Universidade Federal da Paraíba
Centro de Energias Alternativas e Renováveis
Departamento de Engenharia Elétrica

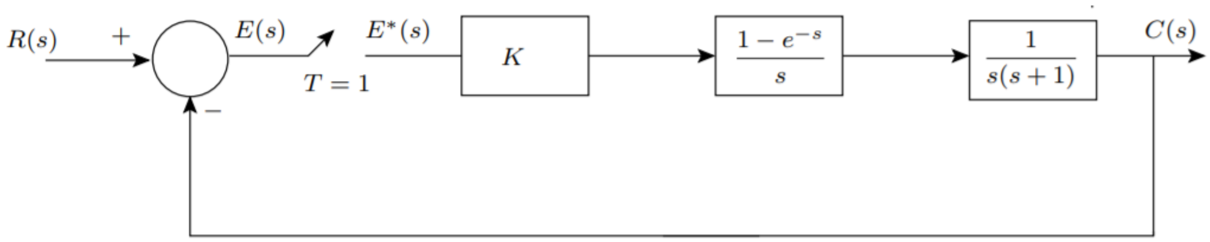
Disciplina: Controle I **Data:** _30/10/2020__
Professor: Juan Moises Mauricio Villanueva

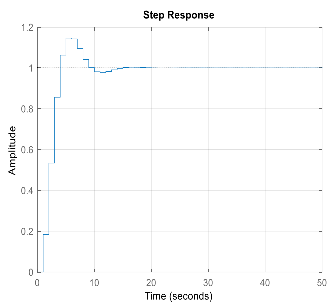
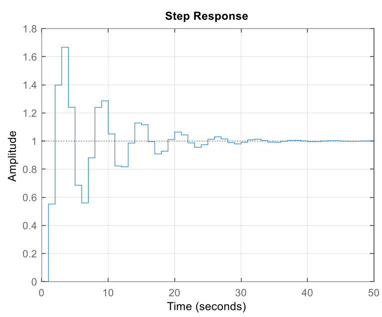
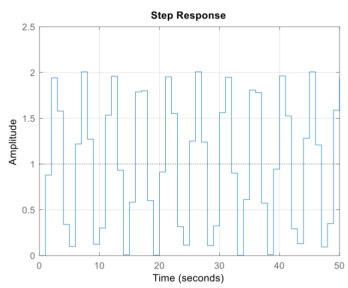
Aluno(a): ____ **Mat.:** ______________

Avaliação 2 (Parte 2)

Problema 1 (1 Ponto)

Considere um sistema de controle, cuja análise de estabilidade forneceu um intervalo de valores para a variável 0<K<2,39. A partir desse resultado foram obtidas as respostas ao degrau unitário para o sistema de controle discreto em malha fechada, para diferentes valores de *K*.



K = 0,5	*K* = 1,5	*K* = 2,39	
			
RiseTime: 3 SettlingTime: 12 Overshoot: 14,6207 Peak: 1,1462 PeakTime: 5	RiseTime: 1 SettlingTime: 30 Overshoot: 66,7662 Peak: 1,6677 PeakTime: 3		

a) Determine a função de transferência do sistema em malha fechada (domínio *z*). Deixe a expressão da função de transferência em função da variável *K*.

b) Explique o comportamento dinâmico das respostas ao degrau (para cada valor de *K*), desde o ponto de vista de estabilidade.

c) Para o sistema discreto, determine a localização dos valores de *K* no LGR, e relacione as respostas ao degrau com o LGR.

d) Para *K*=0,5 determine a posição dos zeros e polos no plano-s (Utilize $z = e^{sT}$). Explique as relações entre o plano-z e plano-s e a estabilidade do sistema

UFPB
Aluna: Mylena Gabriela de Souza Diniz
e-mail: mylena.diniz@cear.ufpb.br
Disciplina: Controle I
Correspondência entre o plano-s e o plano-z

Avaliação 2 (parte 2)

28 de outubro de 2020

PROBLEMA 1

a) Função de transferência do sistema em malha fechada (domínio z) em função de K

