Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher Prof. em. Dr.-Ing. W. Leonhard

Hans-Sommer-Str. 66 38106 Braunschweig Tel. (0531) 391-3836

Klausuraufgaben		en	Grundlagen der Elektrotechnik				16.03.2009	
Name:				Vorname:				
MatrNr.:				Studiengang:				
1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9:
	Sı	ımme:				Note:		

Alle Lösungen müssen nachvollziehbar bzw. begründet sein.

Für jede Aufgabe ein neues Blatt verwenden.

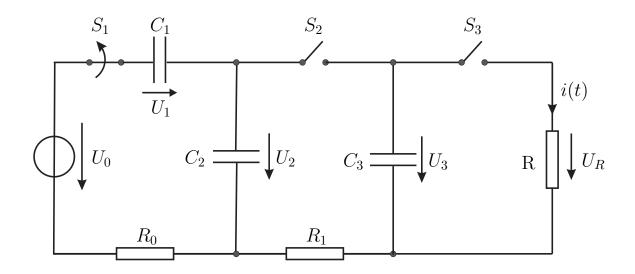
Keine Rückseiten beschreiben.

Keine roten Stifte verwenden.

Zugelassene Hilfsmittel:

- Handschriftliche Formelsammlung, zwei Seiten DIN-A4, doppelseitig beschrieben.
- Nichtprogrammierbarer Taschenrechner.

1 Kondensatornetzwerk



In dem gegebenen Netzwerk sind alle Kondensatoren ungeladen. Die Kondensatoren C_1 und C_2 sind über den Schalter S_1 an die Gleichspannungsquelle U_0 angeschlossen.

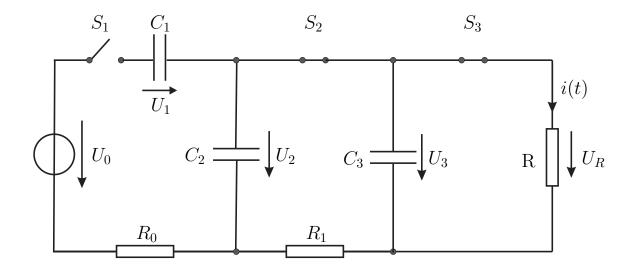
Gegeben: $U_0 = 25V$, $C_1 = 80nF$ und $C_2 = 20nF$

Zu Beginn ist Schalter S_1 geschlossen und Schalter S_2 und S_3 sind geöffnet. Das Abklingen des Einschwingvorganges wird abgewartet. Die Widerstände R_0 und R_1 sind zu vernachlässigen.

- a) Berechnen Sie zahlenmäßig die Spannungen U_1 , U_2 und U_3 , die an den Kondensatoren C_1 , C_2 und C_3 anliegen. (4 Punkte)
- b) Es sind die Energien W_2 und W_3 , die in den Kondensatoren C_2 und C_3 gespeichert sind, zahlenmäßig anzugeben. (2 Punkte)

Nun wird Schalter S_1 geöffnet und Schalter S_2 geschlossen. Schalter S_3 bleibt weiterhin geöffnet. Das Abklingen des Einschwingvorganges wird abgewartet.

- c) Berechnen Sie zahlenmäßig die Spannungen U_2^* und U_3^* , die an den Kondensatoren C_2 und C_3 anliegen. Nehmen Sie dabei an, dass die im Kondensator C_2 zu diesem Zeitpunkt gespeicherte Energie $W_2^* = 640$ nJ beträgt. (2 Punkte)
- d) Geben Sie die Kapazität C_3 und die im Kondensator gespeicherte Energiemenge W_3^* an. (4 Punkte)

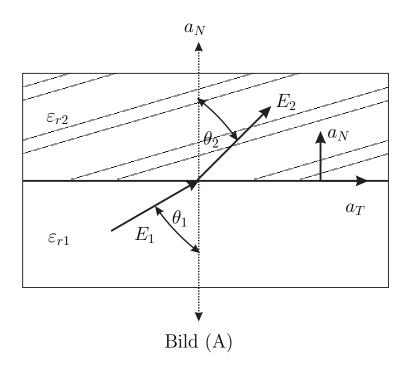


Gegeben: $U_0 = 25V$, $C_1 = 80nF$ und $C_2 = 20nF$

Nun wird auch der Schalter S_3 geschlossen. Der Schalter S_2 bleibt weiterhin geschlossen.

