

Name:

Matr.-Nr.:

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 15

Kurzfragen ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 30 min)

- 1) Kennzeichnen Sie die eingezeichnete Ebene und Richtung durch ihre Miller-Indizes (Klammerkonventionen beachten)!
- 2) Welche Bandstruktur weisen die folgenden Halbleiter auf? (insgesamt 4 Kreuze)
- 3) Welche Aussagen zum Durchbruchverhalten eines pn-Überganges sind richtig?
- 4) Gegeben ist eine Verstärker-Schaltung a) und das Kleinsignal-Ersatzschaltbild des FET b). Die Kapazitäten stellen im interessierenden Frequenzbereich Kurzschlüsse dar. Zeichnen Sie das Wechselstromersatzschaltbild der Schaltung, und tragen Sie die steuernde Größe u_{gs} ein. Um welche Grundschialtung handelt es sich hier?
- 5) Welche der Aussagen über die Schwellenspannung U_p bei einem idealen n -Kanal-Sperrschicht-Feldeffekttransistor sind richtig?
- 6) Zeichnen Sie das Bändermodell des gezeigten, üblichen npn -Bipolartransistors unter normalen Betriebsbedingungen. Achten Sie auf relative Zuordnungen. Beschriften Sie W_{Fn} , W_{Fp} , W_L und W_V .
- 7) Das Wechselstromverhalten eines in Sperrrichtung betriebenen pn -Übergangs
- 8) Welche Aussagen zum MOSFET sind richtig?
- 9) Welche Aussagen zu einer Laserdiode mit Fabry-Perot-Resonator sind richtig?
- 10) Welche der Aussagen zur Funktion einer Leuchtdiode sind zutreffend?

Name:

Matr.-Nr.:

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 15

Bemerkung: Bei Berechnungen ist grundsätzlich auch der Rechenweg nachvollziehbar anzugeben.

Konstanten: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K = $8,6 \cdot 10^{-5}$ eV/K; $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm); $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Vs/(Am); $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ Atome/mol

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

1) Ein homogen mit Donatoren dotierter Halbleiter weist folgende Daten auf:

$W_G = 1,5$ eV; $W_L - W_D = 100$ meV; $N_L = N_V = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3} \cdot (T/T_0)^{3/2}$; $N_D = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$; zur Vereinfachung sei $W_V = 0$.

Sein elektrisches Verhalten soll bei den beiden Temperaturen $T_0 = 300$ K und $T_1 = 100$ K untersucht werden. Gehen Sie von der Elektroneutralitätsbedingung aus:

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

$$N_L \exp\left(\frac{W_F - W_L}{kT}\right) + N_A \left[4 \exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right) + 1\right]^{-1} = N_V \exp\left(\frac{W_V - W_F}{kT}\right) + N_D \left[2 \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right) + 1\right]^{-1}.$$

- a) Berechnen Sie bei T_0 und T_1 die effektiven Zustandsdichten N_L , N_V , Eigenleitungskonzentration n_i und -niveau W_i sowie $N_D^+(W_F = W_L)$ und zusätzlich $W_F(n = 10^5 \text{ cm}^{-3}, T_1)$ und $W_F(p = 10^5 \text{ cm}^{-3}, T_1)$.
- b) Zeichnen Sie für die beiden Temperaturen unter Verwendung obiger Daten die Konzentrationen der freien Ladungsträger n und p sowie asymptotisch der ionisierten Donatorkonzentration N_D^+ in Abhängigkeit von W_F in die Shockley-Diagramme (Abb. 1). Markieren Sie alle wichtigen Größen (N_L , N_V , n_i , W_D , W_L , W_V , W_i , $W_{F0,F1}$). Lesen Sie für Ladungsneutralität die Lage des Fermi-Niveaus $W_{F0,F1}$ sowie die Elektronen- und Löcherkonzentrationen $n_{0,1}$ und $p_{0,1}$ ab, bzw. berechnen Sie die nicht direkt ablesbare Größe für beide Temperaturen, wobei Elektroneutralität zugrunde zulegen ist.
- c) Stellen Sie die Gleichung für die Elektroneutralität auf (in Abhängigkeit von Temperatur und Lage des Fermi-Niveaus) und vereinfachen Sie sie für beide Temperaturen durch Vernachlässigungen und Näherungen aufgrund der Informationen aus den Shockley-Diagrammen. Berechnen Sie daraus $W_F(T_0 \text{ und } T_1)$ sowie $n(T_0 \text{ und } T_1)$ und $p(T_0 \text{ und } T_1)$. Diskutieren Sie die Ergebnisse kurz (Formeln und Werte).