$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$$

$$G(s) = \frac{K(1-e^{-s})}{s^2(s+1)} \qquad z = e^{Ts} \qquad G(z) = K(1-z^{-1})\, Z\left\{\frac{1}{s^2(s+1)}\right\}$$

$$G(z) = K(1-z^{-1})\, Z\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{(s+1)}\right\}$$

$$G(z) = K(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)} - \frac{z}{(z-1)} + \frac{z}{(z-e^{-T})}\right]$$

$$G(z) = K\left[\frac{T(z-e^{-T})-(1-e^{-T})(z-1)}{(z-1)(z-e^{-T})}\right] \qquad T = 1\ s$$

$$G(z) = \frac{K(z^2-0.632z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$$

$$T(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{K(z^2-0.632z+0.264)}{z^2=(0.368K-1.368)z+(0.264K+0.362)}$$

b) No primeiro caso, $K = 0.5$ gera um sistema estável em resposta ao degrau, como visto graficamente. Podemos admitir que é um sistema subamortecido, já que ainda vemos pequena oscilação antes de estabilizar no valor final, com valor de pico relativamente baixo em comparação com os outros valores de K abordados e um tempo de assentamento mais rápido de 12 s.

Para $K = 1.5$ o sistema ainda é estável, menos amortecido que no caso anterior. Vemos que há mais oscilações antes de enfim chegar ao valor permanente, levando 30 s de tempo de assentamento, gerando um valor de pico mais alto e mais rapidamente.

Com $K = 2.39$ os pólos provavelmente estão na zona instável (do plano-z, externos ao círculo unitário) o sistema agora é instável e oscila, divergindo do valor final.

O aumento de K aproxima os pólos do eixo imaginário, até se encontrarem no exterior do círculo unitário e desestabilizar o sistema.

c) Para o sistema discreto, foi usado o sistema em malha aberta com transformada z e o LGR obtido mostra a seguir a localização dos "K" requeridos.

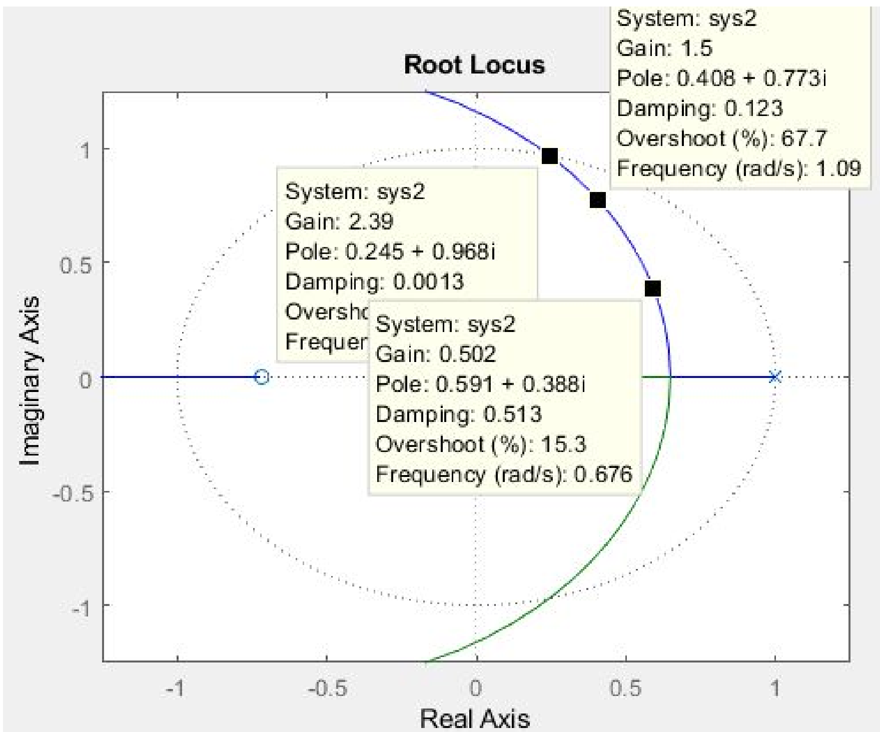


Figura 1 - Localização dos K=0.5, K=1.5 e K=2.39.

