，则为 1，否则为 0。
Y_{vqj}	0-1 决策变量，若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行，则为 1，否则为 0。
T_{vj}^s	船舶 v 的任务 j 开始时刻。
T_{vj}^e	船舶 v 的任务 j 结束时刻。
T_v^e	船舶 v 任务执行的结束时刻。
S_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最早时刻。
E_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最晚时刻。
SB_{vb}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t ，泊位 b 的服务于船舶 v ，则为 1，否则为 0。
SBJ_{vbj}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t ，泊位 b 的服务于船舶 v 的任务 j ，则为 1，否则为 0。
SQJ_{vqj}^t	0-1 决策变量，若在时刻 t ，岸桥 q 的服务于船舶 v 的任务 j ，则为 1，否则为 0。
G_{vj}	船舶 v 任务 j 的任务执行速率。
$O_{vbb'}$	0-1 决策变量，若船舶 v 在泊位 b' 执行任务之前在泊位 b 执行任务，则为 1，否则为 0。
Z_{vb}	0-1 决策变量，如果船舶 v 使用泊位 b ，则为 1，否则为 0。

结合以上问题描述，构建泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型（MIPM）。

（MIPM）：

目标函数：

目标 1：最小化资源偏离惩罚成本

$$F_1 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} c^b \cdot |X_{vbj} - x_{vbj}| + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^q \cdot |Y_{vqj} - y_{vqj}| \quad (1)$$

由于资源准备，涉及到那个资源，所以船舶任务最好别改变。

目标 2：最小化任务速率提升的额外运营成本

$$F_2 = \min \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \quad (2)$$

目标 3：最小化船舶移泊惩罚成本

$$F_3 = \min \sum_{v \in V} c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) \quad (3)$$

目标 4：最小化船舶延迟惩罚成本

$$F_4 = \min \sum_{v \in V} c^d \cdot (T_v^e - t_v^d)^+ \quad (4)$$

总目标：

$$F = \alpha_1 \cdot F_1 + \alpha_2 \cdot F_2 + \alpha_3 \cdot F_3 + \alpha_4 \cdot F_4 \quad (5)$$

其中， α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 分别为三个目标的权重。

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (6)$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (7)$$

任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vb'j'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (8)$$

每艘船舶任务优先级约束：

$$T_{vj'}^s \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - p_{jj'}), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (9)$$

时间约束：

任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任

务速度计算：

$$T_{vj}^c = T_{vj}^s + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (10)$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^c \geq T_{vj}^c, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (11)$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^c \leq t_l, \forall v \in V \quad (12)$$

船舶任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^s \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (13)$$

船舶的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \leq T_{vj}^s + M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (14)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^c - M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (15)$$

船舶的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \geq -M \cdot (1 - \alpha_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (16)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \leq M \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (17)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \beta_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (18)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (19)$$

$$SB_{vb}^t \geq \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (20)$$

$$Z_{vb} \geq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (21)$$

船舶任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \geq -M \cdot (1 - \chi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (22)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \leq M \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (23)$$

$$T_{vj}^c - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \psi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (24)$$

$$T_{vj}^c - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \psi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (25)$$

$$SQJ_{vqj}^t \geq \chi_{vqjt} + \psi_{vqjt} + Y_{vqj} - 2, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (26)$$

$$Y_{vqj} \geq SQJ_{vqj}^t, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (27)$$

其中, α_{vbt} 、 β_{vbt} 、 χ_{vqjt} 和 ψ_{vqjt} 布尔辅助决策变量。

船舶的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束:

$$SBJ_{vbj}^t \leq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (28)$$

移泊相关约束:

$$E_{vb} + t_v^c \leq S_{vb'} - M \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (29)$$

$$E_{vb'} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (30)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (31)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \geq Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (32)$$

$$O_{vbb'} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (33)$$

$$O_{vb'b} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (34)$$

资源独占约束:

泊位独占约束:

$$\sum_{v \in V'} SB_{vb}^t \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (35)$$

岸桥独占约束:

$$\sum_{v \in V'} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} SQJ_{vqj}^t \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (36)$$

