

Chi-Quadrat - Anpassungstest

Sei X diskrete ZV mit W-Vert $p_k := P\{X=x_k\}$, $k=1,2,\dots,K$

Hypothesenwahl

unbekannt

$H: p_k = p_{k0}$ für alle $k \in \{1, \dots, K\}$

$K: p_{k'} = p_{k'0}$ für mind. ein $k' \in \{1, 2, \dots, K\}$

Bsp. Würfel fair? $p_{k0} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$, $k \in \{1, \dots, 6\}$

Teststatistik (Schäzter):

$$T = \sum_{j=1}^K \frac{(h_j - n p_{j0})^2}{n p_{j0}} \quad \begin{array}{l} \text{unter } H \\ \sim \\ \text{approx.} \end{array} \quad \chi_{K-1}^2 \quad \begin{array}{l} \text{Chi-Quadrat-Vert.} \\ \text{mit } K-1 \text{ FG} \end{array}$$

Faustregel: $n p_{k0} \geq 5$ für alle k

d.h. im Bsp. $n \geq 30$ ($n p_{k0} = 30 \cdot \frac{1}{6} = 5$)

Testvorschrift: Entscheide für K bzw. lehne H (z.N. α)

ab, falls $T > \chi_{K-1; \underline{\underline{1-\alpha}}}^2$ $P_H \{ T > \chi_{K-1; \underline{\underline{1-\alpha}}}^2 \} \approx \alpha$

Zahlenbsp. $n=120$:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = h_4 = 15 \\ h_2 = h_5 = 25 \\ h_3 = h_6 = 20 \end{array} \right\} = T = \frac{(15 - \overset{=20}{120 \cdot \frac{1}{6}})^2}{20} + \dots = \underline{\underline{5}} + \chi_{5; 0.95}^2$$

$$\chi_{K-1; 1-\alpha}^2 = \chi_{6-1; 1-0.05}^2 = \chi_{5; 0.95}^2 \text{ Tabelle } 19.07$$

D.h. lehne H z.N. 5% nicht ab, also kann z.N. 5% nicht ausgeschlossen werden, dass der Würfel fair ist.