

Властивості трифундаментальних дій

Перестовна (комутативна)

Сполучна (асоціативна)

Розподільна

P C R

1) Перестовна (комутативна) + X

$$3+5=5+3 \\ 8=8$$

$$4 \cdot 7 = 7 \cdot 4 \\ 28 = 28$$

2) Сполучна (асоціативна) + X

$$(2+3)+4=2+(3+4)$$

$$5+4=2+7$$

$$9=9$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$$

$$6 \cdot 5 = 2 \cdot 15$$

$$30 = 30$$

Не дозволено уто використовувати
symbol i незвичні під знаками.

перестовна - комутативність
сполучна - асоціативність
роздподільна - дистрибутивність

P C R | K A II

3) Розподільна

Множення відносно додавання

$$2 \cdot (3+4) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4$$

$$2 \cdot 7 = 6 + 8$$

$$14 = 14$$

Множення відносно
віднімання

$$3 \cdot (6-2) = 3 \cdot 6 - 3 \cdot 2$$

$$3 \cdot 4 = 18 - 6$$

$$12 = 12$$

Практикум:

1) $25 \cdot 104$

$$25 \cdot (100+4) = 25 \cdot 100 + 25 \cdot 4 = 2500 + 100 = 2600$$

2) $28 + 38 + 43 + 62$

$$(28 + 43) + (38 + 62) = 100 + 100 = 200$$

3) $(5 \cdot 6) \cdot 20$

$$5 \cdot (6 \cdot 20) = 5 \cdot 120 = 600$$

4) $12 \cdot 99$

$$12 \cdot (100-1) = 12 \cdot 100 - 12 \cdot 1 = 1200 - 12 = 1188$$

5) $2 \cdot 103 + 2 \cdot 97$

$$\underline{2 \cdot (103 + 97)} = \underline{2 \cdot 200} = 1400$$

6) $8 \cdot 25 + 8 \cdot 75$

$$\underline{8 \cdot 25 + 8 \cdot 75} = \underline{8 \cdot (25 + 75)} = \underline{8 \cdot 100} = 800$$

7) $(3 + 2 + 1) \cdot 5$

свг + множення на су.

1) $\underline{(3 + 2 + 1) \cdot 5} = \underline{15 \cdot 5} = 60$

2) $\underline{(3 + 2 + 1) \cdot 5} = \underline{(5 + 2) \cdot 5} = \underline{12 \cdot 5} = 60$

$$8) (4 \cdot 125) + (4 \cdot 345) + (4 \cdot 500)$$

$$(4 \cdot 125) + (4 \cdot 345) + (4 \cdot 500) = 4 \cdot (125 + 345 + 500) = 4 \cdot 1000 = 4000$$

$$9) (15 + 45 + 5) \cdot 2 \quad \text{підсічов}$$

$$(15 + 45 + 5) \cdot 2 = (20 + 45) \cdot 2 = 65 \cdot 2 = 130$$

$$10) 53 \cdot 4 - 3 \cdot 4$$

$$53 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = (53 - 3) \cdot 4 = 50 \cdot 4 = 350$$

Задача 4: Виставка картин

Умова:

У трьох залах виставки є по 15, 27 і 18 картин відповідно. В кожному залі кількість відвідувачів удвічі перевищує кількість картин.

Скільки всього відвідувачів може одночасно бути в залах?

Розв'язання:

1. Знайди загальну кількість картин: $15 + 27 + 18 = 60$
2. Кількість відвідувачів — удвічі більше: 2×60
3. Або одразу: $2 \times (15 + 27 + 18)$
4. Відповідь: **120 відвідувачів**

Розподілена властивість ділення

$$(a-b) : c = a:c - b:c$$

$$(24-6) : 3 = 18 : 3 = 6$$

$$24 : 3 - 6 : 3 = 8 - 2 = 6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}}$$

$$\frac{(a+b)}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\frac{(8+4)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Відповідь:

$$\frac{8}{2} + \frac{4}{2} = 4 + 2 = 6$$

$$\frac{(8-3)}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{9}{3} - \frac{3}{3} = 3 - 1 = 2$$

Поглибіть:

$$\left(\frac{a}{b} \right) : c = \frac{a}{(b \cdot c)}$$

$$\left(\frac{6}{5} \right) : 2 = \frac{6}{(5 \cdot 2)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Ділення числа на добуток

$$\underline{c:(ab)} = \underline{(c:a)} : b = \underline{(c:b)} : a$$

Ділення добутку на число

$$\underline{(ab):c} = \underline{(a:c)} b = \underline{(b:c)} a$$

Ділення суми/різниці на число

$$\frac{(a \pm b)}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$$

Ділення добутку на число

$$\underline{(ab):c} = \underline{(a:c)} b = \underline{(b:c)} a$$

$$(8 \cdot 5) : 4 = 40 : 4 = 10$$

$$(8 \cdot 5) : 4 = 8 \cdot (5 : 4) = 8 \cdot 1,25 = 10$$

$$(24 + 12 + 6) : 6 = (24 : 6) + (12 : 6) + (6 : 6) = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$(36 - 18 + 6) : 6 = (36 : 6) - (18 : 6) + (6 : 6) = 6 - 3 + 1 = 4$$

$$(9 \cdot 8) : 6 = (9 : 3) \cdot (8 : 2) = 3 \times 4 = 12$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

Многочлени

$$\begin{aligned}a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b) \\(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3\end{aligned}$$

