Aufgabensammlung Netzwerke

7. Juli 2023

Vorwort

Dies ist eine Sammlung von Aufgaben für die Übungen zur Vorlesung Netzwerke. Für alle Aufgaben, in denen es nicht näher spezifiziert ist, gilt: Alle Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten sind linear, zeitinvariant und positiv.

1 Netzwerkanalyse im Frequenzbereich

Analyse linearer zeitinvarianter Netzwerkmodelle auf Basis von Frequenzgängen und der komplexen Wechselstromrechnung.

1.1 Komplexe Wechselstromrechnung – No. 1

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten mit den linearen zeitinvarianten Zweipolen $C_1, C_2 > 0$, $L > 0$ und $R > 0$. Einer idealen festen Spannungsquelle $v(t) = V_0 \cdot \cos(\omega_0 t)$ für alle Zeiten mit $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_2}$. Ferner sei das Netzwerkmodell als asymptotisch stabil angenommen.

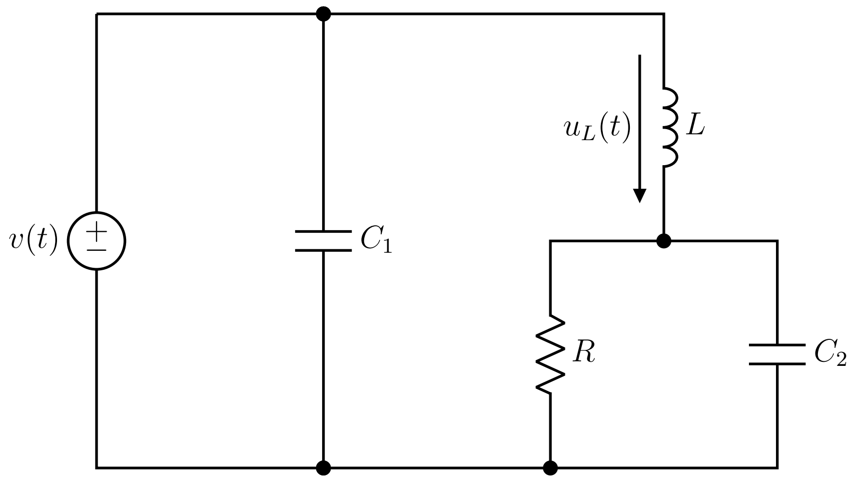


Abbildung 1: Netzwerkmodell

a) Zeichnen Sie das Netzwerkmodell im Bereich der komplexen Wechselstromrechnung (Frequenzbereich).

b) Bestimmen Sie den Frequenzgang $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_L}{\underline{V}}$ und lösen Sie alle Doppelbrüche auf.

c) Bestimmen Sie $u_L(t)$ auf Basis des Frequenzgangs aus **b)**, wobei nur reelle Cosinus Terme in der Lösung verwendet werden dürfen. Beachten Sie, dass Betrag und Phase eindeutig bestimmt sind.

1.2 Komplexe Wechselstromrechnung – No. 2

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten mit den linearen zeitinvarianten Zweipolen $C_1, C_2 > 0$, $L > 0$ und $R > 0$. Einer idealen festen Spannungsquelle $j(t) = I_0 + I_1 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_j)$ für alle Zeiten mit $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_1}$. Ferner sei das Netzwerkmodell als asymptotisch stabil angenommen.

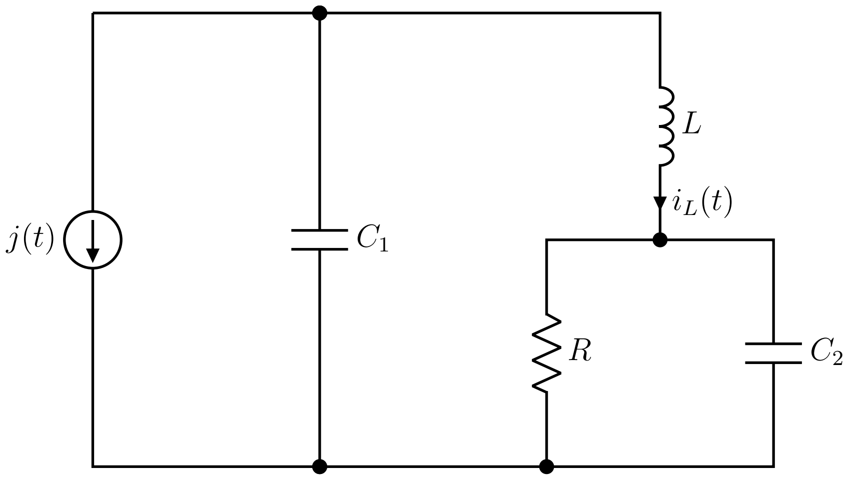


Abbildung 2: Netzwerkmodell

a) Zeichnen Sie das Netzwerkmodell im Bereich der komplexen Wechselstromrechnung (Frequenzbereich).

b) Bestimmen Sie den Frequenzgang $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{I}_L}{\underline{V}}$ und lösen Sie alle Doppelbrüche auf.

c) Bestimmen Sie $i_L(t)$auf Basis des Frequenzgangs aus **b)**, wobei nur reelle Cosinus Terme in der Lösung verwendet werden dürfen. Beachten Sie, dass Betrag und Phase eindeutig bestimmt sind.

1.3 Frequenzgang mit Spannungsteiler

Für die Netzwerkmodelle in Abbildung 3 sollen die Frequenzgänge $H(j\omega)$ zwischen den eingezeichneten Zweiggrößen und den im jeweiligen Netzwerk vorhandenen Quellen aufgestellt werden. Bringen Sie die Frequenzgänge in eine Form, bei der Zähler und Nenner Polynome sind. Bei den gegebenen Netzwerken ist insbesondere die Anwendung der Spannungsteiler-Regel zielführend.

