第 1 章　绪论

1. **某地面点的地理坐标为（E125°，N44°），计算该点 6°带、3°带的带号及中央经线经度。**

【相关知识点】高斯投影分带

为了限制投影变形，高斯投影采用分带投影，一般采用 6°带或 3°带。

（1）6°分带。从首子午线开始，自西向东每 6°为 1 带，全球 60 带，设 N 为带号，则每带中央子午线经度为 $\lambda_0=6N-3$。

（2）3°分带。从东经 1.5°开始，自西向东每 3°为 1 带，全球 120 带，设 n 为带号，则每带中央子午线经度为 $\lambda_0=3n$。

【答】

判断 6°带、3°带的带号及中央经线经度与经度相关。

对 6°带，分带计算从首子午线开始，自西向东每 6°为 1 带。因此，将 E125°写成 0°（首子午线经度）+a×6°+c°形式（a，c 为自然数），即 125°=6°×20+5°，故该点即位于 20+1=**21** 号带（起始为第 1 号带），因此该带中央子午线经度为 6°×21-3=**123°**。

对 3°带，分带计算从 E1.5°开始，自西向东每 3°为 1 带，因此，将 E125°写成的形式是 125°=1.5°（开始计算的经度）+3°×41+0.5°，故该点位于 41+1=42 号带，因此该带中央子午线经度为 3°×42=**126°**。

2. **我国某点的高斯通用坐标为 X=3234567.89 米，Y=38432109.87 米，问该点坐标是按几度带投影计算的？该点位于第几带？该带中央子午线的经度是多少？该点距赤道多少米？距中央子午线多少米？**

【相关知识点】高斯平面直角坐标系和高斯通用坐标系

基于高斯投影建立的平面直角坐标系称为高斯平面直角坐标系。

（1）自然坐标系

高斯平面直角坐标系按投影带分别建立，中央子午线的投影为 X 轴，北向为正，赤道的投影为 Y 轴，东向为正，其交点为坐标原点 O，象限顺时针排列。X_P 表示 P 点至赤道的距离，赤道以北，X 值为正；Y_P 表示 P 点至中央子午线的距离，Y 值有正负。

（2）通用坐标系

我国位于北纬，X 坐标都为正值，为了方便使用，避免 Y 坐标出现负值，把每点 Y 坐标自然值加 500km。为区别具有相同坐标的点出现在不同带，在每点 Y 坐标前冠以带号，如此每一点都有唯一的平面直角坐标与之对应，这样表达的坐标称为高斯通用坐标。

（3）另：我国 6°带和 3°带带号范围

我国 6°带带号范围为 13-23，3°带带号范围为 24-45

【答】

（1）Y=38432109.87 前两位为带号，故该点位于 **38** 带。

（2）我国 6°带带号范围为 13-23，3°带带号范围为 24-45，故该点坐标是按 **3°** 度带投影计算的。

（3）该带中央子午线的经度是 3°×38=**114°**。

（4）由于 X=3234567.89m，故该点距赤道 **3234567.89m**。

（5）因 38432109.87m-500×1000m=-67890.13m，

故该点距中央子午线 **67890.13m**。

第 2 章　角度测量

1. 计算测回法水平角观测手簿

测站	目标	竖盘	水平度盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	13	26	42						
	B		78	56	30						
	A	右	193	26	24						
	B		258	56	12						

【计算步骤】

对各角度进行如下记注。

测站	目标	竖盘	角度	水平度盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
				°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	$\boldsymbol{a}_{左}$	$\boxed{13}$	$\boxed{26}$	$\boxed{42}$	$\boldsymbol{\beta}_{左}$			$\boldsymbol{\beta}$		
	B		$\boldsymbol{b}_{左}$	$\boxed{78}$	$\boxed{56}$	$\boxed{30}$						
	A	右	$\boldsymbol{a}_{右}$	$\boxed{193}$	$\boxed{26}$	$\boxed{24}$	$\boldsymbol{\beta}_{右}$					
	B		$\boldsymbol{b}_{右}$	$\boxed{258}$	$\boxed{56}$	$\boxed{12}$						

计算步骤如下。

（1）分别计算上、下半测回角值$\beta_{左}=b_{左}-a_{左}$，$\beta_{右}=b_{右}-a_{右}$。

① 分数和秒数的整数应写足两位，如 01′、02″（**所有角度均需写足两位**）。

② 当右方向读数小于左方向读数，不够减时，加 360°（**多测回等角度计算同理**），且必须是右方向读数减去左方向。

（2）实际测量中需检核，要求$|\beta_{左}-\beta_{右}|\leqslant\Delta\beta_{限}$。对于 2″仪器，限差为 12″；对于 6″仪器，限差为 40″。

测站	目标	竖盘	角度	水平度盘读数			**半测回角值**			一测回平均角值		
				°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	$\boldsymbol{a}_{左}$	13	26	42	**65**	**29**	**48**			
	B		$\boldsymbol{b}_{左}$	78	56	30						
	A	右	$\boldsymbol{a}_{右}$	193	26	24	**65**	**29**	**48**			
	B		$\boldsymbol{b}_{右}$	258	56	12						

（3）计算一测回平均角值$\beta=(\beta_{左}+\beta_{右})\div 2$。结果按照**四舍六入五凑偶**保留至整数秒（后续角度均是如此）。故本题最后应填写如下。

测站	目标	竖盘	水平度盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	13	26	42	**65**	**29**	**48**	**65**	**29**	**48**
	B		78	56	30						
	A	右	193	26	24	**65**	**29**	**48**			
	B		258	56	12						

2. 计算测回法水平角观测手簿

测站	目标	竖盘	水平度盘读数			半测回角值			一测回角值			各测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	00	20	06									
	B		42	45	00									
	A	右	180	20	00									
	B		222	45	06									
O	*A*	左	90	40	06									
	B		133	05	06									
	A	右	270	40	12									
	B		313	05	18									

【计算步骤】

（1）按上题方法，计算各单测回的半测回和一测回角值。实际工作中也需检核。填写如下表。

测站	目标	竖盘	水平度盘读数			半测回角值			一测回角值			各测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	00	20	06	**42**	**24**	**54**	**42**	**25**	**00**			
	B		42	45	00									
	A	右	180	20	00	**42**	**25**	**06**						
	B		222	45	06									
O	*A*	左	90	40	06	**42**	**25**	**00**	**42**	**25**	**03**			
	B		133	05	06									
	A	右	270	40	12	**42**	**25**	**06**						
	B		313	05	18									

（2）按照**四舍六入五凑偶**规则，根据各个测回的角值，计算各测回的平均角值。并填入，这样即得到了最后结果。

测站	目标	竖盘	水平度盘读数			半测回角值			一测回角值			各测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	00	20	06	**42**	**24**	**54**	**42**	**25**	**00**	**42**	**25**	**02**
	B		42	45	00									
	A	右	180	20	00	**42**	**25**	**06**						
	B		222	45	06									
O	*A*	左	90	40	06	**42**	**25**	**00**	**42**	**25**	**03**			
	B		133	05	06									
	A	右	270	40	12	**42**	**25**	**06**						
	B		313	05	18									

3. 计算方向观测法水平角观测手簿。

测站	测回数	目标	水平度盘观测值		$2C$ (″)	盘左盘右平均方向值	归零方向值	各测回归零方向平均值
			盘左	盘右				
			° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
P	1	1	00 00 00	180 00 06				
		2	36 21 36	216 21 36				
		3	108 25 48	288 25 54				
		4	235 54 54	55 54 48				
		1	359 59 54	180 00 06				
P	2	1	60 00 00	239 59 54				
		2	96 21 30	276 21 42				
		3	168 25 36	348 25 54				
		4	295 54 42	115 54 42				
		1	59 59 54	240 00 06				

【计算步骤】

（1）计算 $2C$ 值。测量各目标的 $2C$=盘左观测值-(盘右观测值±180°)。计算结果尤其是计算题中的结果应不超过 60″，因此此处应根据盘左观测值对盘右观测值适当进行 180°的加减。在实际工作中应对 $2C$ 值检核。$2C$ 值计算结果正值标注“+”号。注：此题中第 1 测回第二次测量目标 1 中的盘左结果“359°59′54″”，在计算 $2C$ 以及后面的各角度方向值可作“-6″”处理，如此次测量的 $2C$ 值，可按-6″-(180°00′06″-180°)=-12″计算，后面“59°59′54″”也可进行如此处理。如表。

测站	测回数	目标	水平度盘观测值		**$2C$ (″)**	**盘左盘右平均方向值**	归零方向值	各测回归零方向平均值
			盘左	盘右				
			° ′ ″	° ′ ″		**° ′ ″**	° ′ ″	° ′ ″
P	1	1	00 00 00	180 00 06	**-6**	**00 00 03**		
		2	36 21 36	216 21 36	**0**	**36 21 36**		
		3	108 25 48	288 25 54	**-6**	**108 25 51**		
		4	235 54 54	55 54 48	**+6**	**235 54 51**		
		1	359 59 54	180 00 06	**-12**	**00 00 00**		
P	2	1	60 00 00	239 59 54	**+6**	**59 59 57**		
		2	96 21 30	276 21 42	**-12**	**96 21 36**		
		3	168 25 36	348 25 54	**-18**	**168 25 45**		
		4	295 54 42	115 54 42	**0**	**295 54 42**		
		1	59 59 54	240 00 06	**-12**	**60 00 00**		

（2）计算盘左和盘右平均方向值。盘左盘右平均方向值=(盘左观测值+(盘右观测值±180°))/2。盘左盘右平均方向值是否超过(测回零方向+180)°与**盘左**观测值保持一致。如第 1 测回目标 3，盘左观测值为 108°25′48″，则其盘左盘右平均方向值将其对应的盘右观测值 288°25′48″减去 180°再平均，而第 1 测回目标 4 盘左观测值为 235°54′54″，则应将其对应的盘右观测值加上 180°再平均。而“359°59′54″”仍将其作为“-6″”处理认为其小于 180°。

（3）计算归零方向值。第 i 个测回目标 1 的归零方向值为$180° \times \dfrac{(i-1)}{n}$，其中

n 为总测回数。本题应是某测量时的一部分，当 n 取 3 时，第 2 测回的零方向角度可得到表中的 60°。因此，本题第 1、2 测回分别就将理论上的 0°和 60°作为其归零方向值，填在各测回第一次测量目标 1 位置处。

测站	测回数	目标	水平度盘观测值		2C (″)	盘左盘右平均方向值	**归零方向值**	各测回归零方向平均值
			盘左	盘右				
			° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
P	1	1	00 00 00	180 00 06	-6	00 00 03	00 00 00	
		2	36 21 36	216 21 36	0	36 21 36		
		3	108 25 48	288 25 54	-6	108 25 51		
		4	235 54 54	55 54 48	+6	235 54 51		
		1	359 59 54	180 00 06	-12	00 00 00		
P	2	1	60 00 00	239 59 54	+6	59 59 57	00 00 00	
		2	96 21 30	276 21 42	-12	96 21 36		
		3	168 25 36	348 25 54	-18	168 25 45		
		4	295 54 42	115 54 42	0	295 54 42		
		1	59 59 54	240 00 06	-12	60 00 00		

（4）计算归零值的角度变化。归零包括两个计算，一个是将**各个测回的零方向改算回 0°**，另一方面是处理**测量所得的零方向和计算理论的零方向差值**。以第 2 测回为例，第 2 测回两次观测目标 1 的盘左盘右平均方向值的平均值为 59°59′58″（凑偶计算而得），需加 2″得到 60°，因此此测回所有的盘左盘右平均值均应加上 2″，且由于该测回归零方向值是 60°，因此各盘左盘右平均方向值还需减去 60°。同理，测回 1 各目标归零方向值是各盘左盘右平均方向值减去 2″（零方向即为 0°）。实际工作中此步也应检查是否超限。此外，各测回目标 1 只填写一次结果即可，因此归零方向值目标 1 出现的第二次不进行填写。

测站	测回数	目标	水平度盘观测值		2C (″)	盘左盘右平均方向值	**归零方向值**	各测回归零方向平均值
			盘左	盘右				
			° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
P	1	1	00 00 00	180 00 06	-6	00 00 03	00 00 00	
		2	36 21 36	216 21 36	0	36 21 36	36 21 34	
		3	108 25 48	288 25 54	-6	108 25 51	108 25 49	
		4	235 54 54	55 54 48	+6	235 54 51	235 54 49	
		1	359 59 54	180 00 06	-12	00 00 00	(此处不填)	
P	2	1	60 00 00	239 59 54	+6	59 59 57	00 00 00	
		2	96 21 30	276 21 42	-12	96 21 36	36 21 38	
		3	168 25 36	348 25 54	-18	168 25 45	108 25 47	
		4	295 54 42	115 54 42	0	295 54 42	235 54 44	
		1	59 59 54	240 00 06	-12	60 00 00	(此处不填)	

（5）按照四舍六入五凑偶的原则计算**各目标的各测回**归零方向平均值，并将计算结果填入第 1 个测回的对应各目标的各测回归零方向平均值中。整理结果如下表。

测站	测回数	目标	水平度盘观测值		2C	盘左盘右	归零	各测回归零
			盘左	盘右	(″)	平均方向值	方向值	方向平均值
			° ′ ″	° ′ ″		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
P	1	1	00 00 00	180 00 06	**-6**	**00 00 03**	**00 00 00**	**00 00 00**
		2	36 21 36	216 21 36	**0**	**36 21 36**	**36 21 34**	**36 21 36**
		3	108 25 48	288 25 54	**-6**	**108 25 51**	**108 25 49**	**108 25 48**
		4	235 54 54	55 54 48	**+6**	**235 54 51**	**235 54 49**	**235 54 46**
		1	359 59 54	180 00 06	**-12**	**00 00 00**		
P	2	1	60 00 00	239 59 54	**+6**	**59 59 57**	**00 00 00**	
		2	96 21 30	276 21 42	**-12**	**96 21 36**	**36 21 38**	
		3	168 25 36	348 25 54	**-18**	**168 25 45**	**108 25 47**	
		4	295 54 42	115 54 42	**0**	**295 54 42**	**235 54 44**	
		1	59 59 54	240 00 06	**-12**	**60 00 00**		

4. 已知竖直度盘逆时针注记，计算垂直角观测手簿

测站	目标	竖盘位置	竖盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	95	36	24						
		右	264	23	48						
	B	左	82	39	42						
		右	277	20	54						

【计算步骤】

（1）竖直度盘逆时针注记，半测回角值计算公式为$\begin{cases} a_L = L - 90° \\ a_R = 270° - R \end{cases}$。其中 L、R 分别为左盘和右盘的读数。实际工作中也需对半测回角值差检核。计算结果若相减结果为负数，则将负号标在“度”位，其他的分秒位不写负号。

