Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer
Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3840

Klausuraufgaben

Grundlagen der Elektrotechnik

Vorname:	____________________	Nachname:	____________________
Matr.-Nr.:	____________________	Studiengang:	____________________
Datum:	02. Juni 2020		
Sitzplatznummer:	__________________	Unterschrift:	____________________

1:	2:	3:	4:	5:	6:

ID: ________	Summe: ________	Note: ________

Mit meiner Unterschrift gebe ich das Einverständnis, über meine TU E-Mail-Adresse kontaktiert zu werden (z. B. für HiWi-Jobs, studentische Arbeiten oder Stipendien):

____
Unterschrift

Allgemeine Hinweise:

- Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.
- **Einheiten sind anzugeben**.
- Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.
- **Keine Rückseiten** beschreiben.
- **Keine Bleistifte oder Rotstifte** verwenden.
- **Lösungen auf Aufgabenblättern** werden **nicht gewertet**.
- Lösen Sie die Aufgaben **zunächst analytisch mit Symbolen** und setzen Sie **erst am Schluss Zahlenwerte** ein.
- In dieser Klausur gibt es **Hinweise**, welche Aufgabenteile unabhängig von anderen Teilaufgaben gelöst werden können. Diese sind **an der linken Seite jeweils mit einem Pfeil ($\Longrightarrow$) markiert und der zugehörige Hinweis ist fett gedruckt**.
- **Zugelassene Hilfsmittel**:
  - Geodreieck
  - Zirkel
- Die Ergebnisse sind nur online über das QIS-Portal einsehbar.
- Diese Klausur besteht aus **6 Aufgaben** auf insgesamt **15 Blättern**.

1 Elektrisches Feld

Punkte: 23

$\Longrightarrow$ **Bei allen Teilaufgaben handelt es sich um Verständnisfragen. Sie lassen sich, wenn in der jeweiligen Teilaufgabe nicht anders angegeben, unabhängig voneinander lösen.**

a) Gegeben seien eine positive und eine negative Punktladung im Vakuum entsprechend untenstehender Skizze. Zeichnen Sie die auf die Punktladungen wirkenden Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ sowie die zur Berechnung dieser Kräfte relevanten Größen ein. Übertragen Sie die Skizze dazu auf Ihren Lösungszettel! (Die Aufgabenzettel werden **NICHT** abgegeben.) (1 Punkt)

b) Geben Sie das Verhältnis zwischen den Beträgen der Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ an. (1 Punkt)

c) Geben Sie das Coulombsche Gesetz zur Berechnung der beiden Kräfte an. (1 Punkt)

d) Was verstehen Sie unter einem Feld? Geben Sie eine kurze Definition an. (1 Punkt)

e) Wie hängt die elektrische Feldstärke mit der Coulombkraft zusammen? Geben Sie zusätzlich eine kurze textuelle Definition an. Welchen Vorteil hat die Auffassung als Feld gegenüber der Kraftdarstellung? (2 Punkte)

f) Handelt es sich bei einem elektrostatischen Feld um ein Skalar- oder ein Vektorfeld? Geben Sie für beide Feldarten eine kurze allgemeine Definition an. (2 Punkte)

g) Wie ist der elektrische Fluss Ψ definiert? Wie groß ist der elektrische Fluss durch eine geschlossene Hüllfläche, wenn sich innerhalb der Hüllfläche eine Ladung Q befindet? Wie groß ist der elektrische Fluss durch eine geschlossene Hüllfläche, wenn sich innerhalb der Hüllfläche keine Ladung befindet? (2 Punkte)

h) Leiten Sie das Gaußsche Gesetz der Elektrostatik her. Gehen Sie dabei von der Formel für die elektrische Feldstärke einer Punktladung aus. (3 Punkte)

i) Wie ist die Kapazität C allgemein definiert? Geben Sie die zugehörige Formel an. Für welche Fähigkeit eines Kondensators ist die Kapazität ein Maß? (1 Punkt)

j) Leiten Sie ausgehend von der Definitionsformel für die Kapazität (Teilaufgabe i)) die Kapazität eines idealen Plattenkondensators mit der Plattenfläche A und dem Plattenabstand d her. (3 Punkte)

k) Wie können Sie die Kapazität für eine beliebige Geometrie berechnen? (2 Punkte)

