Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

25.08.2017

Name : ____________________

Vorname : ____________________

Matrikelnummer : ____________________

Studiengang : ____________________

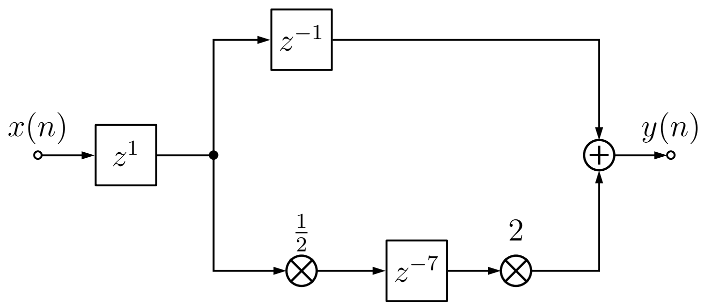
Klausurnummer : ____________________

Aufgabe	Punkte	
1	/16	
2	/12	
3	/10	
4	/12	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen und Analyse von LTI-Systemen

(16 Punkte)

Gegeben ist folgendes Blockschaltbild:



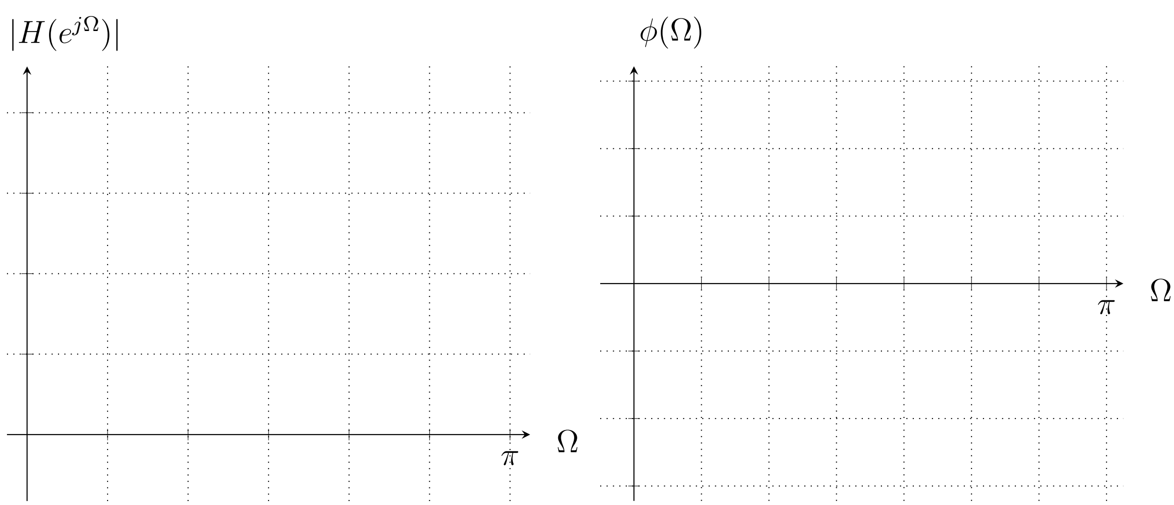
a) Vereinfachen Sie das obenstehende Blockschaltbild so weit wie möglich, ohne die Impulsantwort des Systems zu verändern.

b) Stellen Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ auf.

c) Berechnen Sie die zeitdiskrete Fourier Transformierte (DTFT) $Y(e^{j\Omega}) = \text{DTFT}\{y(n)\}$.

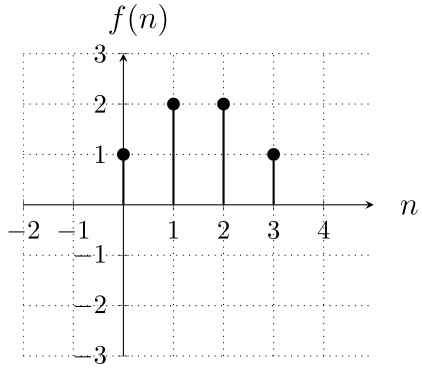
d) Bestimmen Sie den Amplituden- und Phasengang des Systems $H(e^{j\Omega}) = \frac{Y(e^{j\Omega})}{X(e^{j\Omega})}$.

