Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

04.09.2020

Name : ______________________________

Vorname : ______________________________

Matrikelnummer : ______________________________

Studiengang : ______________________________

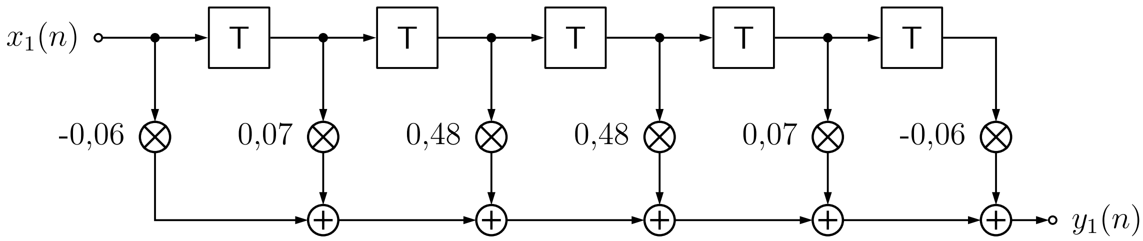
Klausurnummer : ______________________________

Aufgabe	**Punkte**	
Kurzfragen	/10	
1	/12	
2	/9	
3	/8	
4	/11	
Σ	/50	
Note		

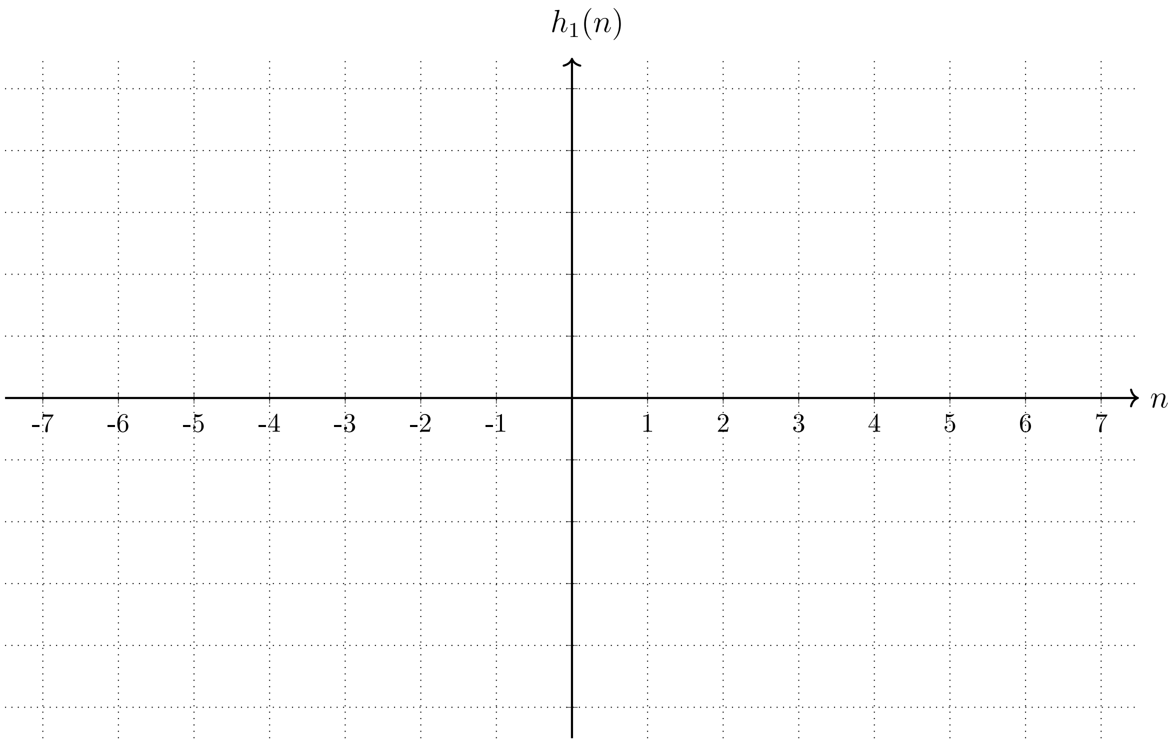
Aufgabe 1: Zeitdiskreter Filterentwurf

(12 Punkte)

