42

आव्यूह
(MATRIX)

एक ही प्रकार के संख्याओं के एक निकाय (System) को m पंक्तियों तथा n स्तंभों में आयताकार सारणी (Rectangular Array) के रूप में व्यवस्थित (Arrange) करने को $m \times n$ क्रम या कोटि (Order) का आव्यूह (Matrix) या $m \times n$ आव्यूह कहते है। इसे $[\ ]_{m \times n}$ द्वारा सूचित किया जाता है।

जैसे – $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -5 \end{bmatrix}$ एक 2×3 क्रम का आव्यूह (Matrix) है।

आव्यूह के प्रकार

1. **क्षैतिज आव्यूह (Horizontal Matrix) :** जिस Matrix में पंक्तियों की संख्या स्तम्भों की संख्या में कम हो, तो उसे क्षैतिज Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}$ एक क्षैतिज Matrix है क्योंकि इसमें दो पंक्तियाँ एवं तीन सतंभ है।

2. **ऊर्ध्वाधर आव्यूह (Vertical Matrix) :** जिस Matrix में पंक्तियों की संख्या स्तम्भों की संख्या में अधिक हो, तो उसे Vertical Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \\ 4 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ एक Vertical Matrix है।

4. **वर्ग आव्यूह (Square Matrix) :** जिस Matrix में पंक्तियों तथा स्तंभों की संख्या बराबर हो, उसे Square Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 8 & 0 & 6 \\ 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ आदि Square Matrix है।

5. **पंक्ति आव्यूह (Row Matrix) :** जिस Matrix में केवल एक पंक्ति हो, उसे Row Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ एक Row Matrix है।

6. **स्तंभ आव्यूह (Column Matrix) :** जिस Matrix में केवल एक स्तंभ हो, उसे स्तम्भ Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ एक स्तम्भ Matrix है।

7. **शून्य या रिक्त आव्यूह (Zero or Null Matrix) :** जिस Matrix का प्रत्येक तत्व शून्य हो, उसे Zero Matrix कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ आदि शून्य आव्यूह है।

9. **विकर्ण आव्यूह (Diagonal Matrix) :** यदि किसी वर्ग आव्यूह में मुख्य विकर्ण के तत्वों को छोड़कर सभी तत्व (elements) शून्य हो, तो उसे विकर्ण आव्यूह कहते है।

   जैसे – $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ Diagonal Matrix है।

10. **इकाई या तत्समक आव्यूह (Unit or Identity Matrix) :** जिस Square Matrix के leading diagonal के सभी elements इकाई (1) हो तथा शेष सभी तत्व शून्य हों, तो उसे Unit Matrix कहते है।

    जैसे – $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ एक Unit Matrix है।

11. **मुख्य विकर्ण (Leading Diagonal) :** प्रत्येक Square Matrix में दो विकर्ण होते है। बायें हाथ के ऊपरी सिरे से दायें हाथ के नीचले सिरे को Leading Diagnonal कहते है

    जैसे – $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow$ leading diagonal

12. यदि $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix}$ तो $k.A = \begin{bmatrix} xk & yk & zk \\ x_1k & y_1k & z_1k \end{bmatrix}$

दो आव्यूहों की समानता

- **दो Matrix समान कहे जायेंगे यदि –**
  (i) दोनों Matrix एक ही Order (क्रम) में हो एवं
  (ii) दोनों Matrix के संगत पद समान हों।

  जैसे – यदि $A = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ एवं $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ हो, तो

  $A = B \Rightarrow x = 2, y = 3$ एवं $z = 4$

दो आव्यूहों का योगफल तथा घटाव

- दो Matrices यदि समान Order के हों, तो उनका योगफल तथा घटाव ज्ञात किया जा सकता है। दोनों Matrix को जोड़ने अथवा घटाने के लिए उनके संगत पदों को जोड़ा या घटाया जाता है।

  जैसे – यदि $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{bmatrix}$ तो

  $$A + B = \begin{bmatrix} a_1 + x_1 & b_1 + y_1 & c_1 + z_1 \\ a_2 + x_2 & b_2 + y_2 & c_2 + z_2 \end{bmatrix}$$

