

BASIC CONCEPT

साधारणतया लघुगणक घातांक का दूसरा रूप है

यदि a, x तथा N तीन संख्याएँ इस प्रकार हों कि यदि

$$a^x = N \text{ तो, } x = \log_a N$$

यहाँ $\log_a N$ को a आधार पर n का लघुगणक कहा जाता है

लघुगणक से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य

(i) किसी संख्या या राशि का लघुगणक जिसका की आधार नहीं दिया हो, तो उस स्थिति में उसका आधार 10 माना जाता है।

$$\text{जैसे - } \log a = \log_{10} a$$

$$\log b = \log_{10} b$$

(ii) यदि किसी लघुगणक में संख्या एवं आधार एक ही हो तो उस संख्या का लघुगणक 1 होता है।

$$\text{जैसे - } \log_x x = 1$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

(iii) किसी वास्तविक परिमित (finite) राशि का घात (power) शून्य हो, तो उसका मान 1 होता है।

$$\text{जैसे - } x^0 = 1$$

$$\text{या } \log_x 1 = 0$$

(iv) आधार का मान भिन्न रहने से लघुगणक का मान भी भिन्न होता है, भले ही संख्या का मान समान हो।

$$\text{जैसे - } \log_3 4 \neq \log_5 4$$

लघुगणक का गुण

$$1. \log(m \times n) = \log m + \log n$$

$$2. \log\left(\frac{m}{n}\right) = \log m - \log n$$

$$3. \log_m n = n \log m$$

$$4. \log m^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \log m$$

$$5. \log_a y^{(a^x)} = \frac{x}{y}$$

$$6. \log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

Note : आधार नहीं लिखे रहने पर आधार 10 माना जाता है।

महत्वपूर्ण तथ्य एवं गुण पर आधारित प्रश्न

1. $\log(4 \times 5)$ का मान क्या होगा ?

Speedy Solution :-

$$\log(4 \times 5) = \log 4 + \log 5$$

$$= \log 2^2 + \log 5$$

$$= 2 \log 2 + \log 5$$

2. $\log_2 32$ का मान ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$\log_2 32 = \log 2^{2^5}$$

$$= 5 \log 2^2 = 5 \times 1 = 5$$

3. $\log\left(\frac{3 \times 5}{7}\right)$ का मान ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$\log\left(\frac{3 \times 5}{7}\right) = \log(3 \times 5) - \log 7$$

$$= \log 3 + \log 5 - \log 7$$

4. $\log 128^{32}$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log 128^{32} = \log 2^7 (2^5)$$

$$= \frac{5}{7} \left[\text{सुत्र V से} \right]$$

5. यदि $\log 2 = 0.3010$ एवं $\log 3 = 0.4771$ हो, तो $\log 24$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log 24 = \log(8 \times 3)$$

$$= \log 8 + \log 3$$

$$= \log 2^3 + \log 3$$

$$= 3 \log 2 + \log 3$$

$$= 3 \times (0.3010) + 0.4771$$

$$= 0.9030 + 0.4771 = 1.3801$$

6. यदि $\log 8 = 0.9030$ एवं $\log 9 = 0.9542$ तो $\log 6$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log 8 = \log(2^3) = 3 \log 2$$

$$\therefore 3 \log 2 = 0.9030$$

$$\therefore \log 2 = \frac{0.9030}{3} = 0.3010$$

$$\text{अब } \log 9 = \log(3)^2 = 2 \log 3$$

$$\therefore 2 \log 3 = 0.9542$$

$$\therefore \log 3 = 0.4771$$

$$\text{फिर, } \log 6 = \log(2 \times 3) = \log 2 + \log 3$$

$$= 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$$

7. यदि $\log 4(a^2 - 6a) = 2$ हो, तो a का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\therefore \log 4(a^2 - 6a) = 2$$

$$\therefore a^2 - 6a = 4^2 \quad (\text{लघुगणक की परिभाषा से,})$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a - 16 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 2a - 16 = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 8) + 2(a - 8) = 0$$

$$\Rightarrow (a - 8)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = 8, -2$$

8. यदि $\log 4^a = 2$ हो, तो a का मान बताये ?

