Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий Кафедра радиофизики и технической кибернетики

Направление подготовки / специальность: 03.03.01 Прикладные математика и физика (бакалавриат)

Направленность (профиль) подготовки: Радиотехнические системы и системы управления

КОМПЕНСАЦИЯ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА В КАНАЛАХ СВЯЗИ КВ ДИАПАЗОНА С ПОМОЩЬЮ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ЭКВАЛИЗАЦИИ

(бакалаврская работа)

Студент:
Стародумова Полина Андреевна
(подпись студента)
Научный руководитель:
Макарычев Егор Михайлович,
тикиры тев Егор типлиплови т,
(подпись научного руководителя)
Консультант (при наличии):
(подпись консильтанта)

Москва 2020

Аннотация

Дипломная работа посвящена исследованию эквалайзеров — цифровых адаптивных фильтров, весовые коэффициенты которых подстраиваются под характеристики обрабатываемого сигнала. Они используются для передачи сигнала в канале с наличием шумов и помех с неизвестными заранее характеристиками либо в нестационарном во времени канале.

Изложено устройство адаптивных структур – линейных и с обратной связью, символьного и дробного эквалайзера, подходы к их имплементации. Рассмотрены наиболее распространенные алгоритмы фильтрации – LMS и RLS.

Описано построение модели, реализованной в среде программирования МАТLAB, позволяющей симулировать передачу сигнала КВ диапазона через канал связи, в котором сообщение претерпевает различные искажения, и затем восстанавливать данные с помощью адаптивных фильтров различной конфигурации. Искажения включают в себя белый гауссовский шум, доплеровское смещение и уширение спектра, многолучевое распространение, задержку сигнала. Получены зависимости вероятности битовой ошибки от отношения E_b/N_0 для различных условий канала передачи и настроек эквалайзера, приведены соответствующие графики.

Оглавление

1 Сокращения
2 Введение
3 Эквалайзеры
3.1 Линейный эквалайзер
3.2 Эквалайзер с обратной связью по решению
3.3 Дробный эквалайзер
4 Алгоритмы фильтрации
4.1 Least Mean Square
4.2 Recursive Least Square
5 Модель
6 Экспериментальные результаты
6.1 Компенсация шума
6.1 Доплеровское смещение
6.2 Фазовый сдвиг
6.3 Задержка сигнала
6.4 Канал Рэлея
Литература

1 Сокращения

DFE – Decision-Feedback Equalizer (эквалайзер с обратной связью по решению)

LMS – Least Mean Square

RLS – Recursive Least Square

QPSK – Quadrature Phase Shift Keying

QAM – Quadrature Amplitude Modulation

BER – Bit Error Rate

SPS – Samples Per Symbol

RRC – Root-raised-cosine (фильтр «приподнятого косинуса»)

AGC – Automatic Gain Control (автоматическая регулировка усиления)

МСИ – межсимвольная интерференция

КВ – коротковолновый

ВЧ – высокочастотный

2 Введение

Исследование распространения сигнала в КВ диапазоне, то есть с частотой от 3 МГц до 30 МГц, обусловлено широким применением соответствующих систем связи как в военных, так и мирных целях. Данный вид передачи информации имеет ряд преимуществ: в том числе возможность многократного отражения ВЧ сигналов от ионосферы и поверхности Земли, что позволяет производить их передачу соответствующим образом, то есть на значительно большие расстояния, нежели только в прямой видимости приёмник-передатчик. Вместе с тем функция передачи начинает значительно зависеть от всевозможных условий окружающей среды.

Следовательно, в осуществлении успешной передачи сообщения в КВ диапазоне необходимым оказывается нивелирование помех, создаваемых каналом или другими источниками связи. Другими словами, требуется с высокой точностью выделить на фоне шума и демодулировать полезный сигнал. Это становится возможным благодаря применению адаптивных методов эквализации для компенсации искажений сигнала – фазовых, частотных и амплитудных изменений, которые приводят к МСИ и замиранию сигнала. С помощью эквализации могут быть ликвидированы эффекты, вызванные наличием в канале доплеровского смещения и уширения спектра, многолучевым распространением, передачей сигнала с задержкой. Подобное выравнивание сигнала заключается в оценке импульсного отклика канала путем обработки известной приёмнику тренировочной последовательности, которая отправляется в начале сеанса связи. С учётом полученной ИХ производится восстановление дальнейшего содержательного сигнала путём коэффициентов фильтра подстройки ПО определённым алгоритмам. Дипломная работа заключается в подробном описании упомянутых структур, построении и реализации модели для коррекции искажённого сигнала в среде программирования MATLAB.