变量关联约束:

$$Z_{vb} \geq X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (37)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \leq M \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (38)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (39)$$

$$G_{vj} \leq v_j^{\text{up}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (40)$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (41)$$

决策变量范围约束：

$$\begin{aligned} X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ T_{vj}^s, T_{vj}^e, T_v^e, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj} \geq 0 \end{aligned} \quad (42)$$

2.2 目标线性化

在模型 DMIPM 的目标中，目标（1）和（4）为非线性。为了实现 GUROBI 或 CPLEX 等求解器的求解，本研究引入变量 φ_{vbj} 、 γ_{vqj} 、 D_v 对其线性化。

目标 1 线性化结果：

$$F_1' = \min \sum_{v \in V'} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{v \in V'} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^q \cdot \gamma_{vqj} \quad (43)$$

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (44)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (45)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (46)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (47)$$

$$\varphi_{vbj}, \gamma_{vqj} \in \{0,1\} \quad (48)$$

目标 4 线性化结果：

$$F_4' = \min \sum_{v \in V'} c^d \cdot D_v \quad (49)$$

$$D_v \geq T_v^e - t_v^d, \forall v \in V \quad (50)$$

$$D_v \geq 0, \forall v \in V \quad (51)$$

结合以上线性化处理结果，获得以下泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型（MIPM-II）。

（MIPM-II）：
目标：（2）~（3）、（5）、（43）、（49）
s.t. （6）~（42）、（44）~（48）、（50）~（51）

2.3 Dantzig-Wolfe 分解数学模型

Dantzig-Wolfe 分解算法作为一种大规模线性规划问题的一种精确算法，是由 George Dantzig 和 Philip Wolfe 在 1960 年提出（Dantzig & Wolfe, 1960）。该算法基于“分解-协调”的思想将复杂的大规模线性规划问题分解为主问题和子问题，以此降低问题的求解难度。重要地，Dantzig-Wolfe 分解算法应用的重要条件是大规模线性规划问题呈现特殊结构，即约束矩阵呈“分块对角结构+耦合约束”，其中耦合约束是连接所有变量的约束，而分块约束则各自独立涉及不同的变量子集。观察 MILPM 模型，可以看出耦合约束只有约束条件（35）和（36），两者将所有船舶联系在一起，剩余的约束则全部为分块约束，仅考虑一艘船舶。因此，Dantzig-Wolfe 分解算法是求解 MILPM 模型的首选精确算法。

Dantzig, G. B., & Wolfe, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. Operations research, 8(1), 101-111.

Dantzig-Wolfe 分解算法是一种列生成算法。因此，本研究需要进一步转换 MILPM 模型中的决策变量，以此实现 Dantzig-Wolfe 分解算法求解问题，具体变换结果如表 2 所示。表 2 表明原有的决策变量转化为线性组合形式，线性组合中的每一个元素表示可行域的一个极点，即对应后续列生成中的一个列。

表 2 Dantzig-Wolfe 分解数学模型决策变量表

符号	描述
决策变量	
s_{h_v}	0-1 决策变量，若选择调度方案 h_v ，则为 1，否则为 0。
参数	
h_v	$h_v \in H_v$ ，表示船舶 v 的调度方案，具体元素包括：
$DWX_{bj}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行，则为 1，否则为 0。
$DWY_{qj}^{h_v}$	在方案 h_v 中，若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行，则为 1，否则为 0。
$DWTS_j^{h_v}$	在方案 h_v 中，船舶 v 的任务 j 开始时刻。

$DWTE_j^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 的任务 j 结束时刻。
$DWTE^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 任务执行的结束时刻。
$DWS_b^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 在泊位 b 的最早时刻。
$DWE_b^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 在泊位 b 的最晚时刻。
$DWSB_{bt}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 若在时刻 t , 泊位 b 的服务于船舶 v , 则为 1, 否则为 0。
$DWSBJ_{bjt}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 若在时刻 t , 泊位 b 的服务于船舶 v 的任务 j , 则为 1, 否则为 0。
$DWSQJ_{qjt}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 若在时刻 t , 岸桥 q 的服务于船舶 v 的任务 j , 则为 1, 否则为 0。
$DWG_j^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 任务 j 的作业速率。
$DWO_{bb'}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 若船舶 v 在泊位 b' 执行任务之前在泊位 b 执行任务, 则为 1, 否则为 0。
$DWZ_b^{h_v}$	在方案 h_v 中, 如果船舶 v 使用泊位 b , 则为 1, 否则为 0。
$\Phi_{bj}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 任务 j 的泊位偏离。
$\Gamma_{qj}^{h_v}$	在方案 h_v 中, 船舶 v 任务 j 的岸桥偏离。
DT^{h_v}	在方案 h_v 中, 船舶 v 的离港延迟。

