3.2 泊位多任务属性场景下的泊位和岸桥集成调度数学模型

3.2.1 问题描述

本章的核心问题是泊位多任务属性场景下的泊位-岸桥集成调度问题（BQCISP_BMT），其确定性问题假设调度的相关信息都是提前已知并准确。具体问题描述如下：在一定的计划周期内，每隔一段时间即有一艘或若干艘船舶抵达码头，船舶抵达码头后需要进行一项或多项任务。每艘船舶都具有准确的预计到港时间、预计离港时间和计划任务详细信息。计划周期内，所有船舶按照预计到港时间到港，泊位和岸桥资源根据所有船舶包含的任务信息进行调度决策，以此在计划周期内保证所有船舶任务完成，确保船舶尽可能在计划离港时间之前离港。通过泊位-岸桥集成调度决策，最终输出结果包含泊位调度计划、岸桥调度计划和船舶的任务计划。

本章的假设如下：

（1） 泊位为离散型，一个泊位每个时刻仅能停靠一艘船，并且不考虑船舶长度。

（2）船舶每个时刻最多被一架岸桥服务。

（3）船舶各项任务分别有且仅有一个泊位完成。

（4）各泊位的水深能满足任何船舶靠泊的要求。

（5）岸桥服务于需要岸桥的任务，每艘船舶的需要岸桥的任务分别有且仅有一架岸桥完成。

（6）岸桥的承重极限能够满足船舶的需要岸桥的任务。

（7）每座岸桥可以在任一个泊位上开展作业。

（8） 不考虑岸桥之间的干扰。

设定泊位多任务属性场景下的泊位和岸桥集成调度问题的参数和决策变量符号如下：

符号	描述
集合	
V	船舶集合，索引为 v。
B	泊位集合，索引为 b。
Q	岸桥集合，索引为 q。
J	任务集合，索引为 j。
JE	与其他任务互斥的任务集合，即不能在同一泊位上执行。
JQ	需要岸桥作业的任务集合。
J_v	船舶 v 的任务集合。

B_j	包含任务属性 j 的泊位集合。
参数	
n_{vj}	船舶 v 的任务 j 的作业量。
t_v^c	船舶 v 的移泊时间。
v_j	任务 j 的任务执行速率。
t_v^a	船舶 v 的预期到达时间。
t_v^d	船舶 v 的预期离泊时间。
$p_{jj'}$	任务 j 需要优先于 j'执行，则为 1，否则为 0。
决策变量	
X_{vbj}	0-1 决策变量，若船舶 v 的任务 j 分配到泊位 b 执行，则为 1，否则为 0。
Y_{vqj}	0-1 决策变量，若将船舶 v 的任务 j 分配给岸桥 q 执行，则为 1，否则为 0。
$F_{vv'b}$	0-1 决策变量，如果泊位 b 上船舶 v 早于船舶 v'，则为 1
$G_{vv'qjj'}$	0-1 决策变量，如果岸桥 q 上船舶 v 的任务 j 优先于船舶 v 的任务 j′ 执行，则为 1，否则为 0。
$O_{vbb'}$	0-1 决策变量，船舶 v 在泊位 b'执行任务之前在泊位 b 执行任务，则为 1，否则为 0。
Z_{vb}	0-1 决策变量，如果船舶 v 使用泊位 b，则为 1，否则为 0。
T_{vj}^s	船舶 v 的任务 j 开始时间。
T_{vj}^e	船舶 v 的任务 j 结束时间。
T_v^e	船舶 v 任务执行的结束时间。
S_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最早时间。
E_{vb}	船舶 v 在泊位 b 的最晚时间。

3.2.2 数学模型构建

结合以上问题描述，构建泊位多任务属性场景下的泊位-岸桥弹性集成调度问题的确定性混合整数规划模型（DMIPM-I）。

（DMIPM-I）：

$$\min \sum_{v\in V}\left(T_v^e - t_v^d\right)^+ \tag{1}$$

s.t.

