

BASIC CONCEPT

जब संख्याओं का समूह निश्चित नियम पर आधारित हो, तो वह अनुक्रम (Sequence) कहलाता है। जैसे :-

- (i) 2, 4, 6, 8,
 (ii) 5, 10, 15, 20
 (iii) -4, 0, 4, 8, 12
 (iv) 1.0, 1.5, 2.0, 2.5,
 (v) $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \dots$

यदि अनुक्रम (Sequence) का पद (Term) विशिष्ट शर्त पर लिखा गया हो, तो उसे Progression कहा जाता है।

Progression तीन प्रकार के होते हैं -

- (i) **Arithmetic Progression (समान्तर श्रेणी)** :- यदि दिए गए श्रेणी के दो लगातार पदों के बीच का अन्तर समान हो, तो उसे समान्तर श्रेणी कहा जाता है -

जैसे -

- (a) 2, 4, 6, 8,
 यहाँ प्रथम पद $a = 2$

- (b) सर्वान्तर $d = 4 - 2 = 2$

Note: सर्वान्तर = दूसरा पद - पहला पद

[दो लगातार पदों के बीच का अन्तर, सर्वान्तर (Common difference) कहलाता है, जिसे d द्वारा सूचित किया जाता है।]

- (ii) **Geometric progression (गुणोत्तर श्रेणी)** :- यदि दिए गए श्रेणी में दो लगातार पदों का अनुपात समान हो, तो उसे गुणोत्तर श्रेणी कहा जाता है। जैसे -

10, 20, 40, 80,

$$\frac{\text{दूसरा पद}}{\text{पहला पद}} = \frac{\text{तीसरा पद}}{\text{दूसरा पद}} = \frac{\text{चौथा पद}}{\text{तीसरा पद}} = \frac{20}{10} = \frac{40}{20} = \frac{80}{40} = 2$$

उपरोक्त श्रेणी में '2' सार्वानुपात (Common Ratio) है।

- (iii) **Harmonic Progression (हरात्मक श्रेणी)** :- यदि दिए गए संख्याओं का व्युत्क्रम समान्तर श्रेणी में हो, तो उसे हरात्मक श्रेणी कहा जाता है। जैसे -

$\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$

Note: उपरोक्त श्रेणी में पदों का व्युत्क्रम - 3, 5, 7, 9, समान्तर श्रेणी में है, इसलिए उपरोक्त श्रेणी हरात्मक श्रेणी में है।

Arithmetic Progression

1. समान्तर श्रेणी (Arithmetic Progression) का n वाँ पद

$$T_n = a + (n-1) \times d$$

जहाँ a = प्रथम पद

तथा d = पदांतर है।

2. समान्तर श्रेणी (Arithmetic Progression) के n पदों का योगफल

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

यहाँ n = पदों की संख्या

S_n = n वाँ पदों तक का योगफल

a = प्रथम पद

d = सर्वान्तर

3. दो राशियों a और b का समान्तर माध्य :-

राशि A को राशियों a और b का समान्तर माध्य कहते हैं, यदि a, A, b समान्तर श्रेणी में हो, तो

$$A = \frac{a+b}{2} = \frac{\text{पहली राशि} + \text{दूसरी राशि}}{2}$$

4. दो राशियों a और b के बीच n समान्तर माध्य ज्ञात करना :-

माना a और b के बीच n समान्तर माध्य क्रमशः $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$

है, तब इस अनुक्रम का प्रथम पद = a

तथा पदों की कुल संख्या = $n+2$

तथा अनुक्रम का अंतिम पद = $(n+2)$ वाँ पद = b

माना अनुक्रम का पदांतर d है, तब

$$A_n = a + nd$$

$$= a + n \left(\frac{b-a}{n+1} \right) = \frac{a+nb}{n+1}$$

Geometric Progression

1. गुणोत्तर श्रेणी (Geometric Progression) का n वाँ पद

$$T_n = ar^{n-1}$$

जहाँ a = पहला पद (First Term)

r = सार्वानुपात (Common Ratio)

2. गुणोत्तर श्रेणी (Geometric Progression) के n पदों का योग

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

यदि $r > 1$

$$\text{तथा } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

यदि $r < 1$

3. गुणोत्तर श्रेणी (G.P.) के अनन्त पदों का योग

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

4. गुणोत्तर माध्य :

