

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 18**Kurzfragen ohne Unterlagen** (Bearbeitungszeit: 30 min)

- 1) Die Steilheit eines MOSFETs kann erhöht werden, wenn man (richtige ankreuzen)
- 2) Welche der Aussagen zu einem Halbleiter mit der Eigenleitungskonzentration n_i im thermodynamischen Gleichgewicht sind richtig?
- 3) Um welche digitale Grundsaltung handelt es sich bei dem Bild rechts unten?
- 4) Welche der Aussagen zur Kapazität C einer pn -Diode mit abruptem Übergang sind zutreffend?
- 5) Ergänzen Sie in dem Diagramm (rechts) den Verlauf der Leitungs- und Valenzbandkanten eines homogenen Halbleiters mit angelegter Spannung $U < 0$. Beachten Sie die Pfeilrichtung und beschriften Sie die Bandkanten. Randeffekte sollen vernachlässigt werden.
- 6) Gegeben ist das Bändermodell $\mathcal{W}(x)$ von Si. Markieren Sie für den Fall der n -Dotierung das Fermi-niveau \mathcal{W}_F . Skizzieren Sie die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband $D(\mathcal{W})$ in parabolischer Näherung, sowie bei Raumtemperatur die Fermi-Verteilung $f(\mathcal{W})$ und die Elektronen- und Löcherkonzentrationen im Leitungs- bzw. Valenzband $n(\mathcal{W})$, $p(\mathcal{W})$ in den vorbereiteten Koordinatensystemen.
- 7) Ergänzen Sie die folgenden Aussagen zu den Eigenschaften zweier bis auf ihre effektive Elektronenmasse im Leitungsband ($m_{L,A}^* > m_{L,B}^*$) identischer Halbleiter A und B in den punktierten Bereichen durch “>”, “<“ oder “=“.
- 8) Welche der Aussagen zu dem gezeigten Bändermodell mit den Bandkanten \mathcal{W}_V und \mathcal{W}_L sind richtig? Markieren Sie an den Pfeilen das Quasi-Fermi-niveau \mathcal{W}_{Fn} für die Elektronen bzw. \mathcal{W}_{Fp} für die Löcher.
- 9) Gegeben ist eine ideale Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur (Bild a) mit gleichen Austritts-arbeiten von Halbleiter und Metall sowie in den Bildern c bis e die zugehörigen Bändermodelle für drei Arbeitspunkte. Um welchen Halbleitertyp handelt es sich? Zeichnen Sie für niedrige Frequenzen den $C(U_g)/C_i$ -Verlauf in das Diagramm (Bild b). Markieren Sie die Arbeitspunkte der drei angegebenen Bändermodelle mit dem zugehörigen Buchstaben (c bis e) in der $C(U_g)/C_i$ -Kennlinie.
- 10) Wie groß ist in einem Diamantgitter mit der Gitterkonstante $a = 0,357$ nm der Abstand zweier nächstbenachbarter Gitteratome (Formel und Zahlenwert)? die Konzentration der Gitteratome (Formel und Zahlenwert)?

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 18

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

Bemerkung: Bei Berechnungen ist grundsätzlich auch der Rechenweg nachvollziehbar anzugeben.

