

Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

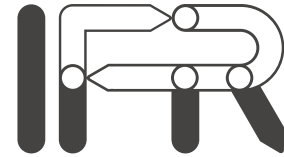
Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66

38106 Braunschweig

Tel. (0531) 391-3836



Klausuraufgaben

Grundlagen der Elektrotechnik

24.03.2015

Name: _____		Vorname: _____		
Matr.-Nr.: _____		Studiengang: _____		
E-Mail (optional): _____				
1:	2:	3:	4:	5:
ID: _____ Summe: _____ Note: _____				

Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.

Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.

Keine Rückseiten beschreiben.

Keine Blei- oder Rotstifte verwenden.

Lösungen auf Aufgabenblättern werden nicht gewertet.

Zugelassene Hilfsmittel:

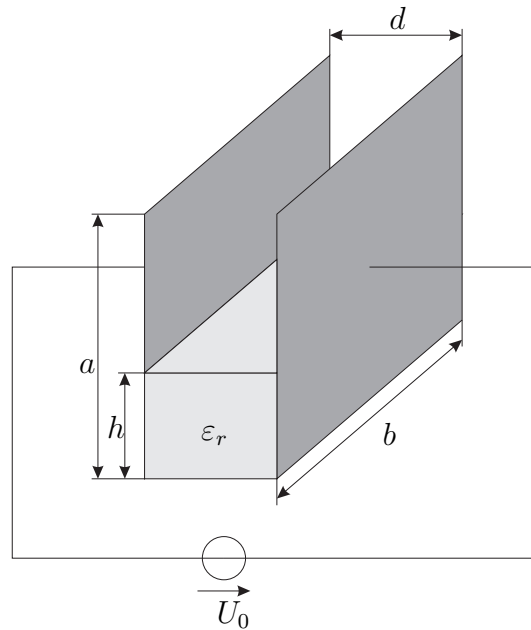
- Geodreieck
- Zirkel

Einverständniserklärung

Ich erkläre mich einverstanden, dass meine Note mit Matrikelnummer im Institut für Regelungstechnik ausgehängt wird.

Datum, Unterschrift

1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

Gegeben ist ein Plattenkondensator mit folgenden Dimensionen: Höhe a , Breite b , Abstand zwischen den Platten d . Der Kondensator ist an eine Spannungsquelle U_0 angeschlossen und ist zunächst mit Luft gefüllt.

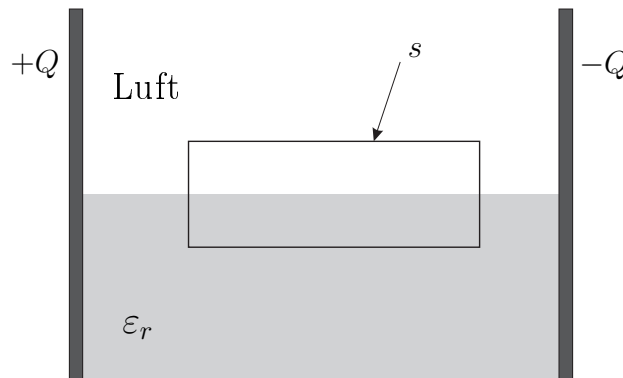
- Geben Sie allgemein die Kapazität eines Plattenkondensators an. Bestimmen Sie die Kapazität C_0 des leeren Kondensators. (1,5 Punkte)
- Bestimmen Sie die Oberflächenladungsdichte σ einer Kondensatorplatte in Abhängigkeit der gegebenen Größen. (2,5 Punkte)

Der Kondensator soll zur Füllstandsmessung verwendet werden. Im Inneren wird eine Flüssigkeit mit der relativen Permittivität ϵ_r gefüllt.

- Bestimmen Sie die neue Kapazität C_f des Kondensators in Abhängigkeit der Höhe h des neuen Dielektrikums ($h < a$). (3 Punkte)
- Skizzieren Sie die normierte Kapazität $C^* = C_f/C_0$ als Funktion der normierten Höhe h/a für $h/a = 0$ bis $h/a = 1$. (2 Punkte)

Hinweis: Die Skizze soll die Endwerte der normierten Kapazität C^* enthalten.

