Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer
Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3840

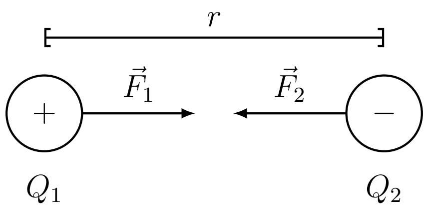
Grundlagen der Elektrotechnik

Lösungsvorschlag zu den Klausuraufgaben H'20

1 Elektrisches Feld

Punkte: 23

a)



Grafik (1)

$\sum_{a)} 1$

b)

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}|$$ (1) Vektorielle Darstellung ebenfalls richtig!

$\sum_{b)} 1$

c)

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} = \frac{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}\vec{e}_{12}}{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}\vec{e}_{21}} \qquad |\vec{e}_{12} = -\vec{e}_{21}$$ (1)

$$= -1$$ (1) //

$\sum_{c)} 2$

d)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$ (0.5) Betragsform ebenfalls richtig!

Die Kräftewirkung auf die Ladungen wird als Raumeigenschaft dargestellt. (0.5)

$\sum_{d)} 1$

e) Vektorfeld (1)

Skalarfeld: Der Raum ändert nur den Betrag einer Eigenschaft des Testkörpers (0.5)

Vektorfeld: Der Raum ändert Betrag und Richtung einer Eigenschaft des Testkörpers (0.5)

$\sum_{e)} 2$

f)

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e_r}$$
$$\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e_r} \ (1)$$

Integration über geschlossene Kugeloberfläche A_k für $r =$ konstant

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \oiint_{A_k} \vec{e}_r \vec{e}_A \, \mathrm{d}A \ (1)$$

Richtungsvektoren des E-Feldes und der Kugeloberfläche zeigen in selbe Richtung:
$\vec{e_A} = \vec{e_r}$,
$\vec{e_r} \cdot \vec{e_r} = 1$

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \oiint_{A_k} 1 \, \mathrm{d}A$$

Oberfläche einer Kugel: $A_k = 4\pi r^2$,

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} = Q \ (1)$$

$\sum_{f)} 3$

g)

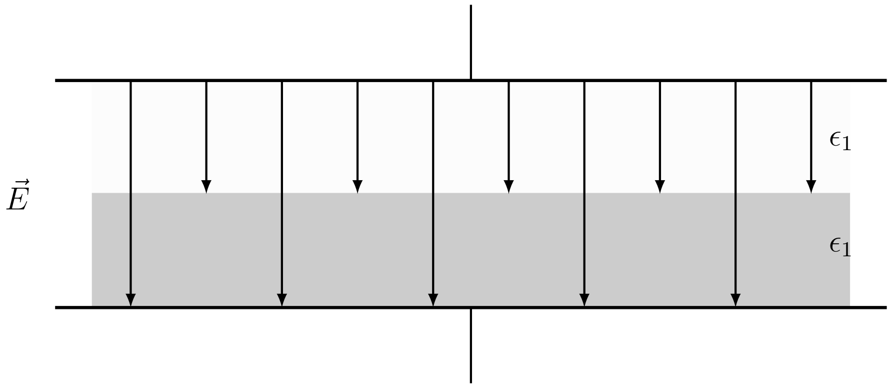
$$C = \frac{Q}{U}$$
$$= \frac{\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A}}{\int \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{s}} \ (1)$$

Das elektrische Feld liefert nur über die Fläche A einen Beitrag zum elektrischen Fluss,
$\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{A}$ zeigen in die selbe Richtung,
$\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{s}$ zeigen in die selbe Richtung,
E ist über $\mathrm{d}s$ homogen (1)

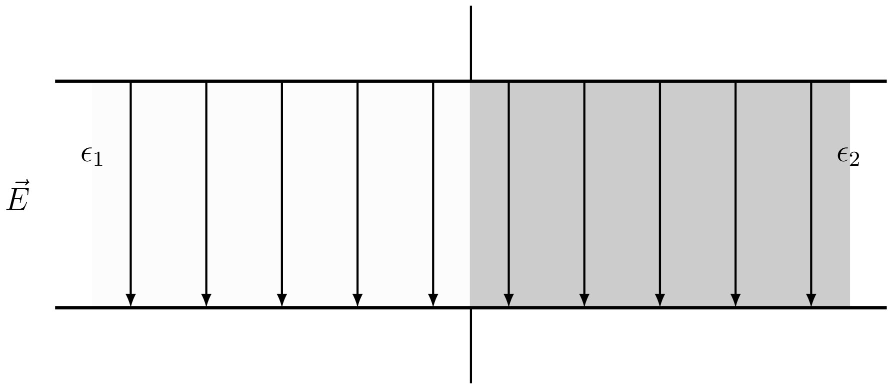
$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E A}{E d} \ (1)$$
$$= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

