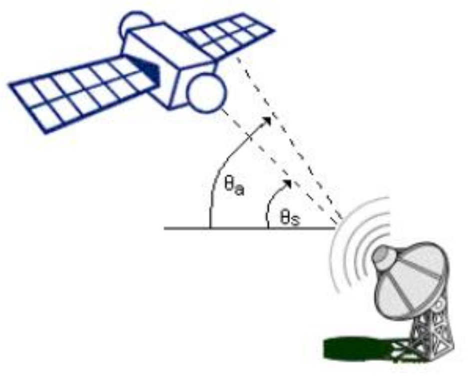
Centro de Energias Alternativas e Renováveis
Departamento de Engenharia Elétrica

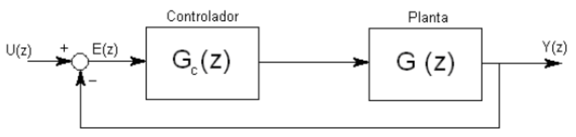
Disciplina: Controle I **Data:** _04/11/2020__
Professor: Juan Moises Mauricio Villanueva

Aluno(a): ____ **Mat.:** ________________

AVALIAÇÃO 2 (Parte 4, 2 pontos)

Para um sistema posicionador de uma antena, com função de transferência $G(s) = \dfrac{1}{s(10s+1)}$, projete um controlador digital, tal que o sistema realimentado apresente um sobre-valor menor ou igual a 16% e o tempo de assentamento menor ou igual a 10 s.





a) Análise o LGR em Malha Aberta G(s)
b) Determinação das Especificação do Controlador no Plano-s
c) Especificar o período de amostragem (Critérios de projeto)
d) Discretização da Planta G(z) utilizando o segurador de ordem zero (ZoH)
e) Projeto do Controlador baseado no LGR no Plano-z
f) Simulação Discreta e Validação das especificações
g) Análise da Estabilidade
h) Erro em Regime Estacionário para uma entrada degrau e rampa

UFPB
Aluna: Mylena Gabriela de Souza Diniz
e-mail: mylena.diniz@cear.ufpb.br
Disciplina: Controle I
Controlador Digital baseado em Projeto LGR no plano-z

Avaliação 2 (parte 4)

10 de novembro de 2020

PROBLEMA 1

a)

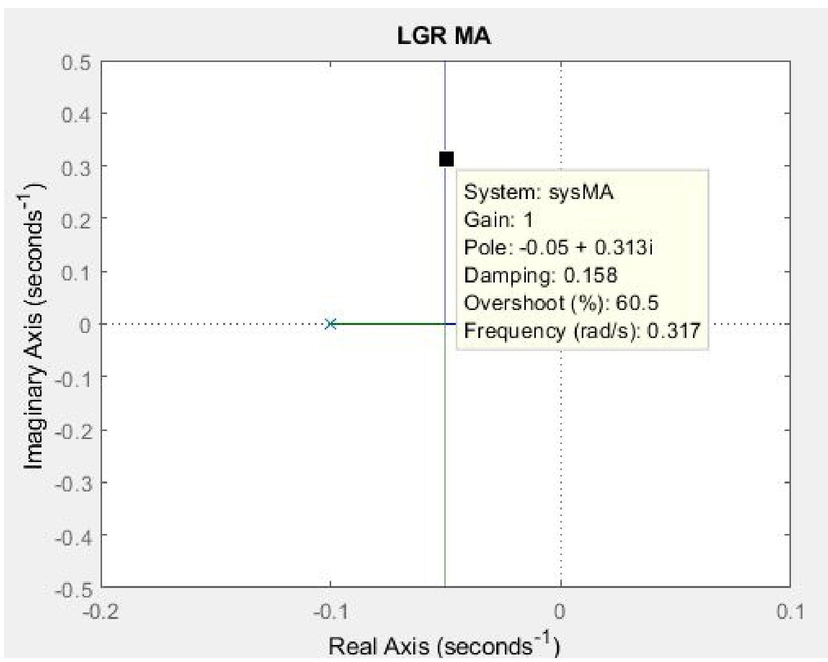


Figura 1 - LGR em Malha Aberta.