 \Rightarrow

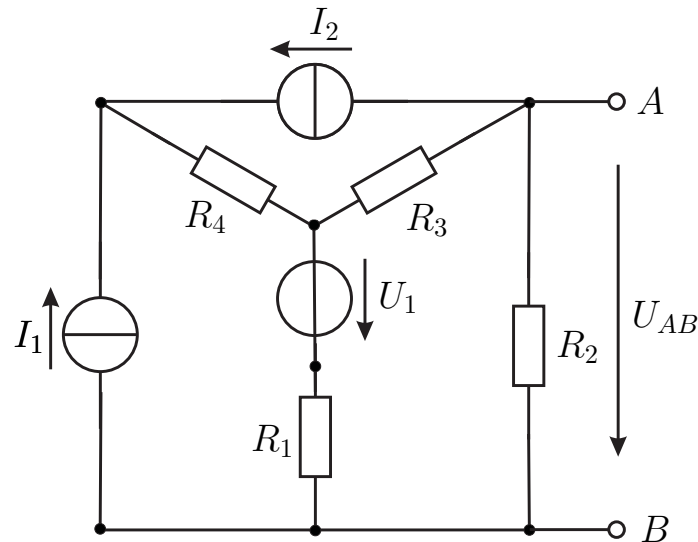


- e) Der Übergang zwischen den beiden Medien (Dielektrikum und Luft) soll näher untersucht werden. Betrachtet wird zunächst ein rechteckförmiger Weg s , der die Grenzfläche umschließt. (7 Punkte)
- Fertigen Sie eine eigene Skizze an und vervollständigen Sie sie mit den elektrischen Feldstärken in den beiden Medien.
 - Definieren Sie einen positiven Umlaufsinn für den Weg s .
 - Berechnen Sie das Linienintegral der elektrischen Feldstärke entlang des Weges s . Begründen Sie vorgenommene Vereinfachungen.
 - Bestimmen Sie das Verhältnis der elektrischen Flussdichten in den beiden Medien in Abhängigkeit der relativen Permittivitäten der Medien.

Der leere, vollständig geladenen Kondensator (Spannung zwischen den Platten U_0) wird von der Spannungsquelle getrennt. Anschließend wird zwischen den Platten ein Dielektrikum mit der relativen Permeabilität $\varepsilon_r > 1$ eingeführt. Dabei wird festgestellt, dass die Spannung kleiner wird. Dieser Effekt kann durch die Orientierungspolarisation erklärt werden.

- f) Erklären Sie wie der Effekt der Orientierungspolarisation zu einer kleineren Spannung zwischen den Kondensatorplatten führt. Geben Sie den Zusammenhang zwischen der elektrischen Flussdichte, Feldstärke und der Polarisation an. Was ist die dielektrische Suszeptibilität? (4 Punkte)

