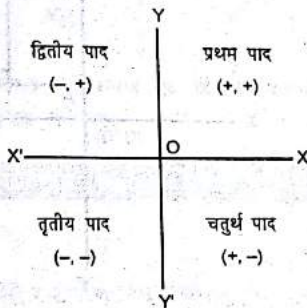


BASIC CONCEPT

नियामक ज्यामिति : गणित की एक शाखा है, जिसमें तल के किसी बिन्दु की स्थिति को क्रमिक स्वतंत्र वास्तविक संख्याओं की सहायता से दिखाई जाती है और इन वास्तविक संख्याओं को बिन्दु का नियामक कहा जाता है।

ग्राफ के किसी भी पाद (Quadrant) में प्रदत्त बिन्दु के दो मान (x, y) होते हैं, जिन्हें एक साथ उस बिन्दु का नियामक या निर्देशांक कहा जाता है। x को उस बिन्दु का भुज (abscissa) एवं y को उस बिन्दु का कोटि (ordinate) कहा जाता है।

नीचे दो रेखाएँ $X'OX$ तथा $Y'OY$ तल को चार भागों में विभक्त करती हैं, जिन्हें चतुर्थांश कहते हैं।

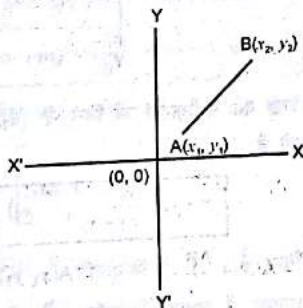


Note : x तथा y क्रमशः Y -अक्ष तथा X -अक्ष से प्रदत्त बिन्दु की लम्बात्मक दूरी बताता है।

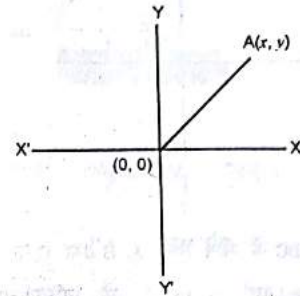
महत्त्वपूर्ण तथ्य

- यदि A तथा B दो ऐसे बिन्दु हैं, जिनका नियामक क्रमशः (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) है, तो दोनों बिन्दु को मिलाने वाली रेखा

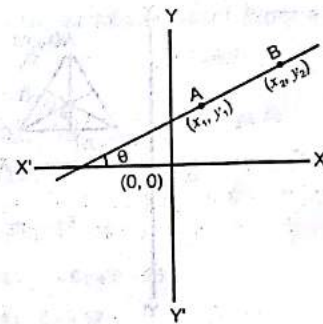
$$AB \text{ की लम्बाई } = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



- किसी बिन्दु (x, y) की मूल बिन्दु $(0, 0)$ से दूरी $= \sqrt{x^2 + y^2}$

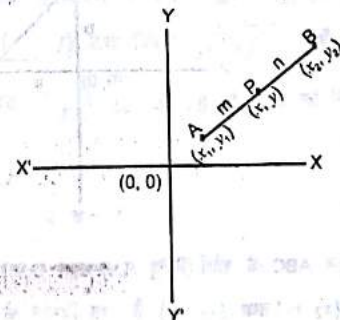


- A तथा B दो बिन्दु इस प्रकार हैं जिनका नियामक क्रमशः (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) है, को मिलाने वाली रेखा की ढाल $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



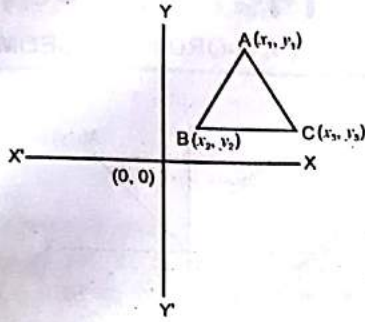
- यदि दो बिन्दुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को मिलाने वाली रेखा को कोई बिन्दु (x, y) , $m:n$ में अन्तः विभाजित करे तो

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} \text{ तथा } y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

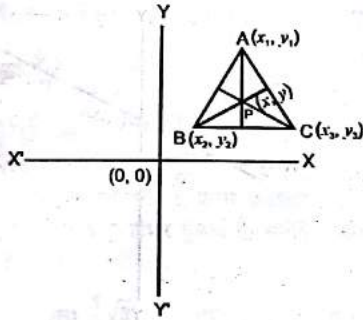


- एक त्रिभुज ABC की शीर्ष बिन्दु A, B तथा C हैं, जिनका नियामक क्रमशः (x_1, y_1) , (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) है, तो

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल } = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

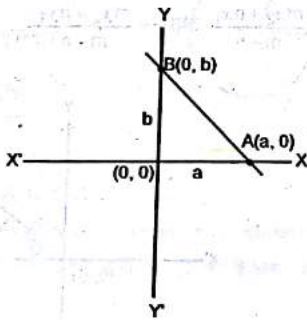


6. एक त्रिभुज ABC के शीर्ष बिन्दु A, B तथा C का नियामक क्रमशः (x_1, y_1) , (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) है, और माध्यिकाओं के कटान बिन्दु उसके गुरुत्व केन्द्र का नियामक $p(x, y)$ हो तो $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$, $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$



7. उस सरल रेखा का समीकरण जो x तथा y अक्षों को क्रमशः a तथा b पर अंतः खंड काटती है।

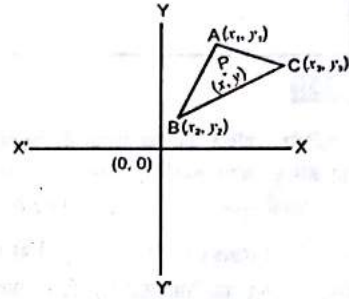
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



