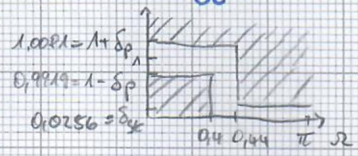
1.

(1P) a) $\delta_p = 0{,}0081 \qquad \delta_{St} = 0{,}0256 \qquad \Omega_p = 0{,}4\pi \qquad \Omega_{St} = 0{,}44\pi$

(2P) b) ...



(1P) c) $r_p = 20\log(1+\delta_p) - 20\log(1-\delta_p) = 0{,}1407\ \mathrm{dB}$

$d_{St} = -20\log(\delta_{St}) = 31{,}8352\ \mathrm{dB}$

(2P) d)

$d = -20\log(\min\{\delta_p, \delta_{St}\}) = -20\log(0{,}0081) = 41{,}8303\ \mathrm{dB}$

$\Delta\Omega = \Omega_{St} - \Omega_p = 0{,}04\pi$

$N_b \geq \dfrac{\frac{d}{\mathrm{dB}} - 7{,}95}{2{,}29 \cdot \Delta\Omega} = 117{,}734 \quad \Rightarrow \quad N_b = \underline{118} \quad , \quad \beta = \underline{3{,}6107}$

(2P) e) $\Omega'_p = \Omega_p \ , \ \Omega'_{St} = \Omega_{St} \ , \ \delta'_{St} = (0{,}0256)^{1/4} = 0{,}4 \ , \ \delta'_p = 1 - \sqrt[4]{1-\delta_p} \approx 0{,}00203$

wegen fehlleitender Aufgabenstellung wird auch $\delta'_p = (0{,}0081)^{1/4} = 0{,}3$ akzeptiert.

(1P) f) $d' = 53{,}85\ \mathrm{dB}$

$N'_b \geq 159{,}503 \Rightarrow N'_b = 160$

(2P) g) $4 \cdot (N'_b + 1) = 4 \cdot 161 = \underline{644\ \mathrm{MACs}}$

$(N_b + 1) = \underline{119\ \mathrm{MACs}}$

$4 \cdot \dfrac{N'_b}{2} = 2 \cdot 160 = \underline{320\ \text{samples}}$

$\dfrac{N_b}{2} = \dfrac{118}{2} = \underline{59\ \text{samples}}$

Folgerichtig:

$d' = 10{,}4576\ \mathrm{dB}$

$N'_b \geq 8{,}714 \Rightarrow N'_b = 9$

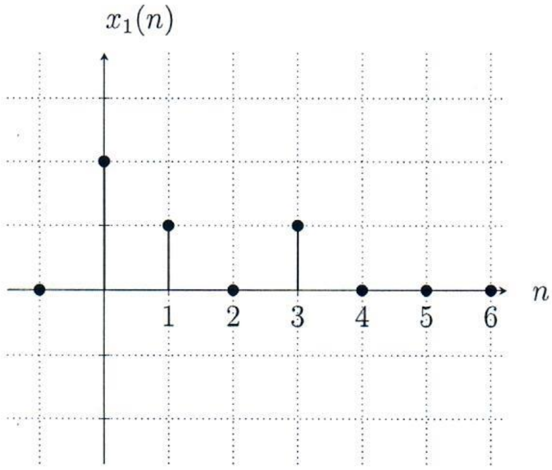
$4 \cdot (N'_b + 1) = 4 \cdot 10 = \underline{40\ \mathrm{MACs}}$

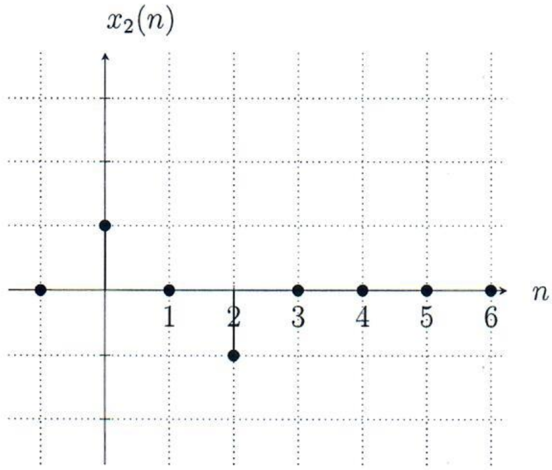
$4 \cdot \dfrac{N'_b}{2} = 2 \cdot 9 = \underline{18\ \text{samples}}$

