43 समिश्र संख्याएँ
(COMPLEX NUMBERS)

$x+iy$ के रूप में लिखी गई संख्याएँ समिश्र संख्याएँ (Complex Numbers) कहलाती है। इसे Z द्वारा सूचित किया जाता है।

यदि $z=x+iy$ हो, तो

x को z का Real Part तथा y को z का Imaginary Part कहा जाता है।

अर्थात् $\text{Re}(z)=x$ एवं $\text{Img}(z)=y$

यदि $y=0$ हो, तो z को Pure Real Number और यदि $x=0$ हो, तो z को Pure Imaginary Number कहा जाता है।

Note : यदि x तथा y कोई वास्तविक संख्या हो, तो

(i) $\sqrt{-1}=i$

(ii) $i^2=-1$

(iii) $i^3=i^2\times i=-i$

(iv) $i^4=i^2\times i^2=1$

(v) $i^5=i^4\times i=i$

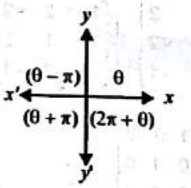
संयुग्मी

- यदि $z=x+iy$ हो, तो
  $\bar{z}=z-iy$
  जहाँ $\bar{z}$, z का Conjugate (संयुग्मी) कहलाता है।
  जैसे – यदि $z=3+4i$ हो, तो
  $|z|=\sqrt{z^2+y^2}$
  जहाँ $|z|$, z का Modulus (मापक) कहलाता है।
  जैसे – यदि $z=3+4i$
  $\therefore |z|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

Argument या Amplitude (कोणांक)

- यदि $z=x+iy$ हो, तो
  $\arg(z)=\tan^{-1}\frac{y}{x}$
  जहाँ $\arg(z)$, z का Argument कहलाता है।
  जैसे – यदि $z=1-\sqrt{3}i$ हो, तो
  $\arg(z)=\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{1}$

Note : विभिन्न पादों में बिन्दु की स्थिति के अनुसार $\arg(z)$ का मान दिखाएँ गए चित्र के अनुसार होगा।



Conjugate के गुण

(i) $\overline{(\bar{z})}=z$

(ii) $\overline{z_1+z_2}=\bar{z}_1+\bar{z}_2$

(iii) $\overline{(z_1-z_2)}=\bar{z}_1-\bar{z}_2$

(iv) $\overline{z_1.z_2}=\bar{z}_1.\bar{z}_2$

(v) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

(vi) $z.\bar{z}=|z|^2$

(vii) $\overline{z^x}=(\bar{z})^x$

Modulus के गुण

(i) $|z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|$

(ii) $|z^x|=|z|^x$

(iii) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}\ (z_2\neq 0)$

(iv) $|z_1+z_2|\leq|z_1|+|z_2|$

(v) $|z_1-z_2|\geq|z_1|-|z_2|$

(vi) $|z|=|\bar{z}|$

Argument के गुण

(i) $\arg(z_4.z_2)=\arg(z_1)+\arg(z_2)$

(ii) $\arg(z^x)=x.(\arg z)$

(iii) $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)=\arg z_1-\arg(z_2)$

Algebra of Complex Numbers

- यदि $z_1=x_1+iy_1$ एवं $z_2=x_2+iy_2$ हो, तो

(i) $z_1+z_2=(x_1+x_2)+(y_1+y_2)$

(ii) $z_1-z_2=(x_1-x_2)(y_1-y_2)$

(iii) $z_1.z_2=(x_1x_2-y_1y_2)+(x_1y_2-x_2y_1)$

Note :-

(A) दो Complex Numbers बराबर होगें यदि उनके Real एवं Imaginary Parts अलग-अलग बराबर होंगे।

(B) यदि $z_1=x_1+iy_1$, $z_2=x_2+iy_2$ तथा $z_1=z_2$ हो, तो $x_1=x_2$ और $y_1=y_2$ होगा।

Polar Form

- यदि $z=x+iy$ हो, तो
  Polar Form $=r(\text{Cos}\,\theta+i\,\text{Sin}\,\theta)$ होगा जहाँ $r=|z|$
  $\theta=\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)=\arg(z)$ है।

जैसे - $1-i$ का Polar Form में मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