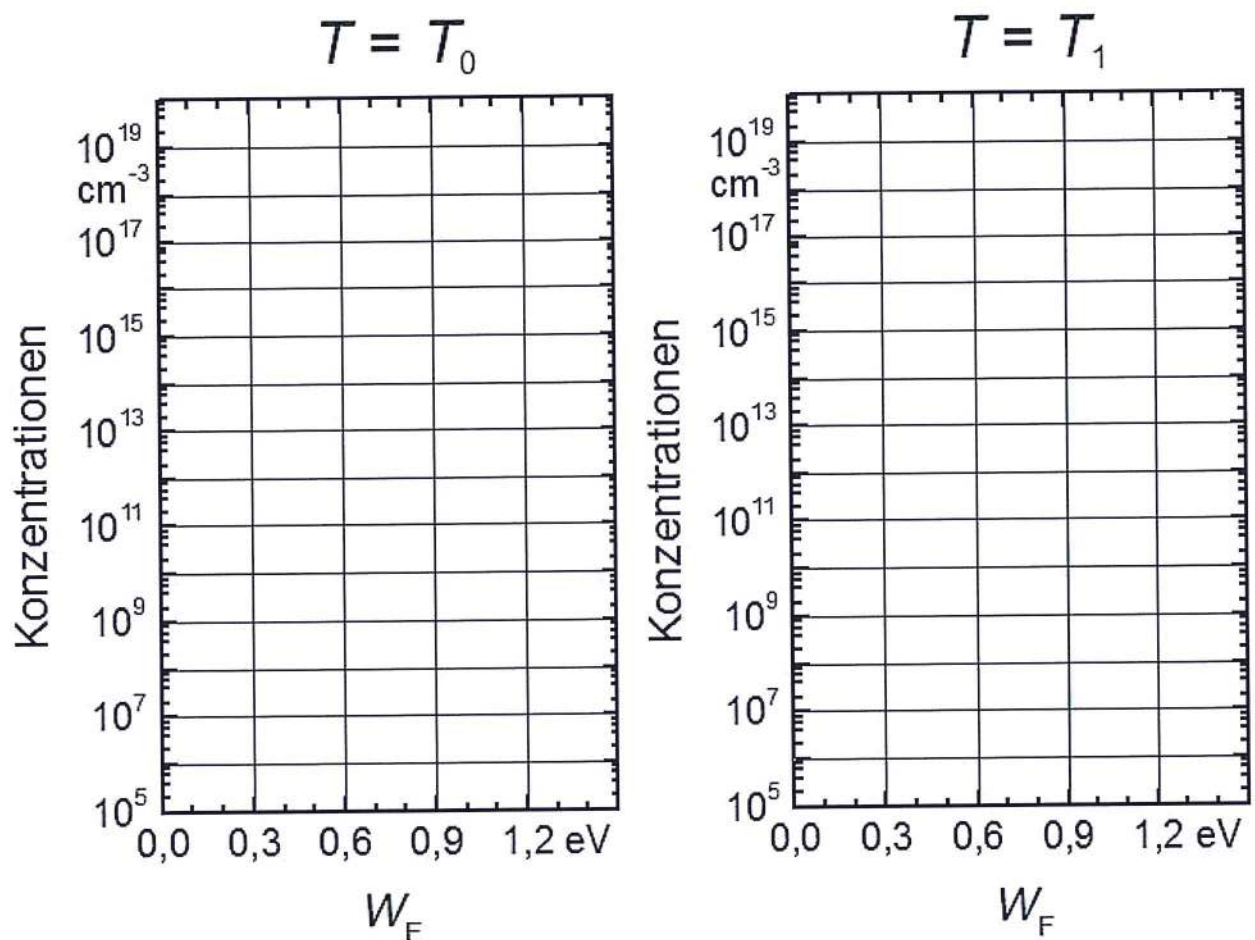


Abb. 1

- 2) Die Strom-Spannungs-Charakteristik $J_b(U_{eb})$ einer pn^+pn -Teststruktur mit zwei Kurzschlüssen in Abb. 2 soll beschrieben werden. Thermische Generation/Rekombination von Ladungsträgern in den Verarmungszonen und Spannungsabfälle über den Bahngebieten sind zu vernachlässigen. Es gibt keine optische Generation g . Die Kontakte sind ideal ohmsch. Folgende Daten sind bekannt: $n_i = 10^9 \text{ cm}^{-3}$ und $kT = 26 \text{ meV}$ sowie

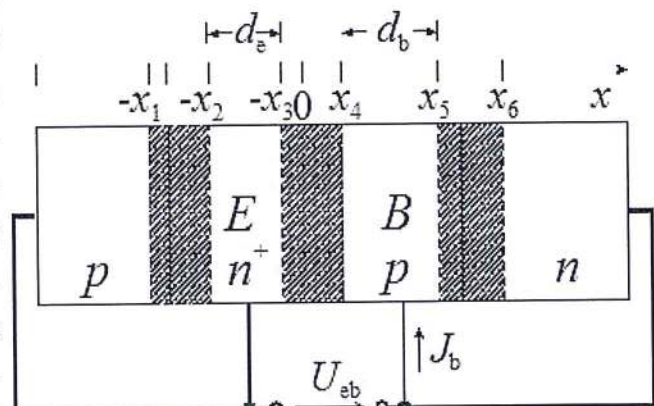


Abb. 2

Emitter	$N_{Dc} = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$d_e = 10 \text{ } \mu\text{m}$	$L_{pc} = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$	$\mu_{pc} = 80 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
Basis	$N_{Ab} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$	$d_b = 1 \text{ } \mu\text{m}$	$L_{nb} = 100 \text{ } \mu\text{m}$	$\mu_{nb} = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

Es soll die Emitter-Ergiebigkeit γ bestimmt werden.

- a) Berechnen Sie zunächst in den beiden neutralen Bahngebieten E und B die Ortsabhängigkeit der Minoritätsladungsträgerkonzentrationen $p_n(-x_2 \leq x \leq -x_3)$ und $n_p(x_4 \leq x \leq x_5)$ indem Sie die Stromgleichungen

$$J_p = J_{pF} + J_{pD} = \sigma_p E - q D_p \text{grad} p \quad \text{mit} \quad D_p = kT\mu_p/q$$

$$J_n = J_{nF} + J_{nD} = \sigma_n E + q D_n \text{grad} n \quad \text{mit} \quad D_n = kT\mu_n/q$$