यदि a, G, b गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो G को a तथा b का गुणोत्तर माध्य कहते हैं।

$$G^2 = ab \text{ अथवा } G = \sqrt{ab}$$

यदि तीन राशियाँ a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तब

$$b^2 = ac \Rightarrow b = \sqrt{ac}$$

5. दो राशियों के बीच n गुणोत्तर माध्य ज्ञात करना :-
माना दो राशियाँ a और b के बीच n मध्य पद (गुणोत्तर माध्य) क्रमशः $G_1, G_2, G_3, \dots, G_n$ हैं तब इस श्रेणी में पदों की कुल संख्या $= n+2$

श्रेणी का प्रथम पद = a

तथा अंतिम पद = (n+2)वाँ पद = d

माना श्रेणी का सार्वअनुपात R है, तब

$$b = (n+2) \text{वाँ पद} = aR^{n+2-1} \text{ या } b = aR^{n+1}$$

$$R^{n+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow R = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$

$$\therefore G_n = aR^n = a\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n}{n+1}}$$

6. गुणोत्तर श्रेणी में क्रमागत पदों का चयन -

(i) तीन पदों को निम्न क्रम में लीजिये - $\frac{a}{r}, a, ar$

(ii) चार पदों को निम्न क्रम में लीजिए - $\frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3$

(iii) पाँच पदों को निम्न क्रम में लीजिए - $\frac{a}{r^4}, \frac{a}{r^2}, a, ar, ar^2$

Harmonic Progression

1. हरात्मक श्रेणी (Harmonic Progression) का nवाँ पदों के लिए सबसे पहले हरात्मक श्रेणी के पदों को पलट कर समांतर श्रेणी प्राप्त करें।

$$[n\text{वाँ पद} = a + (n-1) \times d] \text{ ज्ञात करें।}$$

जैसे: हरात्मक श्रेणी (H.P.) $\frac{6}{5}, 1, \frac{6}{7}, \dots$ का 13वाँ पद बताये ?

Speedy Solution :-

संगत A.P. $\rightarrow \frac{5}{6}, 1, \frac{7}{6}, \dots$ है

$$\text{जहाँ } a = \frac{5}{6}, \quad d = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 13\text{वाँ पद} = \frac{5}{6} + (13-1) \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6} + \frac{12}{6} = \frac{17}{6}$$

अतः दिए गए H.P. का 13वाँ पद = $\frac{17}{6}$ होगा।

2. यदि a तथा b दो राशि का हरात्मक माध्य H हो, तो $H = \frac{2ab}{a+b}$

3. यदि a तथा b दो वास्तविक घनात्मक एवं असमान राशि हैं, एवं A, G तथा H, A.M, G.M तथा H.M हो तो -

$$A = \frac{a+b}{2}, \quad G = \sqrt{ab}, \quad H = \frac{2ab}{a+b}$$

4. $1+2+3+\dots+n$ तक का योग = $\frac{n(n+1)}{2}$

5. $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$ तक का योग = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$ तक का योग = $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

समान्तर श्रेणी पर आधारित प्रश्न

TYPE - 1

1. श्रेणी 3, 5, 7, 9, का 10वाँ पद बतायें ?

Speedy Solution :-

यहाँ प्रथम पद $a = 3$

पदान्तर $d = 5 - 3 = 2$

$$\therefore T_{10} = a + (10-1) \times d$$

$$= 3 + 9 \times 2 = 21$$

2. यदि समान्तर श्रेणी (A.P.) का 9वाँ एवं 19वाँ पद क्रमशः 35 एवं 75 हो, तो उस श्रेणी का 25वाँ पद क्या होगा ?

Speedy Solution :-

माना पहला पद a तथा पदान्तर d है, तो प्रश्न से,

$$T_9 = a + (9-1)d$$

$$\Rightarrow 35 = a + 8d \quad \dots(i)$$

$$\text{पुनः } T_{19} = a + (19-1)d$$

$$\Rightarrow 75 = a + 18d \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर,

$$a + 18d = 75$$

$$a + 8d = 35$$

$$10d = 40$$

$$\therefore d = \frac{40}{10} = 4$$

समीकरण (i) से,

$$a + 8d = 35$$

$$\Rightarrow a + 8 \times 4 = 35$$

$$\therefore a = 35 - 32 = 3$$

$$\therefore 25\text{वाँ पद} = a + (25-1) \times d = 3 + 24 \times 4 = 99$$

TYPE - 2

3. उस A.P. को ज्ञात करें जिसका 7वाँ पद 34 एवं 13वाँ पद 64 है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore T_7 = a + (7-1)d$$