माना कि $z = 1-i$

$\therefore |z| = \sqrt{(1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

एवं $\arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$

$\therefore$ $1-i$ का Polar Form होगा -

$$\sqrt{2}\left\{\text{Cos}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\,\text{Sin}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}$$

Square Root of a Complex Number

महत्त्वपूर्ण सूत्र :-

(i) $\sqrt{a+ib}$ में

यदि $ab>0$ हो, तो

$$\therefore \sqrt{a+ib} = \pm\left\{\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}+\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}}\right\}$$

(ii) $\sqrt{a+ib}$ में

यदि $ab<0$ हो, तो

$$\therefore \sqrt{a+ib} = \pm\left\{\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}}\right\}$$

जैसे - $-7-24i$ का वर्गमूल क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$-7-24i$

$= 3^2+(4i)^2-2.3.4i$

$= (3-4i)^2$

$\therefore \sqrt{-7-24i} = \pm(3-4i)$

TRICK :- वर्गमूल $= \pm\left\{\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}}\right\}$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{-7+\sqrt{(-7)^2+(-24)^2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{(-7)^2+(-24)^2}-(-7)}{2}}\right\}$$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{-7+25}{2}}-\sqrt{\frac{25+7}{2}}\right\} = \pm(3-4i)$$

इकाई के घनमूल

- इकाई के तीन घनमूल है - $1, \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

अर्थात् $\sqrt[3]{1} = 1, \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

जिसे क्रमशः $1, \omega$ एवं ω^2 से सूचित किया जाता है।

(i) यदि इकाई के तीन घनमूल $1, \omega$ तथा ω^2 हो, तो

$1+\omega+\omega^2 = 0$

तथा $\omega^3 = 1$ होता है।

इसी प्रकार,

$\omega^4 = \omega^3.\,\omega = \omega$

$\omega^8 = (\omega^3)^2.\,\omega^2 = \omega^2$

$\omega^5 = (\omega^3)^1.\,\omega^2 = \omega^2$

(ii) यदि इकाई (1) के घनमूल $1, \omega$ तथा ω^2 हो, तो -1 के घनमूल होंगे - $-1, -\omega, -\omega^2$

जैसे - (i) $(-8)^{1/3} = -2, -2\omega, -2\omega^2$

(ii) $(27)^{1/3} = 3, 3\omega, 3\omega^2$

समिश्र संख्या पर आधारित प्रश्न

1. $-5+12\sqrt{-1}$ का वर्गमूल निकाले ?

Speedy Solution :-

$\because -5+12\sqrt{-1} = -5+12i \quad [\because \sqrt{-1} = i]$

$= 2^2+(3i)^2+2.2.3i = (2+3i)^2$

$\therefore \sqrt{-5+12\sqrt{-1}} = \pm(2+3i)$

2. यदि $x = \frac{1-i}{1+i}$ तो $x^3 = ?$

Speedy Solution :-

$\because x = \frac{1-i}{1+i} = \frac{1-i}{1+i}\times\frac{(1-i)}{(1-i)}$

$= \frac{(1-i)^2}{2} = -i \;\therefore (x)^3 = -i^3 = i$

3. $7+\sqrt{3i}$ का Conjugate क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$7+\sqrt{3i}$ का Conjugate $7-\sqrt{3i}$

4. $(1-i)^2 = ?$

Speedy Solution :-

$$(1-i)^2 = 1^2 + i^2 - 2i = -2i$$

5. $1-i$ का Polar Form में मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

माना कि $z = 1-i$

$$\therefore |z| = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

एवं $\arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = \frac{-\pi}{4}$

अतः $1-i$ का Polar Form होगा -

$$\sqrt{2}\left\{\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right\}$$

6. i^{51} का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$i^{51} = i^{12\times4+3} = \left(i^4\right)^{12} \times i^3 = i^2 \times i = -1 \times i = -i$$

7. $(1+\omega-\omega^2)^3 - (1-\omega+\omega^2)^3 = ?$

Speedy Solution :-

$$(1+\omega-\omega^2)^3 - (1-\omega+\omega^2)^3 = (-\omega^2-\omega^2)^3 - (-\omega-\omega)^3$$

$$= (-2\omega^2)^3 - (-2\omega)^3 = -8\omega^6 - (-8\omega^3) = -8+8 = 0$$

8. $\sqrt{i} + \sqrt{-i}$ का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\because \sqrt{i} + \sqrt{-i} = \pm\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) + \left\{\pm\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)\right\} = \pm\left(\frac{1+i+1-i}{\sqrt{2}}\right) = \pm\sqrt{2}$$