$$\sum_{b\in B_j} X_{vbj} = 1, \forall v\in V, j\in J_v \tag{2}$$

$$\sum_{q\in Q} Y_{vqj} = 1, \forall v\in V, j\in JQ \tag{3}$$

$$X_{vbj} + X_{vbj'} \le 1, \forall v\in V, b\in B, j\in J_v\setminus\{j'\}, j'\in JE\bigcap J_v \tag{4}$$

$$T_{vj'}^s \ge T_{vj}^e - M\cdot\left(1-p_{jj'}\right), \forall v\in V, j'\in J_v, j\in J_v \tag{5}$$

$$F_{vv'b} \cdot \left(E_{vb} - S_{v'b}\right) \le 0, \forall b \in B, v \in V, v' \in V, v \ne v' \quad (6)$$

$$F_{vv'b} + F_{v'vb} \le 1, \forall b \in B, v \in V, v' \in V, v \ne v' \quad (7)$$

$$F_{vv'b} + F_{v'vb} \ge Z_{vb} + Z_{v'b} - 1, \forall b \in B, v \in V, v' \in V, v \ne v' \quad (8)$$

$$F_{vv'b} \le Z_{vb}, \forall b \in B, v \in V, v' \in V, v \ne v' \quad (9)$$

$$F_{v'vb} \le Z_{vb}, \forall b \in B, v \in V, v' \in V, v \ne v' \quad (10)$$

$$G_{vv'qjj'} \cdot \left(T_{vj}^{\mathrm{e}} - T_{v'j'}^{\mathrm{s}}\right) \le 0, \forall q \in Q, v \in V, v' \in V, v \ne v', j \in JQ, j' \in JQ \quad (11)$$

$$G_{vv'qjj'} + G_{v'vqj'j} \le 1, \forall q \in Q, v \in V, v' \in V, v \ne v', j \in JQ, j' \in JQ \quad (12)$$

$$G_{vv'qjj'} + G_{v'vqj'j} \ge Y_{vqj} + Y_{v'qj'} - 1, \forall q \in Q, v \in V, v' \in V, v \ne v', j \in JQ, j' \in JQ \quad (13)$$

$$G_{vv'qjj'} \le Y_{vqj}, \forall q \in Q, v \in V, v' \in V, v \ne v', j \in JQ, j' \in JQ \quad (14)$$

$$G_{v'vqj'j} \le Y_{vqj}, \forall q \in Q, v \in V, v' \in V, v \ne v', j \in JQ, j' \in JQ \quad (15)$$

$$O_{vbb'} \cdot \left(E_{vb} + t_v^{\mathrm{c}} - S_{vb'}\right) \le 0, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \quad (16)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \le 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \quad (17)$$

$$O_{vbb'} + O_{vb'b} \ge Z_{vb} + Z_{vb'} - 1, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \quad (18)$$

$$O_{vbb'} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \quad (19)$$

$$O_{vb'b} \le Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B, b' \in B, b \ne b' \quad (20)$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}} = T_{vj}^{\mathrm{s}} + \frac{n_{vj}}{v_j}, \forall v \in V, j \in J_v \quad (21)$$

$$T_v^{\mathrm{e}} \ge T_{vj}^{\mathrm{e}}, \forall v \in V, j \in J_v \quad (22)$$

$$T_{vj}^{s} \ge t_v^{\mathrm{a}}, \forall v \in V, j \in J_v \quad (23)$$

$$Z_{vb} \ge X_{vbj}, \forall v \in V, b \in B, j \in J_v \quad (24)$$

$$\sum_{j \in J_v} X_{vbj} \le \mathrm{M} \cdot Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B \quad (25)$$

$$\sum_{j \in J_v} X_{vbj} \ge Z_{vb}, \forall v \in V, b \in B \quad (26)$$

$$S_{vb} \le T_{vj}^{\mathrm{s}} + \mathrm{M} \cdot \left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B, j \in J_v \quad (27)$$

$$E_{vb} \geq T_{vj}^{\mathrm{e}} - \mathrm{M}\cdot\left(1 - X_{vbj}\right), \forall v \in V, b \in B, j \in J_v \tag{28}$$

$$\begin{aligned} & X_{vbj}, Y_{vqj}, F_{vv'b}, G_{vv'qjj'}, O_{vbb'}, Z_{vb} \in \{0,1\} \\ & T_{vj}^{\mathrm{s}}, T_{vj}^{\mathrm{e}}, T_{v}^{\mathrm{e}}, S_{vb}, E_{vb} \geq 0 \end{aligned} \tag{29}$$