2 Gleichstromnetzwerk

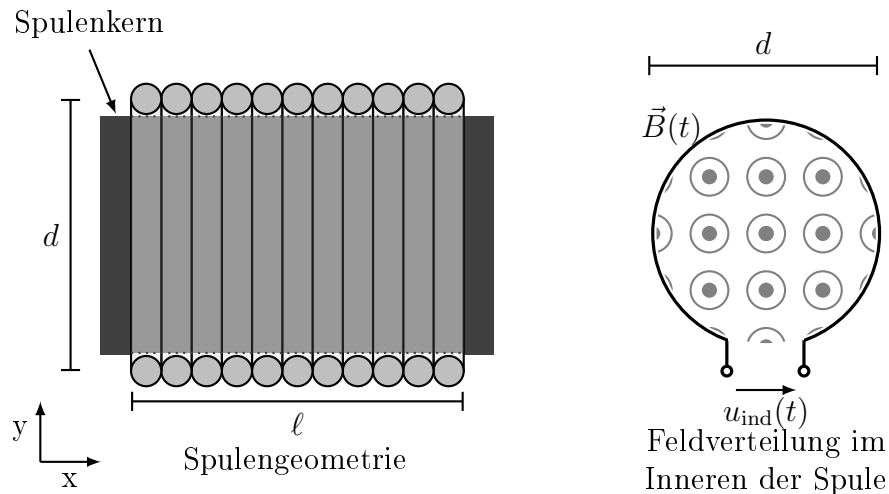
Punkte: 13

Das gegebene Netzwerk besteht aus einer idealen Gleichspannungsquelle U_1 , zwei idealen Gleichstromquellen I_1 und I_2 , sowie 4 Widerständen R_1 bis R_4 mit bekannten Werten. Die Klemmen A und B sind unbeschaltet (Leerlauf).

- Bestimmen Sie mit Hilfe des Superpositionsverfahrens die Spannung U_{AB} zwischen den Klemmen A und B für den Leerlauffall. Fertigen Sie für jeden Fall, den Sie betrachten, eine gesonderte Skizze an, in der Sie relevante Größen eintragen. (8 Punkte)
Hinweis: Nutzen Sie wenn möglich den Strom- oder Spannungsteiler.
- Bestimmen Sie den Innenwiderstand bezüglich der Klemmen A und B . (2 Punkte)
- Bestimmen Sie die Ersatzstromquelle bezüglich der Klemmen A und B und skizzieren Sie diese. (2 Punkte)
- An die Klemmen A und B der Ersatzstromquelle aus Aufgabenteil c) wird nun ein Lastwiderstand R_L mit einem bekannten Wert angeschlossen. Bestimmen Sie in Abhängigkeit des Innenwiderstandes R_i der Ersatzstromquelle die Leistung P_L , die im Widerstand R_L umgesetzt wird. (1 Punkt)

3 Zeitlich veränderliches Magnetfeld

Punkte: 19



Gegeben sei eine ideale Zylinderspule der Länge ℓ mit N Windungen und dem Durchmesser d . Die Spule wird von einem Wechselstrom $i(t)$ durchflossen, der ein zeitlich veränderliches Magnetfeld $\vec{B}(t)$ erzeugt. Die Spule besitzt einen Spulenkern mit der relativen Permeabilität μ_r . Im Folgenden sollen dieses Magnetfeld und die durch Selbstinduktion entstehende Induktionsspannung u_{ind} berechnet werden.

Hinweis: Die Aufgabenteile a) und b) sowie g) bis i) lassen sich unabhängig voneinander lösen.

- a) Begründen Sie, in welche Richtung der Strom durch die Spule fließen muss, um die gezeichnete Feldrichtung zu verursachen. (1 Punkt)

Im Folgenden soll allgemein die magnetische Flussdichte $\vec{B}(t)$ im Inneren der Zylinderspule mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes bestimmt werden. Gehen sie davon aus, dass die Zylinderspule wesentlich länger als ihr Durchmesser ist. ($d \ll \ell$)

- b) Geben Sie das Durchflutungsgesetz in Abhängigkeit der Windungszahl N und des Stromes $i(t)$ an. (1 Punkt)

⇒

- c) Wählen Sie für die Anwendung des Durchflutungsgesetzes einen geeigneten Integrationsweg durch die Spulengeometrie. Fertigen Sie dazu eine Skizze analog zur linken Abbildung an und kennzeichnen Sie den Integrationsweg, sowie einzelne Abschnitte auf dem Integrationsweg.

Hinweis: Der Integrationsweg sollte alle relevanten Teilströme enthalten. (2 Punkte)

- d) Führen Sie die Integration aus und bestimmen Sie allgemein die magnetische Feldstärke $\vec{H}(t)$. Begründen Sie vorgenommene Vereinfachungen.

Hinweis: Welche Teilabschnitte liefern einen Beitrag zum Integral? (4 Punkte)

Bei dem Strom handelt es sich um einen sinusförmigen Wechselstrom mit der Frequenz f , der von einem Gleichanteil überlagert wird: $i(t) = i_0 + i_{\text{dyn}}(t)$

Der Gleichanteil wird durch diese Überlagerung um maximal 5% verstärkt oder geschwächt.