$\sum_{g)} 3$

h) Verlauf der Feldlinien:
Feldlinie verläuft durch Bereich einer Permeabilität: Parallelschaltung
Feldlinie verläuft durch Bereiche unterschiedlicher Permeabilitäten: Reihenschaltung
(1)



Reihenschaltung



Parallelschaltung

(1)

$\sum_{h)} 2$

i) Das Schaltsymbol ersetzt die komplizierte Geometrie des Kondensators und modelliert die makroskopisch messbaren Integralsgrößen mithilfe der (idealen) Kapazität $C = \frac{Q}{U}$. (1)

$\sum_{i)} 1$

j)

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{U} \\ Q &= CU \\ \mathrm{d}Q &= C\,\mathrm{d}U \\ \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} &= C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \ (1) \\ I &= C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \ (1) \end{aligned}$$

$\sum_{j)} 2$

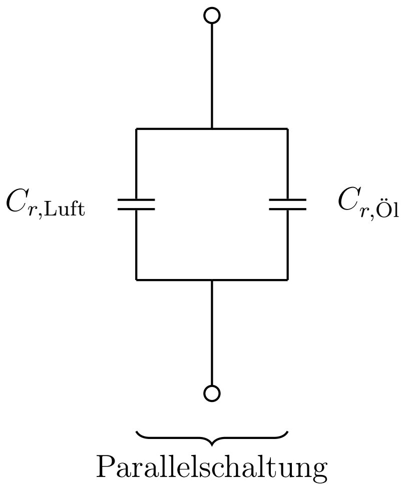
k)

$$\underline{I} = \mathrm{j}\omega C\underline{U} \ (1)$$

Die komplexen Zahlen vereinfachen die Analysen und Berechnungen von Schaltungen bei Wechselströmen, da zum Beispiel Zeitableitungen sowie Integrationen über die Zeit in der Frequenzebene als Multiplikationen bzw. Divisionen mit $\mathrm{j}\omega$ gelöst werden können. (1)

$\sum_{k)} 2$

l)



Zeichnung (0.5)
Bezeichnung: Parallelschaltung (0.5)

$\sum_{l)} 1$

m)

$$
\begin{aligned}
C &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \\
C_{\text{Öl}} &= \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{Öl}} \frac{bh}{d} \\
C_{\text{Luft}} &= \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{Luft}} \frac{b(b-h)}{d} \\
C_{\text{gesamt}} &= C_{\text{Öl}} + C_{\text{Luft}} \ (1) \\
C_{\text{gesamt}} &= \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{Öl}} \frac{bh}{d} + \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{Luft}} \frac{b(b-h)}{d} \ (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_{m)} 2$

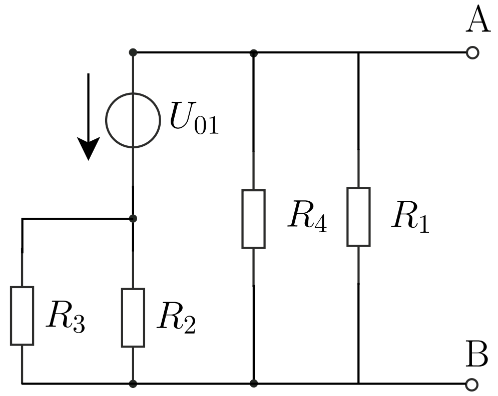
$\sum_{A1} 23$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 15

a) R_5, R_6, C_1 müssen im Folgenden nicht betrachtet werden. (1)

I) Wirkung der Spannungsquelle U_{01} betrachten. Spannungsquelle U_{02} passivieren.



(0.5)

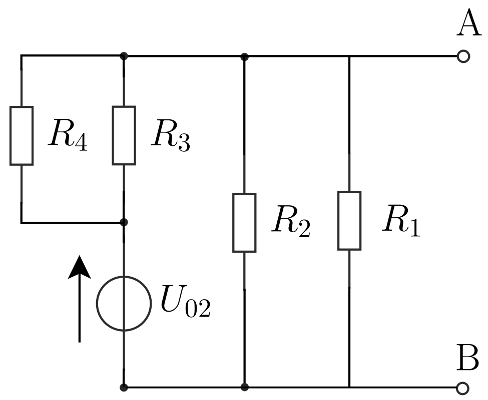
Parallelschaltung der Widerstände

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \text{ (0.5)}$$
$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} \text{ (0.5)}$$

Spannungsteiler mit R_{23} und R_{14} über U_{01}

$$U_{\mathrm{AB},U_1} = \frac{R_{14}}{R_{14} + R_{23}} U_{01} \text{ (1)}$$
$$U_{\mathrm{AB},U_1} = \frac{\frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}}{\frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} U_{01}$$
$$U_{\mathrm{AB},U_1} = \frac{R_1 R_4 (R_2 + R_3)}{R_1 R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3 (R_1 + R_4)} U_{01} \text{ (1)}$$

II) Wirkung der Spannungsquelle U_{02} betrachten. Spannungsquelle U_{01} passivieren.



