

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 23**Kurzfragen ohne Unterlagen** (Bearbeitungszeit: 30 min)

- 1) Die Steilheit eines MOSFETs kann erhöht werden, wenn man
- 2) Welche der Aussagen zu einem idealen pn -Übergang mit angelegter Spannung U sind zutreffend?
- 3) Skizzieren Sie in den vorbereiteten Diagrammen rechts die örtlichen Verläufe der Raumladungsdichte $\rho(x)$, des elektrischen Feldes $E(x)$ und des Bändermodells $W(x)$ in der angedeuteten, idealen Metall-Oxid- p -Halbleiterstruktur für den Fall der Inversion. Beschriften Sie im Bändermodell die Fermienergien im Metall (W_{FM}) und im Halbleiter (W_{FHL}), die Leitungs- und Valenzbandkantenenergie (W_L und W_V), die Eigenleitungsenergie (W_i) sowie qU (U : angelegte Spannung). Welches Vorzeichen muss U aufweisen?
- 4) Wir betrachten den Konzentrationsverlauf der Minoritätsladungsträger $p_n(x)$ in der neutralen Basis (x_2 bis x_3) eines pnp -Transistors.
 - a) Geben Sie rechts oben die Minoritätsladungsträgerkonzentrationen $p_n(x = x_2)$ in Abhängigkeit der Emitter-Basis-Spannung U_{eb} sowie $p_n(x = x_3)$ in Abhängigkeit der Kollektor-Basis-Spannung U_{cb} formelmäßig an:

Skizzieren Sie $p_n(x)$ in dem vorbereiteten Diagramm (rechts unten). Vernachlässigen Sie die Variation der Verarmungszonenbreiten mit der Spannung. Markieren Sie die Verläufe mit dem Buchstaben der Teilaufgaben (b) bzw. c):
- 5) Gegeben ist eine ideale Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur (unten, Bild a) mit gleichen Austrittsarbeiten von Halbleiter und Metall sowie in den Bildern c) bis e) die zugehörigen Bändermodelle für drei Arbeitspunkte (Anreicherung, Verarmung, Inversion). Um welchen Halbleitertyp handelt es sich?

Zeichnen Sie für hohe Frequenzen den $C(U_g)$ -Verlauf in das Diagramm (Bild b). Markieren Sie die jeweiligen Arbeitspunkte der drei angegebenen Bändermodelle mit dem zugehörigen Buchstaben c) bis e) in der $C/C_i(U_g)$ -Kennlinie.
- 6) Welche der Aussagen zu dem gezeigten Bändermodell mit den Bandkanten W_V und W_L sind richtig? Markieren Sie an den Pfeilen rechts die Quasi-Fermienergien W_{Fn} für die Elektronen bzw. W_{Fp} für die Löcher.
- 7) Beschriften Sie im nebenstehenden Diagramm die Achsen (ausführliche Bezeichnung, nicht nur Formelzeichen). Markieren Sie die Leitungs- und die Valenzbandkante (W_L , W_V). Ist der zugehörige Halbleiter (richtiges bitte ankreuzen)

☐ direkt oder

☐ indirekt?

- 8) Ergänzen Sie die folgenden Aussagen zu den Eigenschaften zweier bis auf ihre effektive Elektronenmasse im Leitungsband ($m_{L,A}^* < m_{L,B}^*$) identischer Halbleiter A und B in den punktierten Bereichen rechts durch “>”, “<“ oder “=”.
- 9) Welche der Aussagen zur Kapazität C einer pn -Diode mit abruptem Übergang, homogenen Dotierungen und Vorspannung U_0 zwischen p - und n -Bereich sind zutreffend?
- 10) Gegeben ist das Bändermodell $W(x)$ von dotiertem Silizium. Geben Sie den Dotierungstyp an. Skizzieren Sie die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband $D(W)$ in parabolischer Näherung, sowie die Fermi-Verteilung $f(W)$ und die Elektronen- und Löcherkonzentrationen im Leitungs- bzw. Valenzband $n(W), p(W)$ in den vorbereiteten Vorlagen unten.