Aufgabe 2: Zirkulare und lineare Faltung

(7 Punkte)

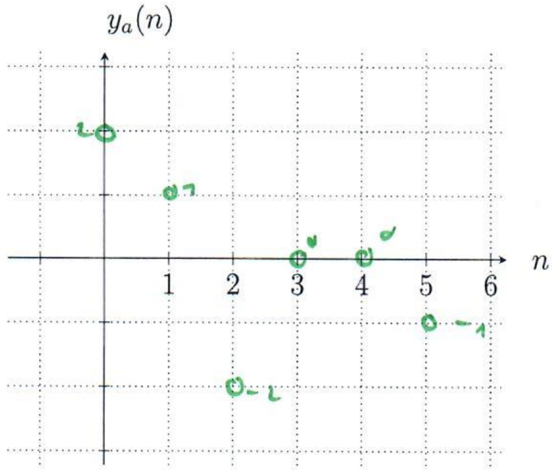
Gegeben seien die beiden zeitdiskreten Signale $x_1(n)$ und $x_2(n)$:



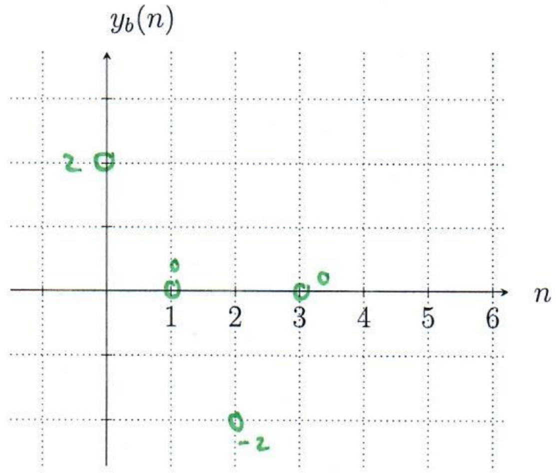


$$x_1(n) = \begin{cases} 2-n, & n = 0{,}1{,}2 \\ n-2, & n = 3 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad x_2(n) = \begin{cases} 1-n, & n = 0{,}1{,}2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Tragen Sie das Ergebnis der zeitdiskreten Faltung $y_a(n) = x_1(n) * x_2(n)$ in das nachfolgende Diagramm ein und geben Sie die jeweiligen Amplitudenwerte an.



b) Die beiden Signale $x_1(n)$ und $x_2(n)$ werden nun mit Hilfe einer DFT der Länge 4 in den Frequenzbereich transformiert, dort multipliziert und anschließend mittels einer IDFT der Länge 4 zurücktransformiert. Tragen Sie das Ergebnis $y_b(n)$ der IDFT für $n = 0, 1, 2, 3$ in das nachfolgende Diagramm ein und geben Sie die jeweiligen Amplitudenwerte an.



c) Wie bezeichnet man die in Teilaufgabe b) durchgeführte Faltung? Geben Sie die minimale DFT-Länge $K_{\min}$ an, bei der gilt:

