

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 3x^3 + 4x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^4 (2a_k - k) = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & (x < 1) \\ x^2 - 3x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

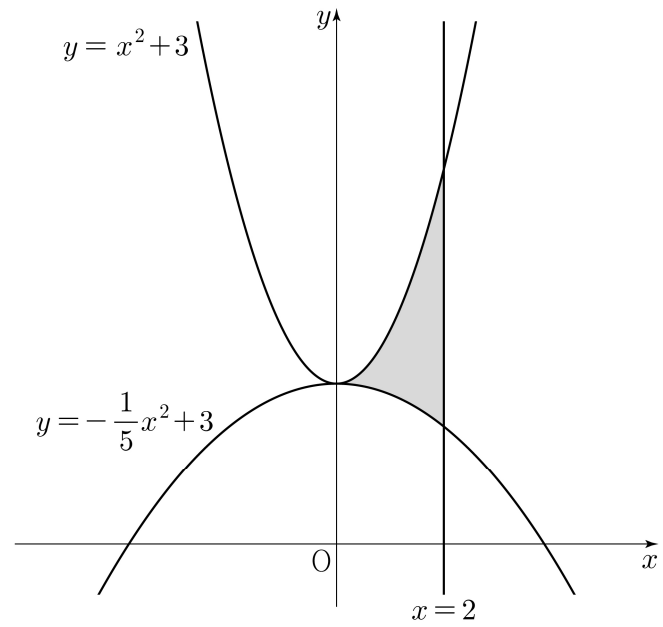
5. 함수 $f(x) = (x+2)(2x^2 - x - 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 두 곡선 $y = x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ 과 직선 $x = 2$ 로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{18}{5}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{17}{5}$ ④ $\frac{33}{10}$ ⑤ $\frac{16}{5}$



6. 1보다 큰 두 실수 a , b 가

$$\log_a b = 3, \quad \log_3 \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $\log_9 ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

8. $\sin \theta + 3 \cos \theta = 0$ 이고 $\cos (\pi - \theta) > 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3 \sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
- ④ $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $-\frac{3 \sqrt{10}}{10}$

9. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x + 4$

라 하자. 직선 $y = 5$ 가 곡선 $y = f(x)$ 에 접할 때, $f(2)$ 의 값은?
[4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 2$ 위의 점 중 제 1 사분면에 있는 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 B, 곡선 $y = a^x - 2$ 의 점근선과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 AOC 의 넓이가 8 일 때, $a \times \overline{OB}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $2^{\frac{13}{6}}$ ② $2^{\frac{7}{3}}$ ③ $2^{\frac{5}{2}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{17}{6}}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 실수 k 에 대하여 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - kt + 4$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $k=0$ 이면, 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 $\frac{13}{3}$ 이다.

ㄴ. $k=3$ 이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄷ. $k=5$ 이면, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$2(a_1 + a_4 + a_7) = a_4 + a_7 + a_{10} = 6$$

을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{22}{7}$ ② $\frac{24}{7}$ ③ $\frac{26}{7}$ ④ $\frac{30}{7}$ ⑤ $\frac{32}{7}$

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x - 3$ 에 대하여

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선을 l 이라 하고,

함수 $g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$ 에 대하여

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, 6)$ 에서의 접선을 m 이라 하자.

두 직선 l, m 과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

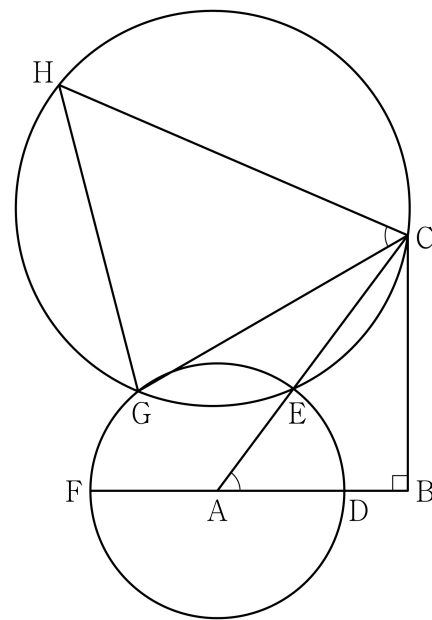
- ① 21 ② 28 ③ 35 ④ 42 ⑤ 49

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ 이고 $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 D,

점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원이 선분 AC와 만나는 점을 E, 직선 AB가 이 원과 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F라 하고, 호 EF 위의 점 G를 $\overline{CG} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡는다.