测站	目标	竖盘位置	竖盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	95	36	24	**5**	**36**	**24**			
		右	264	23	48	**5**	**36**	**12**			
	B	左	82	39	42	**-7**	**20**	**18**			
		右	277	20	54	**-7**	**20**	**54**			

（2）计算一测回平均角值同本章第 1 题对应做法。最后整理得到结果如下表。

测站	目标	竖盘位置	竖盘读数			半测回角值			一测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″
O	*A*	左	95	36	24	**5**	**36**	**24**	**5**	**36**	**12**
		右	264	23	48	**5**	**36**	**12**			
	B	左	82	39	42	**-7**	**20**	**18**	**-7**	**20**	**36**
		右	277	20	54	**-7**	**20**	**54**			

5. 已知竖直度盘顺时针注记，计算垂直角观测手簿

测站	目标	竖盘位置	竖盘读数			半测回角值			一测回平均角值			各测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
C	*A*	左	85	43	36									
		右	274	16	24									
	A	左	85	43	30									
		右	274	16	24									
	B	左	96	23	36									
		右	263	36	24									
	B	左	82	39	42									
		右	277	20	54									

（1）竖直度盘顺时针注记，半测回角值计算公式为$\begin{cases} a_L = 90° - L \\ a_R = R - 270° \end{cases}$。其中 L、R 分别为左盘和右盘的读数。实际工作中也需对半测回角值差检核。若相减结果为负数，则将负号标在“度”位，其他位不写负号。

（2）一测回角值和各测回平均角值的计算步骤同本章第 2 题。结果整理如下。

测站	目标	竖盘位置	竖盘读数			半测回角值			一测回平均角值			各测回平均角值		
			°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
C	*A*	左	85	43	36	**4**	**16**	**24**	**4**	**16**	**24**	**4**	**16**	**26**
		右	274	16	24	**4**	**16**	**24**						
	A	左	85	43	30	**4**	**16**	**30**	**4**	**16**	**27**			
		右	274	16	24	**4**	**16**	**24**						
	B	左	96	23	36	**-6**	**23**	**36**	**-6**	**23**	**36**	**-6**	**23**	**33**
		右	263	36	24	**-6**	**23**	**36**						
	B	左	82	39	42	**-6**	**23**	**30**	**-6**	**23**	**30**			
		右	277	20	54	**-6**	**23**	**30**						

第 3 章　距离测量

1. 采用名义长度为 50m 的钢尺测量某段距离，观测值为 126.310m，钢尺检定方程式为 l=50m+0.006m+1.21×10^{-5}(m/m)×°C×50m×(t-24°C)，坡度为 15%，测距温度 26°C，计算改正后的水平距离。

【相关知识点】钢尺进行精密测距的改正

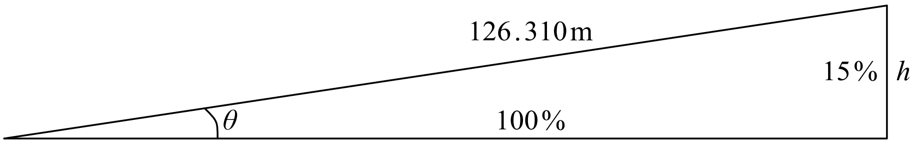
用钢尺沿倾斜地面量得的实际距离 $D = S + \Delta S_{\Delta l} + \Delta S_t$；其中尺长误差改正

$\Delta S_{\Delta l} = \dfrac{\Delta l}{l_0}$；温度误差改正 $\Delta S_t = \alpha S(t - t_0)$；若距离为地面倾斜距离，还要

计算倾斜改正 $\Delta D_h = D - S = \sqrt{S^2 - h^2} - S \doteq -\dfrac{h^2}{2S}$。其中 l_0(m) 为钢尺名义

长度；Δl 为钢尺尺长改正数，即标准温度 t_0 时在规定拉力下钢尺实际长度与名义长度之差；α(单位 m/m·°C)是钢尺材料的膨胀系数；t_0 和 t 分别是钢尺检定时和使用时的温度；l 为钢尺改正后长度。

【答】



如图，坡度引起的坡角记为θ，则$\sin\theta=\dfrac{15\%}{\sqrt{(15\%)^2+(100\%)^2}}=0.14834$。

因此坡度引起的高差

$h=126.310\times\sin\theta=126.310\times0.14834\text{m}=18.73683\text{m}$。

（1）尺长误差改正$\Delta S_{\Delta l}=\dfrac{\Delta l}{l_0}\cdot S=\dfrac{0.006}{50}\times126.310\text{m}=0.0152\text{m}$

（2）温度误差改正$\begin{aligned}\Delta S_t&=\alpha\cdot S\cdot(t-t_0)=1.21\times10^{-5}\times126.310\times(26-24)\text{m}\\&=0.0030\text{m}\end{aligned}$

（3）地面倾斜改正$\Delta D_h=-\dfrac{h^2}{2S}=-\dfrac{18.73683^2}{2\times126.310}\text{m}=-1.3897\text{m}$。

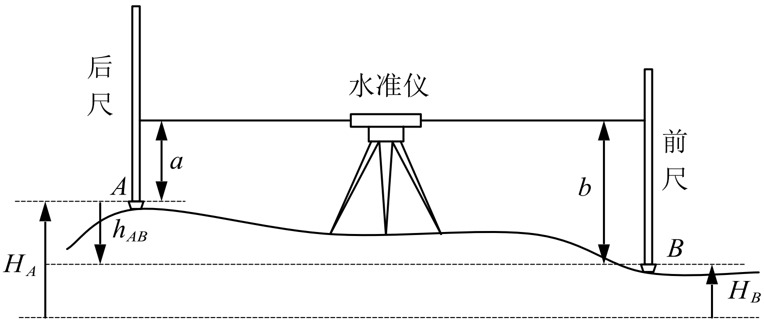
（4）由上，改正后的水平距离

$$\begin{aligned}D&=S+\Delta S_{\Delta l}+\Delta S_t+\Delta D_h\\&=126.310+0.0152+0.0030-1.3897\text{m}=124.938\text{m}\end{aligned}$$

第 4 章　高差测量

1. 一测站水准测量，后视点 *A* 水准尺读数 *a*=1356，前视点 *B* 水准尺读数 *b*=1857，则高差 h_{AB}＝？若 *A* 点高程 H_A＝100.023m，则 *B* 点的高程 H_B＝？

【相关知识点】水准测量的原理



水准测量是通过水准仪提供一条水平视线实现高差测量。如图所示，已知点 *A*、*B* 高程分别是 H_A、H_B，若想测出两点高差，只要在两点之间安置水准仪，在两点上立水准尺（带有刻度，零点在下），调整水准仪使视线水平，分别在 A 尺上获取读数 *a*，在 B 尺上获取读数 *b*，便可计算 *A*、*B* 两点高差。高差有方向性，*A* 点到 *B* 点的高差 $\boldsymbol{h_{AB}=a-b}$，式中 *a* 为后视读数，*b* 为前视读数，*B* 点到 *A* 点的高差。$h_{BA}=b-a$，式中 *b* 为后视读数，*a* 为前视读数。若 *A* 点低，*B* 点高，则 h_{AB} 为正值，h_{BA} 为负值，反之 h_{AB} 为负值，h_{BA} 为正值。当 *A* 点高程 H_A 已知时，可计算 B 点高程 $\boldsymbol{H_B=H_A+h_{AB}=H_A-h_{BA}}$。且直接获得的 *a*、*b* 四位读数单位均为毫米。

【答】

（1）$h_{\mathrm{AB}}=a\text{-}b$=1356-1857=-501mm=-0.501m。
（2）$H_B=H_{A+}h_{AB}$=100.023-0.501m=99.522m。

第 5 章　测量误差基础知识

1. 圆的半径测量值及其中误差为 *r*=20m±3.0cm，计算圆的周长及其中误差。

【相关知识点】倍函数的计算与中误差

设倍函数$z=kx$，当$x=x_0$时，其函数值即为kx_0。中误差$\hat{\sigma}_z=k\sigma_x$，其中σ_x为 x 的中误差。

【答】

圆的周长 C 是其半径 r 的倍函数：$C=2\pi r$。

故其周长$C=2\pi\times 20\,\mathrm{m}=40\pi\ \mathrm{m}$，

中误差$\hat{\sigma}_C=2\pi\sigma_x=2\pi\times 3.0\,\mathrm{cm}=6.0\times\pi\ \mathrm{cm}$。

2. 三角形两个内角观测值及其中误差分别为 *α*=56°±5″，*β*=72°±6″，计算第三个内角 *γ* 及其中误差。

【相关知识点】和差函数的计算与中误差

设和差函数$z=k_1x\pm k_2y$，当$x=x_0,y=y_0$时，其函数值即为$k_1x_0\pm k_2y_0$。

中误差$\hat{\sigma}_z=\sqrt{k_1^2\sigma_x^2+k_2^2\sigma_y^2}$，其中$\sigma_x$、$\sigma_y$分别为 x、y 的中误差。

【答】

第三个内角 γ 是 α 和 β 的差函数：γ=180°-α-β。

故 γ=180°-α-β=180°-56°-72°=52°，中误差

$$\hat{\sigma}_\gamma=\sqrt{(-1)^2\times\sigma_\alpha^2+(-1)^2\times\sigma_\beta^2}$$

$$=\sqrt{(-1)^2\times(5'')^2+(-1)^2\times(6'')^2}=8''$$

3. 矩形边长测量值及其中误差分别为 *m*=102.693±0.100(m)，*n*=85.270±0.050 (m)，计算矩形面积及其中误差。

【相关知识点】一般函数的计算与中误差

设非线性函数$z=f(x_1,x_2,\cdots x_n)$。

其函数值代入计算即可。

计算其中误差时先将函数线性化，即两边微分，取一次项：

$$\mathrm{d}z=\frac{\partial f}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}\mathrm{d}x_n\text{。}$$

再按线性误差传播律计算中误差

$$\hat{\sigma}_z=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\sigma_{x_1}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\sigma_{x_2}^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\sigma_{x_n}^2}\text{。}$$

其中σ_{x_1}、σ_{x_2}、…、σ_{x_n}分别为各自变量的中误差。

【答】

矩形面积 S 是边长 m、n 的非线性函数：$S=m\cdot n$。

（1）矩形面积 $S=m\cdot n=102.693\times85.270\text{m}^2=8756.632\text{m}^2$

（2）对 $S=m\cdot n$ 线性化得 $\mathrm{d}S=m\cdot \mathrm{d}n+n\cdot \mathrm{d}m$。

根据误差传播律，中误差$\hat{\sigma}_S^2=m^2\sigma_n^2+n^2\sigma_m^2$，代入计算得面积中误差

$$\hat{\sigma}_S=\sqrt{102.693^2\times0.050^2+85.270^2\times0.100^2}\,\text{m}^2=9.954\,\text{m}^2\text{。}$$

4. 三角形面积公式$S=\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$，观测值及其中误差分别为 a=45.503m±0.050m，b=63.250m±0.080m，θ=36°01′，计算三角形面积及其中误差。

【相关知识点】一般函数的计算与中误差（见本章第 3 题）

【答】

（1）三角形面积
$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{1}{2}\times45.503\times63.250\times\sin(36°01')\,\text{m}^2\\&=846.181\,\text{m}^2\end{aligned}\text{。}$$

（2）对$S=\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$线性化得$\mathrm{d}S=\dfrac{1}{2}\sin\theta(a\cdot\mathrm{d}b+b\cdot\mathrm{d}a)$。根据误差传播律，

$\hat{\sigma}_S^2=\left(\dfrac{1}{2}\sin\theta\right)^2(a^2\sigma_b^2+b^2\sigma_a^2)$，代入计算得面积中误差

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_S&=\frac{1}{2}\sin(36°01')\times\sqrt{63.250^2\times0.050^2+45.503^2\times0.080^2}\,\text{m}^2\\&=1.418\,\text{m}^2\end{aligned}\text{。}$$

5. 两点间水平距离及其中误差为 $S\pm\sigma_S$，方位角及其中误差 $\alpha\pm\sigma_\alpha$，如何计算横向误差、纵向误差、点位误差？

【相关知识点】横向误差、纵向误差、点位误差的定义（见解答）

【答】

横向误差$\sigma_u=S\left(\dfrac{\sigma_\alpha}{\rho}\right)$，纵向误差$\sigma_t=\sigma_S$。

故点位误差$f=\sqrt{\sigma_u^2+\sigma_t^2}=\sqrt{\sigma_S^2+\left(S\dfrac{\sigma_\alpha}{\rho}\right)^2}$。

6. 在相同观测条件下，对某段距离进行 12 次观测，观测值分别为 50.360m、50.361m、50.363m、50.364m、50.359m、50.358m、50.362m、50.360m、50.357m、50.364m、50.356m、50.360m，计算该段距离最可靠值及其中误差。

【相关知识点】等精度观测的最可靠值及其中误差；用改正数计算等精度观测值的中误差

（1）等精度观测的最可靠值为各观测值的算数平均值。

（2）等精度观测值算数平均值中误差$\sigma_{\bar{x}}=\dfrac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$，其中$\sigma_x$为一次观测值中误

差。

（3）等精度观测值中误差$\sigma_x=\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$。其中$v$为改正数，是观测值最可靠值与观测值（等精度观测中最可靠值即为各观测值的算数平均值）相减所得。

【本题思路】

本题观测条件为等精度观测，其最可靠值即为各观测值的算数平均值；最可靠值的中误差按照本题知识点的（2）中的公式计算，但其中的一次观测值中误差题干中并未给出，需通过改正数计算出（利用本题知识点的（3）中的公式计算）。

【答】

记各观测值为$x_1,x_2,\cdots x_{12}$，各观测值的改正数为$v_1,v_2,\cdots v_{12}$。

（1）本题观测条件为等精度观测，其最可靠值即为各观测值的算数平均值：

$$\bar{x}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}x_i=50.360\,\mathrm{m}\text{。}$$

（2）一次观测值中误差$\sigma_x=\sqrt{\frac{[vv]}{12-1}}=\sqrt{\frac{[vv]}{11}}$。

（3）该段距离最可靠值（即算数平均值）的中误差为：

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{\frac{[vv]}{11}}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{[vv]}{132}}=0.758\,\mathrm{mm}\text{。}$$

7. 分别从三个已知点测量待定点 *P* 的高程，距离分别为 2.5km、1.6km、2.0km，以每公里高差观测为单位权观测，单位权中误差为 3.0mm，计算 *P* 点高程中误差。

