1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

a) $C = \varepsilon \frac{A}{d}$ (1)

$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r,\ \varepsilon_{r,Luft} = 1$

$A = a \cdot b$

$C_0 = \varepsilon_0 \frac{ab}{d}$ (0,5)

$\sum_a 1,5$

b) $Q = C \cdot U$ (1)

$\sigma = \frac{Q}{A}$ (1)

$\sigma = \frac{\varepsilon_0 U_0}{d}$ (0,5)

$\sum_b 2,5$

c) $C_L = \varepsilon_0 \frac{(a-h) \cdot b}{d}$ (0,5)

$C_D = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{h \cdot b}{d}$ (0,5)

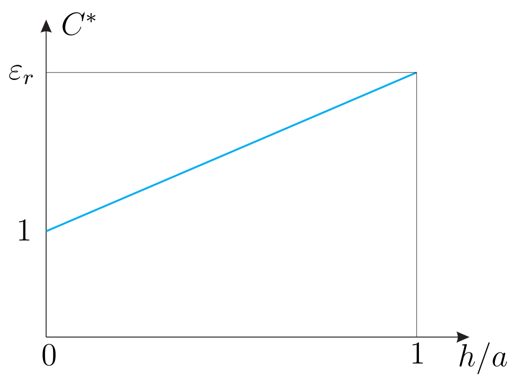
$C_f = C_L + C_D$ (Parallelschaltung) (1)

$C_f = \varepsilon_0 \frac{((a-h) + \varepsilon_r \cdot h) \cdot b}{d}$ (1)

$\sum_c 3$

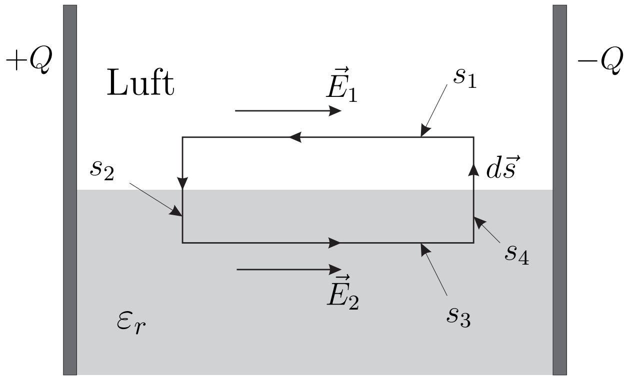
d) $C^* = \frac{C_F}{C_0} = 1 + (\varepsilon_r - 1)\frac{h}{a}$ (1)

Skizze (1)



$\sum_d 2$

e) Skizze (1)



$\oint\limits_s \vec{E}d\vec{s} = 0$ (1)

$\oint\limits_s \vec{E}d\vec{s} = \sum\limits_{i=1}^{4} \int\limits_{si} \vec{E}d\vec{s} = 0$ (0,5)

$\int\limits_{s1} \vec{E}d\vec{s} = -\int\limits_{s1} E_1 ds = -E_1 \cdot l$ (0,5)

$\int\limits_{s3} \vec{E}d\vec{s} = \int\limits_{s3} E_2 ds = E_2 \cdot l$ (0,5)

$\int\limits_{s2} \vec{E}d\vec{s} = \int\limits_{s4} \vec{E}d\vec{s} = 0$, da $\vec{E}_1$ bzw. $\vec{E}_2 \perp d\vec{s}$ (1)

$E_1 = E_2$ (0,5)

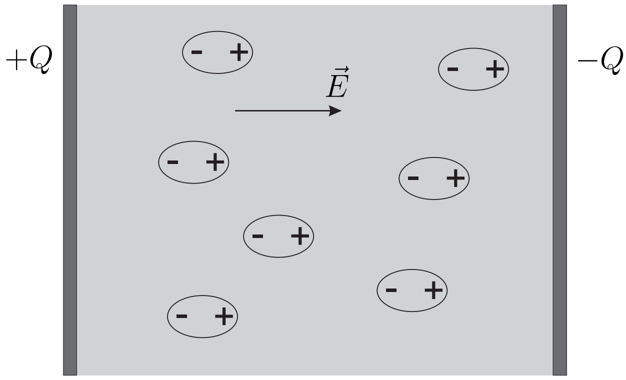
$D = \varepsilon E$ (1)

