

**महत्वपूर्ण तथ्य**

1. तीन सरल रेखाओं से घिरी हुई आकृति त्रिभुज कहलाता है।
2. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग  $180^\circ$  के बराबर होता है।
3. दो आसन्न कोणों का योग  $180^\circ$  के बराबर होता है।
4. यदि दो कोणों का योग  $180^\circ$  हो, तो वे कोण एक दूसरे के सम्पूरक कोण कहलाते हैं।

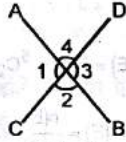
अतः  $95^\circ$  का सम्पूरक कोण  $= 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

5. यदि दो कोणों का योग  $90^\circ$  हो, तो वे कोण एक दूसरे के पूरक कोण कहलाते हैं।

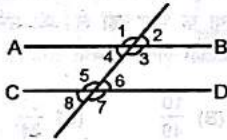
अतः  $40^\circ$  का पूरक कोण  $= 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

6. यदि दो रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करे तो शिर्षाभिमुख कोण समान होते हैं।

अर्थात्  $\angle 1 = \angle 3$  तथा  $\angle 2 = \angle 4$



7. यदि दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटे, तो



- (i) एकान्तर कोण बराबर होते हैं -

अर्थात्  $\angle 4 = \angle 6$  तथा  $\angle 3 = \angle 5$

- (ii) संगत कोण बराबर होते हैं -

अर्थात्  $\angle 2 = \angle 6$  तथा  $\angle 1 = \angle 5$

- (iii) तिर्यक रेखा के एक ही ओर बने दो अन्तः कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।

अर्थात्  $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$  तथा  $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

8. दो त्रिभुज आपस में निम्न स्थितियों में ही सर्वांगसम हो सकते हैं -

(i) S-A-S (भुजा-कोण-भुजा)

(ii) A-S-A (कोण-भुजा-कोण)

(iii) S-S-S (भुजा-भुजा-भुजा)

(iv) R-H-S (समकोण-कर्ण-भुजा)

9. यदि दो त्रिभुज के संगत कोण आपस में समान हों, तो वह समरूप त्रिभुज कहलाता है।

10. किसी त्रिभुज में बड़ी कोण के सामने की भुजा बड़ी होती है।

11. किसी त्रिभुज में तीनों कोणों की अर्द्ध-रेखाएँ एक ही बिन्दु पर मिलती हैं, तो उस बिन्दु को त्रिभुज का अन्तः केन्द्र कहा जाता है।

12. यदि किसी त्रिभुज की तीनों मध्यगत रेखाएँ एक ही बिन्दु पर मिलती हैं, तो उस बिन्दु को त्रिभुज का गुरुत्व केन्द्र अथवा मध्य केन्द्र कहा जाता है।

13. किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं पर डाले गए लम्ब एक ही बिन्दु पर मिलते हैं तो उस बिन्दु को त्रिभुज का परिकेन्द्र अथवा बाह्य केन्द्र कहा जाता है।
14. किसी त्रिभुज में शीर्ष लम्ब एक ही बिन्दु पर मिलते हैं, उस बिन्दु को त्रिभुज का लम्ब केन्द्र कहा जाता है।
15. एक ही आधार पर तथा एक ही समानान्तर रेखाओं के बीच बने त्रिभुजों तथा समानान्तर चतुर्भुजों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं।
16. तीन असरेख बिन्दुओं से एक और केवल एक ही वृत्त खींचा जा सकता है।
17. किसी वृत्त के परिधि के किसी एक बिन्दु पर एक और केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।
18. किसी वृत्त के परिधि पर स्थित किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा, स्पर्श-बिन्दु से होकर खींची गई त्रिज्या पर लम्ब होती है।
19. किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।
20. वृत्त की केन्द्र से समदूरस्थ जीवाएँ समान होती हैं।
21. वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है।
22. किसी वृत्त की समान जीवाओं द्वारा केन्द्र पर बनाएँ गए कोण समान होते हैं।
23. चार एक वृत्तीय बिन्दुओं से बना चतुर्भुज चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है।
24. आसन्न कोणों के समद्विभाजक द्वारा बना कोण समकोण होता है।

**महत्वपूर्ण सूत्र**

1. बहुभुज के सभी अन्तः कोणों का योग  $= (2n - 4) \times 90^\circ$   
(जहाँ  $n$  = भुजाओं की संख्या)

2. समबहुभुज का प्रत्येक अन्तः कोण  $= \frac{(2n - 4) \times 90^\circ}{n}$

3. समबहुभुज का प्रत्येक बहिष्कोण  $= \frac{360^\circ}{n}$

4. दो वृत्तों के उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा की

$$\text{लम्बाई} = \sqrt{(\text{केन्द्रों की बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं के अन्तर})^2}$$

5. दो वृत्तों के उभयनिष्ठ तिर्यक स्पर्श रेखा की

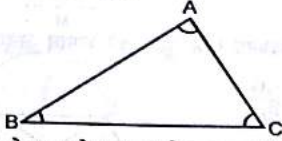
$$\text{लम्बाई} = \sqrt{(\text{केन्द्रों के बीच की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्याओं के योग})^2}$$

6.  $0^\circ$  कोण का पूरक कोण  $= (90^\circ - 0^\circ)$

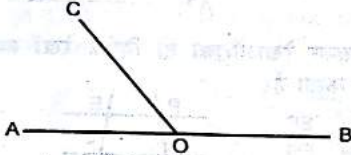
7.  $0^\circ$  कोण का सम्पूरक कोण  $= (180^\circ - 0^\circ)$

### महत्वपूर्ण प्रमेय

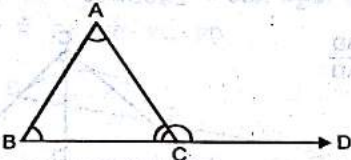
1. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग  $180^\circ$  होता है।  
अर्थात्  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$



2. दो आसन्न कोणों का योग  $180^\circ$  के बराबर होता है।  
अर्थात्  $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$



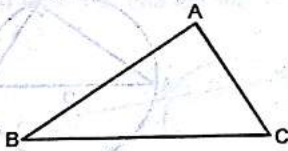
3. किसी त्रिभुज के बाह्य कोण का मान, त्रिभुज के दो सम्मुख अंतः कोणों के योग के बराबर होता है।  
अर्थात्  $\angle ACD = \angle BAC + \angle ABC$



4. किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं की लम्बाइयों का योग तीसरी भुजा की लम्बाई से अधिक होता है।  
अर्थात्  $AB + BC > AC$   
इसी प्रकार

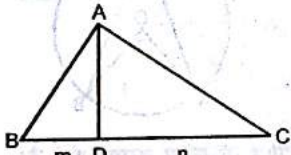
$$BC + AC > AB$$

$$AC + AB > BC$$



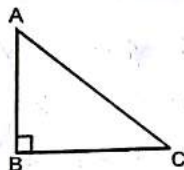
5. किसी त्रिभुज के किसी अंतः कोण का अर्द्धक उस कोण के सामने की भुजाओं को उसी अनुपात में विभाजित करता है जो त्रिभुज की शेष दो भुजाओं का अनुपात होता है।

अर्थात्  $\frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$ , या  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$



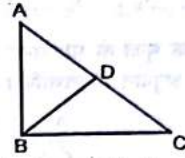
6. किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।

अर्थात्  $AC^2 = AB^2 + BC^2$



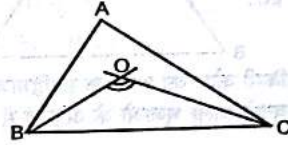
7. किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण के मध्य बिन्दु को समकोण वाले शीर्ष से मिलाने वाली रेखा कर्ण की आधी होती है।

अर्थात्  $BD = \frac{1}{2} AC$



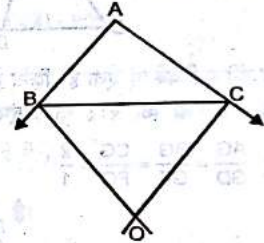
8. किसी त्रिभुज के दो अंतः कोणों के अर्द्धको के बीच का कोण

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$



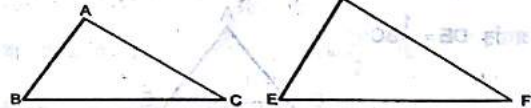
9. किसी त्रिभुज के दो बहिष्कोणों के अर्द्धको के बीच का कोण

$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$



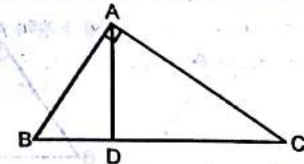
10. दो समरूप त्रिभुज की भुजाएँ समान अनुपात में होते हैं।

अर्थात्  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$



11. यदि किसी त्रिभुज में समकोण वाले शीर्ष पर से कर्ण पर लम्ब डाला जाए तो इस प्रकार बने दो त्रिभुज एवं मूल त्रिभुज आपस में समरूप होते हैं।

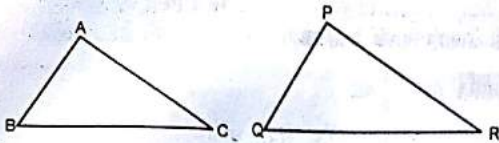
अर्थात्  $DC^2 = AD \times BD$



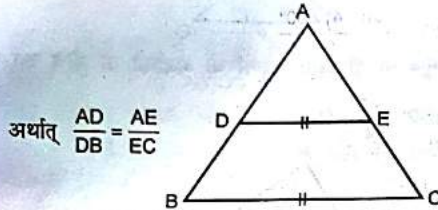
12. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उसकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

अर्थात्  $\frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{CA^2}{RP^2}$

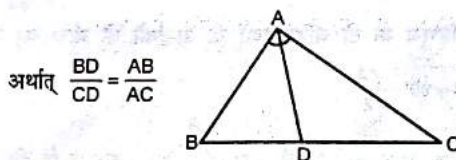




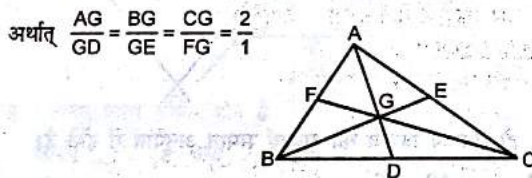
13. किसी त्रिभुज की एक भुजा के समानान्तर खींची गई रेखा, अन्य दो भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।



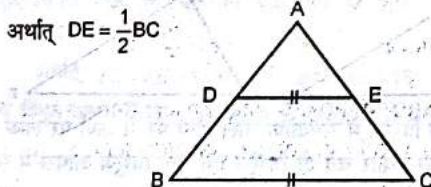
14. एक त्रिभुज के किसी कोण का आंतरिक समद्विभाजक सम्मुख भुजा को, उस कोण को बनाने वाली भुजाओं के अनुपात में विभाजित करता है।



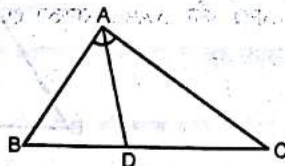
15. त्रिभुज की माध्यिकाएँ एक ही बिन्दु से होकर जाती हैं और वह बिन्दु प्रत्येक माध्यिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।



16. किसी त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समानान्तर तथा उसकी आधी होती है।

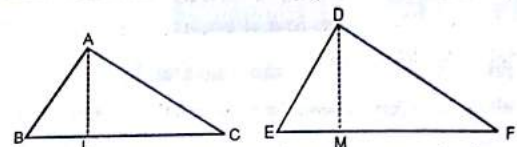


17.  $\triangle ABC$  में AD,  $\angle A$  का समद्विभाजक हो, तो  $\frac{\text{Area}(\triangle ABD)}{\text{Area}(\triangle ADC)} = \frac{AB}{AC}$



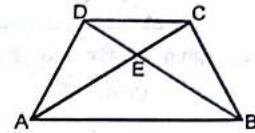
18. दो समरूप त्रिभुजों का क्षेत्रफल का अनुपात उनके संगत भुजाओं, ऊँचाईयों, माध्यिकाओं या समद्विभाजकों के वर्गों के समानुपाती होता है -

$$\text{अर्थात् } \frac{\text{Area}(\triangle ABC)}{\text{Area}(\triangle DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{AL^2}{DM^2}$$



