

[공통: 수학 I·수학 II]

01. ④ 02. ⑤ 03. ① 04. ① 05. ③  
06. ④ 07. ② 08. ④ 09. ⑤ 10. ②  
11. ② 12. ③ 13. ⑤ 14. ③ 15. ②  
16. 2 17. 11 18. 4 19. 6 20. 8  
21. 24 22. 61

1. 출제의도 : 지수법칙을 이용하여 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} & 2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}} \\ &= 2^{\sqrt{3}+(2-\sqrt{3})} \\ &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

정답 ④

2. 출제의도 : 부정적분을 이용하여 함수 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} f(x) &= \int (3x^2 - 2x) dx \\ &= x^3 - x^2 + C \quad (C \text{는 적분상수}) \\ f(1) &= 1^3 - 1^2 + C = 1 \text{에서} \\ C &= 1 \end{aligned}$$

따라서  $f(x) = x^3 - x^2 + 1$ 이므로

$$f(2) = 2^3 - 2^2 + 1 = 5$$

정답 ⑤

3. 출제의도 : 삼각함수의 정의를 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\tan \theta = \frac{12}{5} \text{이고 } \pi < \theta < \frac{3}{2}\pi \text{이므로}$$

각  $\theta$ 가 나타내는 동경과 원점  $O$ 를 중심으로 하는 어떤 원의 교점이

$P(-5, -12)$ 이다.

따라서 원점  $O$ 에 대하여

$$\overline{OP} = \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2} = 13$$

이므로

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{-12}{13} + \frac{-5}{13} = -\frac{17}{13}$$

정답 ①

4. 출제의도 : 함수의 그래프에서 좌극한의 값과 우극한의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$$

따라서

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ &= -2 + 0 = -2 \end{aligned}$$

정답 ①

5. 출제의도 : 곱의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x) \text{에서}$$

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2 + 3)f'(x)$$

따라서

$$\begin{aligned} g'(1) &= 2f(1) + 4f'(1) \\ &= 2 \times 2 + 4 \times 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

정답 ③

6. 출제의도 : 정적분을 이용하여 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

곡선  $y = 3x^2 - x$ 와 직선  $y = 5x$ 의 교점의  $x$ 좌표는

$$3x^2 - x = 5x$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

구간  $[0, 2]$ 에서 직선  $y = 5x$ 가 곡선  $y = 3x^2 - x$ 보다 위쪽에 있거나 만나므로 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \{5x - (3x^2 - x)\} dx \\ &= \int_0^2 (6x - 3x^2) dx \\ &= [3x^2 - x^3]_0^2 \\ &= 3(4 - 0) - (8 - 0) \\ &= 4 \end{aligned}$$

정답 ④

7. 출제의도 : 등차수열에서 주어진 조건을 만족시키는 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$S_3 - S_2 = a_3 \text{이므로}$$

$$a_6 = 2a_3$$

등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차를  $d$ 라 하면

$$2 + 5d = 2(2 + 2d)$$

$$2 + 5d = 4 + 4d \text{에서}$$

$$d = 2$$

$$\text{따라서 } a_{10} = 2 + 9 \times 2 = 20 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} \\ &= \frac{10 \times (2 + 20)}{2} \\ &= 110 \end{aligned}$$

정답 ②

8. 출제의도 : 함수의 연속의 성질을 이용하여 주어진 함수가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수  $f(x)$ 가  $x = a$ 를 제외한 실수 전체의 집합에서 연속이므로 함수  $\{f(x)\}^2$ 이  $x = a$ 에서 연속이면 함수  $\{f(x)\}^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

함수  $\{f(x)\}^2$ 이  $x = a$ 에서 연속이라면

$$\lim_{x \rightarrow a+} \{f(x)\}^2 = \lim_{x \rightarrow a-} \{f(x)\}^2 = \{f(a)\}^2$$

이어야 한다.

이때,

$$\lim_{x \rightarrow a+} \{f(x)\}^2 = \lim_{x \rightarrow a+} (2x - a)^2 = a^2$$

$$\lim_{x \rightarrow a-} \{f(x)\}^2 = \lim_{x \rightarrow a-} (-2x + 6)^2 = (-2a + 6)^2$$

$$\{f(a)\}^2 = (2a - a)^2 = a^2$$

이므로

$$a^2 = (-2a+6)^2 \text{에서}$$

$$3(a-2)(a-6)=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } a=6$$

따라서 모든 상수  $a$ 의 값의 합은

$$2+6=8$$

정답 ④

9. 출제의도 : 귀납적으로 정의된 수열의 항을 찾을 수 있는가?