Нередко использование КВ диапазона оказывается единственно возможным решением в задачах дальней связи, например, в труднодоступных районах или в отсутствие необходимой инфраструктуры [1]. Однако имеет место ряд недостатков: помимо относительно невысокой скорости передачи и загруженности КВ диапазона, надёжность связи существенно зависит от времени суток и года – от нестабильного состояния ионосферы, характеристик её слоёв, от которых отражаются радиоволны (рис. 1):

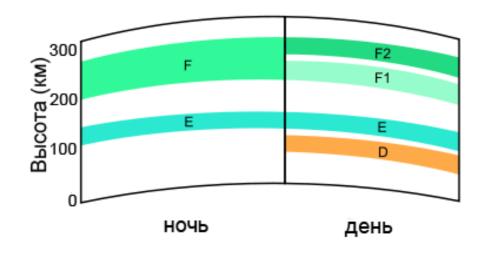


Рисунок 1 – строение ионосферы [8]

При приёме отражённых от разных слоёв компонент сигнала возникают эффекты многолучевого распространения — МСИ, замирание, уширение спектра. Для данного КВ канала связи доступны 4 пути передачи: с однократным отражением от Е или F слоя, двукратным от F и смешанный тракт. Слой D — поглощающий, для остальных определяется максимально применимая частота, при которой может происходить отражение. Искажения КВ канала описываются потерями в сигнале, рассеянием по частоте, различием во времени распространения по разным путям.

По упомянутым причинам исследование данного вида передачи является крайне актуальным — адаптивные структуры, о моделировании которых идёт речь в дипломной работе, могут эффективно бороться с упомянутыми проблемами и повышать качество связи.

3 Эквалайзеры

При прохождении дискретного сигнала по беспроводному каналу в нём имеет место эффект многолучевого распространения, являющийся причиной МСИ в принимаемом сигнале — распространению импульса за пределы отведенного ему временного интервала и интерференции с соседними. Также причиной МСИ является частотная характеристика канала связи, вызывающая "размытие" последовательных символов. Для борьбы с МСИ и шумовыми искажениями на стороне приёмника используются эквалайзеры.

Методы эквализации делятся на две группы – выравнивание искажённого сигнала посредством фильтрации (адаптивные) и коррекция путём оценки последовательности с максимальным правдоподобием (maximum-likelihood sequence estimation MLSE). Метод MLSE, реализованный в эквалайзере Витерби, заключается в измерении импульсной характеристики канала передачи и дальнейшей перенастройке приёмника под него без изменения искажённого сообщения. Мы же подробнее рассмотрим адаптивные структуры.

По принципу работы можно выделить два подтипа фильтров: линейный (также называемый трансверсальным) эквалайзер (linear equalizer) и эквалайзер с обратной связью по решению (decision-feedback equalizer) [4]. Для каждого из них задаётся математический алгоритм адаптации. Как будет показано в дипломной работе, оптимальная конфигурация эквалайзера зависит от условий канала.

3.1 Линейный эквалайзер

С целью изучения импульсного отклика канала начале сеанса связи передатчиком отправляется тренировочная последовательность символов. Это требуется для оптимизации настроек эквалайзера. После завершения процесса обучения система может отправлять данные — эквалайзер переход в режим обработки сигнала. Входной сигнал обрабатывается адаптивным фильтром, далее подсчитывается ошибка как разница выходного и опорного (принятого,

отфильтрованного с учётом данных об обучении) сигналов. Задача адаптивного фильтра — минимизировать эту ошибку. Для этого после обработки каждого отсчёта эквалайзер получает оценку сигнала (веса фильтра) и использует её для обновления весовых коэффициентов следующего отсчёта (рис. 3) [6]. Способ подсчёта оценки и подстройка коэффициентов зависят от структуры и алгоритма фильтрации эквалайзера. Эквалайзер сходится, если ошибка становится малой и стабильной (рис. 2):

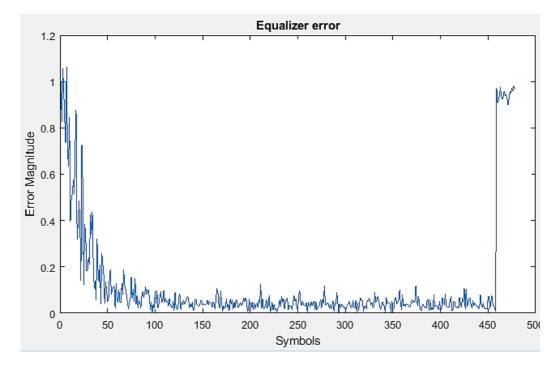


Рисунок 2 — изменение ошибки эквалайзера в процессе выравнивания сигнала

В идеале выходной сигнал эквалайзера — это задержанная версия переданной информации.