Matrikelnr.:

Name:

Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 23

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

Bemerkung: Bei Berechnungen ist grundsätzlich auch der Rechenweg nachvollziehbar anzugeben.

Konstanten: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K = $8,6 \cdot 10^{-5}$ eV/K; $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm); $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}$ Vs/(Am); $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ Atome/mol.

$$N = N_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2}; \quad n_i^2 = np = N_L N_V \exp \left(- \frac{W_G}{kT} \right); \quad n + N_A^- = p + N_D^+$$

$$N_A^- = N_A \left(\frac{p_1}{p + p_1} \right); \quad p_1 = N_1 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{W_A - W_V}{kT} \right); \quad T_0 = 300 \text{ K}.$$

1) Ein Halbleiter ist homogen mit Akzeptoren der Konzentration N_A dotiert ($N_D = 0$) und die effektiven Zustandsdichten der freien Ladungsträger (p, n) sind gleich groß, also $N_V = N_L = N$ mit $N_0 = 8,5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Die gemessene Löcherkonzentration $p(T_0/T)$ ist in Abb. 1 dargestellt.

a) Markieren Sie in Abb. 1, links die Temperaturbereiche, in denen die Akzeptoren vollständig ($N_A^- = N_A$) oder unvollständig ($N_A^- \ll N_A$) ionisiert sind, bzw. der Halbleiter eigenleitend ist ($p = n_i$). Nähern Sie den Verlauf $p(T_0/T)$ in den drei Bereichen durch Geraden und skizzieren diese.

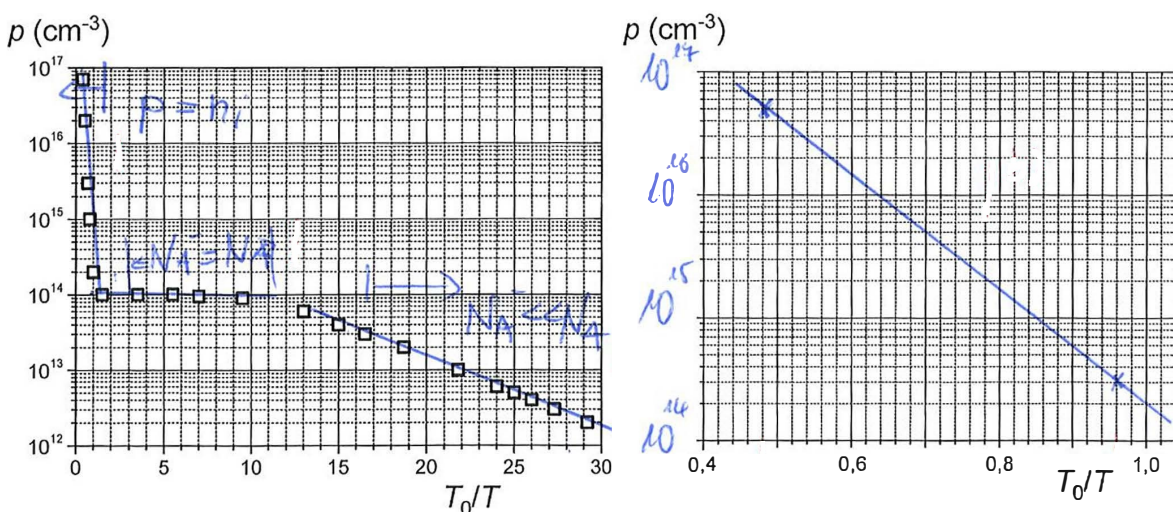


Abb. 1

$$b) N_L = N_V = N \rightarrow n_i^2 = N^2 \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right) \Rightarrow p = n_i = N_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{-3/2} \exp\left(-\frac{W_G}{2kT_0} \frac{T_0}{T}\right)$$