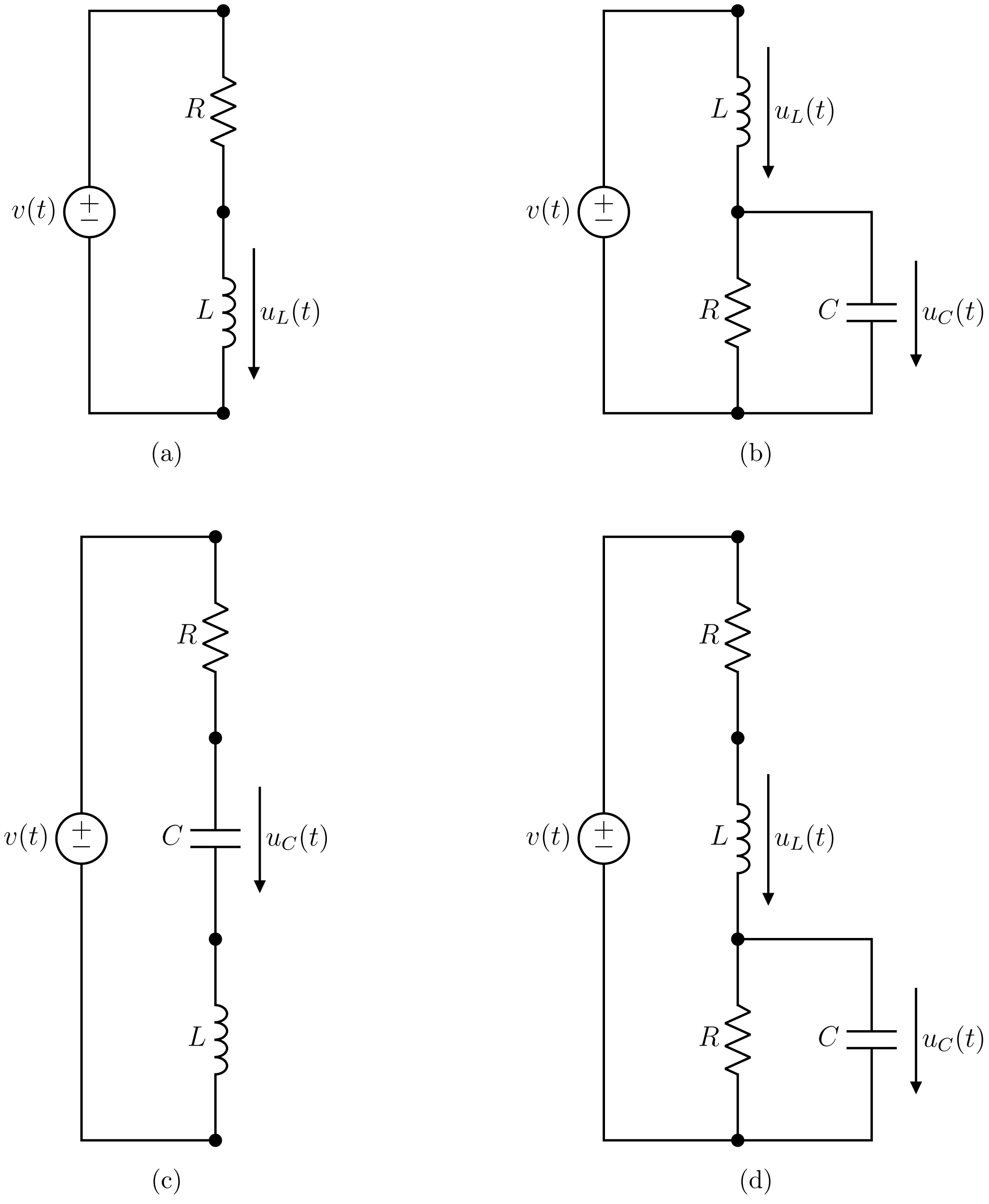


Abbildung 3: Netzwerke für Spannungsteileraufgaben

1.4 Frequenzgang mit doppeltem Spannungsteiler

In Abbildung 4 sind zwei weitere, etwas komplexere Netzwerke gegeben. Es sollen wieder die Frequenzgänge aller gekennzeichneten Netzwerkgrößen zu den erregenden Quellen aufgestellt werden.

