Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

16.10.2007

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

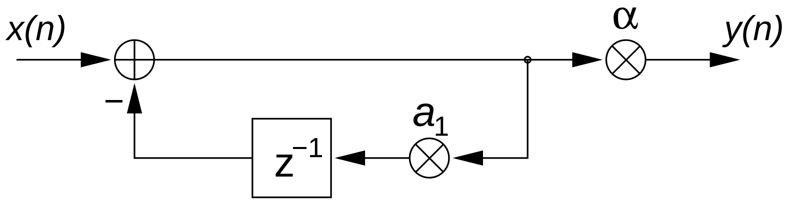
Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1		
2		
3		
4		
Σ		
Note		

Aufgabe 1: Differenzengleichung und Übertragungsfunktion

(12 Punkte)

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines linearen zeitdiskreten Systems:



Für die Teilaufgaben a) bis g) gilt: $a_1 = \frac{1}{2}$ sowie $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ an.

b) Bestimmen Sie die z-Transformierte der Differenzengleichung $Y(z)$ sowie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems.

c) Bestimmen Sie den Parameter α so, dass gilt: $H(e^{j\frac{\pi}{2}}) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}j$.

d) Ist das durch $H(z)$ bestimmte Filter linearphasig? Falls ja: welcher Typ (I, II, III oder IV)? Begründen Sie Ihre Aussage(n)!

e) Bestimmen Sie $|H(e^{j0})|$, $|H(e^{j\frac{\pi}{2}})|$ sowie $|H(e^{j\pi})|$. Nehmen Sie dabei für den Parameter α den in Teilaufgabe c) berechneten Zahlenwert an!

f) Weist das System Hochpass- oder Tiefpasscharakter auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

g) Führen Sie abhängig von Ihrem Ergebnis aus Teilaufgabe f) eine Hochpass-Tiefpass-Transformation bzw. eine Tiefpass-Hochpass-Transformation der Übertragungsfunktion $H(z)$ durch und geben Sie die resultierende Übertragungsfunktion $H_2(z)$ an! Hierbei gilt

$$\Omega_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{TP})} = \pi - \Omega_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{HP})}$$

wobei $\Omega_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{TP})}$ und $\Omega_{\mathrm{p}}^{(\mathrm{HP})}$ die Grenzen der Durchlassbereiche des Tiefpassfilters (TP) bzw. des Hochpassfilters (HP) bezeichnen. Für die Transformation gilt außerdem: $\gamma = 0$.

Für die nachfolgende Teilaufgabe h) gilt nun $\alpha \in \mathbb{R}$ sowie $a_1 \in \mathbb{R}$.

h) Für welche Werte von a_1 ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: Entwurf eines IIR-Filters

(15 Punkte)

gemeint war hier: δp=0.15

Es soll ein IIR-Filter mit nachfolgenden Eigenschaften entworfen werden:

$$1 - \delta_{\mathrm{p}} = 0.15, \quad \delta_{\mathrm{st}} = 0.3, \quad \Omega_{\mathrm{p}} = 0.2\pi, \quad \Omega_{\mathrm{st}} = 0.6\pi, \quad \Omega_{\mathrm{c}} = \frac{\Omega_{\mathrm{st}}+\Omega_{\mathrm{p}}}{2}, \quad \frac{1}{T} = 1\,\mathrm{kHz}$$

a) Skizzieren Sie das Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich und tragen Sie darin alle relevanten Größen mit den dazugehörigen Zahlenwerten ein.

b) Berechnen Sie Sperrdämpfung d_{st} und die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: *passband ripple*) R_{p} jeweils in [dB].

c) Bestimmen Sie ω_{st} und ω_{p} im analogen Bereich mittels der bilinearen Transformation. Nehmen Sie hierbei $\Omega' = \Omega_{\mathrm{p}}$ sowie $\omega' = \frac{\Omega_{\mathrm{p}}}{T}$ an.

Betrachten Sie für die nachfolgenden Teilaufgaben d) bis f) den Butterworth-Filterentwurf.

d) Bestimmen Sie die minimale benötigte Butterworth-Filterordnung N, um die oben genannten Anforderungen zu erfüllen.

e) Geben Sie die Lage aller Pol- und Nullstellen des *analogen* Butterworth-Filters an und skizzieren Sie das dazugehörige Pol-Nullstellen-Diagramm in der s-Ebene. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!

f) Geben Sie die Lage aller Polstellen des *zeitdiskreten* Butterworth-Filters als Funktion der Polstellen des *analogen* Butterworth-Filters an (Die Angabe von Zahlenwerten ist *nicht* erforderlich.). Geben Sie außerdem die Lage der Nullstellen des *zeitdiskreten* Butterworth-Filters an. Gehen Sie unter Annahme der zuvor entwickelten bilinearen Transformation vor!

