

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식 $A = 2x^2 + xy + y^2$, $B = x^2 + 2xy - y^2$ 에 대하여 $A + B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 - xy$ ② $x^2 + 3xy - y^2$ ③ $3x^2 + 3xy$
 ④ $3x^2 - 3xy + y^2$ ⑤ $3x^2 + xy + 2y^2$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 6 & a+1 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ b-1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [2점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

3. 복소수 $z = 1 + 3i$ 의 켤레복소수가 \bar{z} 일 때, $(z + \bar{z})i$ 의 값은?
 (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $4i$ ② $2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

4. 등식

$$a(x+2)^2 + 1 = 2x^2 + bx + 9$$

가 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x + a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해가 $3 \leq x \leq 5$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

7. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $a^2 + b \leq 6$ 을 만족시키는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 + A^3$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항식 $x(x-4)(x^2-4x+7)+12$ 가 $(x-1)(x+a)(x+b)^2$ 으로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $2a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

10. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x^2 - xy - 7y = 3 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

11. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [3점]

(가) x 에 대한 이차방정식 $x^2 + kx + 3k = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖는다.
 (나) x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4k - 7 = 0$ 이 실근을 갖는다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. A 고등학교와 B 고등학교 학생들은 음악 활동으로 피아노와 드럼을 배우고 있다. <표1>은 A 고등학교와 B 고등학교의 남학생 수와 여학생 수를 나타낸 것이다. 두 학교 모두 <표2>와 같이 남학생의 20%는 피아노를, 80%는 드럼을 배우고, 여학생의 70%는 피아노를, 30%는 드럼을 배운다.

(단위: 명)			(단위: %)		
	남학생	여학생		피아노	드럼
A 고등학교	120	160	남학생	20	80
B 고등학교	130	140	여학생	70	30

<표1>

<표2>

<표1>과 <표2>를 각각 행렬 $P = \begin{pmatrix} 120 & 160 \\ 130 & 140 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}$ 으로 나타낼 때, B 고등학교에서 드럼을 배우는 모든 학생 수를 나타낸 것은? [3점]

- ① 행렬 PQ 의 (1, 2) 성분
 ② 행렬 PQ 의 (2, 1) 성분
 ③ 행렬 PQ 의 (2, 2) 성분
 ④ 행렬 QP 의 (2, 1) 성분
 ⑤ 행렬 QP 의 (2, 2) 성분

13. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & -2 \end{pmatrix}$, B 가

$$A + 2B = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad AB = O$$

를 만족시킬 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은?
(단, a, b 는 상수이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x - k| \leq 4 \\ x^2 - 11x + 18 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

15. 두 정수 a, b 에 대하여 x 에 대한 두 다항식

$$P(x) = x^4 + x^3 + 2x - 4,$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 1$$

이 모두 $x+b$ 로 나누어떨어질 때, $P(b)+Q(a)$ 의 값은? [4점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

16. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 두 근의 곱은 4이다.

방정식 $f(x)=-x+1$ 의 두 근의 차가 2일 때, $f(6)$ 의 값은?

[4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

17. 이차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 와 일차항의 계수가 12인 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0)-g(0)=f(2)-g(2)=3$
(나) 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 이 중근을 갖는다.

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

18. x 에 대한 삼차방정식 $x^3-6x^2+(k+8)x-2k=0$ 은 서로 다른 세 실근 $\alpha, \beta, \gamma (\alpha < \beta < \gamma)$ 를 갖는다. $2\alpha+\beta=2\gamma$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{27}{8}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{31}{8}$

19. 두 양수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x)=a(x-b)^2$ 이 있다.
 실수 k 에 대하여 $k \leq x \leq k+2$ 에서 이차함수 $f(x)$ 의
 최댓값과 최솟값의 차를 $g(k)$ 라 할 때, 함수 $g(k)$ 가 다음
 조건을 만족시킨다.

(가) $g(3)=a$
 (나) $g(2)+g(6)=32$

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

20. 최고차항의 계수가 a ($a < 0$)인 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 에
 대하여 $f(3)=g(3)$ 이다. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq 3) \\ g(x) & (x > 3) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $y=h(x)$ 의 그래프와 직선 $y=f(0)$ 이 만나는
 점의 x 좌표는 0, 4, 12뿐이다.
 (나) 두 실수 α, β ($\alpha < 3 < \beta$)에 대하여 함수 $y=h(x)$ 의
 그래프와 직선 $y=2x-8$ 이 만나는 점의 x 좌표는
 $\alpha, 3, \beta$ 이다.