- e) Geben Sie allgemein den Gesamtstrom $i(t)$ in Abhängigkeit der Frequenz f und seinem Gleichanteil i_0 . (1 Punkt)

- f) Bestimmen Sie allgemein die magnetische Flussdichte $\vec{B}(t)$ im Inneren der Spule in Abhängigkeit von f und i_0 . Nutzen Sie dabei das Ergebnis aus e). (1 Punkt)

- g) Bestimmen Sie allgemein den magnetischen Fluss $\Phi(t)$ im Inneren der Spule in Abhängigkeit von der Frequenz f . Begründen Sie vorgenommene Vereinfachungen.

Hinweis: Falls Sie Aufgabenteil e) nicht lösen konnten, verwenden Sie den Zusammenhang $\vec{B}(t) = \vec{B}_0 + \hat{B}_{\text{dyn}} \sin(\omega t)$ (3 Punkte)

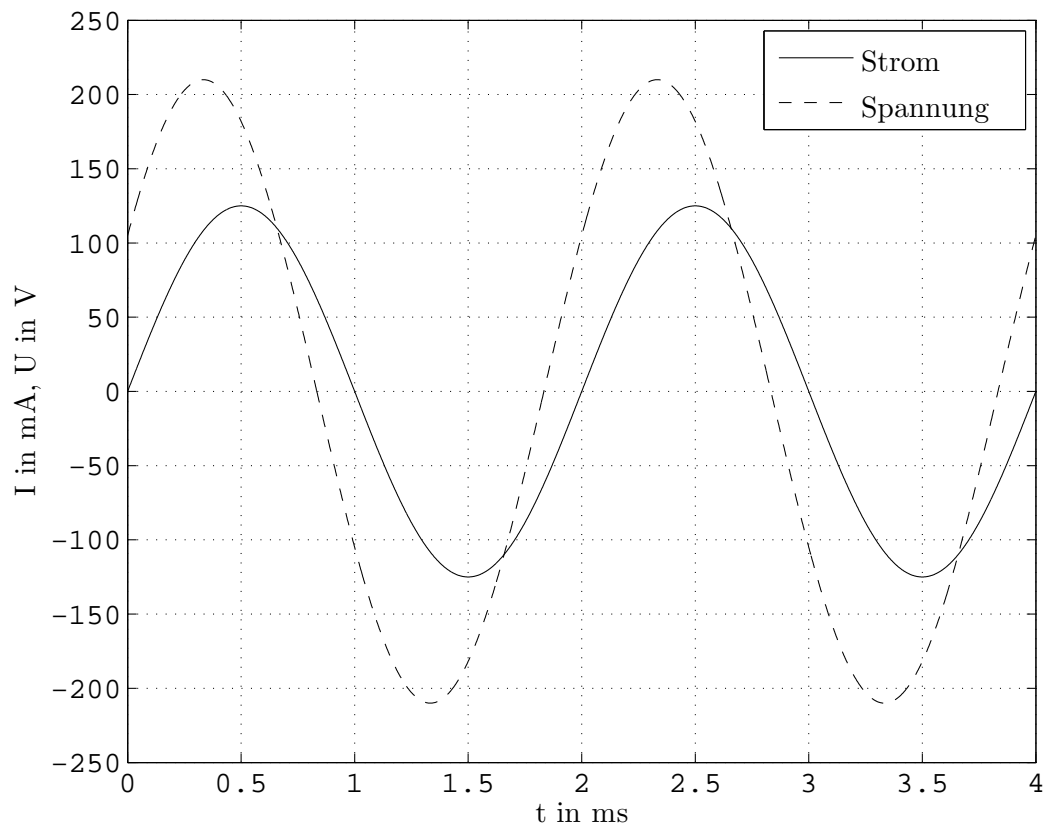
- h) Bestimmen Sie allgemein die durch die Änderung des magnetischen Flusses induzierte Spannung $u_{\text{ind}}(t)$. Geben Sie den Scheitelwert \hat{u}_{ind} an. (3 Punkte)

