

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^4 (2a_k - k) = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

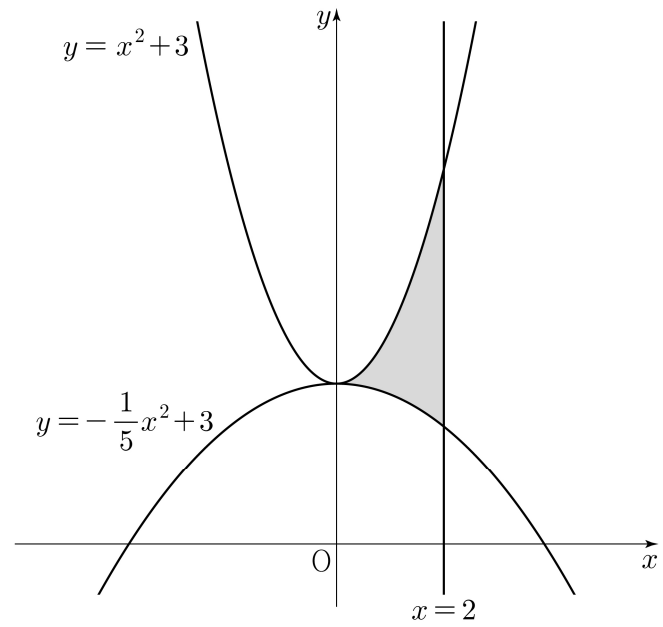
5. 함수 $f(x) = (x+2)(2x^2 - x - 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 두 곡선 $y = x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ 과 직선 $x = 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{33}{10}$ ⑤ $\frac{16}{5}$



6. 1보다 큰 두 실수 a , b 가

$$\log_a b = 3, \quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $\log_9 ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

8. $\sin \theta + 3 \cos \theta = 0$ 이고 $\cos (\pi - \theta) > 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3 \sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
- ④ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{3 \sqrt{10}}{10}$

9. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + 4$

라 하자. 직선 $y = 5$ 가 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때, $f(2)$ 의 값은?
[4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 2$ 위의 점 중 제 1 사분면에 있는 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 B, 곡선 $y = a^x - 2$ 의 점근선과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 AOC 의 넓이가 8 일 때, $a \times \overline{OB}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{7}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{2}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - kt + 4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $k=0$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$ 이다.

ㄴ. $k=3$ 이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄷ. $k=5$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

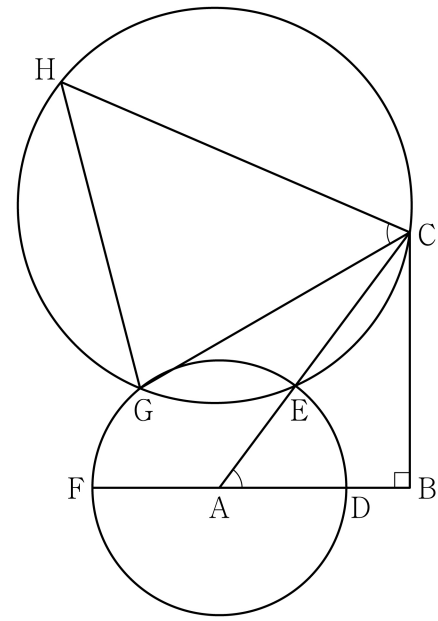
$$2(a_1 + a_4 + a_7) = a_4 + a_7 + a_{10} = 6$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{22}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ $\frac{30}{7}$ ⑤ $\frac{32}{7}$

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x - 3$ 에 대하여
 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선을 l 이라 하고,
 함수 $g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$ 에 대하여
 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, 6)$ 에서의 접선을 m 이라 하자.
 두 직선 l, m 과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]
- ① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형
 ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 D,
 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원이 선분 AC와
 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을
 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡는다.
 세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG = \angle BAC$ 를
 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



- ① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값을 k 라 하자. $a = k$ 일 때, $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + 1$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 4x^3 - 2x$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(0) = 4$ 일 때, $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 6$ 이고 $\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$ 인 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

19. $-2 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $-k \leq 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8 \leq k$ 가 성립하도록 하는 양수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 7$
- 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$ 이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1}$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{가}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n=2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{나}$$

이다. $\textcircled{가}$ 과 $\textcircled{나}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1} &= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2a_{2k+1} + a_{2k+2}) \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 할 때, $\frac{p \times q}{f(12)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이

존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

$g(-5)$ 의 값을 구하십시오. (단, $g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)$) [4점]

22. 곡선 $y = \log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $A(a, b)$ 와

곡선 $y = 4^{x-1} - \frac{1}{2}$ 위의 점 B 가 제1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에

있고 선분 AB 의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$ 일 때,

$a \times b = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하십시오.

