Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer
Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3840

Grundlagen der Elektrotechnik

Lösungsvorschlag zu den Klausuraufgaben H'18

1 Elektrisches Feld

Punkte: 24

a) Der Gauß'sche Satz beschreibt den durch eine Ladung verursachten elektrischen Fluss durch eine geschlossene Hüllfläche. (1)
(auch i.O.: 1. Maxwell-Glg, beschreit E-Feld als Quellenfeld)

$$\oiint_A \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{A} = \iiint \sigma\,\mathrm{d}V \; (1)$$

geschlossenes Integral vergessen: (-0.5)

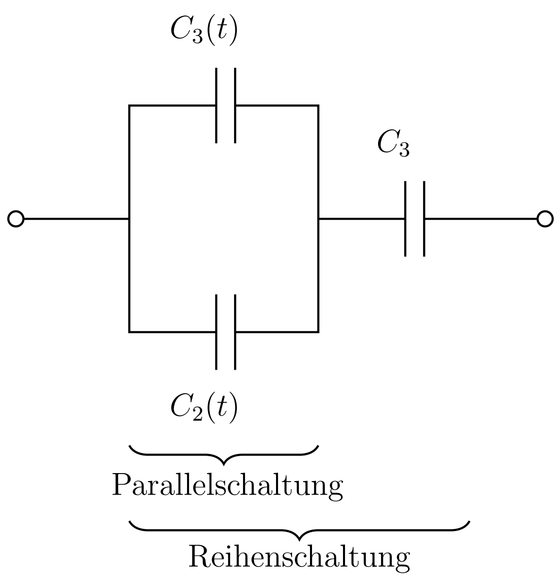
$\sum_{a)} 2$

b) i) Q (0.5), da sich die Ladung in der Hüllfläche befindet. (1)

ii) 0 (0.5), da sich die Ladung außerhalb der Hüllfläche befindet. (1)

$\sum_{b)} 3$

c) Skizze richtig (0.5)
Benennung (0.5)
richtige Bezeichnung Reihen- Parallelschaltung (1)



$\sum_{c)} 2$

d)

$$C^*(t) = C_1(t)||C_2(t) = C_1(t) + C_2(t) \; (1)$$

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_3 C^*(t)}{C_3 + C^*(t)} \; (1)$$

$\sum_{d)} 2$

e) Grundfläche des Kondensators ist zeitlich veränderlich:

$$C(t) = \frac{\varepsilon A(t)}{d} \; (1)$$

Flächenanteil *ohne* Dielektrikum wird kleiner durch Einschub des Dielektrikums, eine Seite bleibt dabei konstant.

$$A_1(t) = a(a - vt)$$

Flächenanteil *mit* Dielektrikum wird größer

$$A_2(t) = a \cdot vt$$

$$C_1(t) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \cdot a(a - vt)}{\frac{a}{2}} = 2\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}(a - vt) \; (0.5)$$

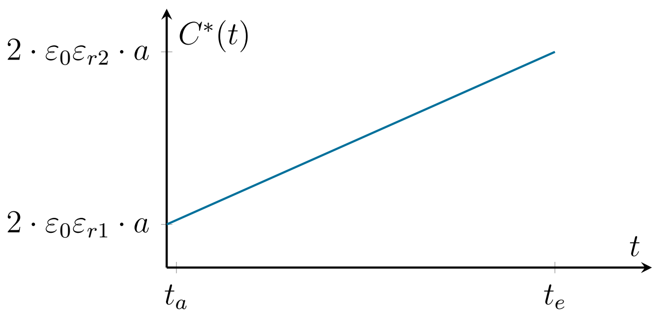
$$C_2(t) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \cdot a \cdot vt}{\frac{a}{2}} = 2\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \cdot vt \; (0.5)$$

$$C^*(t) = C_1(t) + C_2(t) = 2\varepsilon_0 \cdot vt \cdot (\varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1}) + 2\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \cdot a \; (1)$$

$\sum_{e)} 3$

f)

$$\left.\begin{array}{ll} C^*(t_a) = 2 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \cdot a & (t_a: \quad t = 0, \quad \text{also kein Dielektrikum vorhanden}) \\ C^*(t_e) = 2 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \cdot a & (t_e: \quad v \cdot t = a, \quad \text{also Dielektrikum voll im Kondensator}) \end{array}\right\} (1)$$



Skizze (1) Achsenabschnitte (1)

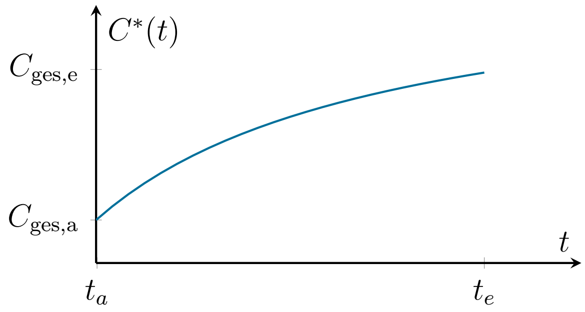
$\sum_{f)} 3$

g)

$$C_{\text{ges}}(t) = \frac{C_3 \cdot C^*(t)}{C_3 + C^*(t)} = \frac{C_3}{1 + \dfrac{C_3}{C^*(t)}} \Rightarrow \text{ Funktion ist Hyperbelast}$$