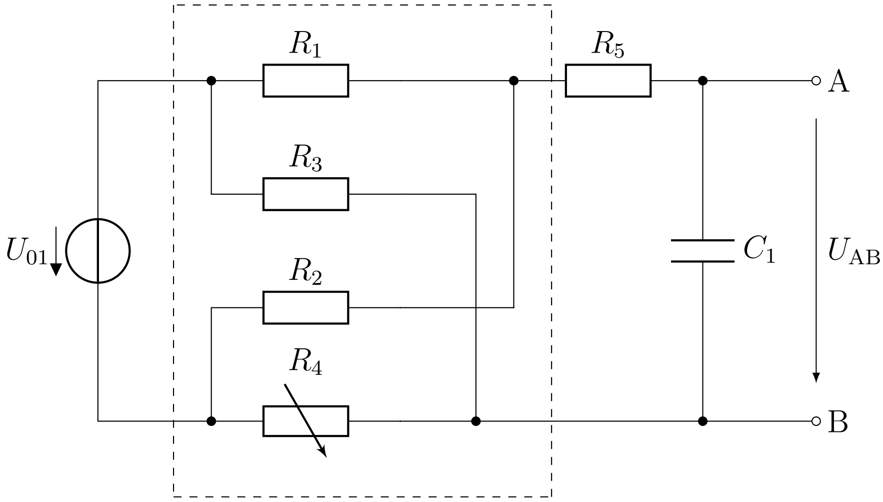
l) Wie können Sie ausgehend von der Definitionsformel für die Kapazität (Teilaufgabe i)) die Strom-Spannungs-Relation am idealen Kondensator herleiten? (2 Punkte)

m) Stellen Sie die Strom-Spannungs-Relation an einem idealen Kondensator durch komplexe Zahlen dar. Welchen Vorteil bietet der Einsatz der komplexen Zahlen? (2 Punkte)

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 15

Gegeben ist das folgende Gleichstromnetzwerk im eingeschwungenen Zustand:



a) Geben Sie mithilfe der **Kirchhoffschen Gesetze** die Spannung U_{AB} als Funktion des Widerstands R_4 an. (4,5 Punkte)
Hinweis: Bilden Sie eine Masche über die Widerstände R_2 und R_4 und fassen Sie Brüche so weit wie möglich zusammen.

b) Wie wird der gestrichelt umrandete Teil der Schaltung bezeichnet? (1 Punkt)

c) Nennen Sie einen möglichen Anwendungsbereich der gegebenen Schaltung. Warum ist Sie für diesen Zweck besonders geeignet? (1 Punkt)

Im Folgenden sei $R_1 = R_2 = R_3 = 2R_5$ mit $R_1 > 0\,\Omega$

d) Welchen Wert besitzt die Spannung U_{AB} für $R_4 = 0\,\Omega$? Welchen Wert besitzt die Spannung für $R_4 = R_1$? (2 Punkte)

$\Longrightarrow$ **Die Aufgabenteile e) bis g) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.**

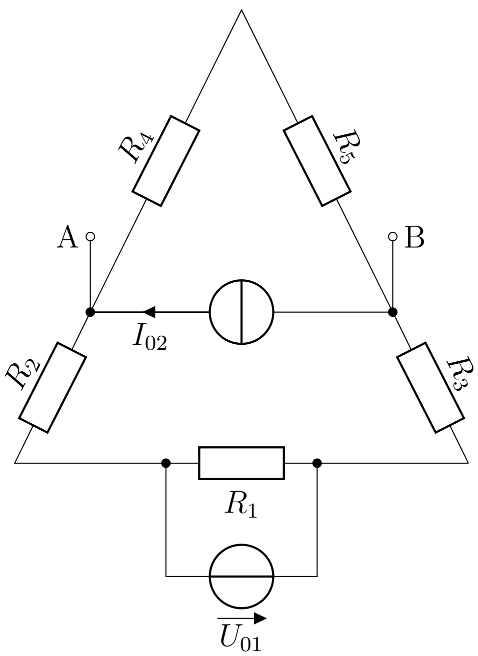
e) Leiten Sie basierend auf einer Gesamtspannung U_{Ges} und zwei Widerständen R_1 und R_2 die Spannungsteilerregel $\frac{U_{R_2}}{U_{\mathrm{Ges}}}$ nachvollziehbar her. (1,5 Punkte)
Hinweis: Verwenden Sie zur Erläuterung eine Zeichnung, in der Sie relevante Größen eintragen.