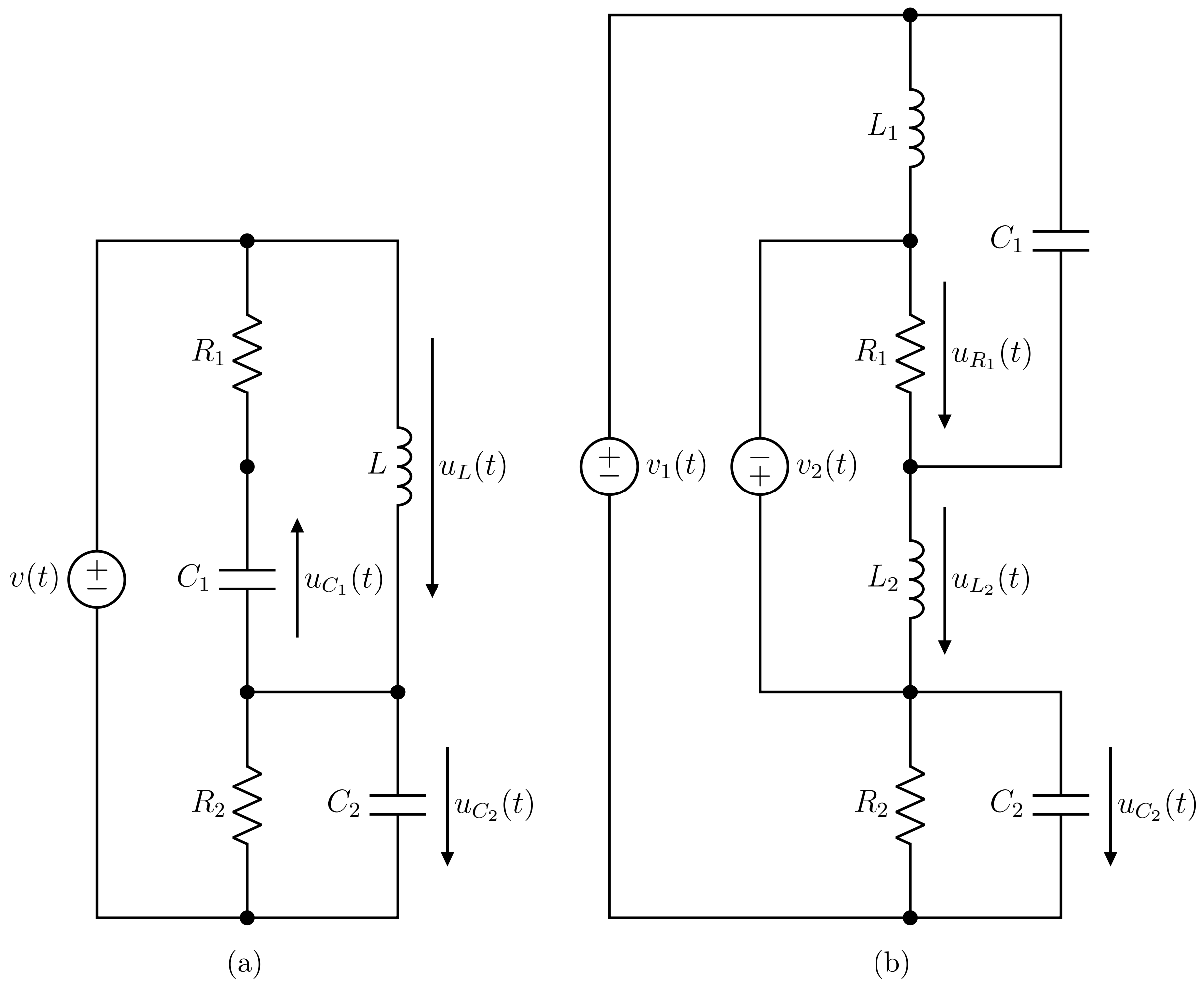


Abbildung 4: Netzwerke für Spannungsteileraufgaben (Zusatz)

1.5 Frequenzgang mit Stromteiler

Für die Netzwerkmodelle in Abbildung 5 sollen die Frequenzgänge $H(j\omega)$ zwischen den eingezeichneten Zweiggrößen und den im jeweiligen Netzwerk vorhandenen Quellen aufgestellt werden. Bringen Sie die Frequenzgänge in eine Form, bei der Zähler und Nenner Polynome sind. Bei den gegebenen Netzwerken ist insbesondere die Anwendung der Stromteiler-Regel zielführend.

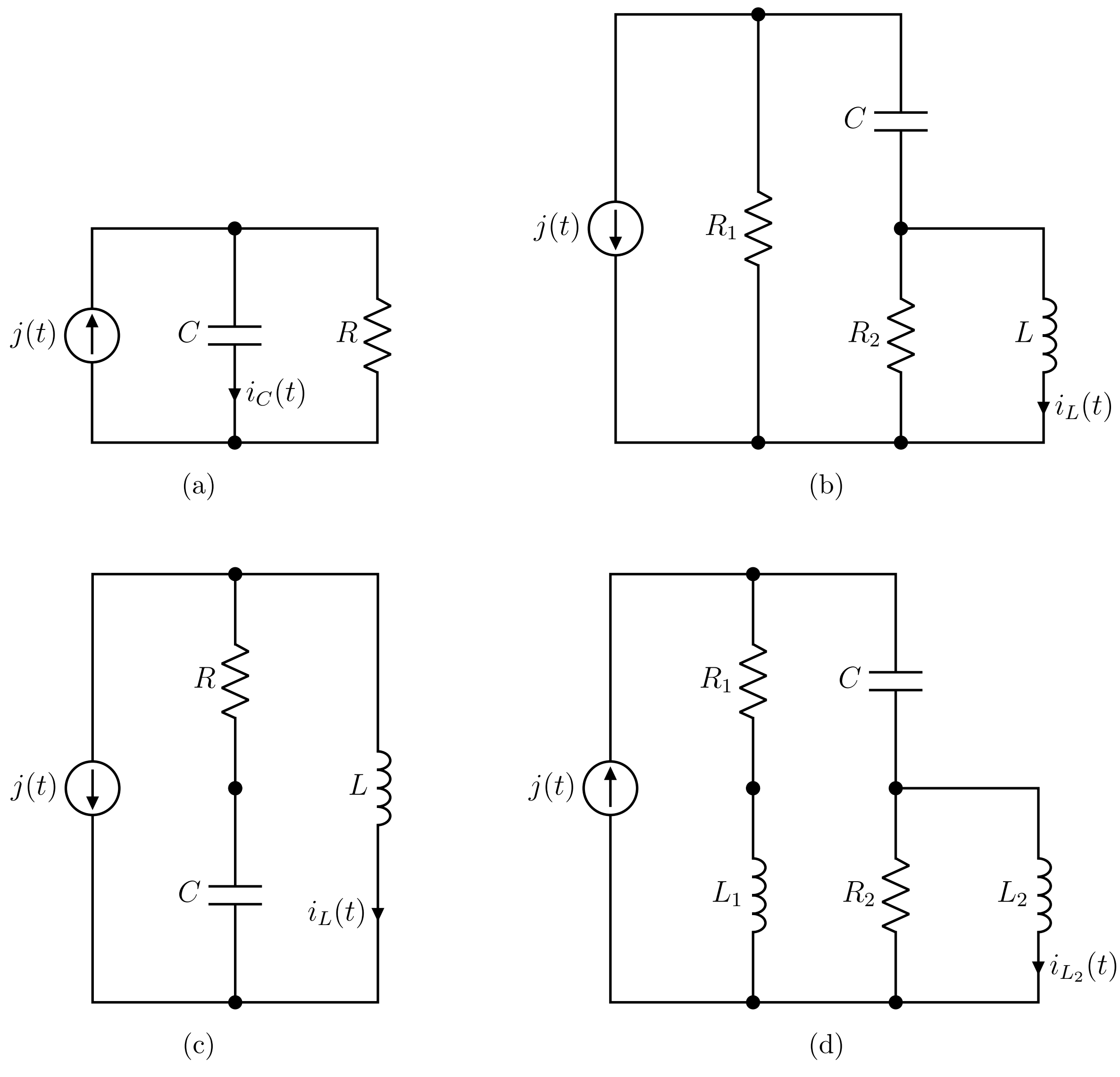
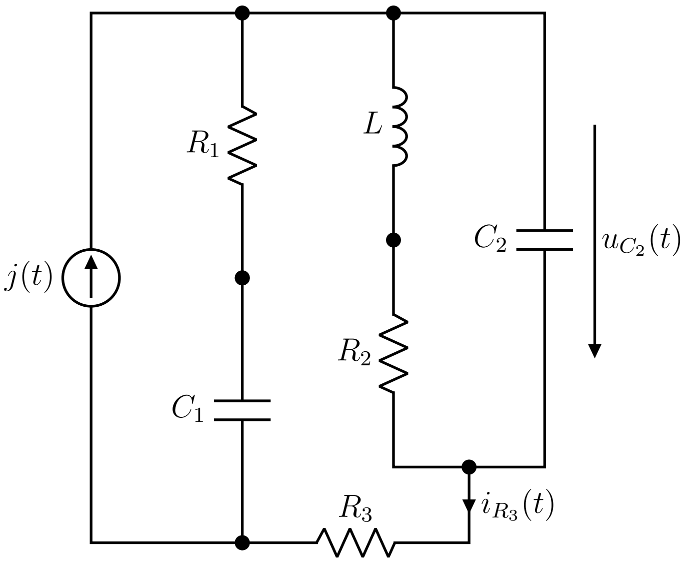