정답풀이 :

$$a_{12} = \frac{1}{2} \text{이고 } a_{12} = \frac{1}{a_{11}} \text{이므로}$$

$$a_{11} = 2$$

$$\text{또, } a_{11} = 8a_{10} \text{이므로}$$

$$a_{10} = \frac{1}{4}$$

$$\text{또, } a_{10} = \frac{1}{a_9} \text{이므로}$$

$$a_9 = 4$$

$$\text{또, } a_9 = 8a_8 \text{이므로}$$

$$a_8 = \frac{1}{2}$$

$$\text{또, } a_8 = \frac{1}{a_7} \text{이므로}$$

$$a_7 = 2$$

$$\text{또, } a_7 = 8a_6 \text{이므로}$$

$$a_6 = \frac{1}{4}$$

$$\text{또, } a_6 = \frac{1}{a_5} \text{이므로}$$

$$a_5 = 4$$

$$\text{또, } a_5 = 8a_4 \text{이므로}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}$$

$$\text{또, } a_4 = \frac{1}{a_3} \text{이므로}$$

$$a_3 = 2$$

$$\text{또, } a_3 = 8a_2 \text{이므로}$$

$$a_2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{또, } a_2 = \frac{1}{a_1} \text{이므로}$$

$$a_1 = 4$$

따라서

$$a_1 + a_4 = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

정답 ⑤

10. 출제의도 : 로그함수의 그래프가 만나는 점이 조건을 만족하도록 하는  $n$ 의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

진수 조건에서  $x > 0$

$$-\log_n(x+3)+1=\log_n \frac{n}{x+3} \text{이므로}$$

$$\log_n x = \log_n \frac{n}{x+3} \text{에서}$$

$$x = \frac{n}{x+3}$$

$$x^2 + 3x - n = 0$$

$$f(x) = x^2 + 3x - n \text{이라 하면}$$

$$f(1) < 0, f(2) > 0 \text{이어야 한다.}$$

$$f(1) = 4 - n < 0 \text{에서 } n > 4$$

$$f(2) = 10 - n > 0 \text{에서 } n < 10$$

따라서  $4 < n < 10$ 이므로

$n$ 의 값은 5, 6, 7, 8, 9이고, 그 합은

$$5+6+7+8+9=35$$

정답 ②

11. 출제의도 : 정적분의 성질을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수  $y = -f(x+1) + 1$ 의 그래프는 함수  $y = f(x)$ 의 그래프를  $x$ 축에 대하여 대칭 이동시킨 후,  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동시킨 것이다.

$$f(0) = 0, f(1) = 1, \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

이므로

조건 (가)에서

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 g(x) dx &= \int_{-1}^0 \{-f(x+1) + 1\} dx \\ &= 1 - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

$$\int_{-1}^1 g(x) dx$$

$$= \int_{-1}^0 g(x) dx + \int_0^1 g(x) dx$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{1}{6}$$

$$= 1$$

조건 (나)에서

$$g(x+2) = g(x)$$

이므로

$$\int_{-3}^2 g(x) dx$$

$$= \int_{-3}^{-1} g(x) dx + \int_{-1}^1 g(x) dx + \int_1^2 g(x) dx$$

$$= 2 \int_{-1}^1 g(x) dx + \int_{-1}^0 g(x) dx$$

$$= 2 \times 1 + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{17}{6}$$

정답 ②

12. 출제의도 : 코사인법칙과 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

삼각형 ABD에서

$\angle BAC = \angle BDA$ 이고  $\overline{AB} = 4$ 이므로

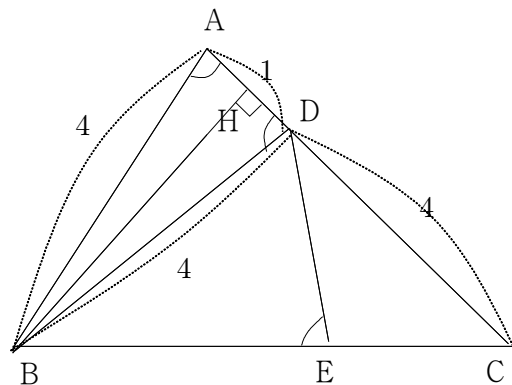
$$\overline{BD} = 4 \cdots \cdots \textcircled{A}$$

이때, 점 B에서 선분 AD에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \overline{AB} \cos(\angle BAC) = 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

그러므로

$$\overline{AD} = 1$$

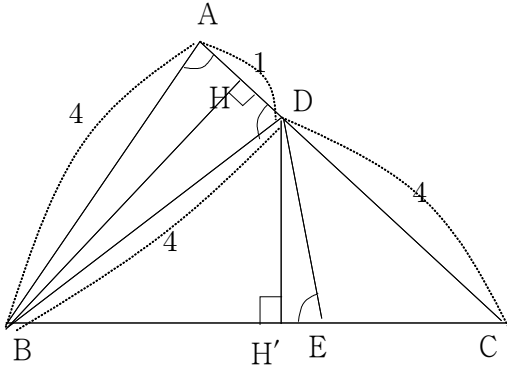


삼각형 BCD는  $\overline{DB} = \overline{DC} = 4$ 인 이등변삼각형이다.