其中， 目标函数（1）为最小化船舶延迟时间；约束（2）表示船舶 v 的任务 j 仅能在一个泊位上执行；约束（3）表示船舶 v 如果有需要岸桥的任务，则仅有一个岸桥仅能为其提供一次服务；约束（4）表示任务互斥约束；约束（5）表示每艘船舶任务优先级约束；约束（6）~（10）表示泊位时间约束，确保每个泊位每个时刻仅能为一艘船舶提供服务；约束（11）~（15）表示岸桥时间约束，确保每座岸桥每个时刻仅能为一艘船舶提供服务；约束（16）~（20）表示船舶的移泊相关约束；约束（21）表示任务的结束时间等于其开始时间加上任务执行时间，执行时间按任务量除以任务速度计算；约束（22）表示船舶 v 的结束时间对应于其所有任务中的最迟完成时间；约束（23）表示船舶 v 的任何任务开始执行的时间不得早于其预计抵达时间；约束（24）~（28）表示决策变量联系相关约束；约束（29）表示决策变量范围约束。

3.3 两阶段随机规划数学模型

考虑船舶预计到达时间、作业执行速率和移泊时间的不确定，在确定型DMIPM-I的参数和决策变量基础上，本章重新定义相关的情景参数和决策变量，如下：

符号	描述
集合	
Ω	情景集合，索引为 ω。
参数	
$t_v^{\mathrm{c}}(\omega)$	情景 ω 下的船舶 v 的移泊时间。
$v_j(\omega)$	情景 ω 下的任务 j 的任务执行速率。
$t_v^{\mathrm{a}}(\omega)$	情景 ω 下的船舶 v 的预期到达时间。
p_ω	情景 ω 的发生概率。
决策变量	
$F_{vv'b}(\omega)$	0-1 决策变量，情景 ω 下，如果泊位 b 上船舶 v 在早于船舶 v’，则为 1
$G_{vv'qjj'}(\omega)$	0-1 决策变量，情景 ω 下，如果岸桥 q 上船舶 v 的任务 j 优先于船舶 v 的任务 j′ 执行，则为 1，否则为 0。
$O_{vbb'}(\omega)$	0-1 决策变量，情景 ω 下，船舶 v 在泊位 b’执行任务之前在泊位 b 执行

	任务，则为 1，否则为 0。
$T_{vj}^{\mathrm{s}}(\omega)$	情景 ω 下，船舶 v 的任务 j 开始时间。
$T_{vj}^{\mathrm{e}}(\omega)$	情景 ω 下，船舶 v 的任务 j 结束时间。
$T_{v}^{\mathrm{e}}(\omega)$	情景 ω 下，船舶 v 任务执行的结束时间。
$S_{vb}(\omega)$	情景 ω 下，船舶 v 在泊位 b 的最早时间。
$E_{vb}(\omega)$	情景 ω 下，船舶 v 在泊位 b 的最晚时间。

结合以上参数，针对泊位多任务属性场景下的泊位-岸桥两阶段随机调度问题（TSBQCSP_BMT），本章构建混合整数随机规划模型 TSSMIPM-I。

目标一：船舶延迟时间最小化：

$$\min \sum_{\omega\in\Omega}\sum_{v\in V} p_{\omega}\left(T_{v}^{\mathrm{e}}(\omega)-t_{v}^{\mathrm{d}}\right)^{+} \tag{30}$$

目标二：移泊次数最小化：

$$\min \sum_{\omega\in\Omega}\sum_{v\in V}\sum_{b\in B}\sum_{b'\in B\setminus\{b\}} p_{\omega}\cdot O_{vbb'}(\omega)\cdot t_{v}^{\mathrm{c}}(\omega) \tag{31}$$