- e) Geben Sie (ohne Herleitung) eine allgemeine Gleichung für den zeitlichen Verlauf des Stromes i(t) nach Schließen des Schalters S_3 an. (1 Punkt)
- f) Bestimmen Sie den Zeitpunkt t^{\diamond} , zu dem ein Strom $i(t^{\diamond})$ von $0,8\,\mathrm{mA}$ fließt. Dabei gilt $R=5k\Omega$. (3 Punkte)
- g) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms i(t) und tragen Sie die ermittelten Größen aus Aufgabenteil f) in die Skizze ein. (2 Punkte)
- h) Nach der Zeitspanne t^{\diamond} stellt sich eine Energiedifferenz $\triangle W = (W_2^{\diamond} + W_3^{\diamond})$ $(W_2 + W_3)$ ein. Wie ist dieser Verlust zu erklären, wenn die Widerstände R_0 und R_1 vernachlässigt werden? (2 Punkte) (Hinweis: Rechnung nicht erforderlich)

2 Kondensatornetzwerk



Die Grenzbedingungen des elektrischen Feldes \overrightarrow{E} und der Verschiebungsflussdichte \overrightarrow{D} sind nach dem Bild (A) allgemein zu betrachten. In den beiden dielektrischen Stoffen mit den relativen Permittivitäten ε_{r1} und ε_{r2} treten bei gleicher elektrischer Erregung unterschiedliche elektrische Feldstärken $\overrightarrow{E_1}$ und $\overrightarrow{E_2}$ auf. Die elektrische Feldstärke $\overrightarrow{E_1}$ und $\overrightarrow{E_2}$ treffen im Dielektrikum ε_{r1} und ε_{r2} unter dem Winkel θ_1 und θ_2 auf die Grenzfläche.

(*Hinweis*: die Tangential- und Normalkomponenten von \overrightarrow{E} und \overrightarrow{D} sollen in Richtung von a_T und a_N als positiv angenommen werden.)

- a) Wie verhalten sich die Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke \overrightarrow{E} und der elektrischen Verschiebungsflussdichte \overrightarrow{D} an der Grenzfläche? Geben Sie dazu die Grenzbedingung an und weisen Sie Ihre Antwort durch eine mathematische Herleitung nach. (3 Punkte)
- b) Wie verhalten sich die Normalkomponenten der elektrischen Feldstärke \overrightarrow{E} und der elektrischen Verschiebungsflussdichte \overrightarrow{D} an der Grenzfläche? Geben Sie dazu die Grenzbedingung an und weisen Sie Ihre Antwort durch eine mathematische Herleitung nach. (2 Punkte)
- c) Der Winkel $\theta_2=f(\varepsilon_{r1},\varepsilon_{r2},\theta_1)$ ist allgemein herzuleiten. (2 Punkte)

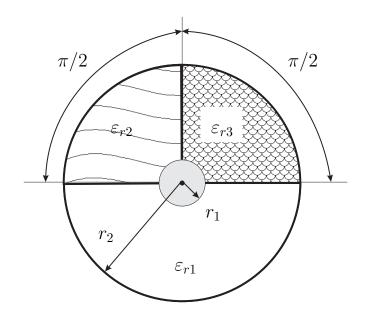


Bild (B)

Als Anwendungsfall dielektrischer Stoffe wird ein Kugelkondensator mit dem in Bild (B) dargestellten Querschnitt betrachtet. Zwischen den Wänden zweier konzentrisch angeordneter Kugeln mit den Radien r_1 und r_2 befinden sich drei verschiedene Dielektrika.