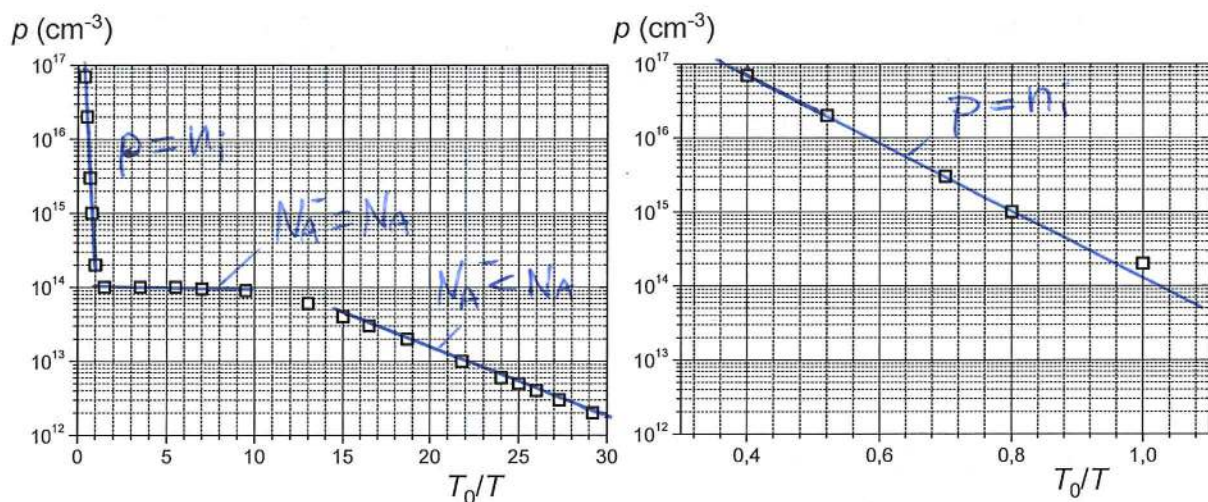
Konstanten: $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$; $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$; $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$; $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/(Am)}$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Atome/mol}$.

- 1) Ein Halbleiter ist homogen mit Akzeptoren der Konzentration N_A dotiert ($N_D = 0$) und die effektiven Zustandsdichten sind gleich groß, also $N_V = N_L = N$ mit $N_0 = 8,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

$$N = N_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2}; \quad n_i^2 = np = N_L N_V \exp \left(-\frac{W_G}{kT} \right); \quad n + N_A^- = p + N_D^+$$

$$N_A^- = N_A \left(\frac{p_1}{p + p_1} \right); \quad p_1 = \frac{N(T_0)}{4} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{W_A - W_V}{kT} \right).$$

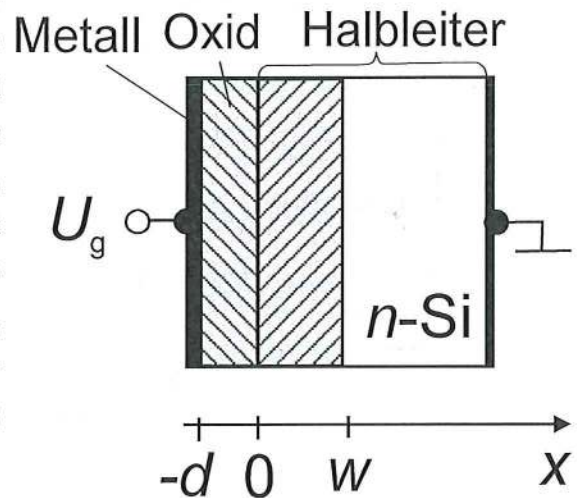
Die gemessene Löcherkonzentration $p(T_0/T)$ ist in Abb. 1 dargestellt ($T_0 = 300 \text{ K}$).

**Abb. 1**

- a) Markieren Sie in Abb. 1, links die Temperaturbereiche, in denen die Akzeptoren vollständig ($N_A^- = N_A$) oder unvollständig ($N_A^- \ll N_A$) ionisiert sind, bzw. der Halbleiter eigenleitend ist ($p = n_i$). Nähern Sie den Verlauf $p(T_0/T)$ durch drei Geraden und skizzieren diese in Abb. 1, links. In der vergrößerten Darstellung des Bereichs hoher Temperaturen soll die entsprechende Gerade noch einmal skizziert werden (Abb. 1, rechts).

