

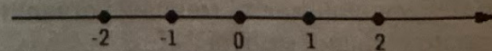
Координати та модуль

Координатна пряма

На координатній прямій зображується множина всіх дійсних чисел.

0 – початок координат.

Числа, які позначені на координатній прямій справа від точки 0, називають додатними, а зліва – від'ємними.



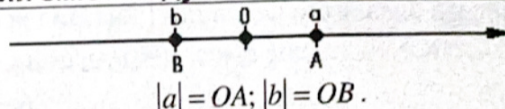
Модуль числа

Означення	Приклади
Модулем додатного числа називається те саме число.	$ 33 = 33$.
Модулем від'ємного числа називається протилежне йому число.	$ -5 = 5 $.
Модуль нуля дорівнює нулю.	$ 0 = 0 $.

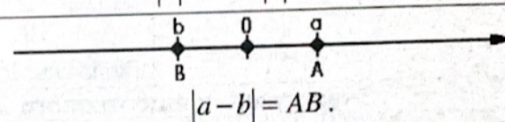
$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a > 0 \\ -a, & a \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a \leq 0 \end{cases}$$

Геометричний зміст модуля

На координатній прямій модуль – це відстань від початку координат до точки, що зображує дане число.



Модуль різниці двох чисел a і b – це відстань між двома точками a і b на координатній прямій.



Властивості модуля

Модуль будь-якого числа – невід'ємне число. $ a \geq 0$.	$ 3 \geq 0$.
Модулі протилежних чисел рівні. $ -a = a $.	$ -12 = 12 $.
Величина числа не перевищує величину його модуля. $a \leq a $.	$4 \leq 4 $.
Модуль добутку дорівнює добутку модулів співмножників. $ a \cdot b = a \cdot b $; $ a^n = a ^n$; $ a ^{2k} = a^{2k}$.	$ 5 \cdot 3 = 5 \cdot 3 $.
Модуль дробу дорівнює модулю чисельника, поділеному на модуль знаменника (якщо знаменник не дорівнює нулю). $\left \frac{a}{b} \right = \frac{ a }{ b } \quad (b \neq 0)$.	$\left \frac{2}{3} \right = \frac{ 2 }{ 3 }$.

Додавання і віднімання

Правила	Приклади
При додаванні двох чисел з однаковими знаками їх модулі додаються, а перед сумою ставиться їхній спільний знак.	$13 + 21 = 34$; $-17 + (-33) = -50$.
При додаванні двох чисел з різними знаками від більшого модуля віднімають менший і ставлять знак того числа, у якого більший модуль.	$-13 + 21 = 8$; $20 - 37 = -17$.
Віднімання двох чисел з різними знаками замінюється додаванням зменшуваного і числа, протилежного від'ємнику.	$28 - 11 = 17$; $19 - (-5) = 19 + 5 = 24$; $-35 + 20 = -15$.

Додавання і віднімання	
Правила	Приклади
При додаванні двох чисел з однаковими знаками їх модулі додаються, а перед сумою ставиться їхній спільний знак.	$13 + 21 = 34$; $-17 + (-33) = -50$.
При додаванні двох чисел з різними знаками від більшого модуля віднімають менший і ставлять знак того числа, у якого більший модуль.	$-13 + 21 = 8$; $20 - 37 = -17$.
Віднімання двох чисел з різними знаками замінюється додаванням зменшуваного і числа, протилежного від'ємнику.	$28 - 11 = 17$; $19 - (-5) = 19 + 5 = 24$; $-35 + 20 = -15$.
Множення і ділення	
При множенні двох чисел їх модулі помножують, а знак ставлять за вказаною схемою: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $++ = +$; $+- = -$; $-+ = -$; $-- = +$ </div>	$7 \cdot (-2) = -14$; $-9 \cdot (-7) = 63$; $-13 \cdot 5 = -65$.
При діленні двох чисел модуль першого числа (діленого) ділять на модуль другого числа (дільника), а знак ставлять за схемою множення.	$-25 : (-5) = 5$; $-120 : 3 = -40$; $48 : (-4) = -12$.

$$(+)(+) = +$$

$$(-)(-) = -$$

$$(-)(+) = + \text{ or } -$$

$$(+)(-) = + \text{ or } -$$

Addition

$$(+)(-) = + \text{ or } -$$

$$(-)(-) = + \text{ or } -$$

$$(-)(+) = -$$

$$(+)(-) = +$$

Subtraction

$$(+)(+) = +$$

$$(-)(-) = +$$

$$(+)(-) = -$$

$$(-)(+) = -$$

Multiplication

$$(+)(+) = +$$

$$(-)(-) = +$$

$$(-)(+) = -$$

$$(+)(-) = -$$

Division

Модуль числа — абсолютне значення числа
є або додатним числом.

Геометрично модуль виражений як відстань від нуля
на координатній прямій. Відстань це величина додатна.

Таку модуль визначається так:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{якщо } a \geq 0 \\ -a & \text{якщо } a < 0 \end{cases} \quad |5| = 5 \quad |0| = 0 \\ | -3 | = 3$$

Множення та ділення мод.

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|, \quad \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0)$$

$$|2 \cdot (-4)| = |2| \cdot |-4| = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\left| \frac{-6}{2} \right| = \frac{|-6|}{|2|} = \frac{6}{2} = 3$$

Додавання та нерівності трикутника

Для будьких a, b виконуєт. нерівність

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|-5+7| = |2| = 2 \leq |-5| + |7| = 12$$

Нерівності з модулями

Нерівності виду $|x| < a$; $|x| > a$

Розв'язуються за правилами:

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a \text{ (if } a > 0)$$

$$|x| > a \Rightarrow x < -a \text{ OR } x > a \text{ (if } a > 0)$$

Приклад 1.

$$|x+1| \leq 4$$

$$-4 \leq x+1 \leq 4 \Rightarrow -5 \leq x \leq 3$$

Приклад 2

$$|2x-5| > 3$$

$$2x-5 < -3 \text{ OR } 2x-5 > 3$$

$$x < 1 \text{ OR } x > 4$$