Universidade Federal da Paraíba
Centro de Energias Alternativas e Renováveis
Departamento de Engenharia Elétrica

Disciplina: Controle I **Data:** _21/10/2020__
Professor: Juan Moises Mauricio Villanueva

Aluno(a): ____ **Mat.:** _______________

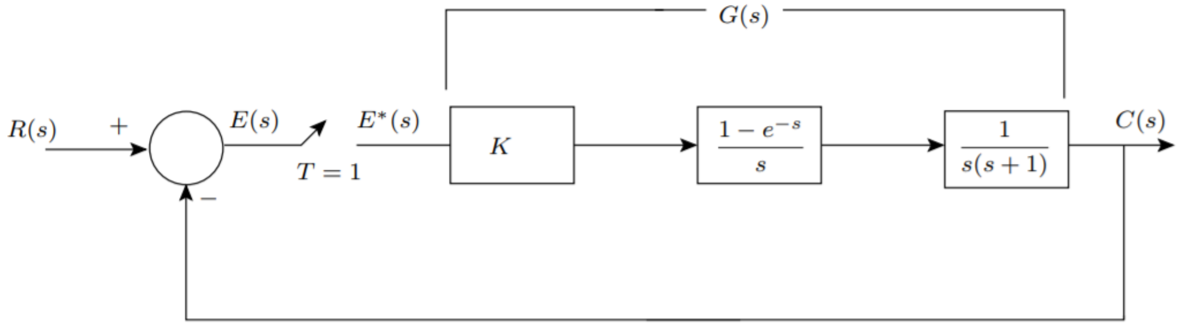
Avaliação 2 (Parte 1)

Problema 1 (1,5 Pontos)

Determine a faixa de valores de K para a estabilidade do sistema discreto em malha fechada $T(z)=\dfrac{C(z)}{R(z)}$.

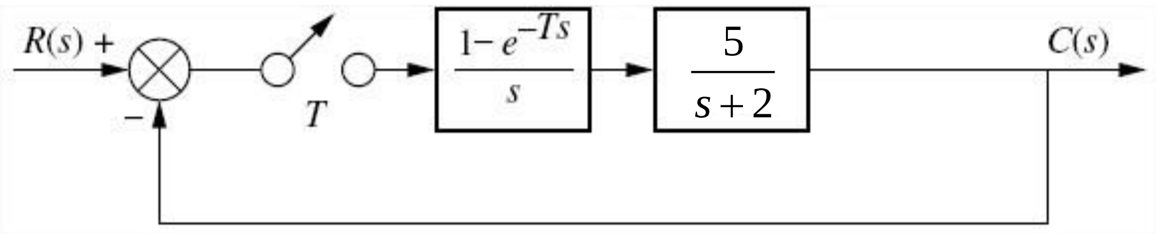
a) Utilize o método de Jury para a análise da estabilidade

b) Para o intervalo de variação de K, faça um programa em MATLAB para graficar a trajetória dos polos da equação característica.



Problema 2 (1,5 Pontos)

Para o sistema.



a) Usando o método de Jury, determine a faixa de valores do período de amostragem T para que o sistema seja estável.

b) Realizar as simulações em MATLAB para determinar a resposta ao degrau e impulso

UFPB
Aluna: Mylena Gabriela de Souza Diniz
e-mail: mylena.diniz@cear.ufpb.br
Disciplina: Controle I
Representação de Sistemas Discretos

Avaliação 2 (parte 1)

28 de outubro de 2020

PROBLEMA 1

a) Temos que o sistema será estável para valores de K entre 0.01 e 2.4

$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} \qquad G(s) = K \cdot \frac{1-e^{-s}}{s} \cdot \frac{1}{s(s+1)} = \frac{K(1-e^{-s})}{s^2(s+1)}$$

$$z = e^{Ts} \qquad G(z) = K(1-z^{-1})\, \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^2(s+1)}\right\}$$

$$\frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+1} \Rightarrow \left.\frac{1}{s+1}\right|_{s=0} = A = 1 \; ; \; \left.\frac{1}{s^2}\right|_{s=-1} = C = 1 \; ;$$

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}\right\} = \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-e^{-T}} = \frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}$$

$$G(z) = K(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}\right] = K\left[\frac{T}{(z-1)} - \frac{(1-e^{-T})}{(z-e^{-T})}\right] = K\left[\frac{T(z-e^{-T}) - (1-e^{-T})(z-1)}{(z-1)(z-e^{-T})}\right] \qquad T = 1$$

$$\frac{(z-1)}{z}$$

$$G(z) = K \cdot \frac{(z-0{,}368) - 0{,}632(z-1)}{(z-1)(z-0{,}368)} = K\,\frac{z - 0{,}368 - 0{,}632z + 0{,}632}{z^2 - 1{,}368z + 0{,}368}$$