Analisando este LGR do sistema em malha aberta, podemos notar que o sistema é estável, uma vez que seus pólos se encontram no lado esquerdo do plano-s e a alteração do ganho K não ocasionará instabilidade, mas pode sim alterar as especificações da planta como tempo de assentamento, valor de pico, entre outros, o que pode ser ajustado com ação de controladores adicionados ao sistema, como veremos a seguir.

Para ganho unitário do sistema, obtemos os valores de assentamento $\zeta = 0.158$, um sobre-valor de $\%SP = 60.5\%$, $\omega_n = 0.317\ rad/s$ e o polo não compensado $p = -0.05 + j0.313$.

O que gera um tempo de assentamento de $T_s = 80\ s$

b) Para respeitar os parâmetros requeridos na questão, em que deve-se haver um sobre-valor menor ou igual a 16% e o tempo de assentamento menor ou igual a 10 s consideramos as seguintes equações:

$\zeta = \frac{-ln(\%SP/100)}{\sqrt{\pi^2 + ln^2(\%SP/100)}}$ e $T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

$\zeta \geq \frac{-ln(0.16)}{\sqrt{\pi^2 + ln^2(0.16)}}$ $\qquad \zeta\omega_n \geq \frac{4}{10}$

$\zeta \geq 0.504$ e $\zeta\omega_n \geq 0.4$

Para este controlador, foram escolhidos os valores a seguir :

$\zeta = 0.6$ e $\zeta\omega_n = 0.5$ onde assim obtém-se a frequência $\omega_n = 0,833\ rad/s$

sabendo que $\zeta\omega_n = \sigma$, parte real do polo compensado e sendo a parte imaginária igual a $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} = 0.667$ encontra-se o polo compensado para um novo LGR igual a $p_c =- 0.5 + j0.667$

A partir disso, encontra-se o ângulo do zero a ser adicionado.

$\alpha_{zc} - (\theta_1 + \theta_2) = (2 * n + 1) * 180°$

$\theta_2 = 180 - 53,13 = 126.87°$

$180 - \theta_1 = arctg(\frac{0.667}{0.5 - 0.1}) = 120.96°$

$\alpha_{zc} - (120.96 + 126.87) = 180$

$\alpha_{zc} = 247.83 - 180 = 67,83°$

Para encontrar a parte real do zero, faz-se:

$\sigma_{zc} - 0.5 = 0.667/tg(67,83) = 0.272 \quad \Rightarrow \sigma_{zc} = 0.5 + 0.272 = 0.772$

Temos que $a = 0.772$.

Para calcular o ganho K faz-se:

$$K = \frac{1}{|G(s)|} = \frac{|s||10s+1|}{|s+0.772|} = \frac{|-0.5+j0.667||-4+j6.67|}{|0.272+j0.667|} = \frac{0.833*7.775}{0.720} = 8.995$$

logo $G_c(s) = 8.995(s + 0.772)$

Foram feitos testes com esse compensador PD, mas o valor obtido de K não garantiu que o sobre-valor fosse menor ou igual a 16%, com o ajuste fino, foi obtido o valor de $K = 18$ que atingisse as metas para a resposta do sistema, já que a determinação de um controlador PID não corrigiu esse problema. O tempo de assentamento menor que 10 foi alcançado. Conclui-se então que o compensador final é: $G_c(s) = 18(s + 0.772)$.