$$P\left(\frac{T_0}{T_1}\right) = N_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{-3/2} \exp\left(-\frac{W_G}{2kT_0} \frac{T_0}{T_1}\right) \quad \left\{ \frac{P\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}{P\left(\frac{T_0}{T_2}\right)} = \left(\frac{T_0/T_1}{T_0/T_2}\right)^{-3/2} \exp\left[-\frac{W_G}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}\right)\right] \right.$$

$$\hookrightarrow W_G = -2kT_0 \ln \left[\frac{P\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}{P\left(\frac{T_0}{T_2}\right)} \cdot \left(\frac{T_0/T_1}{T_0/T_2}\right)^{3/2} \right] / \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}\right) = 0,44 \text{ eV}$$

$$c) n = \frac{n_i^2 (T_0/T = 1,5)}{P(T_0/T = 1,5)} = \frac{1,3 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}}{1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-2} \ll N_A$$

$$n + N_A^- = p + N_D^+ \Rightarrow 0 (N_D = 0) \rightarrow p = N_A^-$$

$$d) p = N_A^- = N_A \frac{P_1}{P + P_1} \hookrightarrow P^2 + PP_1 - N_A P_1 = 0$$

$$\hookrightarrow P_{1/2} = -\frac{P_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{P_1}{2}\right)^2 + N_A P_1} = \frac{P_1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4N_A}{P_1}}\right)$$

$$e) P \approx \frac{P_1}{2} \left(-1 + 1 + \frac{2N_A}{P_1}\right) = N_A = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

phys. sinnvoll
Taylorreihenentwicklung bis zum lin. Term
für $4N_A \ll P_1$ aus Abb. 1

$$f) P \approx \frac{P_1}{2} \left(-1 + \sqrt{\frac{4N_A}{P_1}}\right) \approx \frac{P_1}{2} \sqrt{\frac{4N_A}{P_1}} = \sqrt{N_A P_1}$$

$2\sqrt{N_A} \gg \sqrt{P_1}$

$$P\left(\frac{T_0}{T}\right) = \sqrt{N_A N_1} \left(\frac{T_0}{T}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T_3} - \frac{T_0}{T_4}\right)\right]$$

$$P\left(\frac{T_0}{T_3}\right) = \sqrt{N_A N_1} \left(\frac{T_0}{T_3}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \frac{T_0}{T_3}\right] \quad \left\{ \frac{P\left(\frac{T_0}{T_3}\right)}{P\left(\frac{T_0}{T_4}\right)} = \left(\frac{T_0/T_3}{T_0/T_4}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \left(\frac{T_0}{T_3} - \frac{T_0}{T_4}\right)\right] \right.$$

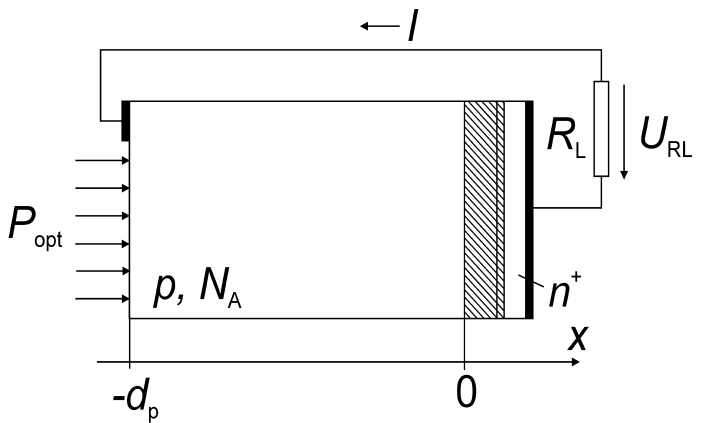
$$P\left(\frac{T_0}{T_4}\right) = \sqrt{N_A N_1} \left(\frac{T_0}{T_4}\right)^{-3/4} \exp\left[-\frac{W_A - W_V}{2kT_0} \frac{T_0}{T_4}\right]$$

