

Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

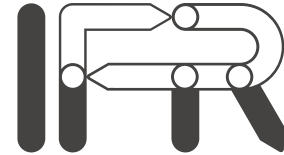
Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66

38106 Braunschweig

Tel. (0531) 391-3840



Klausuraufgaben

Grundlagen der Elektrotechnik

Seite 1/11

Vorname: _____ Nachname: _____		
Matr.-Nr.: _____ Studiengang: _____		
Datum: 17. März 2018		
1:	2:	3:
ID: _____ Summe: _____ Note: _____		

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, über meine TU E-Mail-Adresse kontaktiert zu werden (z. B. für HiWi-Jobs, studentische Arbeiten oder Stipendien):

Unterschrift

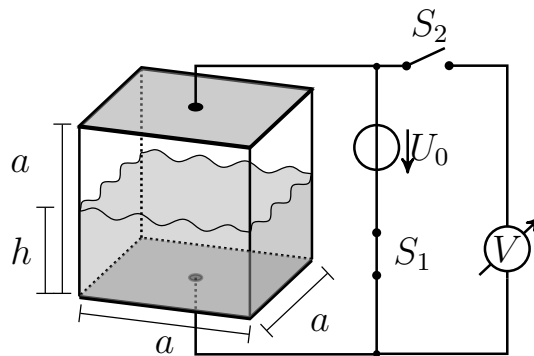
Allgemeine Hinweise:

- Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.
- **Einheiten** sind bei den Ergebnissen **anzugeben**.
- Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.
- **Keine Rückseiten** beschreiben.
- **Keine Bleistifte oder Rotstifte** verwenden.
- **Lösungen auf Aufgabenblättern** werden **nicht gewertet**.
- Lösen Sie die Aufgaben **zunächst analytisch mit Symbolen** und setzen Sie **erst am Schluss Zahlenwerte** ein.
- In dieser Klausur gibt es **Hinweise**, welche Aufgabenteile unabhängig von anderen Teilaufgaben gelöst werden können. Diese sind **an der linken Seite jeweils mit einem Pfeil (\implies)** markiert und der zugehörige Hinweis ist **fett gedruckt**.
- **Zugelassene Hilfsmittel:**
 - Geodreieck
 - Zirkel
- Die Ergebnisse sind nur online über das QIS-Portal einsehbar.
- Diese Klausur besteht aus **3 Aufgaben** auf insgesamt **11 Blättern**.

1 Elektrisches Feld

Punkte: 21

Gegeben ist folgender Aufbau zur kapazitiven Füllstandsmessung, bestehend aus einem gefüllten Tank mit zwei Kondensatorplatten, einer Spannungsquelle und einem Spannungsmessgerät. Die Schalter S_1 und S_2 sind gegensätzlich schaltbar (S_1 : auf & S_2 : zu oder S_1 : zu & S_2 : auf). Der Tank ist bis zu einer Füllhöhe h mit einer Flüssigkeit der relativen Permittivität ε_{r2} gefüllt. Gehen Sie, soweit nicht anders gefordert, für alle Berechnungen von einem idealen Kondensator aus. Die Oberfläche der Flüssigkeit kann als glatt angenommen werden.



- a) Nennen Sie ein physikalisches Gesetz, mit dem die Ladung auf einer Kondensatorplatte berechnet werden kann.

Geben Sie das Gesetz in integraler Form an (*Hinweis:* Es handelt sich um eine Maxwell Gleichung). (2 Punkte)

- b) Berechnen Sie die Ladung auf einer Kondensatorplatte unter der Annahme, dass die elektrische Flussdichte (Verschiebungsflussdichte) im Kondensator 1 A s m^{-2} und die Seitenlängen $a=10 \text{ cm}$ betragen.

Geben Sie Integrationsflächen und -grenzen an. (2 Punkte)

⇒ Die Aufgabenteile c) und d) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.

