Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

07.03.2019

Name : ________________________

Vorname : ________________________

Matrikelnummer : ________________________

Studiengang : ________________________

Klausurnummer : ________________________

Aufgabe	**Punkte**	
Kurzfragen	/10	
1	/11	
2	/7	
3	/13	
4	/9	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: FIR-Filterentwurf

(11 Punkte)

Gemäß nachfolgender Spezifikation soll ein FIR-Tiefpassfilter mit der Filterimpulsantwort $h(n)$ entworfen werden. Die z-Transformierte der Filterimpulsantwort $h(n)$ wird mit $H(z)$ bezeichnet.

$$\begin{array}{lll} 0{,}9919 < |H(e^{j\Omega})| < 1{,}0081 & \text{für} & 0 \leq |\Omega| \leq 0{,}4\pi \\ |H(e^{j\Omega})| < 0{,}0256 & \text{für} & 0{,}44\pi \leq |\Omega| \leq \pi \end{array}$$

a) Geben Sie die Größen δ_p, δ_{st}, sowie die Grenzen des Durchlass- bzw. Sperrbereiches Ω_p, Ω_{st} an.

b) Zeichnen Sie das Toleranzschema und tragen Sie alle relevanten Größen und deren Zahlenwerte darin ein. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!

c) Bestimmen Sie die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: *passband ripple*) R_p sowie die Sperrdämpfung d_{st}.

d) Geben Sie die minimale Ordnung des Filters bei Verwendung der modifizierten Fourier-Approximation mit dem Kaiser-Fenster an. Wie ist der Formfaktor β des Kaiser-Fensters zu wählen?

Die genannten Vorgaben sollen nun von einer Kaskade vier identischer FIR-Filter niedrigerer Ordnung erfüllt werden. Die z-Transformierte der Filterimpulsantwort $g(n)$ dieser Filter wird mit $G(z)$ bezeichnet.

e) Geben Sie die Kennwerte des Toleranzschemas $\Omega'_{\mathrm{p}}, \Omega'_{\mathrm{st}}, \delta'_{\mathrm{p}}, \delta'_{\mathrm{st}}$ für ein Filter $G(z)$ an.

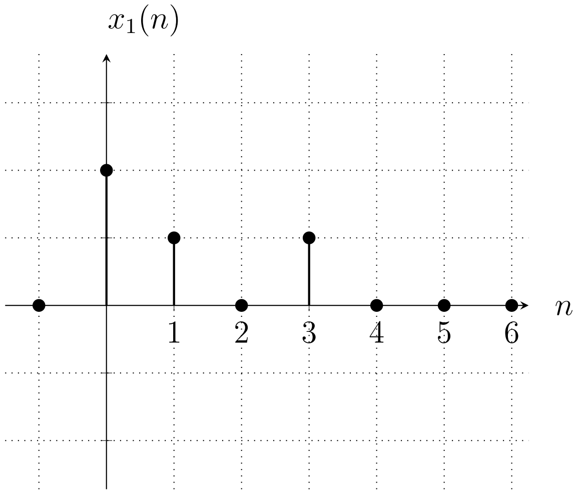
f) Welche Filterordnung ist für $G(z)$ unter Verwendung der modifizierten Fourier-Approximation mit Kaiser-Fenster erforderlich?

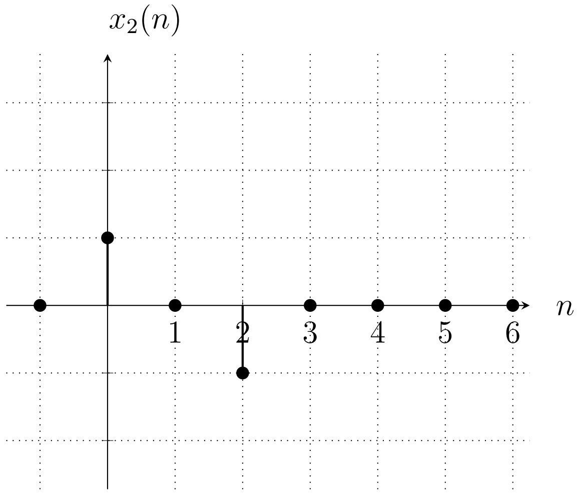
g) Vergleichen Sie die Filter-Kaskade aus Teilaufgabe f) mit dem einzelnen Filter aus Teilaufgabe d) in Hinblick auf Rechenkomplexität und Verzögerungszeit.