目标三：平均时间间隙长度最大化

$$\min -\sum_{\omega\in\Omega} p_{\omega}\cdot AVGS(\omega) \tag{32}$$

目标四：时间间隙长度分布均匀最大化：

$$\min -\sum_{\omega\in\Omega} p_{\omega}\cdot NES(\omega) \tag{33}$$

s.t.

$$AVGS(\omega)=\left.\begin{pmatrix} \sum\limits_{v\in V}\sum\limits_{b\in B}\sum\limits_{b'\in B} O_{vbb'}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right) \\ +\sum\limits_{v\in V}\sum\limits_{b'\in B}\sum\limits_{b\in B} O_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right) \\ +\sum\limits_{v\in V}\sum\limits_{b\in B}\sum\limits_{b'\in B} F_{vv'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right) \\ +\sum\limits_{v\in V}\sum\limits_{b'\in B}\sum\limits_{b\in B} F_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right) \end{pmatrix}\middle/ \sum_{v\in V}\sum_{b\in B} Z_{vb}\right., \forall\omega\in\Omega \tag{34}$$

$$NES(\omega)=-\sum_{v\in V}\sum_{b\in B} q_{vb}(\omega)\log(q_{vb}(\omega)),\forall\omega\in\Omega \tag{35}$$

$$q_{vb}(\omega)=\left.\begin{pmatrix}\sum_{b'\in B}O_{vbb'}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{b'\in B}O_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\\+\sum_{v'\in V}F_{vv'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{v'\in V}F_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\end{pmatrix}\middle/\begin{pmatrix}\sum_{v\in V}\sum_{b\in B}\sum_{b'\in B}O_{vbb'}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{v\in V}\sum_{b'\in B}\sum_{b\in B}O_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\\+\sum_{v\in V}\sum_{b\in B}\sum_{b'\in B}F_{vv'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{v\in V}\sum_{b'\in B}\sum_{b\in B}F_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\end{pmatrix}\right.,\forall v\in V,b\in B,\omega\in\Omega \quad (36)$$

$$S_{vb}(\omega)=\begin{pmatrix}\sum_{b'\in B}O_{vbb'}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{b'\in B}O_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\\+\sum_{v'\in V}F_{vv'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb'}(\omega)-E_{vb}(\omega)\right)\\+\sum_{v'\in V}F_{vb'b}(\omega)\cdot\left(S_{vb}(\omega)-E_{vb'}(\omega)\right)\end{pmatrix},\forall v\in V,v\neq v',b\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (37)$$

$$\sum_{b\in B_j}X_{vbj}=1,\forall v\in V,\ j\in J_v \quad (38)$$

$$\sum_{q\in Q}Y_{vqj}=1,\forall v\in V,\ j\in JQ \quad (39)$$

$$X_{vbj}+X_{vbj'}\leq 1,\forall v\in V,b\in B,j\in J_v\setminus\{j'\},j'\in JE\cap J_v \quad (40)$$

$$Z_{vb}\geq X_{vbj},\forall v\in V,b\in B,\ j\in J_v \quad (41)$$

$$\sum_{j\in J_v}X_{vbj}\leq \mathrm{M}\cdot Z_{vb},\forall v\in V,b\in B \quad (42)$$

$$\sum_{j\in J_v}X_{vbj}\geq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B \quad (43)$$

$$X_{vbj},Y_{vqj},Z_{vb}\in\{0,1\} \quad (44)$$

$$T^{\mathrm{s}}_{vj'}(\omega)\geq T^{\mathrm{e}}_{vj}(\omega)-M\cdot\left(1-p_{jj'}\right),\forall v\in V,j'\in J_v,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (45)$$

$$F_{vv'b}(\omega)\cdot\left(E_{vb}(\omega)-S_{v'b}(\omega)\right)\leq 0,\forall b\in B,v\in V,v'\in V,v\neq v',\omega\in\Omega \quad (56)$$

$$F_{vv'b}(\omega)+F_{v'vb}(\omega)\leq 1,\forall b\in B,v\in V,v'\in V,v\neq v',\omega\in\Omega \quad (47)$$