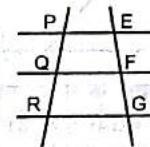
19. समलम्ब के विकर्ण एक दूसरे को समान अनुपात में बाँटती हैं।

$$\text{अर्थात् } \frac{DE}{EB} = \frac{CE}{EA}$$



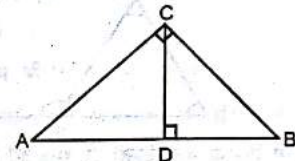
20. तीन समानान्तर रेखाओं को दो तिर्यक रेखा समान अनुपात में विभाजित करती हैं।

$$\text{अर्थात् } \frac{PQ}{QR} = \frac{EF}{FG}$$



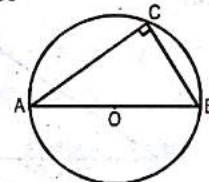
21. यदि किसी त्रिभुज ABC में  $\angle ACB = 90^\circ$  और  $CD \perp AB$  हो, तो

$$\frac{CB^2}{CA^2} = \frac{BD}{AD}$$



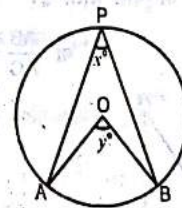
22. अर्द्धवृत्त में स्थित कोण समकोण होता है।

$$\text{अर्थात् } \angle ACB = 90^\circ$$



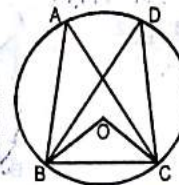
23. किसी वृत्त में एक ही चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण उसके द्वारा परिधि पर अन्तरित कोण का दुगुना होता है।

$$\text{अर्थात् } \angle y^\circ = 2\angle x^\circ$$



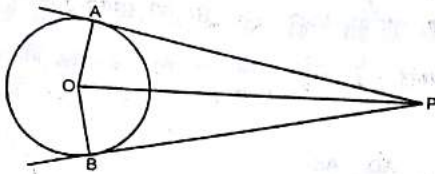
24. एक ही वृत्त खण्ड के कोण बराबर होते हैं।

$$\text{अर्थात् } \angle BAC = \angle BDC$$

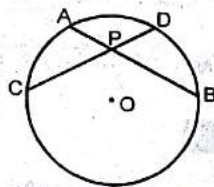


25. एक वृत्त पर किसी बाह्य बिन्दु से केवल दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं और वे आपस में बराबर होती हैं। तथा स्पर्श रेखा की

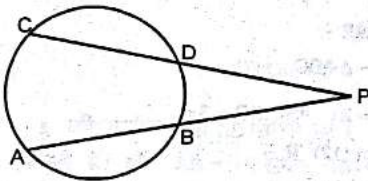
$$\text{लम्बाई} = \sqrt{(\text{केन्द्र से बाह्य बिन्दु की दूरी})^2 - (\text{त्रिज्या})^2}$$



26. यदि किसी वृत्त की दो जीवाएँ परस्पर वृत्त के अन्दर या बाहर काटें, तो पहली स्थिति में,  $AP \times PB = CP \times PD$

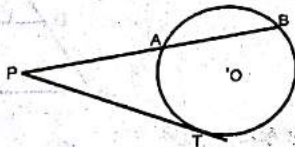


दूसरी स्थिति में,  $PA \times PB = PC \times PD$



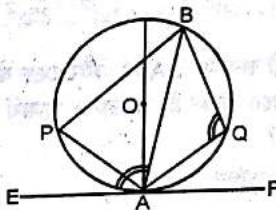
27. यदि स्पर्श रेखा PT तथा छेदक रेखा PAB एक बाह्य बिन्दु P से वृत्त पर खींची जाती है, तो

$$PT^2 = PA \times PB$$



28. यदि एक रेखा वृत्त को स्पर्श करती है तो स्पर्श बिन्दु से खींची गई जीवा और स्पर्श रेखा के बीच बने कोण, एकान्तर वृत्त खण्डों के बराबर होते हैं।

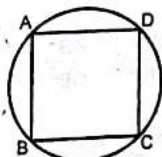
अर्थात्  $\angle AQB = \angle EAB$



29. चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग  $180^\circ$  के बराबर होता है।

अर्थात्  $\angle A + \angle C = 180^\circ$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



### महत्वपूर्ण तथ्य, सूत्र एवं THEOREM पर आधारित प्रश्न

#### TYPE - 1

1. एक पंचभुज के प्रत्येक अन्तः कोण का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

महत्वपूर्ण तथ्य (2) से,

$$\text{प्रत्येक कोण} = \frac{(2n-4) \times 90^\circ}{n} = \frac{(2 \times 5 - 4) \times 90^\circ}{5} = 108^\circ$$

2. वह कोण क्या होगा, जो अपने सम्पूरक का पाँच गुणा होता है ?

**Speedy Solution :-**

माना अभीष्ट कोण  $\theta$  है।

$$\therefore \text{सम्पूरक कोण} = 180^\circ - \theta$$

प्रश्नानुसार

$$\theta = 5 \times (180^\circ - \theta)$$

$$\therefore \theta = 150^\circ$$

3. किसी समअष्टभुज के अन्तः कोणों का योग क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

महत्वपूर्ण सूत्र (1) से,

$$\text{अन्तः कोणों का योग} = (2n-4) \times 90^\circ$$

$$= (2 \times 8 - 4) \times 90^\circ = 12 \times 90^\circ = 1080^\circ$$

4. यदि किसी समबहुभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 1440 हो, तो उस बहुभुज में कितनी भुजाएँ हैं ?

**Speedy Solution :-**

माना बहुभुज की  $n$  भुजाएँ हैं।

महत्वपूर्ण सूत्र (1) से,

$$\text{अन्तः कोणों का योग} = (2n-4) \times 90^\circ$$

$$\text{या, } 2n-4 = \frac{1440^\circ}{90^\circ} = 16^\circ$$

$$\text{या, } 2n = 16 + 4 \quad \therefore n = \frac{20}{2} = 10$$

5. किसी  $\triangle ABC$  में  $PQ \parallel BC$  यदि  $AP = 2$  सेमी,  $PB = 6$  सेमी और  $PQ = 3$  सेमी हो, तो  $BC$  का मान बताये ?

