

# 11 Fermat e os Números Primos



$$(+++)$$

Pierre de Fermat (1607 – 1665) foi advogado e magistrado francês que tinha, como *hobby*, estudar Matemática. Sua biografia mostra que ele era um homem cortês e amigável, mas que não era proponso a relacionamentos próximos: preferia comunicar-se por meio de cartas.

Numa carta datada de 25 de dezembro de 1640, ele escreveu para seu amigo, o padre Martin Mersenne (1588 – 1648), que havia feito uma descoberta "maravilhosa": de que alguns números primos podiam ser escritos como a soma do quadrado de dois números naturais.

Por exemplo:

• 
$$2 = 1 + 1 = 1^2 + 1^2$$
;

• 
$$5 = 1 + 4 = 1^2 + 2^2$$
;

• 
$$13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$$
;

• 
$$17 = 1 + 16 = 1^2 + 4^2$$
.

Por outro lado, identificou que outros números primos, como 3, 7, 11, 19 e 23 não podiam ser decompostos desta maneira.

Assim, os números primos que podem ser decompostos como a soma do quadrado de dois números são chamados, atualmente, de "Números Primos de Fermat" ou, simplesmente, "Primos de Fermat".

# **Tarefa**

Sua tarefa é escrever um programa  $\mathbb{C}$  que seja capaz de imprimir os "*Primos de Fermat*" que são menores ou iguais a um certo número  $n, n \in \mathbb{N}^*$ , fornecido.

## **Entrada**

A primeira linha da entrada contém o número de casos de teste t, sendo que  $1 \le t \le 50$ . Na linha seguinte haverá os t números, sempre separados por um único espaço em branco entre eles. Sabese também que  $1 \le t_i \le 10^6$ , com  $1 \le i \le t$ .

#### Saída

Cada um dos t casos de teste deverá ter sua saída impressa numa única linha, como os "Primos de Fermat" separados entre si por um único espaço em branco.

Nos casos de teste de ordem ímpar (1°, 3°, 5°, 7°, ...), os números devem ser impressos em ordem *crescente*, enquanto que nos casos de teste de ordem par (2°, 4°, 6°, 8°, ...) eles devem ser impressos em ordem *decrescente* – veja os exemplos a seguir.

## **Exemplos**

| Entrada | Saída              |
|---------|--------------------|
| 1       | 2 5 13 17 29 37 41 |
| 50      |                    |
|         |                    |

| Entrada   | Saída                             |
|-----------|-----------------------------------|
| 3         | 2 5 13 17 29 37 41                |
| 50 80 100 | 73 61 53 41 37 29 17 13 5 2       |
|           | 2 5 13 17 29 37 41 53 61 73 89 97 |
|           |                                   |

| Entrada              | Saída        |
|----------------------|--------------|
| 7                    | 2 5 13 17    |
| 28 23 30 12 25 13 11 | 17 13 5 2    |
|                      | 2 5 13 17 29 |
|                      | 5 2          |
|                      | 2 5 13 17    |
|                      | 13 5 2       |
|                      | 2 5          |
|                      |              |

## Observação:

No primeiro exemplo, como há apenas um caso de teste, os números, na saída, devem ser impressos em ordem crescente.

No segundo exemplo há três casos de teste: o primeiro (50) e o terceiro (100) devem ter seus números impressos, na saída, em ordem crescente, enquanto que o segundo (80) deve ter seus números impressos em ordem decrescente.