Disciplina: CONTROLE I

Lista de Problemas para a Prova 1

Problema 1

Considere a equação em diferença

$$y(k) = 0,2y(k-1) - 0,5y(k-2) + u(k) + 2u(k-1)$$

a) Avalie a equação em diferença para k = 0,1,2,3,4 e faça o gráfico da saída $y(k)$ para uma entrada $u(k)$ impulso. Considere condições iniciais nulas y(-1)=0 e y(-2)=0

b) Determinar a função de transferência $H(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)}$

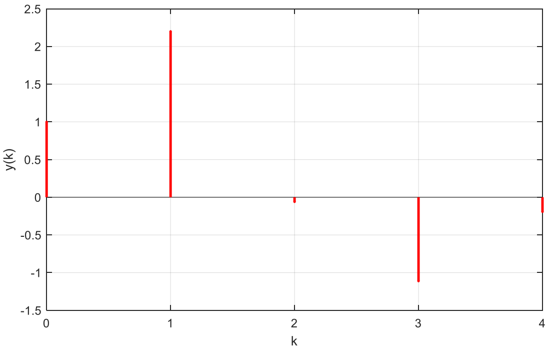
c) Determine os zeros e polos e faça o gráfico do diagrama do plano-Z. A partir da localização dos polos indique se o sistema é estável?, explique sua resposta.

d) Desenvolva a expressão matemática da resposta em frequência de $H(z)$. Faça o gráfico do módulo do espectro para a banda de interesse. Considere uma Frequência de Amostragem de Ts = 1.

Solução

Avaliação

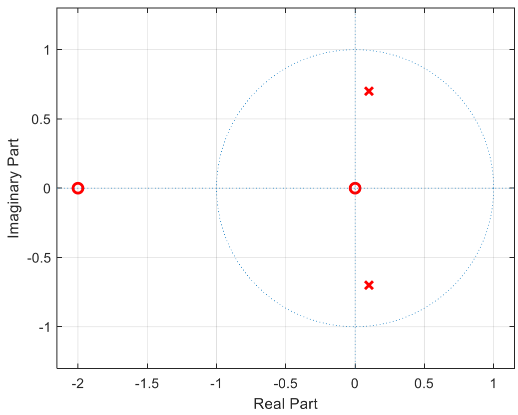
y(0)=1
y(1)=2,2
y(2)=-0,06
y(3)=-1,1120
y(4)=-0,1924



a) Função de Transferência

$$y(k) = 0,2y(k-1) - 0,5y(k-2) + u(k) + 2u(k-1)$$
$$Y(z) = 0,2z^{-1}Y(z) - 0,5z^{-2}Y(z) + U(z) + 2z^{-1}U(z)$$
$$Y(z)\left(1 - 0,2z^{-1} + 0,5z^{-2}\right) = U(z)\left(1 + 2z^{-1}\right)$$
$$\frac{Y(z)}{U(z)} = H(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 - 0,2z^{-1} + 0,5z^{-2}}$$
$$H(z) = \frac{z(z+2)}{(z - 0,1 - 0,7j)(z - 0,1 + 0,7j)}$$

Os polos se encontram dentro do circulo unitário, portanto o sistema é estável.



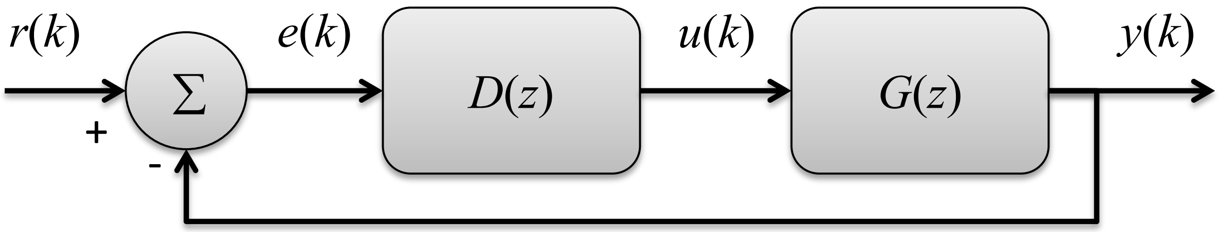
MATLAB

```
clc
close all
clear
Ts = 1;
Numd = [1 2 0];
Dend = [1 -0.2 0.5];
sys = tf(Numd,Dend,Ts)

figure
zplane(Numd,Dend),grid
figure
[Y,T,X]=impulse(sys,0:4)
stem(T,Y,'.r'),grid
xlabel('k');
ylabel('y(k)')
```