점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H',  $\overline{DE} = x$ 라 하면

$$\begin{aligned} \overline{DH'} &= x \sin(\angle H'ED) \\ &= x \times \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{63}}{8}x \quad \dots\dots \textcircled{L}$$



한편, 삼각형 ABC에서

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \\ &\quad - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos(\angle BAC) \\ &= 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \times \frac{1}{8} \\ &= 36 \end{aligned}$$

이므로

$$\overline{BC} = 6$$

이때,

$$\overline{BH'} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 3 \quad \dots\dots \textcircled{M}$$

직각삼각형 DBH'에서 ㉠, ㉡, ㉢을 이용하면

$$4^2 = \left( \frac{\sqrt{63}}{8}x \right)^2 + 3^2$$

$$\frac{63}{64}x^2 = 7$$

$$x^2 = \frac{64}{9}$$

$$\overline{DE} = x \text{이므로 } x > 0$$

$$\text{따라서 } \overline{DE} = \frac{8}{3}$$

정답 ③

13. 출제의도 : 주기함수에서 함숫값을 구하고, 그 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

(i)  $k = 1, 4, 9, 16$ 일 때

$$f(1) = 1 \text{이고 } f(x+1) = f(x) \text{이므로}$$

$$f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 1 \text{에서}$$

$$f(\sqrt{k}) = 1$$

(ii)  $k \neq 1, 4, 9, 16$ 일 때

$$f(\sqrt{k}) = 3$$

따라서

$$\sum_{k=1}^{20} k = 210 \text{이고, } 1 + 4 + 9 + 16 = 30 \text{이므로}$$

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$$

$$= \sum_{k=1}^{20} \left\{ k \times \frac{f(\sqrt{k})}{3} \right\}$$

$$= 30 \times \frac{1}{3} + (210 - 30) \times \frac{3}{3}$$

$$= 10 + 180 = 190$$

정답 ⑤

14. 출제의도 : 절댓값을 포함한 함수의 미분가능성을 판단할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$= 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

함수  $f(x)$ 는  $x=-1$ 에서 극댓값  $f(-1)=-7$ 을 갖고,  $x=3$ 에서 극솟값  $f(3)=-39$ 를 갖는다.

조건 (가)에서

$$xg(x) = |xf(x-p) + qx|$$

이므로

$$g(x) = \begin{cases} |f(x-p) + q| & (x > 0) \\ -|f(x-p) + q| & (x < 0) \end{cases}$$

함수  $g(x)$ 가  $x=0$ 에서 연속이므로

$$|f(-p) + q| = -|f(-p) + q|$$

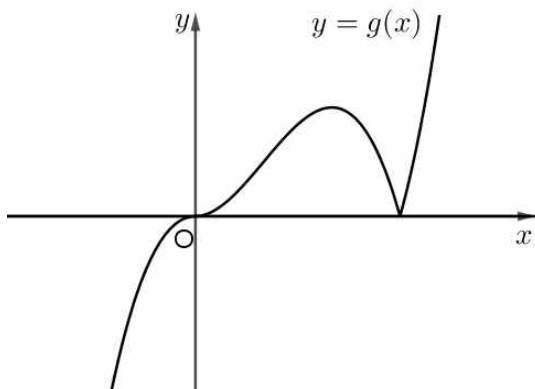
즉,  $|f(-p) + q| = 0$ 이어야 한다.

한편, 함수  $y = |f(x-p) + q|$ 의 그래프는 함수  $y = f(x)$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동시킨 후,  $y < 0$ 인 부분을 그려진 부분을  $x$ 축에 대하여 대칭이동시킨 것이다.

이때,  $p, q$ 가 모두 양수이고 조건 (나)에서 함수  $g(x)$ 가  $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수  $a$ 의 개수가 1이므로

$p=1, q=7$ 이어야 한다.

따라서  $p+q=1+7=8$



### 15. 출제의도 :

삼각함수의 그래프를 이해하고 이를 이용하여 삼각함수가 포함된 방정식의 근에 관련된 문제를 추론할 수 있는가?

정답풀이 :

ㄱ.

