

### 2.3 泊位-岸桥调度恢复数学规划模型

为了提升泊位-岸桥调度恢复计划的弹性，本研究采用灵活性策略和风险偏好策略同时，尽可能减少与基线计划的偏离以及尽可能减少船舶的延迟。本研究的假设如下：

- (1) 恢复计划的规划的时间范围内，所有泊位的船舶任务进行重新调度。
- (2) 泊位为离散型，一个泊位每个时刻仅能停靠一艘船，并且不考虑船舶长度。
- (3) 船舶每个时刻最多被一架岸桥服务。
- (4) 各泊位的水深能满足任何船舶靠泊的要求。
- (5) 岸桥服务于需要岸桥的任务，每艘船舶的需要岸桥的任务分别有且仅有一架岸桥完成。
- (6) 岸桥的承重极限能够满足船舶的需要岸桥的任务。
- (7) 每座岸桥可以在任一个泊位上开展作业。
- (8) 不考虑岸桥之间的干扰。
- (9) 在进行恢复过程之前，已经存在一个基线调度计划。

进一步地，设定泊位多任务属性场景下的考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的参数和决策变量符号如下：

	描述
集合	
VR	需要重新调度的船舶集合，索引为 $v$ 。
B	泊位集合，索引为 $b$ 。
Q	岸桥集合，索引为 $q$ 。
J $D$	所有延迟任务集合（包含初始延迟任务和传播延迟任务），索引为 $j$ 。
J $E$	与其他任务互斥的任务集合，即不能在同一泊位上执行。
J $Q$	需要岸桥作业的任务集合。
JR $v$	船舶 $v$ 需要重新调度任务集合。
B $j$	包含任务属性 $j$ 的泊位集合。
T	时刻集合，索引为 $t$ 。
I $b$	泊位 $b$ 可以扩展的任务集合。
参数	
X $vbj$	船舶 $v$ 的任务 $j$ 的基线执行泊位。
y $vqj$	船舶 $v$ 的任务 $j$ 的基线执行岸桥， $j \in JQ$ 。
n $_{vj}$	船舶 $v$ 的任务 $j$ 的作业量。
p $_{jj'}$	任务 $j$ 需要优先于 $j'$ 执行，则为 1，否则为 0。
t $s$	恢复调度的开始时间。

$t_v^c$	船舶 v 的移泊时间。
$t_l$	恢复计划的截止时间。
$t_v^d$	船舶 v 的预期离泊时间。
$c^b$	偏离基线执行泊位的单位惩罚成本。
$c^q$	偏离基线执行岸桥的单位惩罚成本。
$c_j$	任务 j 的单位速率提升的运营成本。
$c_d$	船舶的单位延迟成本。
$c_s$	船舶的单次移泊成本。
$v_j$	任务 j 的基线作业速率。
$v_j^{up}$	任务 j 的作业速率上限。
M	足够大的值。
决策变量	
$X_{vbj}$	0-1 决策变量, 若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行, 则为 1, 否则为 0。
$Y_{vqj}$	0-1 决策变量, 若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行, 则为 1, 否则为 0。
$T_{vj}^s$	船舶 v 的任务 j 开始时刻。
$T_{vj}^e$	船舶 v 的任务 j 结束时刻。
$T_v^e$	船舶 v 任务执行的结束时刻。
$S_{vb}$	船舶 v 在泊位 b 的最早时刻。
$E_{vb}$	船舶 v 在泊位 b 的最晚时刻。
$SB_{vb}^t$	0-1 决策变量, 若在时刻 t, 泊位 b 的服务于船舶 v, 则为 1, 否则为 0。
$SBJ_{vbj}^t$	0-1 决策变量, 若在时刻 t, 泊位 b 的服务于船舶 v 的任务 j, 则为 1, 否则为 0。
$SQJ_{vqj}^t$	0-1 决策变量, 若在时刻 t, 岸桥 q 的服务于船舶 v 的任务 j, 则为 1, 否则为 0。
$G_{vj}$	船舶 v 任务 j 的作业速率。
$O_{vbb'}$	0-1 决策变量, 若船舶 v 在泊位 b' 执行任务之前在泊位 b 执行任务, 则为 1, 否则为 0。
$Z_{vb}$	0-1 决策变量, 如果船舶 v 使用泊位 b, 则为 1, 否则为 0。

结合以上问题描述, 构建泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型 (MIPM)。

(MIPM):

目标函数:

目标 1: 最小化资源偏离惩罚成本

$$F_1 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_v} \sum_{j \in JR_v} c^b \cdot |X_{vbj} - x_{vbj}| + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^q \cdot |Y_{vqj} - y_{vqj}| \quad (1)$$

目标 2: 最小化任务速率提升的额外运营成本

$$F_2 = \min \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \quad (2)$$

目标 3：最小化船舶移泊惩罚成本

$$F_3 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B} \sum_{b' \in B \setminus \{b\}} c^s \cdot O_{vbb'} \quad (3)$$

目标 4：最小化船舶延迟惩罚成本

$$F_4 = \min \sum_{v \in V} c^d \cdot (T_v^e - t_v^d)^+ \quad (4)$$

总目标：

$$F = \alpha_1 \cdot F_1 + \alpha_2 \cdot F_2 + \alpha_3 \cdot F_3 + \alpha_4 \cdot F_4 \quad (5)$$

其中， $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_4$  分别为四个目标的权重。

s.t.