**Speedy Solution :-**

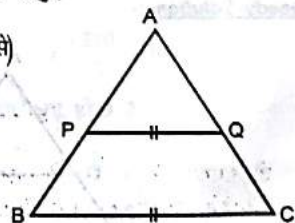
$$PQ \parallel BC$$

$$\therefore \triangle APQ \text{ और } \triangle ABC \text{ समरूप हुए}$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} \text{ (Theorem (10) से)}$$

$$\text{या, } \frac{AP}{AP+PB} = \frac{PQ}{BC}$$

$$\text{या, } \frac{2}{2+6} = \frac{3}{BC}$$



$$\therefore BC = \frac{3 \times 8}{2} = 12 \text{ सेमी.}$$



6.  $\triangle ABC$  की भुजाएँ AB और AC पर क्रमशः बिन्दु P और Q इस प्रकार हैं कि  $AP = 2$  सेमी,  $PB = 4$  सेमी,  $AQ = 3$  सेमी और  $QC = 6$  सेमी तो  $BC:PQ$  का मान बतायें ?

**Speedy Solution :-**

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{1}{3} \quad (i)$$

$$\text{तथा } \frac{AQ}{AC} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} \quad (ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \quad (iii)$$

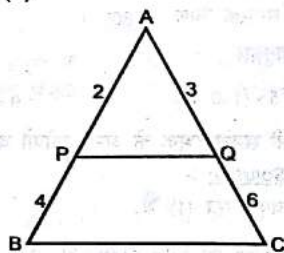
$$\angle A = \angle A \quad (iv)$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} = \frac{AQ}{AC}$$

$$\text{या, } \frac{1}{3} = \frac{PQ}{BC}$$

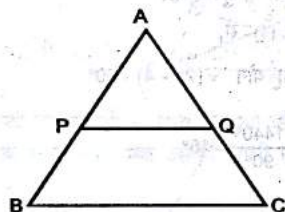
$$\therefore BC:PQ = 3:1$$



#### TYPE - 2

7. एक त्रिभुज ABC में  $AB = AC$  है। P तथा Q क्रमशः AB तथा AC का मध्य बिन्दु है। यदि  $BC = 10$  है, तो भुजा PQ की माप क्या होगी?

**Speedy Solution :-**

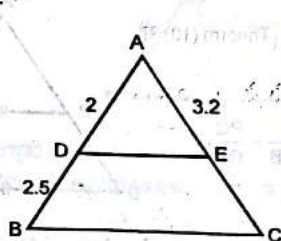


Theorem (16) से,

$$PQ = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

8.  $\triangle ABC$  में  $DE \parallel BC$  यदि  $AD = 2$  सेमी,  $DB = 2.5$  सेमी,  $DE = 4$  सेमी तथा  $AE = 3.2$  सेमी हो, तो BC तथा AC का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**



$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$\therefore$  Theorem (10) से,

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$$

$$\text{या, } \frac{2}{2+2.5} = \frac{4}{BC}$$

$$\therefore BC = \frac{4 \times 4.5}{2} = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\text{पुनः } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\text{या, } \frac{2}{2+2.5} = \frac{3.2}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{3.2 \times 4.5}{2} = 7.2 \text{ सेमी.}$$

#### TYPE - 3

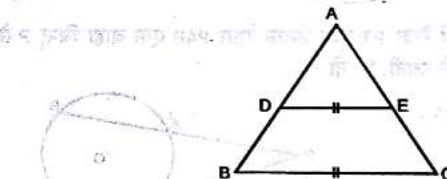
9.  $\triangle ABC$  में  $DE \parallel BC$  और  $AD:DB = 2:3$  हो, तो दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\text{माना } AD = 2x \text{ तथा } DB = 3x$$

$\therefore$  Theorem (12) से



$$\frac{\text{ar}(\triangle ADE)}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \frac{AD^2}{AB^2}$$

$$= \frac{AD^2}{(AD+DB)^2} = \frac{(2x)^2}{(2x+3x)^2} = \frac{4x^2}{25x^2} = \frac{4}{25} = 4:25$$

10. यदि दो समरूप  $\triangle ABC$  और  $DEF$  के क्षेत्रफल क्रमशः 392 सेमी<sup>2</sup> तथा 200 सेमी<sup>2</sup> हैं, तो संगत भुजाएँ AB और DE में क्या अनुपात होगा ?

**Speedy Solution :-**

$\therefore \triangle ABC$  और  $\triangle DEF$  दो समरूप  $\triangle$  हैं।

$\therefore$  Theorem (12) से,

$$\frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2}$$

$$\text{या, } \frac{392}{200} = \frac{AB^2}{DE^2}$$

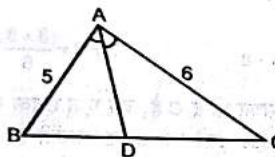
$$\text{या, } \frac{49}{25} = \frac{AB^2}{DE^2}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5} = 7:5$$

#### TYPE - 4

11.  $\triangle ABC$  में  $\angle A$  का अन्तः समद्विभाजक  $AD$  है, जो  $BC$  को  $D$  पर मिलता है। यदि  $AB = 5$  सेमी और  $AC = 6$  सेमी हो, तो  $BD:DC$  क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**



$\therefore AD$  समद्विभाजक है  $\angle BAC$  का

$\therefore$  Theorem (5) से

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\text{या, } \frac{5}{6} = \frac{BD}{DC}$$

$$\therefore BD:DC = 5:6$$

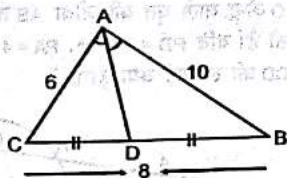
12.  $\triangle ABC$  में  $\angle A$  की अर्द्धक रेखा  $AD$  खींची गई है, जो आधार  $BC$  को  $D$  पर मिलती है। यदि  $AB = 10$  सेमी,  $BC = 8$  सेमी तथा  $AC = 6$  सेमी है, तो  $BD$  की माप क्या होगी ?

**Speedy Solution :-**

$\therefore AD, \angle A$  का अर्द्धक है।

$\therefore$  Theorem (5) से,

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD}$$

$$\text{या, } \frac{AC}{AB} + 1 = \frac{CD}{BD} + 1$$

$$\text{या, } \frac{AC + AB}{AB} = \frac{CD + BD}{BD}$$

$$\text{या, } \frac{6 + 10}{10} = \frac{BC}{BD}$$

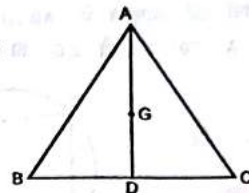
$$\text{या, } \frac{16}{10} = \frac{8}{BD} \therefore BD = \frac{8 \times 10}{16} = 5$$

#### TYPE - 5

13.  $\triangle ABC$  में  $BC$  भुजा का मध्य बिन्दु  $D$  है, यदि त्रिभुज का गुरुत्व केन्द्र  $G$  हो, तो  $AG:GD$  का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

$\therefore \triangle ABC$  का गुरुत्व केन्द्र है।

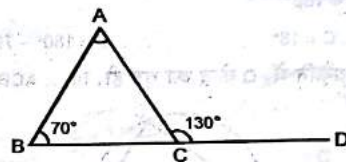


$\therefore$  Theorem (15) से,

$$AG:GD = 2:1$$

#### TYPE - 6

14. नीचे की आकृति में  $\angle BAC$  का मान क्या होगा ?