Problema 2

Para o sistema discreto de controle:



Tempo de amostragem *Ts* = 1 s

Com controlador *D*(*z*) representado pela equação em diferença:

$$u(k) = -0,5u(k-1) + 13\left[e(k) - 0,88e(k-1)\right]$$

A planta foi discretizada usando um ZoH, sendo a função de transferência $G(z) = \dfrac{0,0484(z+0,9672)}{(z-1)(z-0,9048)}$

<u>*Desenvolver as seguintes questões*</u>:

a) Determinar a função de transferência do controlador *D*(*z*)
b) Desenvolva a resposta em frequência de *G*(*z*). Faça o gráfico da resposta em frequência
c) Determinar a função de transferência do sistema de controle $T(z) = \dfrac{Y(z)}{R(z)} = \dfrac{D(z)G(z)}{1+D(z)G(z)}$
d) Usando T(z) realize as simulações para uma entrada degrau com amplitude 5 (https://la.mathworks.com/help/control/ref/stepdataoptions.html). Comente sua resposta.
e) Usando T(z) realize as simulações para uma entrada impulso. Comente sua resposta
f) Utilizando o teorema do valor final determine o erro em regime estacionário para uma referência tipo degrau unitário.
g) Utilizando o teorema do valor inicial determine a condição inicial para uma referência tipo degrau unitário.
h) Utilizando o teorema do valor final determine o erro em regime estacionário para uma referência tipo rampa *kT*.
i) Utilizando o teorema do valor inicial determine a condição inicial para uma referência tipo rampa *kT*.
j) Análise a estabilidade da função de transferência *T*(*z*)
k) Análise a resposta em frequência de *T*(*z*) e compare com a resposta em frequência de G(z).

Solução

Função de Transferência $D(z)$

$$u(k) = -0,5u(k-1) + 13\left[e(k) - 0,88e(k-1)\right]$$

$$U(z) = -0,5z^{-1}U(z) + 13\left[E(z) - 0,88z^{-1}E(z)\right]$$

$$(1+0,5z^{-1})U(z) = 13(1-0,88z^{-1})E(z)$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{13(1-0,88z^{-1})}{(1+0,5z^{-1})}$$

$$D(z) = \frac{13(z-0,88)}{(z+0,5)}$$

A função de transferência do sistema em malha fechada é dada por:

$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G(z)}{1+D(z)G(z)}$$ (Desenvolver)

Erro em regime estacionário para uma referência tipo rampa *kT*.

Y(z) = T(z).R(z)

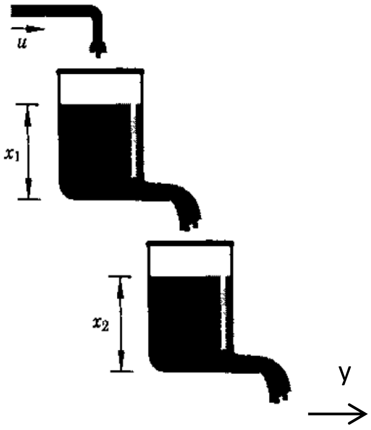
Rampa $R(z) = \frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
Degrau $U(z) = \frac{z}{(z-1)}$
Teorema do Valor Final $\lim_{n\to\infty} y[n] = \lim_{z\to 1}(z-1)Y(z)$
Teorema do Valor Inicial $y[0] = \lim_{z\to\infty} Y(z)$

Problema 3

Para o sistema com dois reservatórios, onde o sinal de entrada é a vazão no primeiro reservatório e o sinal de saída é o nível no segundo reservatório. O modelo do sistema é dado por:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0197 & 0 \\ 0.0178 & -0.0129 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0263 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$



a) Discretizar o sistema representado por espaço de estados, utilizando a aproximação do Euler para período de amostragem Ts = 12 s. Considere as condições iniciais nulas.

b) Determinar a função de transferência no domínio z.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

c) Realize as simulações da resposta ao impulso, degrau unitário e rampa com inclinação unitária

d) Análise a estabilidade do sistema no domínio discreto

e) Desenvolva a resposta em frequência do sistema discreto. Faça o gráfico do módulo do espectro na banda de interesse.

