Statistische Eigenschaften von Schätzern

Def.: 1) Die ZV $\hat{\vartheta} \equiv \hat{\vartheta}(X_1, \dots, X_n)$ heißt Schätzer für den Parameter ϑ (der W-Vert. P_ϑ^X), falls $\hat{\vartheta}: \mathcal{X} \to \Theta \subseteq \mathbb{R}$ (Wertebereich der ZV X)

2) $\hat{\vartheta}$ heißt (asymptotisch) erwartungstreu für ϑ, falls für alle $\vartheta \in \Theta$
$E_\vartheta \hat{\vartheta} = \vartheta$. $\left(E_\vartheta \hat{\vartheta} \xrightarrow[n\to\infty]{} \vartheta\right)$

3) Gilt zusätzlich $\mathrm{Var}_\vartheta \hat{\vartheta} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ für alle $\vartheta \in \Theta$, so heißt $\hat{\vartheta}$ (varianz-) konsistent für ϑ.

Bsp. 1) Mittelwert $\overline{X}$ der ZVen $X_1, \dots, X_n$ ist erwartungstreuer Schätzer für den Erwartungswert μ.

$E_\mu \overline{X} \overset{\text{s.o.}}{=} \mu$ für alle $\mu \in \mathbb{R}$, und konsistenter Schätzer für μ: $\mathrm{Var}_\mu \overline{X} \overset{\text{s.o.}}{=} \frac{\sigma^2}{n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ (für $\sigma^2 \in (0, \infty)$)

2) Emp. Varianz S^2 der ZVen $X_1, \dots, X_n$ ist erwartungstreuer und konsistenter Schätzer für die Varianz σ^2 der ZV $X_1, \dots, X_n$: $E_{\sigma^2} S^2 = \sigma^2$ für alle σ^2 u. $\mathrm{Var}_{\sigma^2} S^2 \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$