8. यदि त्रिभुज ABC के शीर्ष बिन्दु A, B तथा C का नियामक क्रमशः (x_1, y_1) , (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) है तथा त्रिभुज के अंतः केन्द्र p का नियामक (x, y) है, तो

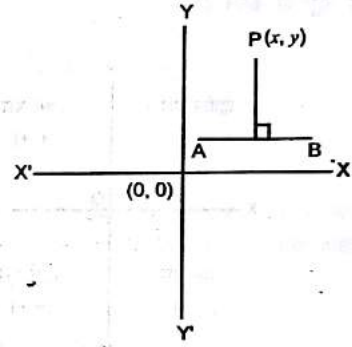
$$x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \quad y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}$$

जहाँ a, b तथा c त्रिभुज की भुजाएँ हैं।



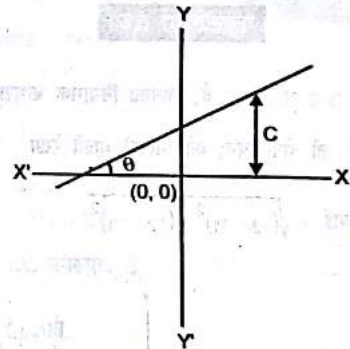
9. बिन्दु (x, y) से रेखा $ax + by + c = 0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई

$$l = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



10. उस सरल रेखा का समीकरण जो Y -अक्ष पर अन्तः खण्ड c काटती है और जिसका ढाल $= m = \tan \theta$ हो।

$$y = mx + c$$



11. उस सरल रेखा का समीकरण जो बिन्दुओं (x_1, y_1) एवं (x_2, y_2) से होकर गुजरती है -

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

12. यदि कोई बिन्दु $p(x, y)$ दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ को $m:n$ के अनुपात में बाह्यतः विभाजित करे तो,

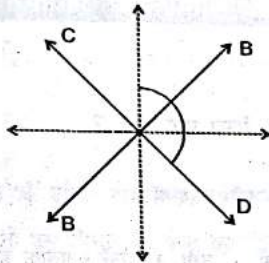
$$x = \frac{mx_2 - nx_1}{m - n}, \quad y = \frac{my_2 - ny_1}{m - n}$$

13. उस सरल रेखा का समीकरण जिस पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई P एवं यह लम्ब x -अक्ष के धनात्मक दिशा के साथ α कोण बनाता है -

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = P$$

14. सरल रेखाओं $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ के बीच के कोणों के अर्द्धकोणों का समीकरण

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



स्पष्ट है उपरोक्त समीकरण से दो समीकरण प्राप्त होगा, धनात्मक एवं चिह्न लेने पर।

रेखायुग्म (Pair of Straight Line)

महत्वपूर्ण बातें :-

- x और y में ऐसे समीकरण जिनके प्रत्येक पद में x तथा y के घातों का योग बराबर हो वे समघाती समीकरण (Homogeneous Equation) कहलाते हैं और घातों का योग उस समीकरण का घात (degree) कहलाता है।
- $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ द्विघात के समघातीय समीकरण का सामान्य रूप है।
- द्विघात का समघाती समीकरण (Homogeneous Equation) अर्थात् $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ हमेशा एक जोड़ी सरल रेखाओं को व्यक्त करती है। ये रेखाएँ वास्तविक होंगी यदि $h^2 - ab \geq 0$
- $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ द्वारा निरूपित सरल रेखाओं के बारे में निम्नलिखित बातों पर ध्यान देना आवश्यक है -

- (i) यदि m_1 एवं m_2 इनके द्वारा निरूपित सरल रेखाओं के ढाल हों, तो -

$$m_1 + m_2 = \frac{-2h}{b} \quad \text{तथा} \quad m_1 \cdot m_2 = \frac{a}{b}$$

- (ii) यदि θ दोनों रेखाओं के बीच का कोण हो, तो -

$$\tan \theta = \pm \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a + b}$$

- (iii) दोनों रेखाएँ संपाती (Coincidence) होंगी, यदि $h^2 = ab$

- (iv) दोनों रेखाएँ परस्पर लम्ब होंगी, यदि $a + b = 0$

- (v) उनके बीच के कोणों के अर्द्धकोणों का समीकरण $\frac{x^2 - y^2}{a - b} = \frac{xy}{h}$

- द्विघात का व्यापक समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ एक रेखा युग्म (Pair of Straight lines) को निरूपित करेगा,

$$\text{यदि } abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$$

वृत्त (CIRCLE)

महत्वपूर्ण बातें :-

- उस वृत्त का समीकरण जिसका केन्द्र मूल बिन्दु $(0,0)$ पर और त्रिज्या r हो -

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Example : उस वृत्त का समीकरण बताये जिसका केन्द्र मूल बिन्दु और त्रिज्या 4 हो -

Speedy Solution :-

अभीष्ट समीकरण होगा - $x^2 + y^2 = 16$

Example : उस वृत्त का समीकरण निकालें जिसका केन्द्र $(2,3)$ हो और त्रिज्या 5 हो।

Speedy Solution :-

यहाँ $\alpha = 2, \beta = 3, r = 5$

\therefore अभीष्ट समीकरण -

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$$

- $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ एक वृत्त को निरूपित करेगा, यदि -

(i) $a = b$ अर्थात् x^2 एवं y^2 के गुणांक समान हो

(ii) $h = 0$ अर्थात् xy के गुणांक शून्य हो अर्थात् xy वाला पद न हो

- वृत्त का व्यापक समीकरण $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ होता है, जिसका केन्द्र $(-g, -f)$ तथा त्रिज्या $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ है।

Example : वृत्त $x^2 + y^2 - 8x - 4y = 5$ के केन्द्र का नियामक तथा त्रिज्या निकालें।

Speedy Solution :-

यहाँ $g = -4, f = -2, c = -5$

\therefore वृत्त का केन्द्र $= (-g, -f) = (4, 2)$

त्रिज्या $= \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{16 + 4 + 5} = \sqrt{25} = 5$