$$\hookrightarrow W_A - W_V = -\frac{2kT_0}{\frac{T_0}{T_3} - \frac{T_0}{T_4}} \ln \left[\frac{P(T_0/T_3) / P(T_0/T_4)}{\left(\frac{T_0/T_3}{T_0/T_4}\right)^{-3/4}} \right] = 10 \text{ meV}$$

T_0/T_0	$P (\text{cm}^{-3})$
20	$1,5 \cdot 10^{13}$
28	$2,5 \cdot 10^{12}$

- 2) **Abb. 2** zeigt eine pn^+ -Diode ($n_i = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$), die bei $T_0 = 300 \text{ K}$ als Solarzelle betrieben wird, d. h. Bestrahlung mit einer Leistung P_{opt} durch das p -Gebiet ($N_A = 7 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) führt zu einer Photostromdichte J_{ph} . Thermische Generation von Ladungsträgern in der Verarmungszone (**Abb. 2**, schraffierter Bereich) und ein Spannungsabfall über den Bahngebieten können vernachlässigt werden. Der Strom I ist nahezu vollständig durch die Elektronen bestimmt. Die Elektronenkonzentration $n_p(x)$ bei $x = 0$ ist gegeben durch:

$$n_p = n_{p0} \exp\left(\frac{q U_{\text{RL}}}{k T}\right)$$

Abb. 2

Der Kontakt zum n^+ -Bahngebiet ist ideal ohmsch. Am Rückkontakt der Diode, d.h. bei $x = -d_p$, soll zwischen den beiden Fällen

- (I) $n_p(-d_p) - n_{p0} = 0$ (idealer Rekombinationskontakt);
 (II) $\left. \frac{dn_p}{dx} \right|_{x=-d_p} = 0$ (verschwindende Oberflächenrekombination).

unterschieden werden. Ermitteln Sie für die beiden Fälle (I) und (II) die Leerlaufspannung U_{oc} der Diode formelmäßig in Abhängigkeit von den gegebenen Größen.

- a) Berechnen Sie für die Elektronen im p -Bahngebiet den Diffusionskoeffizienten $D_n = \mu_n k T / q$ sowie die Diffusionslänge $L_n = (D_n \tau_n)^{1/2}$ und überprüfen Sie unter Verwendung der Zahlenwerte: $\mu_n = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $\tau_n = 10 \text{ }\mu\text{s}$; $d_p = 7 \text{ }\mu\text{m}$, dass $d_p \ll L_n$.
 b) Stellen Sie die Differenzialgleichung auf, die im eingeschwungenen Zustand und ohne Bestrahlung ($P_{\text{opt}} = 0$) den Verlauf von $n_p(x) - n_{p0}$ im p -Bahngebiet beschreibt. Nutzen Sie die Kontinuitätsgleichung (1) mit der Diffusionsstromdichte-Gleichung (2):

$$(1) \quad \frac{1}{D_n} \frac{dn_p}{dt} = \frac{1}{q D_n} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{n_p - n_{p0}}{L_n^2}; \quad (2) \quad J_n = q D_n \frac{dn_p}{dx}$$

Lösen Sie die Differenzialgleichung unter Verwendung des Ansatzes:

$$n_p(x) - n_{p0} = A \sinh\left(\frac{x}{L_n}\right) + B \sinh\left(\frac{x + d_p}{L_n}\right)$$

und den Randbedingungen, wobei bei $x = -d_p$, zwischen den beiden Fällen (I) und (II) zu

unterscheiden ist. Ermitteln Sie hierfür A und B formelmäßig. (Hinweis: $\sinh'(y) = \cosh(y)$; $\cosh'(y) = \sinh(y)$; $\sinh(0) = 0$; $\cosh(0) = 1$)

