

жительное, а одно – отрицательное).

Базис из левых собственных векторов

$$\lambda_1 = \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right)$$

$$(\omega_1 \quad \omega_2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) & 1/2 \\ 2v/3 & \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) \end{pmatrix} = (0, 0)$$

$$(\omega_1 \quad \omega_2) = \left(\frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) \quad -\frac{1}{2} \right)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right)$$

$$(\omega_1 \quad \omega_2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) & 1/2 \\ 2v/3 & \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) \end{pmatrix} = (0, 0)$$

$$(\omega_1 \quad \omega_2) = \left(\frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) \quad -\frac{1}{2} \right)$$

Тогда матрица системы представима в виде $\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Omega}^1$, где

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) \end{pmatrix} \quad \mathbf{\Omega} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \frac{3}{\sqrt{u^2 + 3v}} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) & \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) \end{pmatrix}$$

Подставляем эти разложения в (7). Теперь, умножая правую и левую части (7) на матрицу $\mathbf{\Omega}$ слева, получим запись системы (7) в инвариантах Римана

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial R^+}{\partial t} \\ \frac{\partial R^-}{\partial t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial R^+}{\partial x} \\ \frac{\partial R^-}{\partial x} \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{где } R^+ = \frac{1}{3} \left(u - \sqrt{u^2 + 3v} \right) u - \frac{v}{2}, \quad R^- = \frac{1}{3} \left(u + \sqrt{u^2 + 3v} \right) u - \frac{v}{2},$$

С формулами восстановления «естественных» переменных

$$u = -\frac{3}{2\sqrt{u^2 + 3v}}(R^+ - R^-)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{u^2 + 3v}}\left(-\left(u + \sqrt{u^2 + 3v}\right)R^+ + \left(u - \sqrt{u^2 + 3v}\right)R^-\right)$$