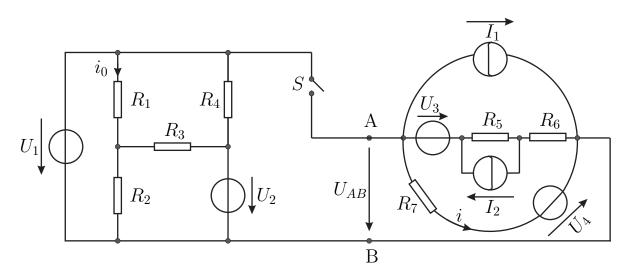
Dabei füllen das Dielektrikum mit der Permittivität ε_{r2} und das Dielektrikum mit der Permittivität ε_{r3} jeweils ein Viertel des Volumens aus. Die gesamte Anordnung trägt die Ladung Q.

Gegeben:
$$r_1 = 2 \text{cm}, r_2 = 6 \text{cm}, Q = 10^{-9} \text{ C}, \varepsilon_{r1} = 2, \varepsilon_{r2} = 4, \varepsilon_{r3} = 6, \varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{As}{Vm}$$

- d) Für die gegebene Anordnung in Bild (B) ist ein elektrisches Ersatzschaltbild zu zeichnen. (2 Punkte)
- e) In Abhängigkeit von den Verschiebungsflussdichten $|\overrightarrow{D_i}|$ in den Isolierstoffen ist eine Gleichung für die Ladung Q anzugeben. (2 Punkte)
- f) Die elektrische Feldstärke $|\vec{E}|$ ist in Abhängigkeit von Q und r anzugeben. Dabei stellt r den Abstand eines beliebigen Punktes innerhalb des Kondensators zum Zentrum dar. (2 Punkte)
- g) Die zwischen den Kugeln vorhandene Spannung U ist sowohl allgemein als auch zahlenmäßig zu berechnen. (3 Punkte)
- h) Es ist eine Gleichung für die Gesamtkapazität C_{ges} der Anordnung zu bestimmen. Die Gesamtkapazität C_{ges} ist zahlenmäßig zu berechnen. (2 Punkte)

(*Hinweis*: Kugeloberfläche $A(r) = 4\pi r^2$)

3 Gleichstromnetzwerk



In dem gegebenen Netzwerk sind die Quellen als ideal zu betrachten. Dabei ist die Spannungsquelle U_2 von i_0 gesteuert, sodass gilt: $U_2 = R_5 \cdot i_0$. Der Schalter S ist geöffnet.

Gegegeben:

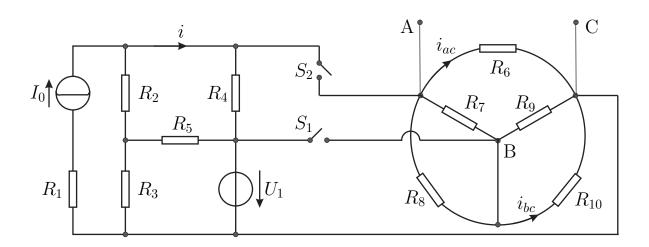
$$I_1 = 2A$$
 $I_2 = 3A$ $I_3 = 4\Omega$ $I_4 = 24\Omega$ $I_5 = 4\Omega$ $I_6 = 6\Omega$ $I_7 = 10\Omega$ $I_8 = 10\Omega$ $I_9 = 10\Omega$

- a) Berechnen Sie zahlenmäßig mit Hilfe des Maschenstromverfahrens den Strom i_0 . (7 Punkte)
- b) Berechnen Sie zahlenmäßig die im Widerstand R_4 umgesetzte Leistung P_{R4} . (1 Punkt)
- c) Berechnen Sie zahlenmäßig den Strom i. (5 Punkte)
- d) Die angelegte Spannung U_{AB} ist zahlenmäßig anzugeben. (1 Punkt)

Nun wird der Schalter S geschlossen.