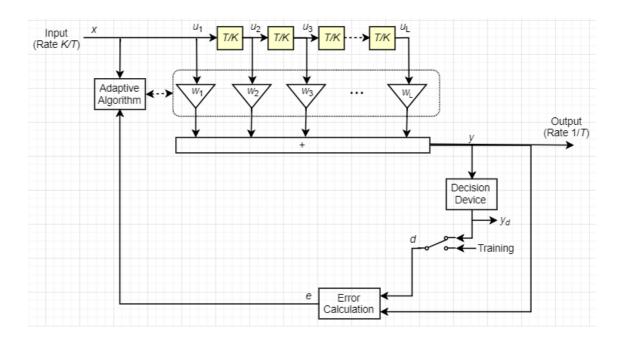


Рисунок 3 – структура линейного эквалайзера

3.2 Эквалайзер с обратной связью по решению

DFE состоит из двух фильтров — прямой (аналогичен линейному) и фильтра обратной связи (рис. 4) [6]. В данном типе эквалайзеров обратная связь используется для устранения остаточной интерференции и прочих помех после прохождения сигнала через фильтр эквалайзера. Эти искажения компенсируются по последовательности принятых символов фильтром обратной связи и вычитаются из выходного сигнала в процессе адаптации.

DFE используются в том числе для компенсирования искажений в каналах, частотная характеристика которых содержит нули или глубокие провалы, что является проблемным для линейных фильтров. DFE эффективно компенсирует нелинейные затухания. Несмотря на более высокую производительность в целом, основной недостаток этого типа эквалайзеров – это вероятность критического поведения из-за распространения ошибок вдоль сообщения.

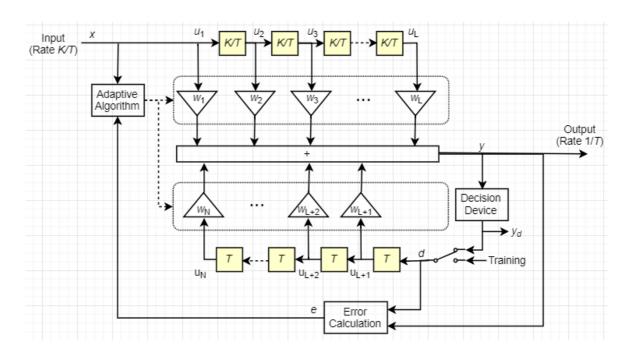


Рисунок 4 – структура эквалайзера с обратной связью

3.3 Дробный эквалайзер

По способу обработки импульсов сигнала эквалайзеры можно поделить на символьные или символьно-интервальные (symbol-spaced equalizer) и дробные (fractional symbol-spaced equalizer). Для первых при фильтрации период дискретизации равен длительности информационного символа Т, то есть за отсчёты берутся импульсы передаваемого сигнала. В целях символьной синхронизации адаптивных структур оптимально проводить дискретизацию сигнала с периодом меньшим Т. В этом случае одному символу соответствует несколько отсчётов сигнала, количество которых определяется целым параметром количества отсчётов на символ (samples per symbol) адаптивного фильтра (для символьного он равен единице). В любой конфигурации сигнал на выходе дробного эквалайзера имеет частоту 1/Т. Наиболее часто используются эквалайзеры с шагом ½Т.

4 Алгоритмы фильтрации

Существуют три основных алгоритма выравнивания:

- метод наименьших квадратов (LMS least mean square)
- рекурсивный метод наименьших квадратов (RLS recursive least square)
- метод постоянных модулей (CMA constant modulus algorithm)

СМА применяется для «слепой» адаптации (blind equalization), в процессе которой используется только статистика передаваемого сигнала. Так как в дипломе моделируется восстановление сигнала с предварительным обучением эквалайзера, рассмотрим первые два [10].

4.1 Least Mean Square

В алгоритме наименьших средних квадратов (LMS) коэффициенты эквалайзера рекурсивно обновляются следующим образом. Пусть w это вектор весовых коэффициентов w_i , u – вектор импульсов входного сигнала u_i , e = d - Y – ошибка, вычисляемая как разница между опорным и выходным сигналом фильтра. На основе текущего набора коэффициентов создается новый в виде:

$$w_{\text{new}} = w_{\text{current}} + (StepSize) \ u^*e. \tag{1}$$

Оператор * обозначает комплексное сопряжение. Параметр StepSize («размер шага») задается как положительный скаляр. От его величины зависит скорость обновления коэффициентов эквалайзера. Например, для частотного сдвига — насколько быстро будет поворачиваться созвездие, чтобы компенсировать набег фазы.