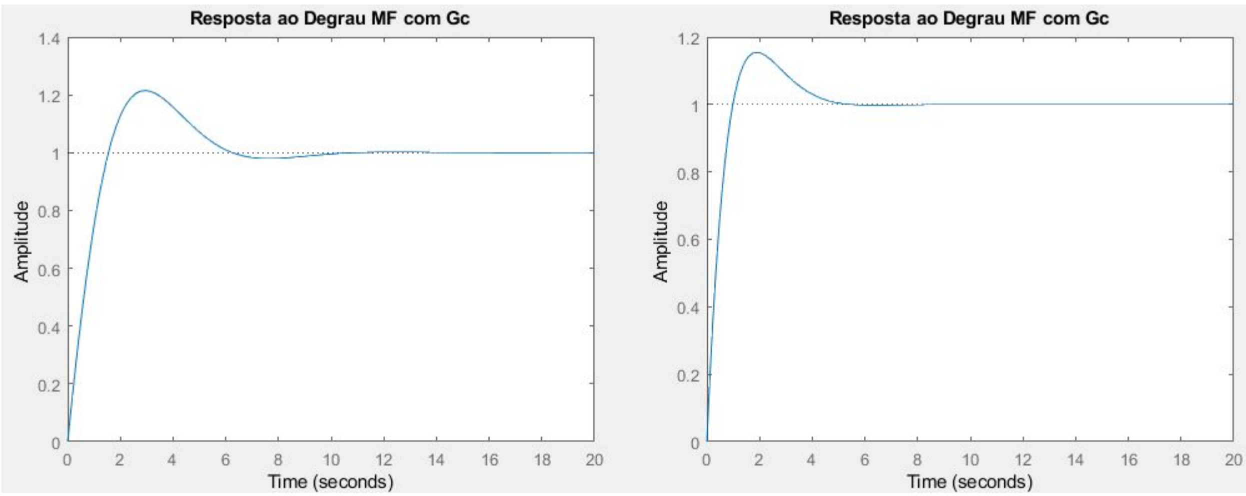


Figura 2 - Resposta ao Degrau do sistema com controlador PD K=8.995(esquerda) K=18(direita).

À esquerda da figura acima foi utilizado o ganho calculado e à direita, o ganho ajustado, abaixo vê-se o LGR do sistema controlado.

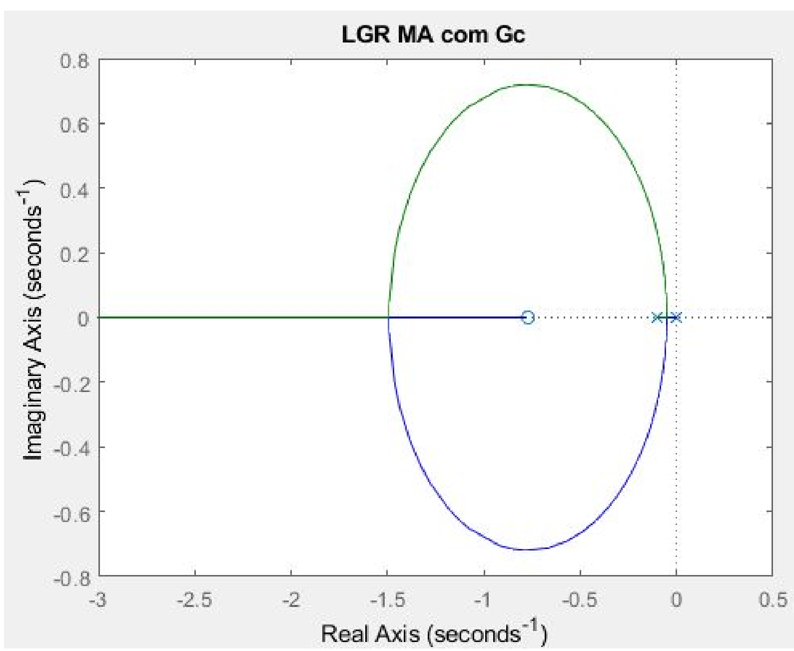


Figura 2 - LGR do sistema compensado..

c) Para encontrar valores de frequência de amostragem, foi usado o diagrama de bode do sistema e o critério $8 \leq \omega_s/\omega_d \leq 10$.

A partir do critério ω_s/ω_d temos para o sistema sem compensador, que:

$8 \leq \omega_s/\omega_d \quad \omega_d = 0.313\ rad/s \quad 2.5 \leq \omega_s = 2\pi/T_{samp.} \quad T_{samp.} \leq 2.506\ s$

$\omega_s/\omega_d \leq 10 \quad \omega_d = 0.313\ rad/s \quad \omega_s \leq 3.13 \quad T_{samp.} \geq 2.008\ s$

pelo diagrama de bode, confirmamos que:

$\omega_s \geq 2 * BW \quad \omega_s \geq 2 * 0.483 = 0.966 \quad \omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T_{samp.} \quad T_{samp.} \leq 2\pi/0.966 = 6.5\ s$