Gegeben sei die Systemfunktion $H_1(z)$ eines Tiefpassfilters mit dem Eingangssignal $x_1(n)$ und dem Ausgangssignal $y_1(n)$, gemäß dem nachfolgend dargestellten Blockschaltbild. Die Abtastfrequenz des Eingangssignals liegt bei $f_s = 8000\,\text{Hz}$. Sie erreichen mit diesem Filter eine Sperrbanddämpfung von $d_{st} = 40\,\text{dB}$ bei $f_{st} = 3500\,\text{Hz}$.



a) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_1(n)$ des Systems und zeichnen Sie diese in das unten stehende Diagramm ein.



b) Um welchen Filtertyp (I, II, III, IV) handelt es sich bei diesem linearphasigen FIR-Filter? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Welche Länge N_{y_1} hat das Ergebnis der linearen Faltung $y_1(n) = x_1(n) * h_1(n)$ eines Eingangssignals $x_1(n) = \epsilon(n) - \delta(n-1) + 4\delta(n-2) - \epsilon(n-3)$ mit $h_1(n)$?

d) Geben Sie die Rechenkomplexität des Filters aus c) in MACs/Sekunde an. (1 MAC = multiply-accumulate, auch wenn das “accumulate” mal nicht nötig ist.)

Entwerfen Sie nun ein IIR-Tiefpassfilter, das ebenfalls eine Sperrdämpfung von 40 dB bei $f_{st} = 3500\,\mathrm{Hz}$ erreicht. Das Filter soll ein monoton fallendes Amplitudenspektrum haben. Nehmen Sie an, dass der Übergangsbereich eine Breite von $\Delta\Omega = \frac{3}{8}\pi$ hat und $R_p = 3\,\mathrm{dB}$ ist.

e) Bestimmen Sie ω_{st} und ω_p mittels der bilinearen Transformation so, dass die Spezifikation des Sperrbereichs im analogen und im zeitdiskreten Bereich unverändert bleibt.

f) Zeichnen Sie das Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich für ein IIR-Filter, das die oben genannte Spezifikation erfüllt. Tragen Sie alle relevanten Größen einschließlich deren Zahlenwerte darin ein.

g) Bestimmen Sie die minimale Filterordnung N für den von Ihnen gewählten Filterentwurf.

h) Geben Sie die Rechenkomplexität des Filters aus g) in MACs/Sekunde an. (1 MAC = multiply-accumulate, auch wenn das “accumulate” mal nicht nötig ist.)

