Analysis für Elektrotechnik
Sommersemester 23
Prof. Dr. Volker Bach
M.Sc. Jakob Geisler

Technische Universität Braunschweig

0. Übungsblatt

Upload: 13.04.2023.
Deadline: 18.04.2023, 10:00 Uhr (im Abgabeordner bei stud.ip).

Hinweis: Dies ist ein Bonus-Blatt. Sie können auch ohne dieses Blatt 100 Prozent der möglichen Punkte erreichen. Jedoch können Sie bis zu 8 Bonuspunkte auf diesem Blatt erhalten.

Aufgabe 0.1

(a) Bringen Sie die folgende Aussage

'Wenn gilt, dass die Erde nass wird, falls es regnet, und es regnet, dann wird die Erde nass.'

in eine aussagenlogische Form. Definieren Sie dafür Aussagen $A, B, \ldots$ wie etwa

$$A := \text{Es regnet}$$

und nutzen Sie die Notation aus dem Skript.

(b) Geben Sie ein (Alltags-) Beispiel an, welches verdeutlicht, dass aus $A \Rightarrow B$ im Allgemeinen weder $B \Rightarrow A$ noch $\neg A \Rightarrow \neg B$ folgt.

Aufgabe 0.2

Es sei $M \subseteq \mathbb{R}$ eine nichtleere Menge. Formulieren Sie die Negation der folgenden Aussagen mittels logischer Quantoren:

(a) $\forall x \in M : x \geq 0$.

(b) $\exists x \in M : x > 0$.

Es sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_0^+$ eine Abbildung. Formulieren Sie die Negation der folgenden Aussagen mittels logischer Quantoren:

(c) $\forall \varepsilon > 0 \, \exists n \in \mathbb{N} : f(n) < \varepsilon$. (gelesen: 'Für alle ε größer als null existiert eine natürliche Zahl n, sodass $f(n)$ kleiner ist als ε.')

(d) $\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \in \mathbb{N} \, \forall n \geq N : f(n) < \varepsilon$.

Aufgabe 0.3

Es seien $A = \{x \in \mathbb{C} | x^4 = 1\}, B = \{1, 2\}$ und $C = \{\text{Schüler}, \text{Meister}\}$ Mengen.

(a) Geben Sie alle Elemente von $A, \mathfrak{P}(B), A \cap B, A \cup B, A \setminus B$ und $B \times C$ an.

(b) Berechnen Sie $|(A \cup B) \setminus \mathbb{Z}|$.

(c) Geben Sie eine injektive Funktion $f : C \to A$, eine surjektive Funktion $g : A \to C$ und eine bijektive Funktion $h : C \to B$ an.

Aufgabe 0.4

(a) Zeigen Sie mittels Wahrheitstafeln, dass

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C) \tag{1}$$

und

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \tag{2}$$

gelten.

Nun seien M, N nichtleere Mengen und $A, B \subseteq M$ sowie $C, D \subseteq N$ Teilmengen von M und N. Ferner sei $f : M \to N$ eine Abbildung.

(b) Beweisen Sie

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \tag{3}$$

und

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C). \tag{4}$$

(c) Beweisen Sie $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$.