방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

에서

$$\sin \frac{\pi x}{2} = t \quad \text{또는} \quad \cos \frac{\pi x}{2} = t$$

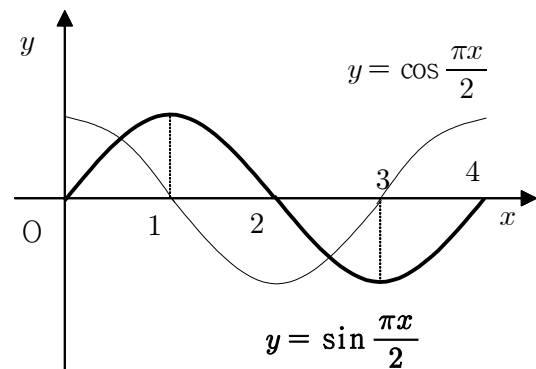
이 방정식의 실근은 두 함수

$$y = \sin \frac{\pi x}{2}, \quad y = \cos \frac{\pi x}{2} \text{의 그래프와}$$

$y=t$ 와의 교점의  $x$ 좌표이다.

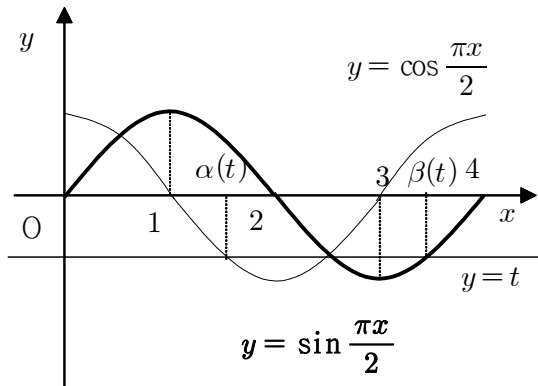
한편, 두 함수  $y = \sin \frac{\pi x}{2}, \quad y = \cos \frac{\pi x}{2}$

의 주기가 모두 4이므로 다음과 같다.



$-1 \leq t < 0$ 이면 직선  $y=t$ 와  $\alpha(t), \beta(t)$ 는 다음 그림과 같다.

정답 ③



이때, 함수  $y = \cos \frac{\pi x}{2}$ 의 그래프는 함수

$y = \sin \frac{\pi x}{2}$ 의 그래프를 평행이동시키면

겹쳐질 수 있고 함수  $y = \sin \frac{\pi x}{2}$ 의 그래

프는 직선  $x=1, x=3$ 에 대하여 대칭이고 점  $(2, 0)$ 에 대하여 대칭이다.

그러므로

$$\alpha(t) = 1 + k \quad (0 < k \leq 1)$$

로 놓으면

$$\beta(t) = 4 - k$$

그러므로

$$\alpha(t) + \beta(t) = 5 \quad \text{<참>}$$

∴

실근  $\alpha(t), \beta(t)$ 는 집합  $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 의 원소이므로

$$\beta(0) = 3, \alpha(0) = 0$$

그러므로 주어진 식은

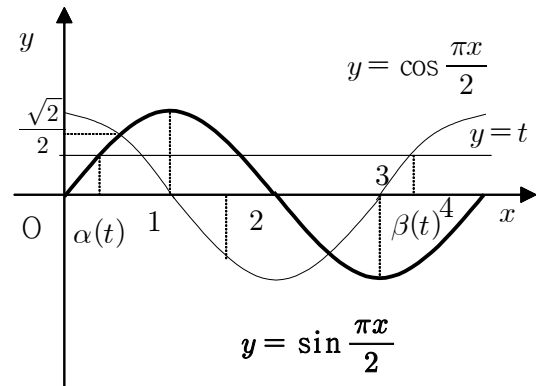
$$\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\}$$

$$= \{t | \beta(t) - \alpha(t) = 3\}$$

(i)  $0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때,

$$t=0\text{이면 } \beta(0) - \alpha(0) = 3 - 0 = 3$$

$t \neq 0$ 이면 다음 그림과 같다.



이때,

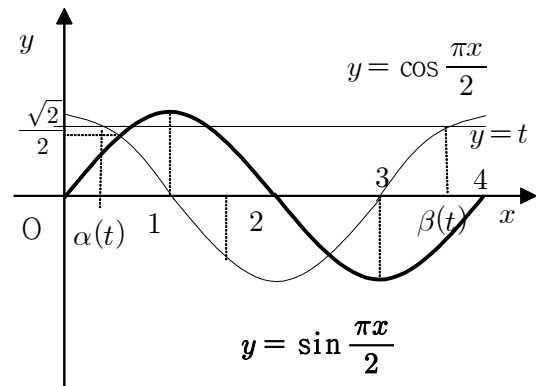
$$\alpha(t) = k \quad \left(0 < k \leq \frac{1}{2}\right)$$