- c) Für die Dunkelstromdichte J_d ergibt sich aus dem Verlauf der Elektronenkonzentration aus b) eine Diodenkennlinie der Form $J_d = J_0 \{ \exp[qU_{RL}/(kT)] - 1 \}$. Ermitteln Sie J_0 formel- und zahlenmäßig für die beiden Fälle (I) und (II). Nähern Sie hierbei mit der unter a) gefundenen Abschätzung für d_p/L_n gemäß $\sinh(y) \approx y$, $\cosh(y) \approx 1 + y^2/2$ und $1/(1 + y^2) \approx 1 - y^2/2$ für $y \ll 1$. Nutzen Sie, dass im Bahngebiet Elektronen und Löcher im thermischen Gleichgewicht sind ($n_{p0}p_{p0} = n_i^2$) und: $n_i = 1 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$; $N_A = 4 \cdot 10^{18}/\text{cm}^3$.
- ci) Bestimmen Sie mit $|J_{ph}| = 1 \text{ mA/cm}^2$ den Spannungsabfall $U_{RL} = U_{oc}$ bei Leerlauf ($R_L = 0$) formel- und zahlenmäßig für die beiden Fälle (I) und (II).

$$2) a) D_n = \frac{\mu_n kT}{q} = 36,2 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}; L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 1,2 \text{ mm}; d_n = 20 \mu\text{m} \ll L_n$$

$$b) \text{Dgl: } 0 = \frac{1}{D_n} \frac{d(n_p - n_{p0})}{dt} = \frac{1}{q D_n} \frac{d^2(n_p - n_{p0})}{dx^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{L_n^2}$$

eingeschränkter Zustand

$$\text{Ansatz bei } x=0: n_p - n_{p0} = \underbrace{A \sinh(0)}_{=0} + B \sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right) = n_{p0} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$\hookrightarrow B = \frac{n_{p0}}{\sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right)} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$(II) \left. \frac{dn_p}{dx} \right|_{x=-d_p} = 0 = \frac{A}{L_n} \cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right) + \frac{B}{L_n} \underbrace{\cosh(0)}_{=1}$$

$$\hookrightarrow A = -\frac{B}{\cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right)} = -\frac{n_{p0}}{\sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right) \cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right)} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$(I) n_p(-d_p) - n_{p0} = 0 = A \sinh\left(-\frac{dp}{L_n}\right) + B \underbrace{\sinh(0)}_{=0}$$

$$\hookrightarrow A = 0$$

$$c) J_d = q D_n \left. \frac{d(n_p - n_{p0})}{dx} \right|_{x=0} = q D_n \left\{ \frac{A}{L_n} \underbrace{\cosh(0)}_{=1} + \frac{B}{L_n} \cosh\left(+\frac{dp}{L_n}\right) \right\}$$

$$(II) J_d^{(I)} = \frac{q D_n n_{p0}}{L_n} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right] \left\{ -\frac{1}{\sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right) \cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right)} + \frac{\cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right)} \right\}$$

$$= \frac{q D_n n_{p0}}{L_n \sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right)} \left\{ \cosh\left(+\frac{dp}{L_n}\right) - \frac{1}{\cosh\left(-\frac{dp}{L_n}\right)} \right\} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$\approx \frac{dp}{L_n} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2} = \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2$$

$$J_0^{(I)} = \frac{q D_n n_{p0}}{dp} \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2 = \frac{q D_n n_i^2}{dp N_A} \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2 \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{dp}{L_n} \right)^2$$

$$(I) J_d^{(II)} = \frac{q D_n n_{p0}}{L_n \sinh\left(\frac{dp}{L_n}\right)} \left[\exp\left(\frac{qu}{kT}\right) - 1 \right] \left(2,8 \cdot 10^{-16} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \right)$$