f) In welchem Verhältnis müssen die Widerstände aus e) dimensioniert sein, wenn die Gesamtspannung U_{Ges} 9,9 V beträgt und an R_2 eine Spannung von 3,3 V abfallen soll? (1 Punkt)

g) Nennen Sie eine mögliche praktische Anwendung eines Spannungsteilers. (0,5 Punkte)

$\Longrightarrow$ **Der Aufgabenteil h) kann unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.**

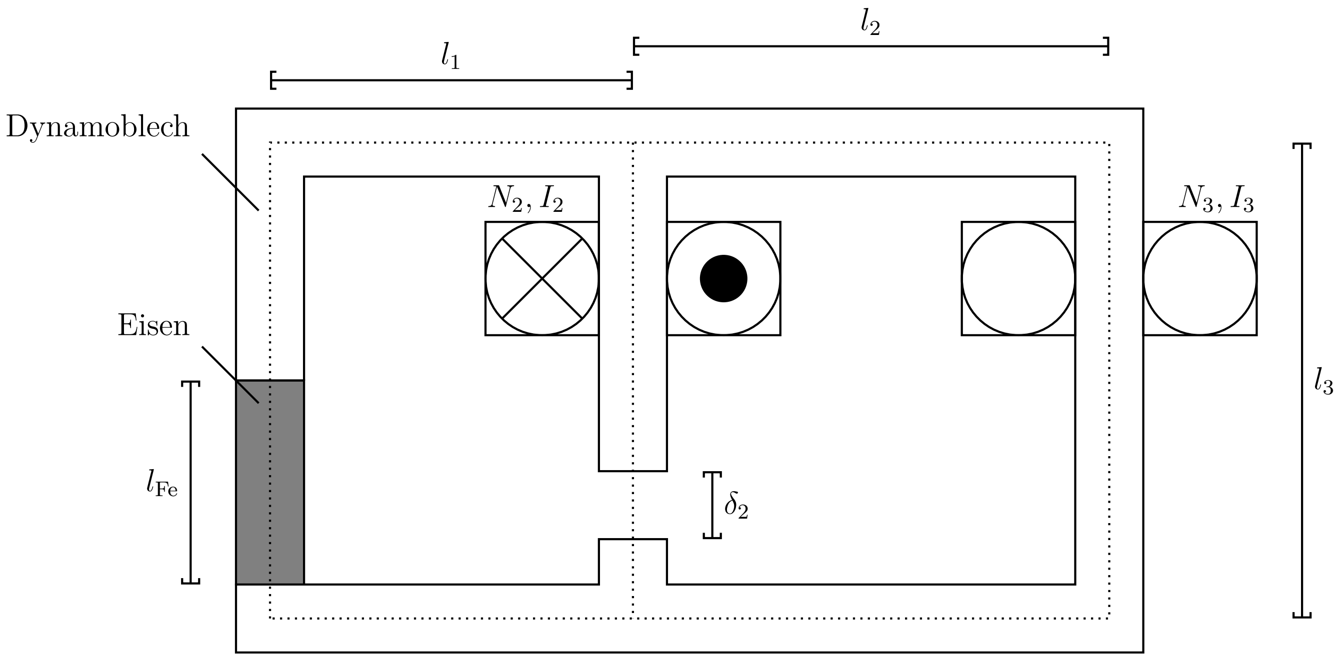
Gegeben ist das folgende Gleichstromnetzwerk:



h) Bestimmen Sie mit Hilfe des Superpositionsverfahrens die Spannung U_{AB}. Fertigen Sie für jeden Fall, den Sie betrachten, eine gesonderte Skizze an, in der Sie relevante Größen eintragen. (3,5 Punkte)
Hinweis: *Nutzen Sie wenn möglich Strom- oder Spannungsteiler und Quellentransformationen.*

3 Magnetfeld

Punkte: 16



Gegeben ist der oben dargestellte magnetische Kreis aus Dynamoblech und Eisen mit einer konstanten quadratischen Querschnittsfläche mit der Seitenlänge a. Der gesamte Aufbau befindet sich in Luft. Durch die Spule N_2 fließt der Gleichstrom I_2 in der vorgegebenen Richtung. Die Spule N_3 des rechten Schenkels ist zunächst nicht bestromt. Am Luftspalt δ_2 tritt die Streuung σ auf.

