Technische Universität Braunschweig

elenia Institut für Hochspannungstechnik und Energiesysteme

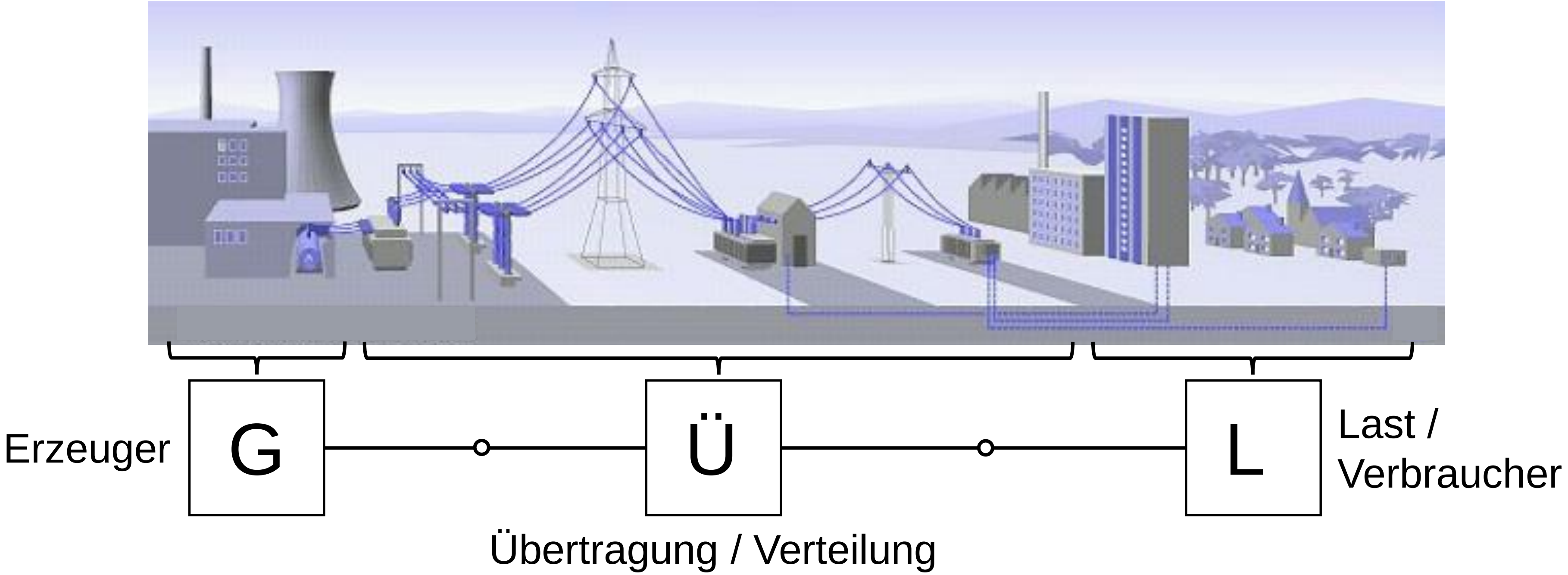
Grundlagen der elektrischen Energietechnik
Teil 1: Grundlagen der Energieversorgung
- Drehstromsysteme I -

Prof. Dr.-Ing. Bernd Engel | elenia Institut für Hochspannungstechnik und Energiesysteme | 04.04.2024

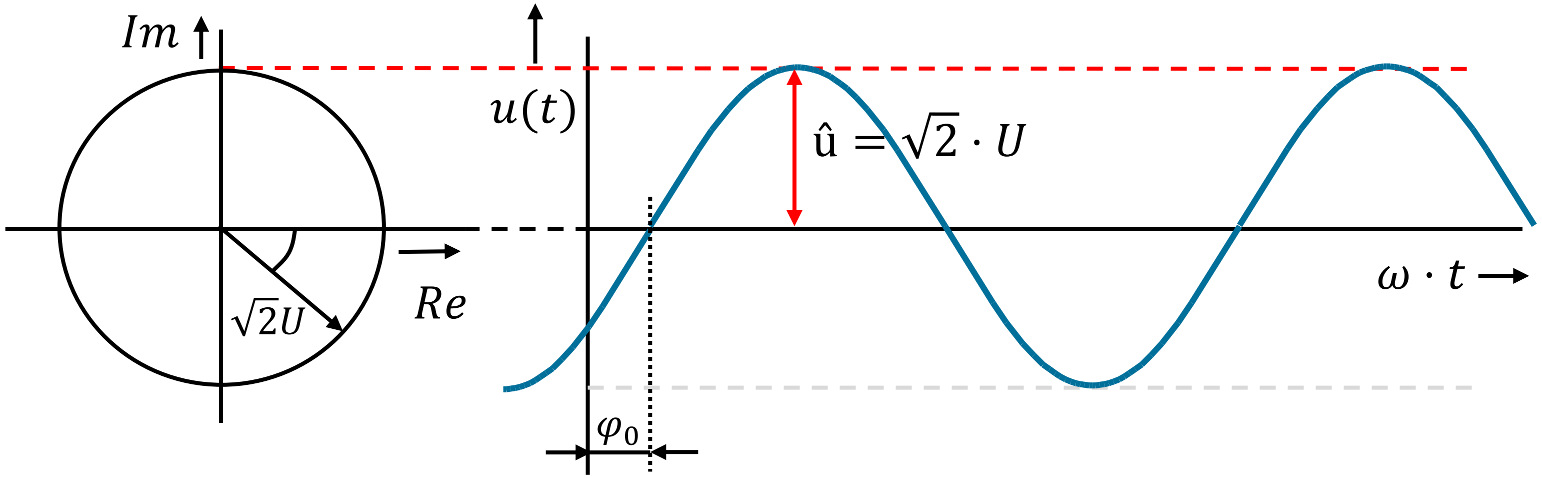
Drehstromsysteme I

Lernziele:

- Definitionen: Impedanz, Admittanz, Wirkleistung, Scheinleistung



Agenda



1 | Impedanz und Admittanz

L

Darstellung von Lasten im Frequenzbereich für eine Frequenz durch Impedanzen in der komplexen Ebene

Bekannte Begriffe:

- Wirkwiderstand: R
- Blindwiderstand: X
- Scheinwiderstand: Z

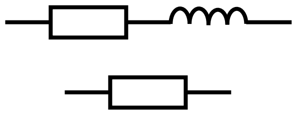
$$\underline{U}_R / \underline{I} = R$$

$$\underline{U}_X / \underline{I} = jX_L = j\omega L$$

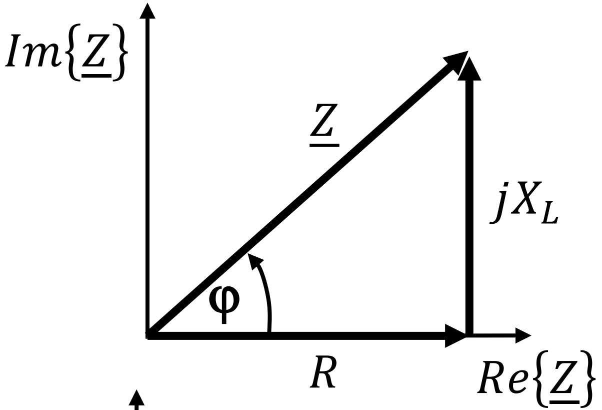
$$\underline{U} / \underline{I} = \underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = R + j\omega L = R + jX_L$$

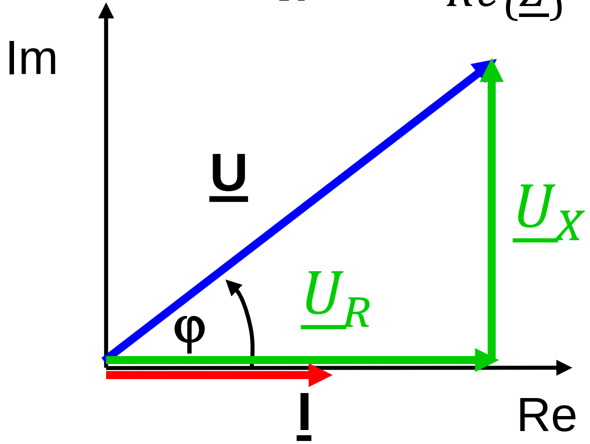
$$f = 50\ Hz$$
$$\omega = 2\pi f = 314\ Hz$$
$$\underline{Z} = \underline{U} / \underline{I}$$

Beispiel:



$R + jX_L$





[2] Hering, E., Martin, R., Gutekunst, J., & Kempkes, J. (2018). Elektrotechnik und Elektronik für Maschinenbauer (4., aktualisierte und verbesserte Auflage.). Berlin: Springer Vieweg.
Kapitel A.5.3 Zeigerdiagramm
Besonders Bild A-62 Komplexer Widerstand und Leitwert eines Zweipols

Komplexe Impedanz - Lerneinheit

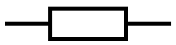
Bitte berechnen Sie den Scheinwiderstand für eine Impedanz, die bei 50 Hz und einer Spannung von 140 V einen Strom von 1 A mit einer Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom von 45° fließen lässt!