Außerdem gilt

$$\left.\begin{aligned} C_{\text{ges}}(t_a) &= \frac{2 \cdot \varepsilon_0 \varepsilon r2 \cdot a}{1 + \dfrac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}} := C_{\text{ges,a}} \\ C_{\text{ges}}(t_e) &= \frac{C^*(t_e)}{2} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \cdot a \quad \text{(Reihenschaltung)} := C_{\text{ges,e}} \end{aligned}\right\} (1)$$

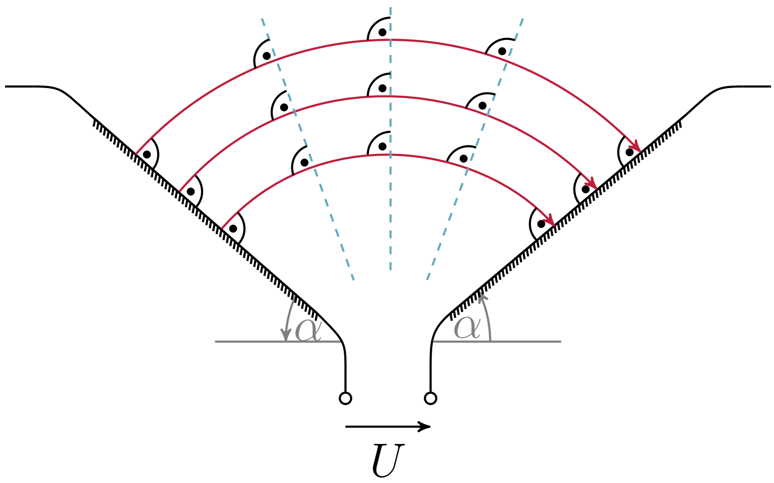


Achsenabschnitte (1)
Skizze (1)

$\sum_{g)} 3$

h) Feldlinien (1)
rechter Winkel (1)

$\sum_{h)} 2$



i) fünf Äquipotentiallinien eingezeichnet (Elektroden zählen mit); laut Aufgabenstellung nur vier gefragt (1)

$\sum_{i)} 1$

j) Die Kapazität vergrößert sich. (1)

Es gilt:

Initiale Erläuterung fehlerhaft: Spannung bleibt gemäß Aufgabenstellung konstant; dadurch bleibt der Nenner konstant; da sich die Strecke verkleinert muss sich die Feldstärke erhöhen. Dadurch vergrößert sich der Zähler und somit der gesamte Bruch (und die Kapazität C).

$$C = \varepsilon_0 \frac{\oiint\limits_A \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A}}{\int\limits_s \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s}} \quad (1)$$

[redacted]. (1)

Alternativ: Begründung über Analogie zum Plattenkondensator.

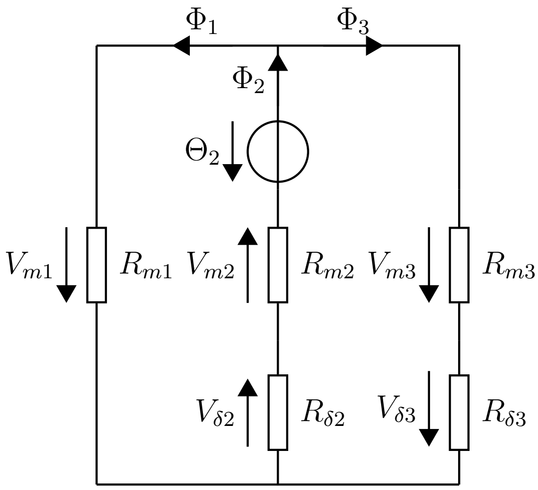
$\sum_{j)} 3$

$\sum_{A1} 24$

2 Magnetischer Kreis

Punkte: 26

a)



$\sum_a 2$

b)

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \ (0.5)$$

$$R_{m1} = \frac{2l_1 + l_2}{\mu_0 \mu_r a^2} \ (0.5)$$

$$R_{m2} = \frac{l_2 - \delta_2}{\mu_0 \mu_r a^2} \ (0.5)$$

$$R_{m3} = \frac{2l_1 + l_2 - \delta_3}{\mu_0 \mu_r a^2} \ (0.5)$$

$$R_{\delta 2} = \frac{\delta_2}{\mu_0 a^2}, \ \mu_{r,Luft} = 1 \ (0.5)$$

$$R_{\delta 3} = \frac{\delta_3}{\mu_0 a^2}, \ \mu_{r,Luft} = 1 \ (0.5)$$

$$\Theta = NI \ (0.5)$$

$$\Theta_2 = N_2 I_2 \ (0.5)$$

$\sum_b 4$

c)