$$y_a(n) = y_b(n) \quad \text{für } n = 0, 1, 2, 3$$

zykl. Faltung. $K \geq N_x + N_y - 1$ $\quad K = 6$

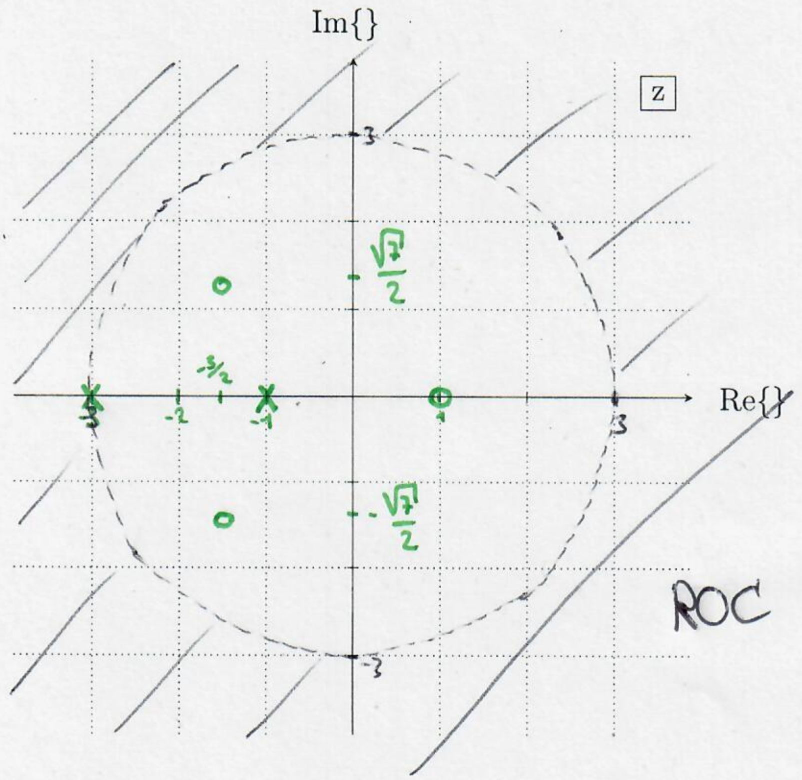
Aufgabe 3: Inverse z-Transformation

(13 Punkte)

Die Systemfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems ist gegeben durch:

$$H(z) = \frac{-8z^{-3} + 2z^{-2} + 4z^{-1} + 2}{3z^{-3} + 4z^{-2} + z^{-1}}$$

a) Tragen Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems in das folgende Diagramm ein.



ROC $|z|>3$

b) Geben Sie das Konvergenzgebiet von $H(z)$ an und zeichnen Sie es als schraffierte Fläche in das oben stehende Diagramm ein. Gehen Sie davon aus, dass es sich bei $h(n)$ um eine rechtsseitige Folge handelt.

c) Kann das hier vorliegende System in einen Allpass und ein minimalphasiges System zerlegt werden? Begründen Sie Ihre Antwort und geben Sie gegebenenfalls die Zerlegung an!

d) Welche Charakteristik weist das System auf? (Hochpass, Tiefpass, Bandpass)

Es wird nun ein Signal $x(n) = \epsilon(n)$ als Eingangssignal für das System verwendet.

e) Transformieren Sie das Eingangssignal in den z-Bereich und ermitteln Sie anschließend die Ausgangsfolge $y(n)$.

3) a) Siehe Diagramm 2,5

b) -//- 1

c) Nein, Pol auf EHK, nicht stabil
→ keine Zerlegung in minimalphasigen System + Allpass möglich 1

d) Hochpass 1

e) $X(z) = \frac{z}{(z-1)}$

1,5

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) = \frac{2z^4 + 4z^3 + 2z^2 - 8z}{z^3 + 3z^2 - z - 3}$$

Polynomdivision:

$$Y(z) = 2z - 2 + \frac{8z^2 + 6z + 14}{(z+3)(z+1)(z-1)}$$

Methode 5:

Methode 5:

$$X(z) = \frac{8z^2 + 6z + 14}{(z+3)(z+1)(z-1)}$$ 1 Polynomdivision

$$R(0) = X(z)\Big|_{z=0} = \frac{8\cdot 0 + 6\cdot 0 + 14}{3\cdot 1\cdot(-1)} = -\frac{14}{3}$$ 1

$$R_{1,1} = \lim_{z \to z_{\infty,1}} \left\{ (z+3)\cdot \frac{8z^2+6z+14}{(z+3)(z+1)(z-1)z} \right\} = \frac{8z^2+6z+14}{(z+1)(z-1)z}\Bigg|_{z=z_{\infty,1}=-3} = -\frac{17}{6}$$ 1

$$R_{2,1} = \lim_{z \to z_{\infty,2}} \left\{ (z+1)\, \frac{8z^2+6z+14}{(z+3)(z+1)(z-1)z} \right\} = \frac{8z^2+6z+14}{(z+3)(z-1)(z)}\Bigg|_{z=z_{\infty,2}=-1} = 4$$ 1