Geben Sie den Scheinwiderstand in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten an!

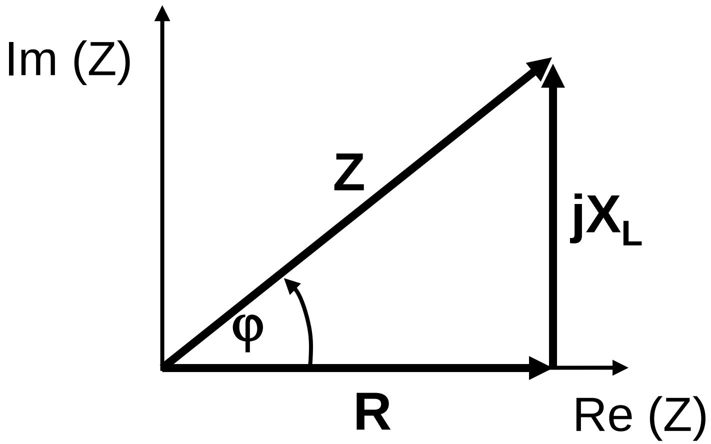
$$\underline{U} = 140\,V$$

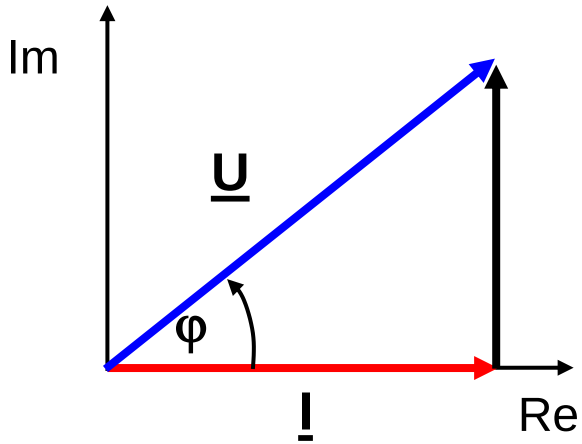
$$\underline{I} = 1\,A \cdot e^{-j45°}$$

$$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I}$$



$R + jX_L$

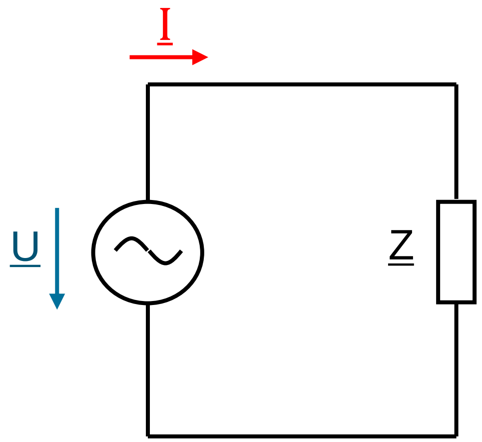




Impedanz

Die Verknüpfung zwischen Spannungs- und Stromzeiger charakterisiert eindeutig das betrachtete Bauelement.

Das ohmsche Gesetz kann auf komplexe Größen übertragen werden.



Impedanz (komplexer Widerstand):

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}}$$

Die Impedanz kann vorteilhaft bei der Berechnung der Gesamtimpedanz von Reihenschaltungen angewendet werden.
Der Betrag der Impedanz wird Scheinwiderstand genannt.

Ohmscher Widerstand an Wechselspannung

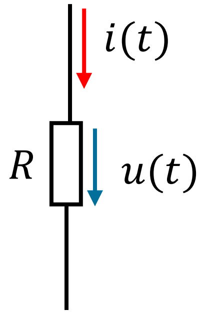
- Annahme: $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t)$

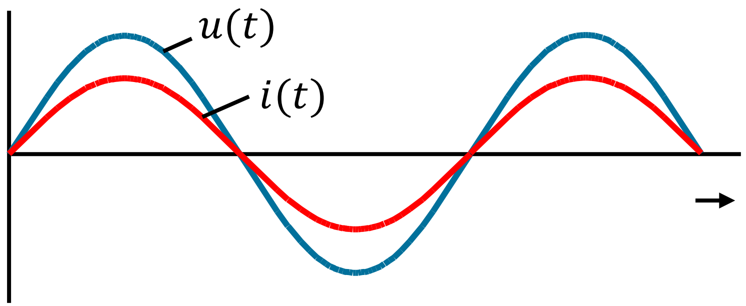
Ohmsches Gesetz: $i(t) = \frac{u(t)}{R}$

$$i(t) = \frac{\hat{u}}{R} \cdot \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t)$$

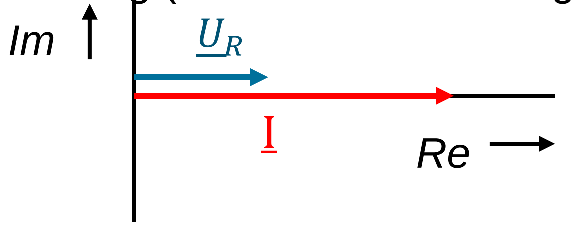
$$\hat{u} = R \cdot \hat{\imath}$$





Strom und Spannung haben denselben zeitlichen Verlauf ohne eine Winkelverschiebung (Phasenverschiebung).

Übertragung ins Komplexe:



$\underline{I} = I e^{j\varphi_I} = I$ $\qquad$ $\underline{i}(t) = \hat{\imath} e^{j\omega t}$

$\underline{U}_R = R\underline{I} = RI$ $\qquad$ $\underline{u}_R(t) = \hat{u}_R e^{j\omega t}$

$\underline{U}_R = U_R e^{j\varphi_U} = U_R$

$$\boxed{\underline{Z}_R = \frac{\underline{U}_R}{\underline{I}} = \mathrm{R}}$$

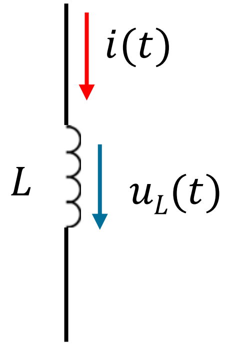
Der Realteil der Impedanz wird **Wirkwiderstand** genannt.

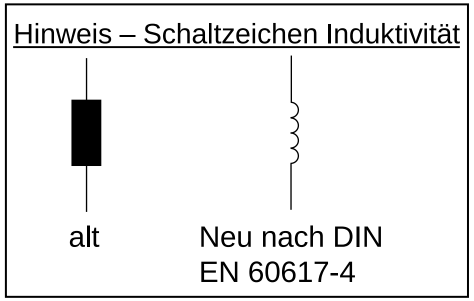
Induktivität an Wechselspannung

Strom geg.: $i(t) = \hat{\imath} \cdot \sin(\omega t)$

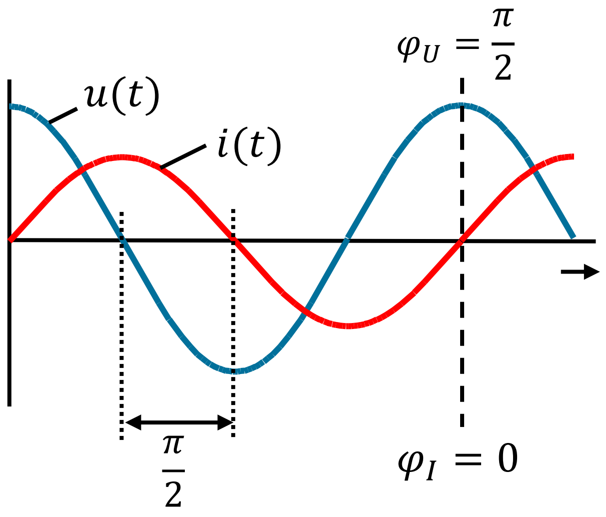
Spannung an L : $u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \hat{\imath} \cdot \omega \cdot cos(\omega t)$

$$\varphi_U - \varphi_I = \frac{\pi}{2}$$





„Bei Induktivitäten die Ströme sich verspäten."