$$\Rightarrow 34 = a + 6d \quad \dots(i)$$

$$\text{पुनः } T_{13} = a + (13-1)d$$

$$\Rightarrow 64 = a + 12d \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर,

$$\begin{aligned} a + 12d &= 64 \\ a + 6d &= 34 \\ \hline 6d &= 30 \end{aligned}$$

$$\therefore d = \frac{30}{6} = 5$$

समीकरण (ii) से,

$$a + 6d = 34$$

$$\Rightarrow a + 6 \times 5 = 34$$

$$\therefore a = 34 - 30 = 4$$

अतः AP = 4, 9, 14, 19, होगा।

TYPE - 3

4. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ के 22 पदों का योग क्या होगा ?

Speedy Solution :-

यहाँ प्रथम पद $a = 5$

पदान्तर $d = 8 - 5 = 3$

$$\therefore S_{22} = \frac{22}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{22} = \frac{22}{2} [2 \times 5 + (22-1) \times 3]$$

$$= 11[10 + 21 \times 3]$$

$$= 11[10 + 63] = 11 \times 73 = 803$$

5. श्रेणी $17 + 15 + 13 + \dots$ के कितने पदों का योग 72 होगा ?

Speedy Solution :-

यहाँ $a = 17$, $d = 15 - 17 = -2$, $S_n = 72$, $n = ?$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow 72 = \frac{n}{2} [2 \times 17 + (n-1) \times -2]$$

$$\Rightarrow 72 = \frac{n}{2} [34 - 2n + 2] \Rightarrow 72 \times 2 = n[36 - 2n]$$

$$\Rightarrow 144 = 36n - 2n^2 \Rightarrow 2n^2 - 36n + 144 = 0$$

$$\Rightarrow 2(n^2 - 18n + 72) = 0 \Rightarrow n^2 - 18n + 72 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 12n - 6n + 72 = 0 \Rightarrow n(n-12) - 6(n-12) = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n-12) = 0 \therefore n = 6, 12$$

TYPE - 4

6. $-4, -2, 0, 2, 4, \dots$ में कौन-सा पद 88 होगा ?

Speedy Solution :-

यहाँ $a = -4$, $d = -2 - (-4) = 2$ $T_n = 88$ तो $n = ?$

$$\therefore T_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 88 = -4 + (n-1) \times 2 \Rightarrow 88 + 4 = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow 92 = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow (n-1) = \frac{92}{2} = 46$$

$$\therefore n = 46 + 1 = 47$$

TYPE - 5

7. यदि एक समान्तर श्रेणी (A.P.) में चौथा पद 36 तथा 11वाँ पद 78 है, तो उस श्रेणी के 20 पदों तक का योगफल कितना होगा ?

Speedy Solution :-

$$\therefore T_4 = a + (4-1)d$$

$$\Rightarrow 36 = a + 3d \quad \dots(i)$$

$$\text{पुनः } T_{11} = a + (11-1)d$$

$$\Rightarrow 78 = a + 10d \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर,

$$a + 10d = 78$$

$$\begin{aligned} a + 3d &= 36 \\ \hline 7d &= 42 \end{aligned}$$

$$\therefore d = \frac{42}{7} = 6$$

समी० (i) से

$$a + 3d = 36$$

$$\Rightarrow a + 3 \times 6 = 36$$

$$\therefore a = 36 - 18 = 18$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times 18 + (20-1) \times 6]$$

$$= 10[36 + 114] = 10 \times 150 = 1500$$

TYPE - 6

8. 7 एवं 9 का समांतर माध्य (A.M.) क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\text{समांतर माध्य (A.M.)} = \frac{a+b}{2} = \frac{7+9}{2} = 8$$

गुणोत्तर श्रेणी पर आधारित प्रश्न

TYPE - 7

9. $10, 20, 40, 80, \dots$ का 8वाँ पद कौन-सा होगा ?

Speedy Solution :-

$$\text{यहाँ } a = 10, \quad r = \frac{20}{10} = 2$$

$$\therefore T_n = ar^{n-1}$$

$$\Rightarrow T_8 = 10 \times 2^{8-1} = 10 \times 128 = 1280$$

TYPE - 8

10. $1 + 2 + 4 + 8 + \dots$ के दस पदों का योगफल क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\text{यहाँ } a = 1, \quad r = \frac{2}{1} = 2, \quad n = 10$$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{1 \times (2^{10} - 1)}{(2 - 1)} = \frac{1 \times (1024 - 1)}{1} = 1023$$

TYPE - 9

11. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \infty = ?$

Speedy Solution :-

यहाँ $a = 1$, $r = \frac{1}{2}$ $\therefore S_{\infty} = \frac{a}{1 - r} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

TYPE - 10

12. 3 एवं 27 का गुणोत्तर माध्य (G.M.) क्या होगा ?