$D_1 = \varepsilon_0 \cdot 1 \cdot E_1,\ D_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E_2$

$\frac{D_2}{D_1} = \varepsilon_r$ (1)

$\sum_e 7$

f) Als Orientierungspolarisation versteht man die **Ausrichtung der Dipole** in einem Medium durch ein äußeres elektrische Feld. Die ausgerichteten Dipole erzeugen ein **gegensinniges Feld** und **schwächen** so das äußere elektrische Feld. (2)



$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ (1) $= \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0\chi\vec{E}$

Die dielektrische Suszeptibilität χ ist die Differenz zwischen der Dielektrizitätszahl der Materie und dem Wert 1 des Vakuums: $\chi = \varepsilon_r - 1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1$ (1)

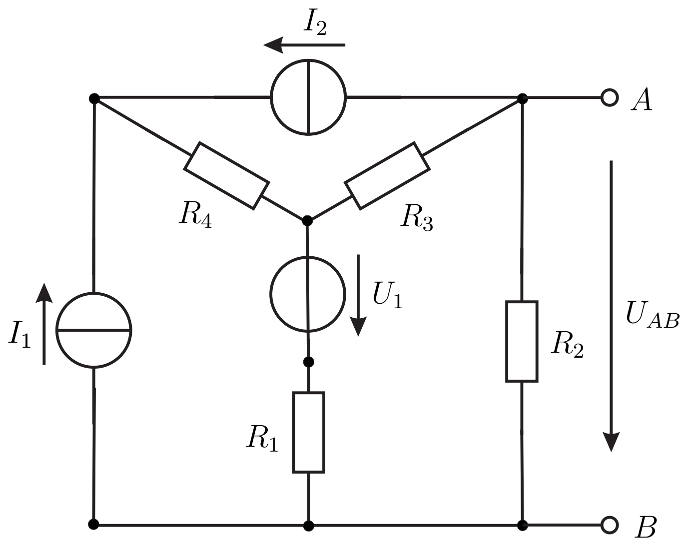
$\sum_f 4$

2 Gleichstromnetzwerk

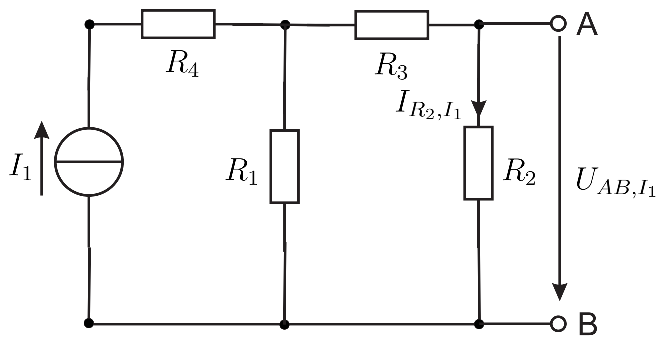
Punkte: 13

a) Superpositionsprinzip

die Wirkung jeder Quelle getrennt betrachten, danach die Einzelwirkungen zur Gesamtwirkung überlagern. Quellen, deren Wirkung gerade nicht betrachtet wird, durch ihre Innenwiderstände ersetzen.



Wirkung der Quelle I_1 auf Netzwerk.

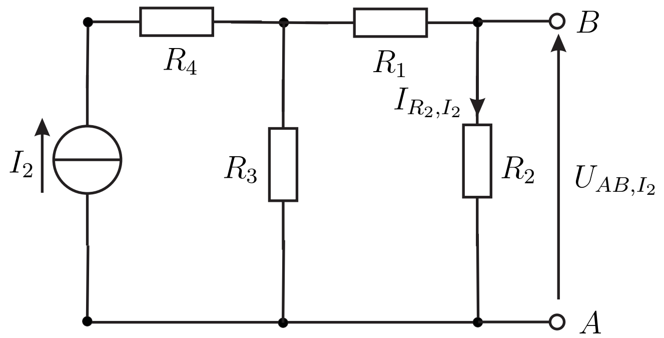


$$U_{AB,I_1} = I_{R_2,I_1} * R_2$$

$$I_{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} * I_1$$

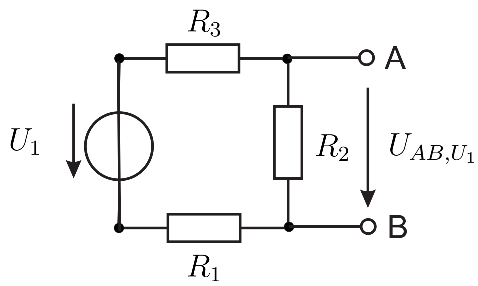
$$U_{AB,I_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} * I_1$$