a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive sämtlicher magnetischer Teilspannungen und Flüsse. (2 Punkte)

b) Die Streuung am Luftspalt lässt sich mithilfe zweier Ersatzwiderstände, R_σ und R_δ, und dem Zusammenhang $\mathrm{R}_\sigma = f \cdot \mathrm{R}_\delta$ beschreiben. Geben Sie in wenigen Worten die jeweilige Bedeutung der beiden Ersatzwiderstände an und leiten Sie den Faktor f her. (1,5 Punkte)

c) Leiten Sie die Gleichung für den Ersatzwiderstand des Luftspalts $\mathrm{R}_{\mathrm{Luft},2}$ in Abhängigkeit der Streuung σ her. (1 Punkt)

d) Geben Sie die Gleichungen für die verbleibenden Ersatzwiderstände inklusive R_δ an. (2,5 Punkte)

Nachfolgend gelte $l_1 = l_2 = l_{\mathrm{Fe}} = s$, $l_3 = 4s$, $\sigma = \frac{1}{3}$, $\delta_2 \cdot \mu_{r,\mathrm{Dyn}} = 3s$, $\delta_2 \ll l_3$ und $\mu_{r,\mathrm{Dyn}} \ll \mu_{r,\mathrm{Fe}}$.

e) Bestimmen Sie die Gesamtwiderstände der einzelnen Schenkel und vereinfachen Sie die Gleichungen unter obigen Annahmen. Bestimmen Sie dann den Ersatzwiderstand $\mathrm{R}_{1,3}$, welcher die Widerstände der Schenkel 1 und 3 zu einem einzigen Widerstand zusammenfasst, sowie den Ersatzwiderstand $\mathrm{R}_{1,2}$. (2,5 Punkte)

f) Berechnen Sie die magnetischen Flüsse in den einzelnen Schenkeln. (3 Punkte)

g) Bestimmen Sie die Gegeninduktivität zwischen den Spulen. Gehen Sie dabei von einem Kopplungsfaktor von $k = 1$ aus. (2,5 Punkte)

Durch die Spule N_2 fließe nun ein Wechselstrom $i_2(t)$:

h) Bestimmen Sie die maximale Spannung, welche durch den Wechselstrom $i_2(t)$ in der Spule N_3 erzeugt wird, in Abhängigkeit von der Periodendauer T_1, dem Nullphasenwinkel $\varphi_{0,1}$ und dem effektiven Strom $I_{\mathrm{eff},1}$. (1 Punkt)

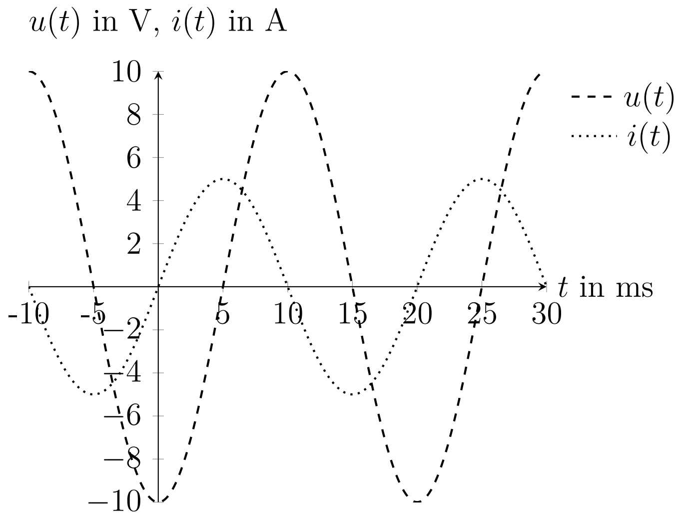
4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30

⟹ **Bei den Teilaufgaben a) bis f) handelt es sich um Verständnisfragen. Sie lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.**

a) Welche allgemeinen Voraussetzungen gelten, um die komplexe Wechselstromrechnung anwenden zu können? Nennen Sie zwei. (1 Punkt)

b) Sie haben den zeitlichen Verlauf einer Wechselspannung $u(t)$ und des zugehörigen Wechselstroms $i(t)$ gemäß der nachfolgenden Abbildung gemessen. Bestimmen Sie die Scheitelwerte $\hat{u}$ und $\hat{i}$ der Spannung $u(t)$ bzw. des Stroms $i(t)$, die Frequenz f sowie den Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung. Geben Sie zudem an, an welchem Bauteil so ein zeitlicher Verlauf zu beobachten ist. (4 Punkte)



c) Wie verhält sich der Scheitelwert $\hat{u}$ einer Wechselspannung $u(t)$ zu ihrem Effektivwert U? (1 Punkt)