$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{K\frac{z-0{,}368-0{,}632z+0{,}632}{z^2-1{,}368z+0{,}368}}{1 + K\frac{z-0{,}368-0{,}632z+0{,}632}{z^2-1{,}368z+0{,}368}} =$$

$$T(z) = \frac{K(z - 0{,}63212 \cdot z + 0{,}26424)}{z^2 + (0{,}36788K - 1{,}36788)z + (0{,}26424K + 0{,}36212)}$$

Método de Jury: $P(z) = 1 + G(z) = 0$ equação característica

$P(z) = z^2 + (0{,}36788K - 1{,}36788)z + (0{,}26424K + 0{,}36212)$ ordem 2, ultima linha $= 2n-3 = 1$

linha	z^0, $a_{n=2}$	z^1, $a_{n-1=1}$	z^2, $a_{n-2=0}$
1	$0{,}26424K + 0{,}36212$	$0{,}36788K - 1{,}36788$	1

1. $|a_n| < a_0 \rightarrow |0{,}264K + 0{,}3621| < 1 \qquad K < 2{,}4$
2. $P(z)|_{z=1} > 0 \rightarrow 1 + (0{,}368 \cdot K - 1{,}368) \cdot 1 + (0{,}264 \cdot K + 0{,}362) \Rightarrow 0{,}632K - 0{,}006 > 0 \qquad K > 9 \cdot 10^{-3} \approx 0$
3. $P(z)|_{z=-1} > 0$ p n par $\rightarrow -0{,}104K + 2{,}73 > 0 \qquad K < 26{,}25$ $\qquad \boxed{0{,}01 \leq K < 2{,}4}$

b)

```
T = 1; %Periodo de amostragem
K = 2;
Numd = K*[1 -0.63212 0.26424];
Dend = [1 (0.36788*K-1.36788) (0.26424*K+0.36212)];
sys = tf(Numd,Dend,T);

for i=1:1:26
    K=i/10; % K variando de 0.1 a 2.6
    Numd = K*[1 -0.63212 0.26424];
    Dend = [1 (0.36788*K-1.36788) (0.26424*K+0.36212)];
    sys(i) = tf(Numd,Dend,T);
end

figure
pzmap(sys(1),sys(2),sys(3),sys(4),sys(5),sys(6),sys(7),sys(8),sys(9),sys(10),sys(11),sys(12)
,sys(13),sys(14),sys(15),sys(16),sys(17),sys(18),sys(19),sys(20),sys(21),sys(22),sys(23),sys
(24),sys(25),sys(26))
```