- i) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf des magnetischen Flusses sowie den Verlauf der induzierten Spannung über der Zeit t in demselben Koordinatensystem. Kennzeichnen Sie Periodendauern, Amplituden und etwaige Gleichanteile. (3 Punkte)

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 28

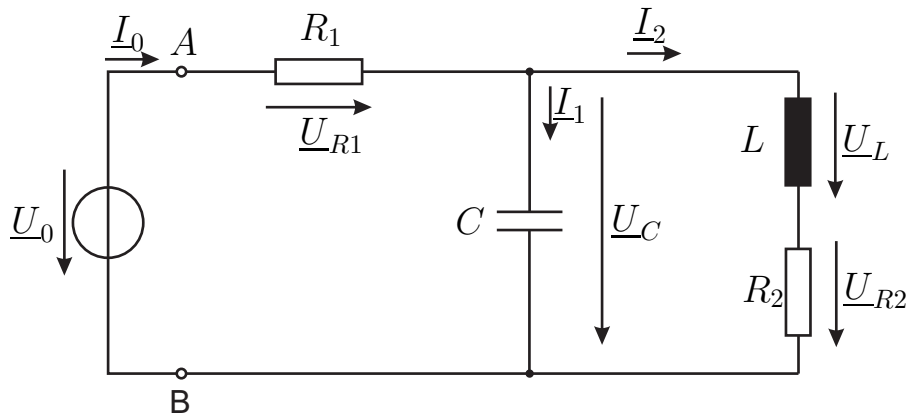
Ihre Aufgabe ist es, das Wechselstrom-Verhalten eines Geräts zu analysieren, dessen interner Aufbau vorerst nicht bekannt ist. Sie speisen das Gerät dafür mit einer Wechselspannung und erhalten den folgenden zeitlichen Verlauf von Strom und Spannung.



- a) Bestimmen Sie die eingestellte Frequenz. (1 Punkt)
- b) Welche Phasenverschiebung in $^\circ$ zwischen Strom und Spannung hat sich eingestellt? Handelt es sich dabei um induktives oder kapazitives Verhalten? (2 Punkte)
- c) Begründen Sie kurz, warum für Wechselstromnetzwerke, in denen sowohl Induktivitäten als auch Kapazitäten vorhanden sind, im Allgemeinen nicht gesagt werden kann, dass diese induktiv oder kapazitiv sind. (1 Punkt)

⇒

Bei der weiteren Untersuchung des Geräts ergibt sich das folgende Ersatzschaltbild:



- d) Zeigen Sie, dass sich die Impedanz \underline{Z} der Schaltung in folgender Form schreiben lässt: (4 Punkte)

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2 + j(\omega L - \omega C R_2^2 - \omega^3 C L^2)}{\omega^2 C^2 R_2^2 + (\omega^2 L C - 1)^2}$$

- e) Welche Art von Schwingkreis finden Sie in der Schaltung wieder? (1 Punkt)
- f) Die Schaltung wird mit einer konstanten Wechselspannung \underline{U}_0 gespeist, deren Frequenz gleich der Resonanzfrequenz ($f = f_0$) ist. Wird in diesem Fall der Betrag des Speisestroms $|\underline{I}_0|$ ausgehend von Ihrer Antwort aus Aufgabenteil e) minimal oder maximal? Wie verhält sich in diesem Fall der Betrag der Impedanz $|\underline{Z}|$? Begründen Sie jeweils kurz. (2 Punkte)

Hinweis: Die Begründung kann unter Zuhilfenahme einer prinzipiellen Zeigerdarstellung erfolgen. Sie können bei Ihrer Argumentation ohmsche Effekte vernachlässigen.