Таким образом, при увеличении StepSize время сходимости уменьшается, но эквалайзер становится менее стабильным и более чувствительным к искажениям или каким-то аномалиям в информации.

Достоинство алгоритма — вычислительная простота, линейная зависимость от количества весов, следствием чего является медленная сходимость.

4.2 Recursive Least Square

В алгоритме RLS сначала вычисляется весовой вектор Калмана К с использованием текущего набора входных данных и обратной корреляционной матрицы Р

$$K = \frac{Pu}{ForgettingFactor + u^H Pu} , \qquad (2)$$

где Н – эрмитово транспонирование.

ForgettingFactor («коэффициент забывания») задается в виде скаляра в диапазоне (0, 1]. Матрица обновляется следующим образом:

$$P_{new} = \frac{P_{current}(1 - Ku^H)}{ForgettingFactor}.$$
 (3)

Далее вычисляется новый набор весов, где ошибка равна e = d - Y:

$$w_{\text{new}} = w_{\text{current}} + K^* e. \tag{4}$$

Уменьшение коэффициента забывания снижает время сходимости эквалайзера, но приводит к тому, что выходной сигнал становится менее стабильным.

Быстрая сходимость данного алгоритма достигается за счет более высокой вычислительной сложности (относительно LMS) – рост с квадратом числа весов [9].

5 Модель

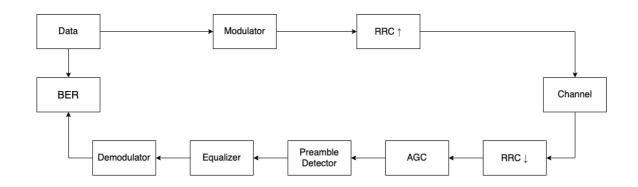


Рисунок 5 – схема модели системы с адаптивной структурой

Приступим к описанию модели на рис. 5 и рассмотрению блоков, из которых она состоит. В начале схемы расположен источник сигнала – генератор случайной последовательности. Дополнительно генерируются преамбула (М-последовательность) и данные для эквалайзера – тренировочная последовательность, известная И передатчику, И приёмнику. Преамбула требуется для однозначного детектирования сигнала – она задаётся в виде последовательности, у которой автокорреляционная функция имеет один выраженный пик. В качестве тренировочной (обучающей) последовательности чаще всего используется псевдослучайная.

Чтобы сглаживание фронтов передаваемых символов не создавало дополнительной МСИ, в случае символьно-интервальной конфигурации эквалайзера должна дополнительно генерироваться последовательность для символьного синхронизатора. Мы же с этой целью будем использовать дробный фильтр.

Далее сигнал подвергается модуляции. В моделировании процесса эквализации применялись два вида:

1) квадратурная фазовая манипуляция (QPSK) — фазовая модуляция, при которой фаза несущего колебания меняется скачкообразно в зависимости от информационного сообщения. Сигнальное созвездие состоит из четырёх точек, размещённых на равных расстояниях на окружности. Наибольшую

эффективность показала модуляция с использованием кодирования Грея, при котором соседние вектора сигнала отличаются только в одном разряде.

2) квадратурная амплитудная модуляция (4, 16, 64-QAM) вид амплитудной модуляции, которая заключается в разделении несущей на две одинаковой частоты, смещённых относительно друг друга по фазе на $\pi/4$, где каждая промодулирована по одному из дискретных уровней амплитуды. С увеличением числа точек созвездия возможна более высокая скорость передачи, но вместе с тем уровни располагаются ближе друг другу и фильтра. менее различимыми ДЛЯ адаптивного чувствительнее к шуму, а к эквализации ставятся более жёсткие требования.

Затем, в соответствии с общей передаточной функцией системы, сигнал попадает на формирующий фильтр приподнятого косинуса для передающей стороны. Добавленные при интерполяции отсчёты более подобно описывают картину.

Также в модель встроена автоматическая регулировка усиления для приёма слишком слабых ИЛИ сильных сигналов. В ЭТОМ случае соответствующий блок AGC выставляет усиление таким образом, чтобы средняя мощность сигнала оставалась в определенном диапазоне, что необходимо для корректной работы адаптивных алгоритмов. Это особенно важно при QAM-модуляции – энергии символов различаются, поэтому коэффициент усиления не должен меняться слишком быстро в процессе передачи данных во избежание ошибок фильтрации на выбросах в последовательности.

