

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^3 \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{(x+1)^2 - x^2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

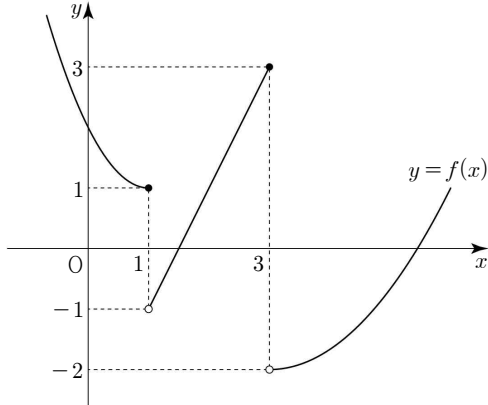
3. 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 = 16$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

4. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 반지름의 길이가 6이고 넓이가 15π 인 부채꼴의 중심각의 크기는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

7. $0 < a < 1$ 인 상수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 위에 두 점 $A(2, \log_a 2)$, $B(4, \log_a 4)$ 가 있다.

직선 AB의 기울기가 $-\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

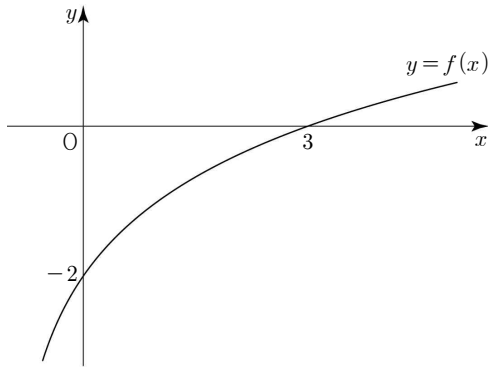
9. 부등식 $\log(x-1)+\log(x+2)\leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 함수 $y = \sin \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($0 \leq x < 4\pi$)의 그래프와 x 축이 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

11. 함수 $f(x) = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $f(15)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

12. 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_{12} = 0$ 일 때, S_n 의 최댓값은? [3점]

- ① 60 ② 66 ③ 72 ④ 78 ⑤ 84

13. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 가

$$a^3 = b^2, \log_a c = \log_b c + 1$$

을 만족시킬 때, $\log_c ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n^2 - 12n + 27$ 의 n 제곱근 중
음의 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{20} f(n)$ 의 값은?

[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - nx - 2n^2$$

이라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x + n$ 이 만나는 서로 다른 두 점을 A_n, B_n 이라 하자. 삼각형 A_nOB_n 의

넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^4 S_k$ 의 값은? (단, 0은 원점이다.)

[4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

16. 함수

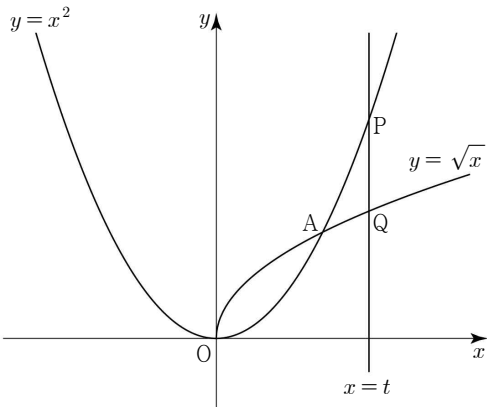
$$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x & (0 < x \leq 1) \\ \log_3 x & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(x) + f(3x) = 3$ 의 모든 실근의 합은? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{26}{9}$ ③ $\frac{28}{9}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{32}{9}$

17. 실수 t ($t > 1$)에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 A(1, 1)에 대하여 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1+} \frac{S(t)}{(t-1)^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$



18. 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \cos \left(bx - \frac{\pi}{4} \right)$$

가 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 최댓값 4, 최솟값 $-2\sqrt{2}$ 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

19. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위에

두 점 $A(a, 3^a + b), B(a+3, 3^{a+3} + b)$ 가 있다.

직선 $y = x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 55이다. 곡선 $y = \log_3(x - a - b)$ 위의 점 C 에 대하여

점 C 의 y 좌표가 $a+3$ 이고 $\overline{AC} = a+55$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\log_3 6$ ② $\log_3 12$ ③ $\log_3 18$
 ④ $\log_3 24$ ⑤ $\log_3 30$

20. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n + 3}{2} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{3}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

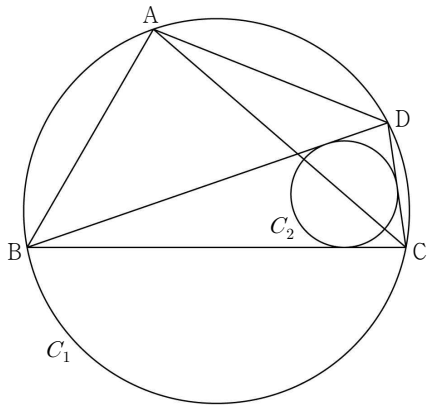
이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq a_3$ 이다.

$a_4 + a_5 \leq 24$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 31 ② 37 ③ 43 ④ 49 ⑤ 55

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{21}}{3}$ 인 원 C_1 에 내접하고 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=\sqrt{7}$ 인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AC가 삼각형 BCD에 내접하는 원 C_2 의 넓이를 이등분할 때, 원 C_2 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{BC} > \overline{CD}$) [4점]



- ① $\sqrt{3}-\frac{2}{7}\sqrt{21}$ ② $\sqrt{3}-\frac{5}{21}\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{3}-\frac{4}{21}\sqrt{21}$
 ④ $2\sqrt{3}-\frac{5}{9}\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{3}-\frac{4}{9}\sqrt{21}$

단답형

22. 방정식 $25^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-9}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 80, \quad \sum_{k=1}^{10} b_k = 30$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\log_3 25 \times (\log_5 9 + \log_{25} 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = -54, \quad 6S_1 + S_2 + S_4 = 0$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [4점]

25. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 12$ 이고 $\angle B > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 넓이가 $12\sqrt{15}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

27. 두 자연수 a, b 에 대하여 $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = a \sin \frac{\pi}{4} x + b$$

이다. 집합 $\{x \mid f(x) = n, n \text{은 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합이 22일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}$$

이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{3n-2} + a_{3n} = 2a_{3n-1}$ 이다.
 (나) 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

$\sum_{k=1}^{14} a_k = 500$ 일 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [4점]

29. 두 함수

$$f(x) = \frac{3}{a}|x-3|-b, \quad g(x) = \sin \frac{\pi}{b}x + 3$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $2a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $y = f(g(x))$ 의 그래프는 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) $0 \leq x \leq 6$ 일 때, 함수 $y = g(f(x))$ 의 그래프가 직선 $y=3$ 과 만나는 점의 개수는 3이다.

30. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = \frac{1}{3}x + a$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x)+f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x)-f(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow \alpha^-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow \alpha^+} h(x)$ 를 만족시키는 실수 α 의 값은 2뿐이다.
 (나) 모든 실수 k 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow k} |h(x)-1|$ 의 값이 존재한다.

$h(0) = \frac{7}{3}$ 일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.