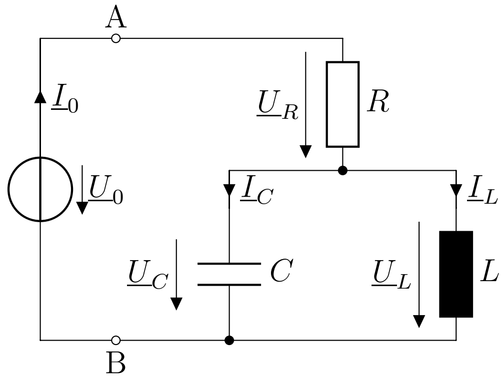
d) Erläutern Sie das Prinzip der Blindleistungskompensation mit Hilfe eines Zeigerdiagramms und einer kurzen Erläuterung. Sie können dafür zum Beispiel einen Spannungszeiger $\underline{U}_0 = 5\,\mathrm{V} \cdot e^{\mathrm{j}\cdot(-20^\circ)}$ und einen Stromzeiger $\underline{I}_0 = 3\,\mathrm{A} \cdot e^{\mathrm{j}\cdot 30^\circ}$ verwenden (Maßstäbe: $1\,\mathrm{cm} \widehat{=} 1\,\mathrm{V}$, $1\,\mathrm{cm} \widehat{=} 1\,\mathrm{A}$). (2 Punkte)

e) Welche Bedingung ist im Resonanzfall bei Schwingkreisen erfüllt? (1 Punkt)

f) In einem komplexen Wechselspannungsnetzwerk mit der Gesamtimpedanz $\underline{Z}$, der Versorgungsspannung $\underline{U}_0$ und dem die Gesamtimpedanz durchfließenden Strom $\underline{I}_0$ wird die Spannung $\underline{U}_0$ der Wechselspannungsquelle halbiert. Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Scheinleistung S in diesem Fall gilt: $S_{\text{neu}} = 0{,}25 \cdot S_{\text{alt}}$. Lässt sich eine Aussage darüber machen, welche Auswirkungen eine Verdoppelung der Kreisfrequenz ω auf die Scheinleistung S hat? Begründen Sie in einem Satz. (1 Punkt)

$\Longrightarrow$ **Die Teilaufgaben g) bis l) lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.**

Gegeben sei das folgende Netzwerk mit den angegebenen Größen.



Gegeben: $L = 20\,\text{mH}$, $C = 500\,\mu\text{F}$, $R = 4\,\Omega$, $|\underline{I}_L| = 1\,\text{A}$, $\omega = 500\,\text{s}^{-1}$

g) Berechnen Sie den Betrag der Spannung $|\underline{U}_L|$ sowie den Betrag des Stroms $|\underline{I}_C|$ (2 Punkte)

h) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Zeigerdiagramms für die Ströme den Betrag von $|\underline{I}_0|$ (*Maßstab*: $1\,\text{A} \mathrel{\widehat{=}} 2\,\text{cm}$). Verwenden Sie $\underline{U}_L$ als Bezugszeiger (*Maßstab*: $1\,\text{V} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$). (2 Punkte)

Hinweis: Bitte lassen Sie ausreichend Platz für die Teilaufgabe j).

i) Berechnen Sie den Betrag der Spannung $|\underline{U}_R|$. (1 Punkt)

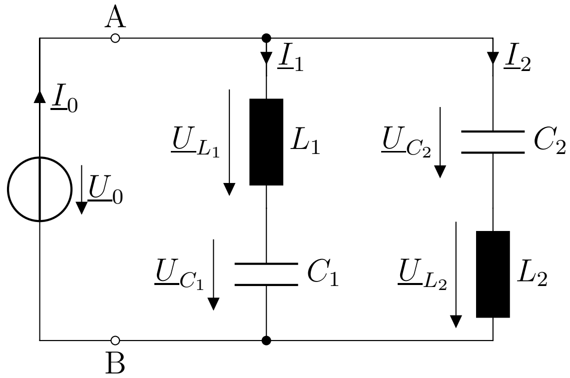
j) Zeichnen Sie in das Zeigerdiagramm aus Teilaufgabe h) die Spannungen $\underline{U}_R$ und $\underline{U}_0$ ein. (1 Punkt)

k) Zeichnen Sie in das Zeigerdiagramm die Phase φ_0 zwischen den Zeigern $\underline{U}_0$ und $\underline{I}_0$ ein und lesen Sie den Winkel ab. Geben Sie den Strom $\underline{I}_0$ und die Spannung $\underline{U}_0$ in komplexer Schreibweise an. (2 Punkte)

l) Berechnen sie die komplexe Scheinleistung $\underline{S}$ und geben sie die Wirkleistung P und die Blindleistung Q in den korrekten Einheiten an. (1,5 Punkte)