Наконец сигнал передаётся по каналу связи. Цель работы в создании как можно более универсальной модели возможных повреждений сообщения. Ряд параметров программы отвечает соответствующим условиям реального канала, описывая такие искажения как

• доплеровский сдвиг

- затухание вследствие многолучевого распространения и доплеровское уширение спектра (канал Рэлея)
- сдвиг несущей частоты
- фазовый сдвиг
- варьируемая дробная задержка
- белый гауссовский шум

После канала передачи расположен понижающий RRC фильтр для принимающей стороны.

Детектор преамбулы считает корреляцию преамбулы и принимаемого сигнала и строит график метрики обнаружения. На месте пика АКФ ставится временная метка начала передаваемой информации, сама преамбула отбрасывается.

После эквализации производится соответствующая демодуляция сигнала и подсчитывается битовая ошибка из абсолютной ошибки между выходной последовательностью эквалайзера и переданной источником.

6 Экспериментальные результаты

Моделирование необходимых систем осуществлялось в среде программирования MATLAB с использованием функций и блоков библиотеки Communications Toolbox, реализующих упомянутые алгоритмы.

При выборе конфигурации эквалайзера для моделирования прохождения сигнала через канал и его выравнивания, учитываются доплеровские и частотно-селективные характеристики канала.

Об эффективности работы эквалайзера с заданными настройками говорит значение частоты битовых ошибок — отношение числа ошибочно принятых бит, к общему количеству бит передаваемого сообщения. Промежуточные результаты качественно проверяются на графиках и сигнальных созвездиях.

6.1 Компенсация шума

Так как речь идёт о цифровой системе связи, вместо S/N (отношения мощности полезного сигнала к шуму) будем характеризовать её значением E_b/N_0 – отношением энергии 1 бита сообщения к энергетической спектральной В наиболее плотности шума [3]. модели диплома использован распространённый _ аддитивный белый гауссовский шум, однородной спектральной плотностью мощности.

Как уже говорилось, основной метрикой качества системы является значение вероятности приёма ошибочного бита BER. Для большинства модуляций зависимость BER от E_b/N_0 получена аналитически [4]. В частности, для QPSK вероятность ошибки на бит:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right),\tag{5}$$

где $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$ — функция распределения хвоста стандартного нормального распределения.

Для M-QAM [5]:
$$P_b \approx \frac{4}{\log_2 M} Q(\sqrt{\frac{3\frac{E_b}{N_0} \log_2 M}{M-1}}).$$
 (6)

Реализуем модель компенсации шумовых искажений дробным эквалайзером и построим график поведения BER в зависимости от уровня добавляемого шума для различных конфигураций фильтра. Нанесём для сравнения теоретические кривые, также рассчитанные в MATLAB.

В канале с отсутствием искажений эквалайзер с меньшим числом ошибок восстанавливает сигнал при уменьшении StepSize для LMS и приближении ForgettingFactor к единице в случае RLS (рис. 6), что объясняется способом обновления коэффициентов в данных алгоритмах (1), (4) — чем больше соседних отсчётов используются для оценки сигнала, тем больше накапливается суммарная ошибка колебаний ненулевых весов фильтра.

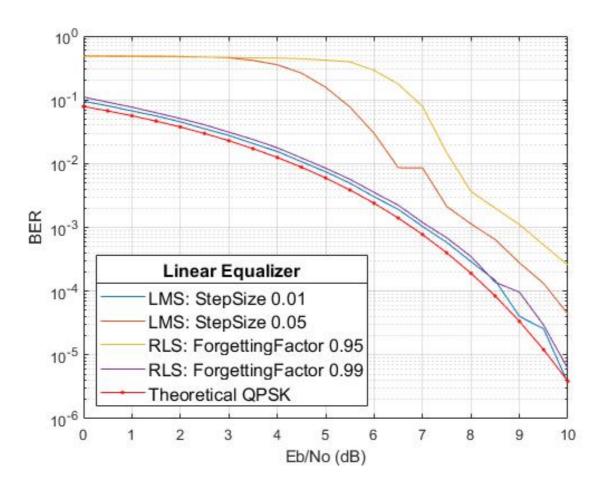


Рисунок 6 — помехоустойчивость линейного эквалайзера при использовании алгоритмов LMS и RLS

Аналогично, при использовании линейного фильтра и с обратной связью увеличение параметра Number of Taps, то есть учёт большего числа отсчётов, в идеальных условиях канала приводит к возрастанию вероятности ошибки (рис. 7). Избыточная длина эквалайзера приводит к увеличению остаточной символьной интерференции,