- c) Erläutern Sie kurz in *Stichpunkten*, wie und warum der Aufbau zur Füllstandsmessung geeignet ist. (2 Punkte)
- d) Handelt es sich bei der Kondensatoranordnung um eine Reihen- oder Parallelschaltung? Zeichnen Sie das ideale Ersatzschaltbild der Kondensatoranordnung. (1,5 Punkte)
- e) Berechnen Sie allgemein die Kapazität C_0 des ungefüllten Kondensators. (1,5 Punkte)
- f) Berechnen Sie allgemein die Gesamtkapazität C_{ges} der Kondensatoranordnung. (2 Punkte)
- g) Berechnen Sie allgemein die normierte Kapazität $C^* = \frac{C_0}{C_{\text{ges}}}$ in Abhängigkeit der normierten Füllhöhe $\frac{h}{a}$. (2 Punkte)
- h) Skizzieren Sie den Verlauf der normierten Kapazität im Intervall $\frac{h}{a} \in [0, 1]$ unter der Annahme, dass $\varepsilon_{r2} > \varepsilon_{r1}$. (2 Punkte)

Die Messanordnung soll mit Hilfe einer einzelnen zusätzlichen Kapazität C_x erweitert werden, sodass die Gesamtkapazität verdoppelt wird.

- i) Wie muss die neue Kapazität C_x geschaltet werden? Geben Sie C_x als Vielfaches von C_{ges} an. (2 Punkte)

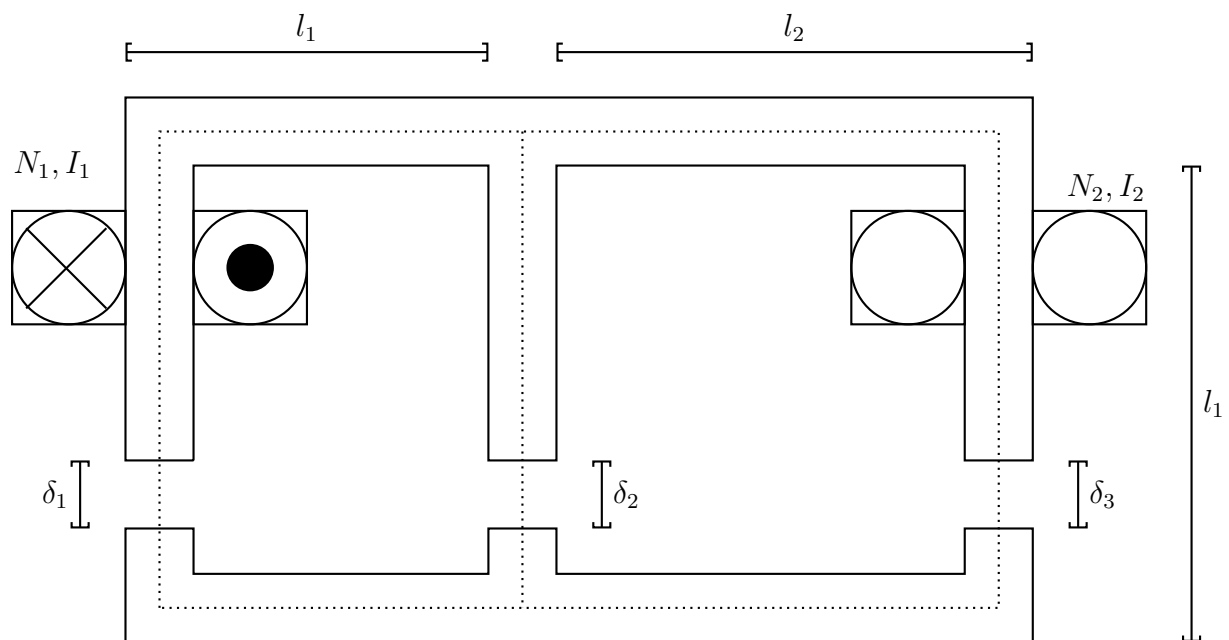
⇒ Die Aufgabenteile j) und k) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.

In der Praxis werden kapazitive Füllstandssensoren häufig über eine frequenz- statt über eine betragsmäßige Spannungsmessung realisiert. Gehen Sie bei der Beantwortung der folgenden Fragen davon aus, dass Hochfrequenzeffekte keine Rolle spielen.