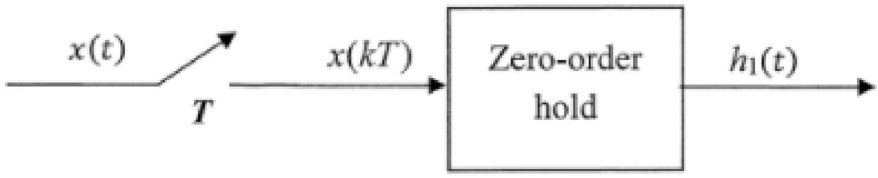
Problema 4

Para o sinal $x(t)$, de forma coseno com amplitude unitária, frequência de 100 Hz e fase $\pi/4$.

Especifique os parâmetros do amostrador pulsado e do ZoH com a finalidade de recuperar o sinal sem deformação $h_1(t)$.

De acordo com seu resultado faça um gráfico comparando x(t) com $h_1(t)$. Determine o erro quadrático médio.

Compare as fases entre x(t) e $h_1(t)$; Análise a influência do ZoH sobre a fase do sinal $x(t)$



UFPB
Aluna: Mylena Gabriela de Souza Diniz
e-mail: mylena.diniz@cear.ufpb.br
Disciplina: Controle I

Avaliação nº1

02 de outubro de 2020

QUESTÃO 1

Prova

Problema 1

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0{,}09516}{z - 0{,}9048}$$

a) $\lim_{n \to \infty} y[n] = \lim_{z \to 1} \cancel{(z-1)} \frac{0{,}09516}{(z - 0{,}9048)} \cdot \frac{z}{\cancel{(z-1)}} = \lim_{z \to 1} \frac{z \cdot 0{,}09516}{z - 0{,}9048} = \underline{0{,}9995798}$

$e = 1 - 0{,}9995792$

$\underline{e = 4{,}2 \cdot 10^{-4}}$

b) $y(0) = \lim_{z \to \infty} \frac{z \cdot 0{,}09516}{(z - 0{,}9048)(z-1)} = \frac{\cancel{0{,}09516} \to 0}{(1 - \cancel{0{,}9048 z^{-1}})(z-1)} = 0$