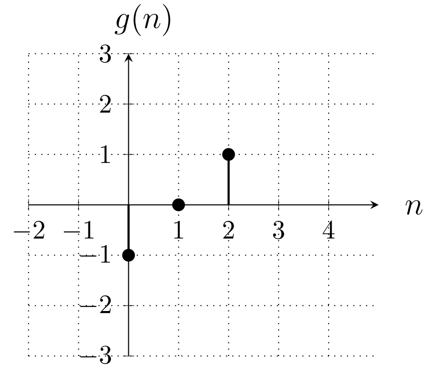
e) Skizzieren Sie Amplituden- und Phasengang in folgende Diagramme:



Hinweis: *Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*

Gegeben seien folgende zwei LSI-Systeme mit den Impulsantworten $f(n)$ und $g(n)$:



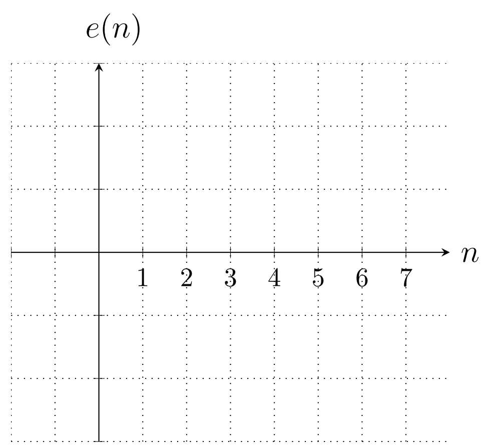


f) Geben Sie alle Nullstellen von $F(e^{j\Omega}) = \mathrm{DTFT}\{f(n)\}$ an.

g) Geben Sie alle Nullstellen von $G(e^{j\Omega}) = \mathrm{DTFT}\{g(n)\}$ an.

h) Welche Länge N_e hat das Ergebnis der linearen Faltung $e(n) = f(n) * g(n)$?

i) Zeichnen Sie das Ergebnis der linearen Faltung $e(n)$ in folgendes Diagramm. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



j) Geben Sie alle Nullstellen von $E(e^{j\Omega}) = \mathrm{DTFT}\{e(n)\}$ an.

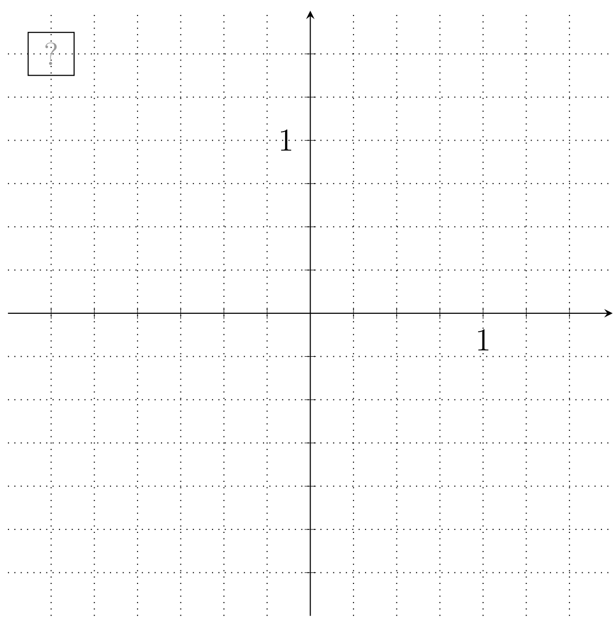
Aufgabe 2: Zerlegung eines LTI-Systems

(12 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System:

$$H(z) = \frac{(z - 3/2 \cdot e^{j2\pi})(z + 3/2 \cdot e^{-j4\pi})}{(z - \frac{3}{4} \cdot e^{j\frac{3\pi}{8}})(z - \frac{3}{4} \cdot e^{-j\frac{3\pi}{8}})(z - \frac{3}{4} \cdot e^{j\frac{5\pi}{8}})(z - \frac{3}{4} \cdot e^{-j\frac{5\pi}{8}})(z - \frac{3}{4} \cdot e^{j\frac{4\pi}{8}})(z - \frac{3}{4} \cdot e^{-j\frac{12\pi}{8}})}$$

a) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ in folgendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!