- j) Begründen Sie, warum das reale Ersatzschaltbild eines Kondensators einen Widerstand parallel zu den Kondensatorplatten enthält und erläutern Sie, warum die vorliegende Schaltung somit nicht ideal zur Kapazitätsmessung ist. (2 Punkte)
- k) Erläutern Sie kurz (in zwei Stichpunkten) ein mögliches Prinzip hinter einer frequenzbasierten Füllstandsmessung. (2 Punkte)

2 Magnetischer Kreis

Punkte: 29



Der Eisenkern des oben dargestellten magnetischen Kreises hat die konstante Permeabilität μ_r und eine quadratische Querschnittsfläche mit der Seitenlänge a . Der Eisenkern befindet sich in Luft. Durch die Spule N_1 fließt der Gleichstrom I_1 in der vorgegebenen Richtung. Die Spule N_2 des rechten Schenkels ist zunächst nicht bestromt. Streuungseffekte sind vorerst zu vernachlässigen!

- a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive sämtlicher magnetischer Teilspannungen sowie Flüsse und geben Sie die Gleichungen für alle Komponenten an. Verwenden Sie zur Berechnung die mittlere Feldlinienlänge (gestrichelte Mittellinie). (7 Punkte)

Nachfolgend gelte $l_1, l_2 \gg \delta_1, \delta_2, \delta_3$.

- b) Bestimmen Sie die Gesamtwiderstände der einzelnen Schenkel und vereinfachen Sie die Gleichungen unter obiger Annahme. (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie die magnetischen Flüsse in den einzelnen Schenkeln in Abhängigkeit von den Schenkelwiderständen aus b) sowie der Windungszahl N_1 und des Stroms I_1 . (6 Punkte)
- d) Die Spule N_2 wird im Leerlauf betrieben. Welche Spannung U_{i2} wird nach Abklingen der Einschwingvorgänge in der Spule N_2 induziert? Begründen Sie ihre Antwort. (1 Punkt)

Nachfolgend soll die im mittleren Luftspalt wirkende Kraft zu null gemacht werden.

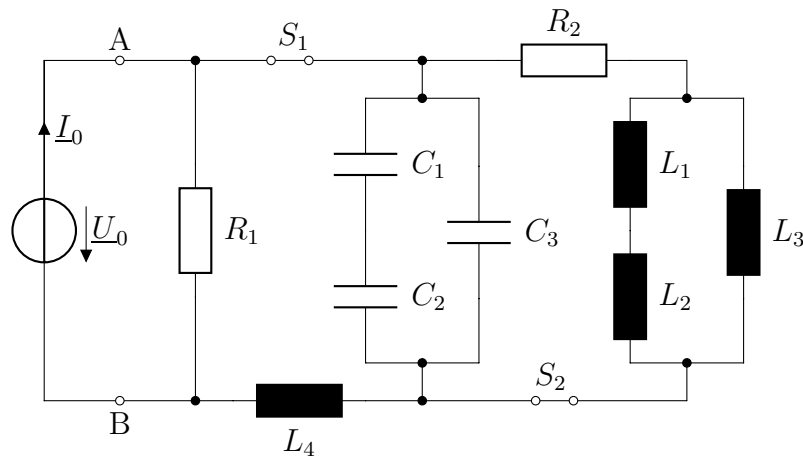
- e) Stellen Sie in einer Skizze des Schenkels mit der Wicklung N_2 die erforderliche Richtung des Stromes I_2 sowie die Richtung des Flusses durch den Schenkel dar. Begründen Sie ihre Antwort. (3 Punkte)
- f) Gegeben sind: $\Theta_2 = 2 \cdot \Theta_1$ und $\delta_1 = 0,5 \cdot \delta_3$
Berechnen Sie das erforderliche Verhältnis von l_1 zu l_2 , sodass die Kraft im mittleren Luftspalt gleich null wird. (6 Punkte)

Nachfolgend soll am linken Luftspalt eine Streuung berücksichtigt werden.