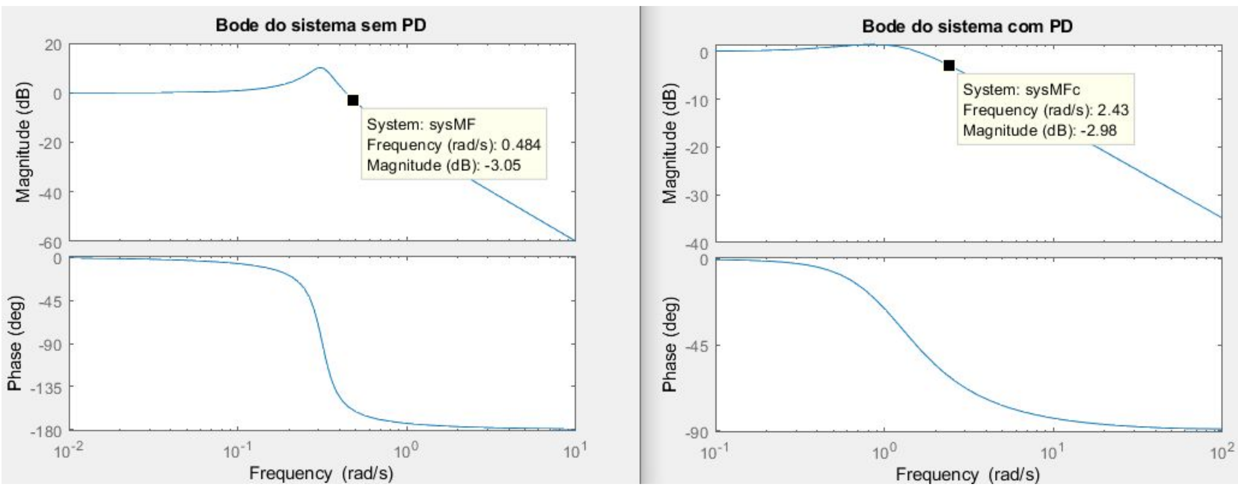


Figura 4 - Diagrama de Bode do sistema sem compensador(esquerda) e com compensador(direita).

A partir do critério ω_s/ω_d temos para o sistema com compensador, que:

$8 \leq \omega_s/\omega_d \quad \omega_d = 0.667\ rad/s \quad 5.33 \leq \omega_s = 2\pi/T_{samp.} \quad T_{samp.} \leq 1.178\ s$

$\omega_s/\omega_d \leq 10 \quad \omega_d = 0.667\ rad/s \quad \omega_s \leq 6.67 \quad T_{samp.} \geq 1.062\ s$

pelo diagrama de bode, confirmamos que:

$\omega_s \geq 2 * BW \quad \omega_s \geq 2 * 2.44 = 4.88 \quad \omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T_{samp.} \quad T_{samp.} \leq 2\pi/4.88 = 1.288\ s$

Admite-se então um período de amostragem de $T = 1\ s$ para o sistema com compensador.

d) Discretizando a planta com ZoH, dado por $\frac{(1-e^{-sT})}{s}$ teremos:

$$G(s) = \frac{(1-e^{-sT})}{s}\frac{1}{s\,(10s+1)} \qquad z = e^{Ts} \qquad G(z) = (1 - z^{-1})\, Z\left\{\frac{1}{s\,(10s+1)}\right\}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})\, Z\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{10}{s} + \frac{10}{(s+0.1)}\right\}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{10z}{(z-1)} + \frac{10z}{(z-e^{-0.1T})}\right]$$

$$G(z) = \left[\frac{(T-10+10e^{-0.1T})z - Te^{-0.1T} + 10e^{-0.1T} - 10}{(z-1)(z-e^{-0.1T})}\right] \qquad T = 1\ s$$

$$G(z) = \frac{0.048z+0.0468}{z^2-1.905z+0.905}$$

$T(z) = \frac{0.048z+0.0468}{z^2-1.857z+0.952}$ função de transferência da malha fechada.