- e) Berechnen Sie zahlenmäßig den neuen Wert des Stroms i. (2 Punkte)
- f) Berechnen Sie die im Widerstand R_4 umgesetzte neue Leistung P_{R4}^{\star} , wenn die Spannungsquelle U_1 eine Spannung von 12V liefert. (3 Punkte)

4 Gleichstromnetzwerk

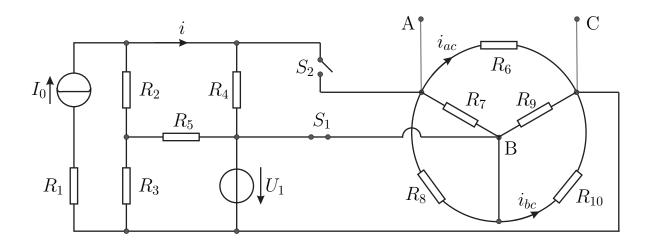


Im gegebenen Netzwerk sind alle Quellen als ideale Quellen zu betrachten. Die Schalter S_1 und S_2 sind geöffnet. Dabei gilt, dass $i_{ac} = i_{bc} = 0$ A.

Gegegeben:

$$I_0 = 4A$$
 $U_1 = 20V$ $R_1 = 4\Omega$ $R_2 = 3\Omega$ $R_3 = 5\Omega$ $R_4 = 2\Omega$ $R_5 = 1\Omega$ $R_6 = 150\Omega$ $R_7 = 200\Omega$ $R_8 = 200\Omega$ $R_9 = 100\Omega$ $R_{10} = 100\Omega$

- a) Berechnen Sie zahlenmäßig mit Hilfe des Überlagerungssatzes den Strom i. (8 Punkte)
- b) Berechnen Sie den Wert des Stroms i, wenn:
 - i) der Widerstand R_1 einen Wert von 8 Ω hat. (2 Punkte)
 - ii) die Stromquelle I_0 einen Strom von 8A und die Spannungsquelle U_1 eine Spannung von 10V liefern. (2 Punkte)
- c) Berechnen Sie zahlenmäßig mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil a) die im Widerstand R_4 umgesetzte Leistung P_{R4} . (1 Punkt)
- d) Der Gesamtinnenwiderstand R_{ac} des Netzwerks bezüglich der Klemmen A und C ist zahlenmäßig zu berechnen. (4 Punkte)



Gegegeben:

$$I_0 = 4A$$
 $U_1 = 20V$ $R_1 = 4\Omega$ $R_2 = 3\Omega$ $R_3 = 5\Omega$ $R_4 = 2\Omega$ $R_5 = 1\Omega$ $R_6 = 150\Omega$ $R_7 = 200\Omega$ $R_8 = 200\Omega$ $R_9 = 100\Omega$ $R_{10} = 100\Omega$

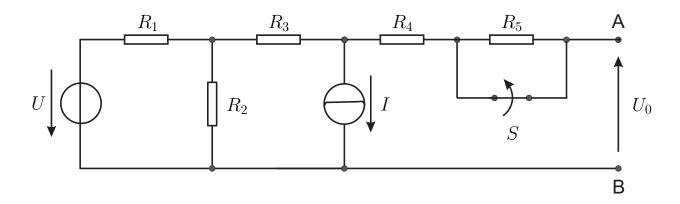
Nun wird der Schalter S_1 geschlossen. Der Schalter S_2 bleibt weiterhin geöffnet. Es gilt dabei, wie zu Beginn: I_0 =4A, U_1 =20V und R_1 =4 Ω .

e) Der Strom i_{bc} ist zahlenmäßig zu berechnen. (2 Punkte)

Jetzt wird auch der Schalter S_2 geschlossen. Es gilt dabei, dass im Widerstand R_4 eine Leistung P_{R4}^* von 4 Watt umgesetzt wird.

- f) Berechnen Sie zahlenmäßig die im Widerstand R_7 umgesetzte Leistung P_{R7} . (3 Punkte)
- g) Der Strom i_{ac} ist zahlenmäßig zu berechnen. (3 Punkte)

5 Gleichstromnetzwerk



Im gegebenen Netzwerk sind alle Quellen als ideal anzunehmen. Der Schalter S ist geschlossen.

