

제 2 교시

수학 영역

5 지 선다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 + 2xy - 2y^2, \quad B = x^2 + 3xy + 2y^2$$

에 대하여 $A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|
| ① $x^2 + 4xy + y^2$ | ② $x^2 + 5xy$ | ③ $2x^2 + 5xy - y^2$ |
| ④ $2x^2 + 5xy$ | ⑤ $2x^2 + 6xy$ | |

2. $(1+i) + (3-4i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| ① $3-3i$ | ② $3+3i$ | ③ $4-3i$ | ④ $4+3i$ | ⑤ $4-4i$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|

3. ${}_5C_2$ 의 값은? [2점]

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|
| ① 2 | ② 4 | ③ 6 | ④ 8 | ⑤ 10 |
|-----|-----|-----|-----|------|

4. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(5)에 대하여 선분 AB를 1:3으로 내분하는 점의 좌표는? [3점]

- | | | | | |
|------|------------------|-----|-----------------|-----|
| ① -1 | ② $-\frac{1}{2}$ | ③ 0 | ④ $\frac{1}{2}$ | ⑤ 1 |
|------|------------------|-----|-----------------|-----|

5. 일차함수 $f(x) = 2x + k$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여
 $f^{-1}(7) = 2$ 일 때, $f(k)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]
- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

7. $a - b = 2$, $a^3 - b^3 = 32$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

① -5 ② -2 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

6. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a + 1$ 의 그래프가 직선 $y = -2x$ 에 접할 때, 양수 a 의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

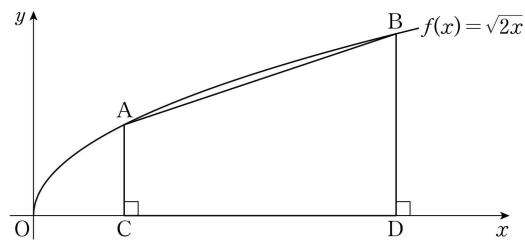
8. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0 \\ x^2 - 25 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{2x}$ 의 그래프 위의 두 점 $A(k, f(k))$, $B(4k, f(4k))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C , D 라 하자. 사각형 $ACDB$ 의 넓이가 18 일 때, \overline{AB} 의 길이는? [3점]



- ① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{55}$

9. 직선 $y = ax + 4$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

11. 실수가 아닌 복소수 z 에 대하여 $z^2 + 4\bar{z} = 0$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

12. 좌표평면 위에 원 $C: x^2 + y^2 - 4y = 0$ 이 있다. 두 점 $A(2, -2)$, $B(5, 1)$ 과 원 C 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PAB 의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P 의 x 좌표는? [3점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

13. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ 4x^2 - y^2 = 45 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

(단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$) [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

14. $1 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = \frac{4x-k}{x-4}$ 의 최댓값이 2가 되도록

하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

15. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: (x-a)(x+2a) > 0,$$

$$q: |x-1| \leq 5$$

가 있다. q 가 $\sim p$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

16. 어느 청소년 센터에서는 서로 다른 3개의 체육 동아리와 서로 다른 2개의 음악 동아리를 운영한다. 두 청소년 A와 B가 이 5개의 동아리 중에서 다음 조건을 만족시키도록 동아리를 선택하는 경우의 수는? [4점]

(가) A와 B는 각자 1개 이상의 체육 동아리와 1개 이상의 음악 동아리를 포함한 서로 다른 3개의 동아리를 선택 한다.

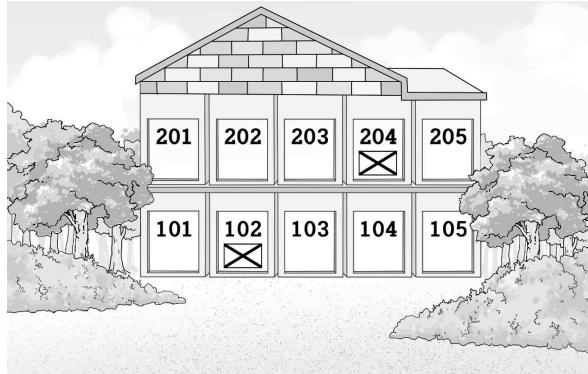
(나) A는 선택하고 B는 선택하지 않은 동아리의 개수는 적어도 1이다.

- ① 56 ② 60 ③ 64 ④ 68 ⑤ 72

17. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x + 5$ 가 있다. 실수 k 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)f(x-k)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$ 라 하자. $g(k-7)+g(k+1)=6$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

18. 어느 숙소에는 그림과 같이 객실 번호가 적힌 10개의 객실이 있다.



관광객 A, B, C를 포함한 5명의 관광객이 다음 규칙에 따라 10개의 객실 중에서 각자 서로 다른 한 객실에 숙박하는 경우의 수는? [4점]

- (가) 5명의 관광객 중 어느 관광객도 객실 번호가 102, 204인 객실에는 숙박하지 않는다.
 (나) A와 B가 숙박하는 객실 번호의 차는 1 또는 100이다.
 (다) A와 C가 숙박하는 객실 번호의 차는 4보다 크고 100이 아니다.