Aufgabe 2: Analyse eines zeitdiskreten Systems

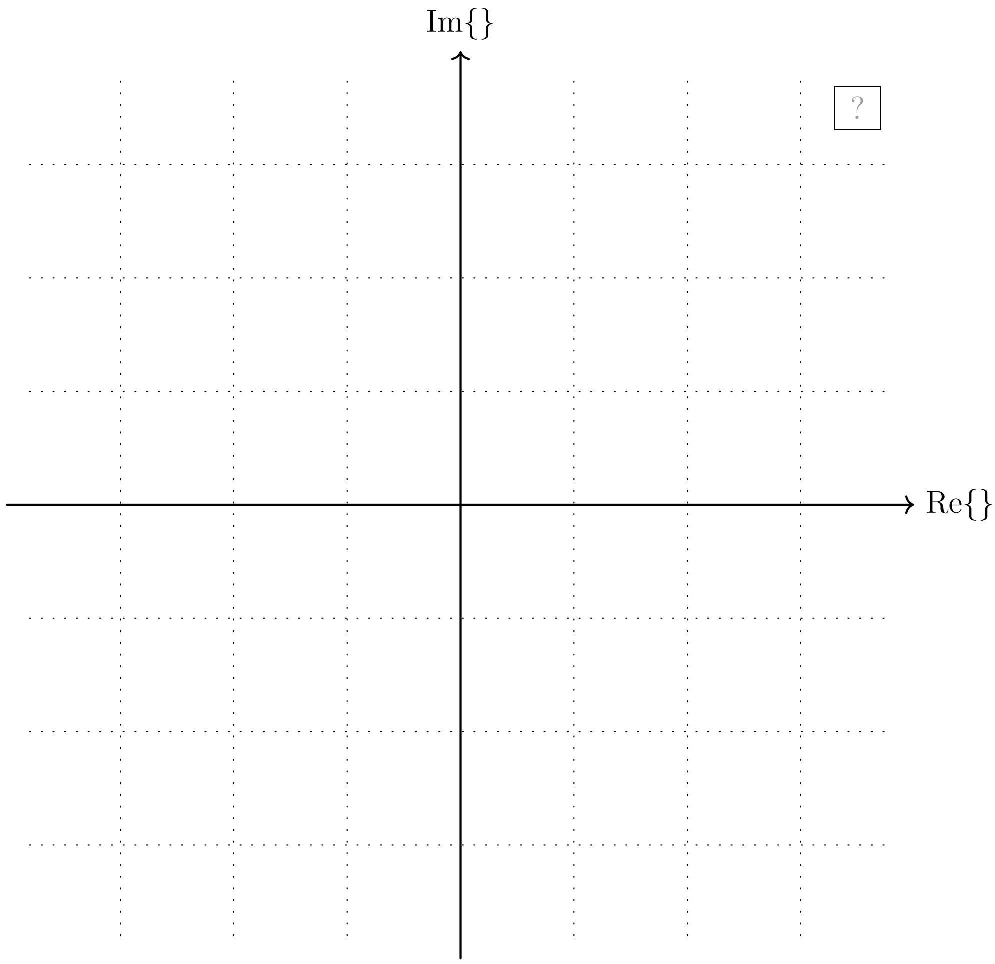
(9 Punkte)

Gegeben sei die folgende Impulsantwort $h_1(n)$ eines zeitdiskreten Filters:

$$h_1(n) = 8\delta(n) + \left(\frac{1}{2}\right)^n (-7 + 13n)\,\epsilon(n)$$

a) Bestimmen Sie zunächst die z-Transformierte $H_1(z)$ der Impulsantwort $h_1(n)$.

b) Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm und geben die genauen Lagen der Pol- und Nullstellen, sowie deren Ordnung zahlenmäßig an.



c) Bestimmen Sie das Konvergenzgebiet zahlenmäßig und zeichnen es in das Diagramm ein.

d) Existiert die Fouriertransformierte für diese Impulsantwort? Begründen Sie ihre Antwort.

e) Handelt es sich bei dem vorliegenden Filter um ein FIR- oder ein IIR-Filter? Begründen Sie ihre Antwort.

f) Ist das vorliegende System $H_1(z)$ minimalphasig? Begründen Sie ihre Antwort.

Rechnen Sie von hier an für die folgende Aufgabe mit der Systemfunktion $H_2(z)$, die wie folgt definiert ist:

$$H_2(z) = \frac{(z+4)(z+0{,}5)}{z\,(z-0{,}5)}$$

g) Zerlegen Sie das vorliegende System $H_2(z)$, falls möglich, in ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$ und einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$. Bestimmen Sie b_0 so, dass gilt $|H_{\mathrm{AP}}(z = e^{j\Omega})| \stackrel{!}{=} 1$.

