

Схема Горнера - це ефективний алгоритм для обчислення значення многочлена у заданій точці. Вона також використовується для ділення многочлена на бином виду $(x - a)$.

Коли і де її вивчають:

- Зазвичай схему Горнера вивчають у старших класах школи (9-11 класи) під час вивчення алгебри
- Більш глибоко її розглядають у перші роки навчання у вищих навчальних закладах на математичних та технічних спеціальностях
- Входить до курсів з алгебри, чисельних методів та обчислювальної математики

Застосування схеми Горнера:

1. Обчислення значення многочлена у заданій точці з мінімальною кількістю операцій
2. Ділення многочлена на двочлен виду $(x - a)$
3. Розклад многочлена на множники
4. Знаходження коренів многочлена (особливо в методі Ньютона)
5. Перетворення многочлена з однієї системи числення в іншу
6. Оптимізація обчислень у програмуванні та комп'ютерній алгебрі

Схема Горнера є важливим інструментом у комп'ютерній алгебрі завдяки своїй обчислювальній ефективності, оскільки вона зменшує кількість необхідних операцій множення порівняно з прямим обчисленням.

6. Ділення многочленів

Ділення многочленів схоже на ділення чисел "стовпчиком", але з многочленами.

Розділити $(x^3 + 2x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$

1. Розтабуємо многочлен в порядку зростання степенів

Ділене: $x^3 + 2x^2 - 5x + 6$

Дільник: $x - 2$

2. Ділимо перший член діленого на перший член дільника

$x^3 : x = x^2$ (це перший член частки)

3. Множимо отриманий член частки на весь дільник

$x^2 \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2$

4. Віднімаємо отриманий добуток від діленого

$x^3 + 2x^2 - 5x + 6 - (x^3 - 2x^2) = 4x^2 - 5x + 6$

5. Повторюємо процес для отриманого залишку

Ділимо перший член залишку на перший член дільника:

$4x^2 : x = 4x$ (це другий член частки)

6. Множимо на дільник

$4x \cdot (x - 2) = 4x^2 - 8x$

7. Віднімаємо

$4x^2 - 5x + 6 - (4x^2 - 8x) = 3x + 6$

$4x^2 - 4x^2 = 0$

$-5x + 8x = 3x \quad / \quad 3x + 6$

8. Знову ділимо перший член на перший член дільника

$3x : x = 3$ (це третій член частки)

9. Множимо на дільник

$3 \cdot (x - 2) = 3x - 6$

10. Віднімаємо

$3x + 6 - (3x - 6) = 12$

Залишок 12 вже не можна поділити на $x - 2$, тому це остаточний залишок.

Відповідь: $(x^3 + 2x^2 - 5x + 6) : (x - 2) = x^2 + 4x + 3$ з остачею 12

Альтернативний спосіб: схема Горнера

Для ділення многочлена на бином виду $(x - a)$ зручно використовувати схему Горнера:

1. Запишемо коефіцієнти многочлена: 1, 2, -5, 6
2. Число $a = 2$ (з дільника $x - 2$)
3. Будуємо таблицю:

		1	2	-5	6
2		1	4	3	12

Алгоритм обчислення:

- Перше число внизу = перше число зверху (1)
- Кожне наступне число = попереднє число внизу $\times 2$ + відповідне число зверху
 - $1 \times 2 + 2 = 4$
 - $4 \times 2 + (-5) = 3$
 - $3 \times 2 + 6 = 12$

Результат: коефіцієнти частки - 1, 4, 3, а залишок - 12

Отже: $(x^3 + 2x^2 - 5x + 6) \div (x - 2) = x^2 + 4x + 3$ з остачею 12