2.3.1 Dantzig-Wolfe 分解主问题数学模型

结合以上表 2 的线性转换, Dantzig-Wolfe 分解模型的主问题数学模型 (MP) 可以被表示为:

$$\min \left(\begin{aligned} & \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^b \cdot \Phi_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^q \cdot \Gamma_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} \\ & + \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot (DWG_j^{h_v} - v_j) \cdot s_{h_v} \\ & + \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_3 \cdot c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} DWZ_b^{h_v} - 1 \right) \cdot s_{h_v} + \alpha_4 \cdot \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} c^d \cdot DT^{h_v} \cdot s_{h_v} \end{aligned} \right) \quad (52)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (53)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (54)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} s_{h_v} = 1, \forall v \in V \quad (55)$$

$$s_{h_v} \in \{0, 1\}, \forall v \in V \quad (56)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWX_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (57)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWY_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JE \cap JR_v \quad (58)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWT S_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_{vj}^s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (59)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWTE_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_{vj}^e, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (60)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWTE^{h_v} \cdot s_{h_v} = T_v^e, \forall v \in V \quad (61)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWS_b^{h_v} \cdot s_{h_v} = S_{vb}, \forall v \in V, b \in B \quad (62)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWE_b^{h_v} \cdot s_{h_v} = E_{vb}, \forall v \in V, b \in B \quad (63)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B, t \in T \quad (64)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSBJ_{bjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SBJ_{vbj}^t, \forall v \in V, b \in B, t \in T, j \in JR_v \quad (65)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} = SQJ_{vqj}^t, \forall v \in V, q \in Q, t \in T, j \in JE \cap JR_v \quad (66)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWG_j^{h_v} \cdot s_{h_v} = G_{vj}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (67)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWO_{bb'}^{h_v} \cdot s_{h_v} = O_{vbb'}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (68)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DWZ_{vb}^{h_v} \cdot s_{h_v} = Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B \quad (69)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} \Phi_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = \varphi_{vbj}, \forall v \in V \quad (70)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} \Gamma_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} = \gamma_{vqj}, \forall v \in V \quad (71)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} DT^{h_v} \cdot s_{h_v} = D_v, \forall v \in V \quad (72)$$

其中，目标（52）表示最小化所有方案的运营成本的线性组合；约束（53）和约束（54）分别表示泊位和岸桥资源的独占性约束；约束（55）表示任意一艘船舶只能选择一个方案；约束（56）保证每个方案只有选和不选两种可能性；约束（57）~（72）表示方案中的参数与原有问题决策变量之间的关系。

通过观察，可以发现当问题规模达到一定程度后，每艘船舶的调度方案数量将十分庞大，难以进行一一枚举，其导致难以实现问题的求解。鉴于以上求解困难，本研究主要采用列生成算法对主问题进行求解。在求解过程中，需要对主

问题的 0-1 决策变量 s_{h_v} 进行线性松弛。同时，由于约束 (57) ~ (72) 表示方案中的参数与原有问题变量之间的关联关系，其不影响主问题的求解，因此同样可以移除这些约束。于是，剩余目标和约束构成列生成算法求解的主问题。

2.3.2 Dantzig-Wolfe 分解子问题数学模型

Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标是 Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式 (Dantzig & Wolfe, 1960)。因此，本研究首先设定约束 (53) ~ (55) 的对偶决策变量分别为 $\sigma \geq 0$ 、 $\tau \geq 0$ 和 $\eta \in R$ 。根据单纯性和对偶原理，对于每艘船舶 $v \in V$ ，Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式为：

$$z = \min \left(\sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^q \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \right. \\ \left. + \alpha_3 \cdot c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^d \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^t \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^t \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \right), \forall v \in V \quad (73)$$