- g) Skizzieren Sie den Feldlinienverlauf am linken Luftspalt sowie das Ersatzschaltbild des linken Schenkels. Erläutern Sie qualitativ, warum dieses Ersatzschaltbild den bei Streuung auftretenden Feldlinienverlauf abbildet. (3 Punkte)

3 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 50

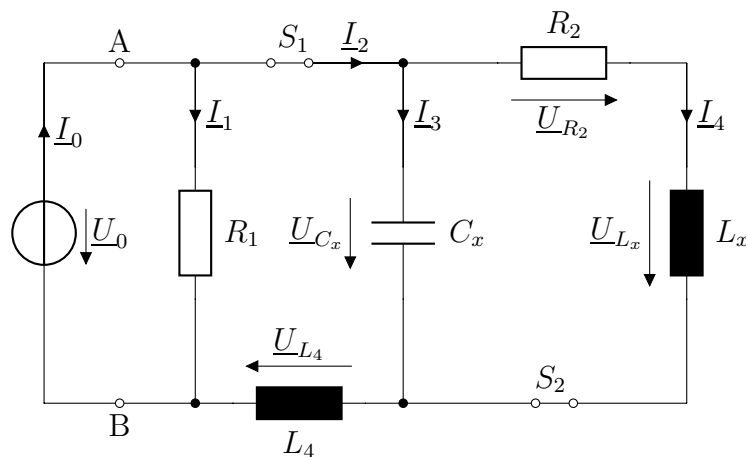


Gegeben: $L_1 = 3 \text{ mH}$, $L_2 = 5 \text{ mH}$, $L_3 = 8 \text{ mH}$, $L_4 = 1 \text{ mH}$, $C_1 = C_2 = 120 \text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 40 \text{ }\mu\text{F}$

Eine Wechselspannungsquelle \underline{U}_0 speist die dargestellte Schaltung aus mehreren kapazitiven, induktiven sowie ohmschen Impedanzen. Die Schalter S_1 und S_2 seien geschlossen.

- a) Für die weiteren Berechnungen soll das Netzwerk vereinfacht werden. Dazu wird für die Spulen L_1 , L_2 und L_3 eine Ersatzinduktivität L_x sowie für die Kondensatoren C_1 , C_2 und C_3 eine Ersatzkapazität C_x verwendet. Berechnen Sie die Größe von L_x und C_x . (2 Punkte)

Das vereinfachte Netzwerk ergibt sich wie im Folgenden dargestellt und soll für alle nachfolgenden Aufgaben verwendet werden. Die Schalter S_1 und S_2 sind weiterhin geschlossen.



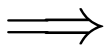
Die Schaltung wird mit einer festen Kreisfrequenz ω betrieben. Dabei wird über C_x eine Spannung $\underline{U}_{C_x} = 0 \text{ V} + j5 \text{ V}$ gemessen. Es gelten weiterhin:

$$R_1 = 2 \Omega, R_2 = 4 \Omega, L_x = 4 \text{ mH}, L_4 = 1 \text{ mH}, C_x = 100 \mu\text{F} \text{ und } \omega = 2000 \text{ s}^{-1}.$$

- b) Berechnen Sie den Strom \underline{I}_4 , der über den Widerstand R_2 und die Spule L_x fließt, und die daraus resultierenden Spannungen \underline{U}_{R_2} und \underline{U}_{L_x} . (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie den Strom \underline{I}_3 , der über die Kapazität C_x fließt. (1 Punkt)
- d) Berechnen Sie den Strom \underline{I}_2 und die daraus resultierende Spannung \underline{U}_{L_4} . (2 Punkte)
- e) Berechnen Sie die Spannung \underline{U}_0 und den Strom \underline{I}_0 . (3 Punkte)
- f) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm mit allen Spannungen (*Maßstab*: $0,5 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$). Aus dem Zeigerdiagramm sollen die im Netzwerk auftretenden Maschen nachvollziehbar sein. (5 Punkte)

Die Schaltung wird weiterhin bei gleichbleibender Kreisfrequenz ω betrieben. Der Betrag der Spannung $|\underline{U}_0|$ wird verdoppelt.

