Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

26.08.2016

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1	/15	
2	/12	
3	/14	
4	/9	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen und Analyse von LTI-Systemen

(15 Punkte)

Gegeben sei ein kausales System, charakterisiert durch folgende Differenzengleichung:

$$y(n) = a_1 \cdot y(n-1) + b_0 \cdot x(n) + b_1 \cdot x(n-1) + b_2 \cdot x(n-2)$$

Weiterhin gilt: $a_1 = 0{,}4;\ b_0 = -2;\ b_1 = 0{,}5;\ b_2 = 0{,}7.$

a) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des gegebenen Systems in der Direktform II.

b) Handelt es sich bei dem gegebenen System um ein FIR- oder ein IIR-Filter? Begründen Sie Ihre Antwort!

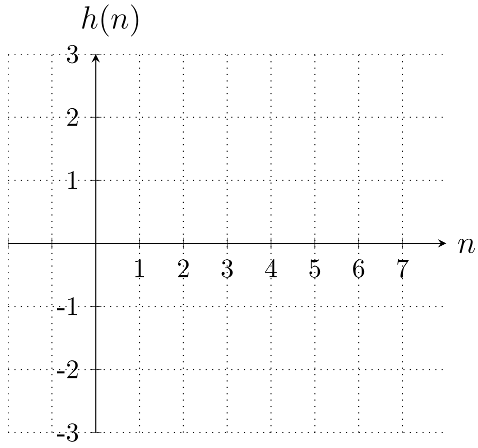
c) Berechnen Sie das inverse System.

Hinweis: *Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*

Gegeben sei folgende Impulsantwort:

$$h(n) = -\tfrac{1}{2} \cdot \delta(n) - \tfrac{1}{2} \cdot \delta(n-1) + 2[\epsilon(n-2) - \epsilon(n-4)]$$

d) Berechnen Sie die Impulsantwort $h(n)$ und zeichnen Sie das Ergebnis in folgendes Diagramm:



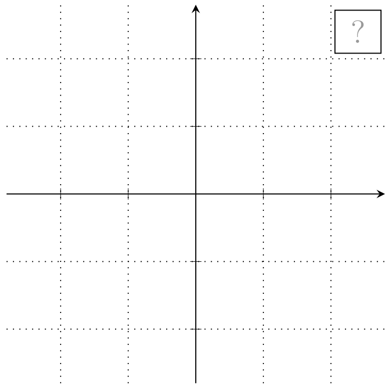
e) Vereinfachen Sie $h(n)$, indem Sie die Impulsantwort lediglich mit Einheitsimpulsen darstellen.

f) Berechnen Sie von $h(n)$ die z-Transformierte $H(z)$.

g) Beschreibt $h(n)$ ein kausales System? Begründen Sie Ihre Antwort!

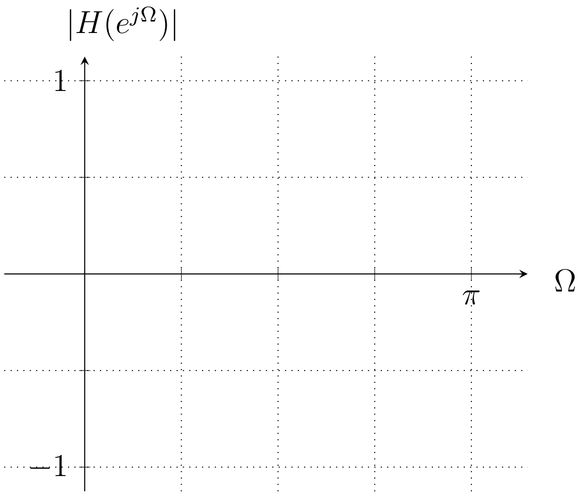
h) Berechnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$.

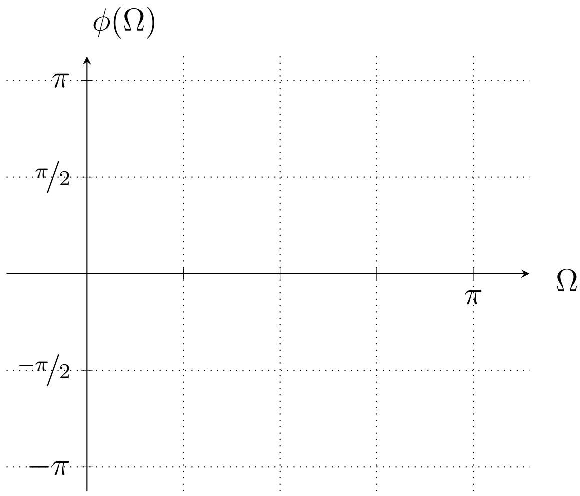
i) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ in folgendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



Hinweis: *Folgende Aufgabe ist ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*

j) Gegeben sei ein System $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{3}[1+e^{j\frac{\Omega}{4}}]$. Bestimmen Sie den Amplitudengang $|H(e^{j\Omega})|$ und den Phasengang $\phi(\Omega)$ und skizzieren Sie beide in folgende Diagramme:





Aufgabe 2: Zerlegung eines LTI-Systems

(12 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System:

$$H(z) = \frac{(1-27z^{-3})(1+27z^{-3})(1-0.95z^{-1})}{1-\frac{1}{9}z^{-2}}$$

a) Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen von $H(z)$.

b) Handelt es sich bei $H(z)$ um ein stabiles System? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Geben Sie $H(z)$ in faktorisierter Form an.