Gegegeben:

$$U = 12V, \quad I = 2A$$

 $R_1 = 6\Omega, \quad R_2 = 12\Omega, \quad R_3 = 3\Omega, \quad R_4 = 2\Omega, \quad R_5 = 1\Omega$

- a) Berechnen Sie zahlenmäßig bezüglich der Klemmen A und B die Ersatzspannungsquelle mit R_i und U_0 . Es gilt dabei (6 Punkte):
 - i) R_i ist der Gesamtinnenwiderstand zwischen den Klemmen A und B.
 - ii) U_0 ist die Leerlaufspannung zwischen den Klemmen A und B.

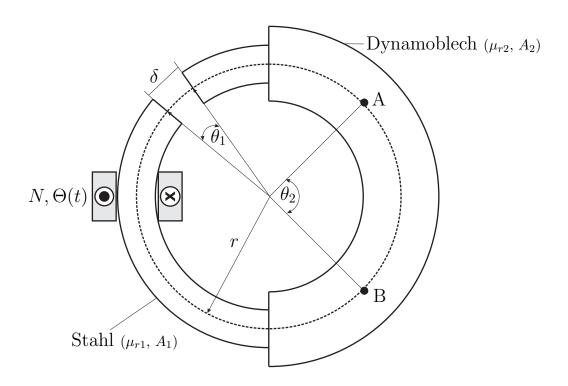
Nun wird der Schalter S geöffnet.

- b) Berechnen Sie zahlenmäßig bezüglich der Klemmen A und B die Ersatzstromquelle mit R_i^* und I_0 . Es gilt dabei (3 Punkte):
 - i) R_i^* ist der Gesamtinnenwiderstand zwischen den Klemmen A und B.
 - ii) I_0 ist der Kurzschlussstrom bezüglich der Klemmen A und B.

Nun wird das Netzwerk an den Klemmen A-B durch einen Widerstand R_L belastet.

- c) Berechnen Sie die im Lastwiderstand R_L umgesetzte Leistung $P_{RL} = f(R_L)$. (2 Punkte)
- d) Welchen Wert muss der Widerstand R_L haben, sodass die umgesetzte Leistung P_{RL} maximal wird? (1 Punkt)
- e) Die maximal umgesetzte Leistung $P_{RL,max}$ ist zahlenmäßig anzugeben. (1 Punkt)

6 Magnetischer Kreis



Der Kern des gegebenen Elektromagneten besteht jeweils zur Hälfte aus Stahl und Dynamoblech mit konstanter relativer Permeabilität μ_{r1} und μ_{r2} und den Querschnittsflächen A_1 und A_2 . Der Kern weist außerdem den Luftspalt δ auf.

Auf dem linken Schenkel ist eine Spule mit N Windungen und der magnetischen Durchflutung $\Theta(t)$ montiert. Der magnetische Fluss $\phi(t)$ wird bezüglich des mittleren Radius r betrachtet. Durch die Spule fließt ein sinusförmiger Strom I(t) mit der Amplitude \hat{I} . Die Streuung ist zu vernachlässigen.

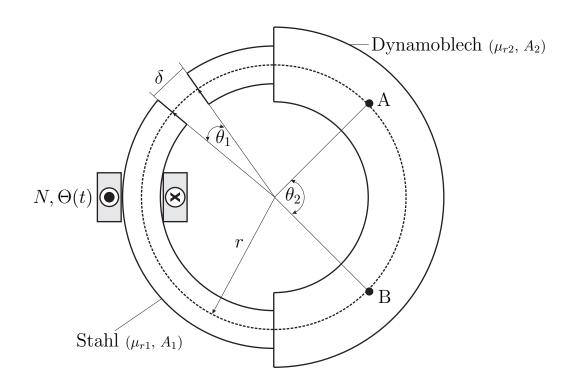
Gegeben:

$$A_1 = 2 cm^2$$
, $A_2 = 4 cm^2$, $r = 5cm$, $\hat{I} = 10A$, $\theta_1 = \frac{\pi}{5}$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, \frac{H}{m}, \quad \mu_{r1} = 10^4, \quad \mu_{r2} = 2000$$