Aufgrund der temporären Energiespeicherung besteht zwischen den sinusförmigen Größen Spannung und Strom eine Phasenverschiebung. Die Scheitelwerte und Effektivwerte sind nach dem ohmschen Gesetz verknüpft.

$$\hat{u} = \omega \cdot L \cdot \hat{\imath}$$
$$U_L = \omega \cdot L \cdot I$$

Induktivität

Übertragung ins Komplexe:

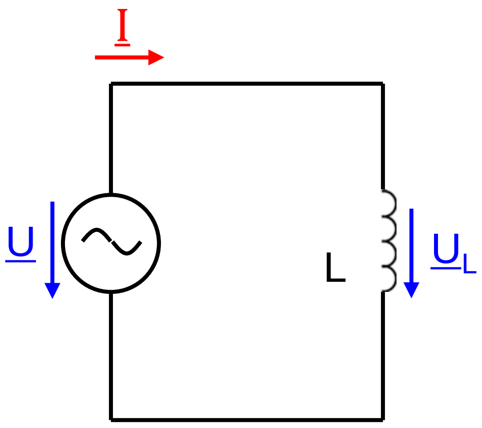
$\underline{I} = Ie^{j\varphi_I} = I \qquad \underline{i}(t) = \hat{i}e^{j(\omega t)}$

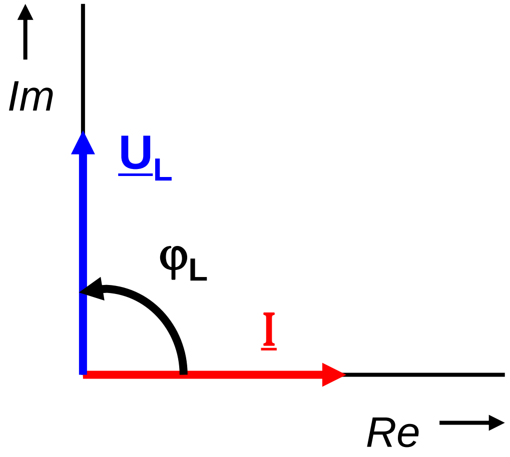
Ohm. Gesetz + Phasenverschiebung:

$\underline{U_L} = \omega L I e^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)} \qquad \underline{u_L}(t) = \hat{u}_L e^{j\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}$

$\underline{U_L} = j\omega L I$

$$\boxed{\underline{Z_L} = \frac{\underline{U_L}}{\underline{I}} = j\omega L = jX_L}$$





Der Imaginärteil wird auch **Blindwiderstand** genannt.

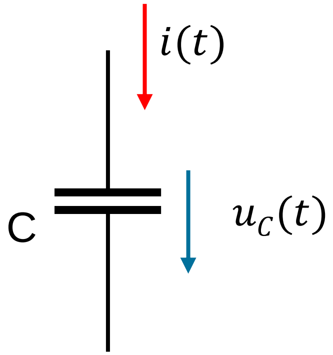
Im Zeigerdiagramm können die Betrags- und Phasenbeziehungen für Wechselspannungen und -ströme dargestellt werden. Die Spannung $\underline{U}_L$ an der Induktivität L eilt dem Strom $\underline{I}$ durch die Induktivität um 90° voraus. Die Phasenverschiebung φ_L beträgt 90° . In der komplexen Ebene wird dies durch die **Multiplikation mit j** dargestellt.

Kapazität an Wechselspannung

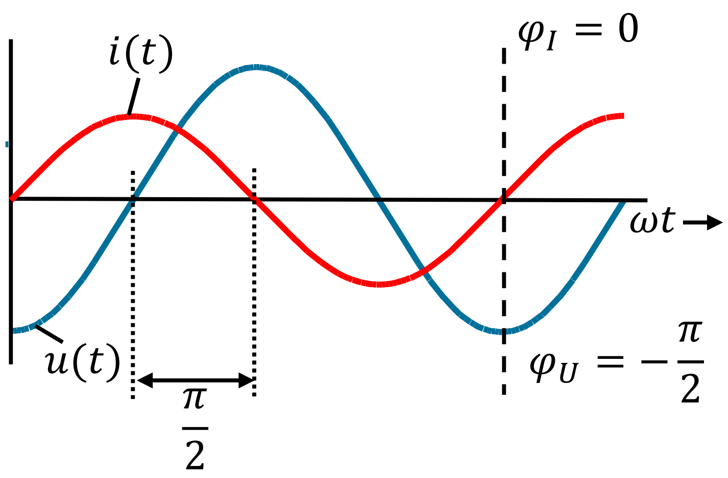
Spannung geg.: $u_c(t) = \hat{u}_c \cdot (-\cos(\omega t))$

Strom durch C : $i(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} = C \cdot \hat{u}_c \cdot \omega \cdot sin(\omega t)$

$\varphi_U - \varphi_I = -\frac{\pi}{2}$



„Beim Kondensator eilt der Strom vor.“



Die zeitlichen Verläufe von Spannung und Strom sind phasenverschoben. Durch den Stromfluss wird das elektrische Feld aufgebaut. Die maximale Spannung wird erreicht, wenn der Strom den Wert Null erreicht. Die Scheitelwerte Effektivwerte nach dem ohmschen Gesetz verknüpft.

$$\hat{\imath} = \omega \cdot C \cdot \hat{u}_c$$
$$I = \omega \cdot C \cdot U_C$$

Kapazität

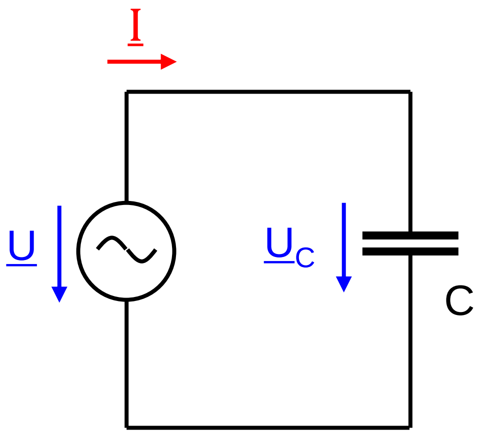
Übertragung ins Komplexe

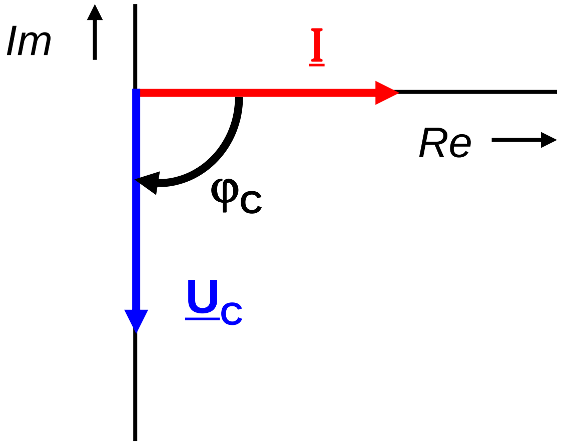
$\underline{U}_C = U_C e^{-j\frac{\pi}{2}}$ $\underline{u}_C(t) = \hat{u}_C e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$

$\underline{U}_C = -jU_C$

$\underline{I} = \omega C U_C$ $\underline{i}(t) = \hat{i} e^{j(\omega t)}$

$$\boxed{\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C}$$



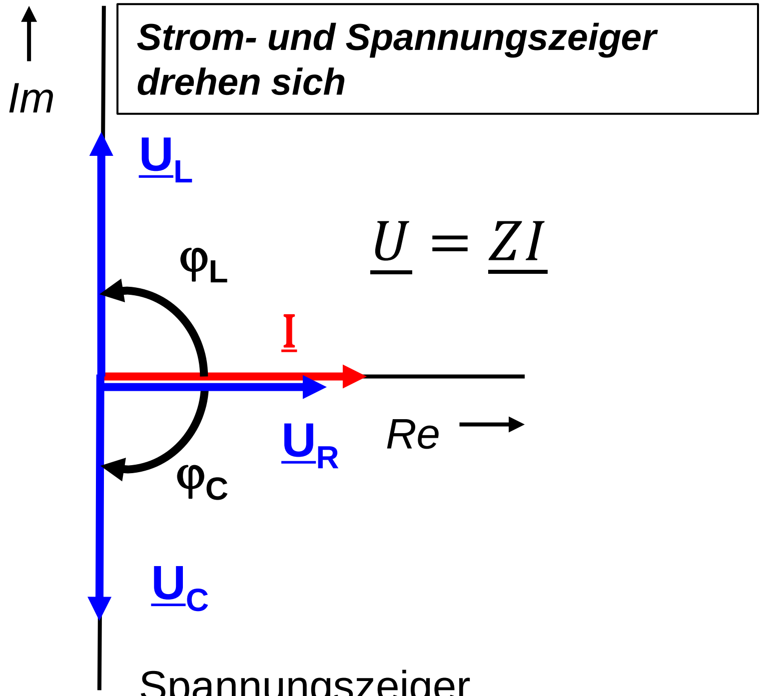


Der Imaginärteil ist hier negativ! Die Spannung $\underline{U}_C$ folgt dem Strom $\underline{I}$ um 90° nach. Der Phasenwinkel φ_C beträgt -90° . In der komplexen Ebene wird dies durch die **Multiplikation mit -j** dargestellt.