**Speedy Solution :-**

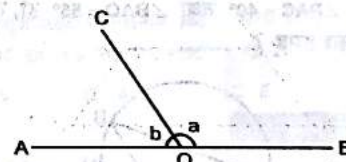
$\therefore$  Theorem (3) से

$$\angle ACD = \angle CBA + \angle BAC$$

$$\text{या, } 130^\circ = 70^\circ + \angle BAC$$

$$\therefore \angle BAC = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ$$

15. नीचे की आकृति में यदि  $a - b = 30^\circ$  हो, तो  $a$  का मान क्या होगा ?



**Speedy Solution :-**

$$\therefore a - b = 30^\circ \quad (i)$$

$$\text{पुनः } a + b = 180^\circ \quad (ii) \text{ [Theorem (2) से,]}$$

समीकरण (i) तथा (ii) से,

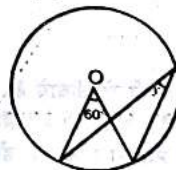
$$a - b = 30^\circ$$

$$a + b = 180^\circ$$

$$2a = 210^\circ$$

$$\therefore a = \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ$$

16. नीचे की आकृति में  $y$  का मान क्या होगा ?





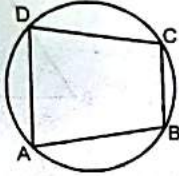
**Speedy Solution :-**

Theorem (23) से,

$60^\circ = 2y$

$\therefore y = \frac{60}{2} = 30^\circ$

17. नीचे की आकृति में, ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है, जिसमें  $\angle A = 70^\circ$  हो, तो  $\angle C$  का मान बतायें ?

**Speedy Solution :-**

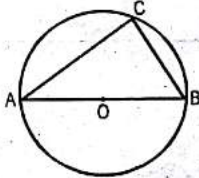
Theorem (29) से,

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

या,  $70^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

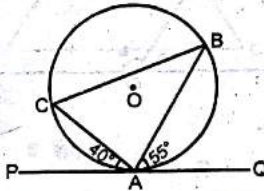
18. नीचे की आकृति में, O केन्द्र का वृत्त हो, तो  $\angle ACB$  का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

Theorem (22) से,

$\angle ACB = 90^\circ$  होगा।

19. आकृति में  $\angle PAC = 40^\circ$  तथा  $\angle BAQ = 55^\circ$  हो, तो  $\angle CAB$  के का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-** $\therefore \angle ABC$  एकान्तर वृत्तखण्ड का कोण है। $\therefore$  Theorem (28) से,

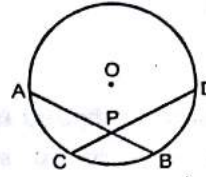
$\angle ABC = \angle PAC = 40^\circ$

तथा  $\angle BCA = \angle BAQ = 55^\circ$

$\therefore \angle CAB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BCA) = 180^\circ - (40^\circ + 55^\circ) = 85^\circ$

**TYPE - 7**

20. AB और CD किसी वृत्त की दो जीवायें हैं, जो परस्पर वृत्त के अन्दर बिन्दु P पर काटती हैं, यदि  $AP = 6$  सेमी,  $CP = 3$  सेमी और  $PD = 8$  सेमी हो, तो  $PB$  का मान क्या होगा ?

**Speedy Solution :-**

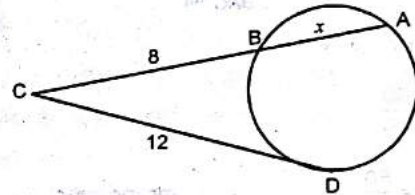
Theorem 26 (i) से,

$\therefore AP \times PB = CP \times PD$

या,  $6 \times PB = 3 \times 8$

$\therefore PB = \frac{3 \times 8}{6} = 4$  सेमी।

21. चित्र में वृत्त जिसका केन्द्र O है, की एक छेदक रेखा ABC तथा एक स्पर्श रेखा DC एक दूसरे को C पर काटती है। यदि  $BC = 8$  सेमी,  $CD = 12$  सेमी तो जीवा AB की लम्बाई क्या होगी ?

**Speedy Solution :-**

Theorem (27) से,

$CD^2 = BC \times AC$

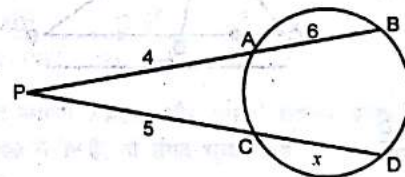
या,  $(12)^2 = 8 \times (8 + x)$

या,  $144 = 8 \times (8 + x)$

या,  $8 + x = \frac{144}{8} = 18$

$\therefore x = 18 - 8 = 10$  सेमी।

22. चित्र में O केन्द्र वाले वृत्त की जीवा AB तथा CD एक दूसरे को P पर काटती हैं। यदि  $PB = 6$  सेमी,  $PA = 4$  सेमी तथा  $PC = 5$  सेमी हो, तो CD की लम्बाई क्या होगी ?