Ersatzschaltbild (0.5)
Mit Spannungsteilern von oben aus R_{12} und R_{34}

$$U_{\mathrm{AB},U_2} = -\frac{R_{12}}{R_{12}+R_{34}}U_{02} \text{ (1)}$$

$$U_{\mathrm{AB},U_2} = -\frac{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}}U_{02}$$

$$U_{\mathrm{AB},U_2} = -\frac{R_1R_2(R_3+R_4)}{R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)}U_{02} \text{ (1)}$$

Gesamtergebnis

$$U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{AB},U_1} + U_{\mathrm{AB},U_2}$$

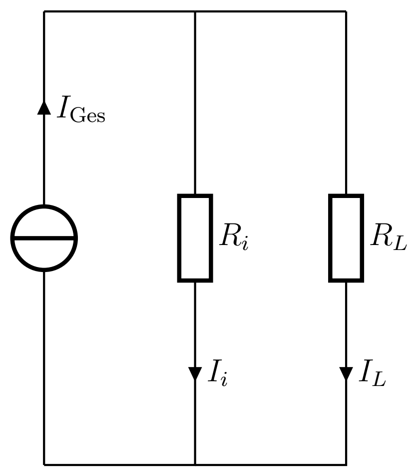
$$U_{\mathrm{AB}} = \frac{R_1R_4(R_2+R_3)\cdot U_{01} - R_1R_2(R_3+R_4)\cdot U_{02}}{R_1R_2R_4+R_1R_3R_4+R_1R_2R_3+R_2R_3R_4} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{a)} 7.5$

b) Lineare Bauteile bzw. lineares Bauteilverhalten der Widerstände. (1)

$\sum_{b)} 1$

c) Zeichnung mit relevanten Größen:



(0.5)

mit:

$$I_{\mathrm{Ges}} = I_i \cdot I_L$$

$$U_{\mathrm{Ges}} = R_i \cdot I_i + R_L \cdot I_L$$

(0.5)

$$I_{\text{Ges}} = I_L \cdot \frac{R_i + R_L}{R_i}$$

(0.5)

daraus folgt:

$$\frac{I_L}{I_{\text{Ges}}} = \frac{R_i}{R_i + R_L} \text{ (0.5)}$$

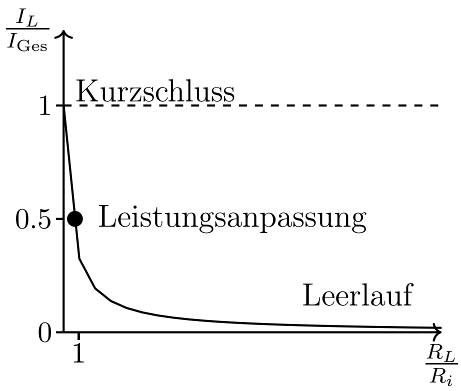
$\sum_{c)} 2$

d)

$$\frac{3}{4} = \frac{R_i}{R_i + R_L} \text{ (0.5)}$$
$$R_i = 3R_L \text{ (0.5)}$$

$\sum_{d)} 1$

e)



Kurve (0.5)
Achsenbeschriftung (0.5)
Kurzschlussfall (0.5)
Leerlauffall (0.5)
Leistungsanpassung (0.5)

Bedingung für Leistungsanpassung: $R_i = R_L$ (0.5)

$\sum_{e)} 3$

f) $G = \frac{1}{R}$ (0.5)

$\sum_{f)} 0.5$

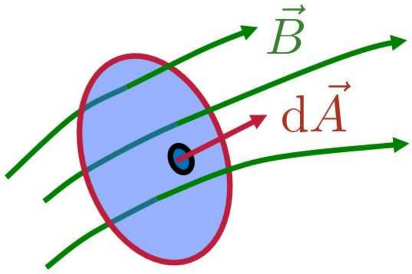
$\sum_{A2} 15$

3 Magnetfeld

Punkte: 16

a) $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ (0.5)

