Tugas 11

1. Buktikan bahwa $|\psi_1\rangle$ dan $|\psi_2\rangle$ memiliki paritas yang definit, maka $\mu_{11} = \mu_{22} = 0$.

   Jawaban :

   Dengan nilai ekspektasi

$$\mu_{mn} = -e\langle\psi_m|z|\psi_n\rangle$$

   Dan keadaannya stasioner maka terdapat *definite parity* dengan fungsi gelombang antara $\psi(x) = \psi(-x)$ untuk paritas genap atau $\psi(x) = -\psi(-x)$ untuk paritas ganjil. Untuk nilai ekspektasi di atas karena paritas ganjil genap didapat

$$\mu_{mn} = -e\int \psi_m^*(z) z \psi_n(z) dz$$

   Melihat persamaan integral di atas, perlu diingat bahwa integral dari z merupakan fungsi ganjil yang berubah tanda ketika *z* berubah tanda. Oleh karena itu, integral dari fungsi ganjil $F'(x)$ dengan interval simetris misalnya $(-a, a)$ maka $\int F'(x)dx = 0$ sehingga

$$\mu_{mn} = 0 \text{ untuk } m = n$$

2. Telusuri dan menuliskan ulang persamaan-persamaan di *section* 14.5 dari nomor rumus 14.24 s.d. 14.40.

   Jawaban :

   Untuk bagian 14.24 yaitu

$$\hat{H}_p = e\vec{E}z = -\vec{E}\hat{\mu}$$

   Dengan

$$\hat{H}_0 = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{bmatrix} \text{ dan } \hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} \\ \mu_{21} & \mu_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mu_d \\ \mu_d & 0 \end{bmatrix}$$

   Maka dapat ditulis ulang

$$\hat{H}_p = \begin{bmatrix} 0 & -\vec{E}\mu_d \\ -\vec{E}\mu_d & 0 \end{bmatrix}$$

   Sehingga persamaan lengkap hamiltonian sebagai berikut

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_p = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\vec{E}\mu_d \\ -\vec{E}\mu_d & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & -\vec{E}\mu_d \\ -\vec{E}\mu_d & E_2 \end{bmatrix}$$

   Kemudian yang ingin dicari sebenarnya adalah nilai ekspektasi dari dipol

$$\begin{aligned} \overline{\langle\mu\rangle} &= Tr(\rho\hat{\mu}) \\ &= Tr\left(\begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & \mu_d \\ \mu_d & 0 \end{bmatrix}\right) \end{aligned}$$

$$= Tr\begin{pmatrix} \rho_{12}\mu_d & \rho_{11}\mu_d \\ \rho_{22}\mu_d & \rho_{21}\mu_d \end{pmatrix}$$

$$\overline{\langle\mu\rangle} = \mu_d(\rho_{12} + \rho_{21})$$

Sekarang yang menjadi masalah adalah belum ditemukannya nilai density matrixnya sehingga bisa dicari dari hamiltoniannya melalui pers. Master berikut

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{i}{\hbar}\left(\rho\hat{H} - \hat{H}\rho\right)$$

$$= \frac{i}{\hbar}\left(\begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_1 & -\vec{E}\mu_d \\ -\vec{E}\mu_d & E_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_1 & -\vec{E}\mu_d \\ -\vec{E}\mu_d & E_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}\right)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_{11} & \dot{\rho}_{12} \\ \dot{\rho}_{21} & \dot{\rho}_{22} \end{bmatrix} = \frac{i}{\hbar}\begin{pmatrix} -\vec{E}\mu_d(\rho_{12} - \rho_{21}) & -\vec{E}\mu_d(\rho_{11} - \rho_{22}) + (E_2 - E_1)\rho_{12} \\ -\vec{E}\mu_d(\rho_{22} - \rho_{11}) + (E_1 - E_2)\rho_{21} & -\vec{E}\mu_d(\rho_{21} - \rho_{12}) \end{pmatrix}$$

Setelah didapat untuk masing-masing turunan koordinat density matrix maka

$$\dot{\rho}_{21} = \frac{i}{\hbar}\left(-\vec{E}\mu_d(\rho_{22} - \rho_{11}) + (E_1 - E_2)\rho_{21}\right)$$

$$= i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{11} - \rho_{22}) - i\omega_{21}\rho_{21}$$

Dengan $\omega_{21}\hbar = E_2 - E_1$. Lalu

$$\dot{\rho}_{11} - \dot{\rho}_{22} = -i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{12} - \rho_{21}) - \frac{i}{\hbar}\vec{E}\mu_d(\rho_{12} - \rho_{21})$$

$$= 2i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{21} - \rho_{12})$$

$$= 2i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{21} - (\rho_{21})^*)$$

Dengan $\rho_{12} = (\rho_{21})^*$ sebagai bagian hermitian. Namun, pada pendekatan kali ini bisa dihipotesiskan bahwa

$$\dot{\rho}_{11} - \dot{\rho}_{22} = 2i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{21} - (\rho_{21})^*) - \frac{\rho_{11} - \rho_{22} - (\rho_{11} - \rho_{22})_0}{T_1}$$

Dimana T_1 merupakan relaksasi longitudinal atau relaksasi dari populasi. Sehingga dengan adanya pendekatan tersebut dan perkiraan bahwa ada proses "*dephasing*" maka bagian pers. sebelumnya dapat ditambahkan seperti

$$\dot{\rho}_{21} = i\frac{\vec{E}\mu_d}{\hbar}(\rho_{11} - \rho_{22}) - i\omega_{21}\rho_{21} - \frac{\rho_{21}}{T_2}$$

Dimana T_2 adalah *dephasing rate* atau *loss of coherence*.