Aufgabe 3: Diskrete Fourier-Transformation

(8 Punkte)

Gegeben sei das diskrete Signal $x(n) = \cos(\frac{2\pi}{4}n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

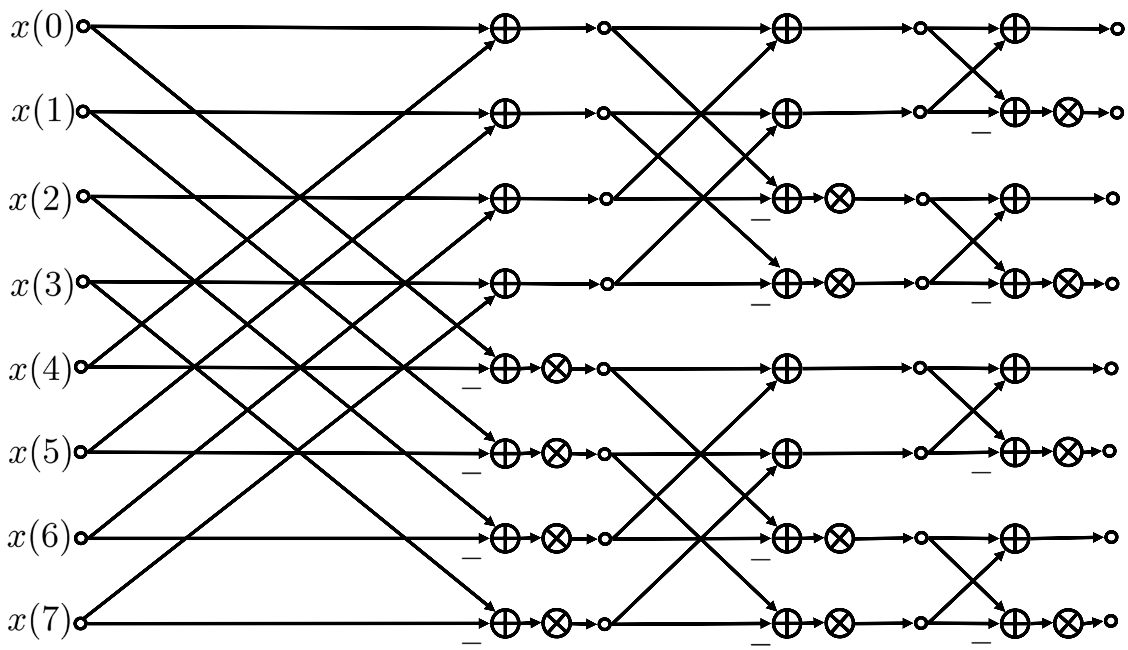
a) Mit einem Rechteck-Fenster der Länge N_w soll nun ein Signalabschnitt von $x(n)$ gefenstert werden und anschließend einer N_w-Punkte DFT unterzogen werden. Wie muss N_w gewählt werden, dass das Ergebnis der DFT exakt alle von Null verschiedenen Werte der DTFT im Bereich $0 \leq \Omega \leq 2\pi$ darstellt?

b) Für die Abtastwerte $n \in \{0, 1, ..., 7\}$ wird für das Signal $x(n)$ nun eine 8-Punkte DFT durchgeführt. Das Ergebnis lautet $\mathbf{X}_1$=[0,0,a,0,0,0,a,0], wobei a ein Platzhalter ist. Bestimmen Sie den Wert von a.

c) Nun werden von $x(n)$ die Abtastwerte $n \in \{0, 1\}$ betrachtet und anschließend mit Nullen erweitert, um wieder eine 8-Punkte DFT durchzuführen. Das Ergebnis $\mathbf{X}_2$ kann mit untenstehender Grafik berechnet werden.
1) Ergänzen Sie die Faktoren an den Multiplikatoren der Grafik und geben Sie ihre Werte an. (Vereinfachen Sie gegebenenfalls, da Sie wissen, dass $K = 8$ gilt.)
2) Geben Sie $\mathbf{X}_2$ an. Falls notwendig, nutzen Sie hierzu die untenstehende Grafik.

d) Warum unterscheiden sich $\mathbf{X}_1$ und $\mathbf{X}_2$, obwohl dasselbe Signal $x(n)$ zu Grunde liegt? Wie nennt man den Effekt, der hier (extrem) zur Geltung kommt?

e) Wie lässt sich dieser Effekt reduzieren, auch wenn N_w nicht „ideal"(vgl. Teilaufgabe a)) gewählt ist?



Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

(11 Punkte)

Auf einem Speichermedium ist eine Audiodatei der Länge 5 s mit 16 Bit pro Abtastwert PCM-codiert abgespeichert. Die Datei nimmt auf dem Speichermedium 800.000 Bit ein.

a) Geben Sie die Abtastrate f_s an, mit der das Signal abgespeichert wurde.

Nutzen Sie nun Abtastratenwandlung und Filterung, um das Signal um $\frac{2}{3}$ Abtastwerte zu verzögern. Nach Abschluss soll das Signal wieder mit der Abtastrate $f_s'' = f_s$ vorliegen.

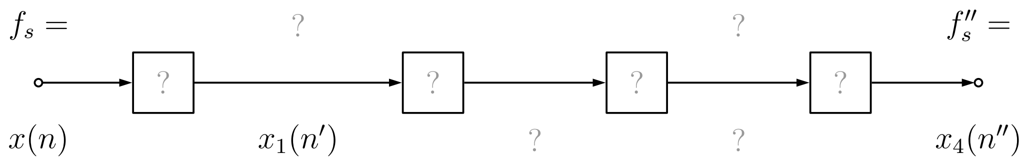
b) Auf welche Abtastrate f_s' sollten Sie das Signal sinnvollerweise zwischenzeitlich wandeln?

c) Wie lautet das Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung?

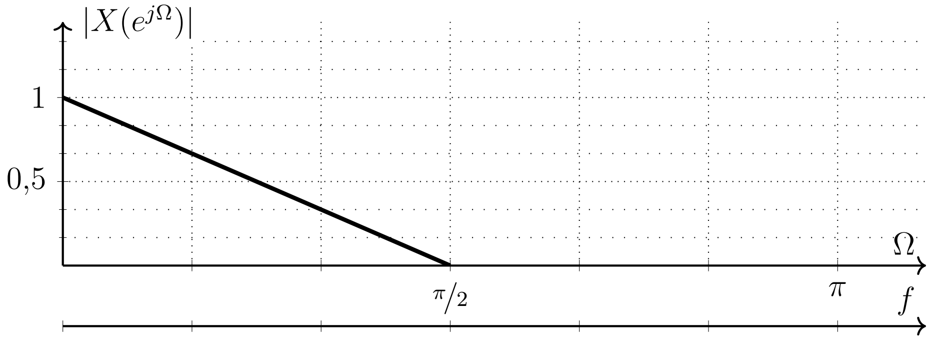
d) Wie muss die Systemfunktion $H(z)$ bei der Abtastrate f_s' lauten, um die gewünschte Verzögerung zu erreichen?

e) Wie lautet die Grenzfrequenz $f_{c,q}$ für das ideale Antialiasing-Filter $G(z)$, das zur Dezimation um den Faktor q genutzt werden kann?

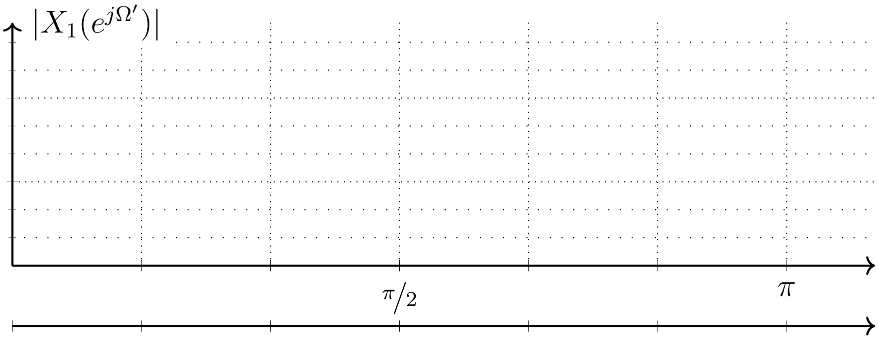
f) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um das gesuchte System darzustellen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten und Blöcke. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Das Filter $G(z)$ ist als ideal anzunehmen.