$$F_{vv'b}(\omega)+F_{v'vb}(\omega)\geq Z_{vb}+Z_{v'b}-1,\forall b\in B,v\in V,v'\in V,v\neq v',\omega\in\Omega \quad (48)$$

$$F_{vv'b}(\omega)\leq Z_{vb},\forall b\in B,v\in V,v'\in V,v\neq v',\omega\in\Omega \quad (49)$$

$$F_{v'vb}(\omega)\leq Z_{vb},\forall b\in B,v\in V,v'\in V,v\neq v',\omega\in\Omega \quad (50)$$

$$G_{vv'qjj'}(\omega)\cdot\left(T^{\mathrm{e}}_{vj}(\omega)-T^{\mathrm{s}}_{v'j'}(\omega)\right)\leq 0,\forall q\in Q,v\in V,v'\in V,v\neq v',j\in JQ,j'\in JQ,\omega\in\Omega \quad (51)$$

$$G_{vv'qjj'}(\omega)+G_{v'vqj'j}(\omega)\leq 1,\forall q\in Q,v\in V,v'\in V,v\neq v',j\in JQ,j'\in JQ,\omega\in\Omega \quad (52)$$

$$G_{vv'qjj'}(\omega)+G_{v'vqj'j}(\omega)\geq Y_{vqj}+Y_{v'qj'}-1,\forall q\in Q,v\in V,v'\in V,v\neq v',j\in JQ,j'\in JQ,\omega\in\Omega \quad (53)$$

$$G_{vv'qjj'}(\omega)\leq Y_{vqj},\forall q\in Q,v\in V,v'\in V,v\neq v',j\in JQ,j'\in JQ,\omega\in\Omega \quad (54)$$

$$G_{v'vqj'j}(\omega)\leq Y_{vqj},\forall q\in Q,v\in V,v'\in V,v\neq v',j\in JQ,j'\in JQ,\omega\in\Omega \quad (55)$$

$$O_{vbb'}(\omega)\cdot\left(E_{vb}(\omega)+t_v^{\mathrm{c}}(\omega)-S_{vb'}(\omega)\right)\leq 0,\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (56)$$

$$O_{vbb'}(\omega)+O_{vb'b}(\omega)\leq 1,\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (57)$$

$$O_{vbb'}(\omega)+O_{vb'b}(\omega)\geq Z_{vb}+Z_{vb'}-1,\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (58)$$

$$O_{vbb'}(\omega)\leq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (59)$$

$$O_{vb'b}(\omega)\leq Z_{vb},\forall v\in V,b\in B,b'\in B,b\neq b',\omega\in\Omega \quad (60)$$

$$T_{vj}^{\mathrm{e}}(\omega)=T_{vj}^{\mathrm{s}}(\omega)+\frac{n_{vj}}{v_j(\omega)},\forall v\in V,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (61)$$

$$T_v^{\mathrm{e}}(\omega)\geq T_{vj}^{\mathrm{e}}(\omega),\forall v\in V,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (62)$$

$$T_{vj}^{s}(\omega)\geq t_v^{\mathrm{a}}(\omega),\forall v\in V,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (63)$$

$$S_{vb}(\omega)\leq T_{vj}^{\mathrm{s}}(\omega)+\mathrm{M}\cdot\left(1-X_{vbj}\right),\forall v\in V,b\in B,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (64)$$

$$E_{vb}(\omega)\geq T_{vj}^{\mathrm{e}}(\omega)-\mathrm{M}\cdot\left(1-X_{vbj}\right),\forall v\in V,b\in B,j\in J_v,\omega\in\Omega \quad (65)$$

$$\begin{aligned}&F_{vv'b}(\omega),G_{vv'qjj'}(\omega),O_{vbb'}(\omega)\in\{0,1\}\\&T_{vj}^{\mathrm{s}}(\omega),T_{vj}^{\mathrm{e}}(\omega),T_v^{\mathrm{e}}(\omega),S_{vb}(\omega),E_{vb}(\omega)\geq 0\end{aligned} \quad (66)$$