

Probability (संभावितता) :- जब भविष्य की घटनाओं के अनिश्चितता को अंकगणित के रूप में निरूपित किया जाता है, तो उसे Probability या संभावितता कहा जाता है।

जैसे - तारा के 52 पत्तों में से किसी खास पते का आना, पासे को फेंकने पर किसी खास अंक का आने की संभावना इत्यादि।

Random Experiment :- वह प्रयोग जिसके परिणाम पहले से मालूम नहीं, हो Random Experiment कहलाता है।

जैसे - किसी पासे को फेंकने पर शीर्ष पर कौन-सी संख्या आयेगी इसके बारे में पहले से निश्चित रूप से नहीं कहा जा सकता है।

Sample Space :- किसी Random Experiment के जो-जो परिणाम आ सकते हैं, उन परिणामों के समूच (Set) को Sample Space कहा जाता है। इसे S द्वारा निरूपित किया जाता है।

जैसे - पासे को फेंकने पर $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

किसी सिक्के को उछालने पर Head या Tell आने का

$$S = \{H, T\}$$

दो सिक्के के उछालने पर $S = \{(H, T), (H, H), (T, H), (T, T)\}$

Event :- Sample Space के प्रत्येक उपसमुच्च (Subset) को Event कहते हैं, इसे E द्वारा निरूपित किया जाता है।

जैसे - पहले का Sample Space, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

पासे में तीन विषम संख्याएँ हैं, अतः Event, $E = \{1, 3, 5\}$

किसी घटना की घटित होने की संभावना

i. यदि Sample Space 'S' हो तो किसी घटना 'E' की घटित होने की

$$\text{संभावना } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

अर्थात्

$$\text{Probability of Event} = \frac{\text{Number of Elements in E}}{\text{Number of Element in S}}$$

जैसे :-

एक पासे में, $n(S) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$

तथा पासे में विषम संख्याएँ $n(E) = \{1, 3, 5\} = 3$

अतः पासे को फेंकने पर विषम संख्या आने की संभावना

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ii. Probability (संभावितता) का मान कभी भी एक से अधिक नहीं होता है।

इस अध्याय से बैंक पी० ओ० तथा रेलवे की परीक्षाओं में लगातार प्रश्न पूछे जा रहे हैं। उनके द्वारा आज तक पूछे गए प्रश्नों के तेवर को ध्यान में रखते हुए इसे Type Wise तरीके से प्रस्तुत किया जा रहा है।

TYPE - 1

1. एक सिक्के को 6 बार उछाला जाता है, तो प्रत्येक बार शीर्ष आने की प्रायिकता क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$$\text{शीर्ष आने की प्रायिकता} = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

TRICK : किसी सिक्के को n बार उछाला जाए तो शीर्ष (Head) आने की प्रायिकता $= \frac{1}{2^n}$

2. 5 सिक्कों को एक साथ फेंका जाता है, जिनमें किसी तीन सिक्कों पर Head आने की संभावना कितनी होगी ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(s) = 2^5 = 32$$

$$\text{तथा } n(E) = {}^5C_3 = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\therefore P(E) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(i) एक सिक्के को उछालने पर,

$S = \{H, T\}$ जहाँ H एवं T क्रमशः Head तथा Tail को सूचित करते हैं, तथा $n(S) = 2$

(ii) दो सिक्के को उछालने पर,

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$ इसे $\{H, T\} \times \{H, T\}$ से प्राप्त किया जा सकता है, तथा

$$n(S) = 4$$

(iii) तीन सिक्के को उछालने पर,

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

अर्थात् n सिक्कों को एक साथ फेंकने पर $n(S) = 2^n$

3. 6 समान रूप से बने हुए सिक्कों को एकसाथ फेंका जाता है जिसमें कम-से-कम 2 सिक्कों पर Head आने की संभावना कितनी है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(s) = 2^6 = 64$$

$$n(E) = 64 - {}^6C_0 - {}^6C_1 = 64 - 1 - 6 = 57 \quad \therefore P(E) = \frac{57}{64}$$

TYPE - 2

4. एक पासे को फेंकने पर 5 आने की प्रायिकता क्या होगी ?

Speedy Solution :-

एक पासे में सिर्फ एक 5 होता है।

$$\therefore n(E) = 1$$

$$n(S) = 6$$

$$\therefore p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

5. एक पासा को फेंकने पर सम आने की प्रायिकता क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \therefore n(S) = 6$$

$$E = \{2, 4, 6\} \quad \therefore n(E) = 3$$

$$\therefore p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

NOTE :- n पासों को फेंकने पर $n(S) = 6^n$

6. दो पासों को एक साथ उछालने पर दोनों पासों पर समान अंक आने की संभावना कितनी है ?