이라 하면

$$\beta(t) = 3 + k$$

$$\text{그러므로 } \beta(t) - \alpha(t) = 3$$

(ii)  $\frac{\sqrt{2}}{2} < t < 1$ 일 때,



이때,

$$\alpha(t) = k \quad \left(0 < k < \frac{1}{2}\right)$$

이라 하면

$$\beta(t) = 4 - k$$

그러므로

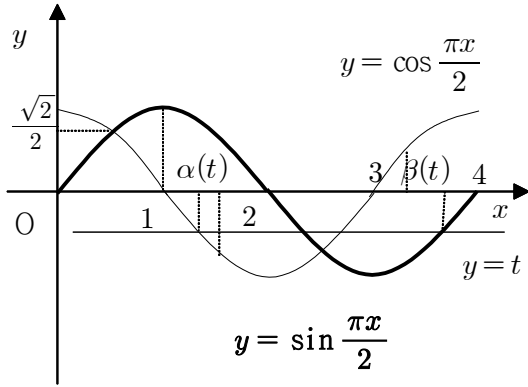
$$\beta(t) - \alpha(t) = 4 - 2k \quad (0 < 2k < 1)$$

(iii)  $t=1$ 일 때,

$$\alpha(1) = 0, \beta(1) = 1 \text{ 이므로}$$

$$\beta(1) - \alpha(1) = 1$$

(iv)  $-1 \leq t < 0$ 일 때,



$1 < \alpha(t) \leq 2, 3 \leq \beta(t) < 4$ 이므로

$$\beta(t) - \alpha(t) < 3$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서

$$\{t | \beta(t) - \alpha(t) = 3\}$$

$$= \left\{ t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\} \quad \text{<참>}$$

ㄷ,  $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 이기 위해서는

$$0 < t_1 < \frac{\sqrt{2}}{2} < t_2$$

이때,  $\alpha(t_1) = \alpha(t_2) = \alpha$ 라 하면

$$t_1 = \sin \frac{\pi}{2} \alpha, \quad t_2 = \cos \frac{\pi}{2} \alpha$$

이때,  $t_2 = t_1 + \frac{1}{2}$ 이므로

$$\cos \frac{\pi}{2} \alpha = \sin \frac{\pi}{2} \alpha + \frac{1}{2}$$

이 식을  $\cos^2 \frac{\pi}{2} \alpha + \sin^2 \frac{\pi}{2} \alpha = 1$ 에 대입하

면

$$2\sin^2 \frac{\pi}{2} \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \alpha + \frac{1}{4} = 1$$

$$8\sin^2 \frac{\pi}{2} \alpha + 4\sin \frac{\pi}{2} \alpha - 3 = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{2} \alpha = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{8}$$

이때,  $\sin \frac{\pi}{2} \alpha > 0$ 이므로

$$\sin \frac{\pi}{2} \alpha = \frac{-1 + \sqrt{7}}{4}$$

그러므로

$$t_1 = \frac{-1 + \sqrt{7}}{4},$$

$$t_2 = t_1 + \frac{1}{2} = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$$

따라서

$$t_1 \times t_2 = \frac{(-1 + \sqrt{7})(1 + \sqrt{7})}{16} = \frac{3}{8} \text{ <거짓>}$$

정답 ②

16. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$$

$$= \log_4 \left( \frac{2}{3} \times 24 \right)$$

$$= \log_4 16$$

$$= \log_4 4^2$$

$$= 2$$

정답 2

17. 출제의도 : 다항함수의 극솟값을 구할 수 있는가?



정답풀이 :

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	$\dots$	$-1$	$\dots$	$1$	$\dots$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 극소이다.

따라서  $a=1$

$$f(a) = f(1) = 1^3 - 3 \times 1 + 12 = 10$$

이므로

$$a + f(a) = 1 + f(1) = 1 + 10 = 11$$

정답 11

18. 출제의도 : 등비수열의 항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$ ,  $a_1 = a$ 라 하면  $a_2 = 36$ 에서

$$ar = 36 \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\text{또, } a_7 = \frac{1}{3}a_5 \text{에서}$$

$$ar^6 = \frac{1}{3}ar^4$$

$$r^2 = \frac{1}{3} \dots\dots \textcircled{8}$$

따라서  $\textcircled{7}$ 과  $\textcircled{8}$ 에서

$$\begin{aligned} a_6 &= ar^5 \\ &= ar \times r^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 36 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

정답 4

19. 출제의도 : 수직선 위를 움직이는 점의 속도를 이용하여 점의 위치의 변화량을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