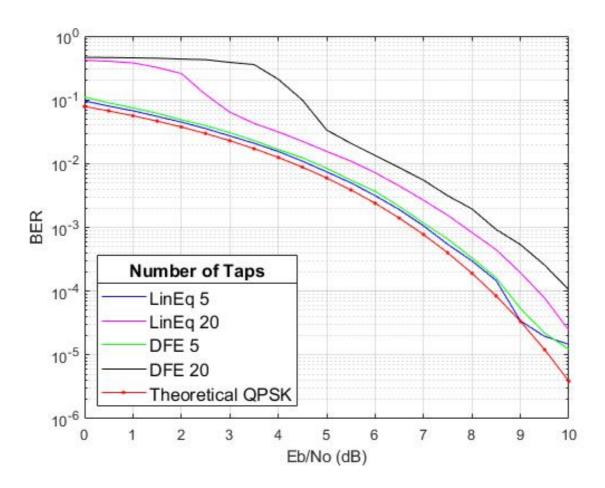


Рисунок 7 — сравнение работы линейного эквалайзера и DFE для различных NumTaps

6.1 Доплеровское смещение

С целью исследования конкретного типа искажений в дальнейшем будем рассматривать каналы с пренебрежимо малым шумом.

Эффект Доплера — изменение частоты сигнала, получаемого приёмником, вследствие движения источника или перемещения самого приёмника.

Требуется решить задачу смещения несущей частоты и остального спектра от исходных значений. В случае PSK-модуляции все М точек созвездия будут «поворачиваться» на величину доплеровского сдвига. Адаптация заключается в обратном повороте фазовой плоскости:

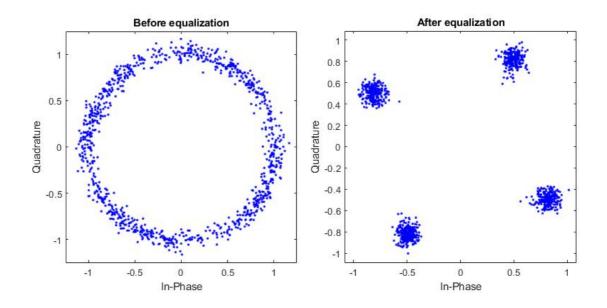


Рисунок 8 — иллюстрация процесса выравнивания для передачи в канале с частотным сдвигом

Используя упомянутую программу, было смоделировано восстановление сигнала с помощью линейного дробного (SPS = 2) эквалайзера, работающего на алгоритмах RLS и LMS.

Как было показано в разделе 4, обновление коэффициентов адаптивного фильтра (а значит, и качество выравнивания сигнала) напрямую зависит от значений параметров — StepSize в случае алгоритма адаптации LMS и ForgettingFactor для RLS. Построим кривые зависимости битовой ошибки от величины эффекта Доплера (Doppler Shift) для каждой конфигурации эквалайзера (рис. 9, 10):

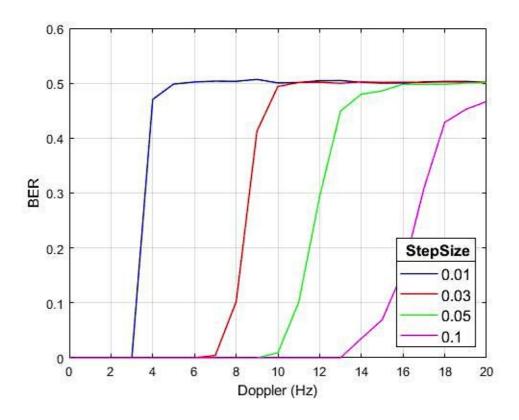


Рисунок 9 – зависимость BER от доплеровского сдвига при различных значениях StepSize

При наличии искажений в канале учёт большего числа соседних отсчётов способствует более точной оценке выходного сигнала фильтром. Однако для каждого значения StepSize и ForgettingFactor обнаруживается точка срыва — максимальное значение частотного сдвига Доплера, при котором эквалайзер справляется с различением точек созвездия и восстановлением сигнала.

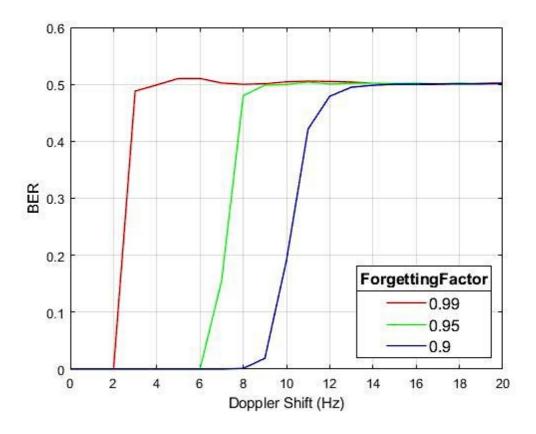


Рисунок 10 — зависимость BER от доплеровского сдвига при различных значениях ForgettingFactor

6.2 Фазовый сдвиг

На рис. 11 показан результат эквализации сигнала, смещённого по фазе на $3\pi/4$. Задача адаптивного фильтра — «повернуть» созвездие обратно на значение сдвига.