- ① 800 ② 840 ③ 880 ④ 920 ⑤ 960

19. 최고차항의 계수가 1인 서로 다른 두 삼차다항식 $f(x)$, $g(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 서로 다른 두 이차다항식 $P_1(x)$, $P_2(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식 $f(x)+g(x)$ 는 세 다항식 $P_1(x)$, $P_2(x)$, x^2-5x+6 으로 각각 나누어떨어진다.
 (나) 두 다항식 $P_1(x)$, $P_2(x)$ 는 각각 다항식 $f(x)-g(x)$ 로 나누어떨어진다.

$f(1)=g(1)$ 이고 $f(2)=1$ 일 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

20. 전체집합 $U=\{x \mid x\text{는 }20\text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 명제 ‘모든 $x \in U$ 에 대하여 $\{x, x^2+1\} \not\subset A$ 이다.’는 거짓이다.
 (나) 자연수 x 에 대한 두 조건 p , q 가
 $p: x$ 는 $x \in A$ 인 20 이하의 자연수이다.
 $q: x$ 는 $x \in A$ 인 20 이하의 짝수이다.
 일 때, p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

$1 \not\in A$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합의 최솟값은? [4점]

- ① 50 ② 53 ③ 56 ④ 59 ⑤ 62

21. 두 실수 a, b ($b > 0$)에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq 0) \\ -x^2 + ax - b & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2) = p + q\sqrt{2}$ 이다. $p - q$ 의 값은? (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

- (가) x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 개수는 1이다.
 (나) 모든 정수 k 에 대하여 $f(k)f(k+1) \geq 0$ 이다.

① -1 ② 3 ③ 7 ④ 11 ⑤ 15

단답형

22. 두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 5, 9\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 두 함수 $f(x) = x + 3, g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(9)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2+3i$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

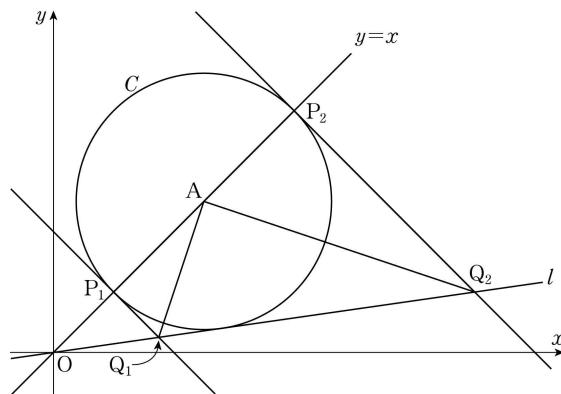
26. 좌표평면 위의 원점 O와 점 A(1, 2)에 대하여 선분 OA를 2:1로 외분하는 점을 P, 점 B(5, 5)에 대하여 선분 AB 위의 한 점을 Q라 하자. \overline{PQ}^2 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 무리함수 $y = \sqrt{2(x-1)} + a$ 의 역함수의 그래프가 두 점 (5, 1), $(b, 3)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

27. 두 정수 a, b 에 대하여 x 에 대한 방정식

$x^3 + ax^2 + bx - 3a = 0$ 은 a 를 포함한 서로 다른 세 정수를 근으로 갖고, x 에 대한 방정식 $x^3 + bx^2 - 2ax - 2ab = 0$ 은 정수인 근을 오직 하나만 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 직선 $y = x$ 위의 점 A 를 중심으로 하고 x 축과 만나지 않는 원 C 에 대하여 원점 O 를 지나고 원 C 에 접하는 두 직선 중 기울기가 작은 직선을 $l: y = mx$ 라 하자. 원 C 와 직선 $y = x$ 의 교점 중 x 좌표가 작은 것을 P_1 , x 좌표가 큰 것을 P_2 라 하면 $\overline{OP}_1 = 2$ 이다. 원 C 위의 점 P_1 에서의 접선과 직선 l 의 교점을 Q_1 , 원 C 위의 점 P_2 에서의 접선과 직선 l 의 교점을 Q_2 라 하면 삼각형 AQ_2P_2 의 넓이는 삼각형 AP_1Q_1 의 넓이의 4배이다. $m = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 A 는 제1사분면 위의 점이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $P = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $n(X - P) \times n(X \cup P^C) = 11$
 (나) 집합 X 의 모든 원소의 곱이 M 일 때,
 M 의 양의 약수의 개수는 16이다.

30. 실수 a ($a \neq 0$)과 2보다 큰 자연수 n 에 대하여 집합 $\{x \mid x \neq 2 \text{인 실수}\}$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax-an}{x-2} - n & (x < 2 \text{ 또는 } 2 < x < n) \\ -a\sqrt{x-n} - n & (x \geq n) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $|f(x)| = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $g(t) = 2$ 를 만족시키는 실수 t 의 최솟값은 0,
 최댓값은 $\frac{3}{2}n$ 이다.
 (나) $g(|f(5)|) \times g(n) = 6$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.