$$\hookrightarrow J_0^{(II)} = \frac{q D_n n_{p0}}{dp} \approx \frac{dp}{dn} = \frac{q D_n n_i^2}{dp N_A} = 3 \cdot 10^{-14} \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$$

$$d) J(u) = J_d(u) + J_{ph}; J(u_{oc}) = 0 = J_d(u_{oc}) + J_{ph} \hookrightarrow J_d(u_{oc}) = -J_{ph}$$

$$(I) u_{oc}^{(I)} = 748 \text{ mV} = J_0 \left[\exp\left(\frac{qu_{oc}}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$(II) u_{oc}^{(II)} = 627 \text{ mV} \hookrightarrow u_{oc} = \frac{kT}{q} \ln \left[1 - \frac{J_{ph}}{J_0} \right]$$

Matrikelnr.:

Name:.....

- 3) Analysieren Sie die Schaltung in **Abb. 3a**. Der Transistor ist durch das Kennlinienfeld in **Abb. 3b** charakterisiert. Folgende Betriebsparameter sind gegeben:

$$U_B = -8 \text{ V}, U_{ds} = -5,5 \text{ V}, \\ U_{gs} = 1,25 \text{ V}, I_g \approx 0,$$

$$R_1 = 90 \text{ k}\Omega,$$

$$R_G = 10 \text{ k}\Omega,$$

$$R_L = 2 \text{ k}\Omega.$$

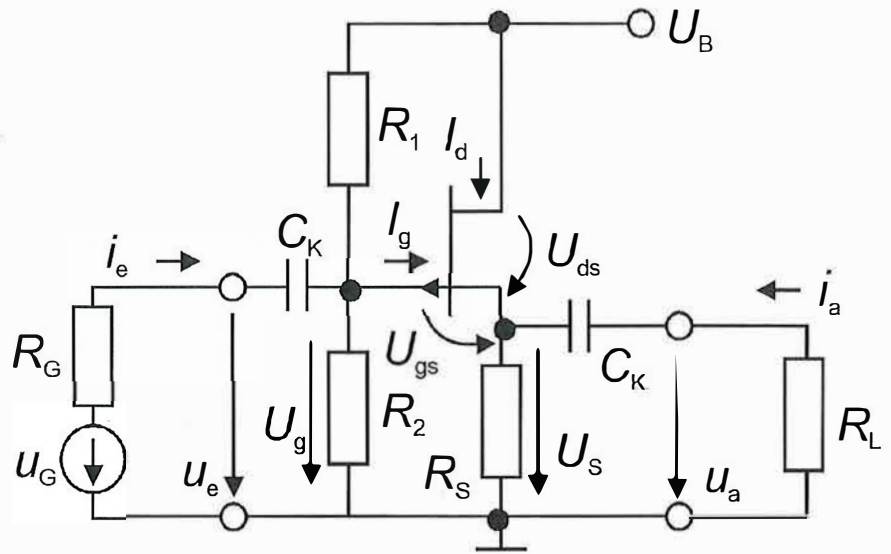


Abb. 3a

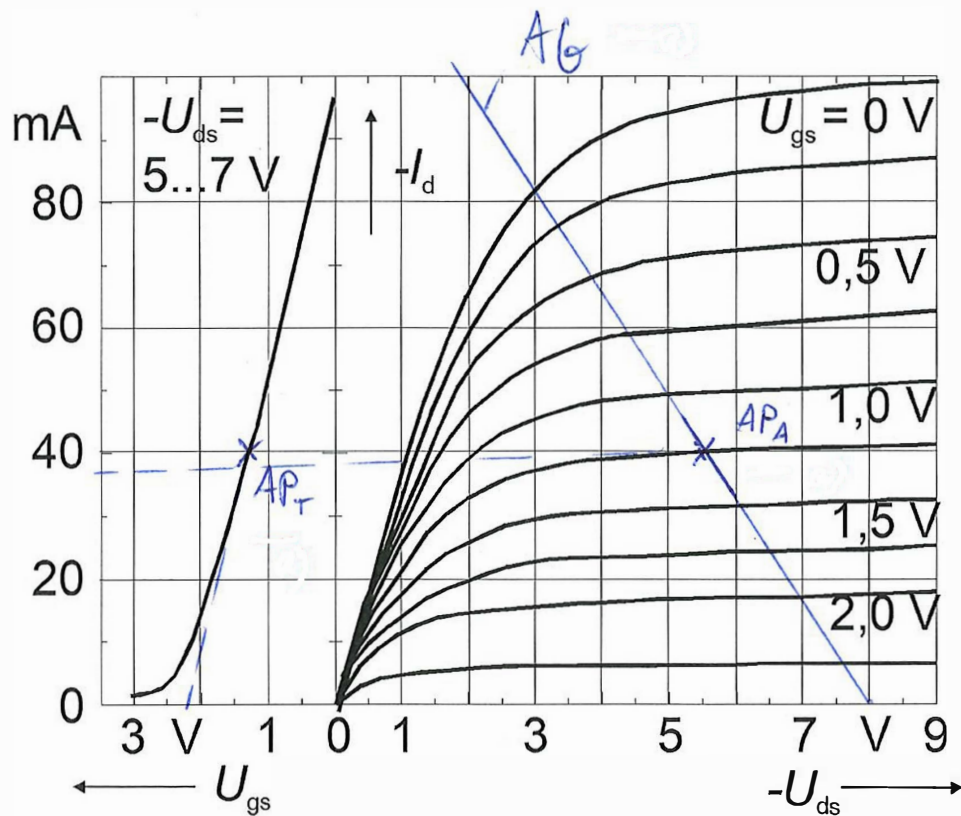
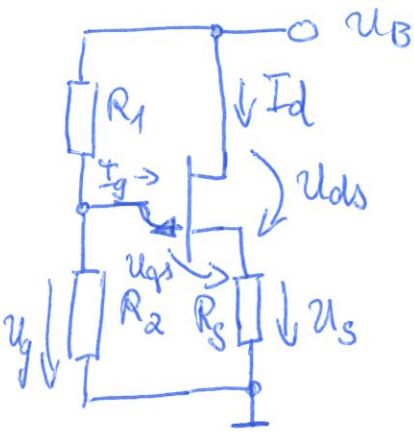


Abb. 3b

- a) Welcher Transistortyp liegt vor? Zeichnen Sie das Gleichstromersatzschaltbild. Tragen Sie die Arbeitspunkte in das Transfer- (AP_T) und Ausgangskennlinienfeld (AP_A) sowie die Arbeitsgerade (AG) in das Ausgangskennlinienfeld (**Abb. 3b**) ein. Lesen Sie I_d ab und ermitteln Sie U_s , U_g und die Widerstände R_2 und R_s sowie I_d ($U_{ds} = 0$).