시각  $t$ 에서 점 P의 위치를  $x(t)$ 라 하면

시각  $t=0$ 에서 점 P의 위치가 0이므로

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k \text{에서}$$

$$x(t) = t^3 - 2t^2 + kt$$

이때  $x(1) = -3$ 에서

$$-1 + k = -3, \quad k = -2$$

따라서  $x(t) = t^3 - 2t^2 - 2t$ 이고,

$$x(3) = 27 - 18 - 6 = 3 \text{이다.}$$

그러므로 시각  $t=1$ 에서  $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량은

$$x(3) - x(1) = 3 - (-3) = 6$$

정답 6

20. 출제의도 : 정적분으로 나타내어진 함수가 극값을 하나만 갖도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3 \text{에서}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 45$$

$$= 3(x-3)(x-5)$$

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

$$= f(x) \int_a^x \{f(t)\}^4 dt - \int_a^x \{f(t)\}^5 dt$$

$$g'(x) = f'(x) \int_a^x \{f(t)\}^4 dt + \{f(x)\}^5 - \{f(x)\}^5$$

$$= f'(x) \int_a^x \{f(t)\}^4 dt$$

$g'(x)=0$ 에서

$f'(x)=0$  또는  $x=a$

(i)  $a \neq 3, a \neq 5$ 일 때,

$g'(x)=0$ 에서

$x=3$  또는  $x=5$  또는  $x=a$

함수  $g(x)$ 는  $x=3, x=5, x=a$ 에서 모두 극값을 갖는다.

(ii)  $a=3$ 일 때

$g'(x)=0$ 에서

$x=3$  또는  $x=5$

함수  $g(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	3	...	5	...
$g'(x)$	-	0	-	0	+
$g(x)$	$\searrow$		$\searrow$	극소	$\nearrow$

함수  $g(x)$ 는  $x=5$ 에서만 극값을 갖는다.

(iii)  $a=5$ 일 때

$g'(x)=0$ 에서

$x=3$  또는  $x=5$

함수  $g(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	3	...	5	...
$g'(x)$	-	0	+	0	+
$g(x)$	$\searrow$	극소	$\nearrow$		$\nearrow$

함수  $g(x)$ 는  $x=3$ 에서만 극값을 갖는다.

(i), (ii), (iii)에서

함수  $g(x)$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는  $a$ 의 값은 3 또는 5이다.

따라서 모든  $a$ 의 값의 합은

$$3+5=8$$

정답 8

21. 출제의도 :  $a$ 의  $n$ 제곱근의 의미를 이해하고 있는가?

정답풀이 :

함수  $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1이고 최솟값이 음수이므로 방정식  $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i)  $n$ 이 홀수일 때,

방정식  $x^n=64$ 의 실근의 개수는 1이다.

그러므로 방정식  $(x^n-64)f(x)=0$ 의 근이 모두 중근일 수 없다.

(ii)  $n$ 이 짝수일 때,

방정식  $x^n=64$ 의 실근은

$$x=\sqrt[n]{64} \text{ 또는 } x=-\sqrt[n]{64}$$

즉,

$$x=2^{\frac{6}{n}} \text{ 또는 } x=-2^{\frac{6}{n}}$$

이때, 조건 (가)를 만족하기 위해서는

$$f(x)=\left(x-2^{\frac{6}{n}}\right)\left(x+2^{\frac{6}{n}}\right) \cdots \cdots \textcircled{A}$$

한편, 조건 (나)에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.  $\textcircled{A}$ 에서 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 최솟값을 갖고 그 값은

$$-2^{\frac{6}{n}} \times 2^{\frac{6}{n}} = -2^{\frac{12}{n}}$$

이 값이 음의 정수이기 위해서는  $n$ 의 값은

2, 4, 6, 12

따라서 (i), (ii)에서  $n$ 의 모든 값의 합은

$$2+4+6+12=24$$

정답 24

22. 출제의도 : 방정식의 실근의 개수를 이용하여 조건을 만족시키는 삼차함수의 그래프를 찾고, 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (가)에서 방정식  $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$f(x)=k(x-\alpha)^2(x-\beta)$$

로 놓을 수 있다.

조건 (나)에서

$$x-f(x)=\alpha \text{ 또는 } x-f(x)=\beta$$

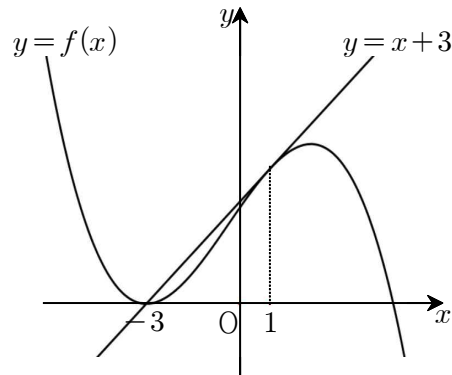
를 만족시키는 서로 다른  $x$ 의 값의 개수가 3이어야 한다.

즉  $f(x)=x-\alpha$  또는  $f(x)=x-\beta$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 와 두 직선  $y=x-\alpha$ ,  $y=x-\beta$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수가 3이어야 한다.