Aufgabe 2: Zirkulare und lineare Faltung

(7 Punkte)

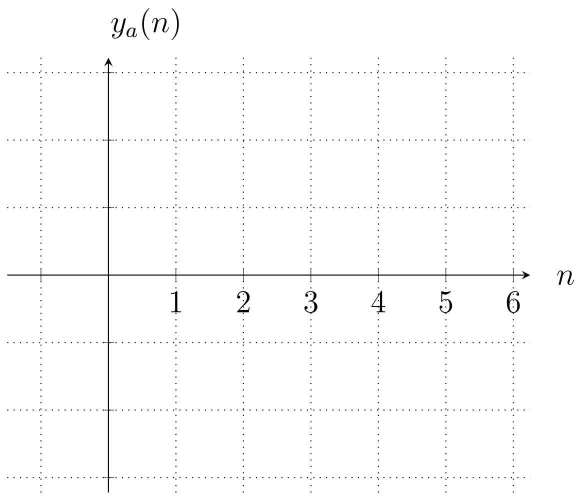
Gegeben seien die beiden zeitdiskreten Signale $x_1(n)$ und $x_2(n)$:



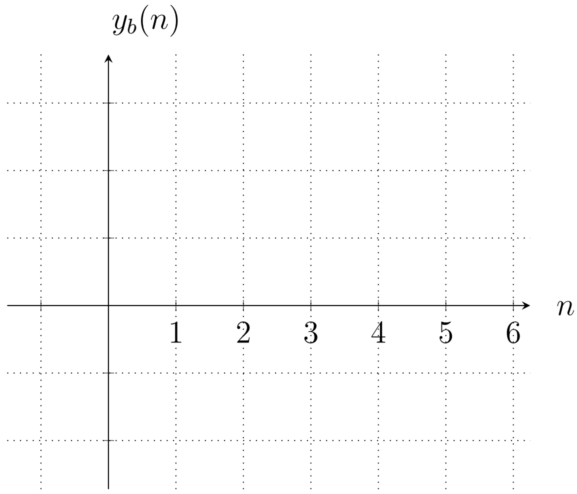


$$x_1(n) = \begin{cases} 2-n, & n = 0,1,2 \\ n-2, & n = 3 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \qquad x_2(n) = \begin{cases} 1-n, & n = 0,1,2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Tragen Sie das Ergebnis der zeitdiskreten Faltung $y_a(n) = x_1(n) * x_2(n)$ in das nachfolgende Diagramm ein und geben Sie die jeweiligen Amplitudenwerte an.



b) Die beiden Signale $x_1(n)$ und $x_2(n)$ werden nun mit Hilfe einer DFT der Länge 4 in den Frequenzbereich transformiert, dort multipliziert und anschließend mittels einer IDFT der Länge 4 zurücktransformiert. Tragen Sie das Ergebnis $y_b(n)$ der IDFT für $n = 0, 1, 2, 3$ in das nachfolgende Diagramm ein und geben Sie die jeweiligen Amplitudenwerte an.



c) Wie bezeichnet man die in Teilaufgabe b) durchgeführte Faltung? Geben Sie die minimale DFT-Länge K_{min} an, bei der gilt:

$$y_a(n) = y_b(n) \quad \text{für } n = 0, 1, 2, 3$$

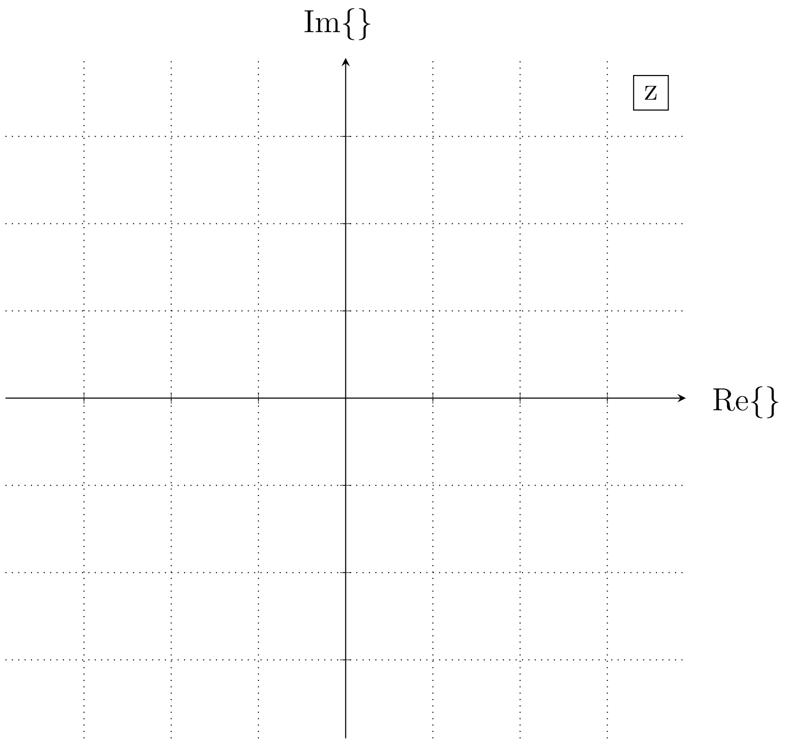
Aufgabe 3: Inverse z-Transformation

(13 Punkte)

Die Systemfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems ist gegeben durch:

$$H(z) = \frac{-8z^{-3} + 2z^{-2} + 4z^{-1} + 2}{3z^{-3} + 4z^{-2} + z^{-1}}$$

a) Tragen Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems in das folgende Diagramm ein.



b) Geben Sie das Konvergenzgebiet von $H(z)$ an und zeichnen Sie es als schraffierte Fläche in das oben stehende Diagramm ein. Gehen Sie davon aus, dass es sich bei $h(n)$ um eine rechtsseitige Folge handelt.

c) Kann das hier vorliegende System in einen Allpass und ein minimalphasiges System zerlegt werden? Begründen Sie Ihre Antwort und geben Sie gegebenenfalls die Zerlegung an!

d) Welche Charakteristik weist das System auf? (Hochpass, Tiefpass, Bandpass)

Es wird nun ein Signal $x(n) = \epsilon(n)$ als Eingangssignal für das System verwendet.

e) Transformieren Sie das Eingangssignal in den z-Bereich und ermitteln Sie anschließend die Ausgangsfolge $y(n)$.

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

(9 Punkte)

Auf ihrem Computer ist eine Aufnahme von 30 Sekunden mit 16 Bit pro Abtastwert PCM-codiert abgespeichert. Die Aufnahme nimmt auf dem Speichermedium 11.520.000 Bit ein.

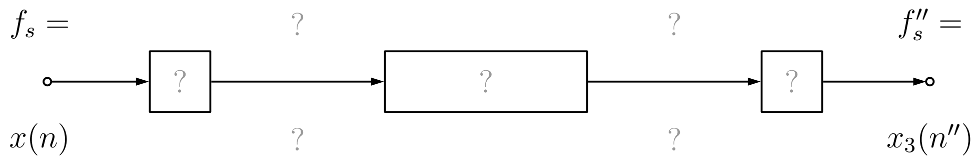
a) Geben Sie die Abtastrate f_s an, mit der das Signal abgespeichert wurde.

Die Aufnahme soll nun über eine Breitband-Verbindung mit dem Mobiltelefon übertragen werden und muss dazu auf $f_s'' = 16$ kHz gewandelt werden. Sie wollen nun die Abtastratenwandlung von f_s auf f_s'' durchführen.

b) Nennen Sie das teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung.

c) Nennen Sie die Grenzfrequenz $f_{c,pq}$ des Filters $H_{pq}(z = e^{j\Omega'})$, welches als gemeinsames ideales Antialiasing-Filter für die Expansion und Dezimation genutzt werden kann.