【相关知识点】权；不等精度观测的中误差

（1）权

在测量工作中，对于不同观测条件下获取的观测量，用“权”作为表征观测值相对精度指标。观测量的精度好，权大；观测量精度差，权小。权（p）的定义式为$p_i=\frac{C}{\sigma_i^2}$。式中C为任意正数，σ_i为观测量中误差，权等于 1 的中误差称为单位权中误差（σ_0），即$C=\sigma_0^2$，权等于 1 的观测量称为单位权观测量。所以权与中误差关系也可以表达为$p_i=\frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$，该式为实用定权公式。一般认为相同观测条件下每测站高差观测值中误差是相同的，以每测站观测值为单位权观测值。地势平坦地区每公里测站数大致相等，以**每公里观测值为单位权观测值，*S* 公里观测值的权为 1/*S***。

（2）不等精度观测值的最可靠值

在不同观测条件下对某一量进行 n 次观测，观测向量为$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$，

观测向量的权为$\boldsymbol{p}=(p_1,p_2\cdots,p_n)^{\mathrm{T}}$则该量的带权平均值为：

$$\bar{x}=\frac{p_1x_1+p_2x_2+\cdots+p_nx_n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}=\frac{p_1}{[p]}x_1+\frac{p_2}{[p]}x_2+\cdots+\frac{p_n}{[p]}x_n。$$

取其带权平均值（也称加权平均值）作为该量的最可靠值。

（3）不等精度观测值的中误差

设中误差为$\boldsymbol{\sigma}=(\sigma_{x_1},\sigma_{x_2}\cdots,\sigma_{x_n})^{\mathrm{T}}$，带权平均值为观测量的线性函数，根据线性函数误差传播律$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\left(\frac{p_1}{[p]}\right)^2\sigma_{x_1}^2+\left(\frac{p_2}{[p]}\right)^2\sigma_{x_2}^2+\cdots\left(\frac{p_n}{[p]}\right)^2\sigma_{x_n}^2}$。且由

$\sigma_{x_i}^2=\frac{\sigma_0^2}{p_i}$，整理得不等精度观测值的中误差为$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{[p]}}$。

【答】

记 2.5km、1.6km、2.0km 分别为 S_1、S_2、S_3，对应高程观测值分别为 h_1、h_2、h_3。

h_1、h_2、h_3 为直接观测值和函数，根据误差传播律且以每公里高差观测为单位权观测，对应的权分别为$P_1=\frac{1}{S_1}=\frac{1}{2.5}=0.400$、

$P_2=\frac{1}{S_2}=\frac{1}{1.6}=0.625$，$P_3=\frac{1}{S_3}=\frac{1}{2.0}=0.500$（取 S_1、S_2、S_3 的无单位数值进行计算）。

故 P 点高程中误差 $\sigma_{H_P}=\frac{\sigma_0}{\sqrt{P_1+P_2+P_3}}=\frac{3.0}{\sqrt{0.400+0.625+0.500}}\mathrm{mm}$

$$=2.4\mathrm{mm}$$

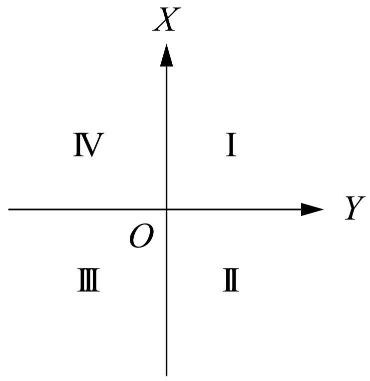
第 6 章 小区域控制测量

1. 已知点 *A*（100， 100），*B*（200， 200），*C*（200，-200），*D*（-200， 200），*E*（ -200，-200），计算象限角 R_{AB}、R_{AC}、R_{AD}、R_{AE} 和方位角 α_{AB}、α_{AC}、α_{AD}、α_{AE}。

【相关知识点】象限角和方位角

（1）某直线与坐标纵轴（北端或南端）之间小于 90°的水平角为该直线的象限角，取值范围 0°-90°，I、III象限取正值，II、IV象限取负值。若 *A*、*B* 两点坐标分别为（X_A,Y_A）、（X_B,Y_B），则 *A*、*B* 间象限角计算公式为

$$R=\frac{Y_B-Y_A}{X_B-X_A}。$$



（2）从某直线起点的标准北方向顺时针到该直线的水平角为该直线的方位角 α，取值范围为0°-360°。

（3）第I象限，$\alpha=R$，第II、III象限 $\alpha=180°+R$，第IV象限 $\alpha=360°+R$。根据坐标增量判断象限角所在象限

$\Delta X_{AB}>0$，$\Delta Y_{AB}>0$，则象限角在第I象限；

$\Delta X_{AB}<0$，$\Delta Y_{AB}>0$，则象限角在第II象限；

$\Delta X_{AB}<0$，$\Delta Y_{AB}<0$，则象限角在第III象限；

$\Delta X_{AB}>0$，$\Delta Y_{AB}<0$，则象限角在第IV象限。

【答】

ΔX_{AB}=200-100=100>0，ΔY_{AB}=200-100=100>0，因此 R_{AB} 在第I象限。

ΔX_{AC}=200-100=100>0，ΔY_{AB}=-200-100=-300<0，因此 R_{AC} 在第IV象限。

ΔX_{AD}=-200-100=-300<0，ΔY_{AD}=200-100=100>0，因此 R_{AD} 在第II象限。

ΔX_{AE}=-200-100=-300<0，ΔY_{AE}=-200-100=-300<0，因此 R_{AE} 在第III象限。

又因为象限角取值范围0°-90°（I、III象限取正值，II、IV象限取负值），方位角取值范围为0°-360°，则对各象限角和方位角计算如下。

$$R_{AB}=\arctan\frac{\Delta Y_{AB}}{\Delta X_{AB}}=\arctan\frac{100}{100}=45°\text{，}\ \alpha_{AB}=R_{AB}=45°\text{。}$$

$$R_{AC}=\arctan\frac{\Delta Y_{AC}}{\Delta X_{AC}}=\arctan\frac{-300}{100}=-71°33'54''$$

$$\alpha_{AC}=360°+R_{AC}=288°26'06''\text{。}$$

$$R_{AD}=\arctan\frac{\Delta Y_{AD}}{\Delta X_{AD}}=\arctan\frac{100}{-300}=-18°26'06''\text{，}$$

$$\alpha_{AD}=180°+R_{AC}=162°33'54''\text{。}$$

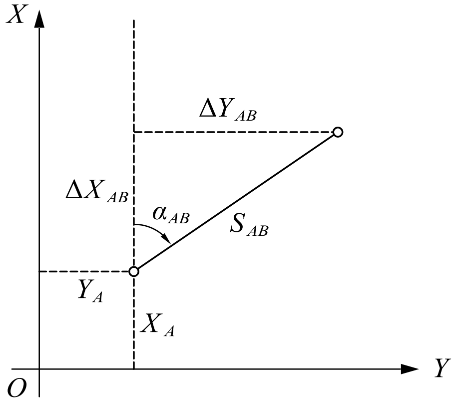
$$R_{AE}=\arctan\frac{\Delta Y_{AE}}{\Delta X_{AE}}=\arctan\frac{-300}{-300}=45°\text{，}\ \alpha_{AB}=180°+R_{AB}=225°\text{。}$$

2. 已知点 M（200.063m，-100.231m），方位角 α_{MN}=45°，距离 S_{MN}=105.986m，计算 N 点坐标。

【相关知识点】坐标正算

如图所示，已知 A 点坐标（X_A,Y_A）、坐标方位角 α_{AB} 及水平距离 S_{AB}，计算 B 点坐标（X_B,Y_B）。此为坐标正算。坐标正算先计算坐标增量

$\begin{cases}\Delta X_{AB}=S_{AB}\cos\alpha \\ \Delta Y_{AB}=S_{AB}\sin\alpha\end{cases}$，得 B 点坐标$\begin{cases}X_B=X_A+\Delta X_{AB} \\ Y_B=Y_A+\Delta Y_{AB}\end{cases}$。



【答】

坐标增量$\begin{cases}\Delta X_{MN}=S_{MN}\cos\alpha=105.986\times\cos45°\mathrm{m}=74.943\mathrm{m} \\ \Delta Y_{MN}=S_{MN}\sin\alpha=105.986\times\cos45°\mathrm{m}=74.943\mathrm{m}\end{cases}$。

故 N 点坐标为$\begin{cases}X_N=X_M+\Delta X_{MN}=200.063+74.493\mathrm{m}=274.556\mathrm{m} \\ Y_N=Y_M+\Delta Y_{MN}=-100.231+74.943\mathrm{m}=-25.288\mathrm{m}\end{cases}$，即

N 点坐标为（274.556m，-25.288m）。

3. 支导线计算

点号	观测角度	方位角	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
	° ′ ″	° ′ ″					
A'	（左角）						
		89 34 52					
A (1)	102 25 34					231.260	-258.364
			68.321				
2	100 23 12						
			50.692				
3	98 27 58						
			58.364				
4							

【计算步骤】

支导线的计算表格从左到右进行。记 i-1、i、i+1 为连续三个导线点，i 点水平角观测值为 β_i。依次按如下步骤计算。

（1）方位角计算

相邻前后两个方位角：点 i-1 到 i 的方位角 $\alpha_{(i-1)i}$ 和点 i 到点 i+1 的方位角关系 $\alpha_{i(i+1)}$为$\alpha_{i(i+1)}=\alpha_{(i-1)i}+180°\pm\beta$，观测值为左角，取“+”；若为右角

则取“-”。从已知的一个方向角开始依次推算各边方位角即可。本题为左角，故取正。

以 $\alpha_{1(2)}$为例，起始 A'到 A 的方位角 89°34′52″，A 点观测角度为 102°25′34″，由$\alpha_{i(i+1)}=\alpha_{(i-1)i}+180°\pm\beta$，代入计算有：

$\alpha_{1(2)}=89°34'52''+180°+102°25'34''=372°00'26''$，超过 360°，直接减去 360°即可，故应填入的是 12°00′26″。在表中即为单横线方位角加上 180°再加上双横线观测角度，填在单横线角度对应列的的下一行（表中加粗加粗下划线处）。同理，计算出各方位角。如上表。

点号	观测角度			方位角			观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
	°	′	″	°	′	″					
A'	（左角）										
				89	34	52					
A (1)	102	25	34							231.260	-258.364
				12	**00**	**26**	68.321				
2	100	23	12								
				292	**23**	**38**	50.692				
3	98	27	58								
				210	**51**	**36**	58.364				
4											

（2）坐标增量计算

根据坐标正算公式，从已知点 A 开始依次计算各边坐标增量公式为：

$$\begin{cases}\Delta X_{i(i+1)}=S_{i(i+1)}\cos\alpha_{i(i+1)}\\ \Delta Y_{i(i+1)}=S_{i(i+1)}\sin\alpha_{i(i+1)}\end{cases}$$。

点号	观测角度			方位角			观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
	°	′	″	°	′	″					
A'	（左角）										
				89	34	52					
A (1)	102	25	34							231.260	-258.364
				12	***00***	***26***	68.321	**66.826**	**14.213**		
2	100	23	12								
				292	***23***	***38***	50.692	**19.312**	**-46.869**		
3	98	27	58								
				210	***51***	***36***	58.364	**-50.101**	**-29.937**		
4											

在下表中，ΔX和ΔY分别为粗实线观测边长乘上粗斜体方位角的余弦值和正弦值，填在对应粗实线观测边长的同一行的 ΔX 和 ΔY 位置（表中加粗位置）。结果如下表。

（3）坐标计算

从已知点 A 开始依次计算导线点坐标，公式为$\begin{cases} X_{i+1}=X_i+\Delta X_{i(i+1)} \\ Y_{i+1}=Y_i+\Delta Y_{i(i+1)} \end{cases}$。

以计算第 2 点坐标为例。在下表中，分别将 X、Y 与对应的 ΔX 和 ΔY 相加，分别填至①和②处。坐标、边长写足三位小数。

点号	观测角度 °	′	″	方位角 °	′	″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
A'	（左角）										
				89	34	52					
A (1)	102	25	34							$\boxed{231.260}$	$\boxed{-258.364}$
				12	***00***	***26***	68.321	**66.826**	**14.213**		
2	100	23	12							①	②
				292	***23***	***38***	50.692	**19.312**	**-46.869**		
3	98	27	58								
				210	***51***	***36***	58.364	**-50.101**	**-29.937**		
4											

（4）结果整理。对上述计算步骤整理，结果如下表。加粗为填写内容。

点号	观测角度 °	′	″	方位角 °	′	″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
A'	（左角）										
				89	34	52					
A (1)	102	25	34							231.260	-258.364
				12	**00**	**26**	**68.321**	**66.826**	**14.213**		
2	100	23	12							**298.086**	**-244.151**
				292	**23**	**38**	**50.692**	**19.312**	**-46.869**		
3	98	27	58							**317.398**	**-291.020**
				210	**51**	**36**	**58.364**	**-50.101**	**-29.937**		
4										**267.297**	**-320.957**

4. 附合导线计算

点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174 25 24					
P_1	91 37 33					4497630.474	566357.303
			49.505				
P_2	146 23 19						
			62.636				
P_3	241 26 13						
			54.937				
P_4	145 29 49						
			45.458				
P_5	126 56 41						

			37.028				
P_6	137　04　05						
			35.618				
P_7	79　54　03					4497725.515	566557.489
		243　17　30					
N							

$f_\beta =$　　　　$|f_\beta| = f_{\beta 允} = 40''\sqrt{n} =$

$f_X =$　　m　$f_Y =$　　m　$f =$　　m　$\frac{1}{T} =$　　$\leqslant \frac{1}{4000}$

【计算步骤】

（1）方位角闭合差计算

计算附合导线先计算方位角闭合差f_β。f_β是计算测量得到的最后一个方位角减去已知的此角。公式为$f_\beta = \alpha_0 + n \cdot 180° \pm \sum_{i=1}^{n} \beta_i - \alpha_n - m \cdot 360°$。

其中β_i为i点水平角观测值，观测值为左角，；若为右角则取“-”。

点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174　25　24		-10.333	-50.222		
P_1	+3″ 91　37　33					4497630.474	566357.303
			49.505				
P_2	+3″ 146　23　19						
			62.636				
P_3	+3″ 241　26　13						
			54.937				
P_4	+3″ 145　29　49						
			45.458				
P_5	+3″ 126　56　41						
			37.028				
P_6	+4″ 137　04　05						
			35.618				
P_7	+4″ 79　54　03					4497725.515	566557.489
		243　17　30					
N							

$\boldsymbol{f_\beta = -23''}$　　　　$\boldsymbol{|f_\beta| = f_{\beta 允} = 40''\sqrt{n} = 106''}$