$$R_{s1} = R_{m1} = \frac{2l_1 + l_2}{\mu_0 \mu_r a^2} \; (0,5)$$
$$R_{s2} = R_{m2} + R_{\delta 2} = \frac{l_2 - \delta_2}{\mu_0 \mu_r a^2} + \frac{\delta_2}{\mu_0 a^2} = \frac{l_2 + \mu_r \delta_2}{\mu_0 \mu_r a^2} \; (1)$$
$$R_{s3} = R_{m3} + R_{\delta 3} = \frac{2l_1 + l_2 - \delta_3}{\mu_0 \mu_r a^2} + \frac{\delta_3}{\mu_0 a^2} = \frac{2l_1 + l_2 + \mu_r \delta_3}{\mu_0 \mu_r a^2} \; (1)$$

$$\sum_c 2,5$$

d)

$$R_p = \frac{R_{s1} R_{s3}}{R_{s1} + R_{s3}}$$
$$R_{ges} = R_p + R_{s2} = \frac{R_{s1} R_{s3} + R_{s2}(R_{s1} + R_{s3})}{R_{s1} + R_{s3}} \; (1)$$
$$\Phi_2 = \frac{N_2 I_2}{R_{ges}} = \frac{N_2 I_2 (R_{s1} + R_{s3})}{R_{s1} R_{s3} + R_{s2}(R_{s1} + R_{s3})} \; (1)$$

$$\sum_d 2$$

e)

Stromteiler:

$$\Phi_1 = \frac{R_p}{R_{s1}} \cdot \Phi_2 = \frac{R_{s3}}{R_{s1} + R_{s3}} \cdot \Phi_2 \; (1)$$

analog:

$$\Phi_3 = \frac{R_{s1}}{R_{s1} + R_{s3}} \cdot \Phi_2 \; (0,5)$$

$$\sum_e 1,5$$

f)

$\alpha = k - 1 = 2 - 1 = 1 \;\rightarrow$ Eine linear unabhängige Knotengleichung (1)

$\beta = z - \alpha = 3 - 1 = 2 \;\rightarrow$ Zwei linear unabhängige Maschengleichungen (1)

$$\sum_h 2$$

g)

1. Knotengleichung: $\Phi_1 = \Phi_2 - \Phi_3$ (1)
1. Maschengleichung: $\Theta_1 = \Phi_1 R_{s1} - \Phi_3 R_{s3}$ (1)
2. Maschengleichung: $\Theta_2 = \Phi_2 R_{s2} + \Phi_3 R_{s3}$ (1)

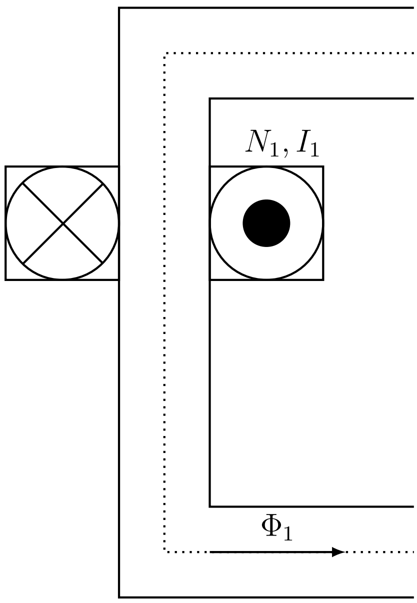
$\sum_i 3$

h)

$$F_{\text{Luftspalt}} = \frac{B^2 A}{2\mu_0} \quad (0,5)$$
$$F_{\delta_3} = \frac{B_{\delta_3}^2 a^2}{2\mu_0} \;\rightarrow\; F_{\delta_3} \sim B_{\delta_3}^2 \quad (0,5)$$
$$B_{\delta_3} = \frac{\Phi_3}{a^2} \;\rightarrow\; B_{\delta_3} \sim \Phi_3 \quad (0,5)$$
$$\Rightarrow \Phi_3 = 0 \quad (0,5)$$

$\sum_d 2$

i)



$\sum_g 2$

j)

Mit $\Phi_3 = 0$ und $I_1 = 4I_2$:

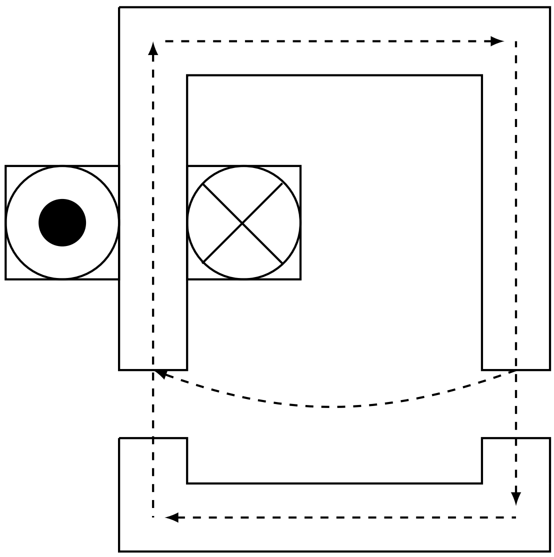
1. MGL: $\Theta_1 = N_1 I_1 = 4N_1 I_2 = \Phi_1 R_{s1}$ (0,5)