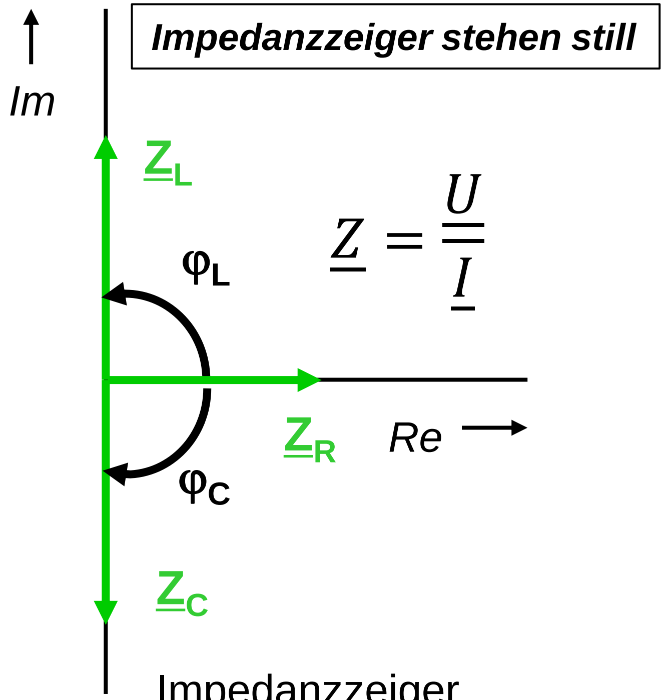
Zeigerdiagramm

Darstellung von Impedanzen

Die Zeigerdarstellung ermöglicht auch die Charakterisierung von Impedanzen. Aufgrund des **Ohmschen Gesetzes** besteht bei fest gewähltem Stromzeiger ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den **Spannungszeigern** der Impedanzen und den **Impedanzzeigern**. Dies kann vorteilhaft bei der Berechnung von Reihenschaltungen genutzt werden.



Spannungszeiger



Impedanzzeiger

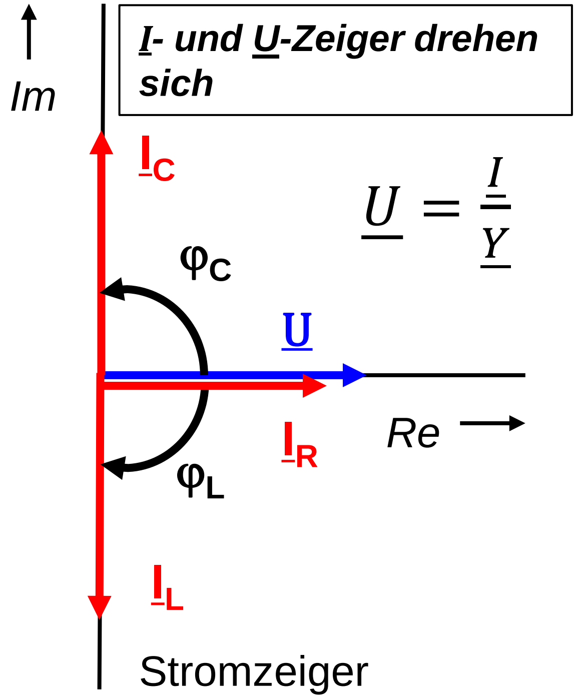
Admittanz

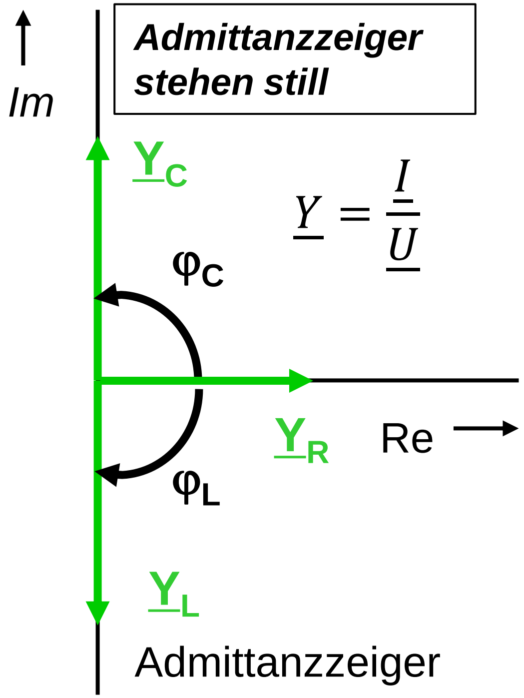
Admittanz (komplexer Leitwert)

Die **Admittanz** ist der Kehrwert der Impedanz. Die Beschreibung von Bauelementen durch die Admittanz kann vorteilhaft bei der Berechnung von Parallelschaltungen eingesetzt werden. Der Betrag der Admittanz wird **Scheinleitwert** genannt.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

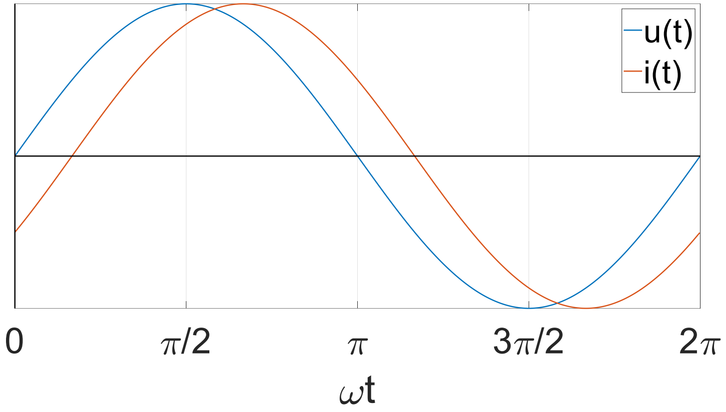
- Widerstand: $\underline{Y}_R = \frac{1}{R}$
- Induktivität: $\underline{Y}_L = -j\frac{1}{\omega L}$
- Kapazität: $\underline{Y}_C = j\omega C$





Zeitfunktion Verbraucher

Welchen Verbrauchertyp zeigt das folgende Diagramm?



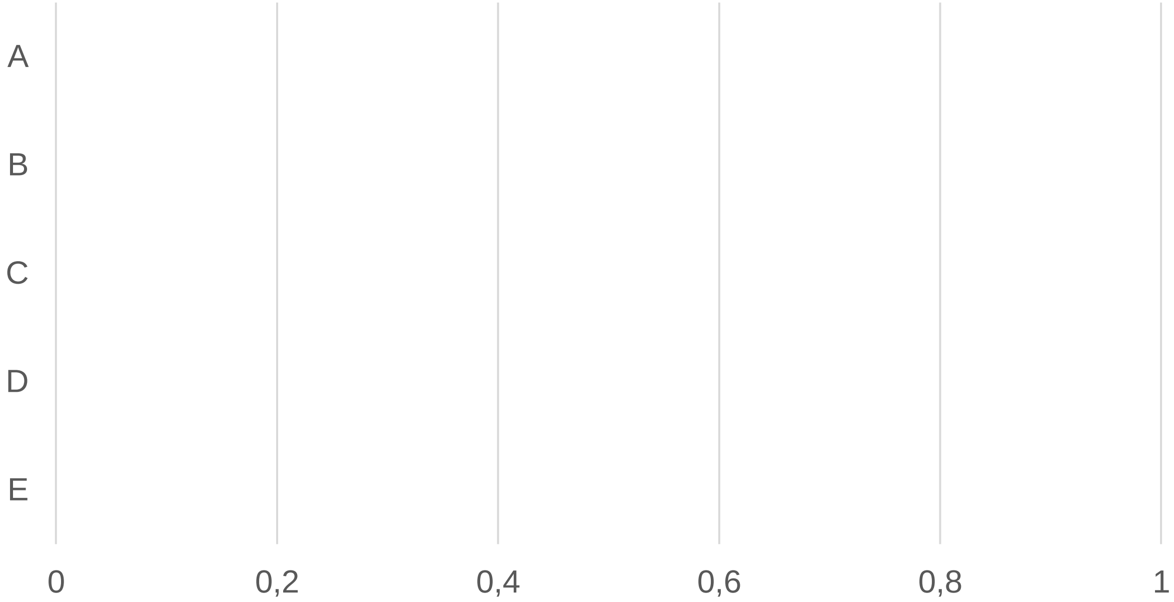
A) ohmsch-induktiv

B) kapazitiv

C) induktiv

D) ohmsch-kapazitiv

E) ohmsch



Umfrage starten

ID = j.grobler@tu-braunschweig.de
Umfrage noch nicht gestartet

2 Elektrische Leistungen

Scheinleistung

Leistungen bei komplexen Widerständen

Aufgrund der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom ist die Leistungsberechnung nicht mehr so einfach wie bei rein ohmschen Verbrauchern. Die Speicherung von elektrischer und magnetischer Energie führt zu einer zeitweisen Leistungsaufnahme bei dem Aufbau der Felder und zu einer Leistungsabgabe beim Abbau der Felder. Diese Leistung wird **Blindleistung** genannt. Der Anteil, der Arbeit leistet, wird **Wirkleistung** genannt. Zur Unterscheidung werden verschiedene Einheiten verwendet.