und die Kontinuitätsgleichungen

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q} \text{div} J_p - r + g \quad \text{mit} \quad r = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \quad \text{und} \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \text{div} J_n - r + g \quad \text{mit} \quad r = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} \quad \text{und} \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

zu zwei Differentialgleichungen (DGLs) für $p_n(x)$ und $n_p(x)$ für den stationären Fall kombinieren.

- b) Wie groß sind die Minoritätsladungsträgerkonzentrationen $p_n(-x_2)$, $p_n(-x_3)$, $n_p(x_4)$ und $n_p(x_5)$ in Abhängigkeit von U_{cb} an den Rändern der neutralen Zonen allgemein (Formeln)?
- c) Lösen Sie die DGLs mit den Randbedingungen aus b) in Abhängigkeit von U_{cb} und den Ansätzen

$$p_n(x) = A \cdot \sinh\left(\frac{-x_3 - x}{L_{pe}}\right) + B \cdot \sinh\left(\frac{x + x_2}{L_{pe}}\right) + p_{n0} ;$$

$$n_p(x) = C \cdot \sinh\left(\frac{x_5 - x}{L_{nb}}\right) + D \cdot \sinh\left(\frac{x - x_4}{L_{nb}}\right) + n_{p0} .$$

- d) Berechnen Sie die Minoritätsladungsträger-Stromdichten jeweils am Rand der Verarmungszonen $J_n(x_4)$ und $J_p(-x_3)$ (Formeln).
- e) Wie groß ist die Emitter-Ergiebigkeit $\gamma = J_n(x_4)/[J_n(x_4) + J_p(-x_3)]$ (Formel und Wert)? Diskutieren Sie das Ergebnis. Nutzen Sie wenn möglich Näherungen zur Vereinfachung!