2. MGL: $\Theta_2 = N_2 I_2 = \Phi_2 R_{s2} = \Phi_1 R_{s2}$ (0,5)

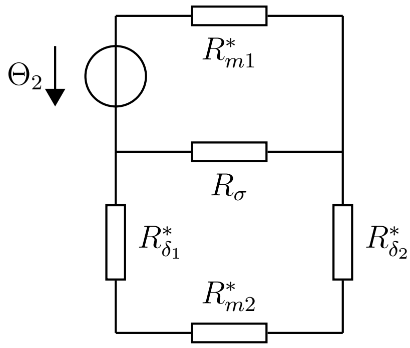
Auflösen: $\dfrac{4N_1 I_2}{N_2 I_2} = \dfrac{\Phi_1 R_{s1}}{\Phi_1 R_{s2}} \Rightarrow \dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{R_{s1}}{4R_{s2}}$ (1)

$\sum_j 2$

k) Magnetfeldlinien (1)



Ersatzschaltbild (1)



$\sum_k 2$

l) $k = 1$, da der gesamte magnetische Fluss der Spule N_1 auch durch Spule N_2 fließt.

$\sum_l 1$

3 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 32

a) Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$L_2 = (L_a||L_c) + (L_b||L_d) \ (0.5)$$
$$L_2 = \frac{(L_a \cdot L_c)}{L_a + L_c} + \frac{(L_b \cdot L_d)}{L_b + L_d}$$
$$L_2 = \frac{(5\,\mathrm{mH} \cdot 5\,\mathrm{mH})}{5\,\mathrm{mH} + 5\,\mathrm{mH}} + \frac{(5\,\mathrm{mH} \cdot 5\,\mathrm{mH})}{5\,\mathrm{mH} + 5\,\mathrm{mH}} = 2 \cdot \frac{25\,(\mathrm{mH})^2}{10\,\mathrm{mH}} = 5\,\mathrm{mH} \ (0.5)$$

Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$C_2 = (C_1 + C_2) \ (0.5)$$
$$C_2 = 2 \cdot 25\,\mu\mathrm{F} = 50\,\mu\mathrm{F} \ (0.5)$$

$\sum_{a)} 2$

b)
- Bei zu großen Strömen kommt es bei ferromagnetischen Materialien zur magnetischen Sättigung (0.5) ($\mu_r \to 1$, Einbruch von L da $L \sim \mu_r$).
- Parallelschaltungen: Der Strom durch je eine Induktivität in der Parallelschaltung wird halbiert und reduziert so Sättigungseffekte. (0.5)
- Reihenschaltungen: Zwei in Reihe geschaltete Parallelschaltungen kompensieren die halbierte Induktivität je einer Parallelschaltung. (0.5)

$\sum_{b)} 1.5$

c) Amplitude $\hat{i}_1$ und Phasenverschiebungswinkel φ_{0i} aus dem Diagramm ablesen:

$\varphi_{0i} = -\frac{\pi}{4}$ (0.5) $\quad \hat{i}_1 = 2\,\mathrm{A}$

Effektivwert I_1 berechnen:

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{i}_1 \ (0.5)$$
$$= \frac{2}{\sqrt{2}}\,\mathrm{A} = \sqrt{2}\,\mathrm{A} \ (0.5)$$

Trigonometrische Form von $\underline{I}_1$ berechnen:

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot \cos(\varphi_{0i}) + \mathrm{j} \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_{0i}) \ (0.5)$$
$$= (\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \mathrm{j}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})\,\mathrm{A} = (1 - \mathrm{j}1)\,\mathrm{A} \ (0.5)$$

$\sum_{c)} 2.5$

d) Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$\underline{U}_{R_1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 \ (0.5) \ = 5\,\Omega \cdot (1 - \mathrm{j}1)\mathrm{A} = (5 - \mathrm{j}5)\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

$$\underline{U}_{L_1} = \mathrm{j}\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 \ (0.5) \ = \mathrm{j} \cdot 1000\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\mathrm{H} \cdot (1 - \mathrm{j}1)\mathrm{A} = (5 + \mathrm{j}5)\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{L_1} \ (0.5) \ = [(5 - \mathrm{j}5) + (5 + \mathrm{j}5)]\mathrm{V} = 10\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