- उस वृत्त का समीकरण जिसके एक व्यास के सिरे के नियामक (x_1, y_1) एवं (x_2, y_2) हैं -

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

Example : उस वृत्त का समीकरण बतायें जिसके व्यास के सिरों के नियामक (3,4) और (5,6) है।

Speedy Solution :-

अभीष्ट समीकरण होगा -

$$(x-3)(x-5) + (y-4)(y-6) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 15 + y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 10y + 39 = 0$$

- यदि किसी वृत्त के केन्द्र और किसी बिन्दु के बीच की दूरी यदि वृत्त के त्रिज्या से कम हो तो बिन्दु वृत्त के भीतर यदि त्रिज्या के बराबर हो, तो वृत्त पर और यदि त्रिज्या से बड़ी हो, तो वृत्त से बाहर होगा।

- वृत्त $x^2 + y^2 = r^2$ के किसी बिन्दु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण -

$$xx_1 + yy_1 = r^2$$

Example : वृत्त $x^2 + y^2 = 13$ के बिन्दु (2,3) पर स्पर्श रेखा का समीकरण $2x + 3y = 13$

- वृत्त $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के किसी बिन्दु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण -

$$xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$$

Example : वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ के बिन्दु (4,2) पर स्पर्श रेखा का समीकरण लिखें -

Speedy Solution :-

यहाँ $x_1 = 4, y_1 = 2, g = -2, f = -2, c = 4$

∴ स्पर्श रेखा का समीकरण होगा -

$$4x + 2y - 2(x+4) - 2(y+2) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 8 = 0 \quad \Rightarrow x - 4 = 0$$

- वृत्त $x^2 + y^2 = r^2$ के किसी बिन्दु (x_1, y_1) पर अभिलम्ब का समीकरण -

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1}$$

Example : वृत्त $x^2 + y^2 = 2$ के बिन्दु (1,1) पर अभिलम्ब का समीकरण लिखें -

Speedy Solution :-

$$\text{अभिलम्ब का समीकरण} - \frac{x}{1} = \frac{y}{1}$$

$$\Rightarrow x = y \quad \Rightarrow x - y = 0$$

- वृत्त $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के किसी बिन्दु (x_1, y_1) पर अभिलम्ब का समीकरण -

$$\frac{x-x_1}{x_1+g} = \frac{y-y_1}{y_1+f}$$

Example : वृत्त $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 1 = 0$ के (-3,2) पर अभिलम्ब का समीकरण बतायें।

Speedy Solution :-

यहाँ $g = -1, f = -5, x_1 = -3, y_1 = 2$

∴ अभीष्ट अभिलम्ब का समीकरण

$$\frac{x+3}{-3-1} = \frac{y-2}{2-5} \quad \Rightarrow \frac{x+3}{-4} = \frac{y-2}{-3}$$

$$\Rightarrow 3x + 9 = 4y - 8$$

$$\Rightarrow 3x - 4y + 17 = 0$$

- किसी बाहरी बिन्दु (x_1, y_1) से वृत्त $x^2 + y^2 = r^2$ पर खींची गयी स्पर्श

$$\text{रेखा की लम्बाई} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$$

Example : बिन्दु (3,4) से वृत्त $x^2 + y^2 = 16$ पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई बतायें।

Speedy Solution :-

$$\text{अभीष्ट लम्बाई} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 16} = \sqrt{9 + 16 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

नियामक ज्यामिति पर आधारित प्रश्न

TYPE - 1

1. बिन्दु (-2, -5) किस पाद में है ?

Speedy Solution :-

बिन्दु (-2, -5) तृतीय पाद में है।

Note :

- (i) प्रथम पाद में x तथा y दोनों धनात्मक होता है।
- (ii) द्वितीय पाद में x का मान ऋणात्मक तथा y का मान धनात्मक होता है।
- (iii) तृतीय पाद में x तथा y दोनों का मान ऋणात्मक होता है।
- (iv) चतुर्थ पाद में x का मान धनात्मक तथा y का मान ऋणात्मक होता है।

2. बिन्दु (-3,4) किस पाद में है ?

Speedy Solution :-

द्वितीय पाद में

Note : क्योंकि द्वितीय पाद में ही x का मान ऋणात्मक तथा y का मान धनात्मक होता है।

TYPE - 2

3. बिन्दुओं (4,5) और (-3,2) के बीच की दूरी बतायें ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (1) से,

$$\begin{aligned} \text{अभीष्ट दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{\{(-3) - 4\}^2 + \{2 - 5\}^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58} \text{ इकाई} \end{aligned}$$

4. यदि $(k-2)$ और $(5,3)$ बिन्दुओं के बीच की दूरी 5 इकाई हो, तो k का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (1) से,

$$\text{बीच की दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{या, } 5 = \sqrt{(5-k)^2 + \{3 - (-2)\}^2}$$

$$\text{या, } (5)^2 = (5-k)^2 + (5)^2 \quad \text{या, } 25 = (5-k)^2 + 25$$

$$\text{या, } (5-k)^2 = 0 \quad \text{या, } 5-k = 0 \quad \therefore k = 5 \text{ इकाई}$$

TYPE - 3

5. यदि किसी त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक $(-1, 0)$, $(4, -5)$ तथा $(5, -3)$ है, तो उस त्रिभुज का क्षेत्रफल बतायें ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (5) से,

$$\begin{aligned} \text{क्षे.} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [-1(-5+3) + 4(-3-0) + 5(0+5)] \\ &= \frac{1}{2} [2-12+25] = \frac{1}{2} \times 15 = 7.5 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

TYPE - 4

6. किसी त्रिभुज के शीर्षों के नियामक क्रमशः $(7, 5)$, $(5, 7)$ तथा $(-3, 3)$ है, तो उस त्रिभुज के केन्द्र का नियामक क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (6) से,

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{7 + 5 + (-3)}{3} = \frac{9}{3} = 3 \\ y &= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{5 + 7 + 3}{3} = \frac{15}{3} = 5 \end{aligned} \therefore (x, y) = \left(\frac{9}{3}, \frac{15}{3}\right) = (3, 5)$$

7. उस त्रिभुज के अन्तः केन्द्र के निर्देशांक क्या होंगे। यदि शीर्ष बिन्दु $(4, -2)$, $(-2, 4)$ और $(5, 5)$ है ?