Speedy Solution :-

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$E = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$\therefore n(E) = 6 \quad \therefore p(E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

7. दो पासों को एक साथ उछालने पर अपने आने वाले अंकों का गुणफल 12 या 15 होने की क्या प्रायिकता होगी ?

Speedy Solution :-

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$E_1 =$ ऊपर आने वाले अंकों का गुणफल 12 होने की घटना

$$\therefore E_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\}$$

$$\therefore n(E_1) = 4 \quad \therefore p(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

पुनः $E_2 =$ ऊपर आने वाले अंकों का गुणफल 15 होने की घटना

$$\therefore E_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{(3, 5), (5, 3)\}$$

$$\therefore n(E_2) = 2 \quad \therefore p(E_2) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$\therefore p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2)$$

[क्योंकि ये Mutually Exclusive घटनाएँ हैं।]

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

NOTE :- Mutually Exclusive Event : वैसी घटनाएँ जो कभी भी एक साथ नहीं घट सकती हैं, Mutually Exclusive Event कहलाता है।

- (I) यदि E_1 तथा E_2 दो Mutually Exclusive Events हों, तो -

$$p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2)$$

- (II) यदि E_1, E_2 तथा E_3 तीन Mutually Exclusive Events हों, तो -

$$p(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = p(E_1) + p(E_2) + p(E_3)$$

TYPE - 3

8. ताश के एक Full Pack में से एक पत्ता निकाला जाए तो Honours Card हो, इसकी संभावना कितनी है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = {}^{52}C_1 = 52$$

$$n(E) = {}^{16}C_1 = 16$$

$$\therefore p(E) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

NOTE :- ताश की एक गद्दी में 52 पत्ते होते हैं जिसमें 26 लाल रंग के तथा 26 काले होते हैं। 26 लाल पत्तों में 13 लाल-पान (hearts) एवं 13 डीकरी (diamonds) होते हैं और 26 काले पत्तों में 13 काला पान (Spades) और 13 चिड़ियाँ (Clubs) होती हैं।

9. ताश की एक गद्दी से एक पत्ता निकाला जाता है। तो उसके इक्का या बेगम होने की प्रायिकता क्या होगी ?

Speedy Solution :-

$$\therefore E_1 = \text{इक्का होने की घटना} \quad \therefore n(E_1) = 4$$

$$E_2 = \text{बेगम होने की घटना} \quad \therefore n(E_2) = 4$$

$$\text{फिर } n(S) = 52$$

$$\therefore p(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$\text{तथा } \therefore p(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore \text{इक्का या बेगम होने की प्रायिकता } p(E_1 \cup E_2)$$

$$= p(E_1) + p(E_2) = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} = \frac{2}{13}$$

NOTE :- ताश के दो प्रकार होते हैं -

- (I) Honours Card : 16 (King - 4, Queen - 4, Jack - 4, Ace - 4)
(II) Digital Card : 36

10. ताश की गद्दी से दो पत्ते निकाले जाते हैं। दोनों पत्ते के लाल रंग के या दोनों के बादशाह होने की सम्भाविकता क्या होगी ?

Speedy Solution :-

ताश की गद्दी से दो पत्ते निकालने पर,

$$n(S) = {}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 26 \times 51$$

यदि E_1 दोनों पत्तों के लाल होने की घटना हो, तो

$$n(E_1) = {}^{26}C_2 = \frac{26 \times 25}{2} = 13 \times 25$$

$$\therefore p(E_1) = \frac{13 \times 25}{26 \times 51}$$

फिर E_2 दोनों पत्तों के बादशाह होने की घटना हो, तो

$$n(E_2) = {}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$\therefore p(E_2) = \frac{6}{26 \times 51}$$

$$n(E_1 \cap E_2) = {}^2C_2 = 1$$

$$p(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{26 \times 51}$$

$$\therefore p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$$

$$= \frac{13 \times 25}{26 \times 51} + \frac{6}{26 \times 51} - \frac{1}{26 \times 51}$$

$$= \frac{325 + 6 - 1}{26 \times 51} = \frac{330}{26 \times 51} = \frac{55}{221}$$