(*Hinweis*: Bogenlänge $l_i = \theta_i \cdot r$)

- a) Skizzieren Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und tragen Sie alle magnetischen Größen mit ihren Bezugsrichtungen ein. (2 Punkte)
- b) Berechnen Sie zahlenmäßig den magnetischen Gesamtersatzwiderstand R_{ges} . (4 Punkte)



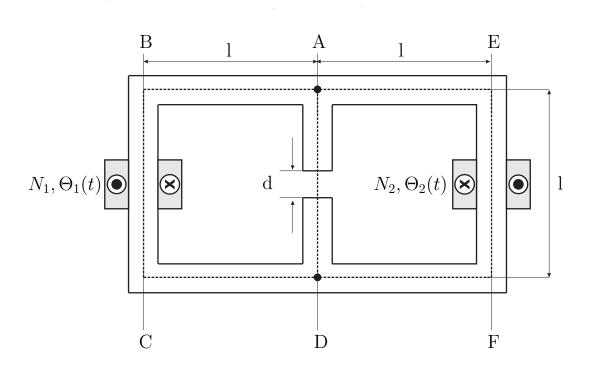
Gegeben:

$$A_1 = 2 cm^2$$
, $A_2 = 4 cm^2$, $r = 5cm$, $\hat{I} = 10A$, $\theta_1 = \frac{\pi}{5}$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}, \quad \mu_{r1} = 10^4, \quad \mu_{r2} = 2000$$

- c) Berechnen Sie die erforderliche Anzahl N an Windungen, so dass der erzeugte magnetische Fluss $\hat{\phi}$ dem Wert 3,9 · 10⁻⁴ Wb entspricht. (2 Punkte) (Hinweis: Runden Sie Ihr Ergebnis)
- d) Berechnen Sie zahlenmäßig die magnetischen Flussdichten \hat{B}_i , magnetische Durchflutung $\hat{\Theta}$ und die Induktivität L der Spule. Es gilt dabei, dass $\hat{\phi}=3,9\cdot 10^{-4}$ Wb. (4 Punkte)
- e) Berechnen Sie zahlenmäßig die magnetische Teilspannung \hat{V}_m zwischen den Punkten A und B. Es gilt dabei: $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ und $\hat{\phi} = 3, 9 \cdot 10^{-4}$ Wb. (2 Punkte) (*Hinweis*: Verwenden Sie das kleinere Kreissegment)
- f) Welches Material (Stahl oder Dynamoblech) sollte genutzt werden, um den Luftspalt δ zu schließen, damit der erzeugte magnetische Fluss $\hat{\phi}$ erhöht wird. Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

7 Magnetischer Kreis

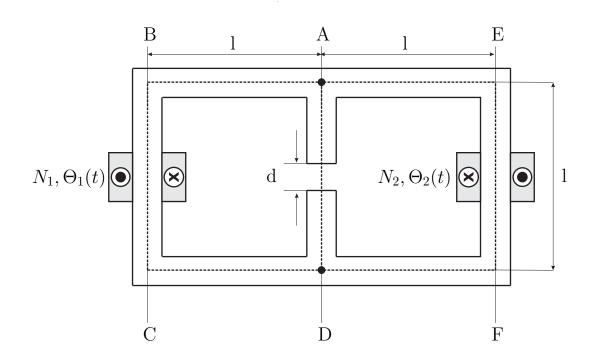


Der gegebene Elektromagnet hat einen Kern aus Dynamoblech mit konstanter relativer Permeabilität μ_r . Auf dem linken und rechten Schenkel sind Spulen mit N_1 und N_2 Windungen und den Durchflutungen $\Theta_1(t)$ und $\Theta_2(t)$ montiert. Durch die Spulen fließt jeweils ein sinusförmiger Strom mit der Amplitude \hat{I}_1 bzw. \hat{I}_2 . Die Ströme $I_1(t)$ und $I_2(t)$ befinden sich in Phase. Der Kern weist eine quadratische Querschnittsfläche A_c und den Luftspalt d auf. Die Streuung ist zu vernachlässigen.