**Speedy Solution :-**

Theorem 26 (ii) से,

$PB \times PA = PD \times PC$

या,  $(4 + 6) \times 4 = (5 + x) \times 5$

या,  $40 = (5 + x) \times 5$

या,  $5 + x = \frac{40}{5} = 8$

$\therefore x = 8 - 5 = 3$

$\therefore$  CD की लम्बाई = 3 सेमी।

## PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. किसी बहुभुज के अन्तः कोणों का योग  $540^\circ$  है, तो बहुभुज में कितनी भुजाएँ हैं ?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

**Speedy Solution :** (B)

महत्त्वपूर्ण सूत्र (1) से,

अंतः कोणों का योग  $= (2n - 4) \times 90^\circ$

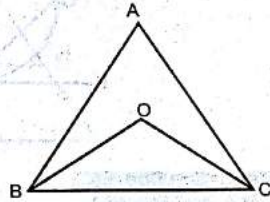
या,  $540 = (2n - 4) \times 90^\circ \quad \therefore n = 5$

2. यदि त्रिभुज ABC में आधार पर के  $\angle B$  तथा  $\angle C$  रेखा BO तथा CO से क्रम से समद्विभाजित हो, तब  $\angle BOC$  बराबर है -

(A)  $90^\circ + \frac{A}{2}$  (B)  $90^\circ - \frac{A}{2}$  (C)  $180^\circ - \frac{A}{2}$  (D)  $190^\circ + \frac{A}{2}$

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

**Speedy Solution :** (A)



$\therefore$  Theorem (8) से,

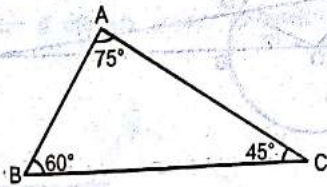
$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{A}{2}$$

3.  $\triangle ABC$  में  $\angle A = 75^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$  और  $\angle C = 45^\circ$  तब सबसे बड़ी भुजा है -

(A) AB (B) BC (C) AC (D) कोई नहीं

(RRB चेन्नई C.C., 1998)

**Speedy Solution :** (B)



महत्त्वपूर्ण तथ्य (10) से,

बड़ी भुजा = BC

4. दो समरूप  $\triangle ABC$  तथा  $\triangle PQR$  की परिमाप क्रमशः 36 सेमी. तथा 24 सेमी. है। यदि  $PQ = 10$  सेमी. हो, तब AB की माप होगी -

(A)  $6\frac{2}{3}$  सेमी. (B)  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$  सेमी.

(C) 15 सेमी. (D)  $6\frac{2}{3}$  सेमी.

(RRB चण्डीगढ़ C.C., 2002)

**Speedy Solution :** (C)

$$\triangle ABC \sim \triangle PQR$$

$$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore AB = \frac{3}{2} \times PQ = \frac{3}{2} \times 10 = 15 \text{ सेमी.}$$

5. एक बाह्य बिन्दु O से खींची गई छेदक रेखा दिए हुए वृत्त को बिन्दु A तथा B पर इस प्रकार काटती है कि  $OA = 4$  सेमी. एवं  $OB = 9$  सेमी., तो बिन्दु O से इस वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी -

(A)  $\sqrt{13}$  सेमी.

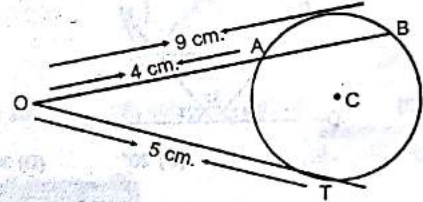
(B)  $\sqrt{5}$  सेमी.

(C) 6 सेमी.

(D)  $\sqrt{97}$  सेमी.

(RRB चण्डीगढ़ C.C., 2002)

**Speedy Solution :** (C)



Theorem (27) से,

$$\therefore OT^2 = OA \times OB = 4 \times 9 = 36$$

$$\therefore OT = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

6. एक त्रिभुज ABC में AB एवं AC के मध्य बिन्दु D एवं E हैं और यदि  $AB = 12$ ,  $BC = 9$  तथा  $AC = 10$  हो, तो DE की माप होगा -

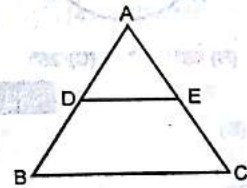
(A) 4.5 (B) 4

(C) 5

(D) 6

(RRB भोपाल C.C., 18-5-2003)

**Speedy Solution :** (A)



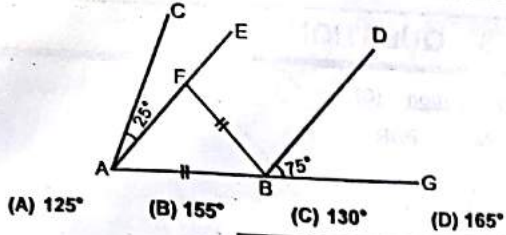
$\therefore \triangle ABC$  तथा  $\triangle ADE$  समरूप है

$\therefore$  Theorem (16) से,

$$DE = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$$

7. इस चित्र में,  $AC \parallel BD$ ,  $\angle CAF = 25^\circ$  व  $\angle DBG = 65^\circ$  व  $AB = BF$  है।  $\angle BFE$  किसके बराबर है ?





(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर TC, 2003)

**Speedy Solution :** (C)

चित्र में,

$AC \parallel BD$

$\therefore \angle CAB = \angle DBG = 75^\circ$  (संगत कोण)

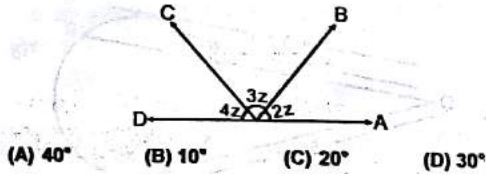
$\therefore \angle EAB = 75^\circ - 25^\circ = 50^\circ$

तथा  $AB \parallel BF$

$\therefore \angle EAB = \angle AFB = 50^\circ \quad \therefore \angle EFB + \angle BFA = 180^\circ$

$\therefore \angle EFB = 180^\circ - \angle BFA = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

8. दिये गए चित्र में 'Z' का मान डिग्री में होगा -



(RRB अजमेर ASM, 2001)

**Speedy Solution :** (C)

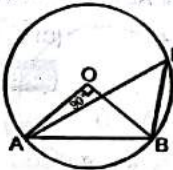
Theorem (2) से,

$4z + 3z + 2z = 180^\circ$

या,  $9z = 180^\circ$

$\therefore z = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$

9. यदि निम्नलिखित वृत्त में केन्द्र O पर का  $\angle AOB = 90^\circ$  हो, तो  $\angle APB$  का मान होगा -



(RRB चेन्नई A.S.M., 2001)

**Speedy Solution :** (B)

Theorem (23) से,

$\angle AOB = 2\angle APB$

या,  $90^\circ = 2\angle APB$

$\therefore \angle APB = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

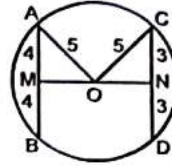
10. एक 5 सेमी की त्रिज्या वाले वृत्त में AB व CD दो समानान्तर जीवाओं की लम्बाईयों क्रमशः 8 सेमी व 6 सेमी है, तो जीवाओं के बीच की दूरी क्या होगी, यदि वे केन्द्र के विपरीत तरफ हैं ?