3) Betrachten Sie die Schaltung in Abb. 3a.

- Um welche Grundschaltung handelt es sich? _____
Bezeichnen Sie die Art des verwendeten Transistors näher! _____
- Der Arbeitspunkt wird durch die Widerstände $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_D = 8 \text{ }\Omega$ und $U_B = 5 \text{ V}$ festgelegt. Zeichnen Sie in das Ausgangskennlinienfeld (Abb. 3c) des Transistors die Arbeitsgerade und den Arbeitspunkt ein.
- Konstruieren Sie aus dem Ausgangskennlinienfeld (Abb. 3c) für die entsprechende Spannung U_{ds} die Transferkennlinie in Abb. 3d. Markieren Sie auch hier den Arbeitspunkt. Bestimmen Sie nun die y -Parameter in den beiden Arbeitspunkten y_{21t} und y_{22t} (Formeln und Werte); $y_{11t} = 0$ und $y_{12t} = 0$ sind bekannt.
- Zeichnen Sie das entsprechende Wechselstrom-ESB unter Verwendung des y -Parameter-Ersatzschaltbildes (ESB) des Transistors (Abb. 3b). Die Kondensatoren C_K stellen im interessierenden Frequenzbereich der Wechselstromanalyse Kurzschlüsse dar.
- Der Vierpol soll ebenfalls durch seine y -Parameter charakterisiert werden. Stellen Sie dazu zunächst die beiden Gleichungen $i_1 = f(u_1, u_2)$ und $i_2 = f(u_1, u_2)$ auf und bestimmen Sie dann die zugehörigen Parameter y_{11} , y_{12} , y_{21} und y_{22} der Schaltung (Formeln und Werte). Nutzen Sie wenn möglich Näherungen zur Vereinfachung!

