

Властивості Арифметичних дій

Перестовна (комутативна)

Сполучна (асоціативна)

Розподільна

Г
С
Р

1) Перестовна (комутативна) + ×

$$3 + 5 = 5 + 3$$

$$8 = 8$$

$$4 \cdot 7 = 7 \cdot 4$$

$$28 = 28$$

2) Сполучна (асоціативна) + ×

$$(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$$

$$5 + 4 = 2 + 7$$

$$9 = 9$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$$

$$6 \cdot 5 = 2 \cdot 15$$

$$30 = 30$$

не важливо у якій послідовності
дій: результат не змінюється

перестовна - комутативність
сполучна - асоціативність
розподільна - дистрибутивність

П	К
С	А
Р	Д

3) Розподільна

Множення відносно додавання

$$2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 7 = 6 + 8$$

$$14 = 14$$

Множення відносно
віднімання

$$3 \cdot (6 - 2) = 3 \cdot 6 - 3 \cdot 2$$

$$3 \cdot 4 = 18 - 6$$

$$12 = 12$$

Трикушки:

- 1) $25 \cdot 104$
 $25 \cdot (100 + 4) = 25 \cdot 100 + 25 \cdot 4 = 2500 + 100 = 2600$
- 2) $24 + 38 + 43 + 62$
 $(24 + 43) + (38 + 62) = 100 + 100 = 200$
- 3) $(5 \cdot 6) \cdot 20$
 $5 \cdot (6 \cdot 20) = 5 \cdot 120 = 600$
- 4) $12 \cdot 99$
 $12 \cdot (100 - 1) = 12 \cdot 100 - 12 \cdot 1 = 1200 - 12 = 1188$
- 5) $7 \cdot 103 + 7 \cdot 97$
 $7 \cdot (103 + 97) = 7 \cdot 200 = 1400$
- 6) $8 \cdot 25 + 8 \cdot 75$
 $8 \cdot 25 + 8 \cdot 75 = 8 \cdot (25 + 75) = 8 \cdot 100 = 800$
- 7) $(3 + 7 + 2) \cdot 5$ *свг + множитель на су.*
1) $(3 + 7 + 2) \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 60$
2) $(3 + 2 + 7) \cdot 5 = (5 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 = 60$

8) $(4 \cdot 125) + (4 \cdot 375) + (4 \cdot 500)$

$(4 \cdot 125) + (4 \cdot 375) + (4 \cdot 500) = 4 \cdot (125 + 375 + 500) = 4 \cdot 1000 = 4000$

9) $(15 + 45 + 5) \cdot 2$ *перестав*

$(15 + 45 + 5) \cdot 2 = (20 + 45) \cdot 2 = 65 \cdot 2 = 130$

10) $53 \cdot 7 - 3 \cdot 7$

$53 \cdot 7 - 3 \cdot 7 = (53 - 3) \cdot 7 = 50 \cdot 7 = 350$

Задача 4: Виставка картин

Умова:

У трьох залах виставки є по 15, 27 і 18 картин відповідно. В кожному залі кількість відвідувачів удвічі перевищує кількість картин.

Скільки всього відвідувачів може одночасно бути в залах?

Розв'язання:

1. Знайди загальну кількість картин: $15 + 27 + 18 = 60$
2. Кількість відвідувачів — удвічі більше: 2×60
3. Або одразу: $2 \times (15 + 27 + 18)$
4. Відповідь: **120 відвідувачів**

Розподільна властивість ділення

$$(a-b):c = a:c - b:c$$

$$(24-6):3 = 18:3 = 6$$

$$24:3 - 6:3 = 8 - 2 = 6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}}$$

$$\frac{(a+b)}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\frac{(8+4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{8}{2} + \frac{4}{2} = 4 + 2 = 6$$

Віднімання:

$$\frac{(9-3)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{9}{3} - \frac{3}{3} = 3 - 1 = 2$$