(A) 8 सेमी (B) 7 सेमी (C) 9 सेमी (D) 6 सेमी

(RRB गोरखपुर ASM, 2002)

**Speedy Solution :** (B)

माना वृत्त में AB व CD दो समानान्तर जीवाओं के मध्य बिन्दु क्रमशः M तथा N हैं और वृत्त का केन्द्र O है।



$\therefore OM = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

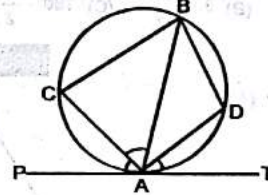
$ON = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\therefore$  दोनों जीवाओं के बीच की दूरी

$MN = OM + ON = 4 + 3 = 7$  सेमी।

11. चित्र में यदि  $\angle BAT = 65^\circ$  हो, तो  $\angle BDA$  ज्ञात करें -

(A) 65° (B) 125° (C) 115° (D) 85°



(RRB भुवनेश्वर ASM, 2002)

**Speedy Solution :** (C)

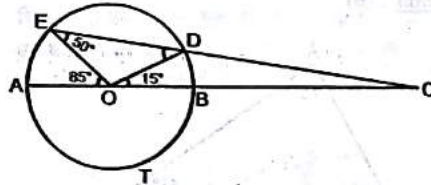
दिए गए चित्र में,

$\angle BAT = 65^\circ$

$\therefore \angle BDA = \angle BAP = 180^\circ - \angle BAT = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

12. नीचे दिए गए वृत्त में, AB व्यास है।  $\angle BOD = 15^\circ$  व  $\angle EOA = 85^\circ$  हो, तो  $\angle ECA = ?$

(A) 20° (B) 35° (C) 40° (D) 45°



(RRB भुवनेश्वर ASM, 2002)

**Speedy Solution :** (B)

दिए गए वृत्त में AB व्यास है, तथा

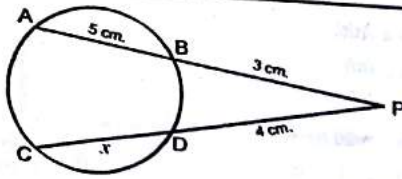
$\angle BOD = 15^\circ$  व  $\angle EOA = 85^\circ$

$\therefore \angle EOD = 180^\circ - (85^\circ + 15^\circ) = 80^\circ$

$\therefore \angle ECA = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ + 15^\circ) = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$

13. दिए गए चित्र में AB तथा CD दो जीवाएँ बिन्दु P पर मिलती हैं। यदि  $AB = 5$  सेमी,  $PB = 3$  सेमी तथा  $PD = 4$  सेमी हो, तो CD की लम्बाई क्या होगी ?

(A) 4 सेमी (B) 3 सेमी (C) 2.5 सेमी (D) 2 सेमी



(RRB रॉन्ची ASM, 2002)

**Speedy Solution : (D)**

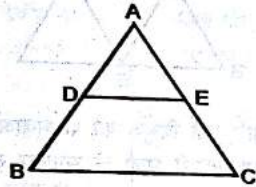
Theorem 26 (ii) से,

$$CP \times DP = AP \times BP$$

$$\Rightarrow (4+x) \times 4 = (5+3) \times 3$$

$$\Rightarrow (4+x) = \frac{8 \times 3}{4} \quad \therefore x = 6 - 4 = 2$$

14. दिए गए चित्र में,  $DE \parallel BC$  तथा  $\frac{AD}{BD} = \frac{3}{5}$ , यदि  $AC = 4.8$  सेमी. है, तो  $AE$  का मान निकाले -  
(A) 1.6 सेमी (B) 2.0 सेमी (C) 1.5 सेमी (D) 1.8 सेमी



(RRB रॉन्ची ASM, 2002)

**Speedy Solution : (D)**

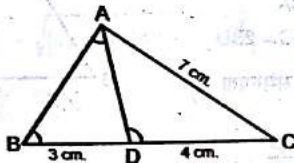
Theorem (13) से,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{AC - AE} \quad \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{4.8 - AE}$$

$$\therefore AE = 1.8 \text{ सेमी.}$$

15. दिए गए चित्र में यदि AD,  $\angle BAC$  का समद्विभाजक है, तो AB है



- (A) 5 सेमी (B) 5.5 सेमी (C) 5.25 सेमी (D) 4 सेमी

(RRB कोलकाता G.G., 2002)

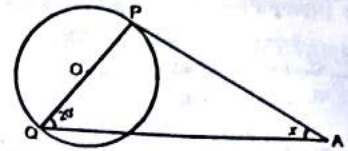
**Speedy Solution : (C)**

Theorem (14) से,

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{AB}{7} \quad \therefore AB = \frac{3 \times 7}{4} = \frac{21}{4} = 5.25 \text{ सेमी.}$$

16. दिये चित्र में, यदि  $\angle POA = 20^\circ$  है, तो  $\angle PAQ$  का मान होगा -



- (A)  $20^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $70^\circ$

(RRB गुवाहाटी TA, 2005)

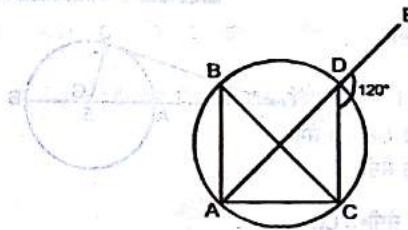
**Speedy Solution : (D)**

$\therefore$  क्रिया जो स्पर्श रेखा पर लम्ब हो  $90^\circ$  का कोण बनाती है।

$$\therefore OPA = 90^\circ$$

$$\therefore x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

17. दिए गए चित्र में,  $\angle ABC$  का माप क्या होगा -



- (A)  $20^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $75^\circ$

(RRB गुवाहाटी T.A., 2005)

**Speedy Solution : (B)**

चित्र से,

$$\angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Theorem (24) से,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ$$

18. किसी त्रिभुज के तीनों कोण क्रमशः  $(3x)^\circ$ ,  $(2x-7)^\circ$  और  $(4x-11)^\circ$  है, तो  $x$  का मान होगा -

- (A)  $18^\circ$  (B)  $20^\circ$  (C)  $22^\circ$  (D)  $30^\circ$

(RRB मुम्बई Group D, 2003)

**Speedy Solution : (C)**

त्रिभुज के तीनों कोणों का मान  $= 180^\circ$

प्रश्नानुसार,

$$\therefore (3x)^\circ + (2x-7)^\circ + (4x-11)^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या, } 3x^\circ + 2x^\circ - 7^\circ + 4x^\circ - 11^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या, } 9x^\circ - 18^\circ = 180^\circ \quad \text{या, } 9x = 180 + 18$$

$$\text{या, } x = \frac{198}{9}$$

$$\therefore x = 22^\circ$$

19. नीचे दिए गए त्रिभुज ABC में,  $AB = BC$ ,  $\angle B = x$  और  $\angle A = 2x - 20^\circ$  है, तो  $\angle B$  का मान क्या होगा ?