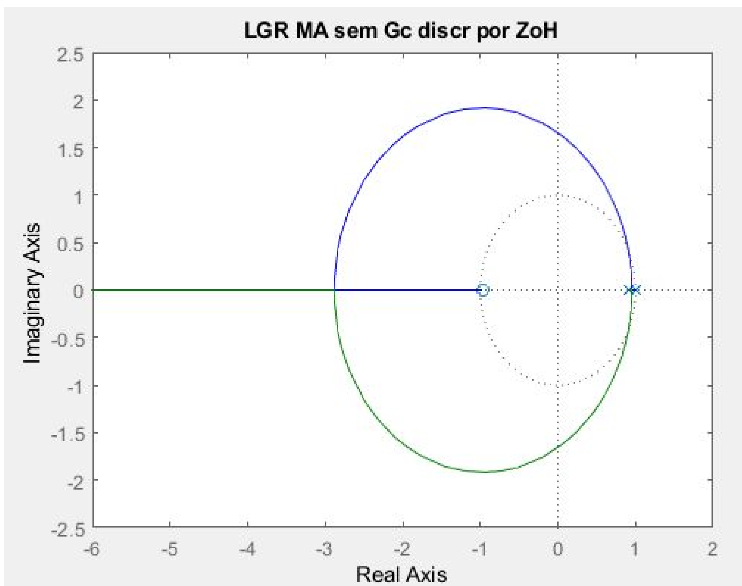


Figura 5 - LGR da planta discretizada.

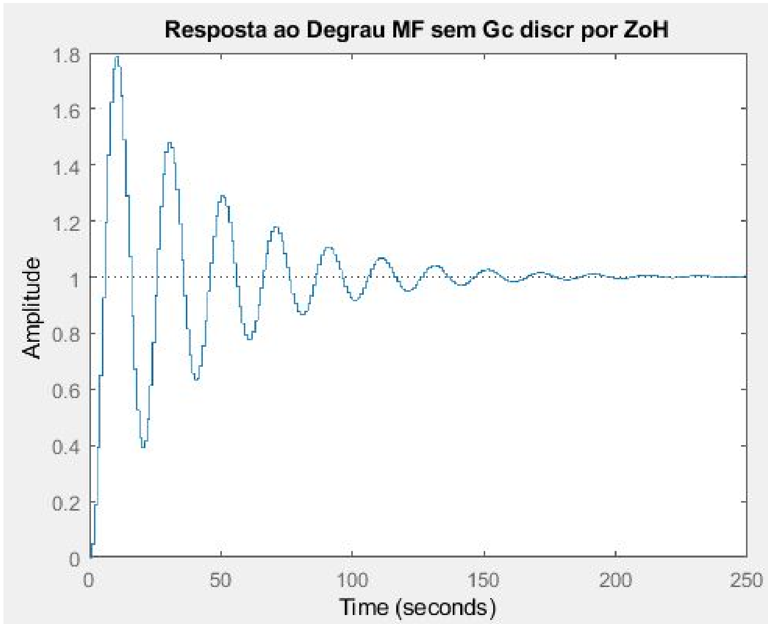


Figura 6 - Resposta ao Degrau do sistema discretizado.

e) Para o projeto do controlador baseado no LGR no plano-z, tem-se o passo a passo a seguir. Encontra-se o polo compensado no plano-s e com o auxílio de $z = e^{-sT}$ tem-se esse mesmo pólo no plano-z, que será utilizado para projetar o controlador. O pólo $p = -0.5 \pm j0.667$ foi encontrado no item b) e logo será $z = e^{-0.5T} e^{j0.667T}$ para $T = 1\ s$ tem-se $z = 0.477 + j0.376$.