Порядок дій:

$$\left(\frac{a}{b}\right):c = \frac{a}{(b \cdot c)}$$

$$\left(\frac{6}{5}\right):2 = \frac{6}{(5 \cdot 2)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Ділення числа на добуток

$$c : (a \cdot b) = (c : a) : b = (c : b) : a$$

Ділення добутку на число

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a$$

Ділення суми/різниці на число

$$\frac{(a \pm b)}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$$

Ділення добутку на число

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a$$

$$(8 \cdot 5) : 4 = 40 : 4 = 10$$

$$(8 \cdot 5) : 4 = 8 \cdot (5 : 4) = 8 \cdot 1.25 = 10$$

$$(24 + 12 + 6) : 6 = (24 : 6) + (12 : 6) + (6 : 6) = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$(36 - 18 + 6) : 6 = (36 : 6) - (18 : 6) + (6 : 6) = 6 - 3 + 1 = 4$$

$$(9 \cdot 8) : 6 = (9 : 3) \cdot (8 : 2) = 3 \cdot 4 = 12$$

$$\rightarrow 6 = 3 \cdot 2$$

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

Многочлени

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Властивості степенів

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

Арифметичною прогресією називають послідовність $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додається одне й те саме число d , яке називають різницею арифметичної прогресії:

$$a_{n+1} = a_n + d.$$

Кожний член арифметичною прогресії, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх членів:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Сума перших n членів арифметичної прогресії дорівнює середньому арифметичному першого і n -го членів цієї прогресії, помноженому на їх кількість:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометричною прогресією називають послідовність $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число q ($q \neq 0, |q| \neq 1$), яке називають знаменником геометричної прогресії.

$$b_{n+1} = b_n \cdot q, \text{ де } q \neq 0, q \neq 1$$

В геометричній прогресії n -й член визначається формулою:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

де n - номер члена, b_n - n -й член, b_1 - перший член, q - знаменник прогресії.

Суму n перших членів геометричної прогресії можна знайти за формулою:

$$S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Властивості коренів

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a}$$

Закони дій

$$a + b = b + a$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$



МОДУЛЬ ЧИСЛА ТА ВЛАСТИВОСТІ МОДУЛЯ

Модулем додатного числа називається саме це число, модулем від'ємного числа називається число, йому протилежне, модуль нуля дорівнює нулю.

Приклади знаходження модуля:

$$|-3|=3; |5|=5; |0|=0.$$

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a \leq 0 \end{cases}$$

Властивості модуля

$$|a| \geq 0 \quad (\text{Модуль будь-якого числа} - \text{невід'ємне число})$$

$$|-a| = |a| \quad (\text{Модулі протилежні чисел рівні})$$

$$a \leq |a| \quad (\text{Величина числа не перевищує величина його модуля})$$

$$|a \times b| = |a| \times |b| \quad (\text{Модуль добутку дорівнює добуткові модулів співмножників})$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0) \quad (\text{Модуль дробу дорівнює модулю чисельника, поділеному на модуль знаменника (якщо знаменник не дорівнює нулю)})$$

$$|a^n| = |a|^n$$

$$|a^2| = |a|^2$$

$$|a|^{2k} = a^{2k}$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad (\text{Модуль суми не перевищує суми модулів доданків})$$

$$||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

Геометричний зміст модуля

Задано відрізок $|BA| = |ba|$

$$|a| = OA, |b| = OB, |a - b| = AB$$

Означення: На координатній прямій модуль — це відстань від початку координат до точки, що зображує дане число.

Означення: Модуль різниці двох чисел a і b — це відстань від між точками a і b координатній прямій.

ОСНОВНІ ЗАКОНИ АЛГЕБРИ

КВАДРАТ СУМИ двох чисел дорівнює квадрату першого числа плюс подвоєний добуток першого числа на друге і плюс квадрат другого числа.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

КВАДРАТ РІЗНИЦІ двох чисел дорівнює квадрату першого числа мінус подвоєний добуток першого числа на друге і плюс квадрат другого числа.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ двох чисел дорівнює добутку суми цих чисел на їх різницю.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

КУБ СУМИ двох чисел дорівнює кубові першого числа плюс потроєний добуток квадрат першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого і плюс куб другого числа.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

КУБ РІЗНИЦІ дорівнює кубові першого числа мінус потроєний добуток квадрата першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого і мінус куб другого числа.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

СУМА КУБІВ двох чисел дорівнює добутку суми цих чисел на неповний квадрат різниці цих чисел.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

РІЗНИЦЯ КУБІВ двох чисел дорівнює добутку різниці цих чисел на неповний квадрат суми цих чисел.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

КВАДРАТ СУМИ кількох виразів дорівнює сумі квадратів усіх доданків плюс усі подвоєні добутки кожного виразу на кожний наступний.

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$