Speedy Solution :-

गुणोत्तर माध्य (G.M.) $= \sqrt{ab} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$

TYPE - 11

13. किसी G.P. का तीसरा पद 4 है, तो उस G.P. के प्रथम पाँच पदों का गुणनफल क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$T_3 = ar^2 = 4$$

G.P. को प्रथम पाँच पदों का गुणनफल

$$= a(ar)(ar^2)(ar^3)(ar^4) = a^5 r^{1+2+3+4} = a^5 r^{10}$$

$$= (ar^2)^5 = (4)^5 = 1024$$

Note : किसी G.P. के प्रत्येक पद में समान संख्या से गुणा या भाग देने पर प्राप्त Sequence G.P. में होता है।

अर्थात् पहला पद $= a$

दूसरा पद $= ar$

तीसरा पद $= ar^2$

चौथा पद $= ar^3$ होगा।

हरात्मक श्रेणी पर आधारित प्रश्न

TYPE - 12

14. दिए गए श्रेणी में 8वाँ पद क्या होगा ?

$$\frac{2}{11}, \frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \dots$$

Speedy Solution :-

\therefore श्रेणी का व्युत्क्रम A.P. में होगा

$$\therefore A.P. = \frac{11}{2}, \frac{5}{1}, \frac{9}{2}, \dots$$

यहाँ $a = \frac{11}{2}$, $d = \frac{5}{1} - \frac{11}{2} = \frac{10 - 11}{2} = \frac{-1}{2}$

$$\therefore \text{A.P. का 8वाँ पद} = a + (n - 1) \times d = \frac{11}{2} + (8 - 1) \times \frac{-1}{2} = \frac{11}{2} - \frac{7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\therefore \text{H.P. का 8वाँ पद} = \frac{1}{2}$$

TYPE - 13

15. 1 एवं 3 का हरात्मक माध्य (H.M.) बतायें ?

Speedy Solution :-

$$\text{हरात्मक माध्य (H.M.)} = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times 1 \times 3}{1+3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

TYPE - 14

16. $\frac{1}{8}$, x , $\frac{3}{2}$ H.P. में हो, तो x का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

Note : a, b तथा c तीन राशियाँ यदि हरात्मक श्रेणी में हो, तो $b = \frac{2ac}{a+c}$ होता है

$$\therefore x = \frac{2 \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{2}}{\frac{1}{8} + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1+12}{8}} = \frac{3}{13}$$

17. $4^3 + 5^3 + 6^3 + \dots + 10^3 = ?$

Speedy Solution :-

$$\begin{aligned} &\therefore 4^3 + 5^3 + 6^3 + \dots + 10^3 \\ &= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3) \\ &= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2 - \left(\frac{3 \times 4}{2}\right)^2 = 3025 - 36 = 2989 \end{aligned}$$

18. $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - \dots$ का 20 पदों तक का योगफल कितना होगा ?

Speedy Solution :-

$$\therefore 1 - 3 + 5 - 7 + 9 - \dots \text{ 20 पदों तक}$$

$$= (1 + 5 + 9 + \dots \text{ 10 पदों तक}) - (3 + 7 + 11 + \dots \text{ 10 पदों तक})$$

$$= \frac{10}{2}(2 \times 1 + 9 \times 4) - \frac{10}{2}(2 \times 3 + 9 \times 4) = 10 \times 19 - 210 = -20$$

19. निम्न श्रेणी का योग क्या है ?