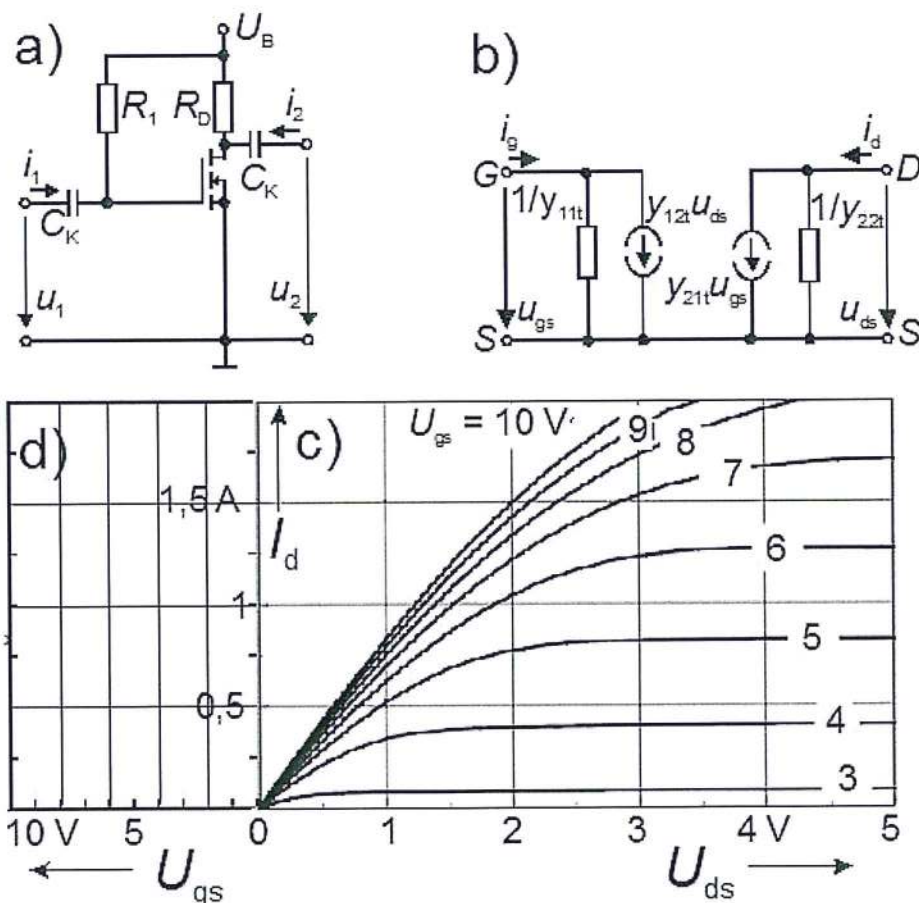
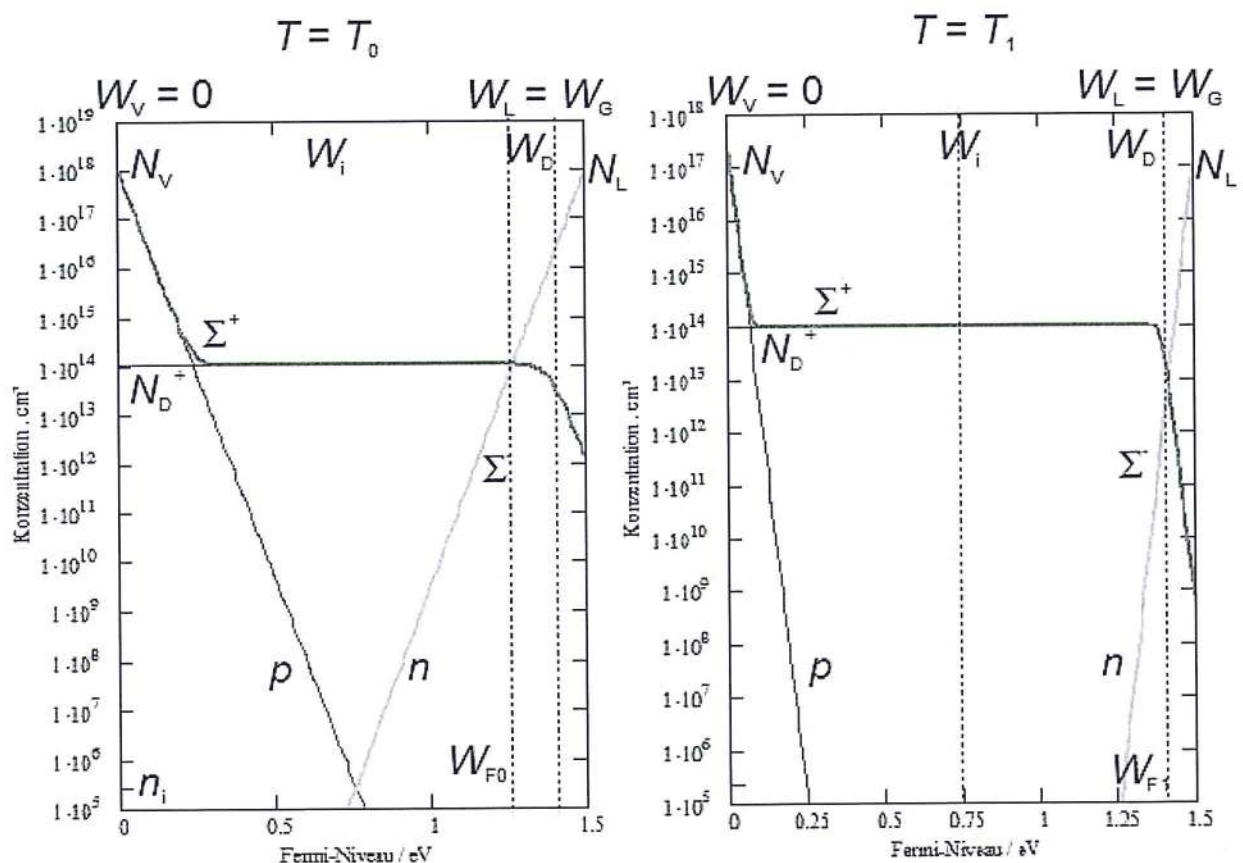


Abb. 3

Lösungen zu 1):