NOTE :- याद रखें,

(i) ताश की गड्डी से एक पत्ता अचानक निकालने पर $n(S) = {}^{52}C_1 = 52$

(ii) ताश की गड्डी से दो पत्ता अचानक निकालने पर,

$$n(S) = {}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 26 \times 51$$

11. ताश के गड्डी में से 2 पत्तों को एक साथ निकाला जाए जिसमें एक पत्ता लाल रंग का हो, इसकी संभावना कितनी है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = {}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2} = 26 \times 51$$

$$\therefore n(E) = {}^{13}C_1 \times {}^{39}C_1 = 13 \times 39$$

$$\therefore p(E) = \frac{13 \times 39}{26 \times 51} = \frac{13}{34}$$

12. ताश के 52 पत्तों में से किसी एक पत्ता को खींचने पर एक्का आने की संभावना कितनी है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = 52$$

\therefore 52 पत्तों में 4 पत्ता एक्का होता है।

$$\therefore n(E) = 4 \quad \therefore p(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

TYPE - 4

13. किसी थैले में 6 काली एवं 3 लाल गेंदें हैं। उसमें से एक गेंद निकाली जाती है, तो उसके लाल होने की क्या प्रायिकता है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = {}^9C_1 = 9 \text{ तथा}$$

$$n(E) = {}^3C_1 = 3$$

$$\therefore p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

14. किसी बाक्स में 5 काली गेंद, 4 उजली गेंद एवं 3 लाल गेंद हैं। इसमें से 5 गेंदें Randomly निकाली जाती हैं। उसमें 2 काली गेंद आने की क्या संभावना है।

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = {}^{12}C_5 = 11 \times 9 \times 8$$

2 काली गेंद आने की घटनाओं की

$$\text{संख्या } n(E) = {}^5C_2 \times {}^7C_3 = 10 \times 35$$

$$\therefore p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{10 \times 35}{11 \times 9 \times 8} = \frac{175}{396}$$

TYPE - 5

15. एक थैले में 4 लाल, 5 काला तथा 3 पीला गेंद हैं। यादृच्छिक (Randomly) रूप से किसी चार गेंद को निकालने पर उसमें से कम-से-कम एक लाल गेंद होने की क्या संभावना है।

Speedy Solution :-

$$\text{कुल 12 गेंदों में से 4 निकालने के तरीके } n(S) = {}^{12}C_4 = 495$$

8 गेंदों में से 4 निकालने पर एक भी लाल नहीं होने के तरीके

$$n(E) = {}^8C_4 = 70$$

$$\therefore p(E) = \frac{70}{495} = \frac{14}{99}$$

$$\therefore \text{कम-से-कम 1 गेंद लाल होने की संभावना} = 1 - \frac{14}{99} = \frac{85}{99}$$

16. एक कक्षा में 6 छात्र तथा 4 छात्राएँ हैं। इनमें से यादृच्छिक रूप से यदि किसी चार विद्यार्थियों को चुन लिया जाये तो क्या संभावना रहेगी कि उनमें कम-से-कम एक छात्रा जरूर हो ?

Speedy Solution :-

$$n(S) = {}^{10}C_4 = 210$$

$$n(E) = ({}^4C_1 \times {}^6C_3) + ({}^4C_2 \times {}^6C_2)$$

$$+ ({}^4C_3 \times {}^6C_1) + ({}^4C_4 \times {}^6C_0)$$

$$= 80 + 90 + 24 + 1 = 195$$

$$\therefore \text{कम-से-कम एक छात्रा होने की संभावना} = \frac{195}{210} = \frac{13}{14}$$

TYPE - 6

17. एक कक्षा में 10 लड़के एवं 5 लड़कियाँ हैं। यदि उस कक्षा में 3 विद्यार्थी चुनना हो, तो 1 लड़की और 2 लड़के चुने जाने की क्या संभावना है।

Speedy Solution :-

$$n(S) = {}^{15}C_3 = 91$$

$$n(E) = {}^{10}C_2 \times {}^5C_1 = 45$$

$$\therefore p(E) = \frac{45}{91}$$

18. एक बक्से में 6 गेंद लाल, 4 गेंद पीला तथा 4 गेंद नीला है। चार गेंद को यादृच्छिक रूप से चुनना है। कम-से-कम एक पीली गेंद को चुना जाए, इसकी संभावना क्या है ?

Speedy Solution :-

$$\therefore p(E) = 1 - \frac{n(E)}{n(S)} = 1 - \frac{{}^{10}C_4}{{}^{14}C_4} = 1 - \frac{210}{1001} = \frac{791}{1001}$$

TYPE - 7

19. किसी बुक-सेल्फ में 5 गणित की, 6 अंग्रेजी की तथा 3 इतिहास की किताबें रखी गई हैं। यादृच्छिक रूप से कोई दो किताबें निकालने पर दोनों के एक ही विषय के होने की क्या संभावना है ?