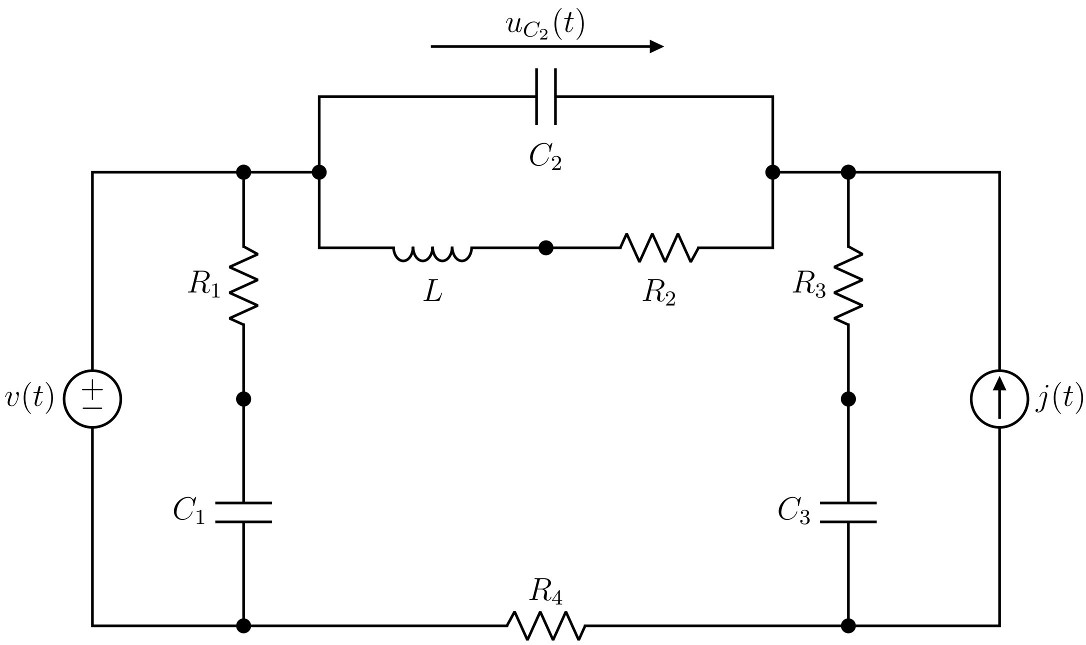
Abbildung 5: Netzwerke für Stromteileraufgaben

1.6 Frequenzgang mit doppeltem Stromteiler

In Abbildung 6 sind zwei weitere, etwas komplexere Netzwerke gegeben. Es sollen wieder die Frequenzgänge aller gekennzeichneten Netzwerkgrößen zu den erregenden Quellen aufgestellt werden. Geben Sie außerdem die gekennzeichneten Zweiggrößen im Frequenzbereich an. Nutzen Sie dazu das Prinzip der Quellensuperposition.



(a)



(b)

Abbildung 6: Netzwerke für Stromteileraufgaben (Zusatz)

1.7 Knotenadmittanzverfahren

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten. Die Widerstände und Kapazitäten sind linear und zeitinvariant. Es enthält außerdem eine ideale feste Spannungsquelle $v(t) = V_0 \cos(\omega_0 t)$, eine lineare stromgesteuerte Stromquelle und eine lineare spannungsgesteuerte Stromquelle. Das Netzwerkmodell sei als eingeschwungen anzunehmen.

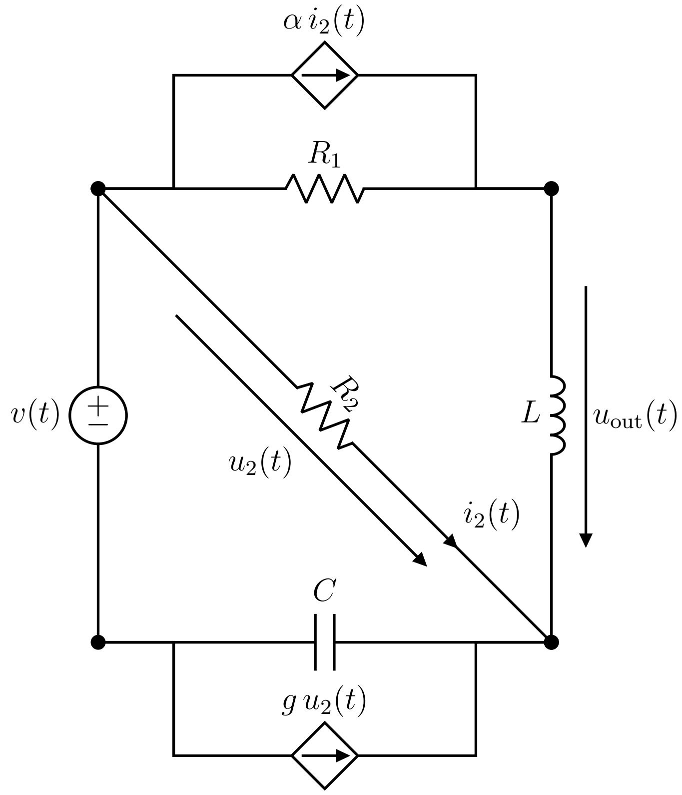


Abbildung 7: Netzwerk mit gesteuerten Stromquellen

a) Zeichen Sie das gegebene Netzwerkmodell im Bereich der Komplexen Wechselstromrechnung.