Speedy Solution

महत्त्वपूर्ण तथ्य (8) से,

$$a = \sqrt{(-2-5)^2 + (4-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{(5-4)^2 + \{5-(-2)\}^2} = 5\sqrt{2}$$

$$c = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + \{(-2-4)\}^2} = 6\sqrt{2}$$

\therefore अंतः केन्द्र का निर्देशांक

$$x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c} = \frac{5\sqrt{2} \times 4 + 5\sqrt{2} \times (-2) + 6\sqrt{2} \times 5}{5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c} = \frac{5\sqrt{2} \times (-2) + 5\sqrt{2} \times 4 + 6\sqrt{2} \times 5}{5\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

TYPE - 5

8. बिन्दुओं $(2, 0)$ एवं $(0, -3)$ से होकर जानेवाली सरल रेखा की ढाल क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (3) से,

$$\text{ढाल} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{0 - (-3)}{2 - 0} = \frac{3}{2} \text{ इकाई}$$

TYPE - 6

9. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात करें, जो $(0, -4)$ और $(-6, 2)$ से होकर जाती है ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (11) से,

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\text{या, } y - (-4) = \frac{-4 - 2}{0 - (-6)} (x - 0) \text{ या, } y + 4 = \frac{-6}{6} (x - 0)$$

$$\text{या, } x + y + 4 = 0$$

$$\text{या, } x + y = -4$$

TYPE - 7

10. बिन्दु $(3, 4)$ से सरल रेखा $2x + 3y + 5 = 0$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई क्या होगा ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (9) से,

$$l = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{(2 \times 3) + (3 \times 4) + 5}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{6 + 12 + 5}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{23}{\sqrt{13}}$$

TYPE - 8

11. X-अक्ष, बिन्दुओं $(2, -3)$ और $(5, 6)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को किस अनुपात में बाँटता है ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (4) से,

$$\text{माना अनुपात} = \frac{m}{n}$$

\therefore X-अक्ष का Y-नियामक 0 होता है।

$$\therefore y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

$$\text{या, } 0 = \frac{m \times 6 + n \times (-3)}{m+n}$$

$$\text{या, } 6m = 3n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 1:2$$

12. उस बिन्दु का नियामक क्या होगा जो बिन्दुओं $(1, -2)$, $(-3, 4)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3:2 में बहिर्विभक्त करता है ?

Speedy Solution :-

महत्त्वपूर्ण तथ्य (12) से,

$$x = \frac{mx_2 - nx_1}{m-n} = \frac{3 \times (-3) - 2 \times 1}{3-2} = -11$$

$$y = \frac{my_2 - ny_1}{m-n} = \frac{3 \times 4 - 2 \times (-2)}{3-2} = 16$$

$$\therefore (x, y) = (-11, 16)$$

13. बिन्दुओं $(-2, -5)$ और $(3, -1)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को समद्विभाजित करने वाले बिन्दु का नियामक क्या होगा ?

Speedy Solution :-

Note : बिन्दुओं (x_1, y_1) एवं (x_2, y_2) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के मध्यबिन्दु $m(x, y)$ का नियामक

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\therefore m(x, y) = \left\{ \frac{(-2) + (3)}{2}, \frac{(-5) + (-1)}{2} \right\} = \left(\frac{1}{2}, -3 \right)$$

TYPE - 10

14. उस सरल रेखा का समीकरण बतायें जिस पर मूल बिन्दु से खींचे गये लम्ब की लम्बाई $\sqrt{2}$ हो तथा इस लम्ब का x -अक्ष के धनात्मक दिशा के साथ झुकाव 45° हो ?

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण तथ्य (13) से,

$$x \cos 45^\circ + y \sin 45^\circ = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow x + y = 2$$

15. सरल रेखाओं $x - 2y + 3 = 0$ और $4x + 2y - 5 = 0$ के बीच के कोणों के अर्द्धको के समीकरण लिखें ?

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण तथ्य (14) से,

सूत्र से अर्द्धको के समीकरण होगा

$$\frac{x - 2y + 3}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = \pm \frac{4x + 2y - 5}{\sqrt{(4)^2 + (2)^2}} \Rightarrow \frac{x - 2y + 3}{\sqrt{5}} = \pm \frac{4x + 2y - 5}{2\sqrt{5}}$$

धनात्मक एवं ऋणात्मक चिह्न लेने पर प्राप्त अर्द्धको के समीकरण होगा $2x + 6y - 11 = 0$ तथा $6x - 2y + 1 = 0$

TYPE - 11

16. बिन्दुओं $(4, 5)$ और $(-10, -2)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को x -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है ?

Speedy Solution :-

माना अनुपात $= K:1$

$\therefore x$ -अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिन्दु का y -नियामक 0 होता है।

$$\therefore \frac{K \times (-2) + 1 \times 5}{K + 1} = 0$$

$$\text{या, } -2K + 5 = 0 \quad \text{या, } K = \frac{5}{2} = 5:2$$

17. बिन्दुओं $(-4, 2)$ और $(8, 3)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को y -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है ?