A partir da planta do sistema discretizada, posicionamos o pólo compensado em z, e faz-se o cálculo do z_c do controlador PD para alcançar os objetivos em questão ($\%SP \leq 16\%$ e $T_s \leq 10\ s$)

$$\alpha_{zc} + \alpha - (\theta_1 + \theta_2) = (2 * n + 1) * 180°$$

$$\alpha = arctg(\frac{0.376}{0.967+0.477}) = 14.595°$$

$$\theta_2 = 180 - 53,13 = 138.7°$$

$$\theta_1 = 180 - arctg(\frac{0.376}{1-0.477}) = 144.29°$$

$$\alpha_{zc} + 14.595 - (144.29 + 138.7) = 180$$

$$\alpha_{zc} = 268.39 - 180 = 88.39°$$

Para encontrar a parte real do zero, faz-se:

$$0.477 - \sigma_{zc} = 0.376/tg(88.39) = 0.0106 \quad \Rightarrow \sigma_{zc} = 0.477 - 0.0106 = 0.466$$

Temos que $Z_c = 0.466$.

Para calcular o ganho K faz-se:

$$K = \frac{1}{|G(z)|} = \frac{|z-1||z-0.905|}{|z-0.466||z+0.967|} = \frac{|-0.523+j0.376||-0.428+j0.376|}{|0.011+j0.376||1.44+j0.376|} = \frac{0.644*0.5697}{0.376*1.492} = 0.655$$

logo $G_c(s) = 0.655(z - 0.466)$

Foram feitos testes com esse compensador PD, mas o valor obtido de K não garantiu que o sobre-valor fosse menor ou igual a 16%, com o ajuste fino, foi obtido o valor de $K = 27$ que atingisse as metas para a resposta do sistema, já que a determinação de um controlador PID não corrigiu esse problema. O tempo de assentamento menor que 10 foi alcançado. Conclui-se então que o compensador final é: $G_c(s) = 27(z - 0.466)$.

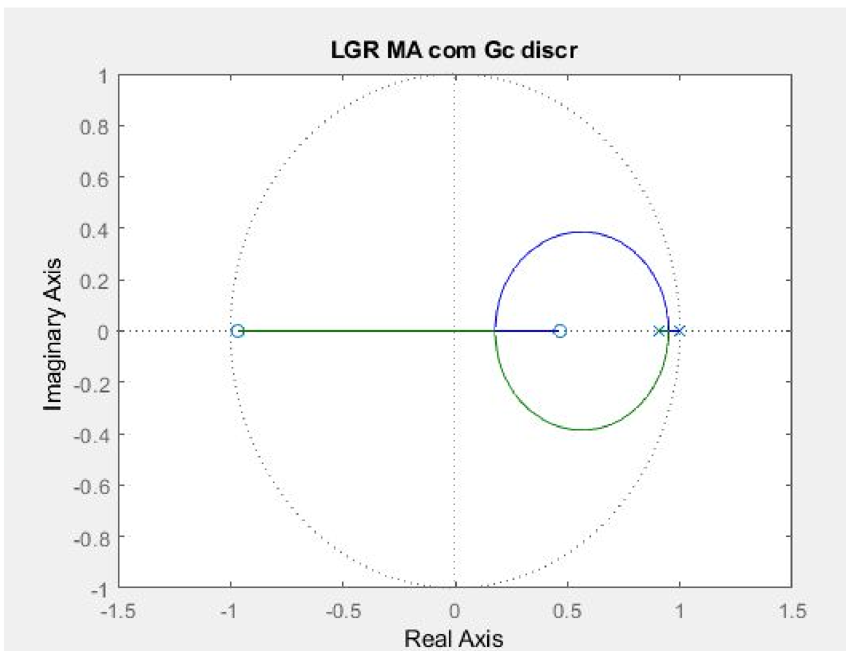


Figura 7 - LGR no plano-z sistema com PD.

f)