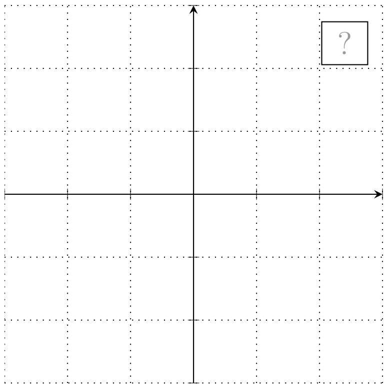
d) Begründen Sie, warum $H(z)$ in ein minimalphasiges System $H_{\mathrm{min}}(z)$ und einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$ zerlegt werden kann.

e) Führen Sie die Zerlegung durch, so dass $H(z) = H_{\mathrm{min}}(z) \cdot H_{\mathrm{AP}}(z)$ gilt.

f) Bestimmen Sie den Faktor b_0, so dass $|H_{\mathrm{AP}}(z)| = 1$ gilt.

g) Ist das minimalphasige System $H_{\mathrm{min}}(z)$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

h) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ in folgendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



i) Um was für eine Filtercharakteristik handelt es sich (Hochpass, Tiefpass, Bandpass, Bandsperre)? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3: Filterdesign

(14 Punkte)

a) Stellen Sie Vor- und Nachteile von FIR- und IIR-Filtern gegenüber.

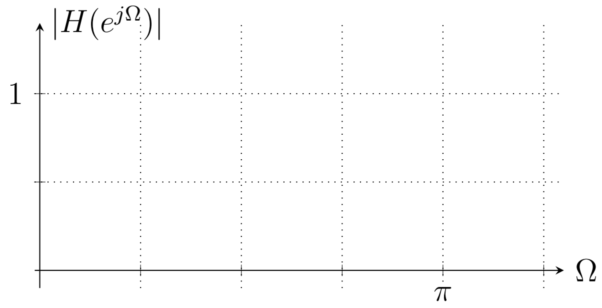
Gegeben sei folgende Tiefpassfilter-Spezifikation:

$$d_{\mathrm{st}} = 50\,\mathrm{dB} \qquad \Omega_{\mathrm{p}} = \frac{\pi}{3} \qquad \Omega_{\mathrm{st}} = \frac{\pi}{2}$$

Zusätzlich soll die maximal zulässige Verstärkung im Passband höchstens 0.4238 dB betragen.

b) Berechnen sie δ_{p}, δ_{st}, und geben Sie auch das Passband-Ripple R_p an.

c) Vervollständigen Sie das untenstehende Toleranzschema im Frequenzbereich mit allen notwendigen Parametern und Sperrbereichen der Filterspezifikation.



d) Eignet sich die normale Fourier-Approximation zum Entwurf des Filters? Begründen Sie Ihre Antwort!

e) Welche Fenster kommen in Frage, wenn Sie den Entwurf mit Hilfe der modifizierten Fourier-Approximation erstellen wollen? Begründen Sie Ihre Antwort!

f) Prüfen Sie, welche minimale Filterordnung N_b der Entwurf mit Kaiser-Fenster und Chebyshev-Approximation benötigt. Geben Sie für das Kaiser-Fenster auch den Parameter β an.

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

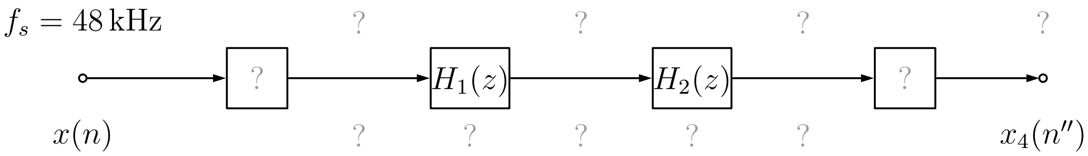
(9 Punkte)

Sie haben ein reellwertiges Fullband-Signal, das mit 48 kHz abgetastet und mit linearer PCM kodiert wurde. Pro Abtastwert werden 16 Bit genutzt und das Musikstück ist 8 Minuten lang. Auf ihrem Zielmedium stehen nur noch 245.760.000 Bit zur Verfügung. Sie entscheiden sich für eine Abtastratenwandlung, um die Größe zu reduzieren und nehmen einen möglichen Qualitätsverlust in Kauf, die Auflösung von 16 Bit pro Abtastwert behalten Sie jedoch bei.

a) Wie lautet die maximale Abtastrate, mit der Sie den Zielspeicher komplett ausnutzen können?

b) Wie lautet das entsprechende teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung?

c) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate!



d) Die beiden idealen Filter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ können zu *einem* Filter $H_3(z)$ zusammengefasst werden. Welche Spezifikation hat dieses Filter?

e) Das Spektrum des ursprünglichen Signals bei 48 kHz Abtastrate beinhalte nur Anteile für $0 \leq \Omega \leq \frac{3}{4}\pi$. Können Sie das Signal verlustfrei mit dem Ergebnis aus a) konvertieren? Wenn ja: Wie lautet die minimale Abtastrate mit der das Signal gerade noch verlustfrei umgewandelt werden kann? Wenn nein: Wieviel Bandbreite in kHz geht verloren?

f) Bei der Anwendung eines Dezimators wird die Energie des Spektrums abgesenkt. Geben Sie den Dämpfungsfaktor in dB für die Dezimation in c) an.