Speedy Solution :-

माना अनुपात $= K:1$

$\therefore y$ -अक्ष पर स्थित प्रत्येक बिन्दु का x -नियामक 0 होता है।

$$\therefore \frac{K \times 8 + 1 \times (-4)}{K + 1} = 0 \quad \text{या, } 8K - 4 = 0$$

$$\text{या, } 8K = 4$$

$$\therefore K = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 1:2$$

TYPE - 12

MISLENEOUS

18. उस सरल रेखा का समीकरण बतायें जो y -अक्ष पर 3 अन्तः खण्ड काटती है, और जिसकी ढाल 4 है ?

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण तथ्य (10) से,

$$Y = mx + c = 4 \times x + 3 \quad \text{या, } Y = 4x + 3$$

$$\text{या, } 4x - y + 3 = 0 \quad \text{या, } 4x - y = -3$$

19. यदि किसी समानान्तर चतुर्भुज के तीन शीर्ष क्रमशः $(2, 4), (6, 9), (8, 10)$ हो, तो चौथे शीर्ष का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

यदि चौथा शीर्ष (x, y) हो तो,

$$\frac{2+8}{2} = \frac{6+x}{2} \quad \therefore x = 4$$

$$\text{पुनः } \frac{4+10}{2} = \frac{9+y}{2} \quad \therefore y = 5$$

$$\text{अतः } (x, y) = (4, 5)$$

20. बिन्दु $(7, 9), (3, -7)$ और $(-3, 3)$ किस प्रकार के त्रिभुज के शीर्ष हैं ?

Speedy Solution :-

माना बिन्दु $A = (7, 9), B = (3, 7)$ और $C = (-3, 3)$ हैं।

$$\therefore A \text{ से } B \text{ की दूरी} = \sqrt{(3-7)^2 + (7-9)^2} \\ = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

21. सरल रेखा $4x + 7y + 3 = 0$ द्वारा x -अक्ष पर काटा गया अन्तः खण्ड है ?

Speedy Solution :-

$$4x + 7y = -3 \Rightarrow \frac{4}{-3}x + \frac{7}{-3}y = 1 \Rightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{-3} = 1$$

$$\text{अतः } x\text{-अक्ष पर काटा गया अन्तःखण्ड} = \frac{-3}{4}$$

22. उस सरल रेखा का समीकरण क्या होगा जो अक्षों पर समान एवं धनात्मक अन्तःखण्ड काटती है और $(4, 5)$ से गुजरती है ?

Speedy Solution :-

माना कि अक्षों पर काटा गया अन्तः खण्ड $= a$

\therefore सरल रेखा का समीकरण होगा

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Rightarrow x + y = a$$

लेकिन यह बिन्दु $(4, 5)$ से गुजरती है

$$\therefore 4 + 5 = a \Rightarrow a = 9$$

अतः अभीष्ट सरल रेखा का समीकरण $x + y = 9$

23. उस वृत्त का समीकरण क्या होगा जिसका केन्द्र $(-3, 2)$ और त्रिज्या 7 हो ?

Speedy Solution :-

अभीष्ट वृत्त का समीकरण होगा -

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 49$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 36 = 0$$

24. वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 45 = 0$ की त्रिज्या क्या होगी ?

Speedy Solution :-

यहाँ $g = -2, f = -4, c = -45$

$$\text{सूत्र : } R = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट त्रिज्या} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2 + 45} = \sqrt{4 + 16 + 45} = \sqrt{65}$$

25. वृत्त $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ के केन्द्र का नियामक होगा -

Speedy Solution :-

यहाँ $g = -2, f = -2$

$$\text{सूत्र : केन्द्र} = (-g, -f)$$

$$\therefore \text{केन्द्र का नियामक} = (-2, 2)$$

26. उस वृत्त का समीकरण क्या होगा जिसके एक व्यास के छोरों का नियामक क्रमशः $(1, 2)$ एवं $(3, 4)$ है ?

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : } (x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_2) = 0$$

\therefore अभीष्ट समीकरण

$$(x-1)(x-3) + (y-2)(y-4) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 + y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$$

27. वृत्त $x^2 + y^2 = 25$ के बिन्दु $(3, 4)$ पर खींची गयी स्पर्श रेखा का समीकरण होगा -

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : } xx_1 + yy_1 = r^2$$

\therefore अभीष्ट स्पर्श रेखा का समीकरण होगा - $3x + 4y = 25$

28. बिन्दु $(1, 2)$ की स्थिति वृत्त $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ के संगत होगी -

Speedy Solution :-

$$\text{वृत्त } x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0 \text{ के केन्द्र का नियामक} = (2, -1)$$

$$\text{त्रिज्या} = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + 11} = \sqrt{4 + 1 + 11} = \sqrt{16} = 4$$

बिन्दु $(1, 2)$ और $(2, -1)$ के बीच की

$$\text{दूरी} = \sqrt{(1-2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} < \text{त्रिज्या}$$

अतः अभीष्ट बिन्दु वृत्त के भीतर है।

29. $x^2 + y^2 = 169$ के बिन्दु $(5, 12)$ पर अभिलम्ब का समीकरण होगा -

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : } \frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1}$$

\therefore अभीष्ट अभिलम्ब का समीकरण होगा -

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{12} \Rightarrow 12x - 5y = 0$$

30. वृत्त $x^2 + y^2 - 26x + 12y + 105 = 0$ के बिन्दु $(7, 2)$ पर खींचे गये स्पर्श रेखा का समीकरण होगा -

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : } xx_1 + yy_1 + g(x+x_1) + f(y+y_1) + c = 0$$