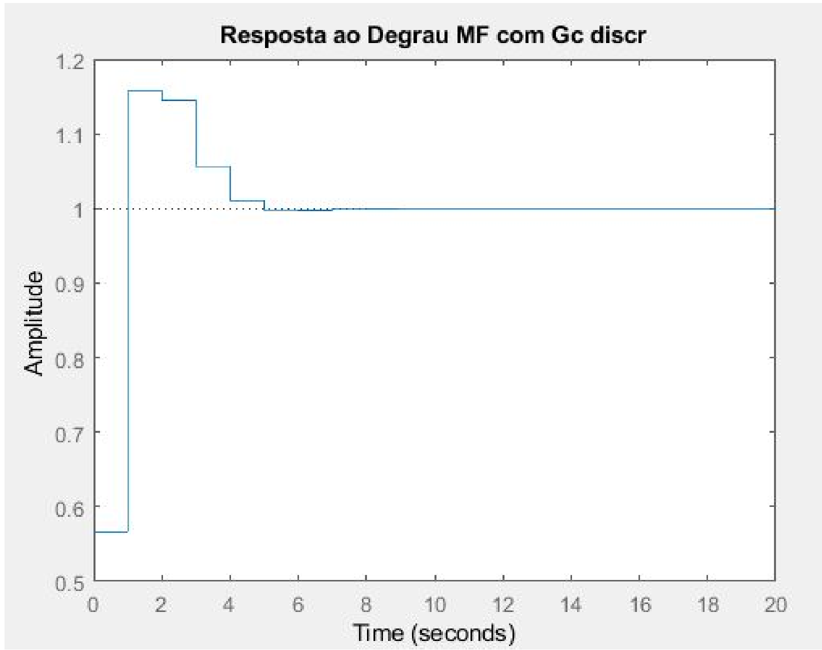


Figura 8 - Resposta ao degrau do sistema discretizado com PD.

Pode-se ver na figura acima que os objetivos foram alcançados. Levando em conta que que a utilização do K calculado (0.655) diminuiria o tempo de assentamento apenas para um terço do valor para o sistema sem controlador e ainda ajustaria o sobre-valor para em torno de 20 e 30%, assim foi necessário o ajuste fino, onde garantimos abaixo a validação das especificações.

```
    RiseTime: 3                  RiseTime: 0
SettlingTime: 153            SettlingTime: 5
 SettlingMin: 0.3914          SettlingMin: 0.9975
 SettlingMax: 1.7839          SettlingMax: 1.1573
   Overshoot: 78.0724           Overshoot: 15.7324
  Undershoot: 0                Undershoot: 0
        Peak: 1.7839                 Peak: 1.1573
    PeakTime: 10                 PeakTime: 1
```

Figura 9 - Dados da Resposta ao degrau do sistema discretizado sem PD(esquerda) e com PD(direita).

g) Pelo método de jury tem-se que $P(z) = 1 + G(z) = 0$

$$G_p(z) = \frac{0.048z+0.0468}{z^2-1.905z+0.905} \quad G_c(z) = 27(z-0.466)$$

$$P(z) = 1 + \frac{27(z-0.466)(0.048z+0.0468)}{z^2-1.905z+0.905} = 0$$

$$P(z) = 2.306z^2 - 1.25z + 0.316 \quad \Leftrightarrow \quad P(z) = z^2 - 0.542z + 0.137$$

1. $|a_n| < a_0 \quad \Rightarrow \quad 0.137 < 1$
2. $P(z)_{z=1} > 0 \quad \Rightarrow 0.595 > 0$
3. $P(z)_{z=-1} > 0 \quad \Rightarrow 1.679 > 0$

Portanto, as três condições cumprem o critério, assim o sistema é estável. Isto significa que todas as raízes da equação característica (polos do sistemas) estão contidas dentro do círculo unitário do plano-z.