- g) Welche Auswirkungen hat die Verdopplung auf die Phasenlage sowie auf die Scheinleistung, die in dem Netzwerk zwischen den Klemmen A und B umgesetzt wird? Begründen Sie jeweils kurz. Was schließen Sie daraus für Wirk- und Blindleistung? (3 Punkte)

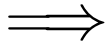


Die Aufgabenteile h) bis j) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden. Verwenden Sie unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen die folgenden Werte:

$$\underline{I}_0 = 0,5 \text{ A} \cdot e^{j231,87^\circ}, \underline{U}_0 = 6 \text{ V} \cdot e^{j195^\circ} \text{ und } \omega = 10^4 \text{ s}^{-1}.$$

Durch ein zur Spannungsquelle \underline{U}_0 parallel geschaltetes Bauelement soll der Phasenwinkel zwischen \underline{U}_0 und \underline{I}_0 zu $\varphi = 0^\circ$ kompensiert werden.

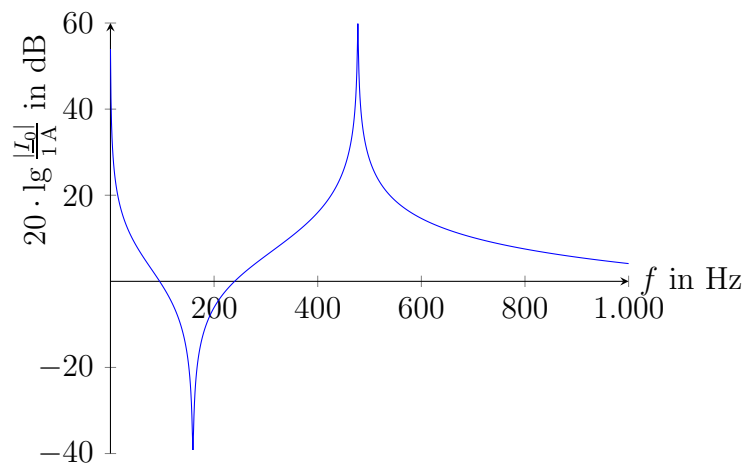
- h) Zeichnen Sie das resultierende Zeigerdiagramm mit den Zeigern \underline{U}_0 , \underline{I}_0 sowie dem Kompensationsstrom \underline{I}_{comp} (*Maßstab*: $1 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$, $0,1 \text{ A} \hat{=} 1 \text{ cm}$). Zeigt die Schaltung induktives oder kapazitives Verhalten? (2 Punkte)
- i) Welches Bauteil zur Kompensation des Phasenwinkels zwischen \underline{U}_0 und \underline{I}_0 verwenden Sie? Begründen Sie dies in einem Satz. (1 Punkt)
- j) Bestimmen Sie anhand des Zeigerdiagramms die Größe des Bauteils. (2 Punkte)
Hinweis: Runden Sie beim Ablesen aus dem Zeigerdiagramm auf ganze Zahlen.



Die Aufgabenteile k) bis p) können unabhängig von den anderen Aufgabenteilen gelöst werden. Es gelten die folgenden Werte:

$$R_1 = 100 \, \Omega, C_x = 1 \, \text{mF}, L_x = 1 \, \text{mH} \text{ und } L_4 = 125 \, \mu\text{H}.$$

Die Schaltung soll im Folgenden mit variabler Frequenz ω betrieben werden. In der folgenden Abbildung ist der Betrag des Stromes $|\underline{I}_0|$ logarithmisch als Funktion der Frequenz f aufgetragen. Dabei wurde der Widerstand R_2 vernachlässigt ($R_2 = 0$).



k) Der Verlauf des Betrags über der Frequenz weist zwei Peaks bei $f_{01} \approx 159 \, \text{Hz}$ und bei $f_{02} \approx 477 \, \text{Hz}$ auf. Begründen Sie mit Ihrem Wissen über Schwingkreise, warum diese Peaks auftreten. (2 Punkte)

l) Welche Bauteile sind an den beiden Schwingkreisen jeweils beteiligt? (2 Punkte)

m) Wie erklärt sich der zusätzliche Peak bei $f = 0$? (1 Punkt)

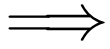
n) Begründen Sie kurz, warum bei $\omega \rightarrow \infty$ für den Betrag der Impedanz $|\underline{Z}| = 100 \, \Omega$ gilt. (1 Punkt)

o) Zeigen Sie, dass für die Impedanz zwischen den Klemmen A und B unter Vernachlässigung von R_1 ($R_1 \rightarrow \infty$) und R_2 ($R_2 = 0$) gilt: (3 Punkte)

$$\underline{Z} = j\omega \frac{(L_4 + L_x) - \omega^2 L_x L_4 C_x}{1 - \omega^2 L_x C_x}$$

p) Bestimmen Sie ausgehend von der Impedanz \underline{Z} die Eigenfrequenzen f_{01} und f_{02} der in der Schaltung vorhandenen Schwingkreise erst symbolisch und anschließend in Zahlen. Verwenden Sie die Näherung $\pi \approx 3$. (3 Punkte)

Hinweis: Überlegen Sie, was für den Zähler bzw. den Nenner des Bruchs im jeweiligen Resonanzfall gilt.