Com relação às respostas ao degrau, vê-se que com K=2.39, os pólos se encontram no limiar ou mesmo fora do círculo unitário, comprovando a instabilidade no sistema, vista na resposta ao degrau onde o valor permanente diverge. Nos outros dois casos o valor do ganho garantem estabilidade com pólos dentro do círculo unitário, variando apenas a proximidade dos polos com relação ao eixo imaginário e assim, o amortecimento do sistema. Quanto mais próximos desse eixo, mais instável é o sistema, pode-se ver isso quando o ganho é de 1.5 os pólos estão mais próximos do eixo imaginário e de fato a resposta ao degrau é menos amortecida ou mais instável que quando temos ganho a 0.5, onde os pólos são encontrados mais distantes do eixo em questão.

d)

$z = \frac{s+1}{s-1}$ $\quad\quad |z| = \frac{\sqrt{(\sigma+1)^2+\omega}}{\sqrt{(\sigma-1)^2+\omega}}$

⇒ se $|z| < 1$ dentro do círculo unitário

$$\sqrt{(\sigma + 1)^2 + \omega} < \sqrt{(\sigma - 1)^2 + \omega}$$

$$(\sigma + 1)^2 + \omega < (\sigma - 1)^2 + \omega$$

$\sigma < 0$ Parte real negativa. Assim o lado esquerdo do plano-s corresponde ao exterior do círculo unitário, esse sistema é considerado estável.

⇒ se $|z| > 1$ fora do círculo unitário

$$\sqrt{(\sigma + 1)^2 + \omega} > \sqrt{(\sigma - 1)^2 + \omega}$$

$$(\sigma + 1)^2 + \omega > (\sigma - 1)^2 + \omega$$

$\sigma > 0$ Parte real positiva. Logo o lado direito do plano-s corresponde ao exterior do círculo unitário, tal sistema é considerado instável.

⇒ Os pontos sobre o eixo imaginário do plano-s correspondem aos pontos sobre o círculo unitário do plano-z

Para $K = 0,5$ temos:

$T(z) = \frac{0.5z^2-0.316z+0.132}{z^2-1.184z+0.498}$ $\quad\quad G(z) = \frac{0.184z+0.132}{z^2-1.368z+0.368}$

a partir de $z^2 - 1.184z + 0.498 = 0$ encontramos os polos $z_{p1} = 0.592 + j0.384$ e $z_{p2} = 0.592 - j0.384$ e com $0.5z^2 - 0.316z + 0.132 = 0$ encontramos os zeros $z_{z1} = 0.316 + j0.405$ e $z_{z2} = 0.316 - j0.405$ como vistos na figura a seguir:

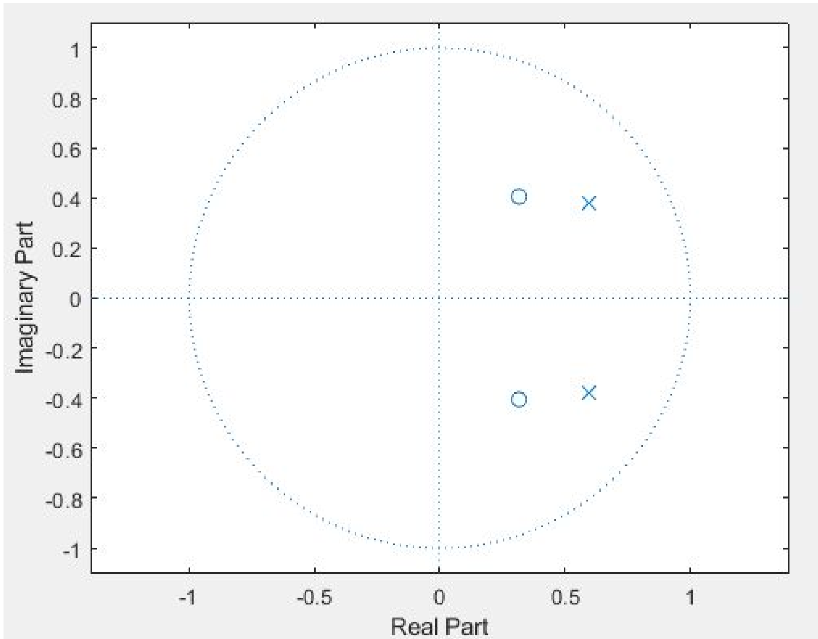


Figura 2 - Pólos e zeros da função de transferência T(z) para K=0.5, plano-z.

com auxílio da equação:

$s = \frac{z+1}{z-1}$ obtém-se $s_{p1} =- 0.349 - j0.576$ e $s_{p2} =- 0.349 + j0.576$ como pólos no plano-s e $s_{z1} =- 0.665 - j0.908$ e $s_{z2} =- 0.665 + j0.908$ como zero no plano-s