U, I	Effektivwerte für Spannung und Strom
$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$	Phasenverschiebungswinkel zwischen Spannung und Strom

Scheinleistung S

$$\boxed{S = U \cdot I}$$

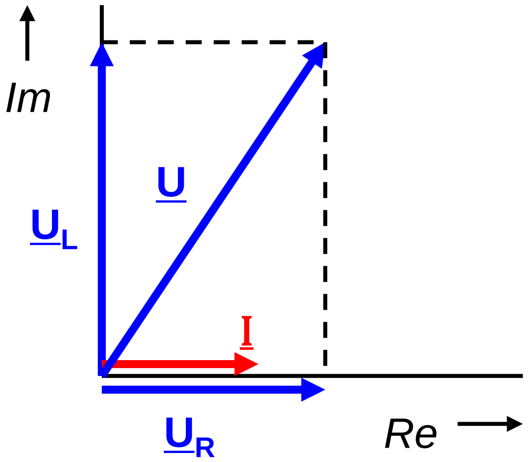
Einheit von S: 1 VA

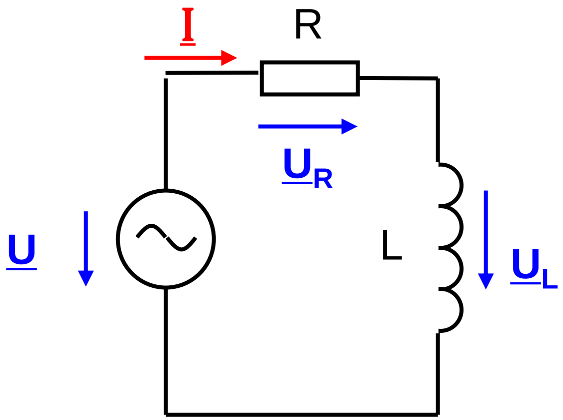
Die Scheinleistung ist eine Kenngröße, die z. B. für einfache Größenvergleiche von Betriebsmitteln, wie z.B. Transformatoren oder Generatoren, herangezogen werden kann.

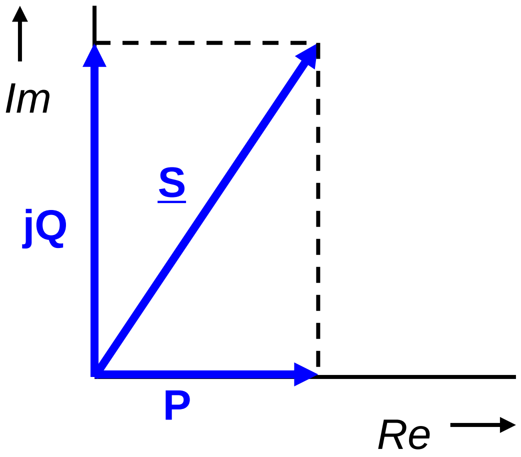
Scheinleistung

Beispiel

Die Wirkleistung in der R-L-Reihenschaltung wird im Widerstand umgesetzt. Die Blindleistung wird von der Induktivität aufgenommen und abgegeben. Im Zeigerdiagramm lassen sich Blind- und Wirkleistung aufgrund der Phasenlage beurteilen.







Wirkleistung

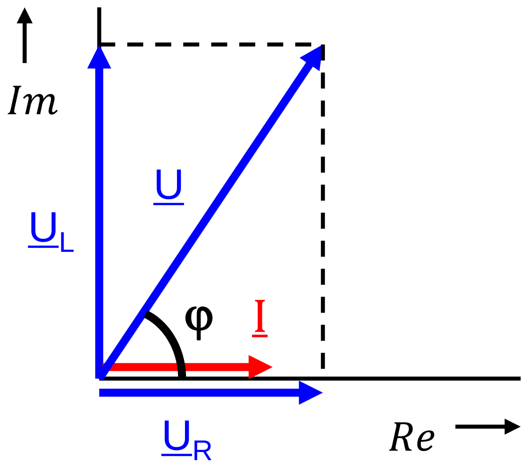
Wirkleistung P

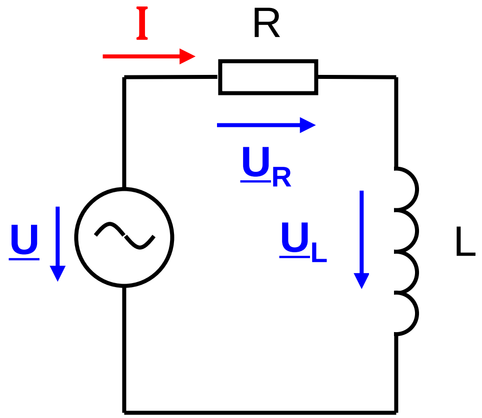
$$\boxed{P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = S\cos(\varphi)}$$

Wirkfaktor $\cos(\varphi)$

Verschiebungsfaktor $|\cos(\varphi)|$

Einheit von P: 1 W





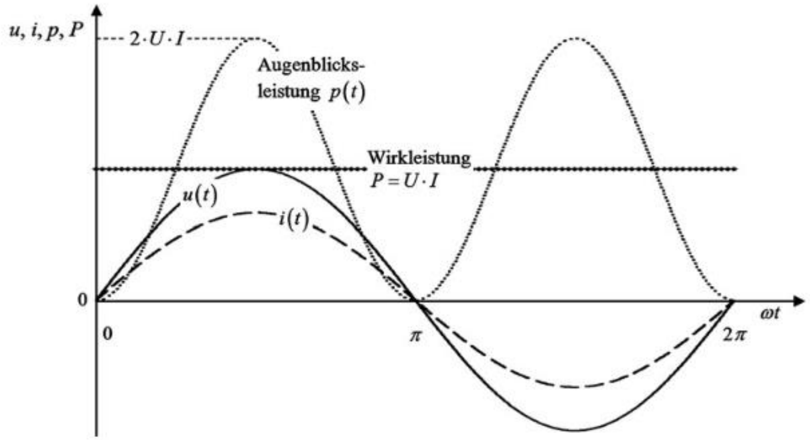
Die Wirkleistung gibt an, wie viel Leistung abgegeben wird. Die abgegebene Leistung ist die Nutzleistung, z.B. in Form von Wärme, Licht, Kraft, und evtl. die Verlustleistung (bspw. Wärme).

Der Verschiebungsfaktor $|\cos(\varphi)|$ gibt an, welcher Anteil der Scheinleistung in Wirkleistung umgesetzt wird. Der Phasenverschiebungswinkel φ entspricht dem Phasenverschiebungswinkel der Gesamtimpedanz.

Schaltungen von Drehstrom-Verbrauchern
Elektrische Wirkleistung bei Wechselstrom

Im Verbraucher-Zählpfeilsystem wird die von einem Zweipol aufgenommene Leistung positiv gezählt.

Def. **Augenblicksleistung**: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

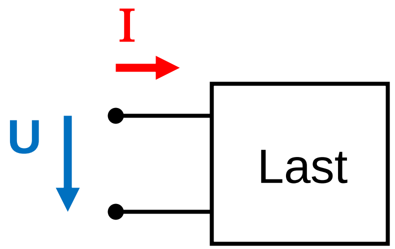


Einführung von Zeigergrößen (Effektivwerte) und Phasenverschiebung zwischen sinusförmigen Größen Spannung und Strom

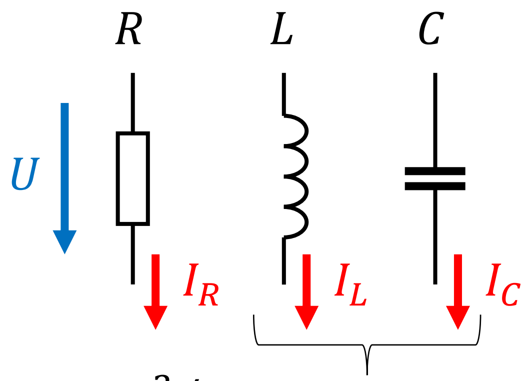
$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \qquad I = \frac{\hat{\imath}}{\sqrt{2}} \qquad \varphi = \varphi_U - \varphi_I$$

Die zeitliche Integration der Augenblicksleistung liefert die mittlere im Verbraucher umgewandelte Leistung,

die **Wirkleistung**: $P = U \cdot I \cdot cos(\varphi)$ in **W**



Zweipol nimmt Leistung auf



$P = U^2/R$ $\qquad$ $P = 0$

Blindleistung

Blindleistung Q

$$\boxed{Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = S \cdot \sin(\varphi)}$$

Einheit von Q: 1 var

Die Blindleistung entsteht durch Energiespeicherung in Form von elektrischen und magnetischen Feldern und leistet keine Arbeit. Sie wird kurzzeitig, z.B. von Kapazitäten und Induktivitäten, zum Aufbau der Felder aufgenommen und beim Abbau der Felder wieder abgegeben.

Die Blindleistung wird für **j** > 0 bei Induktivitäten positiv gezählt und für **j** < 0 bei Kapazitäten negativ gezählt.

