Prof. Dr. H. Opolka
TU Braunschweig

17.4.2004

Wiederholungsklausur zur Vorlesung "Mathematik I für Studierende der Elektrotechnik"

(zugelassen sind nur diejenigen, die zur Klausur "Mathematik I für Studierende der Elektrotechnik" am 31.1.2004 zugelassen waren und jene Klausur mitgeschrieben aber nicht bestanden haben)

Name **Vorname** **Matrikelnummer**

Hinweise: Name, Vorname und Matrikelnummer eintragen ! Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner erlaubt. Schreibpapier wird zur Verfügung gestellt. Antworten und Lösungen werden bei der Korrektur der Klausur nur dann mit Wertungspunkten versehen, wenn sie ausführlich und ausschließlich mit Methoden oder Resultaten der oben genannten Vorlesung begründet sind. Die Bezeichnungen in den nachfolgenden Klausuraufgaben sind wie in der Vorlesung. (**R** bezeichnet die Menge aller reellen und **C** die Menge aller komplexen Zahlen.) Wenn Sie eine Aufgabenstellung nicht verstehen, dann fragen Sie eine aufsichtführende Person.

Klausuraufgaben

(1) Untersuchen Sie die nachfolgenden unendlichen Reihen jeweils auf Konvergenz bzw. Divergenz:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\log(n+1)}$ (1 P) (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$ (1 P) (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$ (1 P)

(2) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen jeweils auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit und bestimmen Sie jeweils die entsprechenden Ableitungen an allen Stellen, an denen die Funktionen differenzierbar sind:

(a) $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) := x \log(x^2)$, falls $x \neq 0$; $f(0) := 0$. (2 P)

(b) $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) := \frac{\sin x}{x}$, falls $x \neq 0$; $f(0) := 1$. (2 P)

(3) Zeigen Sie, daß es zu jeder natürlichen Zahl n ein Polynom $p_n(x)$ gibt, so daß die Funktion $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $F(x) := e^x p_n(x)$, eine Stammfunktion der Funktion $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) := e^x x^n$, ist; und berechnen Sie $p_n(x)$ für $n = 3$ und für $n = 4$. (3 P)

(4) Berechnen Sie die folgenden (eigentlichen oder uneigentlichen) Integrale:

(a) $\int_{-1}^{1}(x^2-2)^2dx$ (1 P) (b) $\int_3^4 \frac{2x-3}{x^2-3x+2}dx$ (2 P)

(c) $\int_{-\infty}^{0} x^2e^x dx$ (1 P) (d) $\int_0^{\pi/4} tg(x)dx$ (2 P)

(5) Bestimmen Sie alle komplexen Zahlen α, so daß das folgende lineare Gleichungssystem eine vom Nullvektor verschiedene Lösung aus $\mathbf{C}^2$ besitzt, und bestimmen Sie zu jeder solchen komplexen Zahl α jeweils den entsprechenden Lösungsraum dieses Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}(2+\alpha)x_1+5x_2&=0\\ -x_1+\alpha x_2&=0\end{aligned} \qquad \text{(3 P)}$$

(6) Gegeben ist die Matrix

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix} \in Mat(3\times 3,\mathbf{R}).$$

Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix $S \in Mat(3\times3,\mathbf{R})$, so daß $S^tAS = D$ eine Diagonalmatrix ist. Bestimmen Sie außerdem den geometrischen Typ der quadratischen Fläche, die durch die Gleichung $q_D(x_1,x_2,x_3) = 1$ bestimmt wird. (Dabei bezeichnet q_D die durch D definierte quadratische Form.) (5 P)