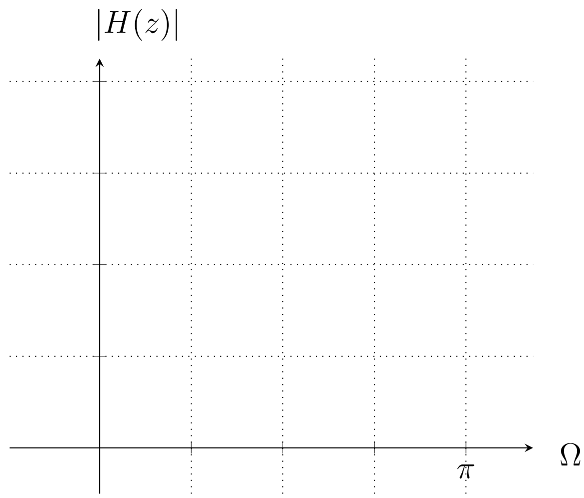


b) Welche Filtercharakteristik weist $H(z)$ auf (Hochpass, Tiefpass, Bandpass, Bandsperre)? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Berechnen Sie $|H(z = e^{j\frac{\pi}{2}})|$.

d) Hat der Amplitudengang von $H(z)$ bei $z = e^{j\frac{\pi}{2}}$ sein globales Maximum? Begründen Sie Ihre Antwort!

e) Skizzieren Sie den Amplitudengang von $H(z)$ in folgendes Diagramm. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



f) Führen Sie die Zerlegung von $H(z)$ in einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$ und ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$ durch, so dass $H(z) = H_{\min}(z) \cdot H_{\mathrm{AP}}(z)$ gilt.

g) Bestimmen Sie $|H_{\mathrm{AP}}(z = e^{j\phi})|$ für alle Winkel ϕ im Intervall $[0,\pi]$.

h) Ist das minimalphasige System $H_{\min}(z)$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3: Overlap-Add und Fast-Fourier-Transformation

(10 Punkte)

Mittels FFT-basierter Overlap-Add-Struktur soll in Echtzeit in Audiosignal $x(n)$ manipuliert werden. Das Audiosignal hat eine Abtastfrequenz von $f_s = 48000$ Hz. Gehen Sie zunächst von einer zeitinvarianten Filterimpulsantwort $h(n)$ mit der DFT $H(k)$ für die Manipulation im Frequenzbereich aus, welche im Zeitbereich eine Länge von $N = 6$ Samples hat.

a) Wie muss die Segmentlänge L (in Samples) gewählt werden, um eine Verarbeitung im 10 ms-Takt durchzuführen?

b) Geben Sie die FFT-Größe $K = 2^i, i \in \mathbb{N}$ an, die unter den gegebenen Voraussetzungen zur geringsten Systemkomplexität führt.

c) Wie viele Nullen müssen an ein Signal-Segment angehängt werden (zero padding), um die K-Punkte FFT durchführen zu können?

Im weiteren Verlauf wird ein zeitvariantes Filter $H_\ell(k)$ angenommen. Um mögliche Störungen durch sich zu schnell ändernde Filterkoeffizienten zu vermeiden, wird das zu verarbeitende Segment mit einem periodischen Hann-Fenster multipliziert.

d) Wie muss der Frameshift L_s gewählt werden, um einen 50% overlap zu realisieren?

e) In welchem Frequenzbin k ist die Frequenz $f = 3000$ Hz enthalten?

f) Kommt es bei der Verarbeitung von Audiosignalen mittels der FFT in dieser Anwendung zu sogenanntem Spectral Leakage? Begründen Sie Ihre Antwort!