  पुनः

  $$A - B = \begin{bmatrix} a_1 - x_1 & b_1 - y_1 & c_1 - z_1 \\ a_2 - x_2 & b_2 - y_2 & c_2 - z_2 \end{bmatrix}$$

दो आव्यूहों का गुणनफल

Matrix, A एवं B का गुणा AB तभी संभव है जबकि A के स्तम्भों की संख्या और B के पंक्तियों की संख्या आपास में समान हों।

जैसे - यदि $A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{bmatrix}$ तथा $B=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{bmatrix}$ तो

$$A\times B=\begin{bmatrix}a_{11}.b_{11}+a_{12}.b_{21} & a_{11}.b_{12}+a_{12}.b_{22}\\ a_{21}.b_{11}+a_{22}.b_{21} & a_{21}.b_{12}+a_{22}.b_{22}\\ a_{31}.b_{11}+a_{32}.b_{21} & a_{31}.b_{12}+a_{32}.b_{22}\end{bmatrix}$$

Transpose of Matrix

Matrix, A के Rows के संगत Columns में एवं Columns को संगत Rows के बदलने पर बने Matrix को A का Transpose Matrix कहते है। इसे A' या A' द्वारा निरूपित करते हैं।

जैसे - $A=\begin{bmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\\ a_3 & b_3\end{bmatrix}$ हो, तो $A'=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{bmatrix}$

Note :- $(A')=A$

आव्यूह पर आधारित प्रश्न

1. यदि $A=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 5 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}5 & -3\\ 2 & -2\end{bmatrix}$ हो A+B का मान बतायें।

Speedy Solution :-

$$A+B=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 5 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & -3\\ 2 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+5 & 0+(-3)\\ 5+2 & 4+(-2)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & -3\\ 7 & 2\end{bmatrix}$$

2. $A=\begin{bmatrix}8 & 6\\ 3 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}4 & 8\\ 6 & 8\end{bmatrix}$ तो $A-B=?$

Speedy Solution :-

$$A-B=\begin{bmatrix}8 & 6\\ 3 & 4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4 & 8\\ 6 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8-4 & 6-8\\ 3-6 & 4-8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & -2\\ -3 & -4\end{bmatrix}$$

3. यदि $\begin{bmatrix}2x+y & 3\\ 6 & x+2y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 6 & 3\end{bmatrix}$ हो x एवं y का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

$$\begin{bmatrix}2x+y & 3\\ 6 & x+2y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 6 & 3\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow 2x+y=5$ ...(i)

$x+2y=3$ ...(ii)

(i) एवं (ii) को हल करने पर $x=\frac{7}{3}$ एवं $y=\frac{1}{3}$

4. $A=\begin{bmatrix}a & b\\ b & a\end{bmatrix}$ हो, तो A^2 का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}a & b\\ b & a\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}a & b\\ b & a\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}a^2+b^2 & ab+ab\\ ab+ab & b^2+a^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a^2+b^2 & 2ab\\ 2ab & a^2+b^2\end{bmatrix}$$

5. यदि $A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 6 & -1 & 5\\ 3 & 1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 3\\ 2 & 1 & 3\end{bmatrix}$ तो $A+B=?$

Speedy Solution :-

$$A+B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 6 & -1 & 5\\ 3 & 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 3\\ 2 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2+1 & 3+2 & 1+(-1)\\ 6+0 & (-1)+(-1) & 5+3\\ 3+2 & 1+1 & 2+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 5 & 0\\ 6 & -2 & 8\\ 5 & 2 & 5\end{bmatrix}$$

6. यदि $A=\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\\ -4 & 2 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 0 & 4\end{bmatrix}$ तो, $A+B=?$

Speedy Solution :-

$$A+B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ -4 & 2 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & 0 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -3 & 5\\ -1 & 2 & 9\end{bmatrix}$$

7. $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -2 & 3\\ -3 & 1\end{bmatrix}$, तो $AB=?$

Speedy Solution :-

$$AB=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & -2\\ -1 & 3\\ -3 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1\times1+0\times-2+2\times-3 & 1\times-2+0\times3+2\times1\\ 0\times1+1\times-2+2\times-3 & 0\times-2+1\times3+2\times1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ -8 & 5\end{bmatrix}$$

8. यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -2 & 3\\ -3 & 1\end{bmatrix}$ $BA=?$

Speedy Solution :-

$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -2 & 3\\ -3 & 1\end{bmatrix}$ तो

$$BA=\begin{bmatrix}1 & -2\\ -2 & 3\\ -3 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1\times1+-2\times0 & 1\times0+-2\times1 & 1\times2+-2\times2\\ -2\times1+3\times0 & -2\times0+3\times1 & -2\times2+3\times2\\ -3\times1+1\times0 & -3\times0+1\times1 & -3\times2+1\times2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & -2 & -2\\ -2 & 3 & 2\\ -3 & 1 & -4\end{bmatrix}$$

9. यदि $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 4 & 16\\ 1 & -2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1 & 4\\ 0 & 3\end{bmatrix}$ तब $AB=?$

Speedy Solution :-

$$AB=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 4 & 5\\ 1 & -2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-1 & 4\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2\times-1+-3\times0 & 2\times4+-3\times3\\ 4\times-1+5\times0 & 4\times4+5\times3\\ 1\times-1+-2\times0 & 1\times4+-2\times3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & -1\\ -4 & 31\\ -1 & -2\end{bmatrix}$$

10. यदि $A=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 5 & 1\end{bmatrix}$, तो $A'=?$

Speedy Solution :-

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 5 & 1\end{bmatrix}$$

$$\therefore A'=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ 5 & 1\end{bmatrix}$$

$\because$ A' A का Transpose Matrix है एवं इसमें Row एवं Column आपस में बदल जाते है।

11. यदि $\begin{bmatrix}x+1 & 5\\ y+0 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & 5\\ 5 & 2\end{bmatrix}$, तो x एवं y का मान क्रमशः होगा ?

Speedy Solution :-

$$\begin{bmatrix}x+1 & 5\\ y+2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & 5\\ 5 & 2\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow x+1=8$ और $y+2=5$

$\Rightarrow x=7$ एवं $y=3$

12. $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 0 & 3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 3 & 0\end{bmatrix}$, तो $A-B=?$

Speedy Solution :-

$$A-B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 0 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 0\\ 3 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -3 & 3\end{bmatrix}$$

13. यदि आव्यूह $\begin{bmatrix}a+3 & b^2+2\\ 0 & -6\end{bmatrix}$ तथा $\begin{bmatrix}2a+1 & 3b\\ 0 & b^2-5b\end{bmatrix}$ बराबर है, तो a तथा b ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$\therefore \begin{bmatrix}a+3 & b^2+2\\ 0 & -6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a+1 & 3b\\ 0 & b^2-5b\end{bmatrix}$$

$\therefore a+3=2a+1$ ...(i)

$b^2+2=3b$ ...(ii)

$-6=b^2-5b$ ...(iv)

(i) से, $2a-a=3-1$ $\Rightarrow a=2$

(ii) से $b^2+2=3b$ $\Rightarrow (5b-6)+2=3b,(3)$ से

$\Rightarrow 5b-4=3b$ $\Rightarrow 2b=4$

$\Rightarrow b=2$ अतः $a=2,\ b=2$

14. यदि $A=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$ तो A^2 का मान ज्ञान करें ?

Speedy Solution :-

$$A^2=A.A=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}4+2-4 & -4-6+8 & -8-8+12\\ -2-3+4 & 2+9-8 & 4+12-12\\ 2+2-3 & -2-6+6 & -4-8+9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{bmatrix}=A$$

15. यदि $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}$ तो $A^2-5A-5I$ का मान ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$A^2=A.A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+4+4 & 2+2+4 & 2+4+2\\ 2+2+4 & 4+1+4 & 4+2+2\\ 2+4+2 & 4+2+2 & 4+4+1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}9 & 8 & 8\\ 8 & 9 & 8\\ 8 & 8 & 9\end{bmatrix}\text{ तथा } 5A=\begin{bmatrix}5 & 10 & 10\\ 10 & 5 & 10\\ 10 & 10 & 5\end{bmatrix}, 5I=\begin{bmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