Wirkung der Quelle I_2 auf Netzwerk.



$$I_{R_2,I_2} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * I_2$$
$$U_{AB,I_2} = -\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * I_2$$

Wirkung der Quelle U_1 auf Netzwerk.



$$U_{AB,U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} * U_1$$

Jede Skizze mit Beschriftung 1 Punkt, Jedes Ergebnis 1 Punkt, Ohmsches Gesetz 1 Punkt

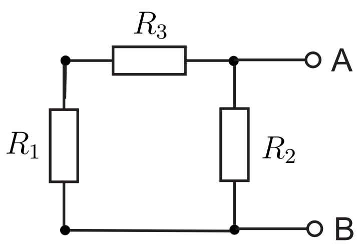
Endergebnis durch Superposition:

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{ab,I_1} - U_{ab,I_2} + U_{ab,U_1} \\ &= \frac{R_1 R_2 I_1 - R_2 R_3 I_2 + R_2 U_1}{(R_1 + R_2 + R_3)} \end{aligned}$$

Ergebnis Superposition 1 Punkt

$\sum_a 8$

b) Innenwiderstand

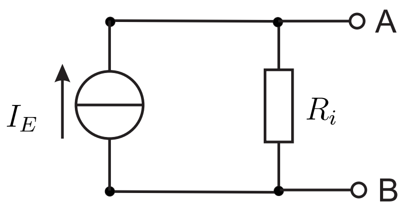


$$
\begin{aligned}
R_i &= (R_1 + R_3)||R_2 \\
&= \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R3}
\end{aligned}
$$

Berechnung 2 Punkte

$\sum_b 2$

c)

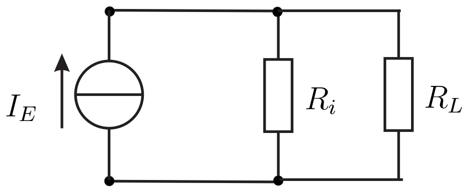


$$
\begin{aligned}
I_e &= \frac{U_{AB,a}}{R_I} \\
&= \frac{(R_1 R_2 I_1 - R_2 R_3 I_2 + R_2 U_1}{(R_1 + R_3)R_2}
\end{aligned}
$$

Skizze 1 Punkt, Berechnung 1 Punkt

$\sum_c 2$

d)



$$P_L = \left(\frac{R_i}{R_i + R_L} I_E\right)^2 \cdot R_L$$

Berechnung 1 Punkt

$\sum_d 1$

3 Zeitlich veränderliches Magnetfeld

Punkte: 19

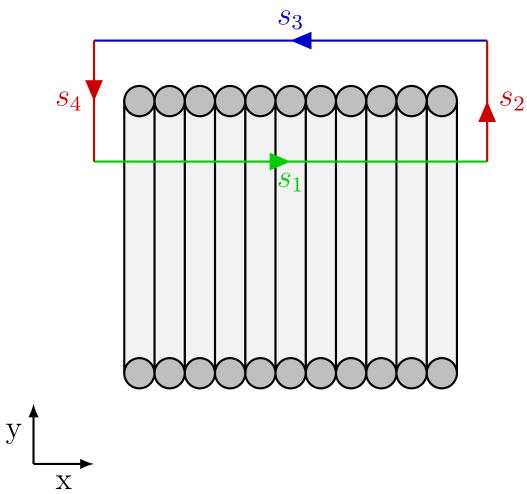
a) Rechte Hand Regel $\Rightarrow$ Strom fließt gegen den UZ-Sinn. (1)

$\sum_a 1$

b) $N \cdot i(t) = \oint \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}$ (1)

$\sum_b 1$

c)



Skizze (1)
Bezeichnungen (1)