$$R_{3,1} = \lim_{z \to z_{\infty,3}} \left\{ (z-1)\, \frac{8z^2+6z+14}{(z+3)(z+1)(z-1)z} \right\} = \frac{8z^2+6z+14}{(z+3)(z+1)z}\Bigg|_{z=z_{\infty,2}=1} = \frac{7}{2}$$ 1

$$X(z) = -\frac{14}{3} - \frac{17}{6}\frac{z}{z+3} + 4\frac{z}{z+1} + \frac{7}{2}\frac{z}{z-1}$$

$$y(n) = 2\delta(n+1) - 2\delta(n) - \frac{14}{3}\delta(n) - \frac{17}{6}\cdot(-3)^n\cdot\varepsilon(n) + 4\cdot(-1)^n\cdot\varepsilon(n) + \frac{7}{2}\cdot\varepsilon(n)$$ 1

$$= 2\delta(n+1) - \frac{20}{3}\delta(n) + \left(-\frac{17}{6}\cdot(-3)^n + 4\cdot(-1)^n + \frac{7}{2}\right)\cdot\varepsilon(n)$$

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

9 (~~12~~ Punkte)

Auf ihrem Computer ist eine Aufnahme von 30 Sekunden mit 16 Bit pro Abtastwert PCM-codiert abgespeichert. Die Aufnahme nimmt auf dem Speichermedium 11.520.000 Bit ein.

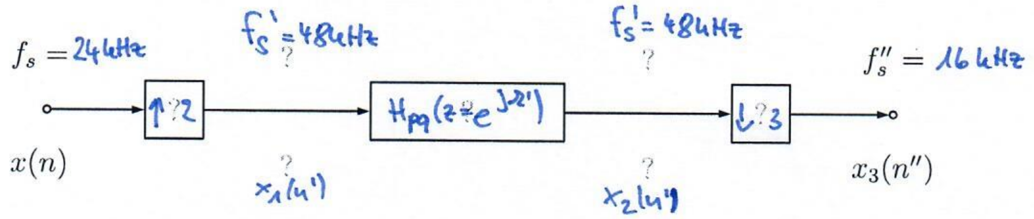
1P a) Geben Sie die Abtastrate f_s an, mit der das Signal abgespeichert wurde. $\Rightarrow 24\,\mathrm{kHz} = \frac{11.520.000}{16 \cdot 30}$

Die Aufnahme soll nun über eine Breitband-Verbindung mit dem Mobiltelefon übertragen werden und muss dazu auf $f_s'' = 16$ kHz gewandelt werden. Sie wollen nun die Abtastratenwandlung von f_s auf f_s'' durchführen.

1P b) Nennen Sie das teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung. $\Rightarrow r = \frac{p}{q} = \frac{2}{3}$

1P c) Nennen Sie die Grenzfrequenz $f_{c,pq}$ des Filters $H_{pq}(z = e^{j\Omega'})$, welches als gemeinsames ideales Antialiasing-Filter für die Expansion und Dezimation genutzt werden kann. $\Rightarrow f_{c,pq} = 8\,\mathrm{kHz}$

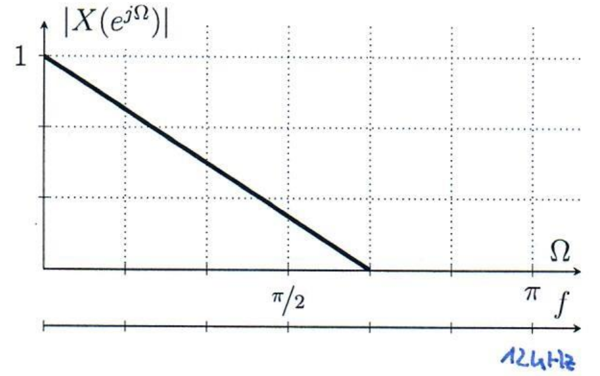
1P d) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Das Filter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$ ist als ideal anzunehmen.