Speedy Solution :-

$$n(S) = {}^{14}C_2 = 91$$

अब 5 में से 2 गणित की किताबें निकालने का

$$\text{तरीका} = {}^5C_2 = 10$$

$$\therefore \text{दोनों गणित होने की संभावना} = \frac{10}{91}$$

$$\text{उसी प्रकार दोनों इंग्लिश होने की संभावना} = \frac{{}^6C_2}{91} = \frac{15}{91}$$

$$\text{तथा दोनों इतिहास होने की संभावना} = \frac{{}^3C_2}{91} = \frac{3}{91}$$

अतः दोनों किताबों की एक ही विषय के होने की

$$\text{संभावना} = \frac{10}{91} + \frac{15}{91} + \frac{3}{91} = \frac{28}{91}$$

20. एक बॉक्स में 6 लाल, 4 पीला तथा 5 हरी गेंद हैं। बॉक्स में से यादृच्छिक रूप से कोई भी तीन गेंदें निकाल ली जाती हैं। क्या संभावना है कि तीनों गेंदें एक ही रंग की होंगी ?

Speedy Solution :-

$$\therefore n(S) = {}^{15}C_3 = 455$$

\therefore तीनों गेंदें एक ही रंग की होने की संभावना

$$= \frac{{}^6C_3}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^4C_3}{{}^{15}C_3} + \frac{{}^5C_3}{{}^{15}C_3} = \frac{20}{455} + \frac{4}{455} + \frac{10}{455} = \frac{34}{455}$$

TYPE - 8

21. एक क्रेट में रखे एक दर्जन अंडों में से 4 उबाला हुआ है तथा 8 कच्चा है। यदि उनमें चार अंडों को इधर-उधर से निकाल लिया जाए तो क्या संभावना है कि उसमें से कम-से-कम 2 अंडे उबाला हुआ हो ?

Speedy Solution :-

12 में से 4 अंडों को निकालने की प्रकार

$$n(S) = {}^{12}C_4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

चुनने का प्रकार (जबकि 4 उबला हुआ है) -

$$\text{चारों उबाले अंडे} = {}^4C_4 = 1$$

$$2 \text{ उबले, } 1 \text{ कच्चे} = {}^4C_3 \times {}^8C_3 = 32$$

$$3 \text{ उबले, } 2 \text{ कच्चे} = {}^4C_2 \times {}^8C_2 = 168$$

$$\therefore \text{अभीष्ट संभावना} = \frac{1}{495} + \frac{32}{495} + \frac{168}{495} = \frac{201}{495} = \frac{67}{165}$$

22. 10 नारंगियों की एक पेटी में 3 नारंगियाँ सड़ी हुई हैं। यदि पेटी में से दो नारंगियाँ इधर-उधर से निकाल ली जाए, तो क्या सम्भावना रहेगी की उठायी गयी दो नारंगियों में से कम-से-कम एक अच्छा हो ?

Speedy Solution :-

$$\text{कुल नारंगियाँ} = 10$$

$$\text{किसी भी प्रकार से 2 नारंगियों को निकालने के कुल तरीके } n(S) = {}^{10}C_2$$

$$\text{दोनों अच्छी नारंगियाँ निकालने के तरीके} = {}^7C_2 \times {}^3C_0 = 21$$

जब निकाले गए 2 नारंगियों में से 1 नारंगी अच्छी हो।

$$\text{तब नारंगी निकालने के तरीका} = {}^7C_1 \times {}^3C_1 = 21$$

अतः कम-से-कम एक अच्छी नारंगी होने की संभावना

$$= \frac{21}{42} + \frac{21}{45} = \frac{42}{45} = \frac{14}{15}$$

TYPE - 9

23. एक बक्से में 12 गेंद हैं। जिसमें से 3 गेंद लाल, 4 गेंद उजला एवं 5 गेंद पीला है। बक्से में से कोई भी दो गेंद लेने पर दोनों लाल या दोनों उजला होने की क्या संभावना है।

Speedy Solution :-

$$\text{बक्से में से कोई भी दो गेंद निकालने के तरीके} = {}^{12}C_2 = 66$$

$$\text{दोनों लाल गेंद होने की संभावना} = \frac{{}^3C_2}{{}^{12}C_2} = \frac{3}{66}$$

$$\text{दोनों उजला गेंद होने की संभावना} = \frac{{}^4C_2}{{}^{12}C_2} = \frac{6}{66}$$

$$\therefore \text{कुल संभावना} = \frac{3}{66} + \frac{6}{66} = \frac{9}{66} = \frac{3}{22}$$

24. एक बक्से में 6 हरा, 5 पीला, 4 लाल गेंद हैं। उनमें से 3 गेंद यादृच्छिक रूप से लेने पर उनमें से एक ही रंग के न होने की क्या संभावना है ?