$\sum_c 2$

d)

$$
\begin{aligned}
N \cdot i(t) &= \sum_i \int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_i \\
N \cdot i(t) &= \underbrace{\int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_1}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_2}_{\mathrm{II}} + \underbrace{\int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_3}_{\mathrm{III}} + \underbrace{\int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_4}_{\mathrm{IV}} \ (1) \\
\text{II und IV} &= 0, \text{ weil } \vec{H} \perp d\vec{s}_i \ (0.5) \\
\text{III} &= 0, \text{ weil } d << \ell \text{ und somit } \vec{H} \approx 0 \ (0.5)
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow N \cdot i(t) \quad = \quad \int \vec{H}(t)\,\mathrm{d}\vec{s}_1$$

$\vec{H}$ homogen entlang $\mathrm{d}\vec{s}_1$ (1)

$$\Rightarrow \vec{H}(t) \quad = \quad \frac{N \cdot i(t)}{\ell} \cdot \vec{e}_x \ (1)$$

$\sum_d 4$

e)

$$\begin{aligned} i_0(t) &= i_0 + 0.05 \cdot i_0 \cdot \sin \omega t \\ &= i_0(1 + 0.05 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)) \ (1) \end{aligned}$$

$\sum_e 1$

f)

$$\begin{aligned} \vec{B}(t) &= \frac{\mu_0 \mu_r N \cdot i(t)}{\ell} \cdot \vec{e}_x \\ &= \frac{\mu_0 \mu_r N \cdot i_0}{\ell}(1 + 0.05 \sin(2\pi f \cdot t)) \cdot \vec{e}_x \ (1) \\ &= B_0(1 + 0.05 \sin(2\pi f \cdot t)) \cdot \vec{e}_x \end{aligned}$$

$\sum_f 1$

g)

$$\Phi \quad = \quad \int_A \vec{B}(t)\mathrm{d}\,\vec{A} \ (1)$$

$\vec{B} \| \mathrm{d}\,\vec{A}$ (0.5)
$\vec{B}(t)$ homogen (0.5)

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= B(t) \cdot A = \vec{B}(t) \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \\ \Phi(t) &= \frac{\pi d^2 \cdot \mu_0 \mu_r N \cdot i_0}{4\ell} \cdot (1 + 0.05 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)) \ (1) \\ \Phi(t) &= B_0 \frac{\pi d^2}{4}(1 + 0.05 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)) \end{aligned}$$

$\sum_g 3$

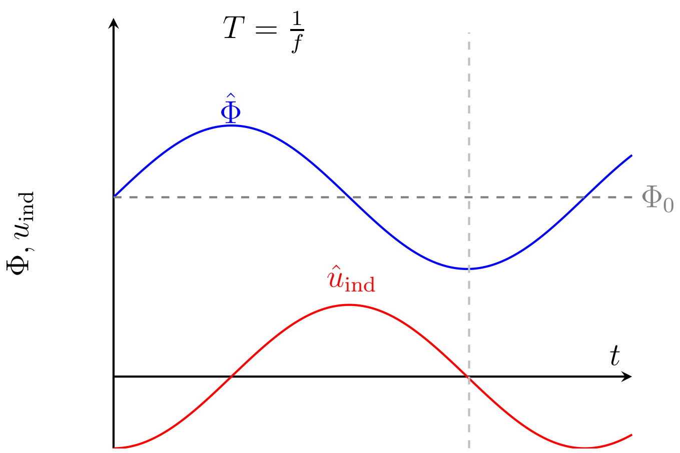
h)

$$
\begin{aligned}
u_{\text{ind}} &= -N\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} \;\; (1) \\
&= -N\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}B_0\frac{\pi d^2}{4}(1 + 0.05 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)) \\
&= -NB_0\frac{\pi d^2}{4} \cdot 2\pi f \cdot 0.05 \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \;\; (1)
\end{aligned}
$$

$\hat{u}_{\text{ind}} = NB_0 f \frac{(\pi d)^2}{40}$ (1)

$\sum_h 3$

i)



- Gleichanteil (1)
- Kenngrößen (1)
- Qualitativer Verlauf je (1)

$\sum_i 3$

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 28

a) $f = 500\,\mathrm{Hz}$

$\sum_a 1$

b) $\phi = 30°$.

Induktiv, da der Strom die Nulllinie später als die Spannung passiert.

$\sum_b 2$

c) Die Impedanz von Induktivitäten und Kapazitäten ist frequenzabhängig. Je nach Frequenz überwiegt die induktive oder kapazitive Impedanz, so dass im Allgemeinen nicht gesagt werden kann, das eine Schaltung induktiv oder kapazitiv ist. Diese Information muss immer im Kontext der Frequenz gesehen werden.