b) Führen Sie alle vorbereitenden Schritte durch, welche notwendig sind um das Knotenadmittanzverfahren auf das Netzwerkmodell anzuwenden. Beachten Sie dabei, dass bei Netzwerktransformationen alle Informationen erhalten bleiben müssen (Transformationsbeziehungen angeben).

c) Stellen Sie die Knotenadmittanzmatrix und das zugehörige Gleichungssystem auf.

d) Berechnen Sie basierend auf der Knotenadmittanzmatrix den Frequenzgang $H(j\omega) = \frac{U_{\mathrm{out}}}{V}$. Lösen Sie alle Doppelbrüche auf.

1.8 Maschenimpedanzverfahren

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten. Die Widerstände und Kapazitäten sind linear und zeitinvariant. Es enthält außerdem eine ideale feste Stromquelle $j(t) = I_0 \cos(\omega_0 t)$ und eine lineare stromgesteuerte Spannungsquelle. Das Netzwerkmodell sei als eingeschwungen anzunehmen.

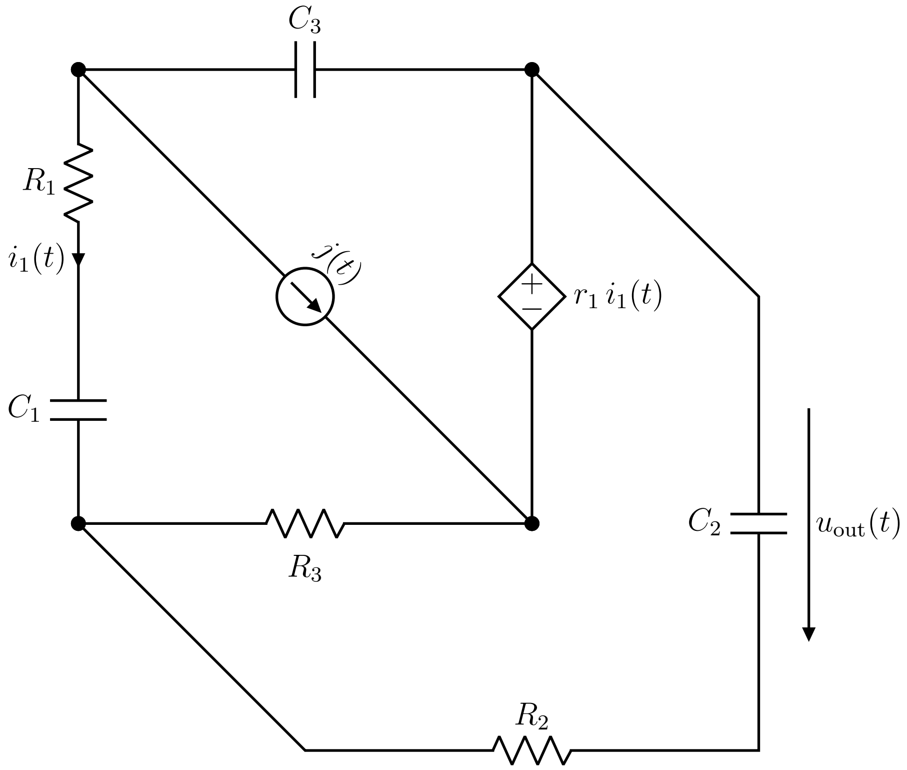


Abbildung 8: Netzwerk mit stromgesteuerter Spannungsquelle

a) Zeichen Sie das gegebene Netzwerkmodell im Bereich der Komplexen Wechselstromrechnung.

b) Führen Sie alle vorbereitenden Schritte durch, welche notwendig sind um das Maschenimpedanzverfahren auf das Netzwerkmodell anzuwenden. Beachten Sie dabei, dass bei Netzwerktransformationen alle Informationen erhalten bleiben müssen (Transformationsbeziehungen angeben). Führen Sie eventuelle Netzwerktransformationen so durch, dass die Netzwerkgrößen in dem Zweig mit R_3 unverändert bleibt.

c) Zeichnen Sie den orientierten Graphen des Netzwerkmodells aus **b)** und wählen Sie einen Baum. Geben Sie darauf basierend die unabhängigen Maschengleichungen (Fundamentalmaschen) und die zugehörigen Kreisströme an.

d) Stellen Sie die Maschenimpedanzmatrix und das zugehörige Gleichungssystem auf.

e) Berechnen Sie basierend auf der Maschenimpedanzmatrix den Frequenzgang $H(j\omega) = \frac{U_{\text{out}}}{J}$. Lösen Sie alle Doppelbrüche auf.

2 Netzwerkanalyse im Zeitbereich

Analzse von Netzwerkmodellen im Zeitbereich. Das umfasst transientes Verhalten, Einschwing- und Schaltvorgänge.

2.1 Schaltvorgang im Zeitbereich – No. 1

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten mit den linearen zeitinvarianten Zweipolen $C > 0$ und $R_1, R_2, R_3 > 0$. Einer idealen festen Spannungsquelle und einem idealen Öffner.