यहाँ $g = -13, f = 6, c = 105, x_1 = 7, y_1 = 2$

\therefore अभीष्ट स्पर्श रेखा का समीकरण होगा -

$$7x + 2y + (-13)(x+7) + 6(y+2) + 105 = 0$$

$$\Rightarrow 7x + 2y - 13x - 91 + 6y + 12 + 105 = 0$$

$$\Rightarrow -6x + 8y + 26 = 0 \Rightarrow 3x - 4y - 13 = 0$$

31. वृत्त $x^2 + y^2 - 26x + 12y + 105 = 0$ के बिन्दु $(7, 2)$ पर खींचे गये अभिलम्ब का समीकरण होगा -

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : } \frac{x-x_1}{x_1+g} = \frac{y-y_1}{y_1+f}$$

यहाँ $g = -13, f = 6, c = 105, x_1 = 7, y_1 = 2$

\therefore अभीष्ट अभिलम्ब का समीकरण होगा

$$\frac{x-7}{7-13} = \frac{y-2}{2+6}$$

$$\Rightarrow \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{8}$$

$$\Rightarrow 8x + 6y - 68 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{8} \Rightarrow 8x - 56 = -6y + 12$$

$$\Rightarrow 8x + 6y - 68 = 0 \Rightarrow 4x + 3y - 34 = 0$$

32. वृत्त $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 1 = 0$ पर बाह्य बिन्दु $(-2, -3)$ से खींचे गये स्पर्श रेखा की लम्बाई क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$$\text{सूत्र : स्पर्श रेखा की लं} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट लम्बाई} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 - 2(-2) - 10(-3) + 1}$$

$$= \sqrt{4 + 9 + 4 + 30 + 1} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

33. वृत्त $2x^2 + 2y^2 = 3$ पर बिन्दु $(1, 5)$ से खींचे गये स्पर्श रेखा की लम्बाई क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$$\text{वृत्त का समीकरण} = 2x^2 + 2y^2 = 3$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore \text{अभीष्ट स्पर्श रेखा की लं} = \sqrt{(1)^2 + (5)^2 - \frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{1 + 25 - \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{49}{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. A तथा B बिन्दुओं के बीच की दूरी कितनी होगी जिनमें निर्देशांक क्रमशः (7, 4) तथा (3, 1) हो ?

(A) 6 इकाईयाँ (B) 3 इकाईयाँ (C) 4 इकाईयाँ (D) 5 इकाईयाँ

(RRB अहमदाबाद T.A., 2005)

Speedy Solution : (D)

$$\begin{aligned}\text{अभीष्ट दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-7)^2 + (1-4)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ इकाई}\end{aligned}$$

2. यदि एक सरल रेखा बिन्दु (4, 0) एवं (0, 3) बिन्दु (K, 3) पर समद्विभाजित होती है, तो K का मान बतायें ?

(A) 3.33 (B) 2 (C) 0.33 (D) 0.66

(RRB अहमदाबाद, T.A., 2005)

Speedy Solution : (B)

Type (9) के अनुसार,

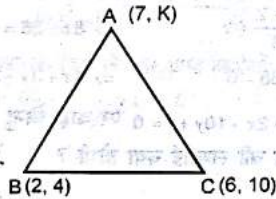
$$K = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{या, } K = \frac{4+0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

3. यदि बिन्दु A(7, K) समद्विबाहु $\triangle ABC$ जिसका आधार BC है, का शीर्ष हो, जहाँ B = (2, 4) तथा C = (6, 10) हो, तो K का मान है ?

(A) 6 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(RRB अहमदाबाद T.A., 2005)

Speedy Solution : (D)



$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{(6-7)^2 + (10-K)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + 100 + K^2 - 20K} = \sqrt{K^2 - 20K + 101}\end{aligned}$$

$$AB = \sqrt{(2-7)^2 + (4-K)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + 16 + K^2 - 8K} = \sqrt{K^2 - 8K + 41}$$

$$\therefore AB = AC$$

$$\text{या, } \sqrt{K^2 - 20K + 101} = \sqrt{K^2 - 8K + 41}$$

$$\text{या, } K^2 - 20K + 101 = K^2 - 8K + 41$$

$$\text{या, } 12K = 60$$

$$\therefore K = 5$$

4. एक सर्वेक्षणकर्ता नक्शा पर तीन बिन्दुओं को इंगित करता है, जिसके तीनों बिन्दु का नियामक है - A(-20, 30), B(30, 20) तथा C(-20, 30) हो, तो $\triangle ABC$ द्वारा घिरे भाग का क्षेत्रफल है ?

(A) 1000 (B) 2000 (C) 1500 (D) 1200

(RRB मालदा A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

Type (3) के अनुसार

$$\begin{aligned}\text{क्षेत्र} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [-20(20 - 30) + 30(30 - 10) + (-20)(10 - 20)] \\ &= \frac{1}{2} [200 + 1200 + 600] = 1000\end{aligned}$$

5. बिन्दुओं (1, 2) और (3, 5) के बीच की दूरी ज्ञात करें -

(A) 6 (B) 13 (C) 24 (D) $\sqrt{13}$

(RRB अहमदाबाद A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (D)

$$\begin{aligned}\text{अभीष्ट दूरी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}\end{aligned}$$

6. दिए गये समीकरण $5x + 3y - 19 = 0$ हो, तो इसका ढाल ज्ञात करें?