$\sum_c 1$

d)

$$\underline{Z} = R_1 + (C||\,(L + R_2))$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{-j\frac{1}{\omega C}\,(j\omega L + R_2)}{-j\frac{1}{\omega C} + j\omega L + R_2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{\frac{L}{C} - j\frac{R_2}{\omega C}}{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + R_2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{\left(\frac{L}{C} - j\frac{R_2}{\omega C}\right)\left(R_2 - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + {R_2}^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2\frac{L}{C} - j\frac{\omega L^2}{C} + j\frac{L}{\omega C^2} - j\frac{{R_2}^2}{\omega C} - \frac{R_2 L}{C} + \frac{R_2}{\omega^2 C^2}}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + {R_2}^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{-j\frac{\omega L^2}{C} + j\frac{L}{\omega C^2} - j\frac{{R_2}^2}{\omega C} + \frac{R_2}{\omega^2 C^2}}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + {R_2}^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{\frac{R_2}{\omega^2 C^2} + j\left(\frac{L}{\omega C^2} - \frac{{R_2}^2}{\omega C} - \frac{\omega L^2}{C}\right)}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + {R_2}^2}$$

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{R_2 + j\left(\omega L - \omega C{R_2}^2 - \omega^3 L^2 C\right)}{\omega^2 C^2 {R_2}^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}$$

$\sum_d 4$

e) Parallelschwingkreis

$\sum_e 1$

f) Bei Resonanz in einem Parallelschwingkreis wird der Strom minimal, die Impedanz entsprechend maximal. Bei Resonanz im Parallelschwingkreis beziehen sich die Stromzeiger auf einen gemeinsamen Spannungszeiger. Dabei sind die Ströme in den beiden Zweigen um 180° Phasenverschoben, so dass sie sich in Addition zum Gesamtstrom, den die speisende Quelle sieht, aufheben.