Speedy Solution :-

$$\therefore \log 4^a = 2$$

$$\therefore a = 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

9. यदि $\log x = \log 5 + 2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 25$ तो x का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log x = \log 5 + 2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 25$$

$$= \log 5 + \log 3^2 - \log(25)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \log 5 + \log 9 - \log 5 = \log 9 \quad \therefore x = 9$$

10. यदि $\log 27 = 1.431$ हो, तो $\log 9$ का मान है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore \log 27 = 1.431$$

$$\Rightarrow \log 3^3 = 1.431 \quad \Rightarrow 3 \log 3 = 1.431$$

$$\Rightarrow \log 3 = \frac{1.431}{3} \quad \Rightarrow 2 \log 3 = \frac{1.431}{3} \times 2$$

$$\Rightarrow \log 3^2 = \frac{2.862}{3} \quad \therefore \log 9 = 0.954$$

11. $\log 4^8 \times \log 8^4$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log 4^8 \times \log 8^4 = \log 4^8 \times \frac{1}{\log 4^8} = 1 \quad [\text{सूत्र VI से}]$$

12. $\frac{\log \sqrt{7}}{\log 7}$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\frac{\log \sqrt{7}}{\log 7} = \frac{\log(7)^{\frac{1}{2}}}{\log 7} = \frac{\frac{1}{2} \log 7}{\log 7} = \frac{1}{2}$$

13. $\log_{25} 125 - \log_8 4$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log_{25} 125 - \log_8 4$$

$$= \log_5 (5)^3 - \log_2 (2)^2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

14. यदि $\log_3 [\log_4 (\log_2 x)] = 0$ तो x का मान बताएँ ?

Speedy Solution :-

$$\log_3 [\log_4 (\log_2 x)] = \log_3 1 \quad (\log_3 1 = 0)$$

$$\Rightarrow \log_4 (\log_2 x) = 1$$

$$\Rightarrow 4^1 = \log_2 x \quad \Rightarrow \log_2 x = 4$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 4 \quad \Rightarrow 2^4 = x$$

$$\therefore x = 16$$

15. यदि $\log_{10} m = b - \log_{10} n$ तो m का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\text{यहाँ } \log_{10} m = b - \log_{10} n$$

$$\Rightarrow \log_{10} m + \log_{10} n = b$$

$$\Rightarrow \log_{10} (m \times n) = b$$

$$\Rightarrow 10^b = mn$$

$$\therefore m = \frac{10^b}{n}$$

16. यदि $\log_a 2^{x+4} = \log_a 512$ तो x का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$$\log_a 2^{x+4} = \log_a 512$$

$$\Rightarrow (x+4) \log_a 2 = \log_a 2^9$$

$$\Rightarrow (x+4) \log_a 2 = 9 \log_a 2$$

$$\Rightarrow x+4 = 9 \quad \Rightarrow x = 9-4$$

$$\therefore x = 5$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. $2 \log\left(\frac{11}{13}\right) + 2 \log\left(\frac{130}{33}\right) - \log\left(\frac{4}{9}\right)$ का मान निकालें ?

- (A) $\log 5$ (B) $\log 2$ (C) $2 \log 5$ (D) $5 \log 2$

(RRB जम्मू ASM, 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\text{प्रदत्त व्यंजक} = 2 \log\left(\frac{11}{13}\right) + 2 \log\left(\frac{130}{33}\right) - \log\left(\frac{4}{9}\right)$$

$$= \log\left(\frac{11}{13}\right)^2 + \log\left(\frac{130}{33}\right)^2 + \log\left(\frac{4}{9}\right)$$

$$= \log \frac{11 \times 11}{13 \times 13} \times \frac{130 \times 130}{33 \times 33} \times \frac{3 \times 3}{2 \times 2}$$

$$= \log(5 \times 5) = \log(5)^2 = 2 \log 5$$

2. यदि $\log x^2 - \log x^3 = \log 2$ तो x का मान क्या होगा ?

- (A) 2 (B) 1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

(RRB चंडीगढ़ Technical Grade III, 2004)

Speedy Solution : (D)

$$\log x^2 - \log x^3 = \log 2$$

$$\Rightarrow \log \frac{x^2}{x^3} = \log 2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^3} = 2 \Rightarrow \frac{1}{x} = 2 \therefore x = \frac{1}{2}$$

3. $(\log x)^2 - (\log y)^2$ का मान निकालें ?

- (A) $\log(xy)$ (B) $\log(xy) \cdot \log\left(\frac{x}{y}\right)$
(C) $\log(x+y)$ (D) $\log(x-y)$

(RRB गोरखपुर P.way, 2004)

Speedy Solution : (B)

$$(\log x)^2 - (\log y)^2 = (\log x + \log y)(\log x - \log y)$$

$$= \log(xy) \log\left(\frac{x}{y}\right)$$

4. $\log_2 64$ का मान कितना होगा ?

- (A) 6 (B) 4 (C) 5 (D) 3

(RRB चंडीगढ़ TC, 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6 \log_2 2 = 6$$

5. $\log m + \log n$ किसके बराबर होगा ?

- (A) $\log(mn)$ (B) $\log(m+n)$ (C) $\log(m-n)$ (D) $m \log n$

(RRB चंडीगढ़ T.C., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\log m + \log n = \log(mn)$$

6. $\log 2 = 7$ तो $\log 80$ का मान ज्ञात करें ?