- g) Wie lautet unter Vernachlässigung von R_1 und R_2 die allgemeine Formel zur Berechnung der Resonanzfrequenz f_0 ? (1 Punkt)

\Rightarrow

Für das Ersatzschaltbild haben Sie im weiteren Verlauf Ihrer Untersuchungen folgende Werte bestimmt:

$$R_1 = 10 \, \Omega, \, R_2 = 50 \, \Omega, \, L = \frac{1}{2\pi} \, \text{H}, \, C = \frac{50}{\pi} \, \mu\text{F}$$

Das Gerät wird bei einer Frequenz $f = 50 \, \text{Hz}$ betrieben. Dabei wird der Strom $\underline{I}_1 = j 0,5 \, \text{A}$ gemessen.

- h) Berechnen Sie sämtliche Spannungen und Ströme im Netzwerk in komplexer Schreibweise. (8 Punkte)

Verwenden Sie ab hier die im Folgenden angegebenen Werte:

$$\underline{U}_0 = (230 - j20) \, \text{V}$$

$$\underline{U}_C = 200 \, \text{V}$$

$$\underline{U}_L = 100 + j100 \, \text{V}$$

$$\underline{I}_0 = (1 - j0,5) \, \text{A}$$

$$\underline{U}_{R_2} = (100 - j100) \, \text{V}$$

$$\underline{I}_2 = (1 - j1) \, \text{A}$$

- i) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm mit sämtlichen Spannungen und Strömen und dem Phasenwinkel φ (Maßstab: $20 \, \text{V} \hat{=} 1 \, \text{cm}$, $1 \, \text{A} \hat{=} 4 \, \text{cm}$), aus dem die elektrotechnischen Zusammenhänge hervorgehen (*Stichwort*: Kirchhoff'sche Regeln). (4 Punkte)

Hinweis: Fehlende Größen ergeben sich konstruktiv und brauchen daher nicht berechnet werden.

Die Phasenverschiebung der Schaltung soll kompensiert werden ($\varphi = 0^\circ$).

- j) Welches Bauteil schalten Sie zwischen die Eingangsklemmen A und B parallel zur Schaltung? Begründen Sie. (1 Punkt)
- k) Zeichnen Sie den resultierenden Zeiger des Stroms \underline{I}_x in das Zeigerdiagramm ein und bestimmen Sie den Betrag des Stroms, der bei der vollständigen Kompensation des Phasenwinkels durch dieses Bauteil fließt. (2 Punkte)
- l) Berechnen Sie annähernd die Größe des Bauteils. (1 Punkt)

Hinweis: $|\underline{U}_0| = 250 \, \text{V}$ und $\pi \approx 3$

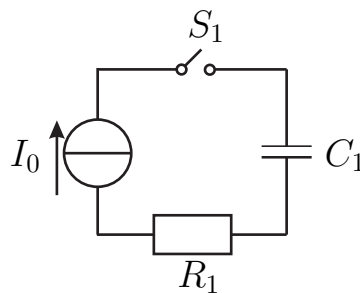
5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 20

In der folgenden Aufgabe wird das Laden eines Kondensators mit einer Stromquelle (Aufgabenteile a) - e)) und in einer zweiten Auslegung mit einer Spannungsquelle (Aufgabenteile f) - k)) betrachtet. Anschließend wird die Energie in einem Netzwerk untersucht (Aufgabenteile l) - n)).

Beachten Sie, dass die Bearbeitung der Teilabschnitte unabhängig voneinander durchgeführt werden kann.

Laden mit Stromquelle: (5 Punkte)

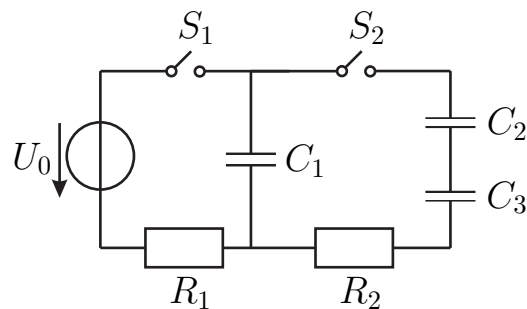


Vor dem Schließen des Schalters S_1 ist die Ladung Q_{C_1} des Kondensators C_1 gleich Null. Der Schalter wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