- a) Die gesuchten Größen lassen sich aus den gegebenen Gleichungen berechnen zu $N_{L,V}(T_0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$; $N_{L,V}(T_1) = 1,9 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$; $n_i(T_0) = [N_L(T_0) \cdot N_V(T_0)]^{0,5} \cdot \exp[-W_G/(2kT_0)] = 2,5 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$; $n_i(T_1) = 3 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^{-3}$; $W_i(T_0) = W_i(T_1) = 0,75 \text{ eV}$; $N_D^+(W_F = W_L, T_0) = 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$; $N_D^+(W_F = W_L, T_1) = 4,6 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$.
- b) Mit den Daten aus a) und $W_F(n = 10^5 \text{ cm}^{-3}, T_1) = 1,26 \text{ eV}$ sowie $W_F(p = 10^5 \text{ cm}^{-3}, T_1) = 0,24 \text{ eV}$ können die Shockley-Diagramme für beide Fälle konstruiert werden. Die fett gezeichneten Verläufe entsprechen den Summenkurven der positiven und negativen Ladungen. Für Neutralität ergibt sich $W_{F0} \approx 1,26 \text{ eV}$ also $n_0 \approx N_D = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ und $p_0 = n_i^2/n_0 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$ bzw. $W_{F1} = 1,41 \text{ eV}$ und $n_1 \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ sowie $p_1 = n_i^2/n_1 = 5 \cdot 10^{-55} \text{ cm}^{-3}$.



- c) Die Neutralitätsbedingung lautet in diesem Fall: $n = p + N_D^+$.

Zunächst betrachten wir T_0 . Im Shockley-Diagramm (links) wird deutlich, dass die Löcherkonzentration vernachlässigbar ist und dass noch alle Donatoren ionisiert sind (Störstellenerschöpfung). Also folgt $n_0 \approx N_D = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ und $p_0 = n_i^2/n_0 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$. Die Lage des Fermi-Niveaus errechnet sich aus

$$n_0 = N_D = N_L \exp\left(\frac{W_{F0} - W_L}{kT_0}\right) \rightarrow W_{F0} = W_G + kT_0 \ln \frac{N_D}{N_L} = 1,26 \text{ eV.}$$

Bei T_1 kann man dem Shockley-Diagramm entnehmen, dass

$$n_1 = N_L \exp\left(\frac{W_{F1} - W_L}{kT_1}\right) = N_D^+ = N_D \left[2 \exp\left(\frac{W_{F1} - W_D}{kT_1}\right) + 1 \right]^{-1} \approx \frac{N_D}{2} \exp\left(\frac{W_D - W_{F1}}{kT_1}\right)$$

$$\rightarrow W_{F1} = \frac{W_D + W_G - kT_1 \ln \frac{2N_L}{N_D}}{2} = 1,41 \text{ eV und } n_1 = 9,4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}; p_1 = 10^{-54} \text{ cm}^{-3}.$$

In diesem Fall befindet sich der Halbleiter in der Störstellenreserve.

Lösungen zu 2):

- a) In den Bahngebieten ist die elektrische Feldstärke vernachlässigbar klein, so dass für die Minoritätsladungsträgerstromdichten für den eindimensionalen Fall im stationären Zustand gilt:

$$J_p = 0 - qD_p \frac{dp_n}{dx} \text{ und } 0 = \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + 0 \text{ für } -x_2 \leq x \leq -x_3$$

$$J_n = 0 + qD_n \frac{dn_p}{dx} \text{ und } 0 = \frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} + 0 \text{ für } x_4 \leq x \leq x_5 .$$

Daraus ergeben sich die beiden DGLs:

$$0 = \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{L_{pe}^2} \text{ mit } L_{pe}^2 = \tau_{pe} D_{pe} \text{ für } -x_2 \leq x \leq -x_3$$

$$0 = \frac{d^2 n_p}{dx^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{L_{nb}^2} \text{ mit } L_{nb}^2 = \tau_{nb} D_{nb} \text{ für } x_4 \leq x \leq x_5 .$$