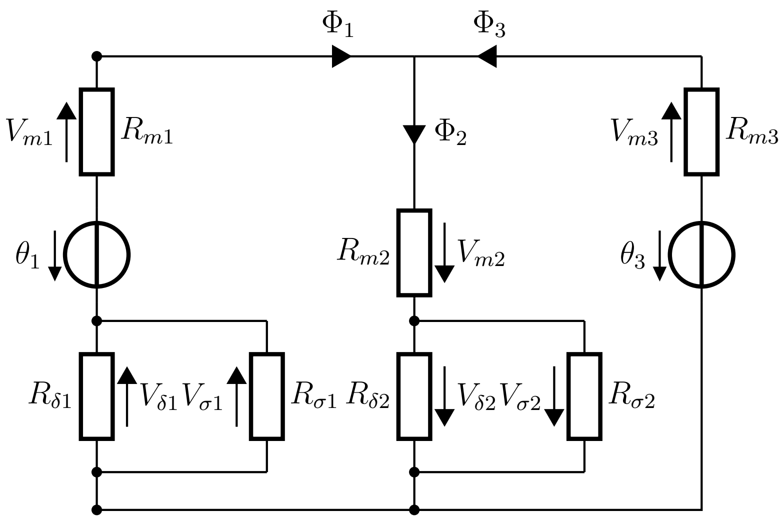
Wenn man die magnetische Flussdichte B über eine **Fläche** A **integriert**, erhält man den magnetischen Fluss Φ. Die skalare Größe magnetischer Fluss Φ kennzeichnet die **Gesamtwirkung der magnetischen Flussdichte** B durch eine Fläche A. (0.5)



(0.5)

$\sum_{a)} 1.5$

b)



(2)

$\sum_{b)} 2$

c)

$$
\begin{aligned}
& & V_{\sigma 1} &= V_{\delta 1} \ (0.5) & \qquad \Phi_{\sigma 1} &= \sigma_1 \cdot \Phi_1 \\
&\Leftrightarrow & \Phi_{\sigma 1} \cdot R_{\sigma 1} &= \Phi_{\delta 1} \cdot R_{\delta 1} & \qquad \Phi_{\delta 1} &= (1-\sigma_1) \cdot \Phi_1 \ (0.5) \\
&\Leftrightarrow & \sigma_1 \cdot \Phi_1 \cdot R_{\sigma 1} &= (1-\sigma_1) \cdot \Phi_1 \cdot R_{\delta 1} \\
&\Leftrightarrow & \sigma_1 \cdot R_{\sigma 1} &= (1-\sigma_1) \cdot R_{\delta 1} \\
&\Leftrightarrow & R_{\sigma 1} &= \frac{1-\sigma_1}{\sigma_1} \cdot R_{\delta 1} \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& & R_{\text{Luft},1} &= \frac{R_{\sigma 1} \cdot R_{\delta 1}}{R_{\sigma 1} + R_{\delta 1}} \ (0.5) = \frac{\left(\frac{1-\sigma_1}{\sigma_1} \cdot R_{\delta 1}\right) \cdot R_{\delta 1}}{\left(\frac{1-\sigma_1}{\sigma_1} \cdot R_{\delta 1}\right) + R_{\delta 1}} = \frac{\frac{1-\sigma_1}{\sigma_1} \cdot {R_{\delta 1}}^2}{\frac{1-\sigma_1+\sigma_1}{\sigma_1} \cdot R_{\delta 1}} = (1-\sigma_1) \cdot R_{\delta 1} \ (0.5) \\
& & R_{\delta 1} &= \frac{\delta_1}{\mu_0 \cdot a^2}, \mu_{r,\text{Luft}} = 1 \ (0.5) \\
&\rightarrow & R_{\text{Luft},1} &= (1-\sigma_1) \cdot \frac{\delta_1}{\mu_0 \cdot a^2} \ (0.5) \\
&\rightarrow & R_{\text{Luft},2} &= (1-\sigma_2) \cdot \frac{\delta_2}{\mu_0 \cdot a^2} \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{c)} 4$

d)

$$
\begin{aligned}
R_{m1} &= \frac{2 \cdot l_1 + l_3 - \delta_1}{\mu_0 \mu_{r,\text{Fe}} \cdot a^2} \ (0.5) \\
R_{m2} &= \frac{l_3 - \delta_2}{\mu_0 \mu_{r,\text{Fe}} \cdot a^2} \ (0.5) \\
R_{m3} &= \frac{2 \cdot l_2 + l_3}{\mu_0 \mu_{r,\text{Fe}} \cdot a^2} \ (0.5) \\
\Theta_1 &= N_1 I_1 \ (0.5) \\
\Theta_3 &= N_3 I_3 \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{d)} 2.5$

e) Gemäß der in Teilaufgabe a) gewählten Flussrichtungen gilt: $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3$ (Knotenregel) (0.5)

Für den Fluss im Luftspalt gilt: $\Phi_{\delta 2} = (1-\sigma_2) \cdot \Phi_2$

Für die Kraft im Luftspalt δ_2 gilt damit:

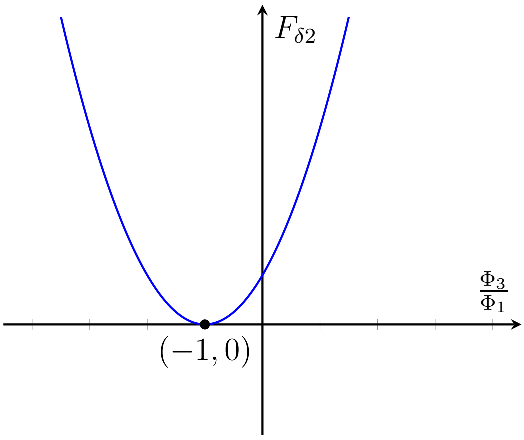
$F_{\delta 2} = \frac{1}{2\mu_0} \frac{{\Phi_{\delta 2}}^2}{a^2} = \frac{1}{2\mu_0} \frac{(1-\sigma_2)^2 \cdot {\Phi_2}^2}{a^2} = \frac{1}{2\mu_0} \frac{(1-\sigma_2)^2 \cdot (\Phi_1+\Phi_3)^2}{a^2}$ (0.5)

$F_{\delta 2} \sim (\Phi_1 + \Phi_3)^2$

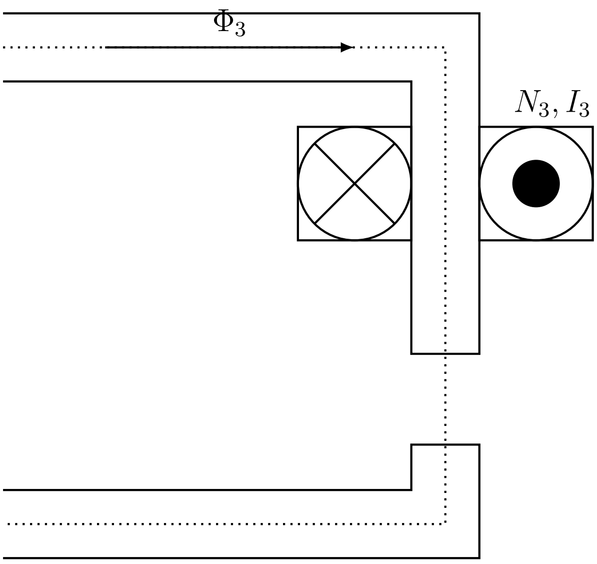
$F_{\delta 2} = 0 \Leftrightarrow \Phi_3 = -\Phi_1$ (0.5)

$\sum_{e)} 1.5$

f)



- Quadratische Funktion (0.5)
- Nullpunkt im richtigen Abstand (abs $\left(\frac{\Phi_3}{\Phi_1}\right) = 1$) (0.5)
- Nullpunkt auf der richtigen Seite [positiv oder negativ, je nach definierter Flussrichtung im Ersatzschaltbild in Teilaufgabe b)] (0.5)



(0.5)

$\sum_{f)} 2$

g) Notwendig: $\Phi_1 = -\Phi_3$ [siehe Lösung Teilaufgabe e)]

1. Masche: $\Theta_1 = \Phi_1 \left(R_{m1} + R_{\text{Luft},1}\right)$ (0.5) $\Rightarrow \Phi_1 = \frac{\Theta_1}{\left(R_{m1}+R_{Luft,1}\right)}$

2. Masche: $\Theta_3 = \Phi_3 R_{m3}$ (0.5) $\Rightarrow \Phi_3 = \frac{\Theta_3}{R_{m3}}$

$$\begin{aligned}
& \frac{\Theta_1}{R_{m1} + R_{\text{Luft},1}} = \frac{-\Theta_3}{R_{m3}} \ (0.5) \ \mid \text{mit } R_{\text{Luft},1} = 0 \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{R_{m1}} = \frac{-\Theta_3}{R_{m3}} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{\frac{2 \cdot l_1 + l_3 - \delta_1}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}} = \frac{-\Theta_3}{\frac{2 \cdot l_2 + l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}} \ (0.5) \ \mid \text{mit Angaben aus der Aufgabenstellung} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{\frac{5 \cdot l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}} = \frac{-\Theta_3}{\frac{7 \cdot l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{\Theta_3} = \frac{-\frac{5 \cdot l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}}{\frac{7 \cdot l_3}{\mu_0 \mu_r \cdot a^2}} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{\Theta_3} = \frac{-5 \cdot l_3}{7 \cdot l_3} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{\Theta_1}{\Theta_3} = \frac{-5}{7} \ (0.5)
\end{aligned}$$

$\sum_{g)} 2.5$

$\sum_{A3} 16$

4 Komplexe Wechselstromrechnung **Punkte: 27**

a)
- Lineares System (0.5)
  (lineare Bauteile, beschrieben durch lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten)
- Eingeschwungener Zustand (0.5)
- Konzentrierte Parameter
  (im Vergleich zu verteilten Parametern in der Hochfrequenztechnik)