한편, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기가 1이므로

접선의 방정식은  $y=x+3$

그런데  $f(0)>0$ ,  $f'(0)>1$ 이므로 곡선  $y=f(x)$ 와 직선  $y=x+3$ 는 그림과 같다.



$$f(x)-(x+3)=k(x+3)(x-1)^2 \text{이므로}$$

$$f(x)=k(x+3)(x-1)^2+x+3$$

$$f'(x)=k(x-1)^2+k(x+3)\times 2(x-1)+1$$

..... ㉠

이때,  $f'(-3)=0$ 이므로

㉠에  $x=-3$ 을 대입하면

$$0=k\times 16+1 \text{에서 } k=-\frac{1}{16}$$

따라서

$$f(x)=-\frac{1}{16}(x+3)(x-1)^2+x+3 \text{이므로}$$

$$f(0)=-\frac{1}{16}\times 3\times 1+3=\frac{45}{16}$$

즉  $p=16$ ,  $q=45$ 이므로

$$p+q=16+45=61$$

정답 61

**[선택: 확률과 통계]**

23. ④ 24. ② 25. ③ 26. ③ 27. ①  
28. ⑤ 29. 48 30. 47

23. **출제의도** : 이항정리를 이용하여 다항식의 전개식에서 특정한 항의 계수를 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

$(2x+1)^5$ 의 전개식의 일반항은

$${}_5C_r (2x)^{5-r} (1)^r = {}_5C_r \times 2^{5-r} \times x^{5-r}$$

$$(r=0, 1, 2, \dots, 5)$$

$x^3$ 항은  $5-r=3$ , 즉  $r=2$ 일 때이므로  $x^3$ 의 계수는

$${}_5C_2 \times 2^{5-2} = 10 \times 8 = 80$$

**정답 ④**

24. **출제의도** : 조건부확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

이 조사에 참여한 학생 중에서 한 명을 선택하는 경우의 수는 20

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 한 명이 진로활동 B를 선택한 학생인 사건을  $B$ , 1학년 학생인 사건을  $E$ 라 하면 구하는 확률은  $P(E|B)$ 이다.

이때  $P(B) = \frac{9}{20}$ 이고, 사건  $E \cap B$ 는 진로활동 B를 선택한 1학년 학생을 선택하는 사건이므로

$$P(E \cap B) = \frac{5}{20}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(E|B) = \frac{P(E \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{5}{20}}{\frac{9}{20}} = \frac{5}{9}$$

**정답 ②**

25. **출제의도** : 중복순열의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

**정답풀이** :

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 개수는

$${}_5\Pi_4 = 5^4$$

이 중에서 3500보다 큰 경우는 다음과 같다.

(i) 천의 자리의 숫자가 3, 백의 자리의 숫자가 5인 경우

십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는

$${}_5\Pi_2 = 5^2$$

(ii) 천의 자리의 숫자가 4 또는 5인 경우

천의 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는 2

이 각각에 대하여 나머지 세 자리의 숫자를 택하는 경우의 수는

$${}_5\Pi_3 = 5^3$$

이므로 이 경우의 수는

$$2 \times 5^3$$

(i), (ii)에 의하여 3500보다 큰 자연수의 개수는

$$5^2 + 2 \times 5^3$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{5^2 + 2 \times 5^3}{5^4} = \frac{11}{25}$$

정답 ③

26. 출제의도 : 중복조합의 수를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

3가지 색의 카드를 각각 한 장 이상 받는 학생에게는 노란색 카드 1장을 반드시 주어야 한다.

노란색 카드 1장을 받을 학생을 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

이 각각에 대하여 이 학생에게 파란색 카드 1장을 먼저 준 후 나머지 파란색 카드 1장을 줄 학생을 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

이 각각에 대하여 노란색 카드를 받은 학생에게 빨간색 카드 1장도 먼저 준 후 나머지 빨간색 카드 3장을 나누어 줄 학생을 선택하는 경우의 수는

$${}_3H_3 = {}_{3+3-1}C_3$$

$$= {}_5C_3$$

$$= {}_5C_2$$

$$= \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$3 \times 3 \times 10 = 90$$

정답 ③

27. 출제의도 : 합의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구하고 이를 이용하여 수학적 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

주사위 2개와 동전 4개를 동시에 던질 때 나오는 모든 경우의 수는

$$6^2 \times 2^4$$

(i) 앞면이 나온 동전의 개수가 1인 경우의 수는

$${}_4C_1 = 4$$

이때 두 주사위에서 나온 눈의 수가 (1, 1)이어야 하므로 이 경우의 수는

$$4 \times 1 = 4$$

(ii) 앞면이 나온 동전의 개수가 2인 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

이때 두 주사위에서 나온 눈의 수가 (1, 2) 또는 (2, 1)이어야 하므로 이 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