$f_X =$　　m　$f_Y =$　　m　$f =$　　m　$\frac{1}{T} =$　　$\leqslant \frac{1}{4000}$

n为观测角度的个数；α_0和α_n分别为第1个和最后一个方位角（即分别为表中上、下两个已知的方位角）。将前面的角度代入计算后，通过m进行

360°的调整。m 为一个根据$\alpha_0 + n \cdot 180° \pm \sum_{i=1}^{n} \beta_i - \alpha_n$计算结果调整的整数，具体做法是根据$\alpha_0 + n \cdot 180° \pm \sum_{i=1}^{n} \beta_i - \alpha_n$计算结果减去 360°的若干整数倍以将此结果调整至一个很小的数（在目前接触范围内的f_β不超过1°）。此表中，观测角为左角，β_i取“+”，$\alpha_0 + n \cdot 180° \pm \sum_{i=1}^{n} \beta_i - \alpha_n$计算结果为 2159°59′37″，应减去 360°×6，得到闭合差f_β=2159°59′37″-360°×6 =-23″。计算f_β后，计算$|f_\beta| = f_{\beta_允} = 40''\sqrt{n} = 40''\sqrt{7} = 106''$（实测需检核）。

（2）闭合差的分配

闭合差的分配结果如上表。闭合差在观测角度的分配改正数$v_\beta = -\dfrac{f_\beta}{n}$。

分配到各观测角度的改正数均为整数秒，若出现未分配出去的秒数即出现余数，则将剩下不能全分到的秒数从按照边长从短到长依次分配 1″。以此题为例，23″=7×3″+2″，故每个观测角度先分配+3″的改正数，然后两个最短边长对应的观测角度分别额外分配 1″即 4″。

（3）方位角的计算

方位角的计算与支导线的方位角计算方式基本一致，变化在于需加上上一步计算出的改正数，即后一个方位角是前一个方位角加上观测角度再加上观测角度的改正数。填表如下。

点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174 25 24		-10.333	-50.222		
P_1	***+3″*** 91 37 33					4497630.474	566357.303
		86 03 00	49.505				
P_2	***+3″*** 146 23 19						
		52 26 22	62.636				
P_3	***+3″*** 241 26 13						
		113 52 38	54.937				
P_4	***+3″*** 145 29 49						
		79 22 30	45.458				
P_5	***+3″*** 126 56 41						
		26 19 14	37.028				
P_6	***+4″*** 137 04 05						
		343 23 23	35.618				
P_7	***+4″*** 79 54 03					4497725.515	566557.489
		243 17 30					
N							

$f_\beta = -23''$　　　　$|f_\beta| = f_{\beta_{允}} = 40''\sqrt{n} = 106''$

$f_X =$　　m　　$f_Y =$　　m　　$f =$　　m　　$\frac{1}{T} =$　　$\leqslant \frac{1}{4000}$

（4）计算坐标增量计算

坐标增量计算的第一步与支导线的坐标增量计算相同，即从已知点开始依次计算各边坐标增量（即$\begin{cases}\Delta X_{i(i+1)} = S_{i(i+1)}\cos\alpha_{i(i+1)} \\ \Delta Y_{i(i+1)} = S_{i(i+1)}\sin\alpha_{i(i+1)}\end{cases}$），填表如下表的 ΔX 和 ΔY 部分各单元格的第二行（加粗字体部分）。

（5）坐标增量闭合差的计算

坐标增量闭合差是测量得到的 X、Y 坐标与理论上 X、Y 坐标的差，公式为：$\begin{cases} f_X = X_1 + \sum\limits_{i=1}^{n-1} \Delta X_{i(i+1)} - X_n \\ f_Y = Y_1 + \sum\limits_{i=1}^{n-1} \Delta Y_{i(i+1)} - Y_n \end{cases}$。注意此处应先对 ΔX 和 ΔY 逐一保留至三位小数，计算的 X、Y 坐标增量闭合差使用的 ΔX 和 ΔY 是保留至三位小数的结果，而非其原来准确值。导线闭合差 $f = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}$。填写至表整体部分的最后一行。

点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174 25 24		-10.333	-50.222		
P_1	+3″ 91 37 33					4497630.474	566357.303
		86 03 00	49.505	**3.410**	**49.387**		
P_2	+3″ 146 23 19						
		52 26 22	62.636	**38.183**	**49.652**		
P_3	+3″ 241 26 13						
		113 52 38	54.937	**-22.237**	**50.235**		
P_4	+3″ 145 29 49						
		79 22 30	45.458	**8.382**	**44.679**		
P_5	+3″ 126 56 41						
		26 19 14	37.028	**33.189**	**16.418**		
P_6	+4″ 137 04 05						
		343 23 23	35.618	**34.132**	**-10.182**		
P_7	+4″ 79 54 03					4497725.515	566557.489
		243 17 30					
N							

$f_\beta = -23''$　　　　$|f_\beta| = f_{\beta_{允}} = 40''\sqrt{n} = 106''$

$f_X = 0.018$ m　　$f_Y = 0.003$ m　　$f = 0.003$ m　　$\frac{1}{T} = \frac{1}{15843} \leqslant \frac{1}{4000}$

取 $\frac{1}{T}=\frac{f}{\sum_{i=1}^{n-1}S_i}$ 称为导线全长相对闭合差并以之作为坐标增量闭合差是否超限的指标（此处使用的导线闭合差也是其保留至三位小数的结果 0.018m 且 T 取整数）并整理至表中。

（6）坐标闭合差的调整

导线相对闭合差满足要求后对坐标闭合差进行调整。因方位角闭合差已进行调整，故认为坐标增量闭合差主要受边长测量误差的影响。根据误差理论，坐标增量闭合差调整原则是按距离成比例分配，即

$$\begin{cases} v_{\Delta X_{i(i+1)}}=-\dfrac{f_X}{\sum_{i=1}^{n-1}S_{i(i+1)}}S_{i(i+1)} \\ v_{\Delta Y_{i(i+1)}}=-\dfrac{f_Y}{\sum_{i=1}^{n-1}S_{i(i+1)}}S_{i(i+1)} \end{cases}。$$

将算出的改正数分别填写至被改正的 ΔX 和 ΔY 上方，如表。注意此处坐标的改正数均保留至毫米（0.001）位。

点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174 25 24		-10.333	-50.222		
P_1	***+3″*** 91 37 33					4497630.474	566357.303
		86 03 00	49.505	**-0.003** ***3.410***	**-0.001** ***49.387***		
P_2	***+3″*** 146 23 19						
		52 26 22	62.636	**-0.004** ***38.183***	**-0.001** ***49.652***		
P_3	***+3″*** 241 26 13						
		113 52 38	54.937	**-0.004** ***-22.237***	**-0.001** ***50.235***		
P_4	***+3″*** 145 29 49						
		79 22 30	45.458	**-0.003** ***8.382***	**0.000** ***44.679***		
P_5	***+3″*** 126 56 41						
		26 19 14	37.028	**-0.002** ***33.189***	**0.000** ***16.418***		
P_6	***+4″*** 137 04 05						
		343 23 23	35.618	**-0.002** ***34.132***	**0.000** ***-10.182***		
P_7	***+4″*** 79 54 03					4497725.515	566557.489
		243 17 30					
N							

$f_\beta=-23''$ $\qquad |f_\beta|=f_{\beta_{允}}=40''\sqrt{n}=106''$

$f_X=0.018\ \text{m}$ $\qquad f_Y=0.003\ \text{m}$ $\qquad f=0.003\ \text{m}$ $\qquad \frac{1}{T}=\frac{1}{15843}\leqslant\frac{1}{4000}$

（7）导线点坐标计算

类似支导线的坐标计算，此处也只是额外加上对应的改正数。最后附合到已知点坐标增量闭合差应该为零。即后一个导线点坐标是前一个导线点坐标加上对应的 ΔX 和 ΔY 以及二者对应的改正数。

最终结果整理如下表。

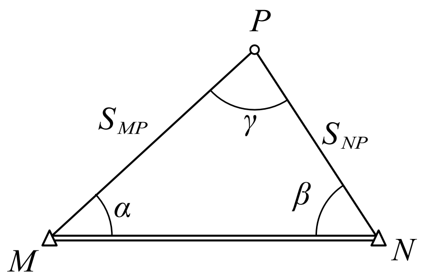
点号	观测角度 ° ′ ″	**方位角** ° ′ ″	观测边长/m	ΔX/m	ΔY/m	X/m	Y/m
M	（左角）						
		174 25 24		-10.333	-50.222		
P_1	+3″ 91 37 33					4497630.474	566357.303
		86 03 00	49.505	**-0.003** **3.410**	**-0.001** **49.387**		
P_2	+3″ 146 23 19					4497633.881	566406.689
		52 26 22	62.636	**-0.004** **38.183**	**-0.001** **49.652**		
P_3	+3″ 241 26 13					4497672.060	566456.340
		113 52 38	54.937	**-0.004** **-22.237**	**-0.001** **50.235**		
P_4	+3″ 145 29 49					4497649.819	566506.574
		79 22 30	45.458	**-0.003** **8.382**	**0.000** **44.679**		
P_5	+3″ 126 56 41					4497658.198	566551.253
		26 19 14	37.028	**-0.002** **33.189**	**0.000** **16.418**		
P_6	+4″ 137 04 05					4497691.385	566567.671
		343 23 23	35.618	**-0.002** **34.132**	**0.000** **-10.182**		
P_7	+4″ 79 54 03					4497725.515	566557.489
		243 17 30					
N							

$f_\beta = -23''$　　　$|f_\beta| = f_{\beta允} = 40''\sqrt{n} = 106''$

$f_X = 0.018\ \text{m}$　　$f_Y = 0.003\ \text{m}$　　$f = 0.003\ \text{m}$　　$\frac{1}{T} = \frac{1}{15843} \leqslant \frac{1}{4000}$

5. 交会计算

如图所示，已知点 M（312.567m，725.951m），N（300.112m，1002.369 m）。P 为待定点，根据给出的观测数据计算 P 点坐标。



（1）若观测值 α=55°45′30″，β=63°20′10″，角度交会法计算 P 点坐标。

（2）若 S_{MP}=203.145m，S_{NP}=189.532m，边长交会法计算 P 点坐标。

（3）在问题（2）边长交会基础上，观测角 γ=89°31′30″（注，习题集此处为 60°53′53″，但习题集角度计算后三角形误差过大，故此处选择教材上的角度），边角交会法计算 P 点坐标。

【相关知识点】角度交会法、边长交会法、边角交会法（方法见解答）

【答】

（1）角度交会法。题中外业观测量为两角度。内业计算如下。

$$\Delta X_{NM}=X_N-X_M=300.112-312.567\text{m}=-12.455\text{m}$$

$$\Delta Y_{NM}=Y_N-Y_M=1002.369-725.951\text{m}=276.418\text{m}$$

MN 边象限角 $R_{NM}=\arctan\dfrac{\Delta Y_{NM}}{\Delta X_{NM}}=\arctan\dfrac{276.418}{-12.455}==-87°25'12''$

因为 $\Delta X_{NM}=-12.455\text{m}<0$，$\Delta Y_{NM}=276.418\text{m}>0$，

故 R_{NM} 在第II象限。

因此 MN 边方位角 $\alpha_{NM}=180°+R_{NM}=92°34'48''$ 。

MP 边方位角 $\alpha_{MP}=\alpha_{NM}-\alpha=36°49'18''$ 。

MN 边长 $$\begin{aligned}S_{MN}&=\sqrt{\Delta X_{NM}^2+\Delta Y_{NM}^2}=\sqrt{(-12.455)^2+276.418^2}\text{m}\\&=276.698\text{m}\end{aligned}$$

MP 边长 $$\begin{aligned}S_{MP}&=\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}S_{MN}\\&=\frac{\sin(63°20'10'')}{\sin(55°45'30''+63°20'10'')}\times276.698\text{m}=282.979\text{m}\end{aligned}$$

因此 P 点坐标

$$\begin{aligned}X_P&=X_M+S_{MP}\cdot\cos\alpha_{MP}=312.567+282.979\times\cos36°49'18''\text{m}\\&=539.093\text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y_P&=Y_M+S_{MP}\cdot\sin\alpha_{MP}=312.567+282.979\times\sin36°49'18''\text{m}\\&=482.164\text{m}\end{aligned}$$

即（539.093m，482.164m）。

另外，也可用余切公式法计算。余切公式为：

$$\begin{cases}X_P=\dfrac{X_M\cot\gamma+X_N\cot\beta-Y_M+Y_N}{\cot\beta+\cot\gamma}\\[2ex]Y_P=\dfrac{Y_M\cot\gamma+Y_N\cot\beta-X_M+X_N}{\cot\beta+\cot\gamma}\end{cases}$$

（2）边长交会法。题中外业观测量为两边长。内业计算如下。

$$\Delta X_{NM}=X_N-X_M=300.112-312.567\text{m}=-12.455\text{m}$$

$$\Delta Y_{NM}=Y_N-Y_M=1002.369-725.951\text{m}=276.418\text{m}$$

MN边象限角$R_{NM}=\arctan\dfrac{\Delta Y_{NM}}{\Delta X_{NM}}=\arctan\dfrac{276.418}{-12.455}==-87°25'12''$

因为$\Delta X_{NM}=-12.455\text{m}<0$，$\Delta Y_{NM}=276.418\text{m}>0$，

故R_{NM}在第II象限。

因此MN边方位角$\alpha_{NM}=180°+R_{NM}=92°34'48''$。

MN边长

$$S_{MN}=\sqrt{\Delta X_{NM}^2+\Delta Y_{NM}^2}=\sqrt{(-12.455)^2+276.418^2}\text{m}$$
$$=276.698\text{m}$$

$$\alpha=\arccos\frac{S_{MN}^2+S_{MP}^2-S_{NP}^2}{2S_{MN}S_{MP}}$$
$$=\arccos\frac{276.698^2+203.145^2-189.532^2}{2\times276.698\times203.145}=43°13'56''$$

MP边方位角$\alpha_{MP}=\alpha_{NM}-\alpha=49°20'52''$。

因此P点坐标

$$X_P=X_M+S_{MP}\cdot\cos\alpha_{MP}=312.567+282.979\times\cos49°20'52''\text{m}$$
$$=496.918\text{m}$$

$$Y_P=Y_M+S_{MP}\cdot\sin\alpha_{MP}=312.567+282.979\times\sin49°20'52''\text{m}$$
$$=527.257\text{m}$$

即（496.918m，527.257m）。

另外，也可用坐标转换法计算。坐标转换法是：

$$\begin{cases}X_P=X_M+m\cdot\cos\alpha_{AB}+n\cdot\sin\alpha_{AB}\\Y_P=Y_M+m\cdot\sin\alpha_{AB}-n\cdot\cos\alpha_{AB}\end{cases}$$