- (A)  $30^\circ$  (B)  $40^\circ$  (C)  $44^\circ$  (D)  $64^\circ$

(RRB मुम्बई Group D, 2003)

**Speedy Solution : (C)**

$\therefore$  दिया है भुजा  $AB = BC$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA$$

$$\therefore \angle BAC = 2x - 20^\circ$$

$$\angle ABC = x \text{ तथा } \angle A = \angle C$$



( $\therefore$  त्रिभुज के तीनों कोणों का मान  $180^\circ$  होता है।)

प्रश्नानुसार,

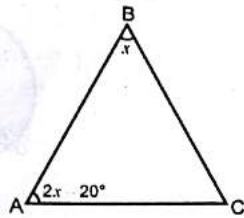
$$\therefore 2x - 20 + 2x - 20 + x = 180^\circ$$

$$\text{या, } 5x - 40 = 180$$

$$\text{या, } 5x = 180 + 40$$

$$\text{या, } x = \frac{220}{5}$$

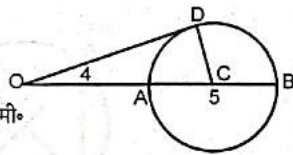
$$\therefore x = 44^\circ$$



20. एक बाह्य बिन्दु O से खींची गई छेदक रेखा दिए हुए वृत्त को बिन्दु A और B पर इस प्रकार काटती है कि OA = 4 सेमी. एवं OB = 9 सेमी., तो बिन्दु O से इस वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी -  
(A)  $\sqrt{13}$  सेमी. (B)  $\sqrt{5}$  सेमी. (C) 6 सेमी. (D)  $\sqrt{97}$  सेमी.

(RRB चण्डीगढ़ TC, 2002)

**Speedy Solution :** (C)



$$OA = 4 \text{ सेमी. तथा } OB = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AB = 9 - 4 = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\therefore AC = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ सेमी.} = CD$$

$$\therefore OD^2 = 6.5^2 - 2.5^2 = 42.25 - 6.25 = 36$$

$$\therefore OD = \sqrt{36} = 6 \text{ सेमी.}$$

21.  $r$  त्रिज्या वाले दो एकसमान वृत्त इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं जिससे कि दोनों एक दूसरे के केन्द्र से होकर गुजरते हैं। सर्वनिष्ठ जीवा की लम्बाई क्या होगी ?

- (A)  $r\sqrt{3}$  (B)  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{r}$  (D)  $r\sqrt{2}$

(RRB मुंबई/भोपाल Goods Guard, 2003)

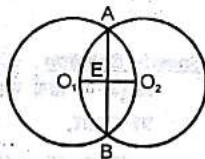
**Speedy Solution :** (A)

$O_1$  और  $O_2$  को मिलाया

$$O_1O_2 = O_1A = O_2A = r$$

$$AE = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 2AE = \frac{r\sqrt{3}}{2} \times 2 = r\sqrt{3}$$

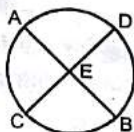


22. एक वृत्त की दो जीवाएँ AB व CD, E पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं, जिससे AE = 2.4 सेमी., BE = 3.2 सेमी. व CE = 1.6 सेमी. है। DE की लम्बाई है -

- (A) 4.8 सेमी. (B) 6.4 सेमी. (C) 1.6 सेमी. (D) 3.2 सेमी.

(RRB इलाहाबाद A.S.M., 2002)

**Speedy Solution :** (A)



$$AE = 2.4 \text{ सेमी.}$$

$$BE = 3.2 \text{ सेमी.}$$

$$CE = 1.6 \text{ सेमी.}$$

$\therefore$  Theorem 26 (i) से,

$$AE \times BE = CE \times DE$$

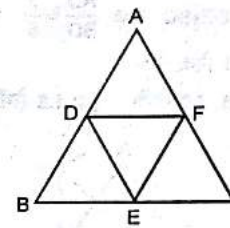
$$\therefore DE = \frac{2.4 \times 3.2}{1.6} = 4.8 \text{ सेमी.}$$

23. एक त्रिभुज की भुजाएँ 5 सेमी., 6 सेमी. और 7 सेमी. हैं, इन भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को जोड़कर एक और त्रिभुज बनाया गया है, इस दूसरे त्रिभुज का परिमाप सेमी. में क्या होगा -

- (A) 18 (B) 12 (C) 9 (D) 6

(RRB कोलकाता Traffic Asst. Driver, 2002)

**Speedy Solution :** (C)



$\triangle DEF$  नया बना  $\triangle$  है त्रिभुज की दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, तीसरी भुजा के समान्तर और आधी होती है।

$$\therefore \text{नये } \triangle \text{ का परिमाप} = \frac{5}{2} + \frac{6}{2} + \frac{7}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ सेमी.}$$

24. एक समबाहु त्रिभुज ABC में यदि  $AD \perp BC$  हो, तो -

$$(A) 2AB^2 = 3AD^2 \quad (B) 3AB^2 = 4AD^2$$

$$(C) 5AB^2 = 6AD^2 \quad (D) 4AB^2 = 5AD^2$$

(RRB कोलकाता T.C., 2003)

**Speedy Solution :** (B)

$$AB = BC = CA$$

$$BC = BD + DC = 2BD$$

( $\therefore BD = DC$  समरूपता से)

$$BD = \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2}$$

$\triangle ABD$  में

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$\text{या, } AB^2 = AD^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

$$\text{या, } AB^2 = AD^2 + \frac{AB^2}{4}$$

$$\text{या, } 4AB^2 - AB^2 = 4AD^2$$

$$\therefore 3AB^2 = 4AD^2$$