任务约束：

船舶  $v$  的任务  $j$  仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (6)$$

船舶  $v$  有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (7)$$

任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (8)$$

每艘船舶任务优先级约束：

$$T_{vj'}^s \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - p_{jj'}), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (9)$$

时间约束：

任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任

务速度计算:

$$T_{vj}^e = T_{vj}^s + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (10)$$

船舶 v 的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻:

$$T_v^e \geq T_{vj}^e, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (11)$$

船舶 v 的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间:

$$T_v^e \leq t_l, \forall v \in V \quad (12)$$

**船舶任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间:**

$$T_{vj}^s \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (13)$$

船舶的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束:

$$S_{vb} \leq T_{vj}^s + M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (14)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (15)$$

船舶的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束:

$$S_{vb} - t \leq M \cdot (1 - SB_{vb}^t), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (16)$$

$$E_{vb} - t \geq M \cdot (1 - SB_{vb}^t), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (17)$$

船舶任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束:

$$T_{vj}^s - t \leq M \cdot (1 - SBJ_{vbj}^t), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (18)$$

$$T_{vj}^e - t \geq M \cdot (1 - SBJ_{vbj}^t), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (19)$$

$$T_{vj}^s - t \leq M \cdot (1 - SQJ_{vqj}^t), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (20)$$

$$T_{vj}^e - t \geq M \cdot (1 - SQJ_{vqj}^t), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (21)$$

船舶的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束:

$$SBJ_{vbj}^t \leq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (22)$$

移泊相关约束:

$$E_{vb} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (23)$$

$$E_{vb'} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (24)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (25)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \geq Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (26)$$

$$O_{vbb'} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (27)$$

$$O_{vb'b} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (28)$$

资源独占约束:

泊位独占约束:

$$\sum_{v \in V} SB_{vb}^t \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (29)$$

岸桥独占约束:

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} SQJ_{vqj}^t \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (30)$$

变量关联约束:

$$Z_{vb} \geq X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (31)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \leq M \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (32)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (33)$$

$$G_{vj} \leq v_j^{up}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (34)$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (35)$$

决策变量范围约束:

$$\begin{aligned} X_{vbj}, Y_{vaj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb} &\in \{0, 1\} \\ T_{vj}^s, T_{vj}^e, T_v^e, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj} &\geq 0 \end{aligned} \quad (36)$$

## 2.4 目标线性化

在模型 MIPM 的目标中，目标（1）和（4）为非线性。为了实现 GUROBI 或 CPLEX 等求解器的求解，本研究引入变量  $\varphi_{vbj}$ 、 $\gamma_{vqj}$ 、 $D_v$  对其线性化。

目标 1 线性化结果：

$$F'_1 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^q \cdot \gamma_{vqj} \quad (37)$$

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (38)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (39)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (40)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (41)$$

$$\varphi_{vbj}, \gamma_{vqj} \in \{0, 1\} \quad (42)$$

目标 4 线性化结果：

$$F'_4 = \min \sum_{v \in V} c^d \cdot D_v \quad (43)$$

$$D_v \geq T_v^e - t_v^d, \forall v \in V \quad (44)$$

$$D_v \geq 0, \forall v \in V \quad (45)$$

结合以上线性化处理结果，获得以下泊位多任务属性的场景下考虑时间延误传播的泊位-岸桥调度计划恢复问题的混合整数规划模型（MIPM-II）。

（MIPM-II）：

目标：

$$F = \alpha_1 \cdot F_1 + \alpha_2 \cdot F_2 + \alpha_3 \cdot F_3 + \alpha_4 \cdot F_4 \quad (46)$$

其中， $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_4$  分别为四个目标的权重。

目标 1：最小化资源偏离惩罚成本

$$F'_1 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B_j} \sum_{j \in JR_v} c^b \cdot \varphi_{vbj} + \sum_{v \in V} \sum_{q \in Q} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} c^q \cdot \gamma_{vqj} \quad (47)$$

目标 2：最小化任务速率提升的额外运营成本

$$F_2 = \min \sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v} c_j \cdot (G_{vj} - v_j) \quad (48)$$

目标 3：最小化船舶移泊惩罚成本

$$F_3 = \min \sum_{v \in V} \sum_{b \in B} \sum_{b' \in B \setminus \{b\}} c^s \cdot O_{vbb'} \quad (49)$$

目标 4：最小化船舶延迟惩罚成本

$$F_4 = \min \sum_{v \in V} c^d \cdot D_v \quad (50)$$

s.t.