$\sum_{d)} 3$

e) Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_0}{R_2 + \underline{Z}_{C_2} + \underline{Z}_{L_2}} \ (0.5) \ = \frac{\underline{U}_0}{R_2 + \mathrm{j}(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} = \underline{U}_0 \frac{R_2 - \mathrm{j}(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})}{R_2^2 + (\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2}$$

$$= \frac{10\,\mathrm{V} \cdot 5\,\Omega}{25\,\Omega^2 + 225\,\Omega^2} + \mathrm{j}\frac{10\,\mathrm{V} \cdot 15\,\Omega}{25\,\Omega^2 + 225\,\Omega^2} = \frac{1}{5}\,\mathrm{A} + \mathrm{j}\frac{3}{5}\,\mathrm{A} = (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}6\,)\,\mathrm{A} \ (0.5)$$

$$\text{mit } (\omega L_2 - \tfrac{1}{\omega C_2}) = 10^3\,\tfrac{1}{\mathrm{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} - \tfrac{1}{10^3\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}} = 5\,\Omega - \tfrac{1000}{50}\,\Omega = -15\,\Omega$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \ (0.5) \ = (1 - \mathrm{j}1)\,\mathrm{A} + (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}6\,)\,\mathrm{A} = (1{,}2 - \mathrm{j}0{,}4\,)\,\mathrm{A} \ (0.5)$$

$\sum_{e)} 2$

f) Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$\underline{U}_{R_2} = R_2 \cdot \underline{I}_2 \ (0.5) \ = 5\,\Omega \cdot (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}6\,)\,\mathrm{A} = (1 + \mathrm{j}3\,)\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

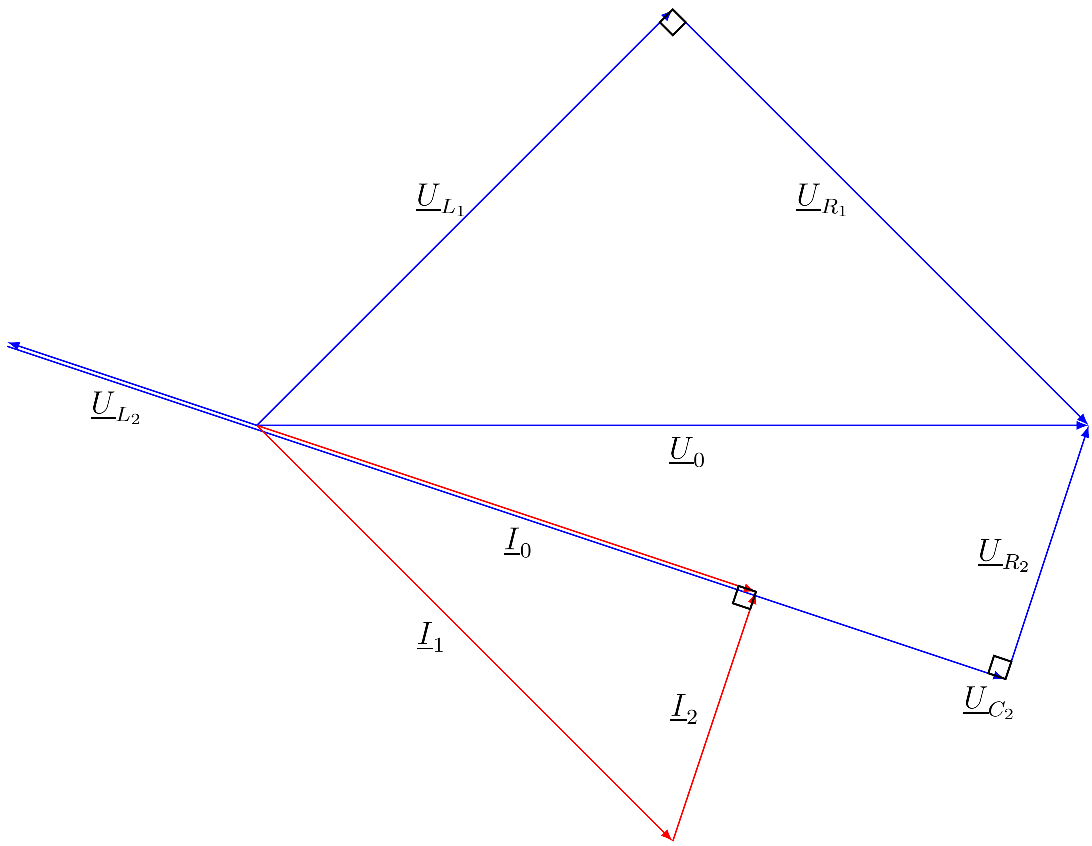
$$\underline{U}_{L_2} = \mathrm{j}\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 \ (0.5) \ = \mathrm{j} \cdot 1000\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} \cdot (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}6\,)\,\mathrm{A} = (-3 + \mathrm{j}1\,)\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

$$\underline{U}_{C_2} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2} \cdot \underline{I}_2 \ (0.5) \ = -\mathrm{j}\frac{1000\,\mathrm{s}}{50\,\mathrm{F}} \cdot (0{,}2 + \mathrm{j}0{,}6\,)\,\mathrm{A} = (12 - \mathrm{j}4\,)\,\mathrm{V} \ (0.5)$$

$\sum_{f)} 3$

g) Pro korrektem Zeiger 0,5 Punkte und korrekter Addition 0,5 Punkte

$\rightarrow$ 9 Zeiger (4,5 Punkte) und 3 Additionen (1,5 Punkte) (1) (1) (1) (1) (1) (1)



$\sum_{g)} 6$

h) $\underline{I}_0$ ist nacheilend gegenüber $\underline{U}_0$: induktives Verhalten. (0.5)

$\sum_{h)} 0.5$

i) Diskussion des Zeigerdiagramms 1 Punkt. Diskussion der Leistungen 1 Punkt..