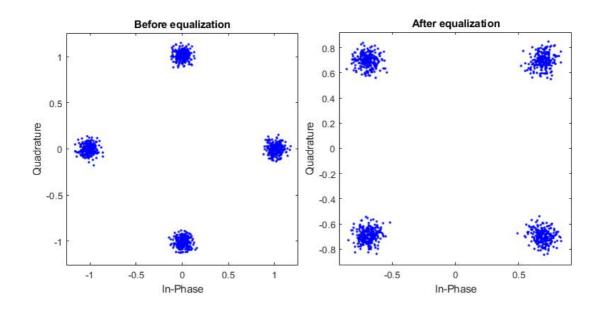


Рисунок 11 – компенсация фазового сдвига сигнала на $3\pi/4$

6.3 Задержка сигнала

Блок настраиваемой дробной задержки (Variable Fractional Delay) смещает входной сигнал на заданное количество отсчётов. Далее происходит ресэмплинг входного сигнала для получения новых отсчётов на нецелых интервалах дискретизации. В построенной модели используется фильтр Фарроу — интерполяция методом Лагранжа. Было выявлено, что для компенсации задержки линейным эквалайзером требуется предварительная символьная синхронизация, дробный же выполняет в том числе эту задачу (рис. 13) — восстанавливает исходные точки созвездия QPSK:

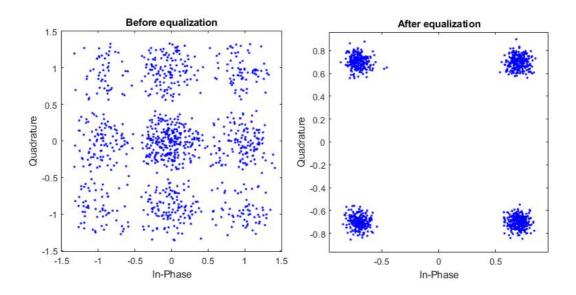


Рисунок 12 — сигнальные созвездия сигнала с искажением задержки передачи до и после эквализации

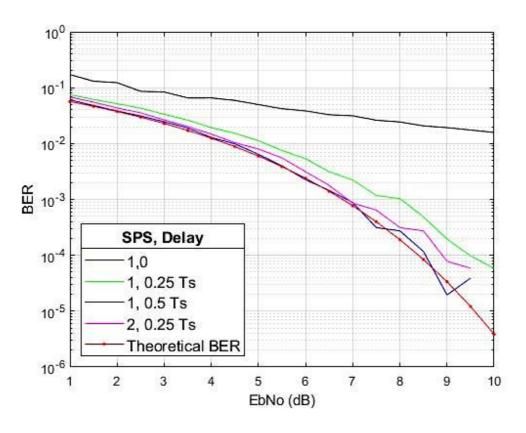


Рисунок 13 — зависимость BER от E_b/N_0 для дробного и символьного эквалайзеров

6.4 Канал Рэлея

При передаче по каналу сигнал может встречать преграды на пути и оказываться в некотором соотношении поглощенным или отражённым ими. Отражённый сигнал попадает на приёмник с определённым опозданием, а оставшаяся энергия достигнет цели без отражений или же с большим их числом, то есть за другой временной промежуток. Происходит так называемое многолучевое распространение сигнала, когда существует несколько путей передачи сообщения (рис 14) [7]. В модели канала Рэлея на приёмник приходят только отражённые сигналы без возможности выделить основной, нет распространения в прямой видимости (худший случай распространения).

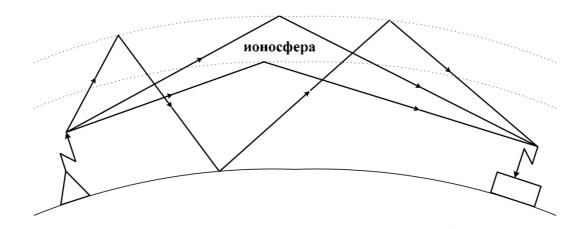


Рисунок 14 – пример многолучевого распространения

Многолучевой характер распространения приводит к МСИ и изменению амплитуды сигнала (вследствие интерференции падающих и отражённых волн) — то есть замиранию (fading). Поэтому для компенсации искажений в таких каналах важно наличие системы регулировки усиления.