为了获得每艘船舶 $v \in V$ 的最小降低成本的可行分配方案 $h_v \in H_v$ ，将以上检验数设为 Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标 (74)，构建每艘船舶 $v \in V$ 的定价子问题 (SP_v) 的数学模型，具体如下：

$$\min \left(\sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^q \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \right. \\ \left. + \alpha_3 \cdot c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^d \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^t \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^t \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \right), \forall v \in V \quad (74)$$

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (75)$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (76)$$

船舶 v 的任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (77)$$

船舶 v 的任务优先级约束：

$$T_{vj'}^s \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - p_{jj'}), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (78)$$

时间约束：

船舶 v 任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^e = T_{vj}^s + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (79)$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^e \geq T_{vj}^e, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (80)$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^e \leq t_l, \forall v \in V \quad (81)$$

船舶 v 任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^s \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (82)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \leq T_{vj}^s + M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (83)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (84)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \geq -M \cdot (1 - \alpha_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (85)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \leq M \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (86)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \beta_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (87)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (88)$$

$$SB_{vb}^t \geq \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (89)$$

$$Z_{vb} \geq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (90)$$

船舶 v 任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \geq -M \cdot (1 - \chi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (91)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \leq M \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (92)$$

$$T_{vj}^c - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \psi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (93)$$

$$T_{vj}^c - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \psi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (94)$$

$$SQJ_{vqj}^t \geq \chi_{vqjt} + \psi_{vqjt} + Y_{vqj} - 2, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (95)$$

$$Y_{vqj} \geq SQJ_{vqj}^t, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (96)$$

船舶 v 的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束：

$$SBJ_{vbj}^t \leq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (97)$$

船舶 v 的移泊相关约束：

$$E_{vb} + t_v^c \leq S_{vb'} - M \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (98)$$

$$E_{vb'} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (99)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (100)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \geq Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (101)$$

$$O_{vbb'} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (102)$$

$$O_{vb'b} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (103)$$

船舶 v 的变量关联约束：

$$Z_{vb} \geq X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (104)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \leq M \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (105)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (106)$$

$$G_{vj} \leq v_j^{\text{up}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (107)$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (108)$$

船舶 v 的线性化约束:

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (109)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (110)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (111)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (112)$$

$$D_v \geq T_v^e - t_v^d, \forall v \in V \quad (113)$$

$$X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \varphi_{vbj}, \gamma_{vqj}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ T_{vj}^s, T_{vj}^e, T_v^e, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj}, D_v \geq 0 \quad (114)$$

2.4 Dantzig-Wolfe 分解数学模型——算法设计

2.4.1 Dantzig-Wolfe 分解主问题数学模型——算法设计

Dantzig-Wolfe 分解模型的主问题数学模型 (MP) 可以被表示为:

$$\min \left(\begin{aligned} & \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^b \cdot \Phi_{bj}^{h_v} \cdot s_{h_v} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_1 \cdot c^q \cdot \Gamma_{qj}^{h_v} \cdot s_{h_v} \\ & + \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot (DWG_j^{h_v} - v_j) \cdot s_{h_v} \\ & + \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} \alpha_3 \cdot c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} DWZ_{vb}^{h_v} - 1 \right) \cdot s_{h_v} + \alpha_4 \cdot \sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} c^d \cdot DT^{h_v} \cdot s_{h_v} \end{aligned} \right) \quad (115)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} \sum_{h_v \in H_v} DWSB_{bt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (116)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{h_v \in H_v} DWSQJ_{qjt}^{h_v} \cdot s_{h_v} \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (117)$$

$$\sum_{h_v \in H_v} s_{h_v} = 1, \forall v \in V \quad (118)$$

$$s_{h_v} \in \{0,1\}, \forall v \in V \quad (119)$$

其中, 目标 (115) 表示最小化所有方案的运营成本的线性组合; 约束 (116) 和约束 (117) 分别表示泊位和岸桥资源的独占性约束; 约束 (118) 表示任意