3a) p-Kanal-Sperrschicht-FET, aus Kennlinienfeldern: $I_d = -40 \mu A$



$$U_s = U_B - U_{ds} = (-8 + 5,5) V = -2,5 V$$

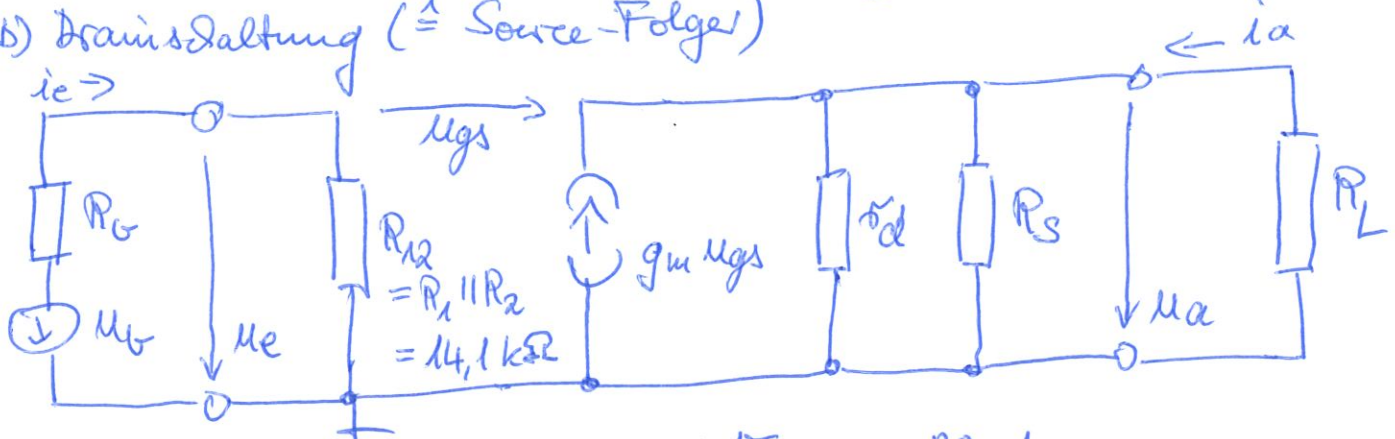
$$U_g = U_{gs} + U_s = (1,25 - 2,5) V = -1,25 V$$

$$R_2 = R_1 \frac{U_g}{U_B - U_g} = 90 k\Omega \frac{-1,25 V}{(-8 + 1,25) V} = 16,7 k\Omega$$

$$R_s = \frac{U_s}{I_d} = \frac{-2,5 V}{-40 \mu A} = 62,5 \Omega$$

$$I_d(U_{ds}=0) = \frac{U_B}{R_s} = \frac{-8 V}{62,5 \Omega} = -128 \mu A$$

b) Drainsschaltung ($\hat{=}$ Source-Follower)



c) aus Transfer-Kennlinie: $g_m = \left| \frac{\Delta I_d}{\Delta U_{gs}} \right| = \frac{40 \mu A}{2 V} = 40 \mu S$

aus Ausgangskennlinie: $r_d = \left| \frac{\Delta U_{ds}}{\Delta I_d} \right| = \frac{7,5 V}{5 \mu A} = 1,5 k\Omega$

Leerlauf:

$$U_{gs} = U_e - U_a; U_a = g_m (r_d \parallel R_s) U_{gs} \approx g_m R_s U_{gs}$$

$$R_e = \frac{U_e}{i_e} = R_{12} = 14,1 k\Omega; U_{ul} = \frac{U_a}{U_e} \Big|_{i_e=0} = \frac{g_m R_s U_{gs}}{U_e} = g_m R_s - g_m R_s \frac{U_a}{U_e}$$

$$\hookrightarrow U_{ul} = \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s} = \frac{0,71}{1 + 0,71} = 0,41$$

$$U_u = \frac{U_a}{U_e} \Big|_{i_e \neq 0} = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_b} \frac{g_m (r_d \parallel R_s \parallel R_e) U_{gs}}{U_e} \approx \frac{R_{12}}{R_{12} + R_b} \frac{g_m R_s U_{gs}}{U_e} = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_b} U_{ul}$$

Ausgangswiderstand: $U_b = 0 \rightarrow U_e = 0 \rightarrow U_{gs} = -U_a$

$$R_a = \frac{U_a}{i_a} \Big|_{u_b=0} = \frac{g_m U_{gs} (r_d \parallel R_s)}{i_a} + r_d \parallel R_s \approx -g_m R_a \frac{U_a}{i_a} + R_s$$

$$\hookrightarrow R_a = \frac{R_s}{1 + g_m R_s} = 17,9 \Omega$$

\rightarrow Impedanzwandler