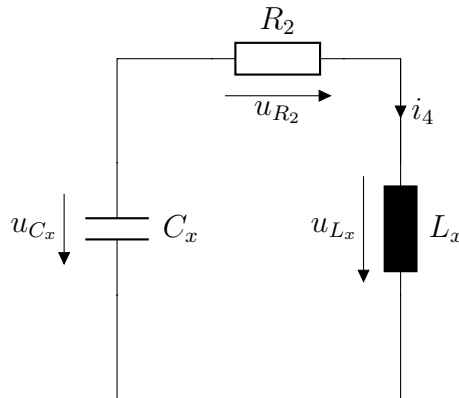


Die Aufgabenteile q) bis z) können unabhängig von den anderen Aufgabenteilen gelöst werden.

Das Netzwerk (Seite 7 unten) wird nun bei $\omega = 0$ betrieben. Der Widerstand R_2 ist im Folgenden zu berücksichtigen ($R_2 > 0$). Der Schalter S_2 sei geöffnet und der Schalter S_1 sei für lange Zeit geschlossen. Nachdem das Netzwerk eingeschwungen ist, wird der Schalter S_1 geöffnet. Danach wird der Schalter S_2 zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

- q) Zeigen Sie, dass das folgende Ersatzschaltbild geeignet ist, um das Einschwingverhalten für den Zeitpunkt $t \geq 0$ zu analysieren. (1 Punkt)

Hinweis: Begründen Sie die drei Bauteile.



Im Folgenden soll der zeitliche Verlauf des Stroms $i_4(t)$ berechnet werden.

- r) Stellen Sie die Maschengleichung auf. (1 Punkt)
- s) Formen Sie die Gleichung um, sodass die Spannungen in der Masche durch den Strom $i_4(t)$ ausgedrückt werden. (2 Punkte)
- t) Formen Sie die Gleichung um, sodass Sie auf die Form $(\frac{di}{dt})^2 + a\frac{di}{dt} + b \cdot i(t) = 0$ kommen. (1 Punkt)
- u) Lösen Sie die Differentialgleichung. (1 Punkt)
- Nutzen Sie den Lösungsansatz:
- $$(\frac{di}{dt})^2 + a\frac{di}{dt} + b \cdot i(t) = 0$$
- $$\Rightarrow i(t) = \hat{I}e^{-d\sqrt{b}t} \sin(\sqrt{1-d^2}\sqrt{b}t) \text{ mit } d = \frac{a}{2\sqrt{b}}$$
- v) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz ω_1 in Abhängigkeit von C_x , L_x und R_2 . (1 Punkt)
- w) Welchen Einfluss hat der Widerstand R_2 auf den Strom? (1 Punkt)

Hinweis: Was ändert sich für $R_2 = 0$?

- x) Zeichnen Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf des Stroms $i_4(t)$ für $t \geq 0$. Erläutern Sie die Zeichnung und geben Sie Kenngrößen und die Einhüllende an. (2 Punkte)
- y) Bestimmen Sie die Spannungen u_{C_x} und u_{L_x} zum Zeitpunkt $t = 0$ direkt nach dem Schließen des Schalters S_2 . (2 Punkte)
- z) Beweisen Sie, dass $\hat{I} = \frac{U_0}{\omega_1 L}$ gilt. (2 Punkte)

Hinweis 1: Leiten Sie die Spannung $u_{L_x}(t)$ her und betrachten Sie anschließend $t = 0$.

Hinweis 2: Produktregel:

$$y(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$y(x)' = u(x)' \cdot v(x) + u(x) \cdot v(x)'$$