其中$\begin{cases}m=\dfrac{S_{MN}^2+S_{MP}^2-S_{NP}^2}{2S_{MN}}\\n=\sqrt{S_{MP}^2-m^2}\end{cases}$。

（3）边角交会法。外业观测两边长基础上，额外观测γ角。内业计算如下。（此处接续（2）边长交会法MN边长计算结果）

未调整的α（记为α'）、β（记为β'）分别为

$$\alpha'=\arccos\frac{S_{MN}^2+S_{MP}^2-S_{NP}^2}{2S_{MN}S_{MP}}$$
$$=\arccos\frac{276.698^2+203.145^2-189.532^2}{2\times276.698\times203.145}=43°13'56''$$

$$\beta' = \arccos\frac{S_{MN}^2 + S_{NP}^2 - S_{MP}^2}{2S_{MN}S_{NP}}$$

$$= \arccos\frac{276.698^2 + 189.532^2 - 203.145^2}{2\times 276.698\times 189.532} = 47°14'08''$$

闭合差

$$f = \gamma - (180° - \alpha' - \beta')$$

$$= 89°31'30'' - (180° - 43°13'56'' - 47°14'08'') = -26''$$

类似附合导线的方位角闭合差分配，对闭合差进行反号平均分配，对未能整除的闭合差优先短边长分配。对此闭合差，-26″=-8″×3-2″=-8″+(-9″)×2，且 NP 为最短边，因此 α 分配－9″，即$\alpha = 43°13'56'' - 9'' = 43°13'47''$。

则MP边方位角$\alpha_{MP} = \alpha_{NM} - \alpha = 49°21'01''$。

因此P点坐标

$$X_P = X_M + S_{MP}\cdot\cos\alpha_{MP} = 312.567 + 282.979\times\cos 49°21'01''\text{m}$$

$$= 496.909\text{m}$$

$$Y_P = Y_M + S_{MP}\cdot\sin\alpha_{MP} = 312.567 + 282.979\times\sin 49°21'01''\text{m}$$

$$= 527.265\text{m}$$

即（496.909m，527.265m）。

6. 四等水准测量手簿计算

测站	测点	后尺 下丝 / 上丝；后视距；视距差	前尺 下丝 / 上丝；前视距；视距差	方向及尺号	中丝读数 黑面	中丝读数 红面	K+黑-红	高差中数	备注
1	S1-S2	1023	1546	后	869	5658			$K_{后}$=4787 $K_{前}$=4687
		659	1189	前	1412	6100			
				后-前					
2	S2-S3	978	1356	后	771	5460			$K_{后}$=4687 $K_{前}$=4787
		572	937	前	1146	5935			
				后-前					

【计算步骤】

上表需要填写的位置进行编号，按照如下公式进行计算并以第 1 站为例。

三、四等水准测量记录手簿有特定格式，每站观测数据 8 个，后尺黑面上丝读数(1)、后尺黑面下丝读数(2)、后尺黑面中丝读数(3)、前尺黑面上丝读数(4)、前尺黑面下丝读数(5).前尺黑面中丝读数(6)、前尺红面中丝读数(7)、后尺红面中丝读数(8)。所有观测数据记录四位（缺千位则以 0 补齐），不加小

数点，单位为 mm。表中其余数据为计算与检核数据，前后视距、视距差、视距累积差、黑红面高差、高差中数计算值以 m 为单位记入表中，高差测量检核计算值以 mm 为单位记入表中。

（1）视距测量

① 后视距(9)＝[(1)－(2)]×100＝(1023-659)mm×100=36.4m。

② 前视距(10)＝[(4)－(5)]×100＝(1189-1546)mm×100=35.7m。注意这里视距减法的顺序应是(1)-(2)还是(2)-(1)实际上是后尺或者前尺的下丝读数减去上丝读数（根据水准尺特点，下丝读数较上丝读数大）。另外，这里的视距结果在不考虑单位时等于（后尺或前尺）（下丝读数-上丝读数）/10。

③ 视距差(11)=(9)-(10)=0.7m。

④ 累积差(12)＝前站(12)+本站(11)＝0.7m。此处为第 1 站，累积差即为本站视距差。后面站按此公式计算即可。

<table>
<tr><td rowspan="4">测站</td><td rowspan="4">测点</td><td rowspan="2">后尺</td><td>下丝</td><td rowspan="2">前尺</td><td>下丝</td><td rowspan="4">方向及尺号</td><td colspan="2" rowspan="2">中丝读数</td><td rowspan="4">K+黑-红</td><td rowspan="4">高差中数</td><td rowspan="4">备注</td></tr>
<tr><td>上丝</td><td>上丝</td></tr>
<tr><td colspan="2">后视距</td><td colspan="2">前视距</td><td rowspan="2">黑面</td><td rowspan="2">红面</td></tr>
<tr><td colspan="2">视距差</td><td colspan="2">视距差</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">S1-S2</td><td colspan="2">1023</td><td colspan="2">1546</td><td>后</td><td>869</td><td>5658</td><td>-2</td><td rowspan="4">-0.542</td><td rowspan="4">$K_{后}$=4787
$K_{前}$=4687</td></tr>
<tr><td colspan="2">659</td><td colspan="2">1189</td><td>前</td><td>1412</td><td>6100</td><td>-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">36.4</td><td colspan="2">35.7</td><td>后-前</td><td>-0.543</td><td>-0.442</td><td>-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">0.7</td><td colspan="2">0.7</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="4">*</td><td rowspan="4">##
-
##</td><td colspan="2">(1)</td><td colspan="2">(4)</td><td>后</td><td>(3)</td><td>(8)</td><td>(14)</td><td rowspan="4">(18)</td><td rowspan="4">$K_{后}$=4*87
$K_{前}$=4*87</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2)</td><td colspan="2">(5)</td><td>前</td><td>(6)</td><td>(7)</td><td>(13)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(9)</td><td colspan="2">(10)</td><td>后-前</td><td>(15)</td><td>(16)</td><td>(17)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(11)</td><td colspan="2">(12)</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

（2）高差测量

① 前尺中丝黑红面读数差(13)＝(6)+$K_{前}$-(7)＝1412+4687-6100mm=-1mm。

② 后尺中丝黑红面读数差(14)＝(3)+$K_{后}$-(8)＝0869+4787-5468mm=-2mm。

③ 黑面高差(15)＝(3)-(6)＝0869-1412mm=-0.543m。

④ 红面高差(16)＝(8)-(7)＝5658-6100mm=-0.442m。

⑤ 黑红面高差之差(17)＝(15)-((16)±0.1)

$K_{后}$=4787，$K_{前}$=4687 时取“-”；$K_{后}$=4687，$K_{前}$=4787 时取“+”。在第 1 测站 $K_{后}$=4787，$K_{前}$=4687，应取“+”，即-0.543-(-0.442-0.1)=-1。

⑥ 高差中数(18)＝[(15)-((16)±0.1)]/2

正负号规则同黑红面高差之差的计算。因此此处高差中数＝[-0.543-(-0.442-0.1)]/2=-0.542m，结果按照四舍六入五凑偶保留至毫米（0.001）位。

<table>
<tr><td rowspan="4">测站</td><td rowspan="4">测点</td><td rowspan="2">后尺</td><td>下丝</td><td rowspan="2">前尺</td><td>下丝</td><td rowspan="4">方向及尺号</td><td colspan="2" rowspan="2">中丝读数</td><td rowspan="4">K+黑-红</td><td rowspan="4">高差中数</td><td rowspan="4">备注</td></tr>
<tr><td>上丝</td><td>上丝</td></tr>
<tr><td colspan="2">后视距</td><td colspan="2">前视距</td><td rowspan="2">黑面</td><td rowspan="2">红面</td></tr>
<tr><td colspan="2">视距差</td><td colspan="2">视距差</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">S1
-
S2</td><td colspan="2">1023</td><td colspan="2">1546</td><td>后</td><td>869</td><td>5658</td><td>-2</td><td rowspan="4">-0.542</td><td rowspan="4">$K_{后}$=4787
$K_{前}$=4687</td></tr>
<tr><td colspan="2">659</td><td colspan="2">1189</td><td>前</td><td>1412</td><td>6100</td><td>-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">36.4</td><td colspan="2">35.7</td><td>后-前</td><td>-0.543</td><td>-0.442</td><td>-1</td></tr>
<tr><td colspan="2">0.7</td><td colspan="2">0.7</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

2	S2 - S3	978	1356	后	771	5460	-2	**-0.375**	$K_{后}$=4687 $K_{前}$=4787
		572	937	前	1146	5935	-2		
		40.6	**41.9**	后-前	**-0.375**	**-0.375**	0		
		-1.3	**-0.6**						

（3）根据（1）和（2）步，整理最终结果如上表。

7. 附合水准路线计算

点号	距离(km)	观测高差(m)	高差改正数(mm)	改正后高差(m)	高程(m)
$BM1$					263.351
	1.0	-1.023			
1					
	2.3	0.689			
2					
	0.9	1.235			
3					
	1.1	-2.510			
$BM2$					261.760
Σ					
$f_h =$ mm					
$\|f_h\| \leqslant f_{h允} = 20\sqrt{\sum S(\text{km})}(\text{mm}) =$ mm					

【计算步骤】

（1）高差闭合差计算

水准测量中观测数据不仅要满足测站限差要求，还要满足路线闭合差限差要求。高差闭合差为水准路线高差观测值之和$\sum h_{测}$与其理论值$\sum h_{理}$之差。

在附合水准路线中从一个已知点到另一个已知点的观测高差之和理论上应该等于两已知点的高差，若不相等即为高差闭合差；闭合水准路线可以看作附合水准路线特殊形式，两已知点重合，理论高差为 0，高差观测值之和为高差闭合差；支水准路线无检核条件，一般要进行往返测量，往返测高差之和理论上符号相反，和为零且绝对值相等，若不为零即为高差闭合差。即

$$f_h = \begin{cases} \sum h_{测} - \sum h_{理} & \text{(附合水准路线)} \\ \sum h_{测} & \text{(闭合水准路线)} \\ \sum h_{往测} + \sum h_{返测} & \text{(支水准路线)} \end{cases}。$$

① 本题中，$\sum S = 5.3\text{m}$，$\sum h_{测} = -1.609\text{mm}$，二者分别是距离和观测高差的和，分别填写在对应列的最后一行。

② 计算高差理论值$\sum h_{理}$。$\sum h_{理}$即已知的观测终点的高程减去已知的观测

起点的高程。

$\sum h_{理} = H_{BM2} - H_{BM1} = 261.760 - 263.351\,\mathrm{m}$=-1.591m。

③ 计算高差闭合差

$$f_h = \sum h_{测} - \sum h_{理} = \sum h_{测} - (H_{BM2} - H_{BM1}) \\ = -1.609 - (261.760 - 263.351)\mathrm{m} = -18\,\mathrm{mm}$$ 。

④ 检核高差闭合差：

$|f_h| \leqslant f_{h_{允}} = 20\sqrt{\sum S(\mathrm{km})}(\mathrm{mm}) = 20\sqrt{5.3}\,\mathrm{mm} = 46\,\mathrm{mm}$ 注意检核式中距离之和单位取 km，得出的结果单位直接即是 mm。

⑤ 整理此步结果如下表。

点号	距离(km)	观测高差(m)	高差改正数(mm)	改正后高差(m)	高程(m)
$BM1$					263.351
	1.0	-1.023			
1					
	2.3	0.689			
2					
	0.9	1.235			
3					
	1.1	-2.510			
$BM2$					261.760
Σ	**5.3**	**-1.609**			

$f_h =$ **-18** mm

$|f_h| \leqslant f_{h_{允}} = 20\sqrt{\sum S(\mathrm{km})}(\mathrm{mm}) =$ **46** mm

（2）闭合差调整

若高差闭合差符合规范限差要求则进行近似平差计算，对高差闭合差进行调整。根据误差理论，高差测量的误差与距离（或测站数）成正比，高差闭合差调整的原则是将高差闭合差按照**距离**（或测站数）成比例分配到高差观测值上，对原观测值进行改正。对于支水准路线，若符合限差要求，取各测段往测与返测高差绝对值的平均值，符号与往测高差相同。

对于闭合水准路线和附合水准路线，计算各高差的高差改正数

$v_{h_i} = -\dfrac{f_h}{\sum S} S_i$（按距离分配）或 $v_{h_i} = -\dfrac{f_h}{\sum n} n_i$（按测站分配）。式中 S 为距离，n 为测站数，一般地势平坦地区高差闭合差按距离分配，地势变化比较大的地区按测站数分配。注意改正数保留至整数毫米。

本题按距离分配。以点号 1-2 的距离为例，该距离改正数为

$v_{h_2} = -\dfrac{f_h}{\sum S} S_i = -\dfrac{-18}{5.3} \times 2.3\,\mathrm{mm} \approx 8\,\mathrm{mm}$，并填在该距离所在行对应高

差改正数所在列。计算该列总和（即高差闭合差数值的相反数）并填写至此列最后一格。整理得下表。

点号	距离(km)	观测高差(m)	高差改正数(mm)	改正后高差(m)	高程(m)
*BM*1					263.351
	1.0	-1.023	**3**		
1					
	2.3	0.689	**8**		
2					
	0.9	1.235	**3**		
3					
	1.1	-2.510	**4**		
*BM*2					261.760
Σ	***5.3***	***-1.609***	**18**		

$f_h = \boldsymbol{-18}$ mm

$|f_h| \leqslant f_{h_{允}} = 20\sqrt{\sum S(\mathrm{km})}(\mathrm{mm}) = \boldsymbol{46}$ mm

（3）改正后高差计算

改正后高差$\hat{h}_i = h_i + v_{h_i}$，并将各改正后高差填在其对应的高差改正数右边的单元格（即其对应的改正后高差所在列）。如下表。

点号	距离(km)	观测高差(m)	高差改正数(mm)	改正后高差(m)	高程(m)
*BM*1					263.351
	1.0	-1.023	***3***	**-1.020**	
1					
	2.3	0.689	***8***	**+0.697**	
2					
	0.9	1.235	***3***	**+1.238**	
3					
	1.1	-2.510	***4***	**-2.506**	
*BM*2					261.760
Σ	***5.3***	***-1.609***	***18***	**-1.591**	

$f_h = \boldsymbol{-18}$ mm

$|f_h| \leqslant f_{h_{允}} = 20\sqrt{\sum S(\mathrm{km})}(\mathrm{mm}) = \boldsymbol{46}$ mm