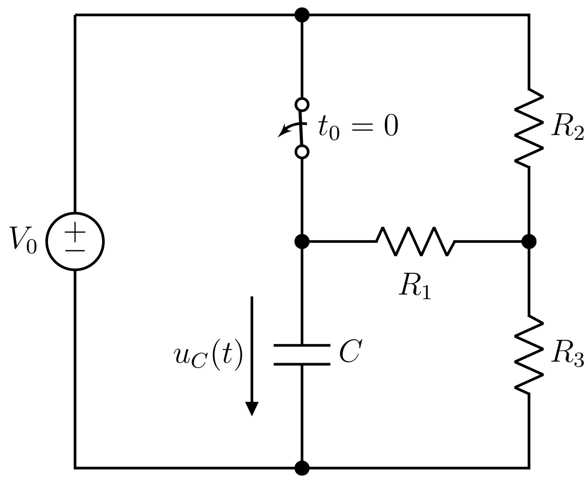


Abbildung 9: Netzwerk mit Schalter

a) Berechnen Sie $u_C(t)$ für $t < t_0$.

b) Stellen Sie die inhomogene DGL für die Zustandsgröße $u_C(t)$ auf, welche für $t > t_0$ das dynamische Verhalten des Netzwerkmodells beschreibt. Geben Sie außerdem die Anfangsbedingungen explizit an.

c) Lösen Sie die inhomogene DGL für $t > t_0$. Welche Zeitkonstante bestimmt das zeitliche Verhalten?

2.2 Schaltvorgang im Zeitbereich – No. 2

Gegeben ist das Netzwerkmodell in Abbildung 10. Es enthält einen idealen Schalter (Öffner), welcher zum Zeitpunkt $t_s = 0$ geöffnet wird. Es gilt $R > 0$ und $L > 0$. Brechnet werden soll das zeitliche Verhalten des Netzwerks vor und nach dem Schalten. $i_R(t)$ und $i_L(t)$ sollen symbolisch für beide Zeitbereiche angegeben werden.

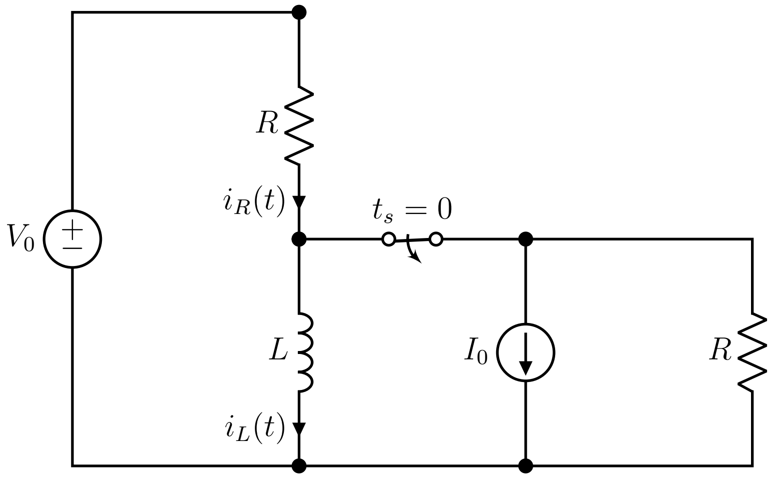


Abbildung 10: Netzwerk mit Schalter

a) Berechnen Sie $i_R(t)$ und $i_L(t)$ für $t < t_0$, nutzen Sie das Superpositionsprinzip.

b) Stellen Sie die inhomogene DGL für die Zustandsgröße $i_L(t)$ auf, welche für $t > t_0$ das dynamische Verhalten des Netzwerkmodells beschreibt. Geben Sie außerdem die Anfangsbedingungen explizit an.

c) Berechnen Sie basierend auf Ihrem Zwischenergebnis aus **b)** das zeitliche Verhalten von $i_R(t)$ und $i_L(t)$ für den Zeitbereich $t > t_0$. Welche Zeitkonstante bestimmt maßgeblich das dynamische Verhalten der Lösung?

2.3 Schaltvorgang im Zeitbereich – No. 3

Gegeben sei das folgende Netzwerkmodell für alle Zeiten mit den linearen zeitinvarianten Zweipolen $L > 0$ und $R_1, R_2, R_3 > 0$. Einer idealen festen Spannungsquelle $v(t) = V_0$ für alle Zeiten, einer idealen festen Stromquelle $j(t) = I_0$ für alle Zeiten, sowie einem idealen Schließer, welcher zu Zeitpunkt $t_s = 0$ schließt.

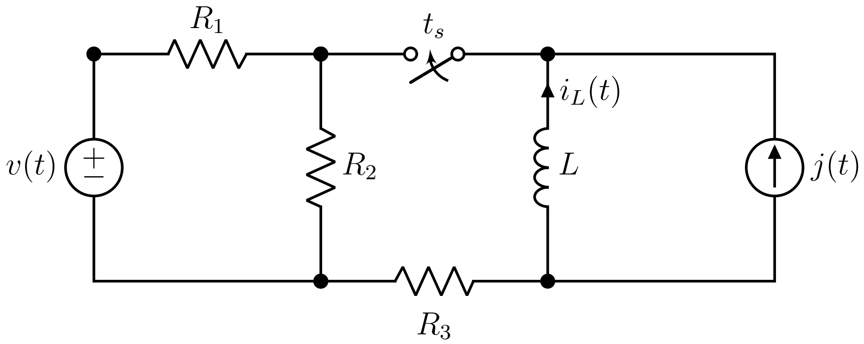


Abbildung 11: Netzwerk mit Schalter

a) Stellen Sie die Inhomogene DGL bzgl. $i_L(t)$ für $t > t_s$ auf, welche das dynamische Verhalten des Netzwerks für diesen Zeitbereich beschreibt. Geben Sie außerdem die Anfangsbedingungen explizit an.

b) Bestimmen Sie $i_L(t)$ für $t > t_s$ basierend auf Ihrem Zwischenergebnis aus **a)**.

Sei nun $v(t) = 0$ und $j(t) = I_0 \cdot cos(\omega_o t)$ für $t > t_s$, sowie $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

c) Bestimmen Sie erneut $i_L(t)$ für $t > t_s$ basierend auf Ihrem Zwischenergebnis aus **a)**.

d) Gibt es für das Netzwerkmodell für $t \to \infty$ eine Darstellung im eingeschwungenen Zustand, die eine Berechnung im Frequenzbereich (komplexe Wechselstromrechnung) erlaubt?