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 1)$, $\vec{b} = (-1, -1)$ 에 대하여 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = 12(x - 2)$ 의 초점과 준선 사이의 거리는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

25. 좌표공간의 점 $A\left(3, -\frac{3}{2}, -2\right)$ 를 yz 평면에 대하여

대칭이동한 점을 B, 점 A를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 C라 할 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

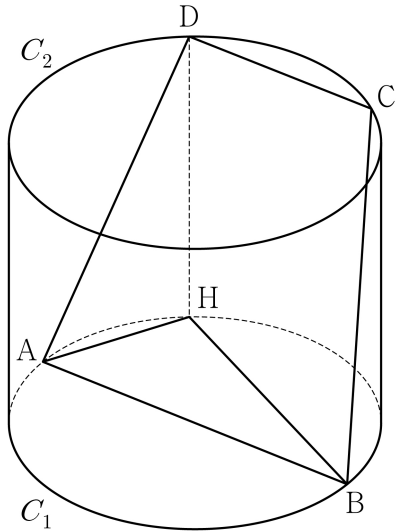
26. 양수 a 에 대하여 두 초점이 F, F'인

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = -1$ 위의 점 $(a, \sqrt{2}a)$ 에서의 접선이

y 축과 만나는 점을 P라 하자. $\overline{PF} \times \overline{PF'} = 8$ 일 때, a 의 값은? [3점]

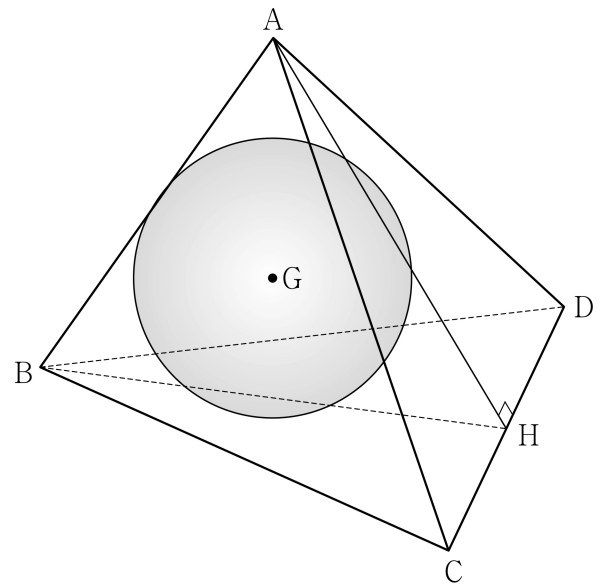
- ① $\sqrt{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

27. 그림과 같이 지름의 길이가 5인 두 원 C_1, C_2 를
두 밑면으로 하는 원기둥이 있고, 원 C_1 위의 $\overline{AB} = 5$ 인
두 점 A, B와 원 C_2 위의 $\overline{CD} = 3$ 인 두 점 C, D에 대하여
 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다. 점 D에서 원 C_1 을 포함하는 평면에 내린
수선의 발을 H라 하자. 사각형 ABCD의 넓이가
삼각형 ABH의 넓이의 4배일 때, 이 원기둥의 높이는? [3점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

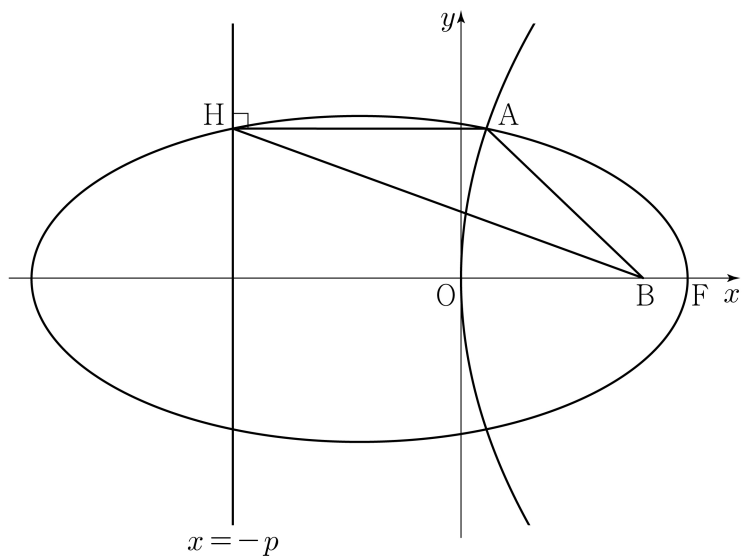
28. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{CD} = 4$, $\overline{BC} = \overline{BD} = 2\sqrt{5}$ 인
사면체 ABCD가 있고, 점 A에서 직선 CD에 내린 수선의 발 H에
대하여 두 평면 ABH와 BCD는 서로 수직이고 $\overline{AH} = 4$ 이다.
삼각형 ABH의 무게중심을 G라 하고,
점 G를 중심으로 하고 평면 ACD에 접하는 구를 S라 하자.
 $\angle APG = \frac{\pi}{2}$ 인 구 S 위의 모든 점 P가 나타내는 도형을 T라 할 때,
도형 T의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{\pi}{7}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{3}$

단답형

29. 그림과 같이 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)이고 준선이 $x = -p$ 인 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 A 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 두 초점이 x 축 위에 있고 세 점 F, A, H 를 지나는 타원의 x 좌표가 양수인 초점을 B 라 하자. 삼각형 AHB 의 둘레의 길이가 $p + 27$, 넓이가 $2p + 12$ 일 때, 선분 HF 의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [4점]



30. 좌표평면에서 길이가 $10\sqrt{2}$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q 가

$$(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) \cdot (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PB}) = 2|\overrightarrow{PQ}|^2$$

을 만족시킨다. $|\overrightarrow{PB}| = 14$ 일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{QB}| = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, $|\overrightarrow{QB}| > 0$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.