

Importante

As demonstrações em dedução natural devem ser realizadas usando a ferramenta FLIP.

1. Usando dedução natural, resolva cada item a seguir:

- (a) $p \rightarrow (q \wedge r) \vdash (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$.
- (b) $q \rightarrow r \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$.
- (c) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p \wedge (q \vee r)$.

2. No fundo de um armário antigo, você descobre um bilhete assinado por um pirata famoso por seu senso de humor bizarro e amor por quebra-cabeças lógicos. Na nota, ele escreveu que tinha um tesouro escondido em algum lugar da propriedade. Ele listou cinco afirmações verdadeiras e desafiou o leitor a usá-las para descobrir a localização do tesouro. As afirmações são:

- Se esta casa está ao lado de um lago, então o tesouro não está na cozinha.
- Se a árvore no jardim da frente for um ulmeiro, então o tesouro está na cozinha.
- Esta casa fica ao lado de um lago.
- A árvore no jardim da frente é um ulmeiro, ou o tesouro está enterrado sob o mastro.
- Se a árvore do quintal for um carvalho, o tesouro está na garagem.

Use dedução natural para descobrir onde está o tesouro. Em seguida, escreva a sua demonstração em linguagem natural.

3. Usando dedução natural, resolva cada item a seguir

- (a) $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash (p \vee r) \rightarrow (q \vee s)$.
- (b) $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$.
- (c) $p \vee q, \neg q \vee r \vdash p \vee r$.
- (d) $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$.

4. Assuma que toda pessoa é honesto ou desonesto, mas não ambos. Além disso, toda pessoa honesta sempre fala a verdade e toda pessoa desonesta sempre mente. Você conhece José e Maria. José faz a seguinte afirmação: “Maria é desonesta”. Maria faz a seguinte afirmação: “Nem José nem eu somos desonestos”. Usando dedução natural, apresente uma demonstração para garantir a categoria de José e a categoria de Maria. Em seguida, escreva a sua demonstração em linguagem natural.

5. Dado as premissas a seguir:

- “Se os investimentos na cidade não são constantes, os gastos da prefeitura aumentam ou o desemprego não cresce.”
- “Se os gastos da prefeitura não aumentam, os impostos municipais são reduzidos.”

- “Se os impostos municipais são reduzidos e os investimentos na cidade são constantes, o desemprego não cresce.”

Mostre que podemos concluir que “Se o desemprego cresce, os gastos da prefeitura aumentam” usando dedução natural. Escreva a sua demonstração em linguagem natural.

6. Você acha dois baús em uma caverna e sabe que em cada baú há um tesouro ou uma armadilha, mas não ambos. No baú A tem escrito: “Pelo menos um dos dois baús contém um tesouro”. No baú B está escrito: “O baú A tem uma armadilha”. Além disso, você sabe que ambas as frases são verdadeiras ou ambas são falsas. Use dedução natural para determinar o conteúdo de cada baú. Em seguida, escreva a sua demonstração em linguagem natural. **Dica:** use a variável lógica a para representar que “o baú A tem um tesouro” e a variável lógica b para representar que “o baú B tem um tesouro”. Além disso, observe que você **não** tem como premissa que “Pelo menos um dos dois baús contém um tesouro” e **nem** que “O baú A tem uma armadilha”. Sua única premissa é que ambas as frases “Pelo menos um dos dois baús contém um tesouro” e “O baú A tem uma armadilha” são verdadeiras ou ambas são falsas.

Questões Extras

7. Usando dedução natural, resolva cada item a seguir:

- (a) $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$.
- (b) $p \rightarrow q, s \rightarrow t \vdash (p \vee s) \rightarrow (q \wedge t)$.
- (c) $\neg(p \rightarrow q) \vdash q \rightarrow p$.
- (d) $p \rightarrow q \vdash \neg p \vee q$.
- (e) $(c \wedge n) \rightarrow t, h \wedge \neg s, (h \wedge \neg(s \vee c)) \rightarrow p \vdash (n \wedge \neg t) \rightarrow p$.
- (f) $q \vdash (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$.
- (g) $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$.
- (h) $q \vee \neg q \vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$.
- (i) $p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg r \vdash q$.
- (j) $(p \rightarrow q) \rightarrow r, s \rightarrow \neg p, t, (\neg s \wedge t) \rightarrow q \vdash r$.
- (k) $(p \wedge q) \rightarrow r, r \rightarrow s, q \wedge \neg s \vdash \neg p$.
- (l) $(p \rightarrow q) \rightarrow q \vdash (q \rightarrow p) \rightarrow p$.
- (m) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \vdash (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$.
- (n) $p \rightarrow q \vdash (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$.

8. Considere as premissas abaixo:

- “José é determinado.”
- “José é inteligente.”
- “Se José é determinado e atleta, ele não é um perdedor.”
- “José é atleta se é amante do tênis.”
- “José é amante do tênis se é inteligente.”

Usando dedução natural, mostre que podemos concluir que “José não é um perdedor”. Escreva a sua demonstração em linguagem natural.

- Assuma que toda pessoa é honesto ou desonesto, mas não ambos. Além disso, toda pessoa honesta sempre fala a verdade e toda pessoa desonesto sempre mente. Você conhece José e Maria. José faz a seguinte afirmação: “Eu sou desonesto ou Maria é desonesto”. Usando dedução natural, apresente uma demonstração para determinar a categoria de José e a categoria de Maria. Em seguida, escreva a sua demonstração em linguagem natural.
- Fulano, Beltrano e Sicrano encontram-se presos em um calabouço. Depois de uma rápida exploração, eles encontraram três portas, uma vermelha, uma azul e uma verde. Eles sabem que atrás de exatamente uma das portas tem a saída do calabouço. Atrás das outras duas portas, no entanto, têm uma armadilha que significa a morte certa. Em cada porta há uma frase. Na vermelha: “A liberdade está atrás desta porta”. Na azul: “A liberdade não está atrás desta porta”. Na verde: “A liberdade não está atrás da porta azul”. Dado o fato de que pelo menos uma das três declarações nas três portas é verdade e pelo menos uma delas é falsa, use dedução natural para descobrir qual porta eles devem escolher para sair do calabouço. Em seguida, escreva a sua demonstração em linguagem natural. **Dica:** utilize as seguintes variáveis proposicionais: r para representar que “A liberdade está atrás da porta vermelha”, b para representar que “A liberdade está atrás da porta azul” e g para representar que “A liberdade está atrás da porta verde”. Além disso, observe que as premissas são:
 - “Atrás de **exatamente** uma das portas tem a saída do calabouço.”
 - “Pelo menos uma das três declarações nas três portas é verdade e pelo menos uma delas é falsa.”