Auswirkungen auf das Zeigerdiagramm:

- Die Länge aller Zeiger wird mit dem Faktor 3 skaliert (0.5)
- Die Phasenlage aller Zeiger zueinander bleibt gleich (0.5)

Auswirkungen auf Wirk-, Blind- und Scheinleistung:

- Wirkleistung: $P = 3^2 \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \cos(\varphi_0)$
- Blindleistung: $Q = 3^2 \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \sin(\varphi_0)$
- Scheinleistung: $S = 3^2 \cdot U_0 \cdot I_0$

Aufgrund der Skalierung aller Zeiger werden Wirk-, Blind- und Scheinleistung um den Faktor 9 erhöht. (1)

$\sum_{i)} 2$

j)
- Für den Imaginärteil gilt: $\underline{Z}_{AB} = 0$ (0.5)
- Die Phasenverschiebung ist: $\varphi_0 = 0$ (0.5)

$\sum_{j)} 1$

k) Mit $L_1 = L_2 = L$ und $I_1 = I_2 = I$ folgt:

$$\begin{aligned} |Q_L| + |Q_L| - |Q_{C_2}| &= 0 \\ 2 \cdot |Q_L| - Q_{C_2} &= 0 \\ 2 \cdot I^2 Z_L - I^2 Z_{C_2} &= 0 \\ I^2 \cdot (2\omega L - \frac{1}{\omega C_2}) &= 0 \end{aligned}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\omega^2 L_2} \text{ (0.5) } = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{H} \cdot 10^6 \,\frac{1}{\mathrm{s}^2}} = \frac{1}{10} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{F} = 100\,\mathrm{\mu F} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{k)} 1$

l)
- $\omega = 0$: $|\underline{Z}_{AB}| = R_1 = 5\,\Omega$ (0.5)
- $\omega \to \infty$: $|\underline{Z}_{AB}| \to \infty$ (0.5)

$\sum_{l)} 1$

m)
- Verlustloser Schwingkreis: $R_1 = R_2 = 0$
- 1. Peak ($\omega = 0$): Kurzschluss mittlerer Zweig da $Z_{L_1} = \omega L_1 = 0$. Daher: $Z_{AB} = 0$ und $I_0 = 0$ (0.5)
- 2. Peak: Resonanzkreisfrequenz Parallelschwingkreis. Daher: $Z_{AB} \to \infty$ und $I_0 \to 0$ (0.5)

- 3. Peak: Resonanzkreisfrequenz Reihenschwingkreis. Daher: $Z_{AB} = 0$ und $I_0 \rightarrow \infty$ (0.5)

$\sum_{m)} 1.5$

n)
- Reihenschwingkreis: C_2 und L_2 (0.5)
- Parallelschwingkreis: C_2, L_1 und L_2 (0.5)

$\sum_{n)} 1$

o)

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{AB} &= \underline{Z}_{L_1} || (\underline{Z}_{L_2} + \underline{Z}_{C_2}) \text{ (0.5)}\\ &= \frac{\mathrm{j}\omega L_1 \cdot \mathrm{j}(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})}{\mathrm{j}(\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} = \mathrm{j}\frac{\omega^2 L_1 L_2 - \frac{L_1}{C_2}}{\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}} \text{ (0.5)}\end{aligned}$$

1. Resonanzkreisfrequenz ω_{r1} (Parallelschwingkreis): Nenner $= 0$

$$\begin{aligned}&\omega_{r1} L_1 + \omega_{r1} L_2 - \frac{1}{\omega_{r1} C_2} = 0 \text{ (0.5)}\\ &{\omega_{r1}}^2 \cdot (L_1 C_2 + L_2 C_2) = 1\\ &\omega_{r1} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2 + L_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{2 L C_2}} \qquad \text{mit } L_1 = L_2 = L\\ &\omega_{r1} = \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}}} \frac{1}{\mathrm{s}} = 1000 \frac{1}{\mathrm{s}} \text{ (0.5)}\end{aligned}$$

2. Resonanzkreisfrequenz ω_{r2} (Reihenschwingkreis): Zähler $= 0$

$$\begin{aligned}&\omega_{r2} L_1 L_2 - \frac{L_1}{C_2} = 0\\ &\omega_{r2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_1 L_2 C_2}} = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2}} \text{ (0.5)}\\ &\omega_{r2} = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}}} \frac{1}{\mathrm{s}} = \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10^6} \frac{1}{\mathrm{s}} = \sqrt{2} \cdot 1000 \frac{1}{\mathrm{s}} \text{ (0.5)}\end{aligned}$$