$$\therefore A^2-5A-5I=\begin{bmatrix}9 & 8 & 8\\ 8 & 9 & 8\\ 8 & 8 & 9\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 10 & 10\\ 10 & 5 & 10\\ 10 & 10 & 5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}9-4-5 & 8-8+0 & 8-8+0\\ 8-8+0 & 9-4-5 & 8-8+0\\ 8-8+0 & 8-8+0 & 9-4-5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=0$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. यदि मैट्रिक्स $a=\begin{vmatrix}1 & 1\\1 & 2\end{vmatrix}$ और $b=\begin{vmatrix}-1 & 1\\1 & -1\end{vmatrix}$ तो AB का मान क्या होगा -

(A) $\begin{vmatrix}1 & 1\\2 & 2\end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix}-1 & 1\\1 & -2\end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix}-1 & 1\\2 & -2\end{vmatrix}$

(RRB कोलकाता S.M., 2002)

Speedy Solution : (D)

$$AB=\begin{vmatrix}1 & 1\\2 & 2\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}-1 & 1\\1 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1\times-1 & 1\times1\\2\times1 & 2\times-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1 & 1\\2 & -2\end{vmatrix}$$

2. मैट्रिक्स P तथा Q का गुणनफल ज्ञात कीजिए -

$$P=\begin{vmatrix}2 & 3 & 4\\3 & 4 & 5\\4 & 5 & 6\end{vmatrix} \quad Q=\begin{vmatrix}1 & -3 & 5\\0 & 2 & 4\\3 & 0 & 5\end{vmatrix}$$

(A) $\begin{vmatrix}20 & 15 & 24\\30 & 20 & 25\\40 & 10 & 72\end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix}20 & 14 & 24\\0 & 18 & 25\\40 & 22 & 12\end{vmatrix}$

(C) $\begin{vmatrix}2 & -9 & 20\\0 & 8 & 20\\12 & 0 & 30\end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix}14 & 0 & 42\\18 & -1 & 56\\22 & -2 & 70\end{vmatrix}$

(RRB राँची ASM, 2005)

Speedy Solution : (D)

$$PQ=\begin{vmatrix}2 & 3 & 4\\3 & 4 & 5\\4 & 5 & 6\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}1 & -3 & 5\\0 & 2 & 4\\3 & 0 & 5\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}2+0+12 & -6+6+0 & 10+12+20\\3+0+15 & -9+8+0 & 15+16+25\\4+0+18 & -12+10+0 & 20+20+30\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}14 & 0 & 42\\18 & -1 & 56\\22 & -2 & 70\end{vmatrix}$$

3. x, y, a तथा b के मान ज्ञात कीजिये यदि -

$$\begin{bmatrix}x+y & a+b\\a-b & 2x-3y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -1\\3 & -5\end{bmatrix}$$

(A) $a=2, b=-3, x=-4, y=0$

(B) $a=0, b=-1, x=1, y=2$

(C) $a=1, b=-2, x=2, y=3$

(D) $a=3, b=-3, x=-4, y=-1$

(RRB अहमदाबाद T.A., 2005)

Speedy Solution : (C)

$$\begin{bmatrix}x+y & a+b\\a-b & 2x-3y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -1\\3 & -5\end{bmatrix}$$

मैट्रिक के Equality सिद्धांत से,

$x+y=5$ (i)
$2x+3y=-5$ (ii)

समी॰ (i) तथा (ii) को हल करने पर,

$x=2$ तथा $y=3$

फिर,

$a+b=-1$ (iii)
$a-b=3$ (iv)

समी॰ (iii) तथा (iv) को हल करने पर,

$a=1$ तथा $b=-2$

4. यदि $A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\4 & 5 & 6\end{vmatrix}$ तो A' का मान होगा -

(A) $\begin{vmatrix}3 & 6\\2 & 6\\1 & 4\end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix}1 & 4\\2 & 5\\3 & 6\end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix}4 & 5 & 6\\1 & 2 & 6\end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix}3 & 2 & 1\\6 & 5 & 4\end{vmatrix}$

(RRB कोलकाता P.way, 2001)

Speedy Solution : (B)