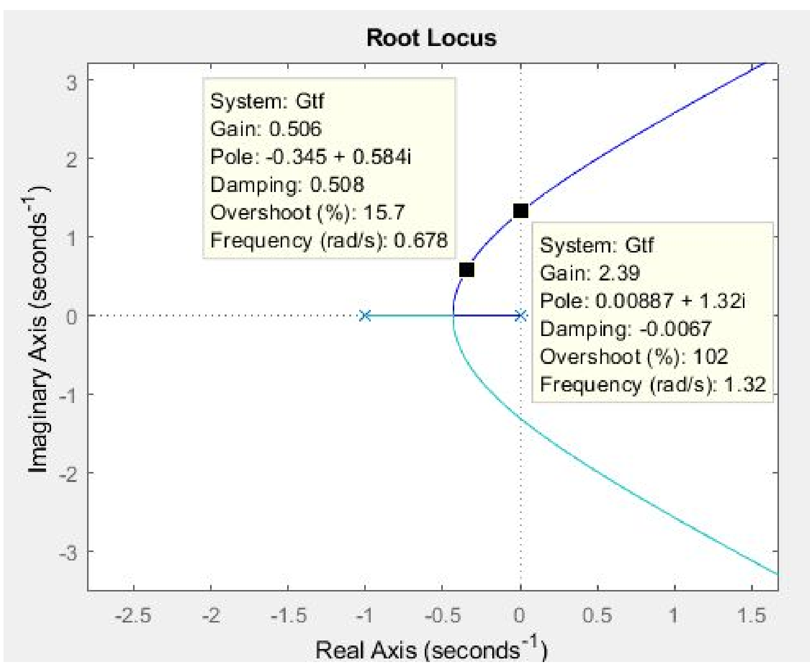


Figura 3 - Pólos da função de transferência T(s) para K=0.5, LGR.

```
Numd = [0.5 -0.316 0.132];
Dend = [1 -1.184 0.498];
sysx = tf(Numd,Dend,T);
z = roots(Dend);
s =(log(z)/T);
x = [x real(s)'];
y = [y imag(s)'];
```

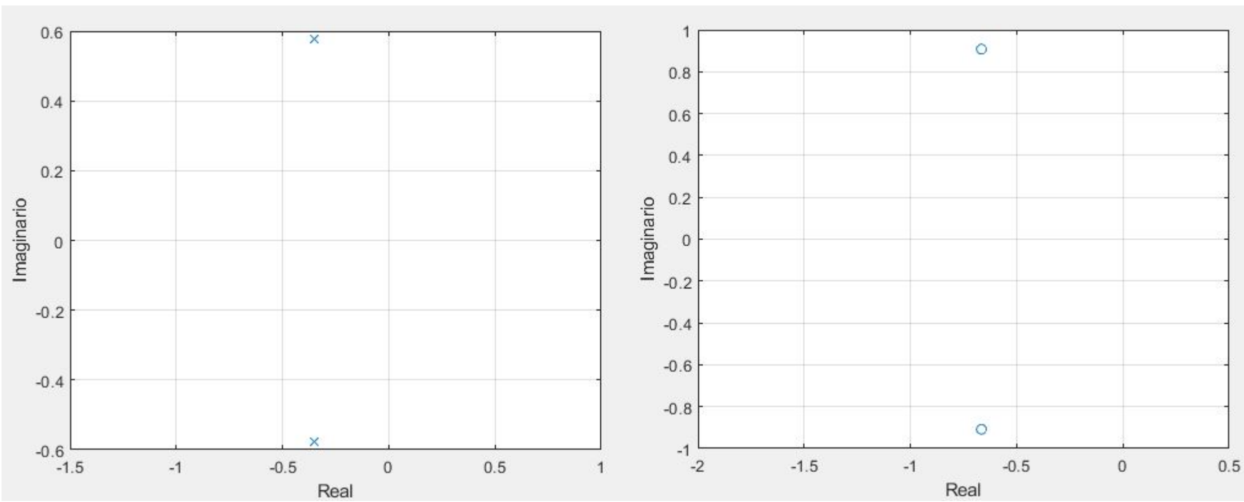


Figura 4 - Pólos(esquerda) e zeros(direita) da função de transferência T(s) para K=0.5,