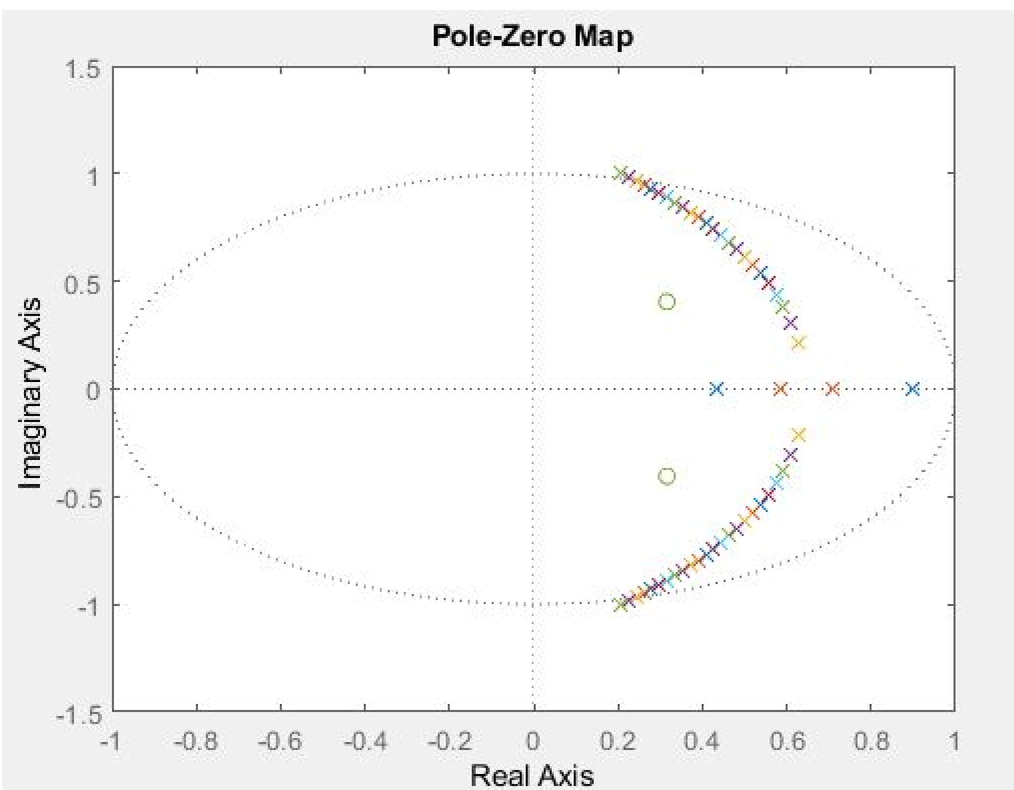


Figura 1 - Trajetória dos pólos da equação característica.

PROBLEMA 2

a) Os valores de T para que o sistema seja estável estão entre 0 e 0.434s.

$$G(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{5}{(s+2)} \qquad G(z) = (1-z^{-1})\,\mathcal{Z}\left[\frac{5}{s(s+2)}\right] \qquad \frac{5}{s(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} = \frac{2,5}{s} - \frac{2,5}{s+2}$$

$$G(z) = (1-z^{-1})\left[\frac{2,5z}{(z-1)} - \frac{2,5z}{(z-e^{-2T})}\right] = 2,5 - \frac{2,5(z-1)}{(z-e^{-2T})} = \frac{2,5\left[(z-e^{-2T})-(z-1)\right]}{(z-e^{-2T})} = \frac{2,5-2,5e^{-2T}}{z-e^{-2T}}$$

$$P(z) = 1 + G(z) = 0$$

$$P(z) = z - e^{-2T} + 2,5 - 2,5e^{-2T} = z + 2,5 - 3,5e^{-2T} = 0$$

1. $|a_m| < a_0 \rightarrow |2,5 - 3,5e^{-2T}| < 1 \Rightarrow e^{-2T} > 0,4286 \Rightarrow -2T > \ln 0,4286 \Rightarrow$

$2T < 0,84729 \Rightarrow T < 0,4236$

2. $P(z)|_{z=1} > 0 \rightarrow 1 + 2,5 - 3,5e^{-2T} > 0 \Rightarrow 1 > e^{-2T} \Rightarrow T > 0$

3. $P(z)|_{z=-1} < 0$ p/ m ímpar $\rightarrow -1 + 2,5 - 3,5e^{-2T} < 0 \Rightarrow 0,4286 < e^{-2T}$

$2T < 0,84729 \Rightarrow T < 0,4236$

$$\boxed{0 < T < 0,4236}$$

$$T(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{2,5-2,5e^{-2T}}{z+2,5-3,5e^{-2T}}$$

b)

```
T = 0.4; %Periodo de amostragem
K = 1;
Numd = K*[(2.5-2.5*exp(-2*T))];
Dend = [1 (2.5-3.5*exp(-2*T))];
sys = tf(Numd,Dend,T);

%Entrada Degrau
u = [zeros(1,10) ones(1,50)];
L = length(u); %Tamanho do vetor
k = 0:(L-1); %numero inteiro
t = k*T; %tempo discreto kT

%Entrada Impulso
w = [zeros(1,10) ones(1,1), zeros(1,49)];

%Resposta ao Degrau
y = filter(Numd,Dend,u);
figure
```

```
stem(t,u,'.')
hold on
stem(t,y,'.')
xlabel('t = kT'),grid
legend('u(kT)','y(kT)')
axis([0 max(t) 0 1.2*max(y)])
hold off
figure
zplane(Numd,Dend)

%Resposta ao Impulso
y2 = filter(Numd,Dend,w);
figure
stem(t,w,'.')
hold on
stem(t,y2,'.')
xlabel('t = kT'),grid
legend('w(kT)','y2(kT)')
axis([0 max(t) 0 1.2*max(y2)])
hold off
```