- b) Die Randbedingungen ergeben sich aus (1.63) und den beiden Kurzschlüssen sowie der Spannungsrichtung zu

$$p_n(-x_2) = p_{n0}; p_n(-x_3) = p_{n0} \exp\left(\frac{-qU_{cb}}{kT}\right)$$

$$n_p(x_4) = n_{p0} \exp\left(\frac{-qU_{cb}}{kT}\right); n_p(x_5) = n_{p0}.$$

- c) Mit den Lösungsansätzen und den 4 Randbedingungen aus b) erhält man für die unbekannten Konstanten A bis D

$$p_n(-x_2) = p_{n0} = A \cdot \sinh\left(\frac{-x_3 + x_2}{L_{pe}}\right) + B \cdot 0 + p_{n0} \rightarrow A = 0;$$

$$p_n(-x_3) = p_{n0} \exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) = B \cdot \sinh\left(\frac{-x_3 + x_2}{L_{pe}}\right) + p_{n0} \rightarrow B = \frac{p_{n0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right]}{\sinh\left(\frac{-x_3 + x_2}{L_{pe}}\right)};$$

$$n_p(x_5) = n_{p0} = C \cdot 0 + D \cdot \sinh\left(\frac{x_5 - x_4}{L_{nb}}\right) + n_{p0} \rightarrow D = 0;$$

$$n_p(x_4) = n_{p0} \exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) = C \cdot \sinh\left(\frac{x_5 - x_4}{L_{nb}}\right) + n_{p0} \rightarrow C = \frac{n_{p0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right]}{\sinh\left(\frac{x_5 - x_4}{L_{nb}}\right)}.$$

Die Lösungen lauten daher

$$p_n(x) - p_{n0} = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \frac{\sinh\left(\frac{x + x_2}{L_{pe}}\right)}{\sinh\left(\frac{d_e}{L_{pe}}\right)};$$

$$n_p(x) - n_{p0} = n_{p0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \frac{\sinh\left(\frac{x_5 - x}{L_{nb}}\right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}.$$

- d) Bei den Minoritätsladungsträgerströmen an den Rändern der Verarmungszone handelt es sich um reine Diffusionsströme. Daher folgt

$$J_p(-x_3) = -qD_p \frac{dp_n}{dx} \Big|_{-x_3} = -qD_p p_{n0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \frac{1}{L_{pe}} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{d_e}{L_{pe}}\right)} ;$$

$$J_n(x_4) = qD_n \frac{dn_p}{dx} \Big|_{x_4} = qD_n n_{p0} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right] \cdot \frac{1}{L_{nb}} \cdot \frac{1}{\tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} .$$

e) Für die Emitterergiebigkeit folgt

$$\gamma = \frac{J_n(x_4)}{J_n(x_4) + J_p(-x_3)}$$

$$= - \frac{\frac{qD_n n_{p0}}{-L_{nb} \tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right]}{\frac{qD_n n_{p0}}{-L_{nb} \tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right] - \frac{qD_p p_{n0}}{L_{pe} \tanh\left(\frac{d_e}{L_{pe}}\right)} \left[\exp\left(\frac{-qU_{eb}}{kT}\right) - 1 \right]} ;$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{D_p N_{Ab} L_{nb}}{D_n N_{De} L_{pe}} \frac{\tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}{\tanh\left(\frac{d_e}{L_{pe}}\right)}} \approx \frac{1}{1 + \frac{D_p N_{Ab} d_b}{D_n N_{De} L_{pe} \tanh\left(\frac{d_e}{L_{pe}}\right)}} \text{ mit } p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_{De}} \text{ und } n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_{Ab}} .$$