세 점 C, E, G를 지나는 원 위의 점 H가 $\angle HCG = \angle BAC$ 를 만족시킬 때, 선분 GH의 길이는? [4점]



- ① $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{38\sqrt{10}}{25}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{5}$
 ④ $\frac{32\sqrt{15}}{25}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{10}}{5}$

15. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & (x < 0) \\ x^2 - x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 양수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} ax + a & (x < -1) \\ 0 & (-1 \leq x < 1) \\ ax - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t)) dt$ 가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값을 k 라 하자. $a = k$ 일 때, $k + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + 1$$

을 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 4x^3 - 2x$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $F(0) = 4$ 일 때, $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 6$ 이고 $\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$ 인 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

19. $-2 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $-k \leq 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8 \leq k$ 가 성립하도록 하는 양수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 7$
 - 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10$ 이다.

다음은 $\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1}$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k$ 이므로

$$a_{n+1} = \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{\text{(가)}} \dots\dots \textcircled{가}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n=2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \textcircled{나}$$

이다. $\textcircled{가}$ 과 $\textcircled{나}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1} &= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2a_{2k+1} + a_{2k+2}) \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 할 때, $\frac{p \times q}{f(12)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & (x < t) \\ f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이

존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow m+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$ 의 값이 음수가 되도록 하는

자연수 m 의 집합은 $\left\{g(-1), -\frac{7}{2}g(1)\right\}$ 이다.

$g(-5)$ 의 값을 구하시오. (단, $g(-1) \neq -\frac{7}{2}g(1)$) [4점]

22. 곡선 $y = \log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $A(a, b)$ 와

곡선 $y = 4^{x-1} - \frac{1}{2}$ 위의 점 B 가 제1사분면에 있다.

점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에

있고 선분 AB 의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$ 일 때,

$a \times b = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

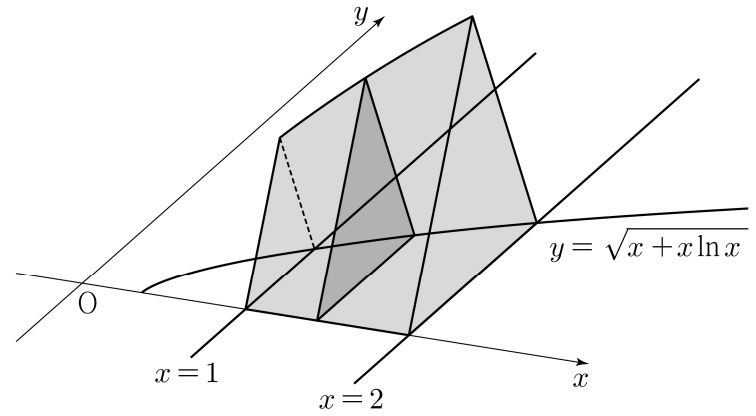
25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sqrt{9n^2 - 5} + 2n < a_n < 5n + 1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n + 2)^2}{na_n + 5n^2 - 2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x + x \ln x}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}(3+8\ln 2)}{16}$ ② $\frac{\sqrt{3}(5+12\ln 2)}{24}$ ③ $\frac{\sqrt{3}(1+12\ln 2)}{16}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}(1+2\ln 2)}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}(1+9\ln 2)}{12}$

27. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{4t}(1 + \sin^2 \pi t), \quad y = e^{4t}(1 - 3 \cos^2 \pi t)$$

를 C 라 하자. 곡선 C 가 직선 $y = 3x - 5e$ 와 만나는 점을 P 라 할 때, 곡선 C 위의 점 P 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{3\pi-4}{\pi+4}$
- ② $\frac{3\pi-2}{\pi+6}$
- ③ $\frac{3\pi}{\pi+8}$
- ④ $\frac{3\pi+2}{\pi+10}$
- ⑤ $\frac{3\pi+4}{\pi+12}$

28. 함수

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(1+x)$$

와 양수 t 에 대하여 점 $(s, f(s)) (s > 0)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발과 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(s, f(s))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점 사이의 거리가 t 가 되도록 하는 s 의 값을

$g(t)$ 라 하자. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)dt$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{161}{12} + \ln 3$
- ② $\frac{40}{3} + \ln 3$
- ③ $\frac{53}{4} + \ln 2$
- ④ $\frac{79}{6} + \ln 2$
- ⑤ $\frac{157}{12} + \ln 2$

단답형

29. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

어떤 자연수 k 에 대하여

$$b_{k+i} = \frac{1}{a_i} - 1 \quad (i = 1, 2, 3)$$

이다.

부등식

$$0 < \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right) < 30$$

이 성립할 때, $a_2 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $a_1 \neq 0$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|x| \leq 1$ 일 때, $4 \times (f^{-1}(x))^2 = x^2(x^2 - 5)^2$ 이다.

(나) $|x| > 1$ 일 때, $|f^{-1}(x)| = e^{|x|-1} + 1$ 이다.

실수 m 에 대하여 기울기가 m 이고 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자.

함수 $g(m)$ 이 $m = a$, $m = b$ ($a < b$)에서 불연속일 때,

$g(a) \times \left(\lim_{m \rightarrow a+} g(m) \right) + g(b) \times \left(\frac{\ln b}{b} \right)^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.