$\sum_{a)} 1$

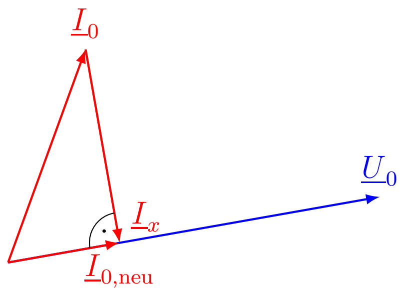
b)

$$\hat{u} = 10\,\mathrm{V}\ (0.5)$$
$$\hat{i} = 5\,\mathrm{A}\ (0.5)$$
$$f = \frac{1}{20\,\mathrm{ms}} = 50\,\mathrm{Hz}\ (1)$$
$$\varphi = 90°\ (0.5)$$

Bauteil: Spule (Induktivität auch okay) (0.5)

$\sum_{b)} 3$

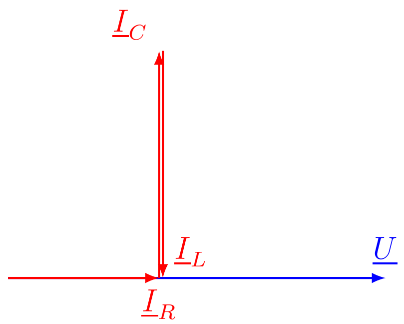
c) Zeigerdiagramm (0.5)



$\left|\underline{I}_{0,\mathrm{neu}}\right| = 1{,}5\,\mathrm{A}$ (0.5)

$\sum_{c)} 1$

d) Zeigerdiagramm



Bezugszeiger (0.5) , je richtigem Stromzeiger (0.5) (0.5) (0.5)

$|\underline{Z}_{RLC}| = R$ (0.5)

$\sum_{d)} 2.5$

e)

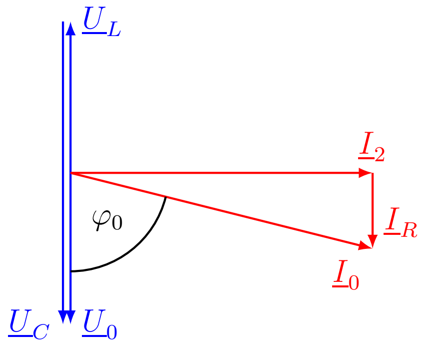
$$|\underline{I}_2| = \frac{|\underline{U}_L|}{|j\omega L|} \text{ (0.5) } = \frac{2\,\mathrm{V}}{500\,\mathrm{s}^{-1} 0{,}002\,\mathrm{V\,s\,A}^{-1}} = 2\,\mathrm{A} \text{ (0.5)}$$

$$|\underline{U}_C| = |\underline{I}_2| \cdot \frac{1}{|j\omega C|} \text{ (0.5) } = \frac{|\underline{I}_2|}{\omega C} = \frac{2\,\mathrm{A}}{500\,\mathrm{s}^{-1} 10^{-3}\,\mathrm{A\,s\,V}^{-1}} = 4\,\mathrm{V} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{e)} 2$

f) Zeiger $\underline{U}_L$ (0.5) , $\underline{U}_C$ (0.5) , $\underline{U}_0$ (0.5) , $\underline{I}_R$ (0.5) und $\underline{I}_0$ (0.5) korrekt je ein halber Punkt

$|\underline{U}_0| = 2\,\mathrm{V}$ (0.5) (korrekt abgelesen)



$|\underline{I}_0| = \frac{|\underline{U}_0|}{R}$ (0.5) $= \frac{2\,\mathrm{V}}{4\,\mathrm{V\,A}^{-1}} = 0{,}5\,\mathrm{A}$ (0.5)

$\sum_{f)} 4$

g) φ_0 korrekt eingezeichnet (0.5)

Ohne φ_0 in Zeigerdiagramm keine Punkte

$$\varphi_0 \approx 76° \text{ (0.5)}$$

$$\underline{U}_0 = j \cdot -2\,\mathrm{V} = 2\,\mathrm{V} e^{j\cdot(-90°)} \text{ (0.5)}$$

$$\underline{I}_0 = 2\,\mathrm{A} + j(\cdot -0{,}5\,\mathrm{A}) \approx 2\,\mathrm{A} e^{j\cdot(-14°)} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{g)} 2$

h)

$$\underline{S} = \underline{U}_0 \underline{I}_0^* \text{ (0.5) } = j \cdot (-2\,\mathrm{V}) \cdot (2\,\mathrm{A} + j \cdot 0{,}5\,\mathrm{A}) = 1\,\mathrm{W} - j \cdot 4\,\mathrm{var}$$

$$P = 1\,\mathrm{W} \text{ (0.5)}$$

$$Q = -4\,\mathrm{var} \text{ (0.5) } < 0 \Rightarrow \text{ kapazitiv (0.5)}$$

$\sum_{h)} 2$

i)

$$\left|\underline{U}_0\right|(\omega = 0) = 0 \; (0.5)$$
$$\left|\underline{U}_0\right|(\omega \to \infty) = 0 \; (0.5)$$