Speedy Solution :-

15 गेंदों में से 3 गेंद चुनने का कुल तरीका $= {}^{15}C_3 = 455$
 पुनः एक ही रंग के हो, इसके लिए

$$\text{कुल तरीका} = {}^6C_3 + {}^5C_3 + {}^4C_3 = 34$$

$$\therefore \text{प्रायिकता} = \frac{34}{455}$$

$$\therefore \text{एक ही रंग के न होने की प्रायिकता} = 1 - \frac{34}{455} = \frac{421}{455}$$

TYPE - 10

25. एक थैले में 5 सफेद, 7 काली और 4 लाल गेंद हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि -

- यादृच्छया 3 गेंद निकालने पर तीनों गेंद सफेद हो ?
- यादृच्छया 2 गेंद निकालने पर एक लाल और एक सफेद हो ?
- एक गेंद यादृच्छया निकालने पर लाल या काली हो ?

Speedy Solution :-

$$(a) \text{ TRICK : } \frac{{}^5C_3}{{}^{16}C_3} = \frac{1}{56}$$

$$(b) \text{ TRICK : } \frac{{}^4C_1 \times {}^5C_1}{{}^{16}C_2} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

$$(c) \text{ TRICK : } \frac{{}^4C_1 \times {}^7C_1}{{}^{16}C_1} = \frac{7+4}{16} = \frac{11}{16}$$

26. एक बैग में 3 लाल, 5 पीला और 4 हरा गेंद हैं। 3 गेंदें Randomly निकालने पर क्या प्रायिकता होगी की -

- तीनों भिन्न-भिन्न रंग के हो ?
- ठीक दो गेंद हरा हो ?
- कोई गेंद पीला न हो ?

Speedy Solution :-

$$(a) \text{ TRICK : } \frac{{}^3C_1 \times {}^5C_1 \times {}^4C_1}{{}^{12}C_3} = \frac{3}{11}$$

$$(b) \text{ TRICK : } \frac{{}^4C_2 \times {}^{10}C_1}{{}^{12}C_3} = \frac{3}{11}$$

(c) TRICK : तीन गेंद 3 लाल + 4 हरा गेंद से चुनी जायेगी।

$$\therefore \text{प्रायिकता} = \frac{{}^7C_3}{{}^{12}C_3} = \frac{7}{44}$$

TYPE - 11

27. एक थैले में 4 लाल और 5 सफेद गेंद हैं। थैले में से एक गेंद निकाली जाती है तथा उसे फिर थैले में लौटाया नहीं जाता। तो -

- दूसरी बार में लाल गेंद निकालने की क्या प्रायिकता

है, यदि पहली बार लाल गेंद निकाली गई हो?

- दूसरी बार में सफेद गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है, यदि पहली बार लाल गेंद निकली हो ?

Speedy Solution :-

$$(a) \text{ TRICK : } \frac{{}^4C_2}{{}^4C_2 + {}^4C_1 + {}^5C_1} = \frac{3}{13}$$

$$(b) \text{ TRICK : } \frac{{}^4C_1 \times {}^5C_1}{{}^4C_2 + {}^4C_1 + {}^5C_1} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

28. एक थैले में 9 काली और 3 लाल गेंद हैं। एक गेंद निकाली जाती है तथा उसे फिर थैले में रख दिया जाता है। 5 प्रयासों में 2 काली और 3 लाल गेंद निकालने की क्या प्रायिकता है ?

Speedy Solution :-

एक प्रयास में एक लाल गेंद निकालने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

एक प्रकार में 1 काली गेंद निकालने की प्रायिकता

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (\text{लाल गेंद नहीं निकालने की प्रायिकता})$$

अतः 5 प्रयास में 2 काली और 3 लाल गेंद निकालने की प्रायिकता

$$= {}^5C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{45}{572}$$

TYPE - 12

29. A 75% मामलों में सच बोलता है तथा B 60% मामलों में सच बोलता है। दोनों का विरोधाभास होने की संभाविता ज्ञात करें ?

Speedy Solution :-

$$A \text{ की सच बोलने की संभावना} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore A \text{ के झूठ बोलने की संभावना} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$B \text{ के सच बोलने की संभावना} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore B \text{ के झूठ बोलने की संभावना} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