- b) Geben Sie im Bereich der Eigenleitung die Abhängigkeit der Löcherkonzentration $p(T_0/T)$ explizit an. Bestimmen Sie aus der entsprechenden Gerade in Abb. 1 den Bandabstand W_G (Formel und Zahlenwert).
- c) Ermitteln Sie nun p für den Bereich $T_0/T > 1,5$. Nutzen Sie hierfür die Elektroneutralitätsgleichung. Vereinfachen Sie diese mit Hilfe der gegebenen Annahmen sowie einer größenordnungsmäßigen Abschätzung der Elektronenkonzentration n im Vergleich mit p . Berechnen Sie hierfür beispielhaft n für $T_0/T = 1,5$.
- d) Nutzen Sie die oben angegebene Gleichung für N_A^- , um aus c) eine quadratische Gleichung für p aufzustellen und lösen Sie diese anschließend (Formel).
- e) Im Bereich mittlerer Temperaturen gilt $4N_A \ll p_1$. Vereinfachen Sie die Lösung aus d) und bestimmen Sie hiermit aus Abb. 1 im Bereich $1,5 < T_0/T < 6$ die Akzeptorkonzentration N_A (Zahlenwert). (Hinweis: $[1+\varepsilon]^{0,5} \approx 1+0,5\varepsilon$ mit $\varepsilon \ll 1$)
- f) Im Bereich niedriger Temperaturen gilt $2(N_A)^{1/2} \gg (p_1)^{1/2}$. Vereinfachen Sie die Lösung aus d) entsprechend und geben Sie $p(T_0/T)$ explizit an. Bestimmen Sie hiermit aus Abb. 1 im Bereich $15 < T_0/T < 30$ die Akzeptor-Ionisierungsenergie $W_A - W_V$ (Zahlenwert).

- 2) **Abb. 2** zeigt eine ideale Metall-Oxid- n -Halbleiter (MOS)-Struktur mit am Gate anliegender Spannung U_g . Gehen Sie, wie bei 300 K üblich, davon aus, dass die Dotierstoffe vollständig ionisiert sind ($N_D^+ = N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) und die beweglichen Ladungsträger in der Sperrschicht ($0 \leq x \leq w$) keine Rolle spielen. Für den Kapazitätsbelag der HfO_2 -Oxidschicht $C_{\text{ox}} = \varepsilon_{\text{ox}} \varepsilon_0 / d$ und der Sperrschicht $C_s = \varepsilon_s \varepsilon_0 / w$ mit den relativen Dielektrizitätskonstanten ε_s und ε_{ox} sowie den Dicken d und w sind folgende Daten gegeben: $d = 3 \text{ nm}$; $\varepsilon_{\text{ox}} = 25$; $\varepsilon_s = 11,7$; $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.



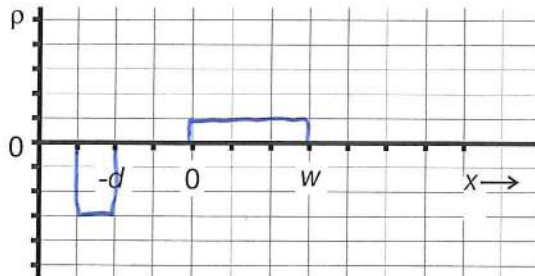
- a) Skizzieren Sie das vereinfachte Kapazitäts- **Abb. 2** Ersatzschaltbild der MOS-Struktur. Ermitteln Sie den Gesamtkapazitätsbelag der Struktur C bezogen auf C_{ox} in Abhängigkeit von der Sperrschichtausdehnung w . Skizzieren Sie für niedrige (durchgezogen) und hohe (gestrichelt) Frequenzen den Verlauf von C/C_{ox} in Abhängigkeit von U_g . Markieren Sie die Bereiche der Anreicherung, Verarmung und Inversion sowie den Flachbandfall $(C/C_{\text{ox}})_{\text{FB}}$.
- b) Skizzieren Sie in der Vorlage die Verläufe der Raumladung ρ , der elektrischen Feldstärke E und der Bandkantenenergien W_L und W_V für den Fall des Einsetzens der

Matrikelnr.:

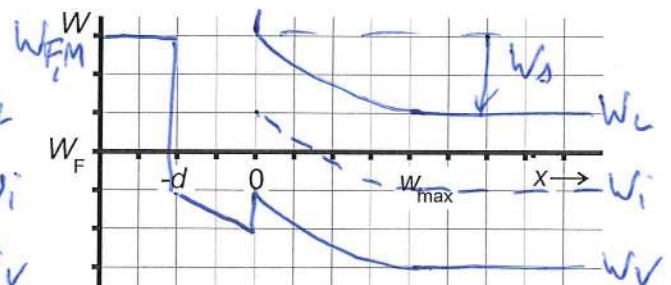
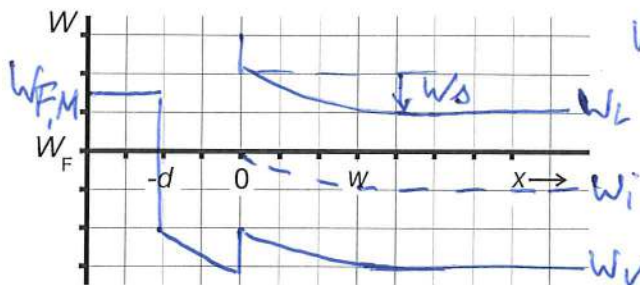
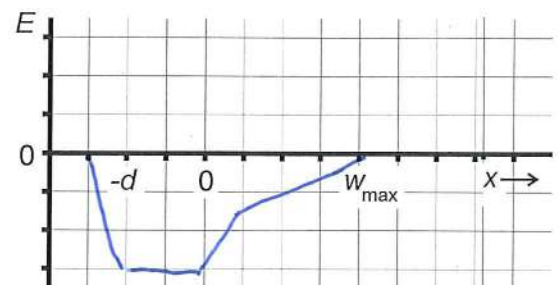
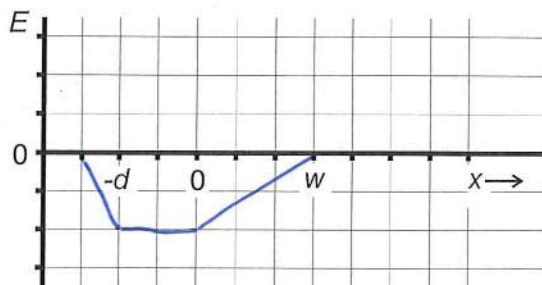
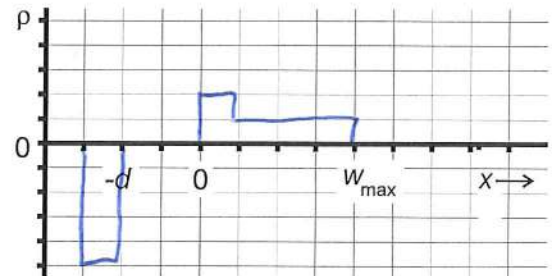
Name:

- schwachen Inversion (1) mit der Bandaufwölbung $W_s = W_F - W_i$ (W_F : Fermienergie im Halbleiter, W_i : Eigenleitungsniveau) und
- starken Inversion (2) mit $W_s = 2(W_F - W_i)$.

(1) Einsetzen der schwachen Inversion



(2) Einsetzen der starken Inversion



Markieren Sie W_s , W_i , W_L und W_V sowie die Fermienergie im Metall $W_{F,M}$.

- c) Bestimmen Sie W_s in Abhängigkeit von N_D und n_i (Formel) unter Annahme der Boltzmann-Näherung für die Elektronenkonzentration:

$$n = N_L \exp\left(\frac{W_F - W_L}{kT}\right)$$

- d) Bei starker Inversion (2) gilt für die maximale Ausdehnung der Sperrschicht $w = w_{\max}$ mit