将各改正后高差加和，填至本列最后一列（总和即理论高差）。

（4）高程计算

从已知点开始，用改正后的高差计算各待定点高程：

$H_i = H_{i-1} + \hat{h}_i$。填写方法与支导线的 X 或 Y 坐标相同（见本章第 3 题）。

最后整理结果，如下表。

点号	距离(km)	观测高差(m)	高差改正数(mm)	改正后高差(m)	高程(m)
BM1					263.351
	1.0	-1.023	**3**	**-1.020**	
1					**262.331**
	2.3	0.689	**8**	**+0.697**	
2					**263.028**
	0.9	1.235	**3**	**+1.238**	
3					**264.266**
	1.1	-2.510	**4**	**-2.506**	
BM2					261.760
Σ	**5.3**	**-1.609**	**18**	**-1.591**	

f_h＝**-18**　mm

$|f_h| \leqslant f_{h_{允}} = 20\sqrt{\sum S(\mathrm{km})}(\mathrm{mm}) =$ **46**　mm

8. 一个节点水准网计算：分别从已知水准点 *M*、*N*、*Q* 测量 *P* 点高程，站数分别为 10、8、11，已知点高程分别为 H_M=168.113m，H_N=170.892m，H_Q=167.245m，各点观测高差分别为 h_{MP}=3.600m，h_{NP}=0.831m，h_{QP}=4.468m，计算 *P* 点高程及中误差。

【相关知识点】用改正数计算不等精度观测值的中误差；节点水准网的计算

（1）用改正数计算不等精度观测值的中误差

记共观测 *n* 次，观测的权为 *p*，每次观测的改正数为 *v*，则：

单位权中误差$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\dfrac{[pvv]}{n-1}}$。

带权平均值中误差$\hat{\sigma}_0 = \dfrac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{[p]}}$。

（2）节点网计算见解答。

【答】

（1）从 *M*、*N*、*Q* 分别计算 *P* 点高程：

$$H_{P_M} = H_M + h_{MP} = 168.113 + 3.600\,\mathrm{m} = 171.713\,\mathrm{m}$$

$$H_{P_N} = H_N + h_{NP} = 170.892 + 0.831\,\mathrm{m} = 171.723\,\mathrm{m}$$

$$H_{P_Q} = H_Q + h_{QP} = 167.245 + 4.468\,\mathrm{m} = 171.713\,\mathrm{m}$$

（2）按测站数分配，*M*、*N*、*Q* 三点高程的权分别为

$$P_M = \frac{1}{10}，\ P_N = \frac{1}{8}，\ P_Q = \frac{1}{11}。$$

（3）*P* 点最高程可靠值

$$H_P=\frac{P_M H_{P_M}+P_N H_{P_N}+P_Q H_{P_Q}}{P_M+P_N+P_Q}$$

$$=\frac{\frac{1}{10}\times 171.713+\frac{1}{8}\times 171.723+\frac{1}{11}\times 171.713}{\frac{1}{10}+\frac{1}{8}+\frac{1}{11}}\text{m}$$

$$=171.717\text{m}$$

（4）M、N、Q 三点高程的改正数分别为

$$v_M=H_P-H_{P_M}=171.717-171.713\text{m}=0.004\text{m}=4\text{mm}$$

$$v_N=H_P-H_{P_N}=171.717-171.723\text{m}=-0.006\text{m}=6\text{mm}$$

$$v_Q=H_P-H_{P_Q}=171.717-171.713\text{m}=0.004\text{m}=4\text{mm}$$

（5）单位权中误差

$$\hat{\sigma}_0=\sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{10}\times 4^2+\frac{1}{8}\times(-6)^2+\frac{1}{11}\times 4^2}{3-1}}=1.9\text{mm}\text{。}$$

带权平均值中误差

$$\hat{\sigma}_0=\frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{[p]}}=\frac{1.9}{\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{8}+\frac{1}{11}}}\text{mm}=3.4\text{mm}\text{。}$$

第 7 章　地形图测绘及应用

1. 我国某地经度 114°06′E，纬度 22°12′N，试求该地在 1:100 万、1:50 万、1:25 万、1:10 万、1:1 万比例尺梯形分幅图的编号。

【相关知识点】梯形分幅编号与计算

（1）1:100 万地形图分幅编号方法

① 从赤道起，向两极以纬差 4°分行，至南纬、北纬 88°，分别分 22 行，行号依次用 A，B，C，D，…，V 表示；从经度 180°起，自西向东以经差 6°分列，共 60 列，列号依次用 1，2，3，4，…，60 表示。

② 1:100 万地形图编号是行号在前，列号在后，如 J52。为区别南北半球，编号前加 N 或 S，我国领土全部位于北半球，省略 N。由于图幅的面积随纬度增高而减小，规定在纬度 60°至 76°之间同一行双幅合并，每幅图跨经差 12°、纬差 4°，在纬度 76°至 88°之间同一行四幅合并，每幅图跨经差 24°、纬差 4°，在编号中，行号不变，列号合并，如 NP47，48、NP49，50，51，52，我国位于北纬 60°以下，没有合幅图。以两极为中心，以纬度 88°为界的圆形区域用 Z 表示。

③ 我国领土 1:100 万地形图行号从 A 至 N，列号从 43 至 53。

（2）1:50 万-1:5000 地形图分幅和编号

1:50 万-1:5000 基于 1:100 万地形图图幅进行。后续比例尺经差、纬差、行数、列数、比例尺代码如表。

1:50 万-1:5000 地形图的行、列号用阿拉伯数字表示，行号 3 位，从北至南增大，列号 3 位，从西至东增大。编号 K51 的 1:100 万地形图，分成 4

幅 1:50 万地形图，图幅号分别为 K51B001001、K51B001002、K51B002001、K51B002002。K51 的 1:100 万地形图同理分成 144 幅 1：10 万地形图。

比例尺	1:50万	1:25万	1:10万	1:5万	1:2.5万	1:1万	1:5000
经差 纬差	3° 2°	1°30′ 1°	30′ 20′	15′ 10′	7′30″ 5′	3′45″ 2′30″	1′52.5″ 1′15″
行数 列数	2 2	4 4	12 12	24 24	48 48	96 96	192 192
代码	B	C	D	E	F	G	H

（3）图幅编号计算

设某地经纬度分别为（L，B），[ ]为取整运算，{ }为取余运算，ΔL、ΔB 分别为图幅经差、纬差。其所在 1:100 万比例尺行列号分别为 m、n，其所在 1:50-1:5000 万比例尺行列号分别为 p、q。

则有$\begin{cases} m=\left[\dfrac{B}{4°}\right]+1 \\ n=\left[\dfrac{L}{6°}\right]+31 \end{cases}$，$\begin{cases} p=\dfrac{4°}{\Delta B}-\left[\dfrac{\{B\div 4°\}}{\Delta B}\right] \\ q=\left[\dfrac{\{L\div 6°\}}{\Delta L}\right]+1 \end{cases}$。

【答】

（1）1:100 万图幅。记行号列号分别为 m、n。代入计算得

$$\begin{cases} m=\left[\dfrac{22°12'}{4°}\right]+1=6 \\ n=\left[\dfrac{114°06'}{6°}\right]+31=50 \end{cases}$$

第 6 个英文字母是 F。故该地在 1:100 万梯形分幅图的编号为 F50。

（2）1:50 万图幅。记行号列号分别为 p_1、q_1。代入计算得

$$\begin{cases} p_1=\dfrac{4°}{2°}-\left[\dfrac{\{22°12'\div 4°\}}{2°}\right]=1 \\ q_1=\left[\dfrac{\{114°06'\div 6°\}}{3°}\right]+1=1 \end{cases}$$

1:50 万比例尺代码为 B，故该地在 1:50 万梯形分幅图的编号为 F50B001001。

（3）1:25 万图幅。记行号列号分别为 p_2、q_2。代入计算得

$$\begin{cases} p_2=\dfrac{4°}{1°}-\left[\dfrac{\{22°12'\div 4°\}}{1°}\right]=2 \\ q_2=\left[\dfrac{\{114°06'\div 6°\}}{1°30'}\right]+1=1 \end{cases}$$

1:25 万比例尺代码为 C，故该地在 1:50 万梯形分幅图的编号为 F50C002001。

（4）1:10 万图幅。记行号列号分别为 p_3、q_3。代入计算得

$$\begin{cases} p_3 = \dfrac{4°}{20'} - \left[\dfrac{\{22°12' \div 4°\}}{20'}\right] = 6 \\ q_3 = \left[\dfrac{\{114°06' \div 6°\}}{30'}\right] + 1 = 1 \end{cases}$$

1:10 万比例尺代码为 D，故该地在 1:10 万梯形分幅图的编号为 F50D006001。

（5）1:1 万图幅。记行号列号分别为 p_4、q_4。代入计算得

$$\begin{cases} p_4 = \dfrac{4°}{2'30''} - \left[\dfrac{\{22°12' \div 4°\}}{2'30''}\right] = 44 \\ q_3 = \left[\dfrac{\{114°06' \div 6°\}}{3'45''}\right] + 1 = 2 \end{cases}$$

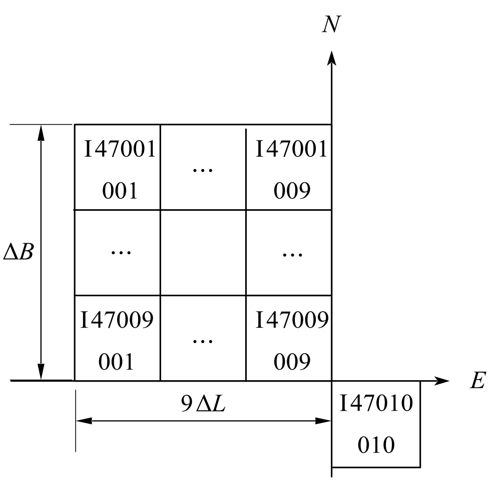
1:1 万比例尺代码为 G，故该地在 1:1 万梯形分幅图的编号为 F50G044002。

2. 已知某 1:10000 比例尺地形图的梯形分幅编号为 I47G010010，试计算其西南图廓的经度和纬度。

【相关知识点】1:1 万梯形分幅编号与计算（见本章第 1 题）

【解题思路】

1:100 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓可看作该分幅的“坐标原点”，即在$\begin{cases} m = \left[\dfrac{B}{4°}\right] + 1 \\ n = \left[\dfrac{L}{6°}\right] + 31 \end{cases}$（符号含义见上题知识点）公式中取整运算与直接运算结果一致。同样的，1:1 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓也可看作该分幅的“坐标原点”，即在$\begin{cases} p = \dfrac{4°}{\Delta B} - \left[\dfrac{\{B \div 4°\}}{\Delta B}\right] \\ q = \left[\dfrac{\{L \div 6°\}}{\Delta L}\right] + 1 \end{cases}$（符号含义见上题知识点）公式中取整运算与直接运算结果一致。



因此，分别计算该地在 1:100 万和 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓经纬度坐标（即上述二公式去掉取整运算符的形式）。其中 1:1 万比例尺的公式计算结果形式保留解出的取余运算结果，且此取余结果来源即是该地所在 1:100 万比例尺地形图梯形分幅西南图廓到该地所在 1:1 万比例尺地形图梯形分幅西南图廓之间整数个 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅的经纬差（如上图）。因此，该地所在 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓即是该地所在 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓的经纬度加上此余数结果。

【答】

设该地所在 1:100 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓的经纬度为（L_0,B_0），且 I 对应为字母表顺序中第 9 个字母即该地所在 1:100 万比例尺地形图的梯形分幅纬度带带号为 9，代入计算得

$$\begin{cases} 9=\dfrac{B_0}{4^\circ}+1 \\ 47=\dfrac{L_0}{6^\circ}+31 \end{cases}\text{，解得}\begin{cases} L_0=96^\circ \\ B_0=32^\circ \end{cases}$$

故该地所在的 1:100 万比例尺的地形图的梯形分幅的经纬度为(96°,32°)。

设该地所在 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅西南图廓的经纬度为（L,B），代入计算得（{}为取余运算）

$$\begin{cases} 10=\dfrac{4^\circ}{2'30''}-\dfrac{\{B\div 4^\circ\}}{2'30''} \\ 10=\dfrac{\{L\div 6^\circ\}}{3'45''}+1 \end{cases}\text{，解得}\begin{cases} \{L\div 6^\circ\}=33'45'' \\ \{B\div 4^\circ\}=3^\circ 35'00'' \end{cases}$$

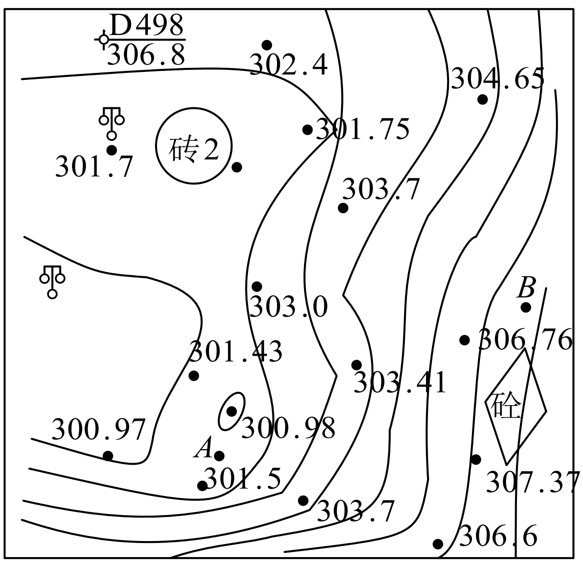
余数的产生原因是故其 1:1 万比例尺地形图的梯形分幅的经度为 96°+33′45″=96°33′45″，纬度为 32°+3°35′00″=35°35′00″。

3. 按要求在地形图上进行量测（地形图已进行抽象处理）

（1）*A* 点和 *B* 点的高程。

（2）*B* 点到导线点 D498 的高差。

（3）写出图中的地物名称。



【答】

（1）由于本题所可选等高线众多，因此此处以 A 点为例介绍方法，不进行具体计算。

地形图等高线上的高程均为整数。且此地形图等高距为 1m。

首先，过 A 点作与相邻两条等高线近似垂直的直线，分别交于 e、f 两点，然后量测 eA（或 Af）、ef 图上距离 d_{eA}（或 d_{Af}）、d_{ef}，根据地形图等高距 h 便可计算 A 点高程：

$$H_A = H_e + h \cdot \frac{d_{eA}}{d_{ef}} \text{或} H_A = H_f - h \cdot \frac{d_{Af}}{d_{ef}} \text{。}$$

这里给出一个参考的 A 点和 B 点的高程结果：A 点的高程约为 301.30m，B 点的高程约为 307.50m。

（2）由图，导线点 D498 高程为 306.8m，故 B 点到导线点 D498 的高差约为 307.50m-306.8m=0.70m。

（3）路灯（左上角数字“301.7”上方）、2 层砖房（图中标注“砖 2”处）、1 层砼房（混凝土建筑，图中标注“砼”处）、导线点（图中“D123”处，高程为 306.8m）。