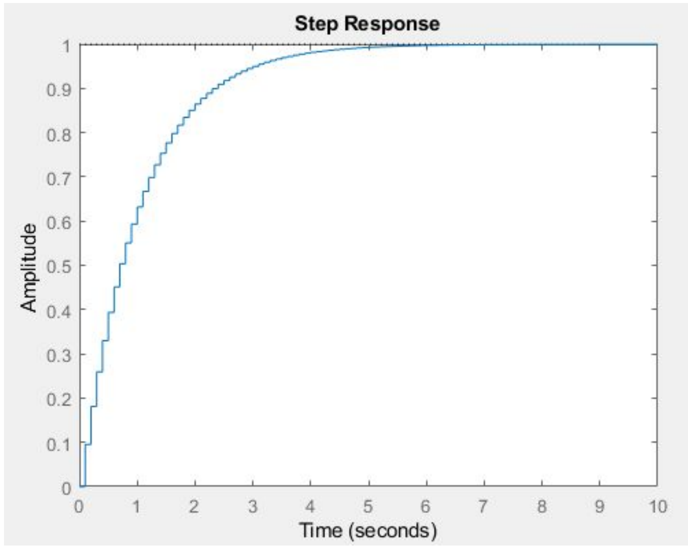
constante de tempo

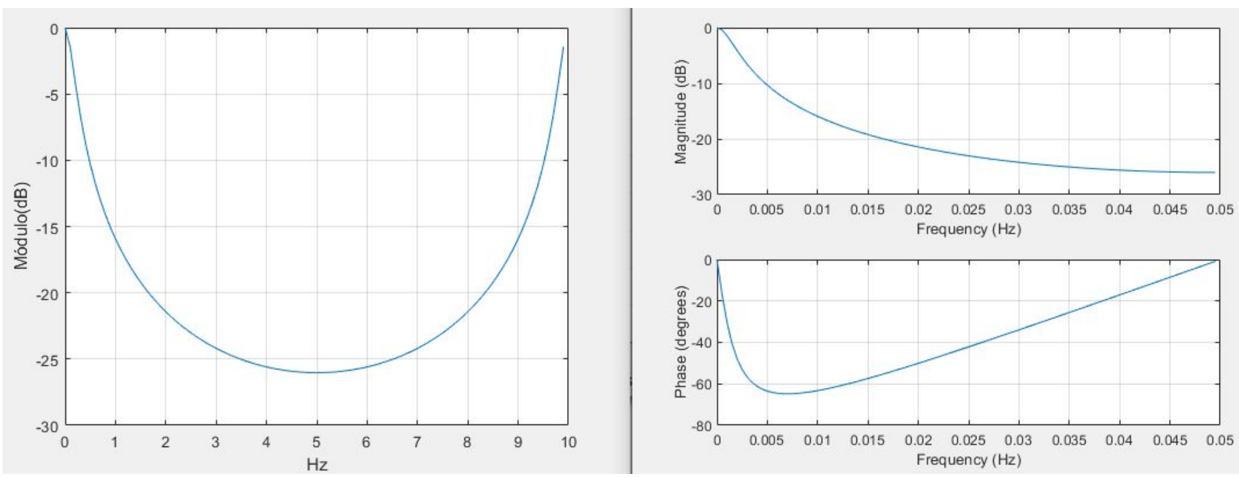
c) $\tau = 1s$ valor obtido em $y = 0{,}63 \cdot u$

tempo de assentamento pelo matlab : $t_s = 4 \cdot \tau = 4 \cdot 1$ ✓

tempo de subida $= 2{,}2 \cdot \tau = 2{,}2s$

overshoot pelo matlab $= 0$





No gráfico a esquerda vemos a simetria do espectro, mostrada apenas a frequência de interesse se usamos a função ‘freqz’ no matlab. é possivel notar uma grande atenuação da magnitude, se assimilando a um filtro passa baixa, de certa forma, com má qualidade.

QUESTÃO 2

Problema 2

a) $Y(z) = \dfrac{0,09516 z^{-1}}{1 - 0,9048 z^{-1}} \cdot U(z)$

$1 \cdot Y(z) - 0,9048 z^{-1} Y(z) = 0,09516\, U(z) z^{-1}$

$\rightarrow \underline{Y(k) = 0,9048\, Y(k-1) + 0,09516\, u(k-1)}$

$Y(-1) = 0 \qquad Y(0) = 0$

$u(-1) = 0$

$Y(1) = 0,9048 \cdot 0 + 0,09516 \cdot 1 = 0,09516$

$Y(2) = 0,9048 \cdot 0,09516 + 0,09516 \cdot 0,8 = 0,1622$

$Y(3) = 0,9048 \cdot 0,1622 + 0,09516 \cdot 0,3 = 0,1753$

$Y(4) = 0,9048 \cdot 0,1753 + 0,09516 \cdot (-0,3) = 0,1301$

$Y(5) = 0,9048 \cdot 0,1301 + 0,09516 \cdot (-0,8) = 0,04158$

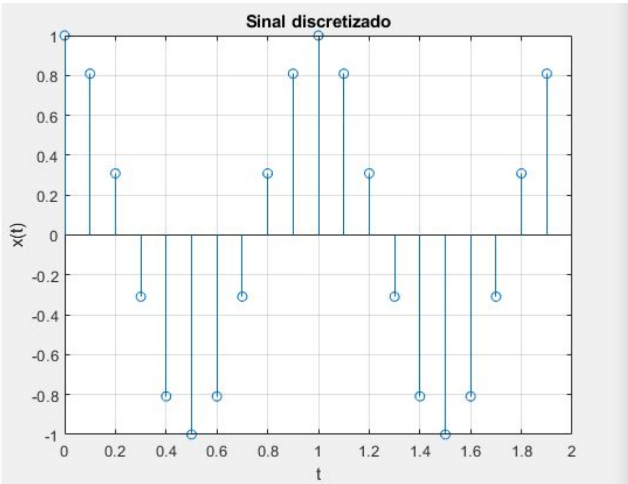
$Y(6) = 0,9048 \cdot 0,04158 + 0,09516\ (-1) = -0,05753$