Die Scheinleistung ergibt sich aus der geometrischen Summe von Wirk- und Blindleistung.

$$\boxed{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Wirkfaktor, Verschiebungsfaktor und Leistungsfaktor

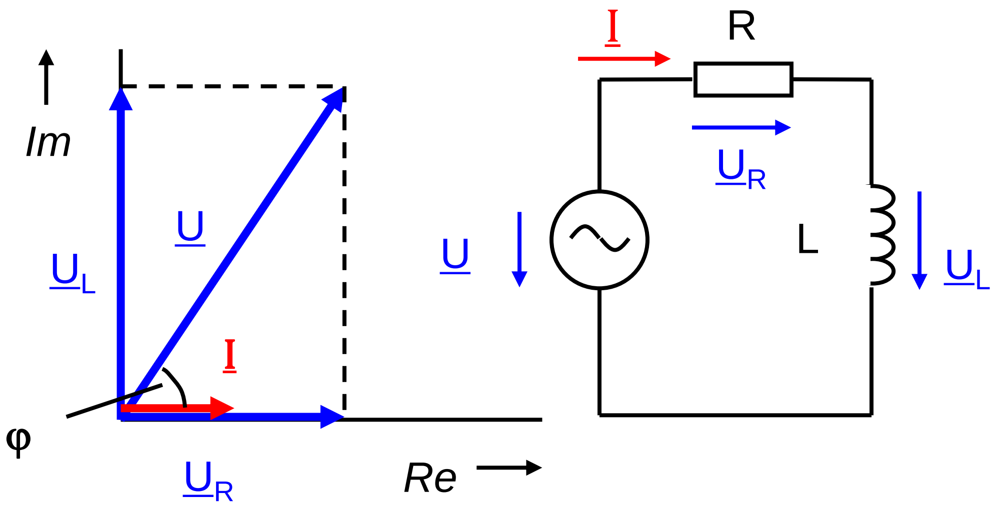
Der **Wirkfaktor cos φ** gibt an, welcher Anteil der Scheinleistung in Wirkleistung umgesetzt wird. Bei induktiven Verbrauchern, wie elektrischen Maschinen, liegt der Wirkfaktor zwischen 0,5 und 0,9. Der **Verschiebungsfaktor** ist der Betrag des Wirkfaktors. **sin φ** wird als **Blindfaktor** bezeichnet. Der **Leistungsfaktor λ** berücksichtigt neben der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung auch die Verzerrung (Abweichung von der Sinusform) von Strom- und Spannungsschwingung. Ausschließlich bei sinusförmiger Spannung und sinusförmigen Strom (Betrachtungsfall in dieser Vorlesung) ist der Leistungsfaktor gleich dem Verschiebungsfaktor.

Wirkfaktor: $\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{S}}$

Leistungsfaktor (U und I sinusförmig): $\lambda = \frac{|P|}{S} = |\cos\varphi|$

Verschiebungsfaktor: $|\cos\varphi| = \frac{|P|}{S}$

Blindfaktor: $\boxed{\sin\varphi = \frac{Q}{S}}$



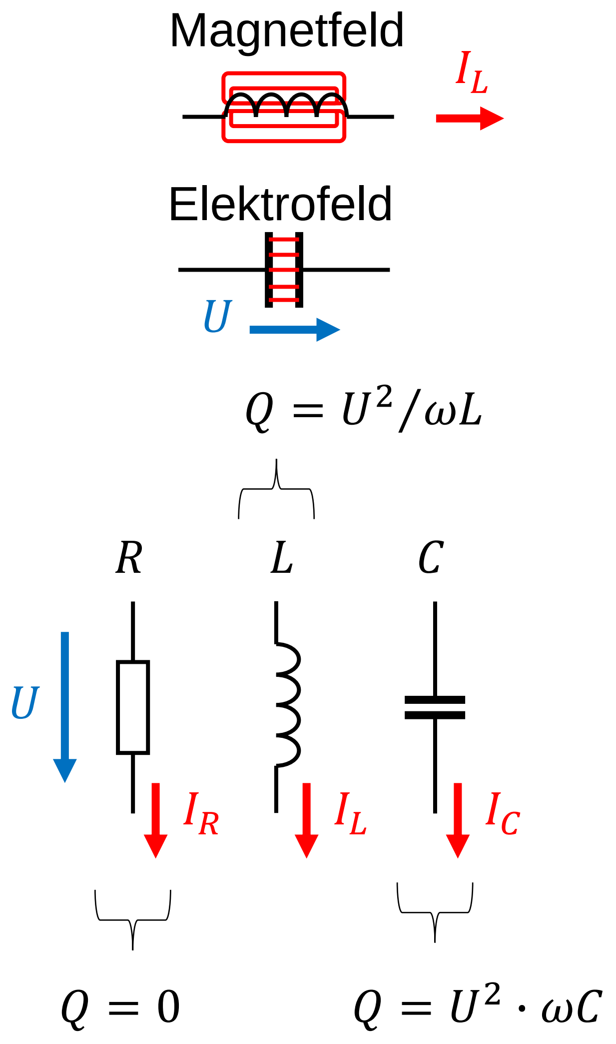
Schaltungen von Drehstrom-Verbrauchern
Elektrische Blindleistung

Induktivitäten wandeln bei Stromänderungen elektrische Energie in **magnetische Feldenergie** um und umgekehrt (Induktion).

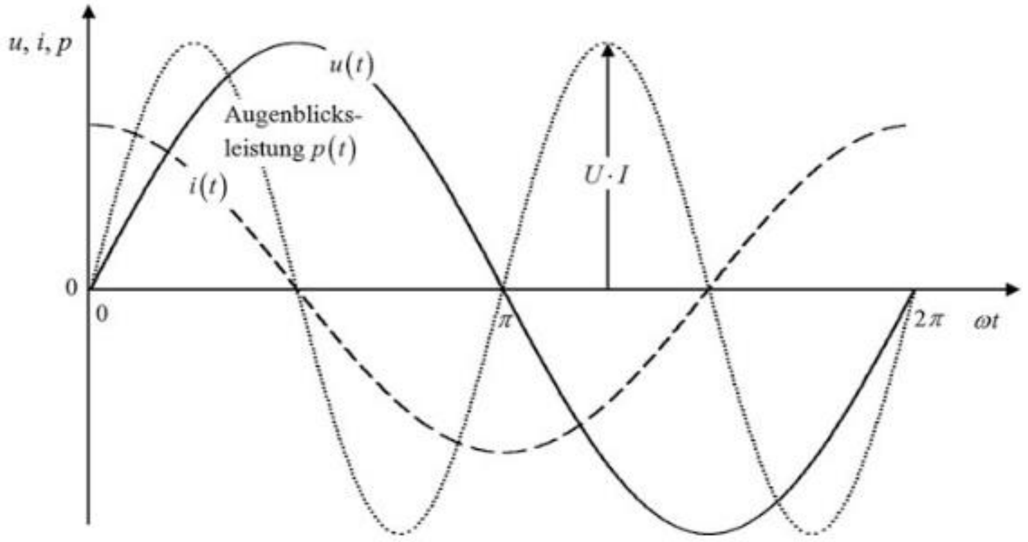
Kapazitäten speichern bei Stromfluss elektrische Energie in **elektrische Feldenergie** und können diese wieder zurückwandeln.

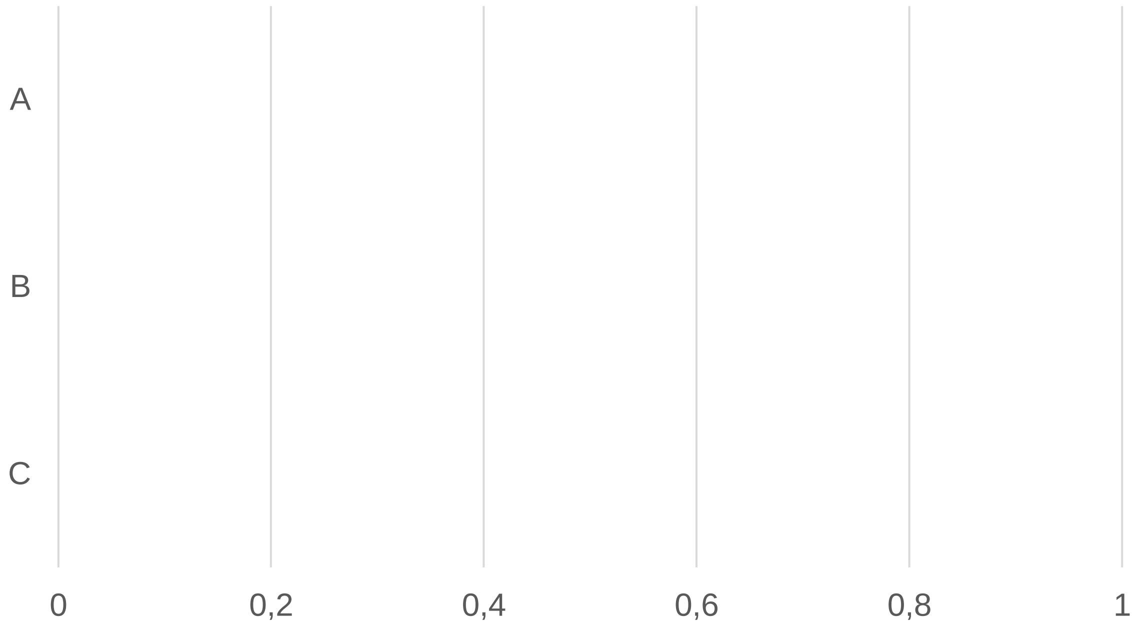
Bei **Wechselstrom** laufen diese Prozesse in beiden Richtungen ab. Der Stromkreis erhält die Feldenergie immer wieder zurück. Induktivitäten und Kapazitäten speichern kurzzeitig eine bestimmt Feldenergie zwischen. Die mittlere **pendelnd ausgetauschte Feldenergie** ist als **Blindleistung** definiert: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$

$\mathrm{Q} = U \cdot I \cdot sin(\varphi)$ in var (Volt Ampere reaktiv)



Zu welchem Bauteil gehört der zeitliche Verlauf von Spannung, Strom und Augenblicksleistung?