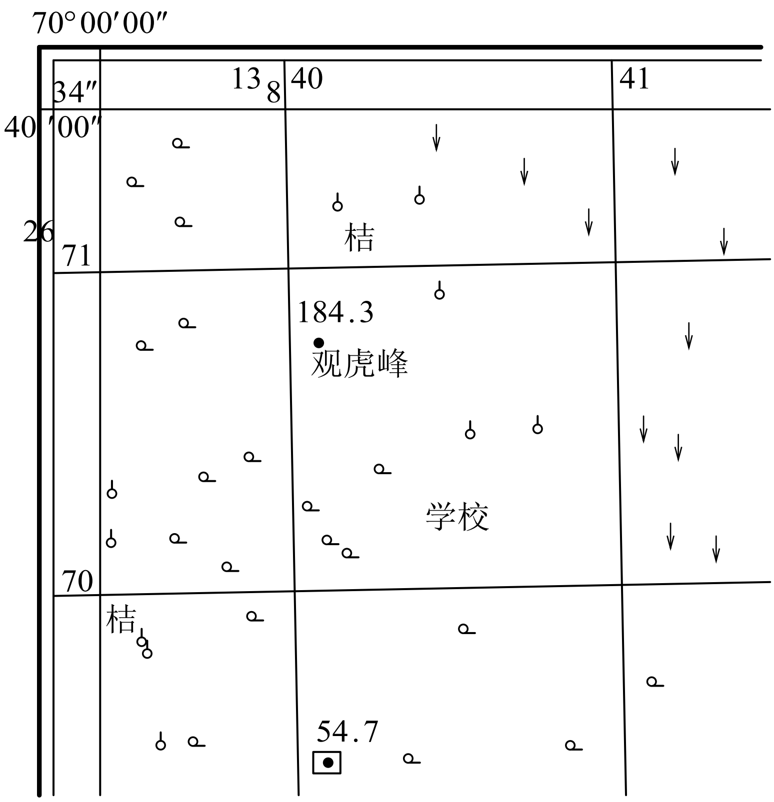
4. 按要求在地形图上进行量测（地形图已进行抽象处理）

（1）观虎峰最高点的高程。

（2）观虎峰最高点的平面坐标。

（3）观虎峰最高点到图根点（高程 54.7 米）方向的坐标方位角和水平距离。

（4）**写出图中 3 种主要植被的名称。**



【答】

量测与目测因人而异，这里坐标、角度、距离的计算也以介绍方法为主。

（1）根据地形图标注，看牛山最高点的高程即为 184.3m。

（2）地形图上点位坐标量测的方法如下。

记观虎峰最高点为 A 点。如图。首先读取 A 点所在坐标格网西南角坐标（X_0,Y_0），然后量测图上距离 d_{mA}、d_{mn}、d_{pA}、d_{pq}，根据坐标格网间距 l，

计算 A 点坐标 $\begin{cases} X_A = X_0 + l \cdot \dfrac{d_{pA}}{d_{pq}} \\ Y_A = Y_0 + l \cdot \dfrac{d_{mA}}{d_{mn}} \end{cases}$。如地形图比例尺为 1:1000 时，坐标格网线间距为 100。

本题中坐标格网间距 l=1km，A 点所在坐标格网西南角坐标为（2669000.0m,13839000.0m），然后量测上述距离代入即可。地形图上点位坐标量测的方法。这里给出一个参考坐标：（2669780.0m,13839100.0m）。

（3）地形图上方位角和距离的量测方法

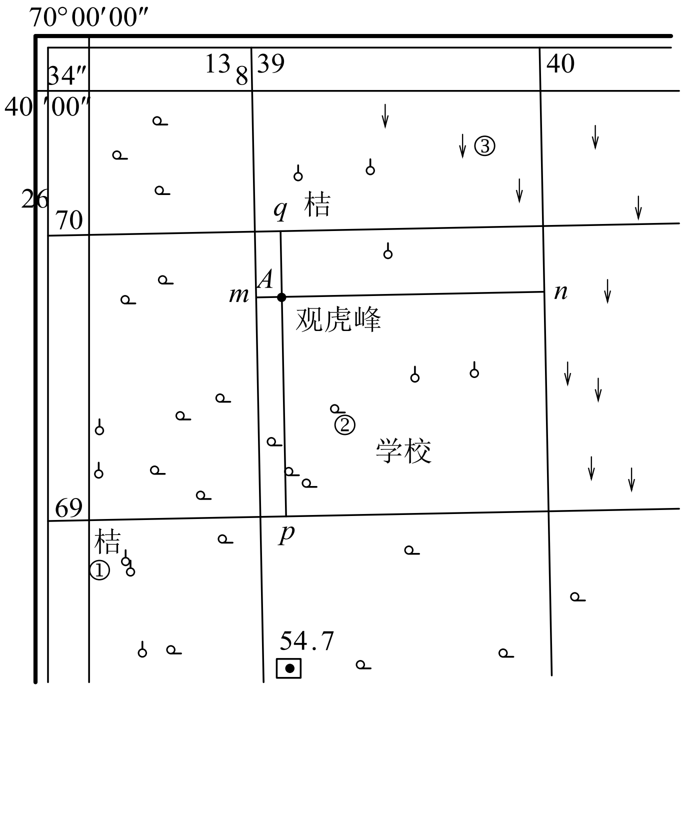
① 地形图上方位角的量测方法有两种，一是直接使用量角器量测，二是量测两点坐标反算方位角（计算方位角具体方法见第 6 章第 1 题相关知识点）。两种方法比较，第二种方法量测精度优于第一种。

本题特殊点在于图根点和观虎峰最高点连线所在直线方向即为正南北方向，因此观虎峰最高点到图根点方向的坐标方位角即为正南方向的方位角 180°。

② 地形图上距离的量测方法也有两种，第一种方法只需量测两点之间图上距离乘上根据比例尺以计算实地距离；第二种方法，量测两点坐标（具体方法见上一问）根据两点间距离公式计算实地距离。两种方法比较，第二种方法量测精度优于第一种，因为第一种方法受图纸变形影响。

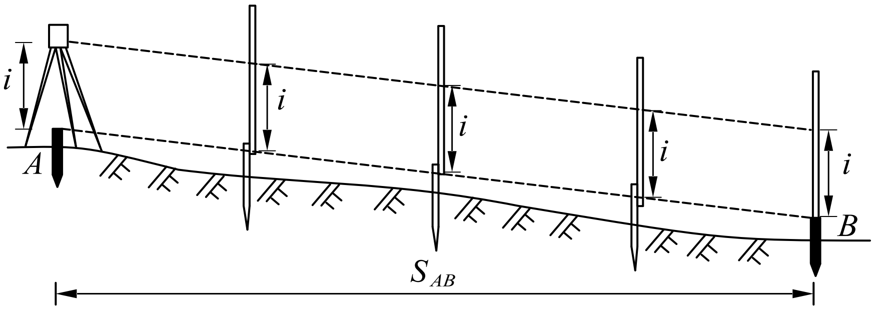
这里给出两点的一个参考距离：1380m。

（4）如图，①标有“桔”字者代表桔树，②代表疏林，③↓代表水稻。



第 8 章　施工测量的基本工作

1. 如图所示，*A*、*B* 为道路施工测量的两个实地位置，若 *A* 点的设计高程为 H_A，*A*、*B* 之间的设计坡度为 i_{AB}，水平距离为 S_{AB}，如何放样 *A*、*B* 之间的设计坡度线？



【相关知识点】坡度线放样的方法（见解答）

【答】

（1）计算 *B* 点的设计高程 $H_B = H_A + h_{AB} = H_A + i_{AB} \cdot S_{AB}$。

（2）放样 *A*、*B* 两点设计高程 H_A 及 H_B。

依据场地附近水准点，按一般高程放样方法，在给定位置 *A*、*B* 处放样出设计高程 H_A 及 H_B 对应的高程位置。

（3）放样 *A*、*B* 两点之间满足坡度 i_{AB} 的一系列点

① 将全站仪安置在 *A* 点，使两个脚螺旋连线与 *AB* 方向垂直，另一脚螺旋位于 *AB* 方向上，量取仪器高 *i*。

② 粗瞄 *B* 点上的水准尺，然后调节位于 *AB* 方向上的脚螺旋和微倾螺旋使视线在 *B* 点水准尺读数为仪器高 *i*，此时视线方向与设计坡度线平行，这时仪器视线方向固定不再调节。

③ 测量员通过仪器视场指挥 *AB* 之间木桩处的水准尺上下移动，使各水准尺的中丝读数皆为仪器高 *i* 时，在尺底对应的木桩侧面画线，则各木桩画线处连线即为设计坡度线。

2. 已知：圆曲线偏角 α=68º42′，半径 *R*=100m，交点里程为 DK2+254.02m，要求：

（1）计算曲线要素及主点里程。

（2）说明曲线主点的放样步骤。

【相关知识点】圆曲线主点要素与里程及其计算和放样步骤

（1）单圆曲线的主点包括直圆点 *ZY*、曲中点 *QZ* 和圆直点 *YZ*。

（2）圆曲线的要素有半径 *R*、偏角 α、切线长 *T*、外矢距 *E*、和切曲差 *q*。根据曲线半径 *R* 和偏角 α 计算圆曲线的切线长 *T*、曲线长 *L*、外矢距 *E* 和切曲差 *q* 的公式为：

$$T = R \cdot \tan\frac{\alpha}{2}，\ L = \frac{\pi}{180^\circ}\alpha \cdot R，\ E = R \cdot \left(\sec\frac{\alpha}{2} - 1\right)，\ q = 2T - L。$$

（3）单圆曲线主点里程的计算公式。

$$ZY_{里程} = JD_{里程} - T，\ QZ_{里程} = ZY_{里程} + \frac{L}{2}，\ YZ_{里程} = QZ_{里程} + \frac{L}{2}。$$

并用$YZ_{里程}=JD_{里程}+T-q$验证计算结果。

（4）单圆曲线主点放样方法

① 在 JD 上安置全站仪，分别以线路的两个切线方向定向，自 JD 起沿两切线方向分别量出切线长 T，即得曲线起点 ZY 和曲线终点 YZ。

② 在 JD 上以 ZY 定向转角 $\dfrac{180^\circ-\alpha}{2}$ 得分角线方向，沿此方向量出外矢距 E 即得曲中点 QZ。

③ 圆曲线主点对整条曲线起控制作用，放样完成后还要对其进行检核。

【答】

（1）计算曲线要素及主点里程

① 计算曲线要素。圆曲线的要素有半径 R、偏角 α、切线长 T、外矢距 E、和切曲差 q。记该段曲线弧长为 L，则

$$T=R\cdot\tan\frac{\alpha}{2}=100\times\tan\frac{68^{o}42'}{2}\mathrm{m}=68.34\mathrm{m}$$

$$L=\frac{\pi}{180^\circ}\alpha\cdot R=\frac{\pi}{180^\circ}\times68^{o}42'\times100\mathrm{m}=119.90\mathrm{m}$$

$$E=R\cdot\left(\sec\frac{\alpha}{2}-1\right)=100\times\left(\sec\frac{68^{o}42'}{2}-1\right)\mathrm{m}=175.29\mathrm{m}$$

$$q=2T-L=2\times68.34-119.90\mathrm{m}=16.78\mathrm{m}$$

② 计算主点里程。单圆曲线的主点包括直圆点（ZY）、曲中点（QZ）、圆直点（YZ）。

$$ZY_{里程}=JD_{里程}-T=\mathrm{DK}2+254.02-68.34\mathrm{m}=\mathrm{DK}2+185.68\mathrm{m}$$

$$QZ_{里程}=ZY_{里程}+\frac{L}{2}=\mathrm{DK}2+185.68+\frac{119.90}{2}\mathrm{m}=\mathrm{DK}2+245.63\mathrm{m}$$

$YZ_{里程}=QZ_{里程}+\dfrac{L}{2}=\mathrm{DK}2+245.63+\dfrac{119.90}{2}\mathrm{m}=\mathrm{DK}2+305.58\mathrm{m}$进行验证，得：

$YZ_{里程}=JD_{里程}+T-q=\mathrm{DK}2+254.02+68.34-16.78\mathrm{m}=305.58\mathrm{m}$二者结果一致。

（2）曲线主点的放样步骤如下。

① 在 JD 上安置全站仪，分别以线路的两个切线方向定向，自 JD 起沿两切线方向分别量出切线长 T=68.34m，即得曲线起点 ZY 和曲线终点 YZ。

② 在 JD 上，以 ZY 为定向，转角 $\dfrac{180^\circ-\alpha}{2}=\dfrac{180^\circ-68^\circ42'}{2}==55^\circ39'$得分

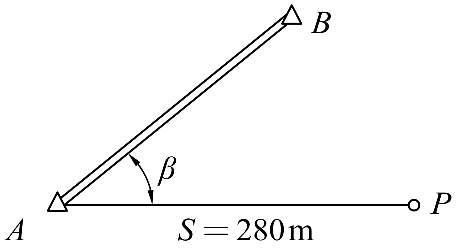
角线方向，沿此方向量出外矢距 E 即得曲中点 QZ。

③ 圆曲线主点对整条曲线起控制作用，放样完成后还要对其进行检核。

3. 如图，根据已知点 *A*、*B* 采用极坐标法放样 *P* 点，仅考虑测角、量距误差时，要求：

（1）写出 *P* 点的点位中误差公式。

（2）设 m_S=5mm，若要求 m_P≤10mm，则测角中误 m_β 应为多少？



【相关知识点】极坐标法放样的点位中误差

如果只考虑放样角度的误差 m_β 和放样距离的误差 m_S 对于 P 的点位影响，则极坐标法放样 P 点的点位中误差 m_P 可估算为：$m_P=\sqrt{\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2\cdot S^2+m_S^2}$。

【答】

（1）$m_P=\sqrt{\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2\cdot S^2+m_S^2}$。

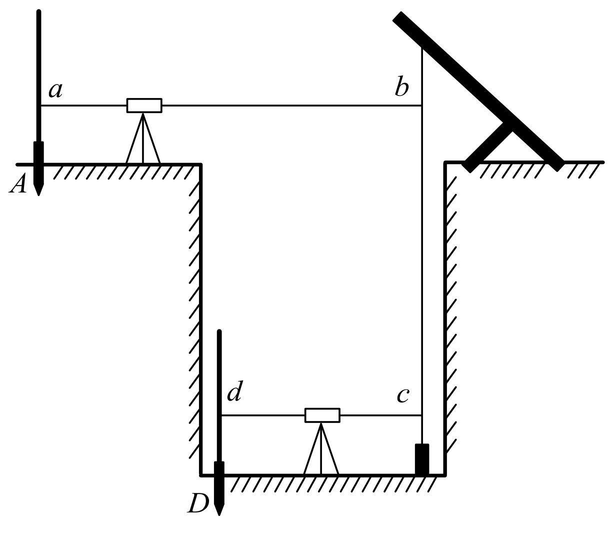
（2）由（1），有 $m_P=\sqrt{\left(\frac{m_\beta}{206265}\right)^2\cdot 280^2+5^2}\leqslant 10\text{mm}$