- (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 16

(RRB अहमदाबाद E.S.M. III, 2004)

Speedy Solution : (C)

$$\log 80 = \log(16 \times 5) = \log 16 + \log 5$$

$$= \log 2^4 + \log\left(\frac{10}{2}\right) = 4 \log 2 + \log 10 - \log 2$$

$$= 3 \log 2 + \log 10 = 3 \times 7 + 1 = 22$$

7. समीकरण $a^x = b^{2x-3}$ में, x का मान ज्ञात करें ?

- (A) $\log(a+b)$ (B) $\log(a-b)$
(C) $\frac{3 \log b}{2 \log b - 2 \log a}$ (D) $\frac{3 \log b}{\log b - \log a}$

(RRB गोरखपुर Diesel Asst., 2001)

Speedy Solution : (C)

$$a^x = b^{2x-3} \Rightarrow \log a^x = \log b^{2x-3}$$

$$\Rightarrow x \log a = (2x-3) \log b$$

$$\Rightarrow x \log a = 2x \log b - 3 \log b$$

$$\Rightarrow x \log a - 2x \log b = -3 \log b$$

$$\Rightarrow x(\log a - 2 \log b) = -3 \log b$$

$$\therefore x = \frac{-3 \log b}{\log a - 2 \log b} = \frac{3 \log b}{2 \log b - \log a}$$

8. यदि $\log \frac{x+y}{5} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ हो, तो $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ का मान क्या होगा ?

- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 23

(RRB कोलकाता Apprentice Supervisor, 2001)

Speedy Solution : (D)

$$\log \frac{x+y}{5} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$$

$$\Rightarrow 2 \log \frac{x+y}{5} = \log x + \log y$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{x+y}{5} \right)^2 = \log(xy) \Rightarrow \left(\frac{x+y}{5} \right)^2 = xy$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 25xy \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} + \frac{2xy}{xy} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 25 - 2 = 23$$

9. समीकरण $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = \frac{11}{6}$ को संतुष्ट करने वाला x का मान क्या है ?

(A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) -1

[RRB कोलकाता Apprentice Supervisor, 2001]

Speedy Solution : (B)

$$\log 2^x + \log 4^x + \log 8^x = \frac{11}{6}$$

$$\Rightarrow \log 2^x + \log 2^{2x} + \log 2^{3x} = \frac{11}{6}$$

$$\Rightarrow \log 2^x \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{11}{6}$$

$$\Rightarrow \log 2^x \left(\frac{6+3+2}{6} \right) = \frac{11}{6}$$

$$\Rightarrow \log 2^x = 1 \quad \therefore x = 2^1 = 2$$

10. $\frac{1}{\log_x yz + 1} + \frac{1}{\log_y xz + 1} + \frac{1}{\log_z xy + 1}$ का क्या मान है ?

(A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) 2

[RRB पटना Section Engg. 2001]

Speedy Solution : (A)

$$\frac{1}{\log_x yz + 1} + \frac{1}{\log_y xz + 1} + \frac{1}{\log_z xy + 1}$$

$$= \frac{1}{\log_x xyz} + \frac{1}{\log_y xyz} + \frac{1}{\log_z xyz}$$

$$= \log_{xyz} x + \log_{xyz} y + \log_{xyz} z = \log_{xyz} xyz = 1$$

11. $\log_{27} 9$ का मान क्या होगा ?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

[RRB मद्रास ASM, 1995]

Speedy Solution : (C)

$$\log_{27} 9 = \log_{27} 27^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_{27} 27 = \frac{2}{3}$$

12. $\log_2 [\log_2 \log_2 \log_2 65536]$ का मान क्या है ?

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2

[RRB ग्वाल्तर G.G. III, 2002]

Speedy Solution : (B)

$$\log_2 [\log_2 \log_2 \log_2 65536] = \log_2 [\log_2 \log_2 \log_2 2^{16}]$$

$$= \log_2 [\log_2 \log_2 16] = \log_2 [\log_2 \log_2 2^4]$$

$$= \log_2 [\log_2 4] = \log_2 [\log_2 2^2] = \log_2 2 = 1$$

13. यदि $\log_4 x + \log_2 x = 6$ हो, तब x का मान क्या है ?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

[RRB कोलकाता TQM ES/III, 2002]

Speedy Solution : (D)

$$\log_4 x + \log_2 x = 6 \Rightarrow \frac{\log x}{\log 4} + \frac{\log x}{\log 2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\log x}{\log 2^2} + \frac{\log x}{\log 2} = 6 \Rightarrow \frac{\log x}{2 \log 2} + \frac{\log x}{\log 2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{\log x + 2 \log x}{2 \log 2} = 6 \Rightarrow 3 \log x = 12 \log 2$$

$$\Rightarrow \log x^3 = \log_2 12 \Rightarrow x^3 = (2^4)^3$$

$$\therefore x = 2^4 = 16$$

14. 144 का लघुगणक ज्ञात करें जबकि आधार $2\sqrt{3}$ है ?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

[RRB भुवनेश्वर Section Engg. 2002]

Speedy Solution : (A)

$$\log_{2\sqrt{3}} 144 = \log_{2\sqrt{3}} (2\sqrt{3})^4 = 4$$

15. यदि $\log_{10} 2 = 0.301$ हो, तो $\log_{10} 5$ का मान निकालें ?