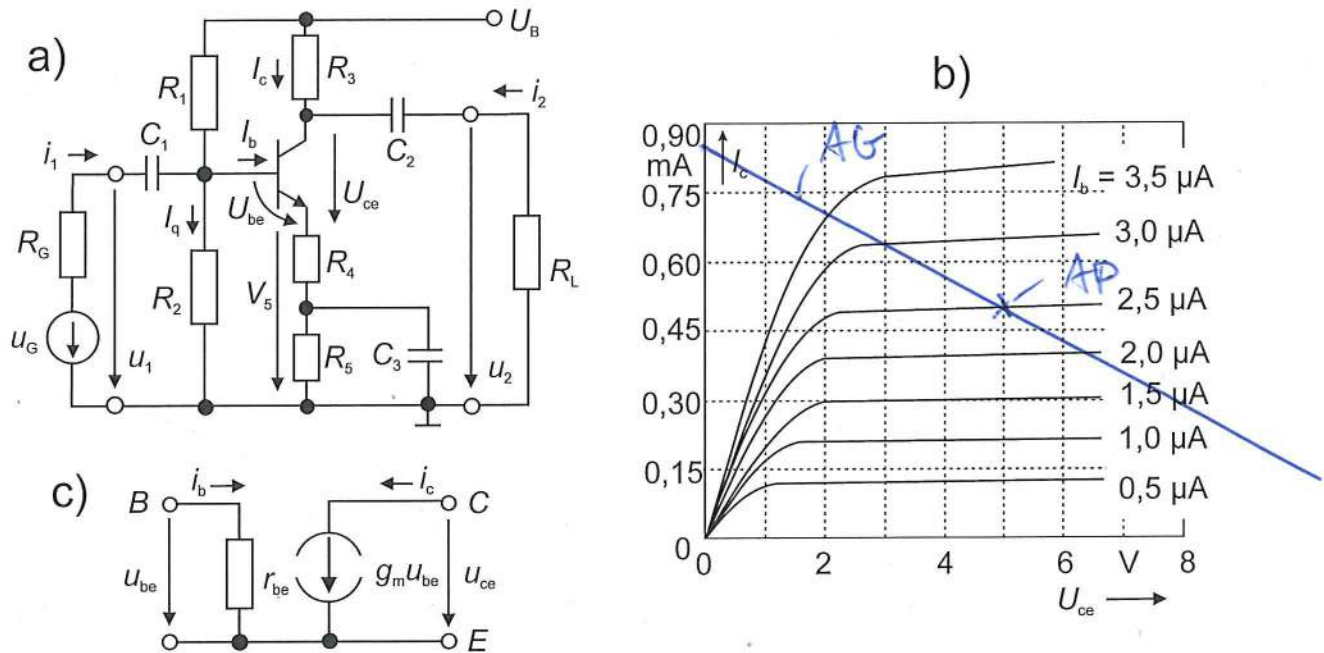
$$w_{\max} = \sqrt{\frac{2 \epsilon_s \epsilon_0 W_s}{q^2 N_D}}$$

und für die Ausdehnung im Flachbandfall (FB) $w = L_D$ mit:

$$L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_s \epsilon_0 kT}{q^2 N_D}}$$

Bestimmen Sie für die MOS-Struktur in **Abb.2** w_{\max} und L_D und hieraus die minimale Kapazität $(C/C_{\text{ox}})_{\min}$ bzw. die Flachbandkapazität $(C/C_{\text{ox}})_{\text{FB}}$. Geben Sie jeweils Formeln und Zahlenwerte an.

- 3) Analysieren Sie die Schaltung in **Abb. 3a**. Der Transistor ist durch das Kennlinienfeld in **Abb. 3b** charakterisiert. Im Arbeitspunkt sind folgende Betriebsparameter gegeben: $U_B = 12 \text{ V}$, $U_{\text{ce}} = 5 \text{ V}$, $U_{\text{be}} = 0,7 \text{ V}$, $V_5 = 2 \text{ V}$, $I_b = 2,5 \mu\text{A}$, $I_q = 9 \times I_b$, $R_4 = 0,7 \text{ k}\Omega$, $R_G = 4 \text{ k}\Omega$, $R_L = 22 \text{ k}\Omega$.