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $-\frac{5}{3}$ (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{5}{4}$

(RRB अहमदाबाद, T.A., 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\text{TRICK : ढाल} = -\frac{\text{Co-efficient of } y}{\text{Co-efficient of } x} = -\frac{-3}{5}$$

7. Y-अक्ष के द्वारा जिस अनुपात में बिन्दुएँ (2, 3) एवं (-5, 1) को मिलानेवाली रेखा खण्डित होती है वह है -

(A) 2:1 (B) 3:5 (C) 2:5 (D) 3:1

(RRB कोलकाता P.Way, 2000)

Speedy Solution : (C)

$$\text{माना अनुपात} = \frac{m}{n} \quad \therefore \text{Y-अक्ष पर, } x = 0$$

\therefore महत्त्वपूर्ण तथ्य (iv) से,

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$\text{या, } 0 = \frac{m \times (-5) + n \times 2}{m+n}$$

$$\text{या, } 0 = -5m + 2n$$

$$\text{या, } 5m = 2n$$

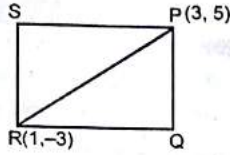
$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{2}{5} = 2:5$$

8. यदि P(3, 5) एवं R(1, -3) एक वर्ग के दो विपरीत शीर्ष हैं, तो वर्ग का क्षेत्रफल है -

(A) 17 वर्ग इकाई (B) 34 वर्ग इकाई
(C) 61 वर्ग इकाई (D) $34\sqrt{3}$ वर्ग इकाई

(RRB कोलकाता S.M., 2000)

Speedy Solution : (B)



$$\text{विकर्ण } PR = \sqrt{(3-1)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$$

$$\therefore \text{ वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (\text{विकर्ण})^2 = \frac{1}{2} \times 68 = 34 \text{ वर्ग इकाई}$$

9. (1, 1), (7, 3) एवं (3, 7) एक त्रिभुज के भुजाओं के मध्यबिन्दु हैं, केन्द्रक के निर्देशांक हैं -

- (A) (1, 7) (B) (1, 3) (C) $\left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{7}{3}, \frac{11}{3}\right)$

(RRB कोलकाता S.M., 2000)

Speedy Solution : (C)

यदि केन्द्रक का निर्देशांक (x, y) हो, तो

\therefore महत्वपूर्ण तथ्य (6) से,

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{1+7+3}{3} = \frac{11}{3}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1+3+7}{3} = \frac{11}{3} \quad \therefore (x, y) = \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3}\right)$$

10. बिन्दु $\left(0, \frac{8}{3}\right)$, (1, 3) और (82, 30) किसके शीर्ष हैं -

- (A) एक समकोणीय त्रिभुज (B) एक समबाहु त्रिभुज
(C) एक समद्विबाहु त्रिभुज (D) इनमें से कोई नहीं

(RRB भुवनेश्वर T.E.C., 2000)

Speedy Solution : (D)

ΔABC के शीर्ष $A\left(0, \frac{8}{3}\right)$, $B(1, 3)$ तथा $C(82, 30)$ हैं।

$$\therefore AB = \sqrt{(1-0)^2 + \left(3-\frac{8}{3}\right)^2} = \sqrt{1+\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}\sqrt{10}$$

$$\therefore AC = \sqrt{(82-0)^2 + \left(30-\frac{8}{3}\right)^2} = 82\sqrt{1+\frac{1}{9}} = \frac{82}{3}\sqrt{10}$$

$$\therefore BC = \sqrt{(82-1)^2 + (30-3)^2} = 27\sqrt{9+1} = 27\sqrt{10}$$

$$\text{यहाँ } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

अतः ΔABC एक त्रिभुज के शीर्ष हैं, जो इनमें से कोई नहीं हैं।

11. बिन्दु (5, -8) किस चतुर्थांश में पड़ता है ?

- (A) पहले (B) दूसरे (C) तीसरे (D) चौथे

(RRB चंडीगढ़ Technician-III, 2004)

Speedy Solution : (D)

बिन्दु (5, -8) चतुर्थ पाद में है।

Type (i) के अनुसार,

12. $(-3, -4)$ तथा $(1, -2)$ बिन्दुओं की संधि Y-अक्ष द्वारा अनुपात में विभाजित होती है ?

- (A) 1:3 (B) 2:3

- (C) 3:1 (D) 3:2

(RRB गोरखपुर P.Way, 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\text{माना अनुपात} = \frac{m}{n}$$

$$\therefore \text{Y-अक्ष पर, } x=0$$

\therefore महत्वपूर्ण तथ्य (4) से,

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$\text{या, } 0 = \frac{m \times 1 + n \times (-3)}{m+n}$$

$$\text{या, } (m+n) \times 0 = m-3n$$

$$\text{या, } m = 3n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{1} = 3:1$$

13. समीकरण $2x+3y-6=0$ तथा $3x+2y-6=0$ द्वारा निरूपित रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात करें -

- (A) $\frac{30}{13}, \frac{6}{13}$ (B) $\frac{6}{7}, \frac{5}{7}$

- (C) $\frac{15}{13}, \frac{8}{13}$ (D) $\frac{6}{13}, \frac{30}{13}$

(RRB अहमदाबाद T.C., 2004)

Speedy Solution : (A)

माना प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक (x_1, y_1) हैं।

$$\therefore 2x_1 + 3y_1 - 6 = 0 \quad \dots (i)$$

$$3x_1 - 2y_1 - 6 = 0 \quad \dots (ii)$$

वज्र गुणखंड विधि से,

$$\frac{x_1}{(-18-12)} = \frac{y_1}{(-18+12)} = \frac{1}{(-4-9)}$$

$$\therefore x_1 = \frac{30}{13} \text{ तथा } y_1 = \frac{6}{13}$$

$$\text{अर्थात् प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक} = \left(\frac{30}{13}, \frac{6}{13}\right)$$

14. (1, 1), (7, 3) एवं (3, 7) एक त्रिभुज की भुजाओं के मध्यबिन्दु हैं -

- (A) $\frac{3}{4}, \frac{5}{3}$ (B) $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$

- (C) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

(RRB अहमदाबाद Diesel Asst. Driver, 2004)

Speedy Solution : (B)