विरोधाभास तभी होगा जब एक सच बोलता हो तथा दूसरा झूठ

$$\text{अतः ऐसी संभावना} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20} = \frac{9}{20} \times 100 = 45\%$$

TRICK :-

$$(a) \text{ दोनों के सच बोलने की प्रायिकता} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \times 100 = 45\%$$

$$(b) \text{ दोनों के झूठ बोलने की प्रायिकता} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{20} \times 100 = 10\%$$

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. एक बॉक्स में 10 आम हैं, जिनमें 4 सड़ गए हैं। एक साथ 2 आम लिए गए हैं। यदि उनमें एक अच्छा है, तो दूसरे के अच्छा होने की प्रायिकता क्या है ?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{8}{13}$ (D) $\frac{5}{13}$

(RRB भुवनेश्वर TEC, 2001)

Speedy Solution : (A)

कुल आम = 10 = 6 अच्छे आम + 4 सड़े आम

चूँकि एक साथ 2 आम लिए गए, उनमें एक अच्छा है, तो दोनों अच्छे

$$\text{आम होने की अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{{}^6C_2}{{}^{10}C_2} = \frac{6 \times 5}{10 \times 9} = \frac{1}{3}$$

2. एक बैग में 5 सफेद, 7 लाल तथा 8 काली गेंदें हैं। बैग में से 4 गेंदें एक-एक करके निकालनी हैं, एवं हर गेंद को वापस डाल देनी है, तो चारों गेंदें सफेद निकाले इसकी क्या प्रायिकता है ?

(A) $\frac{1}{256}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{4}{20}$ (D) $\frac{4}{8}$

(RRB राँची ASM, 2002)

Speedy Solution : (A)

कुल गेंदें = 5 + 7 + 8 = 20

$$\therefore 1 \text{ सफेद गेंद निकालने की प्रायिकता} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

\therefore प्रत्येक बार हर गेंद को वापस बैग में डाल दिया जाता है, अतः सभी घटनाएँ स्वतंत्र हैं।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$$

3. यदि एक पासे को 18 बार फेंका जाए, तो कितने बार 2 के आने की प्रायिकता है ?

(A) 2 बार (B) 3 बार (C) 6 बार (D) 9 बार

(RRB कोलकाता A. Driver, 2005)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore \text{पासे की एक फेंक में '2' अंक के आने की प्रायिकता} = \frac{1}{6}$$

\therefore पासे की प्रत्येक फेंक परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं।

\therefore 18 फेंकों में '2' के आने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \dots + 18 \text{ बार} = \frac{18}{6} = 3 \text{ बार}$$

4. एक पर्स में 5 चाँदी के एवं 3 सोने के सिक्के हैं। एक दूसरे पर्स में 4 चाँदी के और 3 सोने के सिक्के हैं। किसी एक पर्स में से एक सिक्का निकाला गया। इसे चाँदी का सिक्का होने की क्या प्रायिकता है ?

(A) $\frac{9}{6}$ (B) $\frac{20}{49}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{9}{14}$

(RRB बंगलोर E.S.M., 2004)

Speedy Solution : (B)

पहले पर्स से 1 सिक्का निकालने पर चाँदी के सिक्का होने की

$$\text{संभावना} = \frac{5}{7}$$

दूसरे पर्स से 1 सिक्का निकालने पर चाँदी के सिक्का होने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{4}{7}$$

\therefore दोनों पर्सों से चाँदी का सिक्का निकालने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{5}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{49}$$

5. तीन एक तरह के पासों को लुढ़काया गया। प्रत्येक पर ऊपर एक ही संख्या आने की क्या प्रायिकता है ?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{3}{28}$

(RRB बंगलोर E.S.M., 2004)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore E = \{(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4), (5, 5, 5), (6, 6, 6)\}$$

$$\therefore n(E) = 6$$

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{36}$$

6. एक वृद्ध पुरुष टेलीफोन नम्बर घुमाने समय आखिरी दो अंक भूल गया। केवल दोनों अंक अलग-अलग हैं, इतना याद करते हुए, यादृच्छिक रूप से (At random) अंकों को घुमाया, तो दोनों अंक सही घुमाने की प्रायिकता होगी ?

(A) $\frac{1}{45}$ (B) $\frac{1}{90}$ (C) $\frac{1}{100}$ (D) $\frac{2}{45}$

(RRB कोलकाता, S.M., 15-12-2002)

Speedy Solution : (B)

$$\text{दोनों सही अंक घुमाने की प्रायिकता} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$$

7. दस सिक्कों को उछालने से पाँच बार हेड्स मिलने की प्रायिकता की संख्या है ?