- Welcher Transistortyp liegt vor? Zeichnen Sie das Gleichstromersatzschaltbild. Ermitteln Sie den Arbeitspunkt (U_{ce} , I_c) und die Widerstände R_1 , R_2 , R_3 und R_5 . Wie groß ist I_c ($U_{\text{ce}} = 0$)? Tragen Sie Arbeitspunkt und -gerade in das Kennlinienfeld ein.
- Führen Sie eine Wechselstromanalyse durch. Zeichnen Sie hierzu die Ersatzschaltung unter Verwendung des vereinfachten Kleinsignal-Ersatzschaltbildes für den Transistor (**Abb. 3c**) mit den Parametern $g_m = 20 \text{ mS}$ und $r_{\text{be}} = 5 \text{ k}\Omega$. Die Kondensatoren C_1 , C_2 und C_3 sind im betrachteten Frequenzbereich kurzgeschlossen.
- Bestimmen Sie aus b) mit Hilfe der in a) ermittelten Werte den Eingangswiderstand $R_e = u_1/i_1$, die Stromverstärkung $v_i = i_2/i_1$, die Leerlaufspannungsverstärkung $v_{\text{uL}} = u_2/u_1$ ($i_2 = 0$) und die Spannungsverstärkung $v_u = u_2/u_G$ ($i_2 \neq 0$) der Schaltung formel- und zahlenmäßig. Nutzen Sie bei der Herleitung der Formeln sich entsprechend der genannten Zahlenwerte ergebende, sinnvolle Näherungen.

$$b) P\left(\frac{T_0}{T}\right) = n_i\left(\frac{T}{T_0}\right) = N_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{W_G}{2kT_0} \frac{T_0}{T}\right]$$

$\frac{T_0}{T}$	$P(\text{cm}^{-3})$
0,48	$3 \cdot 10^{16}$
0,92	$3 \cdot 10^{14}$

$$\frac{P(T_0/T_1)}{P(T_0/T_2)} = \left(\frac{T_0/T_1}{T_0/T_2}\right)^{-3/2} \exp\left[-\frac{W_G}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow W_G = -\frac{2kT_0}{\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}} \ln \left[\frac{P(T_0/T_1)/P(T_0/T_2)}{\left(\frac{T_0/T_1}{T_0/T_2}\right)^{-3/2}} \right] = \begin{matrix} 0,43 \text{ eV} \\ 0,66 \text{ eV} \end{matrix}$$

$$c) n + N_A^- = p + N_0^{+} \approx 0; \quad n_i(T_0/T_1 = 1,5) = 7,3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\rightarrow p = N_A^- \quad \rightarrow n = \frac{n_i^2(T_0/T_1)}{P(T_0/T_1)} = \frac{(7,3 \cdot 10^{10})^2}{1 \cdot 10^{14}} \text{ cm}^{-3} = 5,3 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3}$$

$$\rightarrow n \ll N_A, p$$

$$d) p = N_A^- = N_A \frac{P_1}{p + P_1} \rightarrow p^2 + pP_1 - N_A P_1 = 0$$

$$\Rightarrow p_{1/2} = -\frac{P_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P_1}{2}\right)^2 + N_A P_1} = \frac{P_1}{2} (-1 + \sqrt{1 + \frac{4N_A P_1}{P_1^2}})$$

↑
phys. maximum

$$= \frac{P_1}{2} (-1 + \sqrt{1 + \frac{4N_A}{P_1}})$$

$$e) p \approx \frac{P_1}{2} (-1 + 1 + \frac{2N_A}{P_1}) = N_A, \quad N_A = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$f) p\left(\frac{T_0}{T}\right) \approx \frac{P_1}{2} (-1 + \sqrt{\frac{4N_A}{P_1}}) \approx \frac{P_1}{2} 2 \sqrt{\frac{N_A}{P_1}} = \sqrt{N_A P_1}$$