$\sum_{i)} 1$

j)

$f_{0,1}$: Parallelschwingkreis (0.5)
$f_{0,2}$: Parallelschwingkreis (0.5)
$f_{0,3}$: Reihenschwingkreis (0.5)

$\sum_{j)} 1.5$

k) Vertauschen von $f_{0,1}$ und $f_{0,2}$ ist in Ordnung.

$$\text{Ansatz: } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \; (0.5)$$
$$f_{0,1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \; (0.5)$$
$$f_{0,2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \; (0.5)$$

$\sum_{k)} 1.5$

l)

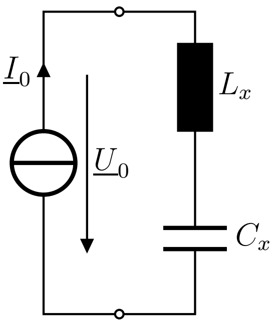
$$\begin{aligned}
\underline{Z} &= \frac{j\omega L_1(-j\frac{1}{\omega C_1})}{j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})} + \frac{j\omega L_2(-j\frac{1}{\omega C_2})}{j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} \; (1) \\
&= \frac{\frac{L_1}{C_1}}{j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})} + \frac{\frac{L_2}{C_2}}{j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} = \frac{\omega L_1}{j(\omega^2 L_1 C_1 - 1)} + \frac{\omega L_2}{j(\omega^2 L_2 C_2 - 1)} \\
&= -j\frac{\omega L_1(\omega^2 L_2 C_2 - 1) + \omega L_2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)}{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)(\omega^2 L_2 C_2 - 1)} \\
&= -j\frac{\omega^3 L_1 L_2 C_2 - \omega L_1 + \omega^3 L_1 L_2 C_1 - \omega L_2}{\omega^4 L_1 L_2 C_1 C_2 - \omega^2(L_1 C_1 + L_2 C_2) + 1} \\
&= -j\frac{\omega^3 L_1 L_2 (C_1 + C_2) - \omega(L_1 + L_2)}{\omega^4 L_1 L_2 C_1 C_2 - \omega^2(L_1 C_1 + L_2 C_2) + 1} \; (1)
\end{aligned}$$

Bei Reihenresonanz $|\underline{Z}| = 0 \Rightarrow$ Zähler$=0$ (0.5)

$$\begin{aligned}
0 &= \omega_{0,3}^3 L_1 L_2 (C_1 + C_2) - \omega_{0,3}(L_1 + L_2) \\
0 &= \omega_{0,3}^2 L_1 L_2 (C_1 + C_2) - L_1 - L_2 \\
\omega_{0,3}^2 &= \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)} \\
\Rightarrow f_{0,3} &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}} \; (0.5)
\end{aligned}$$

$\sum_{l)} 3$

m) Ersatzschaltbild (1)



$$f_{0,3} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_x C_x}} \; (0.5)$$

$$\Rightarrow L_x = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \; (0.5) \quad \text{und } C_x = C_1 + C_2 \; (0.5)$$

$\sum_{m)} 2.5$

$\sum_{A4} 27$

5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 15

a) $U_1 = U_{C1} + U_{C3}$
$U_1 = U_{C1} + U_{C2}$
$U_{C2} = U_{C3}$

(1)

$\sum_{a)} 1$

b) $2 \cdot Q_2 = Q_3$ (0.5)

$\sum_{b)} 0.5$

c) $C_{\text{Ersatz}} = 3 \cdot C_1$ (0.5)
$U_{C1} = \frac{3}{4} \cdot U_1$ (0.5)

$\sum_{c)} 1$

d) $d_3 = \frac{1}{2} \cdot d_2$ (0.5)

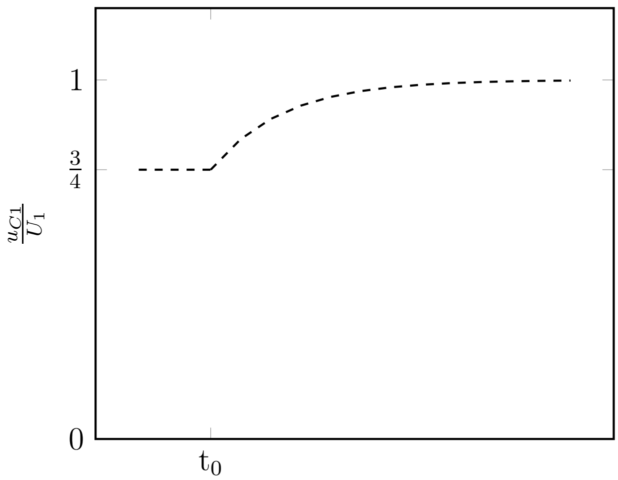
$\sum_{d)} 0.5$

e)