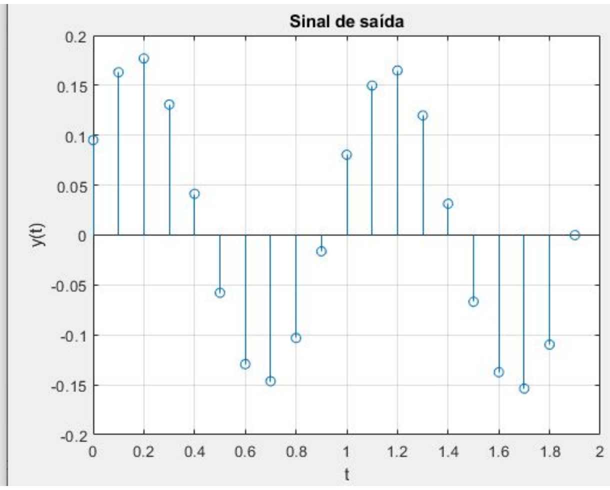
$\vdots$

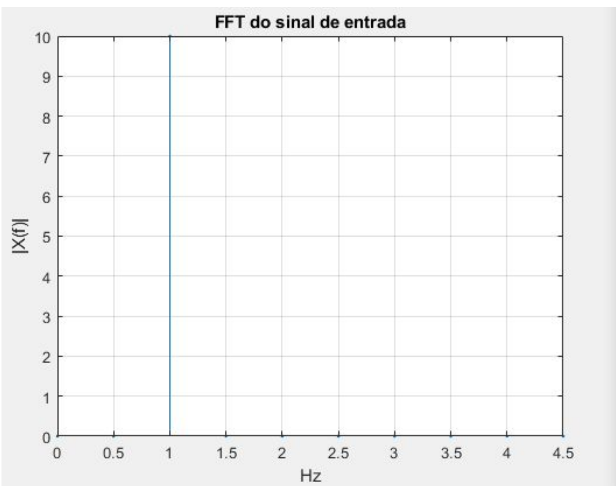
$\Rightarrow Y(z) = 0,09516 z^{-1} \cdot \dfrac{1}{1 - 0,9048 z^{-1}} U(z)$

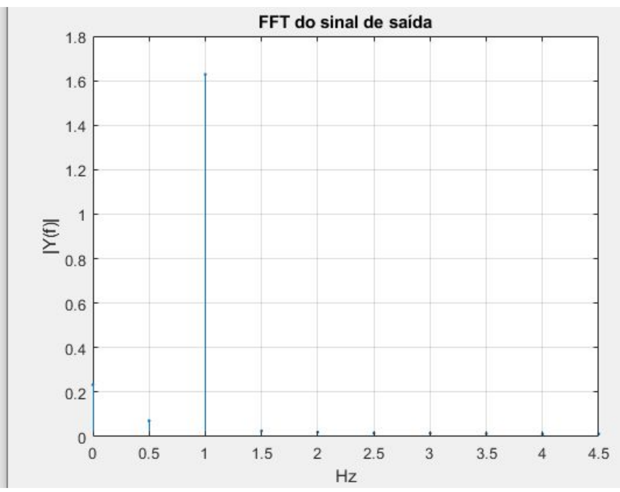
$Y[n] = 0,09516 \cdot (0,9048)^{n}\, u[n-1]$