Gegeben:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$$
 $\mu_r = 1000$ $l = 10cm$ $d = 1cm$ $\hat{I}_1 = 2A$ $N_1 = 500$ $\hat{I}_2 = 4A$ $N_2 = 250$

- a) Skizzieren Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises und tragen Sie alle magnetischen Größen mit ihren Bezugsrichtungen ein. (4 Punkte)
- b) Berechnen Sie zahlenmäßig die magnetischen Widerstände R_1 , R_2 und R_3 bezüglich der mittleren Linien in allen drei Teilen (ABCD, AEFD und AD) des magnetischen Kreises. (3 Punkte)

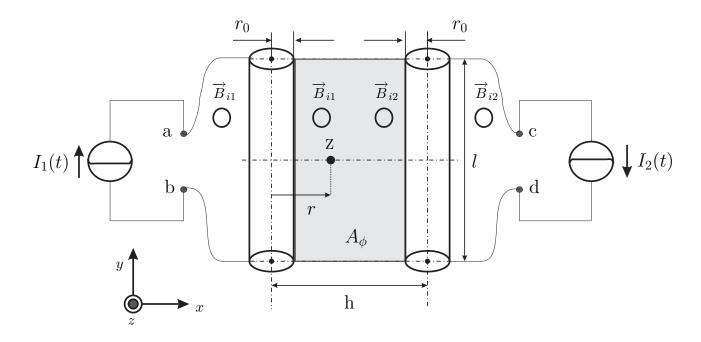


Gegeben:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$$
 $\mu_r = 1000$
 $A_c = 4 cm^2$
 $l = 10cm$
 $d = 1cm$
 $\hat{I}_1 = 2A$
 $N_1 = 500$
 $\hat{I}_2 = 4A$
 $N_2 = 250$

- c) Berechnen Sie zahlenmäßig mit Hilfe des Maschenstromverfahrens die magnetischen Flüsse $\hat{\phi_1}$, $\hat{\phi_2}$ und $\hat{\phi_3}$ in den Schenkeln ABCD, AEFD und AD. (5 Punkte)
- d) Die Flussdichten $\hat{B_1}$, $\hat{B_2}$ und $\hat{B_3}$ in den Schenkeln ABCD, AEFD und AD sind zahlenmäßig anzugeben. (3 Punkte)
- e) Die Selbstinduktivitäten L_1 und L_2 der beiden Spulen sind zahlenmäßig zu berechnen. (2 Punkte)
- f) Entscheiden und erklären Sie allgemein, ob der Luftspalt d durch Dynamoblech geschlossen werden sollte, um die Gegeninduktivität M zu verbessern? (3 Punkte)

8 Induktion Punkte: 20

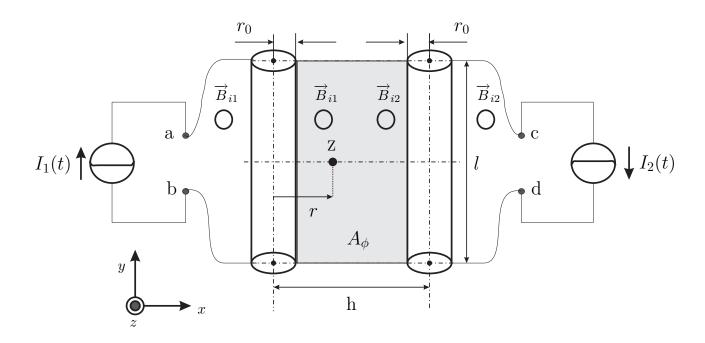


In der gegebenen Anordnung werden die beiden Wechselströme $I_1(t)$ und $I_2(t)$ in den beiden Leiterschleifen mit jeweils der Länge l, der spezifischen Leitfähigkeit k und dem Radius r_0 durch Stromquellen erzeugt. Der Abstand zwischen den Leiterschleifen beträgt h. Der Punkt Z innerhalb der grauen Fläche A_{ϕ} hat einen beliebigen Abstand r zur Symmetrieachse des linken Leiters und liegt vertikal mittig zwischen den Leiterenden. Alle Größen sind im dargestellten Koordinatensystem anzugeben.