$\sum_f 2$

g) $$f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

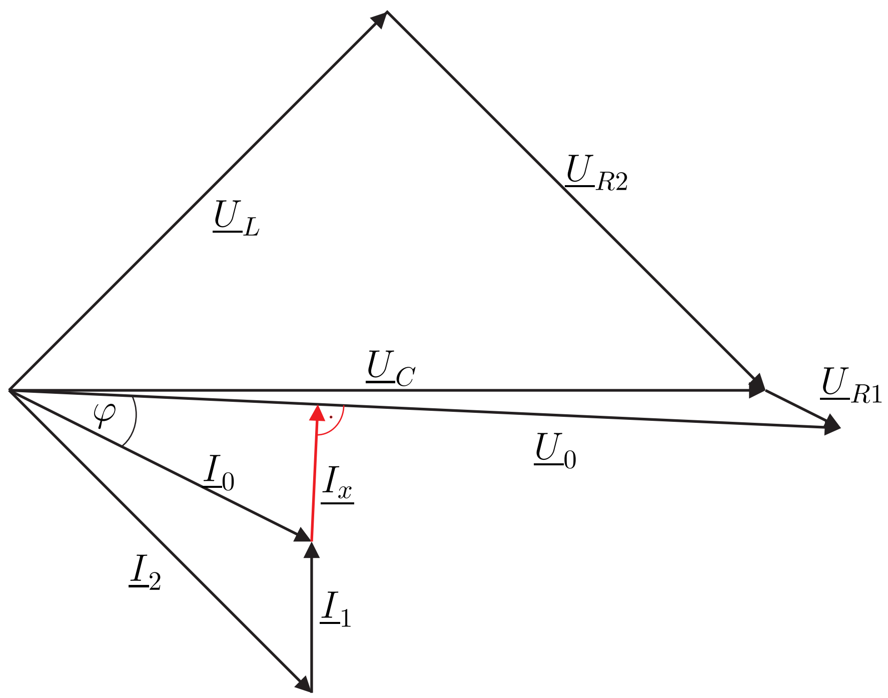
$\sum_g 1$

h) $$\begin{aligned}
\underline{U}_C &= \underline{I}_1 \underline{X}_C = \underline{I}_1 \frac{1}{jwC} \\
&= j0,5\,A\,(-j)\,\frac{1}{50\frac{1}{s}2\pi\frac{50}{\pi}\cdot 10^{-6}\frac{As}{V}} = 100V \\
\underline{I}_2 &= \frac{\underline{U}_C}{R_2 + \underline{X}_L} = \frac{\underline{U}_C}{R_2 + j\omega L} = \frac{\underline{U}_C\,(R_2 - j\omega L)}{R_2^2 + \omega^2 L^2} \\
&= \frac{100V\left(50\Omega - j2\pi\cdot 50\frac{1}{s}\frac{1}{2\pi}\frac{Vs}{A}\right)}{2500\frac{V^2}{A^2} + 4\pi^2 50^2\frac{1}{s^2}\frac{V^2 s^2}{A^2}} \\
&= \frac{5000\frac{V^2}{A} - j5000\frac{V^2}{A}}{2500\frac{V^2}{A^2} + 2500\frac{V^2}{A^2}} = \frac{50000(1-j)}{5000\frac{1}{A}} = 1A - j1A \\
\underline{U}_L &= \underline{I}_2 \cdot \underline{X}_L = \underline{I}_2 \cdot j\omega L = j\,(1A - j1A)\,2\pi 50\frac{1}{s}\frac{1}{2\pi}\frac{Vs}{A} = 50V + j50V \\
\underline{U}_{R2} &= \underline{I}_2 \cdot R_2 = (1A - 1A)\,50\frac{V}{A} = 50V - j50V \\
\underline{I}_0 &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = j0,5A + 1A - j1A = 1A - j0,5A \\
\underline{U}_{R1} &= \underline{I}_0 R_1 = (1A - j0,5A)\,10\frac{V}{A} = 10V - j5V \\
\underline{U}_0 &= \underline{U}_{R1} + \underline{U}_C = 10V - j5V + 100V = 110V - j5V
\end{aligned}$$

je richtiger Rechnung 1P

$\sum_h 8$

i)



je Richtiger Zeiger 0.5 Punkte

$\sum_i 4$

j)

induktives Verhalten $\Rightarrow$ Kapazität (1)

$\sum_j 1$

k) Richtiger Zeiger (1 Punkt)

Skizze: $|\underline{I}_C| \approx 0,45\,\text{A}$ (1)

$\sum_k 2$

l)

$$C = \frac{|\underline{I}_x|}{\omega|\underline{U}_0|} \text{ (0,5)}$$

$$C \approx \frac{0,45\,\text{A}}{2 \cdot 3 \cdot 50\,\text{Hz} \cdot 250\,\text{V}} \approx 6\,\mu\text{F} \text{ (0,5)}$$

$\sum_l 1$

5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 20

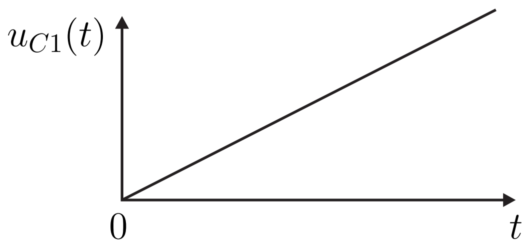
Laden mit Stromquelle

a) $[Q] = As$ (1)

b) Q in $[As] \rightarrow q(t) = i * t$ (0.5) $\rightarrow$ $q_{C1}(t) = I_0 * t$ (0.5)

c) $Q = U * C$ (0.5) $\Leftrightarrow U = \frac{Q}{C} \rightarrow u_{C1}(t) = \frac{I_0}{C_1} * t$ (0.5)

d) Skizze: Achsenbeschriftung (t, $u_{C1}(t)$) (0.5), lineare Steigung (0.5)

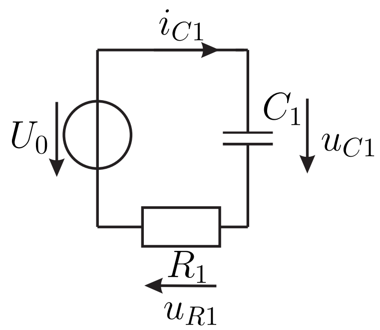


e) $\lim\limits_{t \to 0} u_{C1}(t) = \lim\limits_{t \to 0} \frac{I_0}{C_1} * t = 0$ (0.5)
(Für $t < 0$ wurde definiert: $u_{C1} = 0$.)
$\lim\limits_{t \to \infty} u_{C1}(t) = \frac{I_0}{C_1} * t = \infty$ (0.5)
(Bei konstantem Strom steigt die Spannung linear mit der Zeit.)