(A) $\frac{9}{128}$ (B) $\frac{63}{256}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{143}{256}$

(RRB भुवनेश्वर कॉमिकल एण्ड मेटल असिस्टेंट, 2002)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = {}^{10}C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^{10-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{10}{15 \cdot 10 - 5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{2^{10}}$$

$$= \frac{252}{1024} = \frac{63}{256}$$

8. दो पासों को फेंकने पर 8 आने की संभावना है ?

- (A) $\frac{5}{36}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{7}{12}$

(RRB बंगलौर ASM / G.G., 2004)

Speedy Solution : (A)

दोनों पासों को उछालने पर 8 आने की

संभावना = (3, 6), (3, 5), (4, 4), (6, 2) तथा (5, 3)

$$\therefore n(E) = 5$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$\therefore 8 \text{ आने की प्रायिकता} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

9. 20 हरा और 15 लाल गेंदे एक बर्तन में डाले जाते हैं। एक हरा गेंद को चुनने की संभावना कितनी हो सकती है ?

- (A) $\frac{1}{20}$ (B) $\frac{1}{35}$ (C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{3}{4}$

(RRB बंगलौर ASM, 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\text{कुल गेंदे} = 20 + 15$$

$$\therefore \text{एक हरा गेंद चुनने की संभावना} = \frac{{}^{20}C_1}{{}^{35}C_1} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

10. जब दो मुद्राएँ फेंकी जाती हैं, तब दो सिरे पाने की संभावना कितनी हो सकती है ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{8}$

(RRB बंगलौर ASM / G.G., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$n(E) = 2$$

$$n(S) = 2 \times 2 = 4$$

$$\therefore \text{प्रायिकता} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

11. एक थैले में 9 लाल, 7 सफेद तथा 4 काली गेंदे हैं। यदि यादृच्छिक दो गेंदे निकाली जाती हैं, तो इस बात की क्या संभावना है कि दोनों गेंदे लाल हों ?

- (A) $\frac{2}{10}$ (B) $\frac{18}{95}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{2}{9}$

(RRB राँची ASM, 2003)

Speedy Solution : (B)

$$\text{कुल गेंदे} = 9 + 7 + 4 = 20$$

$$\therefore n(S) = {}^{20}C_2 = \frac{20 \times 19}{2 \times 1} = 190$$

$$\text{तथा } n(E) = {}^9C_2 = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$\therefore \text{संभावना} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{190} = \frac{18}{95}$$

12. 52 पत्तियों के ताश के गड्ढी से दो कार्ड एक-एक कर बिना उलट-फेर किये खींचा जाता है। पहले कार्ड के राजा और दूसरे के रानी होने की क्या प्रायिकता है ?

- (A) $\frac{2}{13}$ (B) $\frac{8}{663}$ (C) $\frac{4}{663}$ (D) $\frac{103}{663}$

(RRB मुम्बई/भोपाल ASM, 2003)

Speedy Solution : (C)

$$n(S) = {}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2 \times 1} = 1326$$

$$\text{अब 4 में से एक राजा होने की प्रायिकता} = {}^4C_1 = 4$$

पुनः एक राजा तथा एक रानी होने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{4 + 4}{1326} = \frac{8}{1326} = \frac{4}{663}$$

13. 40 क्रमिक प्राकृतिक संख्याओं में से दो यादृच्छिक रूप से चुना गया संख्याओं का योग विषम होने की प्रायिकता क्या होगी ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{14}{19}$ (C) $\frac{14}{29}$ (D) $\frac{20}{39}$

(RRB मुम्बई/भोपाल ASM, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$\therefore n(S) = {}^{40}C_2 = \frac{40 \times 39}{2} = 780$$

\therefore क्रमिक प्राकृतिक संख्याओं में 20 सम और 20 विषम संख्या होंगी

\therefore सम और विषम संख्याओं में से एक-एक संख्या चुने जाने की

$$\text{संख्या } n(E) = {}^{20}C_1 \times {}^{20}C_1 = 20 \times 20 = 400$$

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{400}{780} = \frac{20}{39}$$

14. एक दर्जन संतरे वाले एक डिब्बे में एक तिहाई संतरे खराब हो गए हैं। यदि इस डिब्बे में से किसी भी तीन संतरों को बाहर निकाला जाता है, तो निकाले गए इन तीन संतरों में से कम-से-कम एक संतर अच्छा होगा, इसकी संभावना कितनी है ?