一艘船舶只能选择一个方案。约束（119）保证每个方案只有选和不选两种可能性。

2.4.2 Dantzig-Wolfe 分解子问题数学模型——算法设计

Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标是 Dantzig-Wolfe 分解主问题的检验数表达式（Dantzig & Wolfe, 1960）。因此，本研究首先设定约束（116）~（118）的对偶决策变量分别为 $\sigma \geq 0$ 、 $\tau \geq 0$ 和 $\eta \in R$ 。为了获得每艘船舶 $v \in V$ 的最小降低成本的可行分配方案 $h_v \in H_v$ ，设定以下 Dantzig-Wolfe 分解子问题的优化目标

（120），构建每艘船舶 $v \in V$ 的定价子问题（SP_v）的数学模型，具体如下：

$$\min \left(\sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} \alpha_1 \cdot c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \alpha_1 \cdot c^q \cdot \gamma_{vqj} + \sum_{j \in JR_v} \alpha_2 \cdot c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \right. \\ \left. + \alpha_3 \cdot c^s \cdot \left(\sum_{b \in B} Z_{vb} - 1 \right) + \alpha_4 \cdot c^d \cdot D_v + \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SB_{vb}^t \cdot \sigma_{vbt} + \sum_{j \in JR_v \cap JQ} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} SQJ_{vqj}^t \cdot \tau_{vbt} - \eta_v \right), \forall v \in V \quad (120)$$

s.t.

任务约束：

船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (121)$$

船舶 v 有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (122)$$

船舶 v 的任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (123)$$

船舶 v 的任务优先级约束：

$$T_{vj'}^s \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - p_{jj'}), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (124)$$

时间约束：

船舶 v 任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^e = T_{vj}^s + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (125)$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^e \geq T_{vj}^e, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (126)$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^e \leq t_l, \forall v \in V \quad (127)$$

船舶 v 任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间：

$$T_{vj}^s \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (128)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束：

$$S_{vb} \leq T_{vj}^s + M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (129)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (130)$$

船舶 v 的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \geq -M \cdot (1 - \alpha_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (131)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - S_{vb} \leq M \cdot \alpha_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (132)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \beta_{vbt}), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (133)$$

$$E_{vb} - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \beta_{vbt}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (134)$$

$$SB'_{vb} \geq \alpha_{vbt} + \beta_{vbt} + Z_{vb} - 2, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (135)$$

$$Z_{vb} \geq SB'_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (136)$$

船舶 v 任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束：

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \geq -M \cdot (1 - \chi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (137)$$

$$t \cdot t_{ld} + t_s - T_{vj}^s \leq M \cdot \chi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (138)$$

$$T_{vj}^e - (t \cdot t_{ld} + t_s) \geq -M \cdot (1 - \psi_{vqjt}), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (139)$$

$$T_{vj}^e - (t \cdot t_{ld} + t_s) \leq M \cdot \psi_{vqjt}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (140)$$

$$SQJ'_{vqj} \geq \chi_{vqjt} + \psi_{vqjt} + Y_{vqj} - 2, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (141)$$

$$Y_{vqj} \geq SQJ'_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (142)$$

船舶 v 的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束：

$$SBJ_{vbj}^t \leq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (143)$$

船舶 v 的移泊相关约束：

$$E_{vb} + t_v^c \leq S_{vb'} - M \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (144)$$

$$E_{vb'} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (145)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (146)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \geq Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (147)$$

$$O_{vbb'} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (148)$$

$$O_{vb'b} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (149)$$

船舶 v 的变量关联约束：

$$Z_{vb} \geq X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (150)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \leq M \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (151)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (152)$$

$$G_{vj} \leq v_j^{up}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (153)$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (154)$$

船舶 v 的线性化约束：

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (155)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (156)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (157)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (158)$$

$$D_v \geq T_v^e - t_v^d, \forall v \in V \tag{159}$$

$$\begin{aligned} X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \varphi_{vbj}, \gamma_{vqj}, \alpha_{vbt}, \beta_{vbt}, \chi_{vqjt}, \psi_{vqjt} \in \{0,1\} \\ T_{vj}^s, T_{vj}^e, T_v^e, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj}, D_v \geq 0 \end{aligned} \tag{160}$$