$\alpha+\beta=6$ 일 때, $h(-2)+h(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

21. 그림과 같이 월요일부터 금요일까지 총 5 일 동안 진행되는 스포츠 주간에 서로 다른 네 종목 A, B, C, D를 활동하기 위한 스포츠 활동 신청서가 있다.

스포츠 활동 신청서

요일 종목	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
A					
B					
C					
D					

매일 서로 다른 두 종목씩 하루도 빠짐없이 활동하도록 다음 규칙에 따라 스포츠 활동 신청서를 작성하는 경우의 수는?
(단, 종목을 신청하는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

- (가) 각 종목은 적어도 2 일을 선택하여 활동한다.

(나) 종목 A와 종목 B는 같은 요일에 활동하지 않는다.

(다) 종목 B와 종목 C는 하루만 같은 요일에 활동한다.

- ① 410

② 420

③ 430

④ 440

⑤ 450

단 답 형

22. ${}_4P_3 + {}_4C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 연립부등식

$3x \leq x + 16$

$x + 8 \leq 4x - 10$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A+B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad A-2B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & -11 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

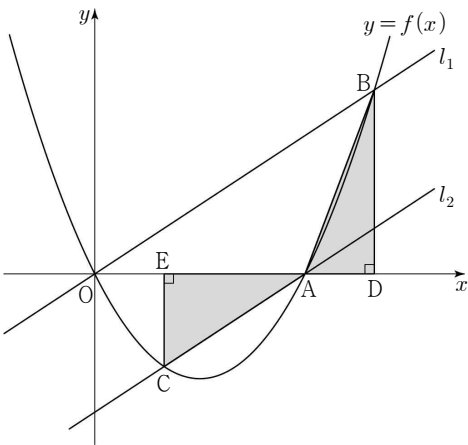
25. 최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x-2$ 로 나눈 나머지가 3이다.
 $P(x)$ 를 $x-3$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

26. 다음 조건을 만족시키는 세 자리 자연수의 개수를 구하시오.
 [4점]

- (가) 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수 중 7의 개수는 1이다.
 (나) 백의 자리의 수와 일의 자리의 수의 곱을 2로 나눈 나머지는 1이다.

27. 상수 a 에 대하여 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)^2$ 으로 나눈 나머지는 $2f(x)+6x^2-4$ 이다. $\{f(x)\}^2-2f(x)+3$ 을 x^2-4x-5 로 나눈 나머지가 2일 때, $f(a^2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 이차함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 O, A 라 하자. $0 < m < 2$ 인 실수 m 에 대하여 점 O 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_1 이 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 B , 점 A 를 지나고 기울기가 m 인 직선 l_2 가 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하자. 두 점 B, C 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하고, 두 삼각형 AEC, ADB 의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자. S_1-S_2 의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 1 부터 8 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8 장의 카드가 있다. 이 8 장의 카드 중에서 6 장의 카드를 택하여 왼쪽부터 모두 일렬로 나열한다. 이 6 장의 카드에 적힌 수를 왼쪽부터 순서대로 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이라 할 때, 세 자연수 A, B, C 를

$$A = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3,$$

$$B = a_4 \times 10 + a_5,$$

$$C = a_6$$

이라 하자. 두 수 $A+B+C, A-B-C$ 가 모두 5 의 배수가 되도록 하는 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 의 모든 순서쌍 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 의 개수를 구하시오. [4점]



30. 두 양수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = \frac{1}{4}(x-4)^2 + a$ 와

두 일차함수 $g(x) = bx + 7, h(x) = -\frac{1}{b}x + 7$ 이 있다.

세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 와 두 실수 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x) - g(x)\} \{f(x) - h(x)\} = \frac{1}{16}(x - \alpha)^n (x - \beta)^{4-n}$$

을 만족시키는 자연수 n 이 존재한다. (단, $1 \leq n \leq 3$)

네 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\beta)), C(\alpha, 0), D(\beta, 0)$ 에 대하여 사각형 ACDB 의 넓이의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m = p+q\sqrt{5}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.