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$$

Speedy Solution :-

$$\text{दिए गए श्रेणी में } n \text{ वाँ पद} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\text{अर्थात् } T_n \text{ वाँ पद} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{ हो, तो}$$

$$S_n = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1} \text{ होगा।}$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. 7, 14, 28, की श्रृंखला में 10वाँ पद कौन-सा होगा ?
(A) 1792 (B) 2456 (C) 3584 (D) 4096

(RRB अजमेर A. Driver, 2004)

Speedy Solution : (C)
∵ श्रेणी G.P. में है

$$\text{जहाँ } a=7, r=\frac{14}{7}=2 \text{ तथा } n=10$$

$$\therefore T_n = ar^{n-1}$$

$$\Rightarrow T_{10} = 7 \times 2^{10-1} = 7 \times 2^9 = 7 \times 512 = 3584$$

2. प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का समांतर माध्य (A.M.) है -

- (A) $\frac{n+1}{2}$ (B) $\frac{n-1}{2}$ (C) $\frac{n}{2}$ (D) कोई नहीं

(RRB गोरखपुर P. Way, 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\text{समांतर माध्य (A.M.)} = \frac{n+1}{2}$$

3. निम्नांकित में कौन सही है ? जहाँ A.M. = समांतर माध्य, G.M. = गुणोत्तर माध्य व H.M. = हरात्मक माध्य है

- (A) (AM) (GM) = (HM)² (B) (AM) (HM) = 2(GM)²
(C) (HM) (GM) = (AM)² (D) (AM) (HM) = (GM)²

(RRB गोरखपुर ESM, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$(GM)^2 = (AM)(HM)$$

$$[\because \text{गुणोत्तर माध्य} = \sqrt{\text{समांतर माध्य} \times \text{हरात्मक माध्य}}]$$

4. एक समांतर श्रेणी का तृतीय पद $\frac{1}{5}$ एवं पाँचवाँ पद $\frac{1}{3}$ है, तो उस समांतर श्रेणी के 15 पदों का योगफल क्या होगा ?

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) 8 (C) $\frac{4}{15}$ (D) 16

(RRB कोलकाता ESM, 2001)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore T_3 = a + (3-1) \times d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = a + 2d \quad \dots (i)$$

$$\text{पुनः } T_5 = a + (5-1) \times d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = a + 4d \quad \dots (ii)$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर,

$$a + 4d = \frac{1}{3}$$

$$a + 2d = \frac{1}{5}$$

$$2d = \frac{2}{15}$$

$$\therefore d = \frac{1}{15}$$

समीकरण (i) से,

$$a + 2d = \frac{1}{5} \Rightarrow a + 2 \times \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore a = \frac{1}{5} - \frac{2}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15}{2} \left[2 \times \frac{1}{15} + (15-1) \times \frac{1}{15} \right]$$

$$= \frac{15}{2} \left[\frac{2}{15} + \frac{14}{15} \right] = \frac{15}{2} \times \frac{16}{15} = 8$$

5. एक समांतर श्रेणी का n वाँ पद P है एवं प्रथम n पदों का योग S है। तो प्रथम पद है -

- (A) $\frac{S}{2n} - P$ (B) $\frac{2S}{n} + P$ (C) $\frac{2S}{n} - P$ (D) $\frac{2S}{n}$

(RRB कोलकाता Supervisor / J.E., 2000)

Speedy Solution : (C)

$$\text{समांतर श्रेणी का } n \text{ वाँ पद} = a + (n-1)d$$

प्रश्न से,

$$\therefore a + (n-1)d = P \text{ तथा}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S = \frac{n}{2} [a + p] \Rightarrow 2S = n(a + P)$$

$$\therefore a = \frac{2S}{n} - P$$

6. समांतर श्रेणी 3, 7, 11, 147 का मध्य पद है ?

- (A) 71 (B) 75 (C) 79 (D) 83

(RRB कोलकाता, J.E., 2000)

Speedy Solution : (B)

$$\text{यहाँ } a=3 \text{ } d=7-3=4$$

$$\therefore T_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 147 = 3 + (n-1) \times 4 \quad \therefore n=37$$

$$\therefore \text{मध्य पद} = \frac{n+1}{2} = \frac{37+1}{2} = 19$$

$$\therefore T_{19} = 3 + (19-1) \times 4 = 75$$

7. किसी समांतर श्रेणी का प्रथम पद 8, अंतिम पद 86 है तथा सार्वान्तर 3 है, तो श्रेणी में पदों की संख्या कितनी होगी ?