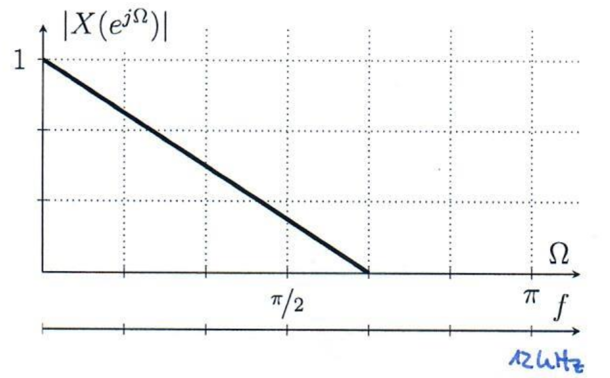


e) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_1(e^{j\Omega'})|$, $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Nutzen Sie die Diagramme der linken Spalte für eine Abtastratenwandlung MIT idealer Tiefpassfilterung. Nutzen Sie die Diagramme der rechten Spalte für eine Abtastratenwandlung OHNE ideale Tiefpassfilterung. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Beschriftung aller Achsen, sowie der Amplitudenwerte.

MIT idealem Tiefpassfilter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$

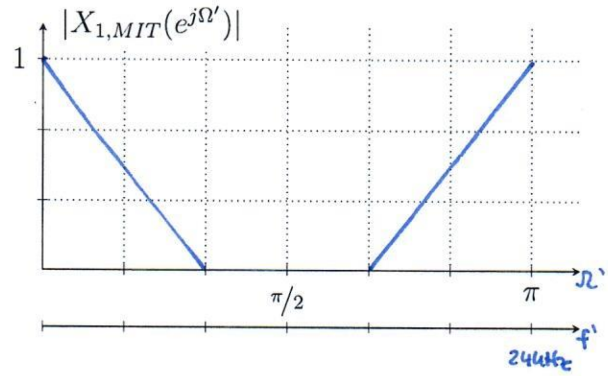
OHNE ideales Tiefpassfilter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$

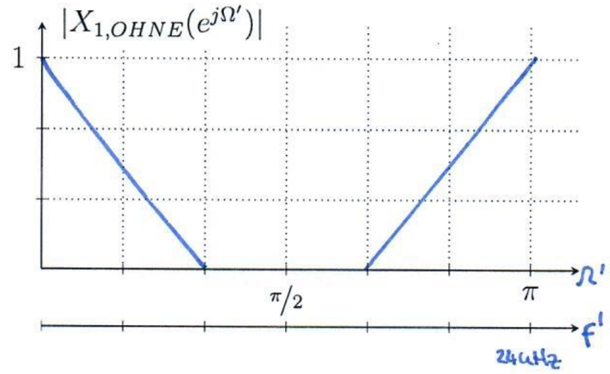




❶

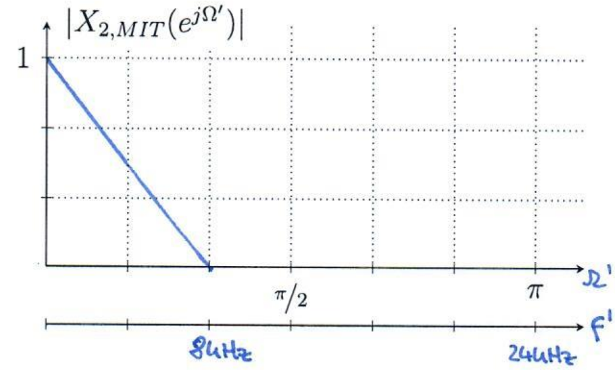
1,5P

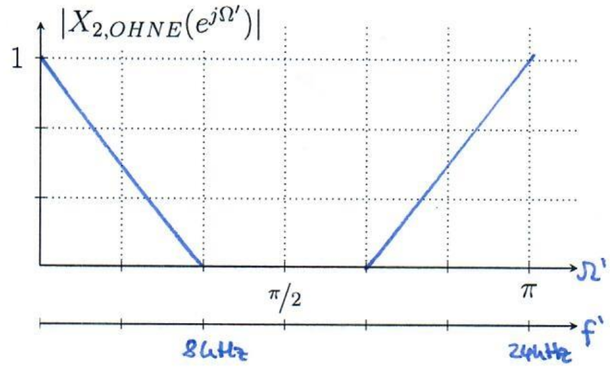




❷

1P





❸

2,5P