3 Netzwerkanalyse nichtlinearer Schaltungen

Aufgaben zu Netzwerkmodellen mit nichtlinearen Komponenten, wie Transistoren und Dioden.

3.1 Transistorschaltung – No. 1

Gegeben ist die Transistorschaltung in Abbildung 12. Dabei handelt es sich um das Großsignalmodell. Die Werte der Netzwerkparameter sind $R_1 = 600\,\Omega$, $R_2 = 400\,\Omega$, $R_3 = 100\,\Omega$ und $R_4 = 300\,\Omega$. Die Versorgungsspannung ist als $V_{\mathrm{DD}} = 2.5\,\mathrm{V}$ festgelegt.

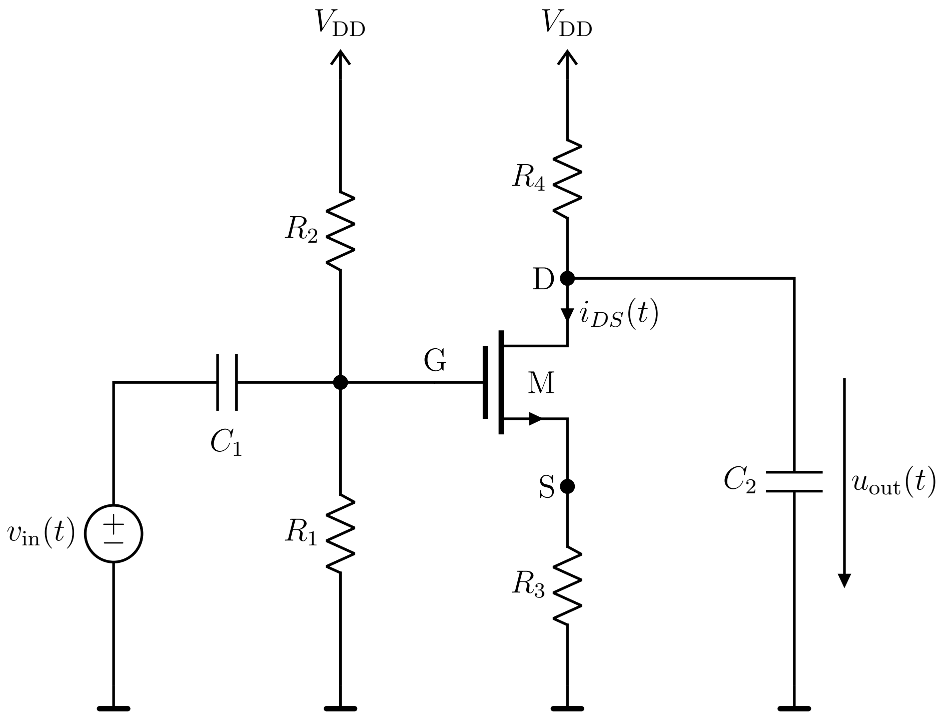


Abbildung 12: Großsignalmodell einer Transistorschaltung

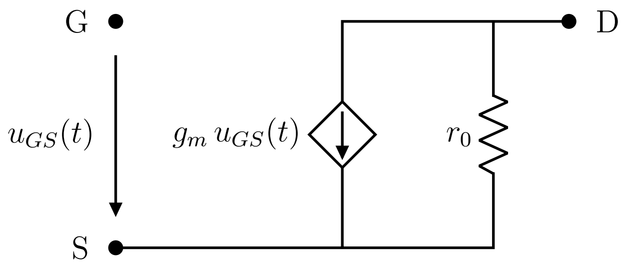


Abbildung 13: Kleinsignalmodell des NMOS-Transistors M

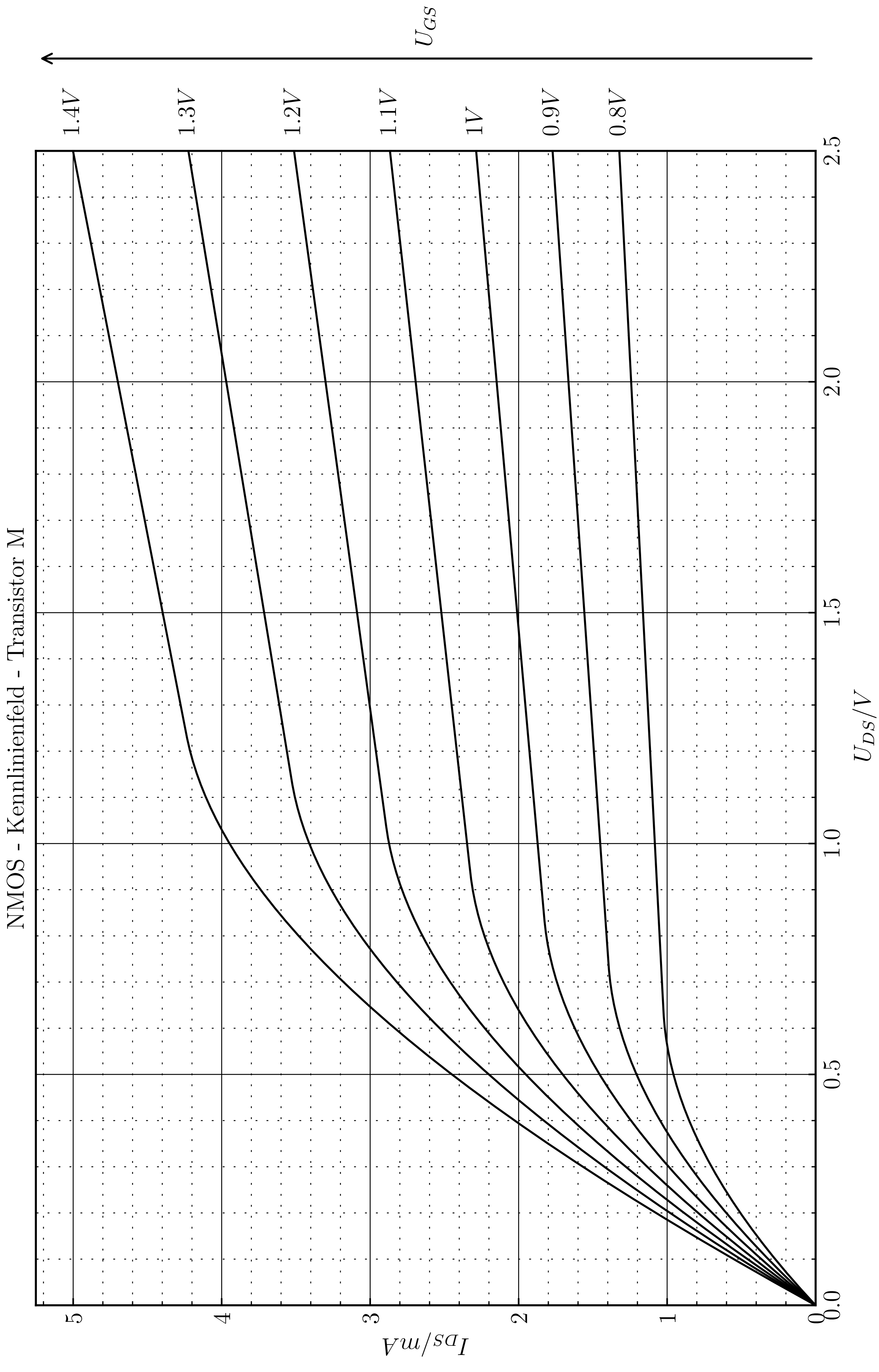
a) Zeichnen Sie das DC-Ersatzschaltbild obiger Schaltung auf.