解得 $m_P\leqslant 6.4\text{mm}$。

4. 如图所示，欲在大木桩 *D* 上放样出高程 156.000m，已知点 *A* 高程为 H_A=171.000m，标尺及悬挂钢尺读数分别为 *a*=1.500m、*b*=1.200m、*c*=16.430m。要求：

（1）计算 *D* 点上的标尺读数。

（2）说明如何标出 156.000m 的高程位置。



【相关知识点】悬尺法高程放样（见解答）

（1）设 D 点上的标尺读数为 d，依据基坑内设站的视线高程 H_i，得 $H_i = H_D + d = H_A + a - (c - b)$。则

$$d = H_A + a - (c - b) - H_D$$
$$= 171.00 + 1.50 - (16.43 - 1.20)\text{m}$$
$$= 1.27\text{m}$$

（2）在 D 处上下移动水准尺，当水准尺读数为 1.27m 时，尺底高程即为 156.000m 位置，标示在 D 处木桩上。

5. 已知 A、B、C 为地面控制点，之间可通视，P 为待放样点，坐标见表，要求：

（1）根据 A、B、C 画出略图。如用极坐标法放样，选哪两个控制点？

（2）计算极坐标法放样数据。

（3）结合放样数据写出放样步骤。

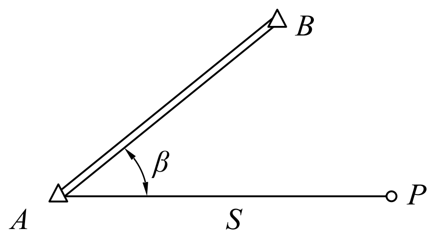
表 8-5　控制点及放样点的坐标

点号	X（m）	Y（m）
A	50.433	90.465
B	130.915	60.625
C	90.564	40.258
P	80.00	100.00

【相关知识点】极坐标法放样

（1）极坐标法点位放样的原理

极坐标法放样是通过一个水平角和一个距离来放样点位的，也就是说，角度和距离的放样是极坐标法放样的基本操作。



如图所示，设 A、B 为已知的控制点，P 为待放样点。根据 A、B 已知的坐标(x_A,y_A)、(x_B,y_B)和 P 的设计坐标(x_P,y_P)，计算极坐标法点位放样的放样数据 β 和 S。

① 计算 A、P 和 A、B 的象限角 R_{AP}、R_{AB}。

$$R_{AP} = \arctan\frac{y_P - y_A}{x_P - x_A}；\ R_{AB} = \arctan\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}。$$

② 根据 R_{AP}、R_{AB} 所在象限将 R_{AP}、R_{AB} 换算为方位角 α_{AP}、α_{AB}。

③ 放样角度 $\beta=\alpha_{AP}-\alpha_{AB}$。

④ 放样距离

$$S = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = \frac{\Delta x_{AP}}{\cos\alpha_{AP}} = \frac{\Delta y_{AP}}{\sin\alpha_{AP}}$$

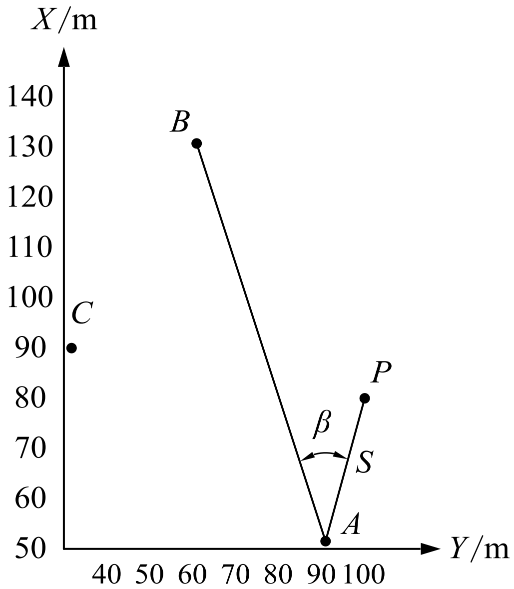
（2）极坐标法点位放样的步骤

极坐标法放样 P 点时，将全站仪安置在 A 点，以 B 点定向，放样角度 β

得一方向线，在此方向线上放样距离 S 就可以得到设计点 P，用标桩固定。实际作业时，为提高 P 点的放样精度还可以采用一测回或多测回放样。

【答】

（1）略图如下。本题选择控制点无特殊要求，故越方便、精度越高越好。三个控制点中，A 点离 P 点最近；B 点距离 A 点最远，选择 B 点作为定向点可以减少放样误差传递。故选择 A 点和 B 点作为控制点。



（2）放样数据计算如下

① 计算 A、P 和 A、B 的象限角 R_{AP}、R_{AB}。

$$\Delta y_{AP}=y_P-y_A=100.00-90.465\,\mathrm{m}=9.535\,\mathrm{m}>0$$

$$\Delta x_{AP}=x_P-x_A=80.00-50.433\,\mathrm{m}=29.567\,\mathrm{m}>0$$

因此 R_{AP} 位于第一象限且 $R_{AP}=\arctan\dfrac{\Delta y_{AP}}{\Delta x_{AP}}=\arctan\dfrac{9.535}{29.567}=17°52'26''$

$$\Delta y_{AB}=y_B-y_A=60.625-90.465\,\mathrm{m}=-29.840\,\mathrm{m}<0$$

$$\Delta x_{AB}=x_B-x_A=130.915-50.433\,\mathrm{m}=80.482\,\mathrm{m}>0$$

因此 R_{AB} 位于第四象限且

$$R_{AB}=\arctan\frac{\Delta y_{AP}}{\Delta x_{AP}}=\arctan\frac{-29.840}{80.482}=-20°20'35''$$

② 根据 R_{AP}、R_{AB} 所在象限将 R_{AP}、R_{AB} 换算为方位角 α_{AP}、α_{AB}。

R_{AP} 位于第一象限且 $R_{AP}=17°52'26''$，故

$\alpha_{AP}=R_{AP}=17°52'26''$。

R_{AB}位于第四象限且$R_{AB}=-20°20'35''$，故

$\alpha_{AB}=360°+R_{AP}=339°39'25''$。

③ 放样角度$\beta=\alpha_{AP}-\alpha_{AB}=17°52'26''-339°39'25''=-321°46'59''$

由于实际放样角度应为 0-360°，故应将放样角度调整为：

$\beta'=\beta+360°=-321°46'59''+360°=38°13'01''$

④ 放样距离$S=\sqrt{\Delta x_{AP}^2+\Delta y_{AP}^2}=\sqrt{29.567^2+9.535^2}\,\mathrm{m}=31.066\,\mathrm{m}$

（3）放样步骤

把全站仪设置在 *A* 点，以 *B* 点定向，度盘配置为 00°00′00″，转动照准部，当度盘读数为 38°13′01″时，固定照准部，得到放样方向，在此方向上放样距离 31.066m，即得到放样点 *P* 的位置。

第10章　物化探工程测量

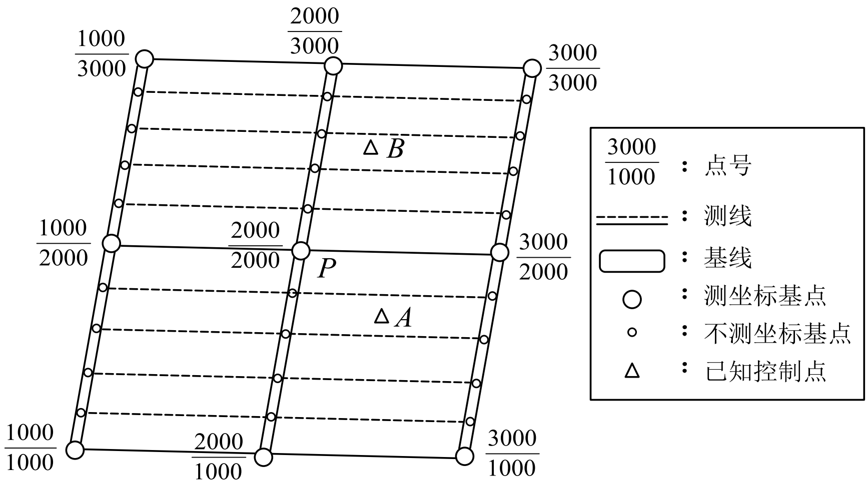
1. 采用全站仪测设下图所示的物探测网，基线南北走向坐标方位角为 9°，基线间距 1000m，测线间距 200m。起始基点为 *P*，点号为 $\frac{2000}{2000}$，设计坐标（3045.115m，1251.003m），已知点 *A*（2712.624m，1756.125m），点 *B*（3512.119m，1590.541m）。

（1）说明物探测网测设步骤。

（2）在 *A* 点采用极坐标法测设始基点 *P*，计算测设数据，并说明如何测设。

（3）说明基线 $\frac{2000}{1000}\sim\frac{2000}{3000}$ 方向如何测设。

（4）测线遇到障碍物（一座房子），如何解决？



【答】

（1）根据物化探的任务、要求（包括勘测目的、测区位置、测区范围、工作比例尺、测网密度、测线方位角、测网位置和执行的测量规范等）进行物化探测网的设计，具体内容包括：①基线条数、方位、通过位置、检核方

法、连测控制点、连测方法、布设基线方法；②测线条数、布设方法、检核方法；③测点编号；④仪器设备；⑤人员组织；⑥上交资料等。

（2）P 点的测设数据与方法

① 计算 A、P 和 A、B 的象限角 R_{AP}、R_{AB}。

$\Delta y_{AP} = y_P - y_A = 1251.003 - 1756.125\text{m} = -505.122\text{m} < 0$

$\Delta x_{AP} = x_P - x_A = 3045.115 - 2712.624\text{m} = 332.491\text{m} > 0$

因此 R_{AP} 位于第四象限且

$$R_{AP} = \arctan\frac{\Delta y_{AP}}{\Delta x_{AP}} = \arctan\frac{-505.122}{332.491} = -56°38'44''$$

$\Delta y_{AB} = y_B - y_A = 1590.541 - 1756.125\text{m} = -165.584\text{m} < 0$

$\Delta x_{AB} = x_B - x_A = 3512.119 - 2712.624\text{m} = 799.495\text{m} > 0$

因此 R_{AB} 位于第四象限且

$$R_{AB} = \arctan\frac{\Delta y_{AP}}{\Delta x_{AP}} = \arctan\frac{-165.584}{799.495} = -11°42'04''$$

② 根据 R_{AP}、R_{AB} 所在象限将 R_{AP}、R_{AB} 换算为方位角 α_{AP}、α_{AB}。

R_{AP} 位于第四象限且 $R_{AP} = -56°38'44''$，故

$\alpha_{AP} = 360° + R_{AP} = 303°21'16''$。

R_{AB} 位于第四象限且 $R_{AB} = -11°42'04''$，故

$\alpha_{AB} = 360° + R_{AP} = 348°17'56''$。

③ 放样角度 $\beta = \alpha_{AP} - \alpha_{AB} = 303°21'16'' - 348°17'56'' = -44°56'40''$

由于实际放样角度应为 0-360°，故应将放样角度调整为：

$\beta' = \beta + 360° = -44°56'40'' + 360° = 315°03'20''$

④ 放样距离

$$S = \sqrt{\Delta x_{AP}^2 + \Delta y_{AP}^2} = \sqrt{332.491^2 + (-505.122)^2}$$
$$= 604.730\text{m}$$

⑤ 测设步骤

把全站仪设置在 A 点，以 B 点定向，度盘配置为 $00°00'00''$，转动照准部，当度盘读数为 315°03′20″时，固定照准部，得到放样方向，在此方向上放样距离 604.730m，即得到放样点 P 的位置。

（3）因$\alpha_{AP}=303°21'16''>180°$，

故$\alpha_{PA}=\alpha_{AP}-180°=153°21'16''$。

该基线放样角$\beta_1=\alpha_{PA}-\alpha_0-180°=153°21'16''-9°=144°21'16''$

该基线测设步骤如下。

① 确定起始基点和基线方向

以 P 点为起始基点，将仪器安置在起始基点 P 上，以 A 点为定向，测设水平角 144°21′16″，即可以定出该基线的方向。为了基线定向和随时检查基线测量的方向，可以在该基线方向上树立“远方目标”。

② 测距定基线点

在起始基点 P 上按基线方向和基线点距 200m 测设距离，定出各基点位置，同时钉桩标号。

③ 转站

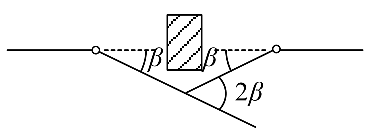
因地形条件或接近测距允许长度时，“前尺”员应及时选择既便于安置仪器又便于观测的点作为转站点，最好以基线点作为转站点。当转站点选在基线方向上时，可采用延长基线的方法继续测设距离定出基点。延长基线方法有以下几种：

1° 一次倒镜法：在转站点上用望远镜一个盘位后视某一基线点，然后纵转望远镜，这时视线方向即为基线的延长方向，该法速度快，但受视准轴误差影响。为减少视准轴误差影响，转站中可采用盘左、盘右交替使用的方法。

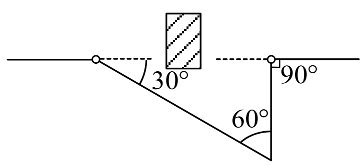
2° 一次平转法：即半测回平转 180°法。该法可减少视准轴误差影响，但易受度盘偏心和读数误差影响。

（4）由于障碍物是一座房子，因此可采用等腰三角形法、特殊角法、矩形转折法等方式选择转站点跨越障碍。如图 a-c。

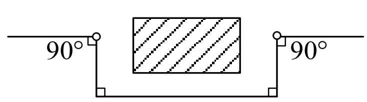
（注：跨越障碍的方法还有导线法和小角度转折法，如图 d-e。图中小角度转折法通常用在 d 值小于 1m 的情况，因 d 值较小，转折后不用再回到原延长线上。）



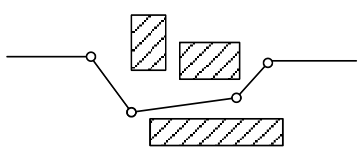
(a) 等腰三角形法



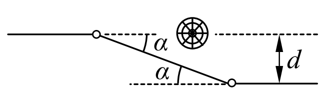
(b) 特殊角法



(c) 矩形转折法



(d) 导线法



(e) 矩形转折法