दी गई रेखाओं के समीकरण हैं -

$$x + 2y - 4 = 0 \quad \dots (i)$$

$$2x + y - 4 = 0 \quad \dots (ii)$$

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक हेतु वज्र गुणखंड के विधि से,

$$\frac{x}{-8+4} = \frac{y}{-8+4} = \frac{1}{1-4} \quad \therefore x = \frac{3}{4}, y = \frac{4}{3}$$

15. (3, 2) और (0, 0) बिन्दुओं से होकर गुजरने वाली रेखा का समीकरण क्या होगा ?

$$(A) 2x + 3y = 0$$

$$(B) 2x - 3y = 0$$

$$(C) 3x + 2y = 0$$

$$(D) 3x - 2y = 0$$

(RRB अहमदाबाद Diesel Asst. Driver, 2004)

Speedy Solution : (B)

दो बिन्दुओं (3, 2) और (0, 0) से जाने वाली सरल रेखा का अभीष्ट समीकरण है -

$$y - 0 = \frac{2-0}{3-0}(x-0)$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$\Rightarrow 2x - 3y = 0$$

16. बिन्दु (5, 8) का x -अक्ष से दूरी कितनी है ?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

(RRB कोलकाता A.S.M., 1999)

Speedy Solution : (D)

दिए गए निर्देशांक में $x=5$ तथा $y=8$ है।

अतः x अक्ष से दूरी = 8

17. k के किस मान के लिए बिन्दु (1, 4), (k, -2) और (-3, 16) एक रैखिक होंगे ?

(A) 3 (B) -3 (C) 1 (D) 2

(RRB चन्नई A.S.M., 1999)

Speedy Solution : (A)

मान लिया की तीन बिन्दु A(1, 4), B(k, -2), C(-3, 16) है हम जानते हैं कि तीन बिन्दु $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ तथा (x_3, y_3) एक रैखिक होंगे।

$$\text{यदि } x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

यहाँ पर,

$$x_1 = 1, y_1 = 4, x_2 = k, y_2 = -2, x_3 = -3, y_3 = 16$$

$$\therefore 1(-2 - 16) + k(16 - 4) + (-3)(4 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow -18 + 12k - 18 = 0 \Rightarrow 12k = 36 \therefore k = 3$$

18. बिन्दु P एक रेखा जिसके दोनों बिन्दु (5, 0) और (0, 4) है को अन्तर्गत 2:3 में विभाजित करती है तो बिन्दु P की नियामक ज्ञात करें -

(A) $4, \frac{8}{5}$ (B) $3, \frac{8}{5}$ (C) 3, 4 (D) 4, 5

(RRB मुम्बई E.S.M.-III, 2002)

Speedy Solution : (B)

$$\text{अन्तर्गत विभाजन के लिए } \left(\frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$= \left(\frac{2 \times 0 + 3 \times 5}{2 + 3}, \frac{2 \times 4 + 3 \times 0}{2 + 3} \right) = \left(\frac{15}{5}, \frac{8}{5} \right) = \left(3, \frac{8}{5} \right)$$

19. बिन्दु (-5, 7) और (0, 1) के बीच की दूरी का वर्ग कितना है ?

(A) 50 (B) 52 (C) 61 (D) 41

(RRB मालदा A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\text{अभीष्ट वर्ग} = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (-5 - 0)^2 + (7 - 1)^2$$

$$= 25 + 36 = 61$$

20. उस बिन्दु के नियामक ज्ञात करें जो (0, 0), (4, 0) और (0, 6) से बराबर दूरी पर है ?

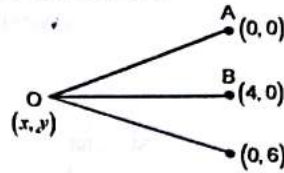
(A) 1, 2

(B) 2, 3

(C) 3, 4

(D) 1, 4

(RRB चन्नई E.S.M.-II, 2004)

Speedy Solution : (B)

माना कि वह बिन्दु O है जिसका नियामक x एवं y है।

$$OA^2 = x^2 + y^2$$

$$OB^2 = (4 - x)^2 + (0 - y)^2 = x^2 - 8x + 16 + y^2 = x^2 + y^2 - 8x + 16$$

$$OC^2 = (0 - x)^2 + (6 - y)^2 = x^2 + y^2 - 12y + 36$$

प्रश्न से,

$$OA^2 = OB^2 = OC^2, x^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 8x + 16$$

$$8x = 16, x = 2$$

$$\text{एवं } x^2 + y^2 = 12y + 36 = x^2 + y^2, 12y = 36$$

$$\therefore y = 3$$

$$\text{अतः } (x, y) = (2, 3)$$

21. किसी त्रिभुज के तीनों शीर्षों के नियामक क्रमशः (0, 1), (0, 2) और (0, 3) है तो त्रिभुज के क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(RRB अजमेर Diesel Driver, 2005)

Speedy Solution : (A)

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [0(2 - 3) + 0(3 - 1) + 0(1 - 2)] = \frac{1}{2} \times 0 = 0$$

22. यदि बिन्दु A एवं B के नियामक क्रमशः (2, -3) और (-2, 3) हो तो रेखा AB के मध्य बिन्दु के नियामक ज्ञात करें ?

(A) 0, -1 (B) 0, 0 (C) 2, 1 (D) 1, 2

(RRB राँची Technical-III, 2005)

Speedy Solution : (B)

$$\text{रेखा AB के मध्य बिन्दु के नियामक} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{2 + (-2)}{2}, \frac{-3 + 3}{2} \right) = \left(\frac{2 - 2}{2}, \frac{-3 + 3}{2} \right) = (0, 0)$$

23. बिन्दुओं (3, -1) और (-2, 4) के बीच की दूरी क्या होगी?

(A) 5 इकाई (B) 4 इकाई (C) $5\sqrt{2}$ इकाई (D) 3 इकाई

(RRB बंगलूर Technical, 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\text{अभीष्ट दूरी} = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (-1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$$