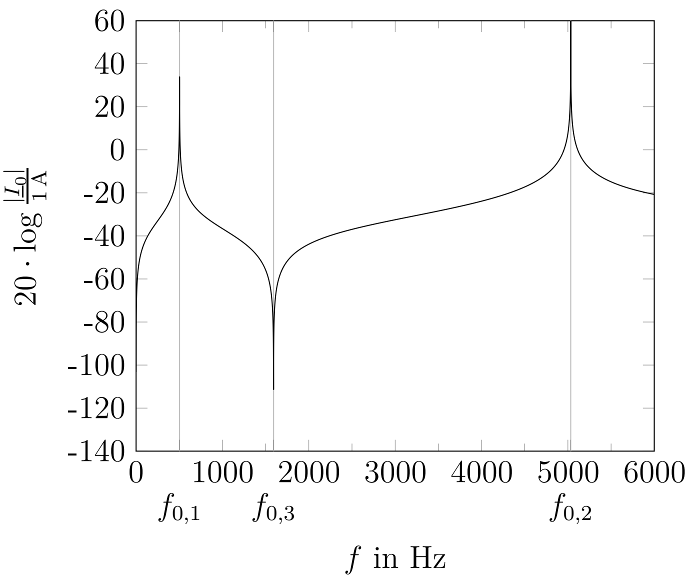
$\Longrightarrow$ **Die Teilaufgaben m) bis q) lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.**

Gegeben sei das folgende Netzwerk, das mit einer variablen Frequenz f betrieben wird.



m) Geben Sie an, wie groß der Betrag des Stroms $|\underline{I}_0|$ bei $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$ ist.
Hinweis: Hier ist keine Rechnung nötig. (1 Punkt)

n) Die Schaltung weist bei drei Frequenzen ($f_{0,1}$, $f_{0,2}$, $f_{0,3}$) Resonanzen auf. Bei der Messung des Stroms $|\underline{I}_0|$ über einen Frequenzbereich von $0 \leq f \leq 6\,\text{kHz}$ wird der folgende Verlauf der Stromamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz f gemessen. Bestimmen Sie mit Hilfe dieses Amplitudengangs für jede Resonanz den Typ des jeweiligen Schwingkreises. (1,5 Punkte)



o) Zwei Resonanzfrequenzen lassen sich mit Ihrem Grundwissen über Schwingkreise intuitiv angeben, ohne dass die Gesamtschaltung berechnet werden muss. Geben Sie die Formeln für die beiden Frequenzen $f_{0,1}$ und $f_{0,2}$ an. (2 Punkte)

p) Zeigen Sie, dass für eine dritte Resonanzfrequenz $f_{0,3}$ gilt:

$$f_{0,3} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1C_2(L_1+L_2)}}$$

Berechnen Sie dazu zunächst die Gesamtimpedanz $\underline{Z}$ des Netzwerks in der Form $\underline{Z} = -\mathrm{j}\frac{A}{B}$. Bestimmen Sie anschließend mit ihrem Wissen über die Parallelresonanz $f_{0,3}$. (3 Punkte)

q) Bestimmen Sie analog zu Teilaufgabe p) die Resonanzfrequenzen $f_{0,1}$ und $f_{0,2}$ unter der Annahme, dass gilt: (3 Punkte)