g) Nehmen Sie nun $L = K$ an. Wird eine lineare oder eine zyklische Faltung realisiert? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung und Filterentwurf

(12 Punkte)

Ein Audiosignal, abgetastet mit $f_\mathrm{s} = 48$ kHz, aufgelöst mit 16 Bit pro Abtastwert, soll durch Abtastratenwandlung auf eine Abtastfrequenz von $f_s'' = 32$ kHz gebracht werden.

a) Wie lautet das entsprechende teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung?

b) Geben Sie die Grenzfrequenz f_c^* an, die ein ideales Tiefpass (TP)-Filter charakterisiert, das gleichermaßen für die Expansion und die Dezimation dieser Abtastratenwandlung eingesetzt werden kann, um Aliasing zu vermeiden.

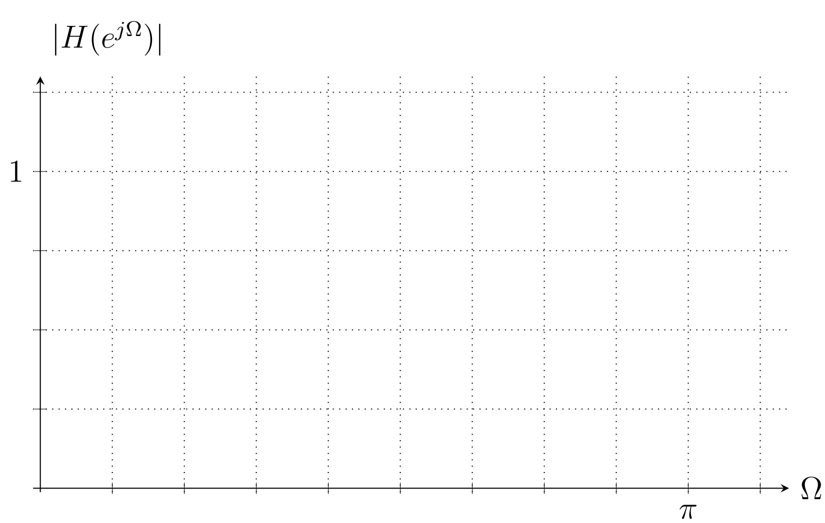
c) Bei welcher Abtastfrequenz f_s' wird dieses TP-Filter betrieben, wenn zunächst expandiert und anschließend dezimiert wird?

d) Wie lautet die normierte Grenzfrequenz Ω_c^* dieses idealen TP-Filters?

e) Begründen Sie, warum das ideale TP-Filter in der Praxis nicht eingesetzt werden kann.

Zum Einsatz in einem praxistauglichen System entwerfen Sie im Folgenden ein IIR-TP-Filter. Um Aliasing zu vermeiden, setzen Sie $\Omega_\mathrm{st} = \Omega_c^*$ mit einer Sperrdämpfung von $d_\mathrm{st} = 60$ dB an. Die Breite des Übergangsbereichs ist $\Delta\Omega = \frac{3}{48}\pi$. Im Durchlassbereich darf das Eingangssignal um maximal 3 dB gedämpft werden.

f) Vervollständigen Sie das untenstehende Toleranzschema (zeitdiskreter Bereich) mit allen notwendigen Parametern und Sperrbereichen der Filterspezifikation.



Da Sie nicht davon ausgehen können, dass das im Laplace-Bereich entworfene Filter bandlimitiert ist, entscheiden Sie sich für einen Entwurf mittels bilinearer Transformation. Ihnen ist wichtig, dass die Definition des Sperrbereichs im analogen und im zeitdiskreten Bereich unverändert bleibt.

g) Geben Sie den Faktor v der bilinearen Transformation an. Geben Sie außerdem die Frequenzen ω_{p} und ω_{st} im analogen Toleranzschema an.

Gehen Sie im Weiteren davon aus, dass ein Butterworth-Filter entworfen werden soll.

h) Bei welcher Frequenz f_c endet der Durchlassbereich im Laplace-Bereich?

i) Bestimmen Sie die Ordnung N des resultierenden Butterworth-Filters.