- (A) 30 (B) 27 (C) 25 (D) 23

(RRB गुवाहाटी T.A., 2003)

Speedy Solution : (B)

$$\text{यहाँ } a=8, d=3$$

$$\therefore T_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 86 = 8 + (n-1) \times 3$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{78}{3} = 26$$

$$\Rightarrow 86 - 8 = (n-1) \times 3$$

$$\therefore n = 26 + 1 = 27$$

8. $3, \sqrt{3}, 1, \dots$ श्रेणी के n वें पद का मान $\frac{1}{243}$ है, तो n है -
(A) 15 (B) 14 (C) 13 (D) 12

(RRB भुवनेश्वर T.E.C., 2000)

Speedy Solution : (C)

\therefore दी हुई श्रृंखला G.P. में है,

$$\text{जहाँ } a = 3, r = \frac{1}{\sqrt{3}} = 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore T_n = ar^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{243} = 3 \left(3^{-\frac{1}{2}} \right)^{n-1} \Rightarrow 3^{-5} = 3 \times 3^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow 3^{-6} = 3^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)} \Rightarrow 6 = \frac{n-1}{2} \therefore n = 13$$

9. यदि $a, a-2, 3a$ A.P. में हों, तो a है -
(A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -3

(RRB बंगलूर E.S.M., 2004)

Speedy Solution : (B)

यदि $a, a-2$ एवं $3a$ A.P. में हों, तो

$$a-2 = \frac{a+3a}{2}$$

$$\Rightarrow a-2 = \frac{4a}{2} = 2a$$

$$\therefore a = -2$$

10. गुणोत्तर श्रेणी $2, 2\sqrt{2}, 4, \dots$ का कौन-सा पद 128 है।
(A) 13वाँ (B) 10वाँ (C) 12वाँ (D) 11वाँ

(RRB कोलकाता ESM, 2004)

Speedy Solution : (A)

$$a = 2, r = \sqrt{2} \Rightarrow n = ?$$

$$\therefore ar^{n-1} = 128 \Rightarrow 2 \times (\sqrt{2})^{n-1} = 128$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2})^{n-1} = 64 \Rightarrow (\sqrt{2})^{n-1} = (\sqrt{2})^{12}$$

$$\Rightarrow n-1 = 12 \therefore n = 13 \text{ वाँ}$$

11. गुणोत्तर श्रेणी $3, 3^2, 3^3, \dots$ के कितने पदों का योगफल 120 होगा
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(RRB राँची A.S.M., 2005)

Speedy Solution : (D)

यहाँ $a = 3, r = 3, S_n = 120$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow 120 = \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3}{2}(3^n - 1)$$

$$\Rightarrow 3^n = 81 = 3^4$$

$$\therefore n = 4$$

12. 1 से 100 तक के पूर्णांक जो 2 या 5 से विभाजित हों, का योग है -
(A) 3000 (B) 3010 (C) 3150 (D) 3050

(RRB गोरखपुर A. Driver, 2005)

Speedy Solution : (D)

$$\text{योग} = (2 + 4 + 6 + \dots + 100) + (5 + 15 + 95)$$

$$= 2(1 + 2 + 3 + \dots + 50) + 5(1 + 3 + \dots + 19)$$

$$= 3050$$

13. यदि $a^x = b^y = c^z$ और a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में हैं तो x, y, z किस श्रेणी में हैं।

(A) समान्तर श्रेणी

(B) गुणोत्तर श्रेणी

(C) हरात्मक श्रेणी

(D) कोई नहीं

(RRB सिकन्दराबाद T.A., 2004)

Speedy Solution : (C)

$$b^2 = ac \quad (\because a, b, c \text{ GP में हैं}) \quad \dots (i)$$

$$\text{माना } a^x = b^y = c^z = K$$

$$\Rightarrow a = K^{\frac{1}{x}}, b = K^{\frac{1}{y}}, c = K^{\frac{1}{z}} \quad \dots (ii)$$

अब (i) तथा (ii) से,

$$(K^{\frac{1}{y}})^2 = K^{\frac{1}{x}} \cdot K^{\frac{1}{z}} \Rightarrow \frac{2}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z}$$

$\Rightarrow x, y, z$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

14. यदि एक गुणोत्तर श्रेणी का तीसरा पद 4 हो, तो प्रथम पाँच पदों का गुणफल होगा -

(A) 4^3

(B) 4^5

(C) 4^4

(D) कोई नहीं

(RRB चंडीगढ़ A. Driver, 2005)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore T_3 = 4 \text{ या } ar^2 = 4$$

$$\text{पाँच पदों का गुण} = a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot ar^3 \cdot ar^4 = a^5 r^{10} = (ar^2)^5 = 4^5$$

15. श्रेणी $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots \infty$ का योगफल होगा -

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{5}{6}$

(RRB कोलकाता T.A., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$T_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right); T_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right); T_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right)$$

$$\therefore \sum T_n = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$