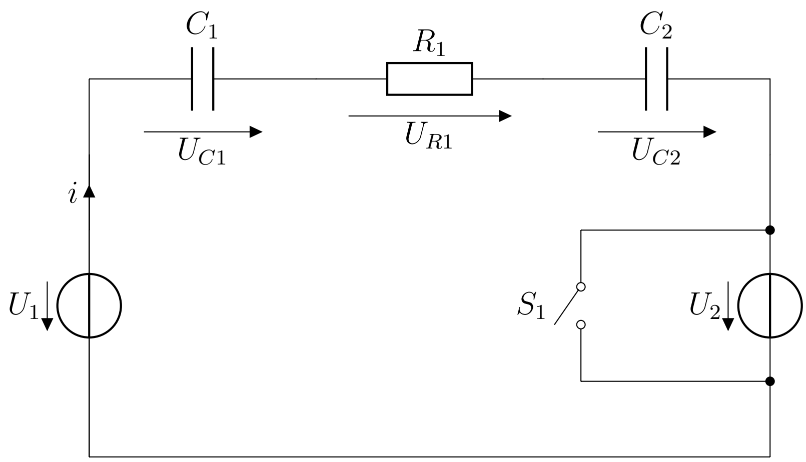
$$\underline{Z} = \mathrm{j} \cdot \frac{\omega^4 L_1L_2C_1C_2 - \omega^2(L_1C_1+L_2C_2)+1}{(...)}$$

Hinweis: Eine Substitution $\Omega = \omega^2$, die pq-Formel ($x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$) zur Lösung quadratischer Gleichungen der Form $0 = x^2 + px + q$ sowie die 2. binomische Formel ($a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$) können an dieser Stelle wertvolle Dienste leisten.

5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 12

Das unten dargestellte Netzwerk wird bei $\omega = 0$ betrieben. Der Schalter S_1 ist seit langer Zeit geöffnet, sodass die Kapzitäten C_1 und C_2 vollständig geladen sind. Die Kapazität C_1 ist halb so groß wie die Kapazität C_2 und die Spannung U_1 drei mal so hoch wie die Spannung U_2



a) Stellen Sie die Maschengleichung auf. (0,5 Punkte)

b) Bestimmen Sie die Spannungen U_{C1} und U_{C2} in Abhängigkeit der Spannungsquelle U_1 (1,5 Punkte)

c) Zeigen Sie, dass die im Netzwerk gespeicherte Energie durch

$$W = \frac{4}{27} \cdot C_1 \cdot {U_1}^2$$

beschrieben werden kann. (1 Punkt)

Nun wird die Spannungsquelle U_2 durch Schließen des Schalters S_1 kurzgeschlossen.

d) Um welchen Faktor hat sich die im Netzwerk gespeicherte Energie durch das Schließen des Schalters S_1 nach dem abgeschlossenen Einschwingvorgang geändert? (2 Punkte)

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie sich die Spannungen an den Kapazitäten ändern. Eine Rechnung analog zu Aufgabenteil c) ist hier nicht notwendig.

e) Die Kapazitäten C_1 und C_2 repräsentieren zwei ideale Plattenkondensatoren. Um welche Faktoren ändern sich die Kräfte F_1 und F_2, mit denen sich die Platten dieser Kondensatoren anziehen, durch das Schließen des Schalters S_1 langfristig? (1 Punkt)

f) Bestimmen Sie die Differentialgleichung zur Beschreibung des Einschwingvorgangs der Spannung u_{C1} in der Form $b = \frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t} + a \cdot u_{C1}$. (2 Punkte)

Hinweis: Sie können die Differentialgleichung ausgehend von der Maschengleichung aus Aufgabenteil a) entwickeln.

g) Wie hoch ist die Spannung $u_{C1}(t)$ zum Zeitpunkt $t = 0$, an dem der Schalter S_1 geschlossen wird? Geben Sie Ihr Ergebnis in Abhängigkeit von der Spannung U_1 an. (1 Punkt)

Hinweis: Hier ist keine Rechnung notwendig.

h) Wie hoch ist die Spannung $u_{C1}(t)$ nachdem das Schließen des Schalters S_1 sehr lange zurückliegt ($t \to \infty$) in Abhängigkeit von der Spannung U_1? (1,5 Punkte)

i) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von $\frac{u_{C1}(t)}{U_1}$ nach dem Schließen des Schalters qualitativ in einem Diagramm. Tragen Sie dabei die Zeit auf der Abzisse und das Verhältnis $\frac{u_{C1}(t)}{U_1}$ auf der Ordinate auf. (1,5 Punkte)

6 Maxwell'sche Gleichungen **Punkte: 4**

Nennen Sie die Formeln der vier Maxwell'schen Gleichungen in integraler Darstellung, wie aus der Vorlesung bekannt. (4 Punkte)