9. $\sqrt{i} - \sqrt{-i}$ का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\because i = 0 + i = \frac{1}{2}(0+2i) = \frac{1}{2}(1+i^2+2.1.i) = \frac{1}{2}(1+i)^2$$

$$\therefore \sqrt{i} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i) \qquad \therefore \sqrt{-i} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$$

$$\sqrt{i} - \sqrt{-i} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}[(1+i)-(1-i)] = \pm\sqrt{2}i$$

10. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{200}$ का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

$$\because \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{200} = \left[\frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}\right]^{200} = \left[\frac{(1+i)^2}{1+1}\right]^{200}$$

$$= \left(\frac{1+i^2+2i}{2}\right)^{200} = \left(\frac{1-1+2i}{2}\right)^{200} = (i)^{200}$$

$$= \left(i^2\right)^{100} = (-1)^{100} = 1 = 1 + 0.i$$

11. $i^{107} + i^{112} + i^{117} + i^{122}$ का मान ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$i^{107} + i^{112} + i^{117} + i^{122} = i^{107} + i^{107+5} + i^{107+10} + i^{107+15}$$

$$= i^{107}\left(1+i^5+i^{10}+i^{15}\right) = i^{107}\left(1+i+i^2+i^3\right)$$

$$= i^{107}(1+i-1-i) = i^{107} \times 0 = 0$$

12. $\frac{1+2i}{1-3i}$ का मापांक (modulus) क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\text{Let } z = \frac{1+2i}{1-3i} = \frac{1+2i}{1-3i} \times \frac{1+3i}{1+3i} = \frac{1+3i+2i+6i^2}{1-9i^2} = \frac{1+5i-6}{1+9}$$

$$= \frac{-5+5i}{10} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$|z| = \left|-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

13. यदि $\omega^2, 1$ का काल्पनिक घन मूल हो, तो $(1-\omega+\omega^2)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5 = ?$

Speedy Solution :-

$$(1-\omega+\omega^2)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5 = (1+\omega^2-\omega)^5 + (1+\omega-\omega^2)^5$$

$$= (-\omega-\omega)^5 + (-\omega^2-\omega^2)^5 \qquad (\because 1+\omega+\omega^2 = 0)$$

$$= (-2\omega)^5 + (-2\omega^2)^5 = (-2)^5\omega^5 + (-2)^5\omega^{10} = (-2)^5\left(\omega^5+\omega^{10}\right)$$

$$= (-2)^5\left(\omega^2+\omega\right) = (-32)(-1) = 32$$

14. $\sqrt{-25} \times \sqrt{-49}$ का मान ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$\sqrt{-25} \times \sqrt{-49} = \sqrt{25i^2}\,.\sqrt{49i^2} = 5i \times 7i = 35i^2 = -35$$

15. $7-30\sqrt{-2}$ का वर्गमूल ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$7-30\sqrt{-2} = 7-30\sqrt{2}i = 7-2\times15\sqrt{2}i$$

$$= 7-2\times5\times\left(3\sqrt{2}i\right) = \left(5-3\sqrt{2}\right)^2$$

$$\therefore \sqrt{7-30\sqrt{2}i} = \pm\left(5-3\sqrt{2}i\right)$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. $-i$ का वर्गमूल है -

(A) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ (B) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(2+i)$

(C) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ (D) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(2-i)$

(RRB कोलकाता S.M., 1999)

Speedy Solution : (A)

माना $\sqrt{-i} = x - iy$

$\therefore -i = (x-iy)^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$

$\therefore x^2 - y^2 = 0$ ...(i)

परन्तु $(x^2+y^2) = (x^2-y^2) + 4x^2y^2 = 0+1$

$\therefore x^2 + y^2 = 1$ ...(ii)

समी॰ (i) तथा (ii) से

$\because 2x^2 = 1$

$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$ $\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

अतः $y = \pm\frac{1}{2}$ $\therefore -i$ का वर्गमूल $= \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$

2. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$ के लिए लघुत्तम घनात्मक संख्या है -

(A) $x=8$ (B) $x=16$ (C) $x=12$ (D) कोई नहीं

(RRB भुवनेश्वर T.E.C., 2001)

Speedy Solution : (D)

$\because \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{1-i^2} = \frac{1+i^2+2i}{1+1} = \frac{1-1+2i}{2} = i$

$\therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$

$\Rightarrow i^n = 1$ ...(i)

$\therefore i^2 = -1$ तथा $i^4 = 1$

अतः सम्बंध (1) को संतुष्ट करने हेतु n का लघुत्तम घनात्मक मान 4 है।

3. समिश्र संख्या $x+2yi$ का क्रमिक युग्म रूप क्या होगा ?

(A) (x, y) (B) $(2x, y)$ (C) $(x, 2y)$ (D) $(2x, 2y)$

(RRB कोलकाता S.M., 2001)

Speedy Solution : (C)

$\because x + 2yi = x + i(2y)$

जबकि $a + ib = (a, b)$ के क्रमिक में है।

$\therefore x + 2yi = (x, 2y)$ क्रमिक रूप होगा।

4. $\frac{1-i}{1+i}$ का कोणांक क्या होगा -

(A) 0 (B) $\frac{-\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) कोई नहीं

(RRB महेन्द्रूघाट Asst.Driver., 2002)

Speedy Solution : (B)

माना $z = \frac{1-i}{1+i}$, और $z = r(\cos\theta - i\sin\theta)$

$\therefore r = |z|$

और $\theta = (z)$ का कोणांक

अब $z = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+i^2}{1-(i)^2} = \frac{1-2i-1}{(1+1)} = 0-i$

$\therefore r = |z| = \sqrt{0+1} = \pm 1$

$\because$ बिन्दु $(0, -1)$; $z = 0 - i$ का काल्पनिक अक्ष की ऋणात्मक दिशा में निरूपित करता है।

$\therefore (z)$ का कोणांक $= \frac{-\pi}{2}$

5. व्यंजक $[(1-i)/(1+i)]^2$ का मान ज्ञात कीजिए यदि $i^2 = -1$

(A) -1 (B) 1 और 0 (C) 0 (D) 1

(RRB राँची A.S.M., 2003)

Speedy Solution : (A)

$\left[\frac{(1-i)}{(1+i)}\right]^2 = \left[\frac{(1-i)}{(1+i)} \times \frac{(1-i)}{(1-i)}\right]^2 = \left[\frac{(1-i)^2}{1^2 - i^2}\right]^2$

$= \left[\frac{1+i^2-2i}{1-(-1)}\right]^2 = \left[\frac{1-1-2i}{2}\right]^2 = \left[\frac{(-2i)}{2}\right]^2 = (-i)^2 = i^2 = -1$

6. यदि w इकाई का घनमूल है और n, 3 का एक गुणक है, तो $1+w^n+2w^n$ का मान होगा -

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 4

(RRB बंगलोर Asst. Driver,1999)

Speedy Solution : (D)

$\because$ w इकाई का घनमूल है।

$\therefore w^3 = 1$ तथा $1 + w + w^2 = 0$ और n, 3 का गुणक है।

$\therefore n = 3k = 1 + w^{2k} + 2^{2^{2k}}$

$\because w^n = w^{3k} = (w^3)^k = 1k = 1$

$\therefore$ दिया हुआ व्यंजक $= 1 + w^n + 2^{w^n} = 1 + 1 + 2^1 = 4$

7. $(1-w+w^2)(1+w-w^2)$ जहाँ w इकाई का एक घनमूल है, का मान है -

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 3

(RRB कोलकाता A.Supervisor, 2001)

Speedy Solution : (C)

$\because (1-w+w^2)(1+w-w^2) = (1+w^2-w)(1+w-w^2)$

$= (-w-w)(-w^2-w^2) \quad [\because 1+w+w^2=0]$

$= -2w \times -2w^2 = 4w^3 = 4 \quad [\because w^3=1]$

8. $\left(\frac{1+2i}{1-i}\right)$ का Real Part क्या होगा -

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{1}{3}$

(RRB अजमेर Lab. Assit., 1999)

Speedy Solution : (B)

$\because \left(\frac{1+2i}{1-i}\right) = \frac{(1+i)(1+2i)}{(1+i)(1+i)} = \frac{-1+3i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$

$\therefore$ Real Part $= \frac{-1}{2}$

9. $\sqrt{3}+i$ का मापांक एवं कोणांक निकाले ?