A) Kondensator
B) Induktivität
C) Ohmscher Widerstand

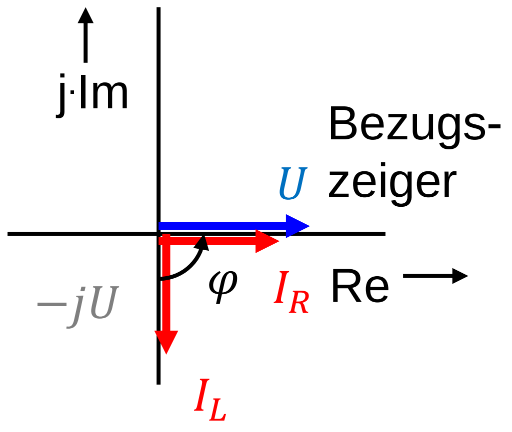
Umfrage starten

ID = j.grobler@tu-braunschweig.de
Umfrage noch nicht gestartet

Elektrische Leistungen im Zeigerdiagramm

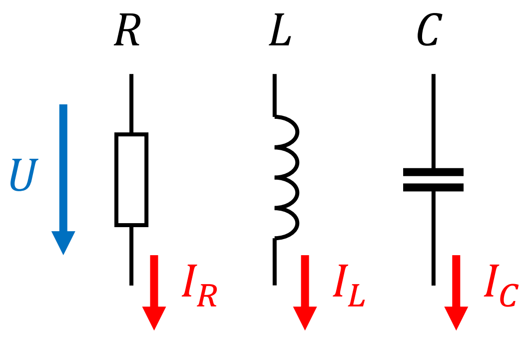
Die **Wirkleistung** ergibt sich aus dem Wirkstrom. Der Wirkstrom ist die Projektion der Länge des Stromzeigers auf den Spannungszeiger (Bezugszeiger).

$$P = U \cdot I \cdot cos(\varphi)$$



Die zwischengespeicherte **Blindleistung** wird bei **Induktivitäten positiv** gezählt (Strom folgt Spannung nach). Die Blindleistung ergibt sich aus dem Blindstrom.

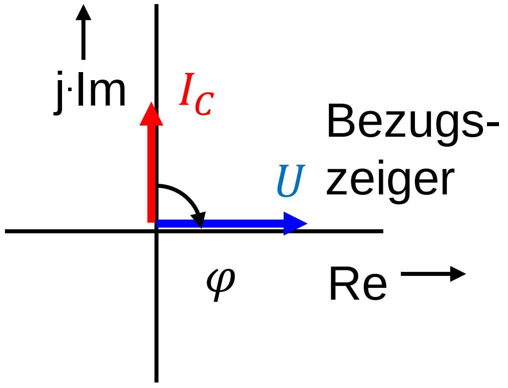
$$\mathrm{Q} = U \cdot I \cdot sin(\varphi) \qquad \varphi = \varphi_U - \varphi_I$$



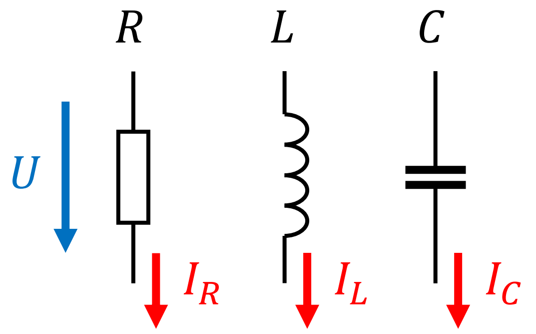
Die Blindleistung wird für φ $\boxed{>}$ 0 bei Induktivitäten positiv gezählt

Elektrische Leistungen im Zeigerdiagramm

Die zwischengespeicherte **Blindleistung** wird bei **Kapazitäten negativ** gezählt (Strom eilt Spannung voraus). Die Blindleistung ergibt sich aus dem Blindstrom.



$$\mathrm{Q} = U \cdot I \cdot sin(\varphi) \qquad \varphi = \varphi_U - \varphi_I$$



Die Blindleistung wird für φ $\boxed{<}$ 0 bei Kapazitäten negativ gezählt

Elektrische Leistungen im Zeigerdiagramm

Beispiel Parallelschaltung Kapazität und ohmscher Widerstand.

$$P = U \cdot I \cdot cos(\varphi) \qquad I_R = I \cdot cos(\varphi)$$

Die zwischengespeicherte **Blindleistung** wird bei **Kapazitäten negativ** gezählt (Strom eilt Spannung voraus).

$$\mathrm{Q} = U \cdot I \cdot sin(\varphi) \qquad I_C = I \cdot sin(\varphi)$$

Die **Scheinleistung** ist eine Rechengröße aus den Beträgen für Spannung und Strom.

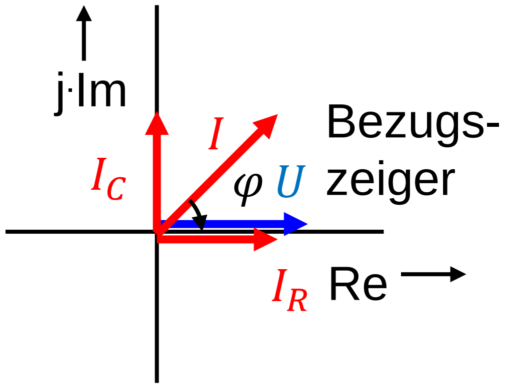
$$S = U \cdot I$$

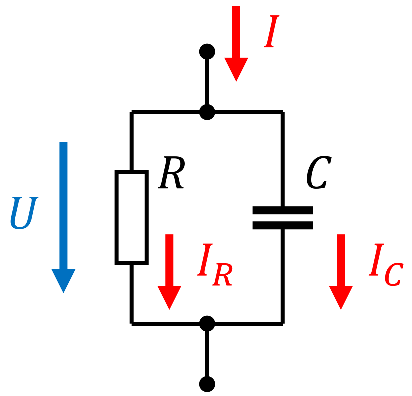
Die Zusammenhänge ergeben sich aus der konjugiert komplexen Multiplikation für die komplexe Leistung.

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I^*} = U * e^{j\varphi_U} * I * e^{j\varphi_I} = U * I * e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}$$

Damit ist die geometrische Summe aus Wirk- und Blind-leistung die **Scheinleistung**.

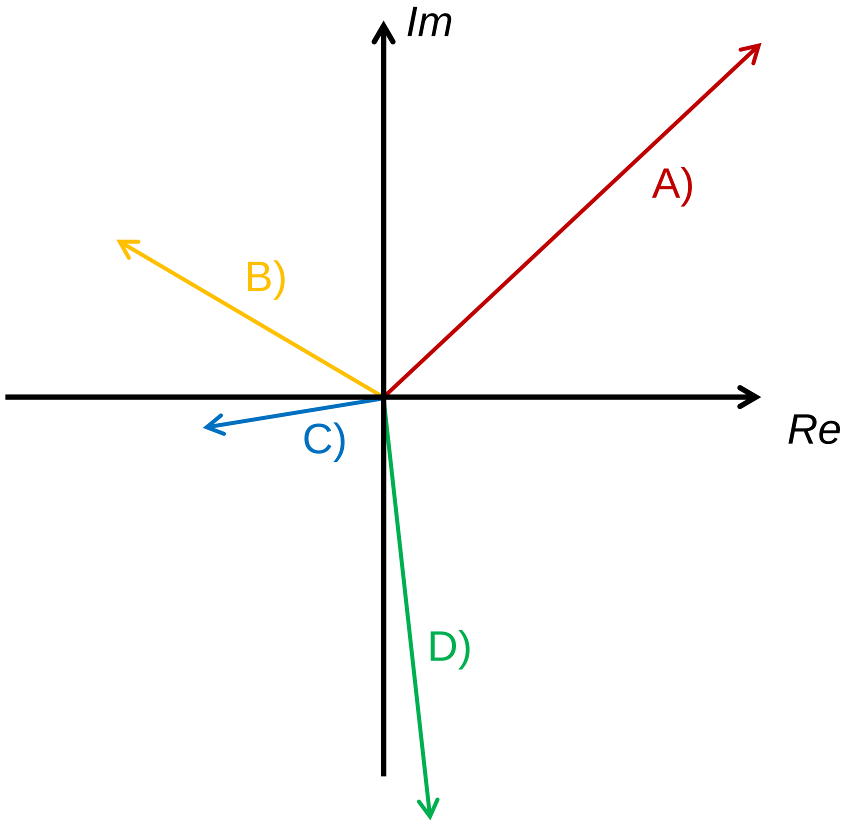
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