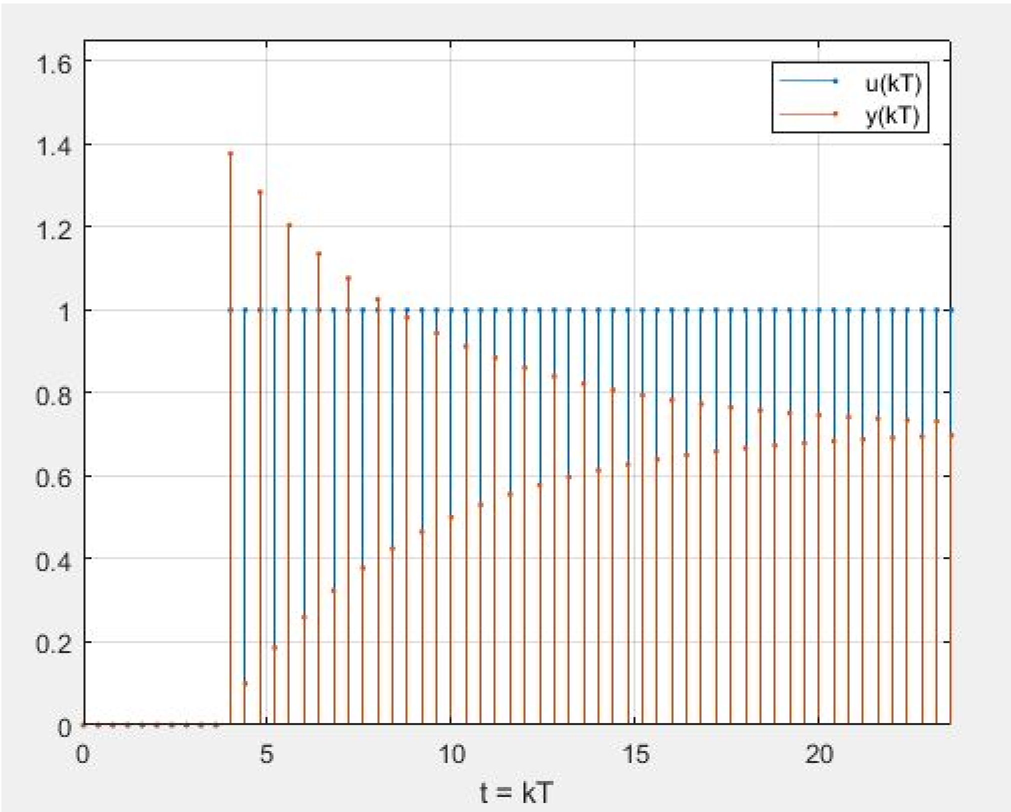


Figura 2 - Resposta do sistema ao degrau.

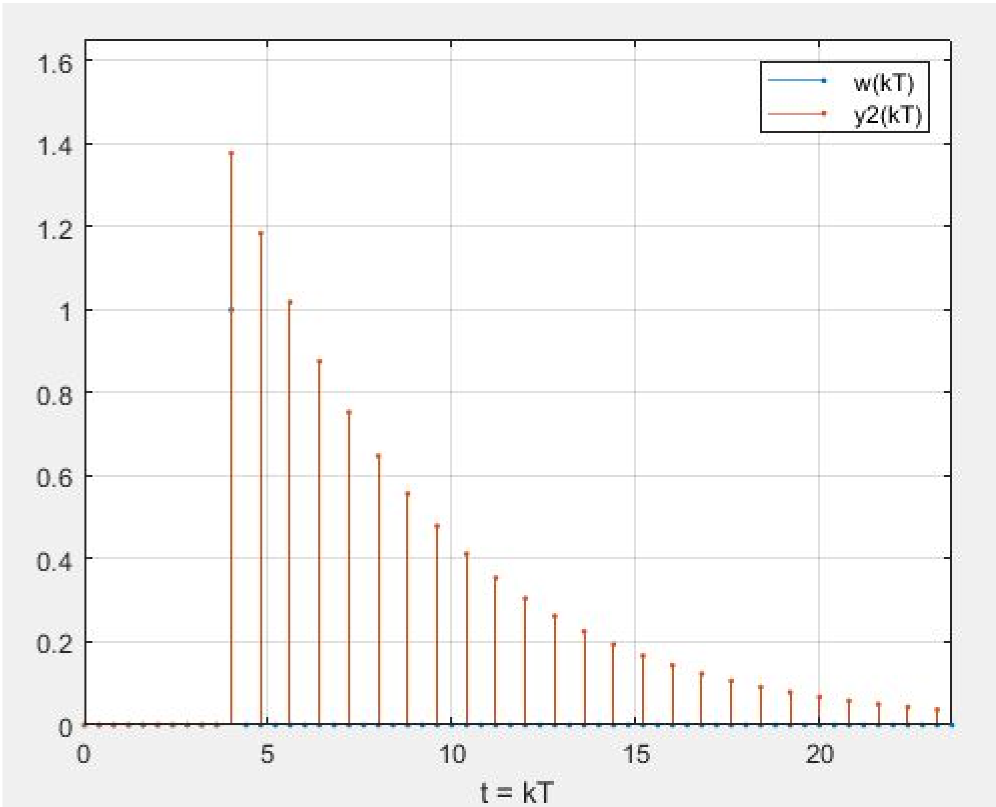


Figura 3 - Resposta do sistema ao impulso.