(A) 0.699 (B) 0.0699 (C) 699 (D) 32

[RRB मद्रास Technical, 2002]

Speedy Solution : (A)

$$\log_{10} 2 = 0.301 \text{ (प्रश्न से)}$$

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \left(\frac{10}{2} \right) = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$

$$= 1 - 0.301 = 0.699$$

16. यदि $\log_a x = m$ हो तो $\log_a^2(x)$ का मान निकालें ?

- (A) m (B) a (C) x (D) $\frac{m}{2}$

(RRB राँची Diesel Driver, 1999)

Speedy Solution : (D)

$$\log_a x = m, \Rightarrow a^m = x \therefore x = a^m = (a^2)^{\frac{m}{2}}$$

$$\log_a 2x = \frac{m}{2}$$

17. $\log 3^5 \cdot \log 25^{27}$ का मान निकालें ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

(RRB कोलकाता P.way, 2002)

Speedy Solution : (B)

$$\log_3 5 \cdot \log_{25} 27 = \frac{\log 5}{\log 3} \cdot \frac{\log 27}{\log 25} = \frac{\log 5}{\log 3} \times \frac{\log_3 3}{\log_5 5}$$

$$= \frac{\log 5}{\log 3} \times \frac{3 \log 3}{2 \log 5} = \frac{3}{2}$$

18. $2^{2^x} = 256$ तो x का मान ज्ञात करें ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(RRB अहमदाबाद ASM., 2004)

Speedy Solution : (C)

$$2^{2^x} = 256 \Rightarrow 2^{2^x} = 2^8 \Rightarrow 2^x = 8, 2^x = 2^3$$

$$\therefore x = 3$$

19. $\log \left(\frac{m}{n} \right)^a = ?$

- (A) $\log am - \log an$ (B) $a \log m - a \log n$

- (C) $a \frac{\log m}{\log n}$ (D) $\frac{1}{a \log m - \log n}$

(RRB बंगलोर C.C., 2000)

Speedy Solution : (B)

$$\log \left(\frac{m}{n} \right)^a = a \log \frac{m}{n} = a \log m - a \log n$$

20. यदि $\log x + \log y = \log(x+y)$ हो, तो कौन सही होगा -

- (A) $x = y$ (B) $xy = 1$

- (C) $y = \frac{x-1}{x}$ (D) $y = \frac{x}{x-1}$

(RRB कोलकाता D.D., 2005)

Speedy Solution : (A)

$$\log(m \times n) = \log m + \log n \text{ होता है}$$

$$\therefore \log(x \times x) = \log x + \log x \text{ अर्थात् } x = y \text{ होगा}$$

21. $\log 10000$ का मान है ?

- (A) 4 (B) 8 (C) 5 (D) 1

(RRB चेन्नई T.C., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\log 10000 = \log 10^{10^4} = 4$$

22. यदि $\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ है, तो कौन सा कथन सत्य है -

- (A) $x = \sqrt{y}$ (B) $x = \sqrt{y}$
(C) $x = y$ (D) $\sin x = \cos y$

(RRB भुवनेश्वर केसिंग इंस्पेक्टर, 2005)

Speedy Solution : (C)

$$\log \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2}(\log x + \log y) \dots (i)$$

$$\frac{1}{2}(\log x + \log y) = \log(xy)^{\frac{1}{2}} \dots (ii)$$

समी. (i) तथा (ii) से,

$$\frac{x+y}{2} = xy^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4xy$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 0 \Rightarrow x-y = 0$$

$$\therefore x = y$$

23. यदि $\log(x^2 - 6x + 45) = 2$ हो, तो x का मान है -

- (A) 10, 5 (B) 11, -5 (C) 6, 9 (D) 9, -5

(RRB इलाहाबाद ASM., 2002)

Speedy Solution : (B)

$$\log 10^{x^2 - 6x + 45} = 2$$

लघुगणक नियम से,

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 45 = 10^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 45 = 100$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 45 - 100 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 55 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 5x - 55 = 0 \Rightarrow x(x-11) + 5(x-11) = 0$$

$$\Rightarrow (x-11)(x+5) = 0 \therefore x = 11, -5$$