$\sum_{o)} 3$

p) Die höhere Resonanzkreisfrequenz wird durch den Reihenschwingkreis erzeugt. Die entsprechende Resonanzkreisfrequenz ω_{r2} wurde in der vorhergehenden Teilaufgabe berechnet.

$$\omega'_{r2} = \sqrt{\frac{1}{4 L_2 C_2}} = \frac{1}{2} \cdot \omega_{r2} \qquad \rightarrow \omega_{r2} \text{ wird halbiert. (1)}$$

$\sum_{p)} 1$

4 Schaltvorgänge

Punkte: 18

a) $L = L_1 + L_2$ (dürfen zusammengefasst werden, da für $t \leq 0$ keine Energie in den Induktivitäten gespeichert ist. Gleichung 0,5 Punkte, Begründung 0,5 Punkte
$R_3 = R_1 + R_2$ Gleichung 0,5 Punkte
($C_2 = C_2$) bleibt
Das Schießen von Schalter S_2 führt zu einer Zustandsänderung (C_2 entlädt sich).
C_2 hat Ladung gespeichert, die beim Schließen von S_2 umverteilt wird. Begründung 0,5 Punkte
L („bremst" den Entladestrom von C_2 und) bildet mit C_2 einen Schwingkreis Begründung 0,5 Punkte
(Außerdem ist der Entladestrom von C_2 nicht konstant, daher muss L berücksichtigt werden.)
R_3 Dämpft die Schwingung (bzw. den (Ent-)Ladevorgang von C_2 und L) Begründung 0,5 Punkte)

$\sum_a 3$

b) Gleichung 1 Punkte

$$u_{C_2} = u_{L_3} + u_{R_3}$$

$\sum_b 1$

c) je Gleichung/ Umformung 0,5 Punkte

$$i_s = -C_2 \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} \qquad \text{(0,5 Punkte)}$$

$$u_{L_3} = L_3 \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} = -L_3 C_2 \left(\frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 \qquad \text{(1 Punkt)}$$

$$u_{R_3} = R_3 \cdot i_s(t) = -R_3 C_2 \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} \qquad \text{(1 Punkt)}$$

$$\Rightarrow u_{C_2} = -L_3 C_2 \left(\frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 - R_3 C_2 \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} \qquad \text{(0,5 Punkte)}$$

$\sum_c 3$

d)

$$L_3 C_2 \left(\frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 + R_3 C_2 \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} + u_{C_2} = 0$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{R_3 C_2}{L_3 C_2} \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L_3 C_2} u_{C_2} = 0$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{R_3}{L_3} \frac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{L_3 C_2} u_{C_2} = 0$$

$\sum_d 1$

e) Lösungsansatz aus Aufgabenstellung:
$(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t})^2 + a\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + b \cdot u(t) = 0$
$\Rightarrow u(t) = e^{-\frac{a}{2}t}(\hat{U}\cos(kt) + \hat{U}\frac{a}{2k}\sin(kt)) \quad \text{mit } k = \sqrt{b - \frac{a^2}{4}}$

a, b oder Ergebnis fehlt: je −0,5 Punkte
$a = \frac{R}{L_3}$
$b = \frac{1}{L_3C_2}$
$u_{C_2}(t) = e^{-\frac{R_3}{2L_3}t}(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t) + \frac{\hat{U}R_3}{2L_3\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}}\sin(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t))$

$\sum_e 1$

f) Ablesen der Eigenfrequenz aus vorheriger Teilaufgabe (1 Punkt)

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}$$
$$\text{oder } \omega_1 = \sqrt{\frac{4{L_3}^2 - L_3C_2R_3^2}{4L_3C_2{L_3}^2}}$$

$\sum_f 1$

g) Betrachte $R = 0\,\Omega$: Herleitung (0,5 Punkt), Ergebnis (0,5 Punkt)
$u_{C_2}(t) = e^{-\frac{R_3}{2L_3}t}(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t) + \frac{\hat{U}R_3}{2L_3\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}}\sin(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t))$
$u_{C_2}(t) = e^{-\frac{0}{2L_3}t}(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{0^2}{4{L_3}^2}} \cdot t) + \frac{0 \cdot \hat{U}}{2L_3\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{0^2}{4{L_3}^2}}}\sin(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{0^2}{4{L_3}^2}} \cdot t))$
$u_{C_2}(t) = e^0(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2}} \cdot t) + 0 \cdot \sin(...)$
$u_{C_2}(t) = \hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2}} \cdot t)$

