Es gilt: $R^2 = r_{xy}^2$

Beweis: $R^2 := \frac{\sum_{i=1}^n (\hat y_i - \bar y)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar y)^2} = \frac{\sum_{i=1}^n \big(\overbrace{\hat m x_i + \cancel{\hat b}}^{=:\hat y_i} - (\hat m \bar x + \cancel{\hat b})\big)^2}{(n-1)\, s_y^2}$

NR: s.o. $\hat b = \bar y - \hat m \bar x \quad | + \hat m \bar x$

$\Leftrightarrow \bar y = \hat m \bar x + \hat b$

$\hat m = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n (\hat m (x_i - \bar x))^2}{(n-1)\, s_y^2} = \frac{\hat m^2 \overbrace{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar x)^2}^{=(n-1)s_x^2}}{(n-1)\, s_y^2}$$

$$= \left(\frac{\hat m\, s_x}{s_y}\right)^2 = \left(\frac{s_{xy} \cdot \cancel{s_x}}{s_x^{\cancel{2}} \cdot s_y}\right)^2 = \underline{\underline{r_{xy}^2}}$$ ☺

Bsp. $R^2 = r_{xy}^2 = (-0.879)^2 \approx 0.77$

d.h. 77 % der Gesamtvariation können durch dieses einfache lineare Regressionsmodell ($\hat y = -0.057\, x + 6{,}09$) erklärt werden.

(Bem. $r_{xy} = \pm\sqrt{R^2} = \pm\sqrt{\underline{0.77}} \approx \pm\, 0.879$) Regressions- fallende Gerade

Rangkorrelation nach Spearman

$R_i = Rg(x_i)$ heißt Rang von x_i in der SP $x_1, \dots, x_n$ mit

$R_i = k \;:\Leftrightarrow\; x_i = x_{(k)}$ k-kleinste Wert der SP

Bsp. $x_{35} = \underline{\underline{21}}$ $\quad R_{35} = Rg(x_{35}) = Rg(21) = \underline{\underline{2}}$ (zweit kleinste Verhütungsquote)

$R_j' = Rg(y_j)$: $R_j' = \ell \;:\Leftrightarrow\; y_j = y_{(\ell)}$

$y_{35} = 6{,}2 \quad R_{35}' = Rg(y_{35}) = \underline{\underline{35}}$

$$r_{xy}^{Rang} \left(= r_{xy}^{Spearman}\right) := r_{R(x)R(y)}$$

Es gilt: Falls $x_i \neq x_j$ für $i \neq j$, d.h. keine Bindungen, („no ties") und $y_i \neq y_j$

so gilt: $r_{xy}^{Rang} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n (R_i - R_i')^2}{n \cdot (n^2 - 1)}$

Falls $R_i = R_i'$ für alle i, dann: $r_{xy}^{Rang} = \underline{1}$