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (\frac{3}{4} \cdot U_1)^2 + \frac{3}{2} \cdot C_1 \cdot (\frac{1}{4} \cdot U_1)^2 \text{ (1)} \\ &= \frac{9}{32} \cdot U_1^2 + \frac{3}{32} \cdot U_2^2) \cdot C_1 \\ &= \frac{3}{8} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \text{ (0.5)} \end{aligned}$$

$\sum_{e)} 1.5$

f)



qualitativer Verlauf von U_{C1} (1), Skalierung der Ordinate (0.5),

$\sum_{f)} 1.5$

g)

$$
\begin{aligned}
W_{\text{alt}} &= \frac{3}{8} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \\
W_{\text{neu}} &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \cdot (1 + (\frac{1}{4})^2 \cdot 3) \ (0.5) \\
&= \frac{19}{32} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \ (0.5) \\
W_{\text{alt}} \cdot k &= W_{\text{neu}} \\
k &= \frac{W_{\text{neu}}}{W_{\text{alt}}} \\
k &= \frac{\frac{19}{32}}{\frac{3}{8}} \\
&= \frac{19}{12} \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{g)} 1.5$

h)

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{U^2}{R} \\
\Delta U_{\max} &= \frac{1}{4} \cdot U_1 \ (0.5) \\
P_{\max} &= \frac{1}{16} \cdot \frac{U_1^2}{R_1} \ (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_{h)} 1.5$

i)

$$
\begin{aligned}
U_1 &= U_{C1} + U_R \\
&= U_{C1} + R \cdot i \ (0.5) \\
&= U_{C1} + R \cdot C1 \frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t} \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{i)} 1$

j) Faktor 2, da $T_\alpha \sim \tau$ (mit Grundwissen zu lösen) (0.5)

$\sum_{j)} 0.5$

ausführlicher Weg:
Annahme: $t_0 = 0$

$$
\begin{aligned}
u_{C1}(t) &= \frac{1}{4} \cdot U_1 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}) + \frac{3}{4} \cdot U_1 \\
u_{C1}(t = t_0) &= \frac{3}{4} \cdot U_1 \\
u_{C1}(t \to \infty) &= U_1 \\
u_{C1}(t = T_\alpha) &= \frac{7}{8} \cdot U_1 \\
\frac{7}{8} \cdot U_1 &= \frac{1}{4} \cdot U_1 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{T_\alpha}{\tau}}) + \frac{3}{4} \cdot U_1 \\
-\ln(\frac{1}{2}) \cdot \tau &= T_\alpha \\
\tau &= R_1 \cdot C_1 \sim T_\alpha \; (0.5)
\end{aligned}
$$

k)

$$
\begin{aligned}
W(t) &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_{C1}(t)^2 \; (0.5) \\
W(t) &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (U_1 \cdot (\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}))^2 \; (0.5) \\
W(t = t_0) &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (\frac{3}{4} \cdot U_1)^2 \; (0.5) \\
W(t \to \infty) &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \; (0.5) \\
W(t = T_\beta) &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \cdot (\frac{\frac{3}{4}^2 + 1}{2}) \; (0.5) \\
&= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U_1^2 \cdot \frac{25}{32} \\
\pm\sqrt{\frac{25}{32}} &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (\mathrm{e}^{-\frac{T_\beta}{\tau}}) \\
4 - \sqrt{\frac{25}{2}} &= \mathrm{e}^{-\frac{T_\beta}{\tau}} \; (0.5) \\
-\tau \cdot ln(4 - \sqrt{\frac{25}{2}}) &= T_\beta \; (0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{k)} 4$

l) Mit einem kleineren Widerstand R_1 steigt die maximal auftretende Stromstärke. Diese sollte einen Höchstwert nicht überschreiten, da es ansonsten zu einer Schädigung von Bauteilen kommen kann. (0.5)

$\sum_{l)} 0.5$

$\sum_{A5} 15$

6 Maxwell'sche Gleichungen

Punkte: 4

Nennen Sie die Formeln der vier Maxwell'schen Gleichungen in integraler Darstellung, wie aus der Vorlesung bekannt.

Gauß'sches Gesetz für elektrische Felder: $\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \iiint_V \rho \cdot \mathrm{d}V = Q(V)$ (1)

Gauß'sches Gesetz für Magnetfelder: $\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$ (1)

Faraday'sches Induktionsgesetz: $\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ (1)

Ampere'sches Durchflutungsgesetz: $\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + \iint_A \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ (1)

Hinweis: Volle Punkte auch bei $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ statt $\frac{\partial}{\partial t}$ sowie bei A statt ∂V und s statt ∂A

$\sum_{A6} 4$