Aufgabe 3: Analyse eines LSI-Systems

(13 Punkte)

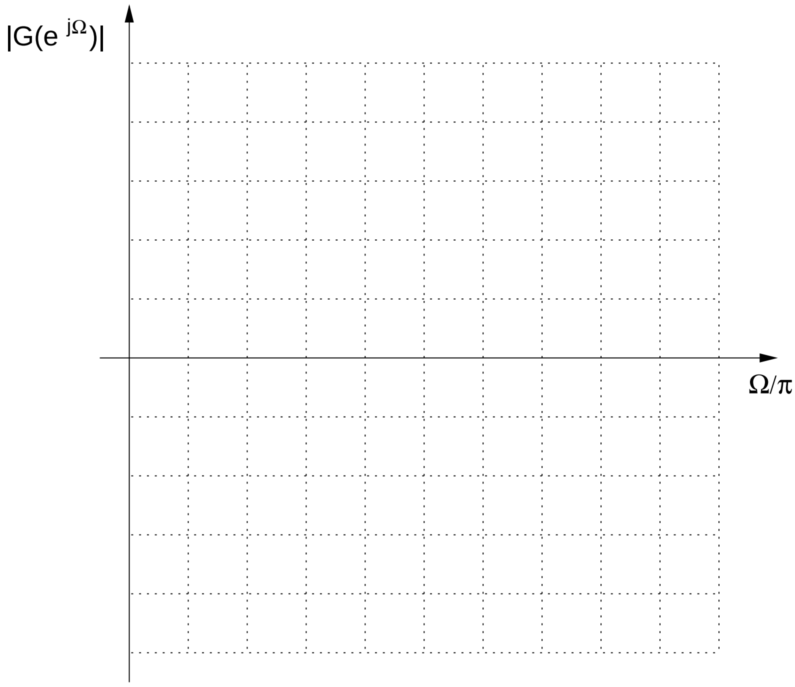
Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines kausalen, linearen und verschiebungsinvarianten Systems:

$$G(z) = \frac{(1 - 4z^{-1} + 8z^{-2})(1 - 2z^{-1})}{1 - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}}$$

a) Geben Sie die Lage aller Pol- und Nullstellen von $G(z)$ and und skizzieren Sie das dazugehörige Pol-Nullstellen-Diagramm. Geben Sie ferner das Konvergenzgebiet (ROC) an und schraffieren Sie diesen Bereich im Pol-Nullstellen-Diagramm. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!

b) Ist das System stabil? Begründen Sie!

c) Skizzieren Sie den Amplitudengang $|G(e^{j\Omega})|$ des Systems im Bereich von $0 \leq \Omega \leq \pi$ in das nachfolgende Diagramm. Beschriften Sie die Achsen!



d) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems in der Direktform II.

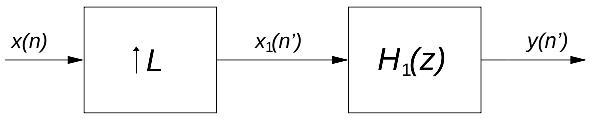
e) Existiert für das gegebene System ein stabiles kausales inverses System? Begründen Sie Ihre Aussage!

f) Geben Sie ein minimalphasiges System $G_{\min}(z)$ an, welches bis auf einen Faktor b_0 den gleichen Amplitudengang wie $G(z)$ aufweist. Der Faktor b_0 braucht hierbei *nicht* berechnet zu werden!

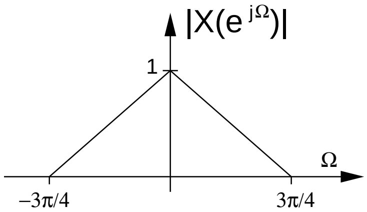
Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

(10 Punkte)

Für die Teilaufgaben a) und b) sei die nachfolgende Konfiguration zur Abtastratenwandlung gegeben:

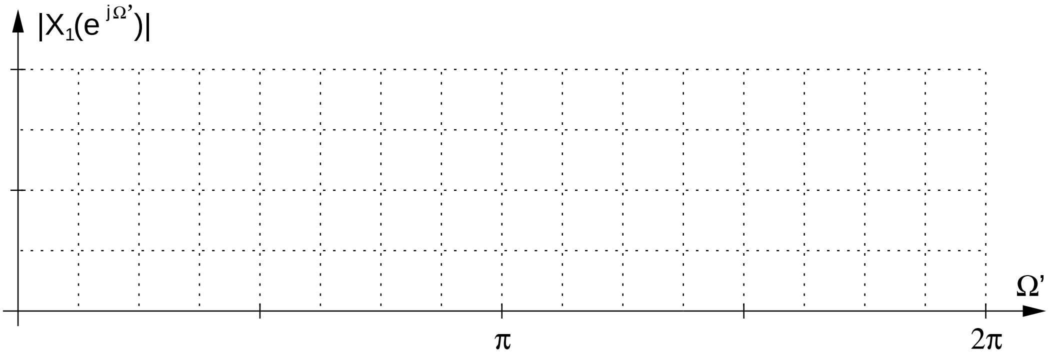


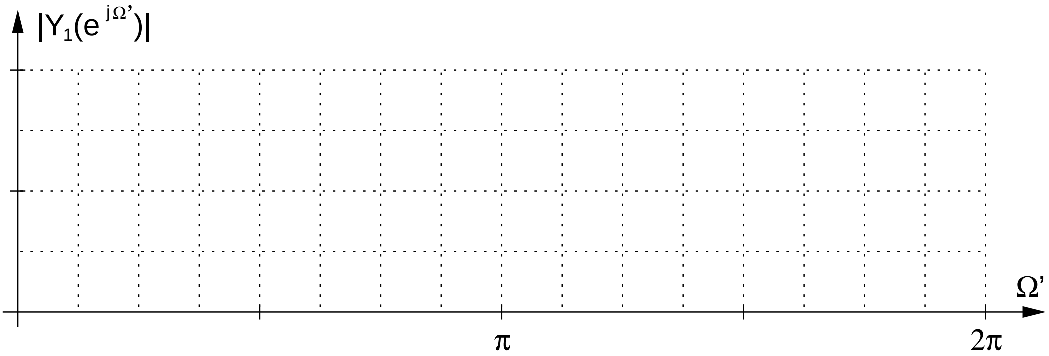
Das System soll eingesetzt werden, um ein Signal $x(n)$ der Abtastfrequenz $f_{\mathrm{s}} = 8\,\mathrm{kHz}$ in ein Signal $y(n')$ der Abtastfrequenz $f'_{\mathrm{s}} = 16\,\mathrm{kHz}$ umzuwandeln. Das Signal $x(n)$ habe hierbei folgendes Betragsspektrum:



a) Berechnen Sie den Wert für den Überabtastfaktor L sowie die normierte Grenzfrequenz Ω'_{c} des Filters $H_1(z)$. Um welchen Typ handelt es sich bei diesem Filter (Hochpass, Tiefpass, Bandpass oder Bandsperre)?

b) Skizzieren Sie die Betragsspektren der Signale $x_1(n')$ sowie $y(n')$ im Bereich $0 \leq \Omega' \leq 2\pi$ in die beiden nachfolgenden Diagramme. Eine Beschriftung der beiden Achsen für $|X_1(e^{j\Omega'})|$ und $|Y_1(e^{j\Omega'})|$ ist hierbei *nicht* erforderlich!

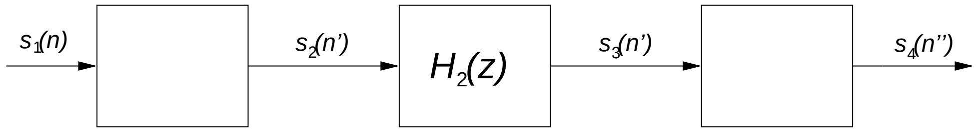




(Fortsetzung Aufgabe 4)

In den nachfolgenden Teilaufgaben c) und d) soll nun die Abtastratenwandlung eines Signals $x_2(n)$ der Abtastrate $f_\mathrm{s} = 48\,\mathrm{kHz}$ in ein Signal $y_2(n'')$ der Abtastrate $f''_\mathrm{s} = 32\,\mathrm{kHz}$ betrachtet werden.

c) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild und berechnen Sie f'_s sowie die normierte Grenzfrequenz Ω'_c des Filters $H_2(z)$.



d) Skizzieren Sie die Polyphasendarstellung zu dem Blockschaltbild aus Teilaufgabe c). Beschriften Sie alle Blöcke des Schaltbildes (eine Berechnung der Filter-Übertragungsfunktionen ist *nicht* erforderlich!).