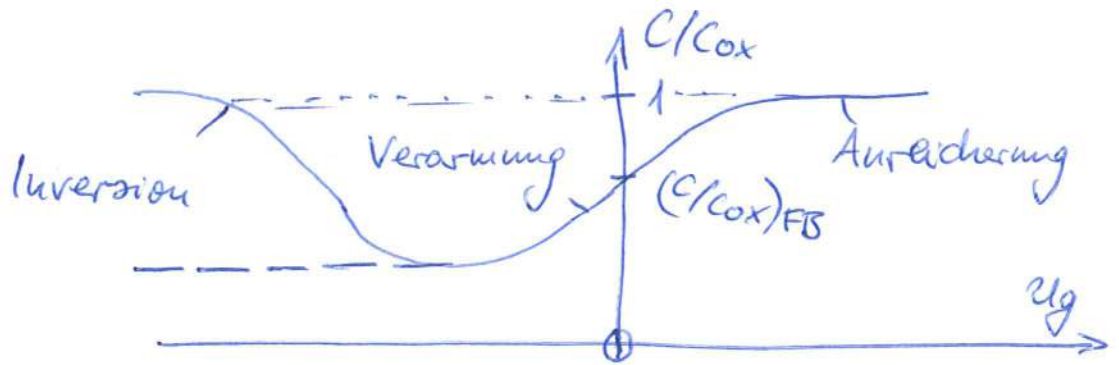
$$= \frac{1}{2} \sqrt{N_A N_0} \left(\frac{T_0}{T}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T}\right)\right]$$

$$\frac{P(T_0/T_3)}{P(T_0/T_4)} = \left(\frac{T_0/T_3}{T_0/T_4}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T_3} - \frac{T_0}{T_4}\right)\right]$$

$\frac{T_0}{T}$	$P(\text{cm}^{-3})$
11	$1 \cdot 10^{14}$
26	$4 \cdot 10^{12}$

$$\Rightarrow W_A - W_V = -\frac{2kT_0}{\frac{T_0}{T_3} - \frac{T_0}{T_4}} \ln \left[\frac{P(T_0/T_3)/P(T_0/T_4)}{\left(\frac{T_0/T_3}{T_0/T_4}\right)^{-3/4}} \right] = 8,8 \text{ meV}$$

2a) $\begin{matrix} \text{Ug} \\ | \\ \text{Cox} \\ | \\ \text{Cs} \end{matrix} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_s} \rightarrow \frac{C}{C_{ox}} = \frac{1}{1 + \frac{C_{ox}}{C_s}} = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_{ox} W}{\epsilon_s d}}$



c) $n = N_D = N_L \exp\left(\frac{W_F - W_L}{kT}\right) \quad \frac{N_D}{n_i} = \exp\left(\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$
 $n_i = N_L \exp\left(\frac{W_i - W_L}{kT}\right) \rightarrow W_F - W_i = kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$

\Rightarrow (1) $W_D = W_F - W_i = kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$
 (2) $W_D = 2(W_F - W_i) = 2kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$

d) $W_{max} = \sqrt{\frac{2\epsilon_s \epsilon_0 W_D}{q^2 N_D}} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_s \epsilon_0 (W_F - W_i)}{q^2 N_D}} = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_s \epsilon_0 kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)}{q^2 N_D}}$
 $= 0,104 \mu m$

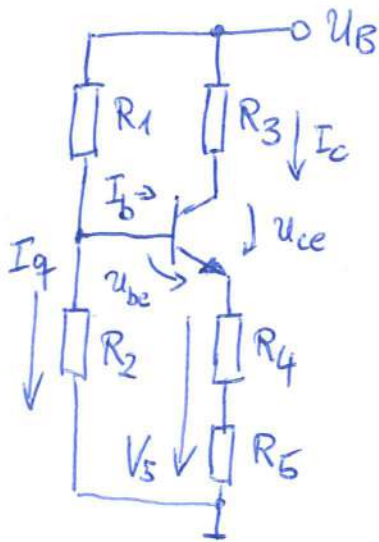
$\left(\frac{C}{C_{ox}}\right)_{min} = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_s} \frac{W_{max}}{d}} = 0,013$

$L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_s \epsilon_0 kT}{q^2 N_D}} = 12,9 \text{ nm}$

$\left(\frac{C}{C_{ox}}\right)_{FB} = \frac{1}{1 + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_s} \frac{L_D}{d}} = 0,098$