b) Bestimmen Sie den DC Arbeitspunkt des NMOS Transistors M in obiger Schaltung unter Zuhilfenahme des beiliegenden Kennlinienfelds.

c) Berechnen Sie näherungsweise die Kleinsignalparameter g_m und r_0 des Transistors im Arbeitspunkt.

d) Zeichnen Sie das Kleinsignal-Ersatzschaltbild der Transistorschaltung, unter Verwendung des Kleinsignal-Transistormodells in Abbildung 13.

e) Berechnen Sie die Kleinsignal-Spannungsverstärkung $H(j\omega) = \frac{U_{out}}{V_{\text{in}}}$ in Form eines Frequenzgangs, indem Sie das Knotenpotentialverfahren auf das Kleinsignal-Ersatzschaltbild aus **d)** anwenden.


NMOS - Kennlinienfeld - Transistor M
U_{GS}
1.4V
1.3V
1.2V
1.1V
1V
0.9V
0.8V
U_{DS}/V
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
I_{DS}/mA
0
1
2
3
4
5

4 Operationsverstärker Schaltungen

Es folgen Aufgaben zu den gängigsten Opamp-Grundschaltungen und zu allgeneinen Analzse von Schaltungen mit idealen Operationsverstärkern.

4.1 Summierverstärker

Abbildung 14 zeigt einen Summierverstärker mit drei Eingängen (Eingangsspannungen) und einem Ausgang.

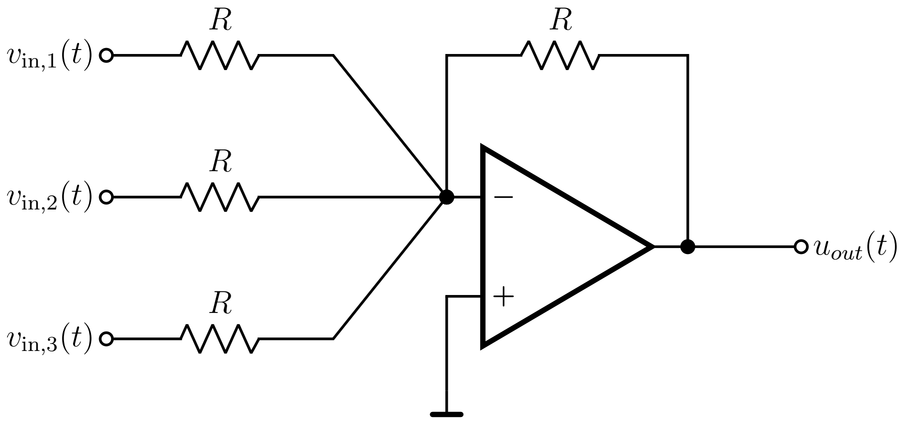


Abbildung 14: Summierverstärker mit Opamp

a) Berechnen Sie die Ausgangsspannung $u_{out}(t)$ als Funktion der Schaltungsparameter und der Eingänge.

5 Netzwerkanalyse aus Systemsicht

Die folgenden Aufgaben behandeln die Analyse linearer Netzwerkmodelle und Schaltungen aus Systemtheoretischer Sicht. Inhalte sind Torparameter, Symmetrie, Reziprozität und Passivität.

5.1 Netzwerkparameter

Gegeben ist das Netzwerkmodell in Abbildung 15. Das Netzwerk hat zwei Tore, an denen Spannungen oder Ströme als Eingänge vorgegeben werden können.

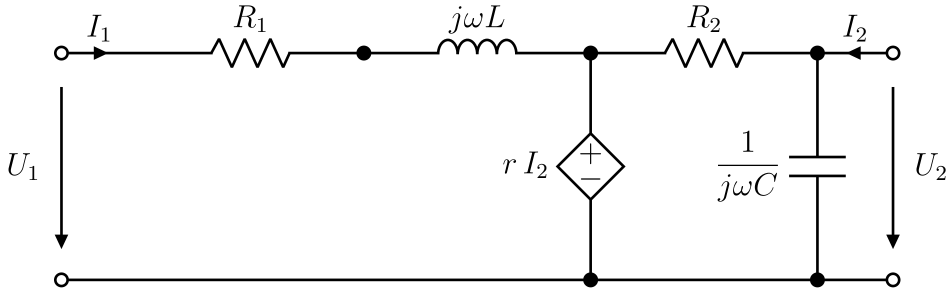


Abbildung 15: Netzwerkmodell mit gesteuerter Quelle als Zweitor

a) Berechnen Sie die Impedanzparameter des Zweitors in Matrixform.

b) Welche Aussagen über das Zweitor können basierend auf den in **a)** berechneten Impedanzparametern getroffen werden?