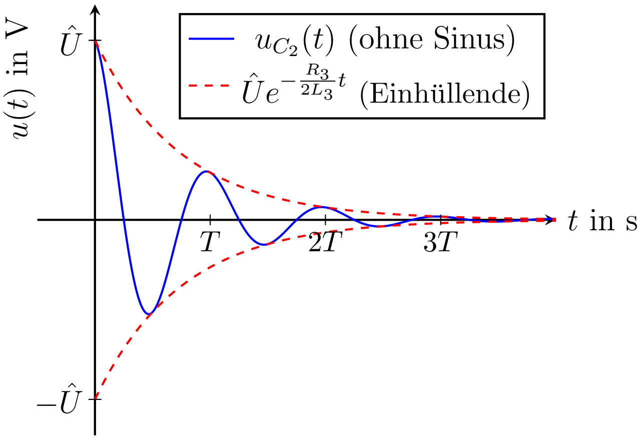
$\Rightarrow$ Idealer, ungedämpfter Schwingkreis

Betrachte $R_3 > 0$ (sehr groß)
Um so größer R_3 gewählt wird, desto stärker wirkt die Dämpfung ($e^{-\delta \cdot t}$). (0,5 Punkt)
Die Schwingung findet im Extremfall $R = 2\sqrt{\frac{L_3}{C_2}}$ gar nicht statt ($\cos(0 \cdot t) + \sin(0 \cdot t)$). (0,5 Punkt)

Hinweis: Diese Betrachtung gilt für $R \leq 2\sqrt{\frac{L_3}{C_2}}$. Für $R \geq 2\sqrt{\frac{L_3}{C_2}}$ kann ein ähnliches Verhalten mithilfe der Exponentialdarstellung gezeigt werden.

$\sum_g 2$

h) Vereinfachung: Sinustherm wird nicht berücksichtigt (0,5 Punkte),
Achsenbeschriftung (0,5 Punkte),
Einhüllende als e^{-t} zeichnen & Formel/ Bezeichnung (0,5 Punkte),
Schnittpunkt der Einhüllenden und $u_{c_3}(t)$ mit y-Achse bei $\hat{U}$ angeben (0,5 Punkte),
$T = 2\pi/\omega_1$ (angeben und auf x-Achse eintragen) (0,5 Punkte),
Schwingung unter der Einhüllenden zeichnen mit „konstanter Schwingung" (0,5 Punkte)



$\sum_h 3$

i) Betrachtung direkt vor dem Schalten:
Begründung (0,5 Punkte) und Formel (0,5 Punkte)
Strom $\lim_{t\to 0_-} i_2(t) = 0$ und $\lim_{t\to 0_-} \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t} = 0$, da der Ladevorgang abgeschlossen ist und die Kapazität sperrt.
Ansatz über Maschengleichung:
$U_0 = u_{C_2}(t) + u_{L_2}(t) + u_{R_2}(t)$
$U_0 = u_{C_2}(t) + L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + i_2(t)\cdot R_2$ mit $i_2(t=0_-) = 0$ und $\frac{\mathrm{d}i_2(t=0_-)}{\mathrm{d}t} = 0$
$\Rightarrow \lim_{t\to 0_-} u_{C_2}(t) = U_0$ (direkt vor dem Schalten!)

Betrachtung direkt nach dem Schalten ($t = 0$)
Begründung (0,5 Punkte) und Formel (0,5 Punkte)
Die Induktivität L_3 ist für $t < 0$ „entladen".
Da die Induktivität L_3 den Strom i_s „festhält", ist zum Zeitpunkt $t = 0$ (direkt nach dem Schalten von S_2) der Strom $i_s(t = 0) = 0\,\mathrm{A}$.
Betrachtung der Masche:
$u_{C_2}(t=0) = u_{R_3}(t=0) + u_{L_3}(t=0) \mid$ mit $u_{R_3}(t=0) = 0,$ da $i_s(t=0) = 0$
$u_{C_2}(t=0) = u_{L_3}(t=0) = U_0$

$\sum_i 2$

j) Herleitung (0,5 Punkte) und Ergebnis (0,5 Punkte)

$$u_{C_2}(t=0) = e^{-\frac{R_3}{2L_3}t}(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t) + \frac{\hat{U}R_3}{2L\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}}\sin(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot t))$$

$$u_{C_2}(t=0) = e^{-\frac{R_3}{2L_3}0}(\hat{U}\cos(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot 0) + \frac{\hat{U}R_3}{2L\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}}\sin(\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}} \cdot 0))$$

$$u_{C_2}(t=0) = e^0\hat{U}\cos(0) + \frac{\hat{U}R_3}{2L\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}}\sin(0))$$

$$u_{C_2}(t=0) = \hat{U} \cdot 1 + \frac{\hat{U}R_3}{2L\sqrt{\frac{1}{L_3C_2} - \frac{R_3^2}{4{L_3}^2}}} \cdot 0$$

$$u_{C_2}(t=0) = \hat{U}$$

$$u_{C_2}(t=0) = \hat{U} = U_0 \; (u_{C_2}(t=0) = U_0 \text{ aus Aufgabenteil i)})$$

$$\sum_j 1$$