- (A) $\frac{1}{55}$ (B) $\frac{54}{55}$ (C) $\frac{45}{55}$ (D) $\frac{3}{55}$

(RRB कोलकाता Goods Guard, 2002)

Speedy Solution : (B)

$$\therefore \text{तीन संतरे निकालने के कुल प्रकार} = {}^{12}C_3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

$$\text{कुल खराब संतरे} = 12 \times \frac{1}{3} = 4 \text{ संतरे}$$

\therefore एक भी अच्छा संतरा नहीं होने का

$$\text{कुल प्रकार } {}^4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = 4$$

\therefore कम-से-कम एक अच्छे संतरा होने की

$$\text{प्रायिकता} = 1 - \frac{4}{220} = \frac{54}{220} = \frac{54}{55}$$

15. 52 पत्तों की एक गड्ढी में से दो पत्ते निकाले गए, तो निकाले गए पत्ते दो इक्के होंगे इसकी क्या संभावना है ?

(A) $\frac{2}{445}$ (B) $\frac{1}{218}$ (C) $\frac{4}{1569}$ (D) $\frac{1}{221}$

(RRB गोरखपुर ASM, 2002)

Speedy Solution : (D)

52 में से 2 पत्ते निकालने के

$$\text{कुल प्रकार} = {}^{52}C_2 = \frac{52 \times 51}{2 \times 1} = 1326$$

$$4 \text{ में से दो इक्के निकालने के कुल प्रकार} = {}^4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

$$\therefore \text{दो इक्के होने की संभावना} = \frac{6}{1326} = \frac{1}{221}$$

16. तीन सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं, प्रत्येक सिक्के का एक ही पहलू ऊपर आने की संभावना है ?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{12}$

(RRB बंगलूर ASM, 2001)

Speedy Solution : (A)

तीन सिक्को को एक साथ उछालने पर कुल प्रकार $= 2^3 = 8$

\therefore समान शीर्ष होने के कुल प्रकार $= \{H, H, H\}, \{T, T, T\} = 2$ है।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

17. तीन सिक्को उछाले जाते हैं, कम-से-कम एक चित्त (Head) आने की क्या प्रायिकता है ?

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{7}{8}$ (D) $\frac{1}{3}$

(RRB भुवनेश्वर चेंसिंग इन्स्पेक्टर, 2005)

Speedy Solution : (C)

तीन सिक्के उछाले जाने पर कुल घटनाएँ $= 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

कम-से-कम 1 चित्त (H) आने की अनुकूल घटनाएँ

$$= \{HTT, THT, TTH, HHT, HTH, TTH, HHH\} = 7$$

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{7}{8}$$

18. किसी धैले में 4 उजली और 5 काली गेंद हैं। उनमें से तीन गेंद निकाला जाता है, तो 1 उजला और 2 काला गेंद निकालने की प्रायिकता होगी

(A) $\frac{21}{10}$ (B) $\frac{10}{21}$ (C) $\frac{10}{31}$ (D) $\frac{10}{51}$

(RRB भोपाल T.A., 2003)

Speedy Solution : (B)

$$n(S) = {}^9C_3 = \frac{9!}{6!3!}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

$$n(E) = {}^4C_1 \times {}^5C_2 = 4 \times 10 = 40$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

19. एक दिवसीय क्रिकेट टूर्नामेंट में भारत के भाग नहीं लेने की संभावना 25% है जबकि आस्ट्रेलिया के भाग नहीं लेने की संभावना 30% है दोनों में से किसी को भी भाग नहीं लेने की क्या संभावना है ?

(A) $\frac{21}{40}$ (B) $\frac{10}{40}$ (C) $\frac{21}{31}$ (D) $\frac{7}{40}$

(RRB गोरखपुर A.S.M., 2004)

Speedy Solution : (A)

$$\text{अभीष्ट संभावना} = \frac{75}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{40}$$

20. किसी प्रतियोगिता में राम के पुरस्कार जीतने की संभावना $\frac{1}{5}$ है, जबकि

मोहन के पुरस्कार जीतने की संभावना $\frac{3}{4}$ है, तो दोनों को पुरस्कार जीतने की संभावना ज्ञात करें ?

(A) $\frac{4}{20}$ (B) $\frac{3}{20}$ (C) $\frac{5}{20}$ (D) $\frac{11}{20}$

(RRB अहमदाबाद T.A., 2004)

Speedy Solution : (B)

$$\text{अभीष्ट संभावना} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

TRICK :-

दोनों में से किसी को भी पुरस्कार नहीं जीतने की संभावना

$$= \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$$