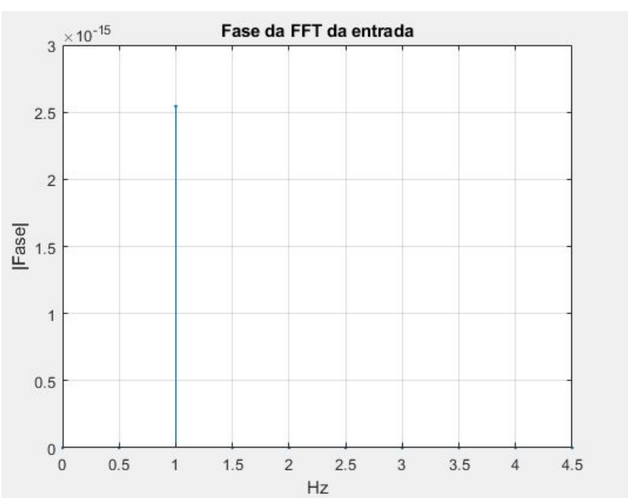
Dados obtidos após a discretização do sinal de entrada no matlab

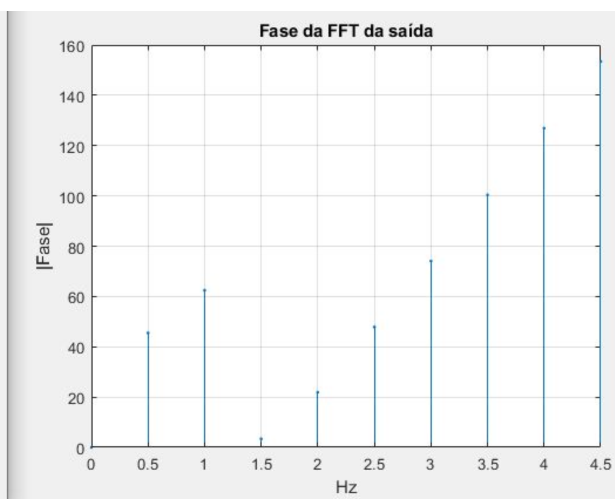






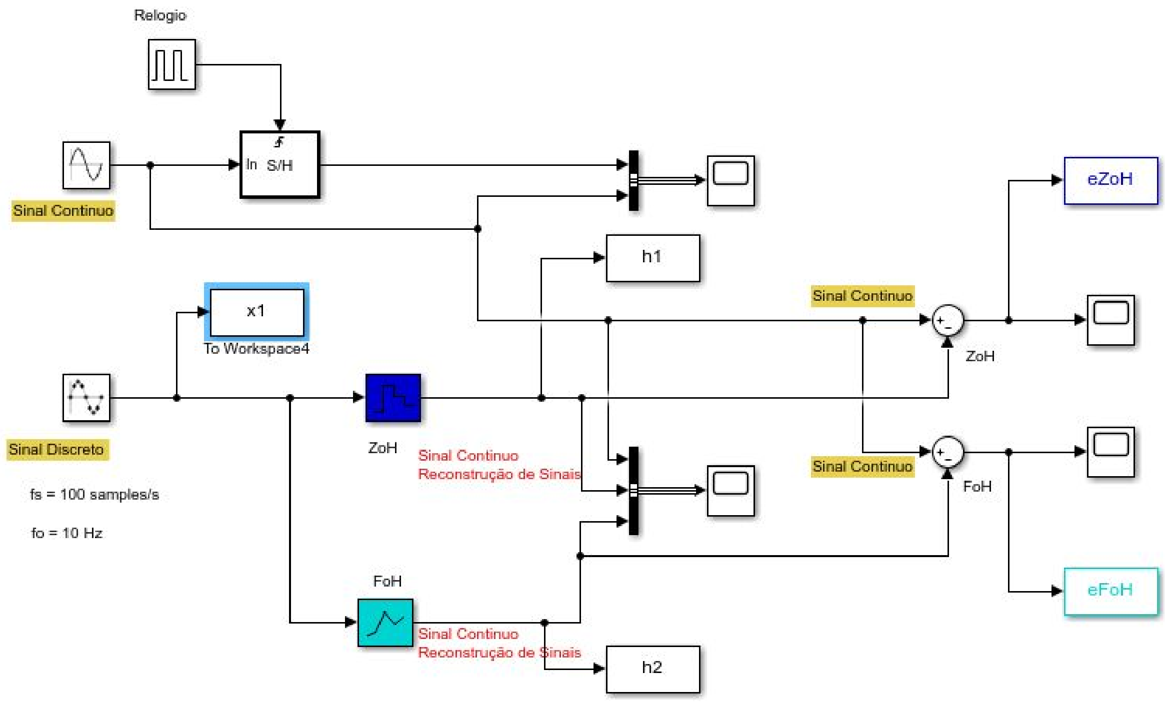


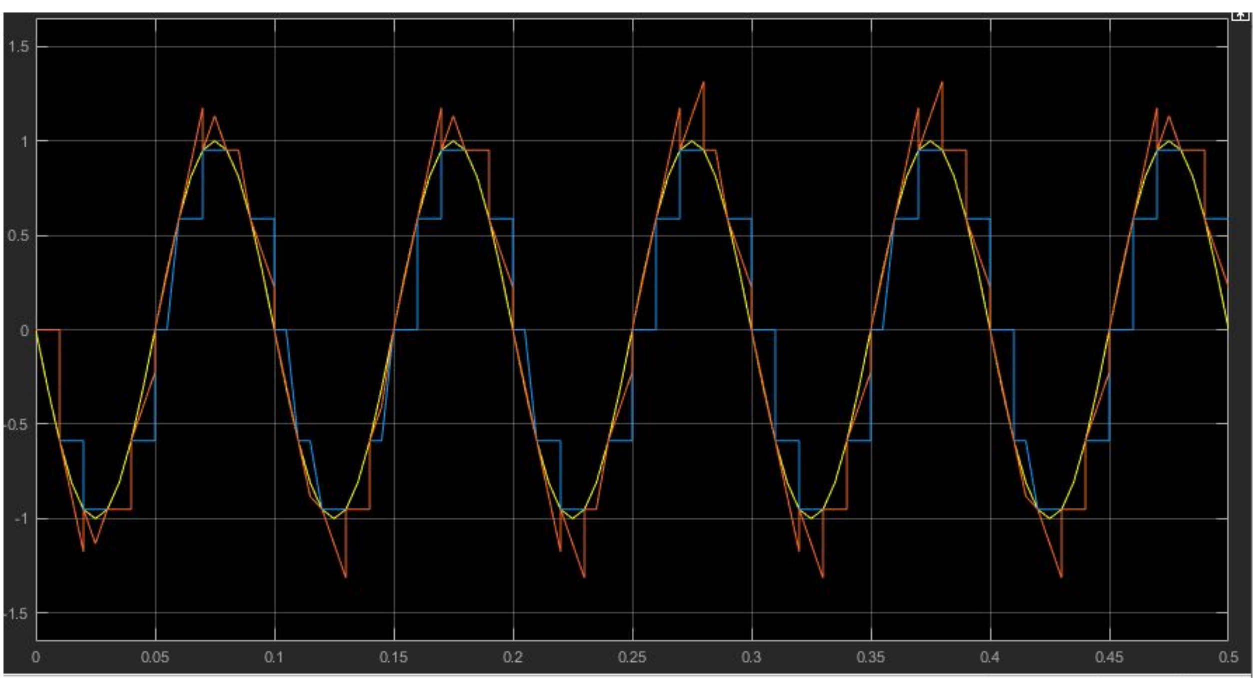




Comparando os gráficos podemos ver que a magnitude é de certa forma similar na entrada e na saída, onde nesta última é possível ver que aparece algumas componentes em outras frequências e não somente em 1 Hz, a componente do sinal de entrada. Já a variação de fase é mais gritante, onde no sinal de entrada existia apenas pi/2 em 1Hz e na saída ocorre mais distorções da fase.

QUESTÃO 3





erroF	0.0258
erroZ	0.0701

Com ajuda dos gráficos é possível visualizar o erro de cada bloco, ZoH e FoH. Podemos afirmar que o desempenho do FoH é melhor que o ZoH, onde o primeiro regenera o sinal de forma mais coerente com o seno de entrada, valores mais aproximados, logo, ocasionando um erro menor que o ZoH que gera um sinal com mais falha, maior erro.

O cálculo quantitativo dos erros confirma o que foi dito acima. O erro em ZoH = 7% e em FoH = 2.6%.