(iii) 앞면이 나온 동전의 개수가 3인 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

이때 두 주사위에서 나온 눈의 수가 (1, 3), 또는 (3, 1)이어야 하므로 이

경우의 수는

$$4 \times 2 = 8$$

(iv) 앞면이 나온 동전의 개수가 4인 경우의 수는

$${}_4C_4 = 1$$

이때 두 주사위에서 나온 눈의 수가 (1, 4) 또는 (2, 2) 또는 (4, 1)이어야 하므로 이 경우의 수는

$$1 \times 3 = 3$$

(i)~(iv)에 의하여 조건을 만족시키는 경우의 수는

$$4 + 12 + 8 + 3 = 27$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{27}{6^2 \times 2^4} = \frac{3}{64}$$

정답 ①

28. 출제의도 : 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 조건을 만족시키는 순서쌍의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

이 주사위를 네 번 던질 때 나온 눈의 수가 4 이상인 경우의 수에 따라 다음과 같이 나누어 생각할 수 있다.

(i) 나온 눈의 수가 4 이상인 경우의 수가 0인 경우

1의 눈만 네 번 나와야 하므로 이 경우의 수는

$$1$$

(ii) 나온 눈의 수가 4 이상인 경우의 수가 1인 경우

1의 눈이 두 번, 2의 눈이 한 번

나와야 하므로 점수 0, 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

이 각각에 대하여 4 이상의 눈이 한 번 나오는 경우의 수는 3이므로 이 경우의 수는

$$12 \times 3 = 36$$

(iii) 나온 눈의 수가 4 이상인 경우의 수가 2인 경우

㉠ 1의 눈이 한 번, 3의 눈이 한 번 나올 때, 점수 0, 0, 1, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

㉡ 2의 눈이 두 번 나올 때, 점수 0, 0, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$\frac{4!}{2!2!} = 6$$

㉠, ㉡ 각각에 대하여 4이상의 눈이 두 번 나오는 경우의 수는  $3 \times 3 = 9$ 이므로 이 경우의 수는

$$(12 + 6) \times 9 = 162$$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$1 + 36 + 162 = 199$$

정답 ⑤

29. 출제의도 : 원순열의 수를 이용하여 조건을 만족시키는 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

6개의 의자를 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$(6-1)! = 5! = 120$$

이때 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되는 경우가 있도록 배열하는 경우는 다음과 같이 생각할 수 있다.

(i) 2, 6이 각각 적힌 두 의자가 이웃하게 배열되는 경우

2, 6이 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 5개를 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$(5-1)! = 4! = 24$$

이 각각에 대하여 2, 6이 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2$$

그러므로 이 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

(ii) 3, 4가 각각 적힌 두 의자가 이웃하게 배열되는 경우

3, 4가 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 5개를 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$(5-1)! = 4! = 24$$

이 각각에 대하여 3, 4가 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2$$

그러므로 이 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

(iii) 2, 6이 각각 적힌 두 의자와 3, 4가 각각 적힌 두 의자가 모두 이웃하게

배열되는 경우

2, 6이 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하고, 3, 4가 각각 적힌 두 의자를 1개로 생각하여 의자 4개를 원형으로 배열하는 경우의 수는

$$(4-1)! = 3! = 6$$

이 각각에 대하여 2, 6이 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸고, 3, 4가 각각 적힌 두 의자의 자리를 서로 바꾸는 경우의 수는

$$2! \times 2! = 4$$

그러므로 이 경우의 수는

$$6 \times 4 = 24$$

(i)~(iii)에 의하여 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 수의 곱이 12가 되는 경우가 있도록 배열하는 경우의 수는

$$48 + 48 - 24 = 72$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 - 72 = 48$$

정답 48

30. 출제의도 : 여사건의 확률을 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

3개의 공이 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 5번 반복할 때 나오는 모든 경우의 수는

$$3^5$$

이때 확인한 5개의 수의 곱이 6의 배수가 아닌 경우는 다음과 같다.

---

( i ) 한 개의 숫자만 나오는 경우

이 경우의 수는 3

( ii ) 두 개의 숫자가 나오는 경우

1, 2가 적혀 있는 공이 나오는 경우  
의 수는

$$2^5 - 2 = 30$$

1, 3이 적혀 있는 공이 나오는 경우

$$2^5 - 2 = 30$$

그러므로 이 경우의 수는

$$30 + 30 = 60$$

( i ), ( ii )에 의하여 확인한 5개의 수의

곱이 6의 배수가 아닌 경우의 수는

$$3 + 60 = 63$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{63}{3^5} = 1 - \frac{7}{27} = \frac{20}{27}$$

이므로

$$p + q = 27 + 20 = 47$$

정답 47