(A) $2, \frac{\pi}{6}$ (B) 3, 6 (C) $3, \frac{\pi}{4}$ (D) $\pi, \frac{3}{4}$

(RRB मालदा A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

मापांक $= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

कोणांक $= \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$

10. $7-24i$ का वर्गमूल क्या होगा -

(A) $\pm(4-3i)$ (B) $\pm(4+3i)$ (C) $\pm(3+4i)$ (D) $\pm(3-4i)$

(RRB भोपाल E.S.M., 2003)

Speedy Solution : (A)

माना $7-24i = a+ib$

$\because ab<0$

सूत्र से,

$\therefore \sqrt{7-24i}$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{7+\sqrt{(7)^2+(-24)^2}}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{(7)^2+(-24)^2}-7}{2}}\right\}$$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{7+\sqrt{49+576}}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{49+576}-7}{2}}\right\}$$

$$= \pm\left\{\sqrt{\frac{7+\sqrt{625}}{2}} - \sqrt{\frac{\sqrt{625}-7}{2}}\right\} = \pm(4-3i)$$

11. $\sqrt{-2+2\sqrt{-2+2\sqrt{2+......\infty}}} = ?$

(A) $(1\pm i)$ (B) -1 (C) $2i$ (D) i

(RRB कोलकाता A.S.M., 2002)

Speedy Solution : (A)

माना कि $x = \sqrt{-2+2\sqrt{-2+2\sqrt{2+......\infty}}}$

$\Rightarrow x^2 = -2+2x \qquad \Rightarrow x^2-2x+2=0$

$\Rightarrow x = \frac{2\pm\sqrt{4-8}}{2} = \frac{2\pm\sqrt{-4}}{2} = \frac{2\pm 2i}{2} = (1\pm i)$

12. यदि ω इकाई का समिश्र घनमूल हो तो

$(1-\omega+\omega^2)^6 + (1-\omega^2+\omega)^6 = ?$

(A) 0 (B) 6 (C) 64 (D) 128

(RRB राँची A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (D)

$(1-\omega+\omega^2)^6 + (1-\omega^2+\omega)^6 = (-\omega-\omega)^6 + (-\omega^2-\omega^2)^6$

$= (-2\omega)^6 + (-2\omega^2)^6 \quad [\because 1+\omega^2=-\omega, 1+\omega=-\omega^2]$

$= 64\omega^6 + 64\omega^{12} = 64+64 = 128 \quad [\because \omega^3=1]$

13. यदि $1, \omega, \omega^2$ इकाई के घनमूल हो तो $(2+5\omega+2\omega^2)^6$ का मान होगा-

(A) 576 (B) 625 (C) 729 (D) इनमें कोई नहीं

(RRB गोरखपुर Diesel Driver, 2004)

Speedy Solution : (C)

$(2+5\omega+2\omega^2)^6 = (2+2\omega^2+5\omega)^6$

$= \{2(1+\omega^2)+5\omega\}^6 = \{2(-\omega)+5\omega\}^6 = (3\omega)^6 = 729$

14. $\left\{\frac{1}{(1-2i)} + \frac{3}{(1+i)}\right\}\left(\frac{3+4i}{2-4i}\right) = ?$

(A) $\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i\right)$ (B) $\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{4}i\right)$ (C) $\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{4}i\right)$ (D) इनमें कोई नहीं

(RRB मुम्बई T.A., 2004)

Speedy Solution : (B)

दिये गये व्यंजक से $\left\{\frac{1}{(1-2i)} + \frac{3}{(1+i)}\right\} \cdot \frac{(3+4i)(2+4i)}{(2-4i)(2+4i)}$

$= \left[\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i\right) + \left(\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i\right)\right]\left(-\frac{1}{2}+i\right) = \left(\frac{17}{10}-\frac{11}{10}i\right)\left(-\frac{1}{2}+i\right) = \left(\frac{1}{4}+\frac{9}{4}i\right)$