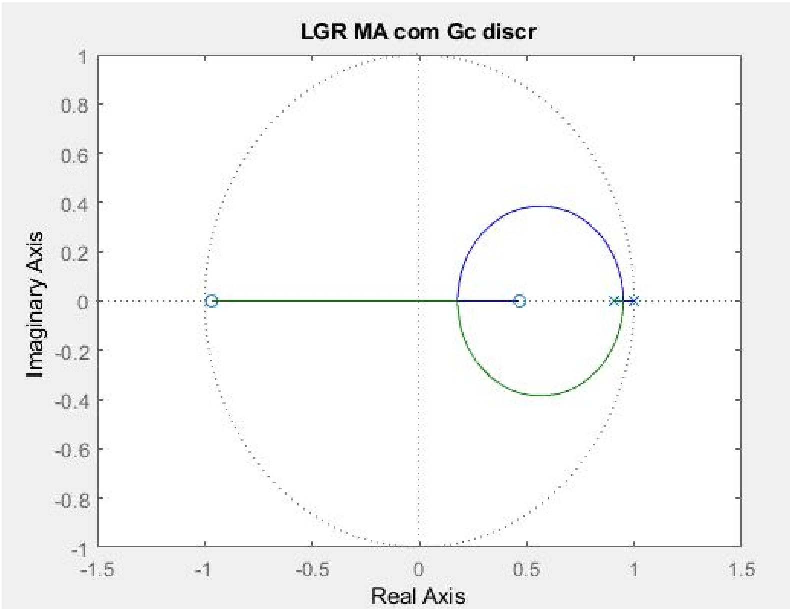


Figura 10 - LGR no plano-z do sistema com PD.

h) Erro no regime estacionário em um sistema tipo 1 é dado por:

$\frac{1}{1+K_p}$ para resposta ao degrau e $\frac{1}{K_v}$ para resposta a rampa, onde $K_p = \lim_{k\to 1} HG(z)$, $K_v = \lim_{k\to 1}(1 - z^{-1})HG(z)/T$ e $H = 1$ para este caso, assim:

$$K_p = \lim_{k\to 1} \frac{27(z-0.466)(0.048z+0.0468)}{z^2-1.905z+0.905} = \frac{1.372}{0} = \infty \quad \text{logo} \quad erro = \frac{1}{1+K_p} = 0$$

$$K_v = \lim_{k\to 1}(1 - z^{-1})\frac{27(z-0.466)(0.048z+0.0468)}{(z-1)(z-0.905)} = \lim_{k\to 1} \frac{(z-1)27(z-0.466)(0.048z+0.0468)}{z(z-1)(z-0.905)} = \frac{1.372}{0.095} = 14.45$$

logo $erro = \frac{1}{K_v} = 0.069$

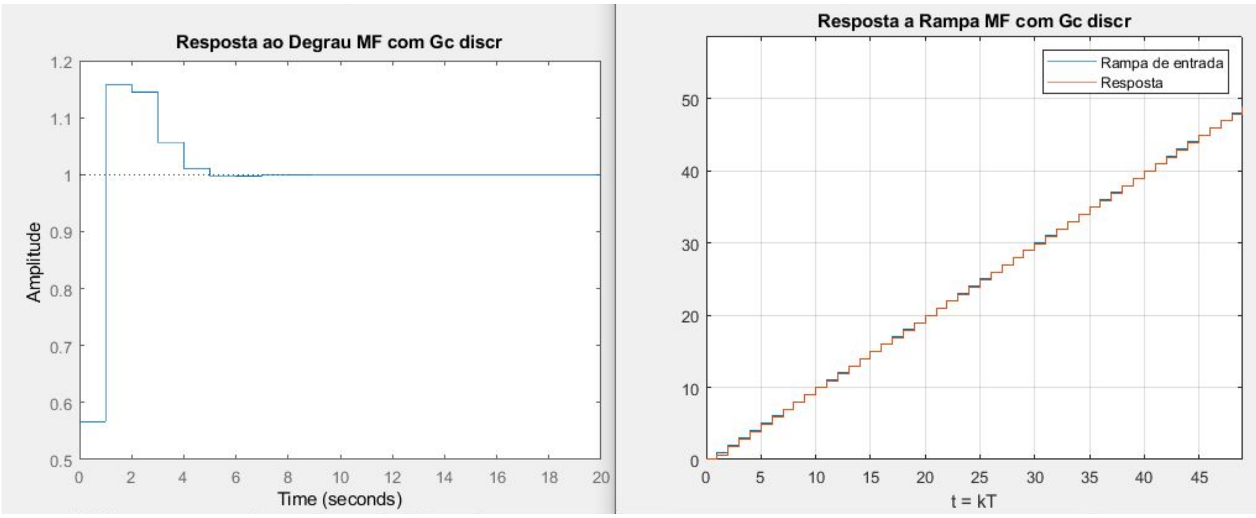


Figura 11 - Resposta ao degrau(esquerda) e resposta a rampa(direita) do sistema discretizado com PD.

Confirma-se graficamente os erros calculados acima, onde o erro é nulo para entrada em degrau e detecta-se um erro quase insignificante para entrada em rampa.