3a) npn-Transistor

aus Kennlinie: $I_C = 0,5 \text{ mA}$



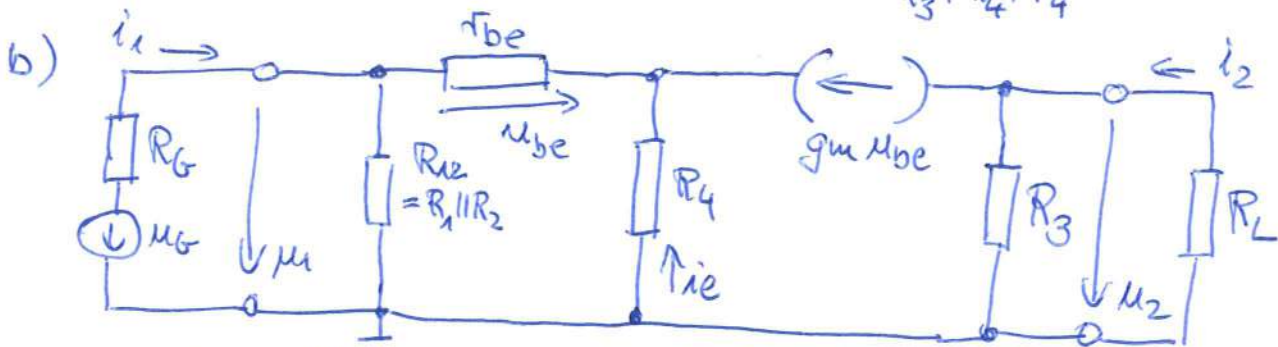
$$R_3 = \frac{U_B - U_{ce} - V_5}{I_C} = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 + R_5 = \frac{V_5}{I_C + I_B} \approx \frac{V_5}{I_C} = 4 \text{ k}\Omega, R_5 = 4 \text{ k}\Omega - R_4 = 3,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{V_5 + U_{be}}{9 I_B} = 120 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = \frac{U_B - (V_5 + U_{be})}{10 I_B} = 372 \text{ k}\Omega$$

$$\rightarrow \text{AG: } I_C (U_{ce}=0) = \frac{U_B}{R_3 + R_4 + R_5} = 0,86 \text{ mA}$$



$$c) i_1 = \frac{u_1}{R_{12}} + \frac{u_{be}}{r_{be}} = \frac{u_1}{R_{12}} + \frac{u_1}{r_{be} g_m R_4}$$

$$u_1 = u_{be} + \left(\frac{u_{be}}{r_{be}} + g_m u_{be} \right) R_4 = \left(1 + \frac{R_4}{r_{be}} + g_m R_4 \right) u_{be} \approx g_m R_4 u_{be}$$

$$\rightarrow R_e = \frac{u_1}{i_1} = \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{r_{be} g_m R_4} \right)^{-1} = 39,7 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{i_2}{g_m u_{be}} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \Rightarrow i_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} g_m \frac{1}{g_m R_4} u_1 = \frac{R_3}{(R_3 + R_4) R_4} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{r_{be} g_m R_4} \right)^{-1} i_1$$

$$\Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{R_3}{(R_3 + R_4) R_4} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{r_{be} g_m R_4} \right)^{-1} = 17,7$$

$$u_2 (R_L = \infty) = -g_m u_{be} R_3 = -\frac{g_m R_3}{g_m R_4} u_1 \rightarrow v_{uL} = -\frac{R_3}{R_4} = -14,3$$

$$u_2 = -g_m u_{be} (R_3 \parallel R_L) = -\frac{g_m (R_3 \parallel R_L)}{g_m R_4} u_1 \Rightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{R_e}{R_3 \parallel R_L}$$

$$\rightarrow v_u = -\frac{R_3 \parallel R_L}{R_4} \cdot \frac{R_e}{R_3 \parallel R_L} = -\frac{R_3 \parallel R_L}{R_4} \cdot \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{r_{be} g_m R_4} \right)^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{r_{be} g_m R_4} \right) \cdot R_G} \right) = -8,9$$