Властивості степенів

$$\begin{aligned}a^n \cdot a^m &= a^{n+m} \\(a^n)^m &= a^{nm} \\a^n b^n &= (ab)^n \\a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\a^{\frac{n}{m}} &= a^{\frac{n-m}{m}} \\a^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{a}\end{aligned}$$

Арифметичною прогресією називають послідовність $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додається одне й те саме число d , яке називають різницею арифметичної прогресії:

$$a_{n+1} = a_n + d.$$

Кожний член арифметичною прогресії, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх членів:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Сума перших n членів арифметичної прогресії дорівнює середньому арифметичному першого і n -го членів цієї прогресії, помноженому на їх кількість:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометричною прогресією називають послідовність $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число q ($q \neq 0, |q| \neq 1$), яке називають знаменником геометричної прогресії.

$$b_{n+1} = b_n \cdot q, \text{де } q \neq 0, q \neq 1$$

В геометричній прогресії n -й член визначається формулою:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

де n - номер члена, b_n - n -й член, b_1 - перший член, q - знаменник прогресії.

Суму n перших членів геометричної прогресії можна знайти за формулою:

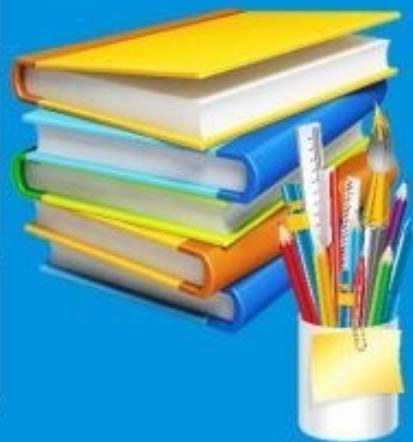
$$S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Властивості коренів

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{a \cdot b} &= \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \quad (\text{не завжди}) \\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \\ (\sqrt[n]{a})^k &= \sqrt[n]{a^k} \\ \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} &= \sqrt[mn]{a} \\ \sqrt[nk]{a^k} &= \sqrt[n]{a}\end{aligned}$$

Закони дій

$$\begin{aligned}a+b &= b+a \\(a+b)+c &= a+(b+c) \\a \cdot b &= b \cdot a \\(a \cdot b) \cdot c &= a \cdot (b \cdot c) \\a \cdot (b+c) &= a \cdot b + a \cdot c\end{aligned}$$



Супер формули для нового уроку
Все формули для нового уроку

МОДУЛЬ ЧИСЛА ТА ВЛАСТИВОСТІ МОДУЛЯ

Модулем додатного числа називається саме це число, модулем від'ємного числа називається число, йому протилежне, модуль нуля дорівнює нулю.

Приклади знаходження модуля:

$$|-3|=3; |5|=5; |0|=0.$$

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Властивості модуля

$$|a| \geq 0 \quad (\text{Модуль будь-якого числа – невід'ємне число})$$

$$|-a| = |a| \quad (\text{Модулі протилежні чисел рівні})$$

$$a \leq |a| \quad (\text{Величина числа не перевищує величина його модуля})$$

$$|a \times b| = |a| \times |b| \quad (\text{Модуль добутку дорівнює добуткові модулей співмножників})$$

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \left|\frac{a}{b}\right| \quad (b \neq 0) \quad (\text{Модуль дробу дорівнює модулю чисельника, поділеному на модуль знаменника (якщо знаменник не дорівнює нулю)})$$

$$|a^n| = |a|^n$$

$$|a^2| = |a|^2$$

$$|a|^{2k} = a^{2k}$$

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad (\text{Модуль суми не перевищує суми модулів доданків})$$

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$$

Геометричний зміст модуля

Задано відрізок $|BA| = |ba|$

$$|a| = OA, |b| = OB, |a - b| = AB$$

Означення: На координатній прямій модуль – це відстань від початку координат до точки, що зображує дане число.

Означення: Модуль різниці двох чисел a і b – це відстань від між точками a і b координатній прямій.

ОСНОВНІ ЗАКОНИ АЛГЕБРИ

КВАДРАТ СУМИ двох чисел дорівнює квадрату першого числа плюс подвоєний добуток першого числа на друге і плюс квадрат другого числа.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

КВАДРАТ РІЗНИЦІ двох чисел дорівнює квадрату першого числа мінус подвоєний добуток першого числа на друге і плюс квадрат другого числа.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

РІЗНИЦЯ КВАДРАТІВ двох чисел дорівнює добутку суми цих чисел на їх різницю.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

КУБ СУМИ двох чисел дорівнює кубові першого числа плюс потроєний добуток квадрат першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого і плюс куб другого числа.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

КУБ РІЗНИЦІ дорівнює кубові першого числа мінус потроєний добуток квадрата першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого і мінус куб другого числа.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

СУМА КУБІВ двох чисел дорівнює добуткові суми цих чисел на неповний квадрат різниці цих чисел.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

РІЗНИЦЯ КУБІВ двох чисел дорівнює добуткові різниці цих чисел на неповний квадрат суми цих чисел.

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

КВАДРАТ СУМИ кількох виразів дорівнює сумі квадратів усіх доданків плюс усі подвоєні добутки кожного виразу на кожний наступний.

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Rule	Example
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^5 \times 2^3 = 2^8$
$a^m \div a^n = a^{m-n}$	$5^7 \div 5^3 = 5^4$
$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(10^3)^7 = 10^{21}$
$a^1 = a$	$17^1 = 17$
$a^0 = 1$	$34^0 = 1$
$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$
$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$9^{-2} = \frac{1}{81}$
$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$	$49^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{49} = 7$