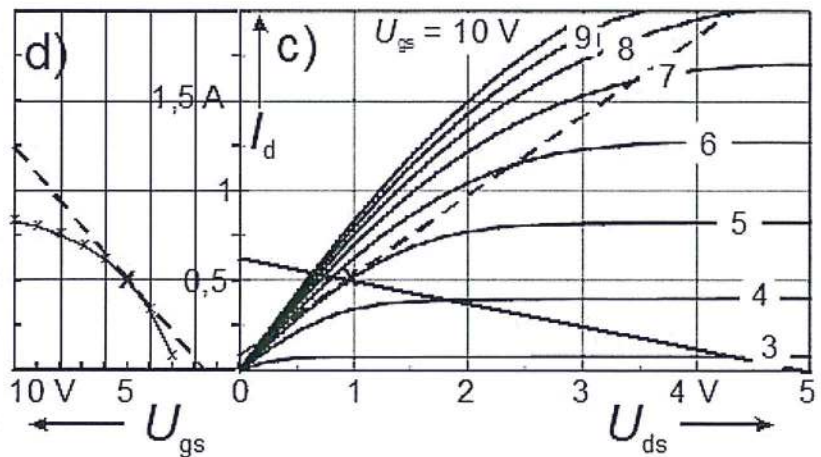
Einsetzen der Werte ergibt $\gamma = 0,996$. Um möglichst nahe an 1 zu kommen, muss also gelten $N_{Ab} \ll N_{De}$ (immer die hochdotierte Seite bestimmt den Stromfluss über den pn -Übergang) und $d_b \ll L_{pe} \leq d_e$.

Lösungen zu 3):

- Es handelt sich um einen n -Kanal MOSFET in Source-Schaltung (Source ist im Wechselstrom-ESB sowohl im Eingangs- als auch im Ausgangskreis enthalten).
- Die Arbeitsgerade ergibt sich zwischen $U_{ds}(I_d = 0) = U_B$ und $I_d(U_{ds} = 0) = U_B/R_D = 625 \text{ mA}$. Der

Arbeitspunkt ergibt sich aus der Tatsache, dass das Gate über R_1 auf U_B gezogen wird, folgt $U_{gs} = 5 \text{ V}$.

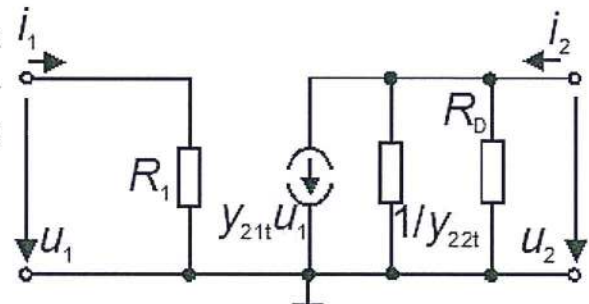
- c) Der Arbeitspunkt liegt also bei $U_{ds} = 1 \text{ V}$. Folglich müssen die Stromwerte I_d in dem linken Diagramm über U_{gs} aufgetragen werden. Aus der Steigung der Tangenten in den beiden Arbeitspunkten folgt



$$y_{11t} = \left. \frac{i_g}{u_{gs}} \right|_{u_{ds}=0} = 0; \quad y_{12t} = \left. \frac{i_g}{u_{ds}} \right|_{u_{gs}=0} = 0;$$

$$y_{21t} = \left. \frac{i_d}{u_{gs}} \right|_{u_{ds}=0} \approx \frac{1,25 \text{ A}}{8,5 \text{ V}} = 147 \text{ mS}; \quad y_{22t} = \left. \frac{i_d}{u_{ds}} \right|_{u_{gs}=0} \approx \frac{1,9 \text{ A}}{4,3 \text{ V}} = 442 \text{ mS}.$$

- d) Mit dem vereinfachten Transistor-ESB, den kurzgeschlossenen Kapazitäten und der auf Masse gelegten Versorgungsspannung ergibt sich das einfache Wechselstrom-ESB.



- e) Die Vierpolgleichungen in y -Parameterdarstellung ergeben sich analog zu Abb. 3b

$$i_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2 \quad \text{und} \quad i_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2.$$

Die entsprechenden Parameter ergeben sich durch direktes Ablesen (vgl. Abb. 3b) zu

$$y_{11} = \left. \frac{i_1}{u_1} \right|_{u_2=0} = \frac{1}{R_1} = 1 \mu\text{S}; \quad y_{12} = \left. \frac{i_1}{u_2} \right|_{u_1=0} = 0;$$

$$y_{21} = \left. \frac{i_2}{u_1} \right|_{u_2=0} = y_{21t} = 147 \text{ mS}; \quad y_{22} = \left. \frac{i_2}{u_2} \right|_{u_1=0} = \frac{1}{R_D} + y_{22t} = 567 \text{ mS}.$$