- Geben Sie die Maßeinheit der Ladung in SI-Basiseinheiten an. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie allgemein die Ladung $q_{C_1}(t)$ des Kondensators C_1 während des Ladevorgangs. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie allgemein die Spannung $u_{C_1}(t)$ über dem Kondensator C_1 . (1 Punkt)
- Skizzieren Sie den Spannungsverlauf $u_{C_1}(t)$. (1 Punkt)
- Geben sie den Startwert $\lim_{t \rightarrow 0} u_{C_1}(t)$ und den Endwert $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{C_1}(t)$ der Spannung $u_{C_1}(t)$ an. (1 Punkt)

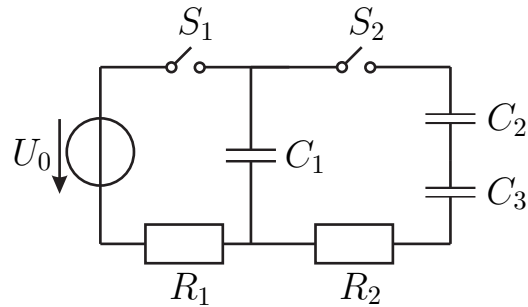
Laden mit Spannungsquelle: (10 Punkte)

Es gelten die gleichen Anfangsbedingungen: Vor dem Schließen des Schalters S_1 sind alle Kondensatoren ungeladen. Der Schalter S_1 wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen, der Schalter S_2 bleibt offen.



- f) Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt $t > 0$ und tragen Sie die relevanten Spannungen und Ströme ein. (1 Punkt)
- g) Stellen Sie formelmäßig die Differentialgleichung (DGL) für die Spannung $u_{C1}(t)$ über dem Kondensator C_1 während des Ladevorgangs auf. (3 Punkte)
- h) Formen Sie die Differentialgleichung aus g) so um, dass Sie der Form
- $$\frac{dX}{dt} + \frac{1}{b}X - \frac{a}{b} = 0$$
- entspricht und lösen Sie dann die DGL, indem Sie ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Lösung
- $$X(t) = a(1 - e^{-t/b})$$
- annehmen. (2 Punkte)
- i) Skizzieren Sie den Spannungsverlauf $u_{C1}(t)$. (1 Punkt)
- j) Berechnen Sie Start- $\lim_{t \rightarrow 0} u_{C1}(t)$ und Endwert $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{C1}(t)$ der Spannung. (1 Punkt)
- k) Leiten Sie ausgehend von $u_{C1}(t)$ aus Aufgabe h) den Strom $i_{C1}(t)$ her. (2 Punkte)
- Hinweis:* Sollten Sie **kein Ergebnis** aus Aufgabe h) haben benutzen Sie die folgende Gleichung:

$$u_{C1}(t) = I_0 R (1 - e^{-t/\tau})$$

Energie im Netzwerk (5 Punkte)

Betrachtet wird weiterhin das Kondensatornetzwerk mit den Kondensatoren C_1 , C_2 und C_3 und der Spannungsquelle U_0 . Nachdem der Ladevorgang des Kondensators C_1 abgeschlossen ist, wird der Schalter S_1 geöffnet. Der Schalter S_2 bleibt geöffnet.

Gegeben: $C_1 = 200 \mu\text{F}$, $C_2 = 400 \mu\text{F}$, $C_3 = 400 \mu\text{F}$, $U_0 = 100 \text{ V}$

- l) Bestimmen Sie formelmäßig und zahlenmäßig die Gesamtenergie W_{ges1} , die im Netzwerk gespeichert ist. (2 Punkte)

Der Schalter S_2 wird nun geschlossen.

- m) Bestimmen Sie erneut formelmäßig und zahlenmäßig die Gesamtenergie W_{ges2} im Netzwerk. (2 Punkte)
- n) Erläutern Sie die Energiedifferenz $W_{diff} = W_{ges1} - W_{ges2}$. (1 Punkt)