

浙江大学实验报告

专业：电子信息工程

姓名：邢毅诚

学号：3190105197

日期：2021-11-19

地点：教二-213

课程名称：控制理论（乙）

指导老师：姚维、韩涛

成绩：

实验名称：控制系统的数学模型及其转换

实验类型：验证实验

同组学生姓名：无

一、实验目的

1. 掌握控制系统不同模型的表示方法及其相互转换

二、实验内容

1. 系统数学模型间的相互转换

给定系统状态空间方程：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2.8 & -1.4 & 0 & 0 \\ 1.4 & 0 & 0 & 0 \\ -1.8 & -0.3 & -1.4 & -0.6 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = [0 \ 0 \ 0 \ 1]x$$

求传递函数模型和零极点模型，并判断其稳定性

2. 系统的组合和连接

系统方框图如图所示：

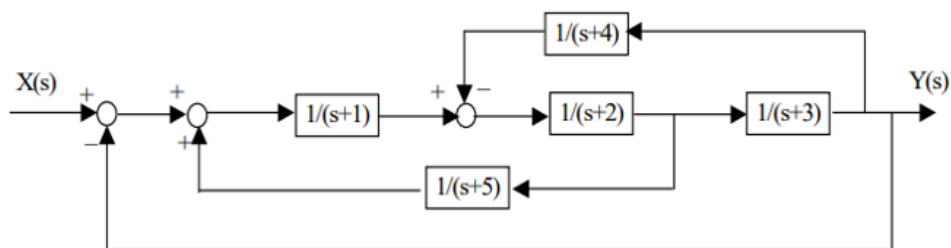


图 1: 系统方框图

求输入输出传递函数。（并与方框图法得到的传递函数进行比较）

三、 实验数据

1. 系统数学模型间的相互转换

由于题目中已经给出了我们的系统状态空间表达式，我们可以利用 `ss2tf()` 函数构建其传递函数模型参数并利用 `tf()` 函数生成传递函数模型，利用 `tf2zp()` 函数构建其零极点模型并利用 `zpk()` 函数生成其零极点模型，具体代码如下所示：

```
1 clear;
2 A = [-2.8 -1.4 0 0; 1.4 0 0 0; -1.8 -0.3 -1.4 -0.6; 0 0 0.6 0];
3 B = [1;0;1;0];
4 C = [0 0 0 1];
5 D = 0;
6
7 [num,den] = ss2tf(A,B,C,D);
8 [num1,den1] = ss2tf(A,B,C,D,1);
9 sys1 = tf(num, den)
10 [z,p,k] = tf2zp(num,den)
11 sys2 = zpk(z,p,k)
```

得到其输出结果为：

```
1 sys1 =
2
3 0.6 s^2 + 0.6 s + 0.924
4 -----
5 s^4 + 4.2 s^3 + 6.24 s^2 + 3.752 s + 0.7056
6
7 Continuous-time transfer function.
8
9
10 z =
11
12 -0.5000 + 1.1358i
13 -0.5000 - 1.1358i
14
15
16 p =
17
18 -1.4000
19 -1.4000
20 -1.0606
21 -0.3394
22
23
24 k =
25
26 0.6000
27
```

```

28
29 sys2 =
30
31 0.6 (s^2 + s + 1.54)
32 -----
33 (s+1.4)^2 (s+1.061) (s+0.3394)
34
35 Continuous-time zero/pole/gain model.

```

可以得到其传递函数模型为：

$$G(s) = \frac{0.6s^2 + 0.6s + 0.924}{s^4 + 4.2s^3 + 6.24s^2 + 3.752s + 0.7056} \quad (1)$$

可以得到其零极点形式的数学模型为：

$$G(s) = \frac{0.6(s^2 + s + 1.54)}{(s + 1.4)^2(s + 1.061)(s + 0.3394)} \quad (2)$$

可以得到其对应的零点为：

$$z_{1,2} = -0.5 \pm 1.1358i \quad (3)$$

可以得到其对应的极点为：

$$p_{1,2} = -1.4000; \quad (4)$$

$$p_3 = -1.0606 \quad (5)$$

$$p_4 = -0.3394 \quad (6)$$

可以看到，无论是零点还是极点，都位于坐标系的左半平面，因此模型稳定。

2. 系统的组合和连接

对各模块的通路排序编号，具体编号如下图所示：

$$\begin{cases} u_1 = -y_3 + y_5 \\ u_2 = y_1 - y_4 \\ u_3 = y_2 \\ u_4 = y_3 \\ y_5 = y_2 \end{cases} \quad (7)$$

同时设定输入为 1 通路，输出为 3 通路，具体代码如下所示：

```

1 s=tf('s');
2 G1 = 1/(s+1);
3 G2 = 1/(s+2);
4 G3 = 1/(s+3);
5 G4 = 1/(s+4);
6 G5 = 1/(s+5);
7 sys = append(G1,G2,G3,G4,G5);
8 Q = [1 -3 5;2 1 -4;3 2 0;4 3 0;5 2 0];

```

```

9  INPUTS = 1;
10 OUTPUTS = 3;
11 sys = connect(sys,Q,INPUTS,OUTPUTS);
12 tf(sys)

```

可以得到输出结果：

```

1  ans =
2
3  s^2 + 9 s + 20
4  -----
5  s^5 + 15 s^4 + 85 s^3 + 226 s^2 + 282 s + 133
6
7  Continuous-time transfer function.

```

即对应的输入输出传递函数为：

$$\frac{Y_s}{X_s} = \frac{s^2 + 9s + 20}{s^5 + 15s^4 + 85s^3 + 226s^2 + 282s + 133} \quad (8)$$

使用信号流图的梅逊公式对此题目进行求解：

可以解得：

$$\Delta = 1 + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2} \cdot \frac{1}{s+5} + \frac{1}{s+2} \cdot \frac{1}{s+3} \cdot \frac{1}{s+4} + \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2} \cdot \frac{1}{s+3} \quad (9)$$

$$P_1 = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2} \cdot \frac{1}{s+3} \quad (10)$$

$$\Delta_1 = 1; \quad (11)$$

因此，可以解得系统的闭环传递函数为：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 9s + 20}{s^5 + 85s^3 + 227s^2 + 290s + 152} \quad (12)$$

对比两个式子，可以发现二者大致相同，仅在最后两项有着细微的区别，原因可能是使用 matlab 求解时，可能是利用数值计算的方式进行求解，因此会导致计算结果与理论结果存在一定的误差。

四、心得与体会

在本次实验中，我们进行了控制系统的数学模型及转换的相关实验。本次实验主要以 matlab 编程为主，我也在这次实验中认识到了使用 matlab 软件进行编程时的便捷性-原来需要算很长时间的零极点还有传递函数，使用 matlab 软件敲几行代码便可以做到。总体而言，在本次实验中，收获颇多。