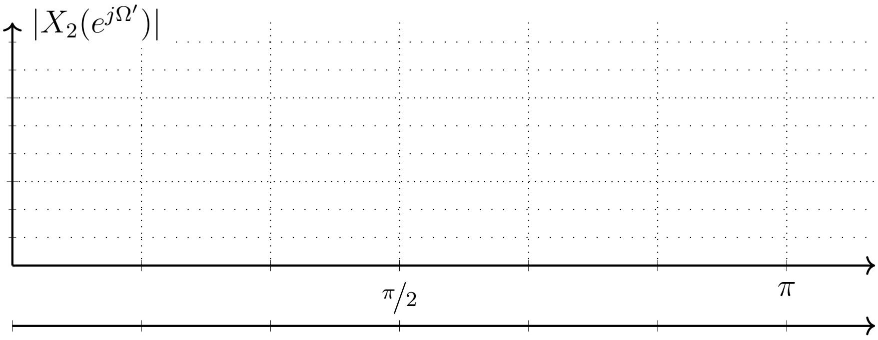
g) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_1(e^{j\Omega'})|$, $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega'})|$, $|X_4(e^{j\Omega''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Beschriftung aller Achsen, sowie der Amplitudenwerte.



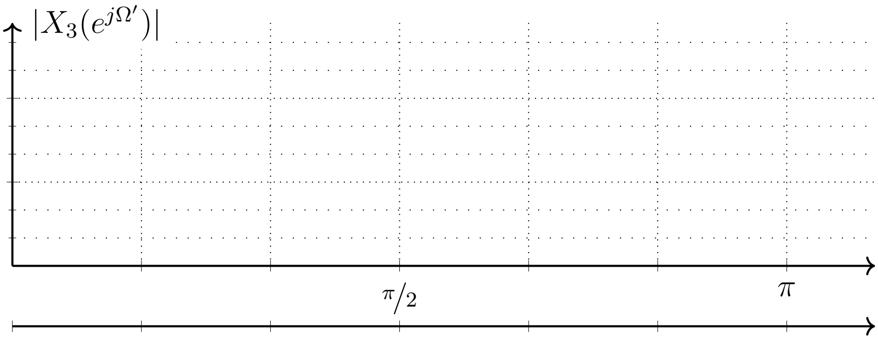
$|X(e^{j\Omega})|$
1
0,5
Ω
$\pi/2$
π
f



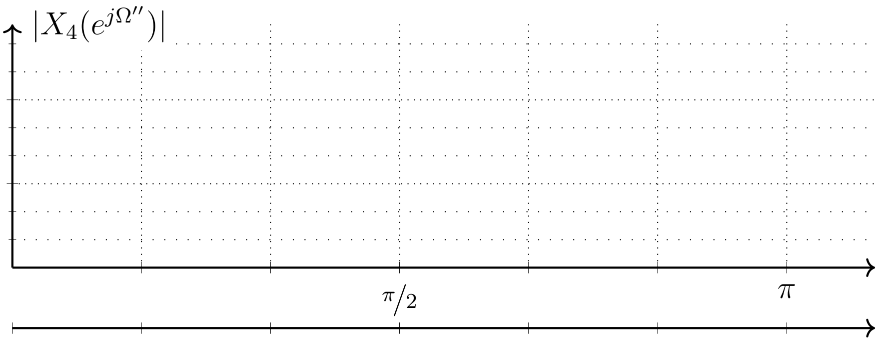
$|X_1(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π



$|X_2(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π



$|X_3(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π



$|X_4(e^{j\Omega''})|$
$\pi/2$
π