TRICK : R_1 को C_1 तथा R_2 को C_2 में बदल दें -

$$\therefore A^1=\begin{vmatrix}1 & 4\\2 & 5\\3 & 6\end{vmatrix}$$

5. यदि $A=\begin{vmatrix}3 & 6\\5 & -4\end{vmatrix}$ और $B=\begin{vmatrix}7 & 8\\5 & 6\end{vmatrix}$ तो 2A + 3B का मान होगा -

(A) $\begin{vmatrix}36 & 27\\25 & 10\end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix}27 & 36\\10 & 25\end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix}21 & 24\\15 & 18\end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix}27 & 36\\25 & 10\end{vmatrix}$

(RRB मुम्बई ESM-II, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$2A+3B=2\begin{vmatrix}3 & 6\\5 & -4\end{vmatrix}+3\times\begin{vmatrix}7 & 8\\5 & 6\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}6 & 12\\10 & -8\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}21 & 24\\15 & 18\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}6+21 & 12+24\\10+15 & -8+18\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}27 & 36\\25 & 10\end{vmatrix}$$

6. $A=\begin{bmatrix}a & b\\b & a\end{bmatrix}$ हो, तो A^2 का मान बतायें

(A) $\begin{bmatrix}a & b\\b & a\end{bmatrix}^2$ (B) $\begin{bmatrix}a^2 & b^2\\b^2 & a^2\end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix}ab & b^2\\a^2 & ba\end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix}a^2+b^2 & 2ab\\2ab & a^2+b^2\end{bmatrix}$

(RRB भुवनेश्वर, J.E.-II, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$A^2 = A \times A = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a^2+b^2 & ab+ab \\ ab+ab & b^2+a^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2+b^2 & 2ab \\ 2ab & a^2+b^2 \end{vmatrix}$$

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ हो तो $4A - 3B$ का मान क्या होगा ?

(A) $\begin{bmatrix} -8 & -7 & -6 \\ -1 & 0 & 5 \\ -2 & -15 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -5 & -7 & -6 \\ -4 & 0 & 5 \\ -6 & -15 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -5 & -7 & -6 \\ -4 & 1 & 5 \\ -6 & -15 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -5 & -7 & 0 \\ -4 & 1 & 5 \\ -6 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(RRB कोलकाता E.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$4A - 3B = 4\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 8 \\ 4 & -12 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 15 & 18 \\ -3 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -7 & -6 \\ -1 & 0 & 5 \\ -2 & -15 & 2 \end{bmatrix}$$

8. यदि $\begin{bmatrix} x^2-4x & x^2 \\ x^2 & x^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -x+2 & 1 \end{bmatrix}$ तो x का मान बतायें?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) −1

(RRB चेन्नई Asst. Driver, 2003)

Speedy Solution : (B)

$$\begin{bmatrix} x^2-4x & x^2 \\ x^2 & x^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -x+2 & 1 \end{bmatrix}$$

$\therefore x^2 - 4x = -3$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Rightarrow x = 1, 3$

$\because x^2 = 1$ $\therefore x = \pm 1$

पुनः $x^2 = -x + 2$

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\Rightarrow x = -2, 1$

$\Rightarrow x^3 = 1$ $\therefore x = 1, \omega, \omega^2$

$\therefore$ उभयनिष्ट मान $= 1$

9. यदि $2A - B = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 0 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ और $2B + A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, तो $A = ?$

(A) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (D) इनमें से कोई नहीं

(RRB महेन्द्रूघाट Goods Guard, 2004)

Speedy Solution : (B)

$$2(2A - B) = \begin{bmatrix} 12 & -12 & 0 \\ -8 & 4 & 2 \end{bmatrix},\ 2B + A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

जोड़ने पर $5A = \begin{bmatrix} 15 & -10 & 5 \\ -10 & 5 & -5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

10. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, तो $A^8 = ?$

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(RRB अहमदाबाद Asst. Driver, 2004)

Speedy Solution : (A)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

पुनः वर्ग करने पर $A^8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. यदि $A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ तो AA' बराबर ?

(A) $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

(RRB कोलकाता T.A., 2004)

Speedy Solution : (B)

$$A = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \therefore A' = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore AA' = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$