- a) Berechnen Sie allgemein die magnetische Flussdichte $\overrightarrow{B}(t) = f(I_1(t), I_2(t), r)$ am Punkt Z. Dabei gilt: $r_0 < r < h r_0$ (3 Punkte)
- b) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der magnetischen Flussdichte B(r) in dem Bereich 0 < r < h. (4 Punkte)

Im Folgenden nehmen Sie an, dass $I_1(t) = I_2(t) = I(t)$ und $r = \frac{h}{2}$

- c) In dem grauen Bereich A_{ϕ} ist der magnetische Fluss $\overrightarrow{\phi}(t) = f(I(t), l, h, r_0)$ allgemein zu berechnen. (3 Punkte)
- d) Die magnetische Kraft $\overrightarrow{F_{21}}$ von dem zweiten Leiter auf den ersten ist allgemein zu berechnen. (3 Punkte)



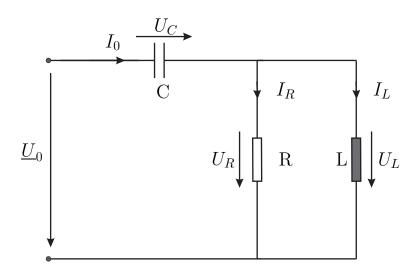
Im Folgendem wird der Abstand zwischen den Leiterschleifen vergrößert, sodass h $\gg r_0$ gilt.

e) Kennzeichnen Sie in obiger Grafik die Richtungen der durch die Leiterschleifen induzierten Spannungen $U_{i,ab}$ und $U_{i,cd}$ bezüglich der Klemmen a-b und c-d. Kennzeichnen Sie außerdem die Richtungen der erzeugten magnetischen Flussdichten \overrightarrow{B}_{i1} und \overrightarrow{B}_{i2} . (4 Punkte)

(*Hinweis*: Beschriften Sie das entsprechende Angabenblatt bitte mit Name und Matrikelnummer und legen Sie es ihren Prüfungsbögen bei.)

f) Bestimmen Sie die induzierte Spannung $U_{i,ab}$ zwischen den Klemmen a-b, wenn von den beiden Stromquellen jeweils die Gleichströme $I_1(t)$ und $I_2(t)$ von 2A bzw. 4A erzeugt werden. Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)

9 Komplexe Wechselstromrechnung



Das dargestellte Netzwerk wird an einer Wechselspannung mit der Kreisfrequenz ω betrieben. Die Wechselspannungsquelle \underline{U}_0 wird durch das Netzwerk wie abgebildet kapazitiv belastet.

 $\text{Gegeben: } |\underline{U}_0| = 12 \text{V}, |\underline{I}_R| = 40 \text{mA}, \\ \text{L} = 100 \text{mH}, \ R = 250 \Omega, \ \omega = 2000 s^{-1}.$

- a) Berechnen Sie die Beträge der Spannung $|\underline{U}_R|$ und des Stromes $|\underline{I}_L|$. (2 Punkte)
- b) Das vollständige Zeigerdiagramm mit allen Strömen und Spannungen ist zu entwickeln (Maßstab: $1V \cong 1cm$, $10mA \cong 1cm$). Die Größen $|\underline{I}_0|$, $|\underline{U}_C|$ und der Phasenwinkel ϕ_0 der Spannung \underline{U}_0 sind betragsmäßig anzugeben (abzulesen). (6 Punkte)

 $(\mathit{Hinweis} \colon \mathsf{Verwenden} \ \mathsf{Sie} \ \underline{U}_R$ als Bezugszeiger)

- c) Bestimmen Sie die Größe der Kapazität C mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil b). (2 Punkte)
- d) Berechnen Sie die in dem Netzwerk umgesetzte Wirk-, Blind- und Scheinleistung. (3 Punkte)

P-Liste