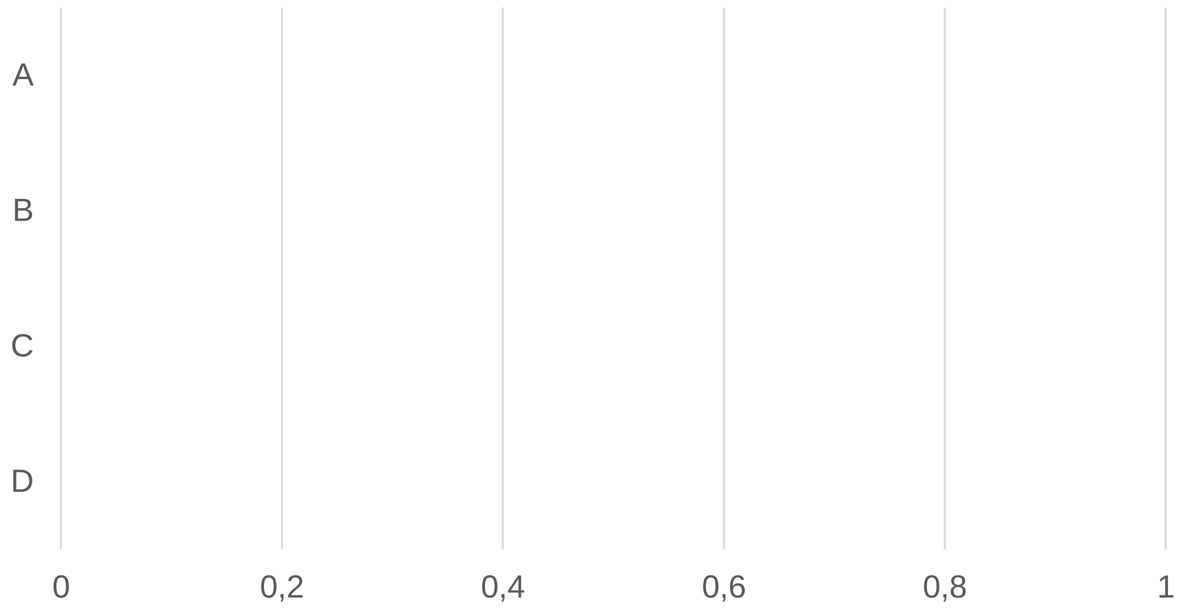




Verschiebungsfaktor

Welche der folgenden Scheinleistungen hat den größten Verschiebungsfaktor (Betrag des Wirkfaktors)?

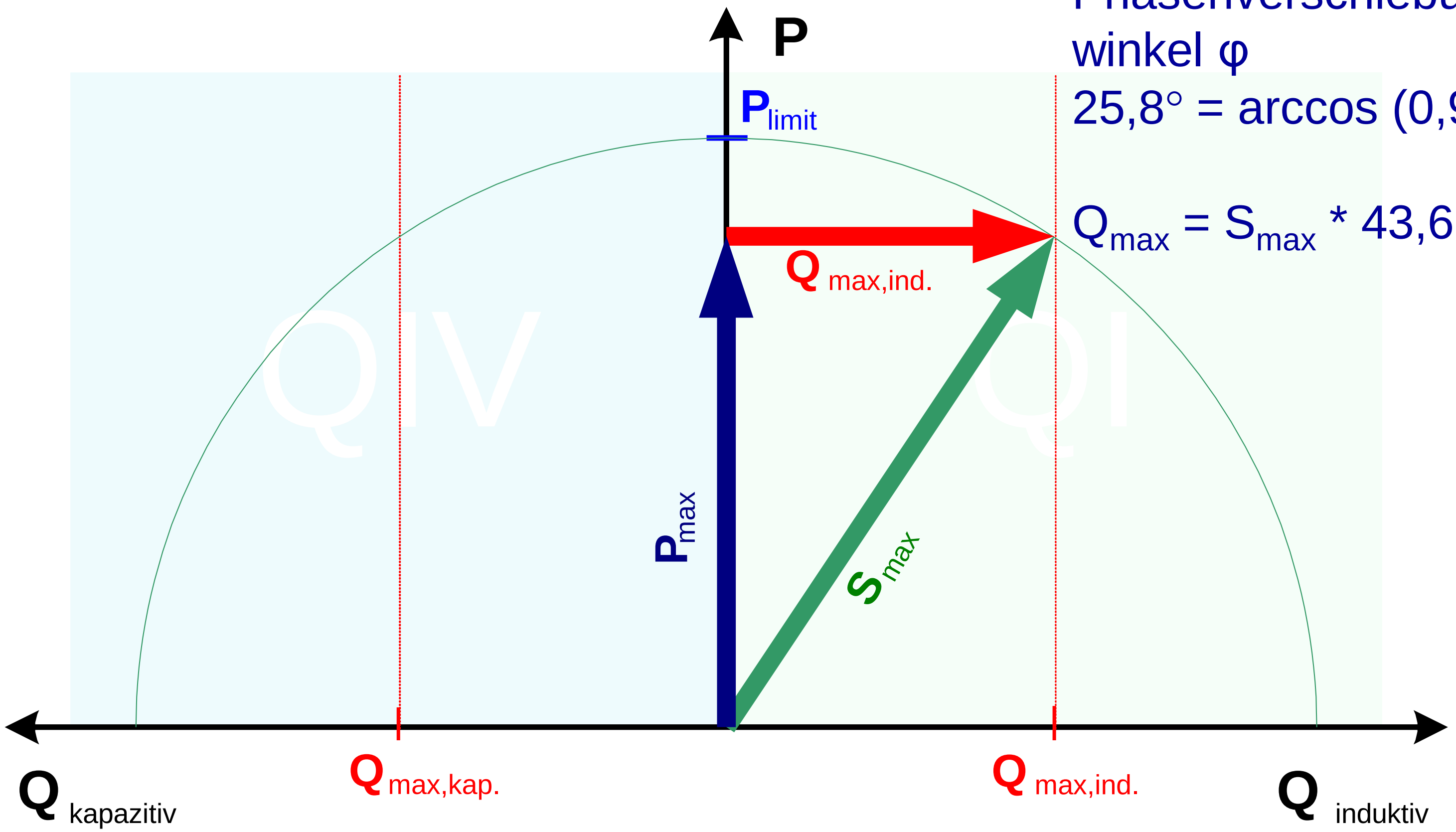




Umfrage starten

ID = j.grobler@tu-braunschweig.de
Umfrage noch nicht gestartet

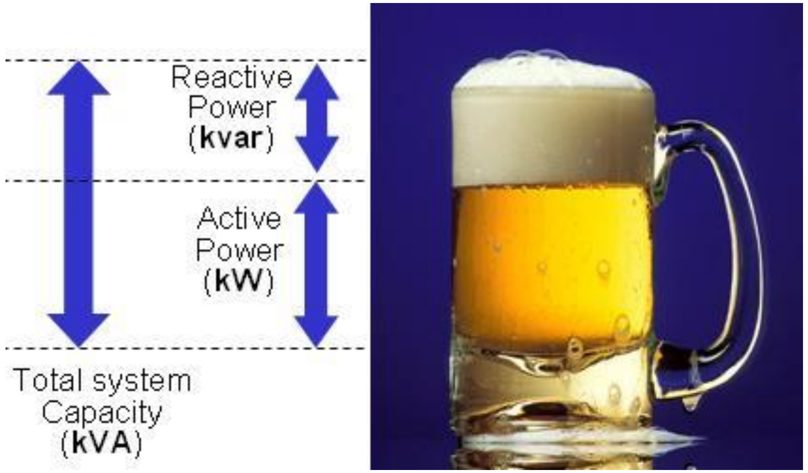
Auslegung der Wechselrichter für Blindleistungsbetrieb



Phasenverschiebungs-
winkel φ
25,8° = arccos (0,90)

$Q_{max} = S_{max}$ * 43,6 %

Zusammenhang von Wirk-, Blind- und Scheinleistung



Fragen?

Nächste Vorlesung:

05.04.2024

Drehstromsysteme II