任务约束：

船舶  $v$  的任务  $j$  仅能在一个泊位上执行：

$$\sum_{b \in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (51)$$

船舶  $v$  有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务。

$$\sum_{q \in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v \in V, j \in JQ \quad (52)$$

任务互斥约束：

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, j \in JR_v \setminus \{j'\}, j' \in JE \cap JR_v \quad (53)$$

每艘船舶任务优先级约束：

$$T_{vj'}^s \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - p_{jj'}), \forall v \in V, j' \in JR_v, j \in JR_v \quad (54)$$

时间约束：

任务的结束时刻等于其开始时刻加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算：

$$T_{vj}^e = T_{vj}^s + \frac{n_{vj}}{G_{vj}}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (55)$$

船舶  $v$  的结束时刻对应于其所有任务中的最迟完成时刻：

$$T_v^e \geq T_{vj}^e, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (56)$$

船舶  $v$  的结束时刻不晚于恢复计划的截止时间：

$$T_v^e \leq t_l, \forall v \in V \quad (57)$$

船舶任务开始时间要晚于恢复调度的开始时间:

$$T_{vj}^s \geq t_s, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (58)$$

船舶的泊位占用时间与船舶任务执行时间对应约束:

$$S_{vb} \leq T_{vj}^s + M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (59)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^e - M \cdot (1 - X_{vbj}), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (60)$$

船舶的泊位占用时间与船舶的泊位占用时刻对应约束:

$$S_{vb} - t \leq M \cdot (1 - SB_{vb}^t), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (61)$$

$$E_{vb} - t \geq M \cdot (1 - SB_{vb}^t), \forall v \in V, b \in B_j, t \in T \quad (62)$$

船舶任务执行时间与船舶任务执行时刻对应约束:

$$T_{vj}^s - t \leq M \cdot (1 - SBJ_{vbj}^t), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (63)$$

$$T_{vj}^e - t \geq M \cdot (1 - SBJ_{vbj}^t), \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (64)$$

$$T_{vj}^s - t \leq M \cdot (1 - SQJ_{vqj}^t), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (65)$$

$$T_{vj}^e - t \geq M \cdot (1 - SQJ_{vqj}^t), \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \cap JQ, t \in T \quad (66)$$

船舶的泊位占用时刻和船舶任务执行时刻对应约束:

$$SBJ_{vbj}^t \leq SB_{vb}^t, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v, t \in T \quad (67)$$

移泊相关约束:

$$E_{vb} + t_v^c \leq S_{vb'} - M \cdot (1 - O_{vbb'}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (68)$$

$$E_{vb'} + t_v^c \leq S_{vb} - M \cdot (1 - O_{vb'b}), \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (69)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \leq 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (70)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \geq Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (71)$$

$$O_{vbb'} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (72)$$

$$O_{vb'b} \leq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \neq b' \quad (73)$$

资源独占约束:

泊位独占约束:

$$\sum_{v \in V} SB_{vb}^t \leq 1, \forall b \in B, t \in T \quad (74)$$

岸桥独占约束:

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in JR_v \cap JQ} SQJ_{vqj}^t \leq 1, \forall q \in Q, t \in T \quad (75)$$

变量关联约束:

$$Z_{vb} \geq X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (76)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \leq M \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (77)$$

$$\sum_{j \in JR_v} X_{vbj} \geq Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B_j \quad (78)$$

$$G_{vj} \leq v_j^{up}, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (79)$$

$$G_{vj} \geq v_j, \forall v \in V, j \in JR_v \quad (80)$$

线性化约束:

$$\varphi_{vbj} \geq X_{vbj} - x_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (81)$$

$$\varphi_{vbj} \geq x_{vbj} - X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B_j, j \in JR_v \quad (82)$$

$$\gamma_{vqj} \geq Y_{vqj} - y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (83)$$

$$\gamma_{vqj} \geq y_{vqj} - Y_{vqj}, \forall v \in V, q \in Q, j \in JR_v \quad (84)$$

$$D_v \geq T_v^e - t_v^d, \forall v \in V \quad (85)$$

决策变量范围约束:

$$\begin{aligned} X_{vbj}, Y_{vqj}, SB_{vb}^t, SBJ_{vbj}^t, SQJ_{vqj}^t, O_{vbb'}, Z_{vb}, \varphi_{vbj}, \gamma_{vqj} &\in \{0, 1\} \\ T_{vj}^s, T_{vj}^e, T_v^e, S_{vb}, E_{vb}, G_{vj}, D_v &\geq 0 \end{aligned} \quad (86)$$