$\sum_{LadevorgangStromquelle} 5.0$

Laden mit Spannungsquelle

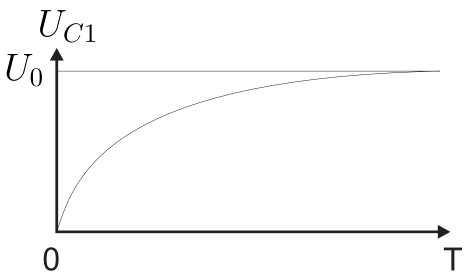
f) Skizze: Spannungen (0.5) + Pfeile konsistent mit Rechnung (0.5)



g) $U_0 = u_{C1}(t) + u_{R_1}(t)$ (1) $\quad | \; u_{R_1} = i_{C_1}(t) * R_1$ (0.5)
$\Leftrightarrow U_0 = u_{C1}(t) + i_{C_1}(t) * R_1$ $\quad | \; i_{C_1}(t) = C_1 \frac{du_{C1}}{dt}$ (1)
$\Leftrightarrow U_0 = u_{C1}(t) + C_1 \frac{du_{C1}}{dt} * R_1$ (0.5)

h) umstellen/ sortieren
$\Leftrightarrow C_1 R_1 \frac{du_{C1}}{dt} + u_{C1}(t) - U_0 = 0$ | normieren
$\Leftrightarrow \frac{du_{C1}}{dt} + \frac{u_{C1}(t)}{C_1 R_1} - \frac{U_0}{C_1 R_1} = 0$ (0.5)
aus DGL $\frac{dX}{dt} + \frac{1}{b}X - \frac{a}{b} = 0$ und Lösung $X(t) = a(1 - e^{-\frac{t}{b}})$ ergibt sich mit:
$X = u_{C1}$, $a = U_0$ und $b = C_1 R_1$: (1)
$u_{C1}(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{C_1 R_1}})$ (0.5)

i) Skizze: (Beschriftung, streng monoton steigend, asymptotisch; Start- und Endwert in j)) (1)



j) Startwert: $\lim_{t\to 0} u_{C1}(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t=0}{C_1 R_1}}) = U_0(1-1) = 0$ (0.5)

Endwert: $\lim_{t\to\infty} u_{C1}(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t=\infty}{C_1 R_1}}) = U_0(1-0) = U_0$ (0.5)

k) mit $i_{C_1}(t) = C_1 \frac{du_{C1}}{dt}$ muss also $u_{C1}(t)$ abgeleitet und mit C_1 multipliziert werden (0.5):

$i_{C1}(t) = C_1 \frac{U_0(1-e^{-\frac{t}{C_1 R_1}})}{dt}$ (0.5) $= C_1 \frac{U_0}{C_1 R_1} e^{-\frac{t}{C_1 R_1}}$ (0.5) $= \frac{U_0}{R_1} e^{-\frac{t}{C_1 R_1}}$ (0.5)

$\sum_{Ladevorgang Spannungsquelle} 10$

Energie im Netzwerk

l) $W_{ges1} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ (1)

Mit $U_{C_1} = U_0$ (0.5) und $Q_{C_1} = U_0 * C_1 = 100V * 200\mu F = 2 * 10^{-2}As$

$W_{ges1} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(2*10^{-2}As)^2}{2*100F10^{-6}} = \frac{4(10^{-2}As)^2}{4F10^{-4}} = 1\frac{(As)^2}{F}$ (0.5)

m) $W_{ges2} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{ges2}}$; $Q_{ges1} = Q_{ges2}$ (0.5)

$C_{ges2} = C_1 || (C_2 \text{ Reihe } C_3) = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$ (0.5)

$C_{ges2} = 200\mu F + \frac{400\mu F 400\mu F}{400\mu F + 400\mu F} = (200 + 200)\mu F = 400\mu F$ (0.5)
(C_{ges2} hat sich gegenüber C_{ges1} verdoppelt.

$W_{ges2} = 0.5 W_{ges1} = 0.5 \frac{(As)^2}{F}$ (0.5)

n) Beim verteilen der Ladung auf die Kondensatoren fließt ein Strom durch R_2 (0.5), welcher als Wärme (0.5) einen Energieverlust darstellt.

$\sum_{Energie im Netzwerk} 5$