На вероятность возникновения ошибок главным образом влияют такие величины, как задержка распространения разных компонент сигнала и степень уширения спектральной линии (Doppler Spread) вследствие эффекта Доплера для каждой из составляющих.

На рис. 15 и 16 показана зависимость вероятности битовой ошибки у доплеровского уширения спектра и задержки многолучевого распространения для эквалайзера с обратной связью по решению. Для обоих типов искажений можно определить граничные значения, с компенсацией которых справляется эквалайзер с заданными настройками.

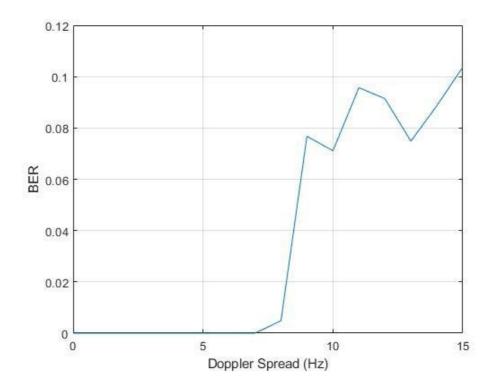


Рисунок 15 – зависимость BER от величины доплеровского уширения

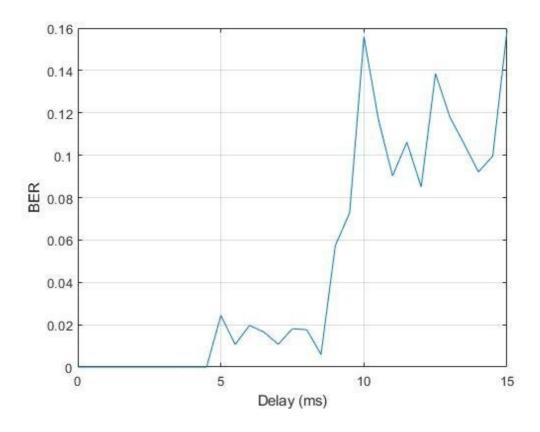


Рисунок 16 – зависимость BER от задержки многолучевого распространения

Заключение

В дипломной работе была предложена схема для моделирования приёма искаженного сигнала с последующим восстановлением переданного сообщения различными алгоритмами эквализации. Разработан ряд соответствующих программ в среде программирования МАТLAB.

В ходе работы была проведена симуляция различных искажений сигнала, вызванных свойствами канала передачи: шумовых помех, задержки передачи, доплеровского смещения и уширения спектра, многолучевого распространения в модели канала Рэлея. Для каждого случая построена модель восстановления сигнала и получена зависимость коэффициента битовой ошибки от условий канала, конфигурации эквалайзера, его параметров и алгоритма фильтрации.

Было показано, что дробный эквалайзер не чувствителен к временной ошибке, что позволяет отказаться от использования символьных синхронизаторов в цифровом приемнике.

Моделирование показало, что эквалайзеры способны справиться с небольшими частотными сдвигами (~10Гц), что позволяет в некоторых случаях отказаться от использования схем частотной синхронизации в цифровом приемнике.

При превышении интервалом задержки длины эквалайзера, эффективность эквализации резко падает, поэтому при выборе параметров эквалайзера необходимо учитывать наихудшие характеристики канала, при которых должна поддерживаться связь.

Литература

- 1. Минин В.Е. Проблемы использования КВ диапазона при построении радиосетей // Правоведение. 2007. №6. С.145-149.
- 2. Ступницкий М.М., Лучин Д.В. Потенциал КВ-радиосвязи для создания цифровой экосистемы России // Электросвязь. 2018. № 5. С. 49 54.
- 3. Скляр Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. С. 146–147.
- 4. A. Goldsmith, Wireless Communications, Cambridge University Press, 2005. C. 159-164, 329
- 5. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ. под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь. 2000. С.234–236
- 6. MathWorks: Adaptive Equalizers
 https://www.mathworks.com/help/comm/ug/adaptive-equalizers.html
 (дата обращения: 1.06.2020)
- 7. Теория электрической связи: учебное пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко; под общ. ред. К.К. Васильева. Ульяновск: УлГТУ, 2008. С. 301
- 8. https://gect.ru/atmosphere/ionosphere.html (дата обращения: 1.06.2020)
- 9. Haykin S. Adaptive Filter Theory, 4th edition.— Prentice Hall, 2002. C. 449
- 10. Сергиенко А. Б. Алгоритмы адаптивной фильтрации: особенности реализации в МАТLАВ / А. Б. Сергиенко // Математика в приложениях. 2003.
 №1