热统习题 5（第七章）

1、 根据 Landau 理论，超导体 Gibbs 自由能密度在超导－正常金属态临界点可展开为 $g_s(n_s) = g_n + \alpha n_s + \frac{\beta}{2} n_s^2 + \cdots$ 其中 n_s 是超导电子密度，g_n 是正常金属的 Gibbs 自由能密度。当 T⩾Tc, n_s=0。由于超导态有序态，$g_s(n_s) \le g_n$. 当 T<Tc, α(T)<0, 且α(Tc)=0.

（1）写出α(T)在 T~Tc 附近的一般形式。

（2）说明在 T~Tc 附近可取β(T)≈β(Tc)。

（3）由 $\frac{dg_s}{dn_s} = 0$求出 Gibbs 自由能极值。

（4）利用（3）的结果和$g_n - g_s = \mu_0 H_c^2(T)/2$ （Hc 是超导临界磁场）求 Hc(T)与(Tc-T)的关系。

2、比较超导相变与顺磁－铁磁相变（林书 § 3.9.2-§3.9.5），讨论超导相变。（什么情况下是一级相变？什么情况下是二级相变？）

3、林书习题 9.1，9.3，9.7.

4、Anderson 局域化中金属-绝缘体相变由带宽 B 和无序强度 W 的比值决定：W<B 是金属态，W>B 是局域态。在 scaling 理论中，我们考虑线度为 L，维数为 d 的方块 L^d 组成的系统。无序强度 W~ΔE，即一个方块内平均能量间距；B~δE，即电子从方块中心到边缘引起的边缘能量的改变。可以证明：态密度 $n(\varepsilon) \sim 1/(L^d \Delta E)$; $\delta E \sim (\sigma h/2\pi e^2) /(L^2 n(\varepsilon))$. 其中σ是电导率。

(i) 证明 $g(L)= dE/\Delta E=(h/2\pi e^2)\, \sigma(L) L^{d-2}$.

(ii) 定义$\beta(g)=d\ln g(L)/d\ln L$, 称为重整化β函数。当 g 很大时，欧姆定律正确，σ为常数，确定此时的β函数。

(iii) 设 $g(L)$很小时，费米附近的电子是局域的 $g(L) \sim \exp(-L/\xi)$, 求 $\beta(g)$.

(iv) 根据(ii)、(iii)结果，画出 $\ln g$-β的大致行为草图，确定重整化群不动点。说明 $d=3$ 时，有金属绝缘体相变，而 $d=1,2$ 时，只有局域态。

5、读 S. White 关于 DMRG 算法的文章（参考文献［9］,［10］），用流程图总结 DMRG 算法。