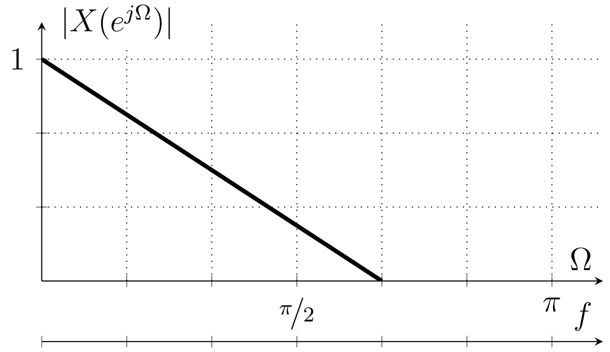
d) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Das Filter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$ ist als ideal anzunehmen.

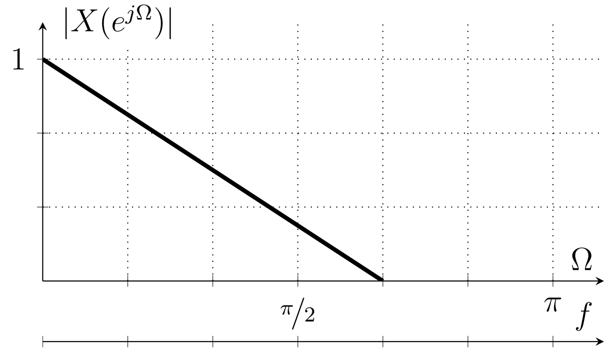


e) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_1(e^{j\Omega'})|$, $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Nutzen Sie die Diagramme der linken Spalte für eine Abtastratenwandlung **mit** idealer Tiefpassfilterung. Nutzen Sie die Diagramme der rechten Spalte für eine Abtastratenwandlung **ohne** ideale Tiefpassfilterung. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Beschriftung aller Achsen, sowie der Amplitudenwerte.

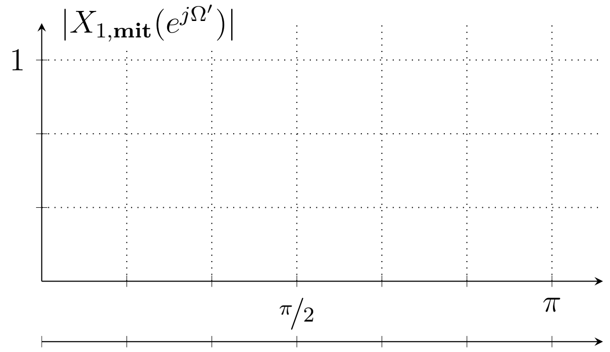
mit idealem Tiefpassfilter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$

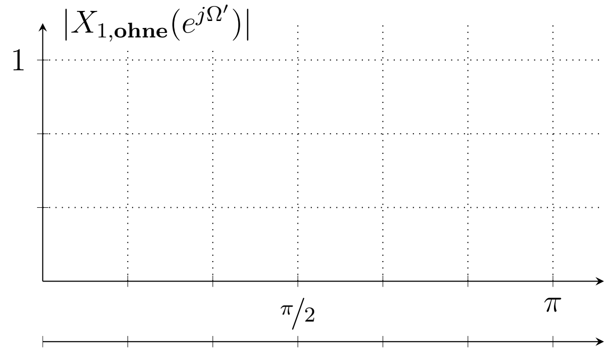
ohne ideales Tiefpassfilter $H_{pq}(z=e^{j\Omega'})$



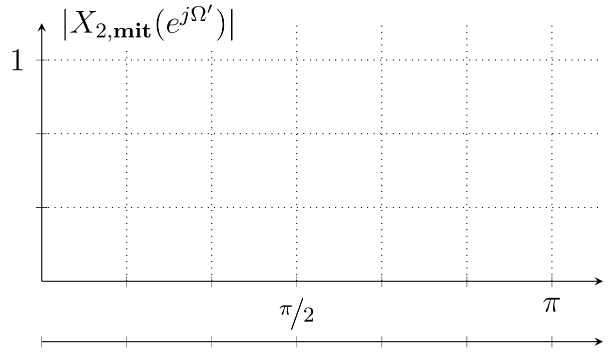


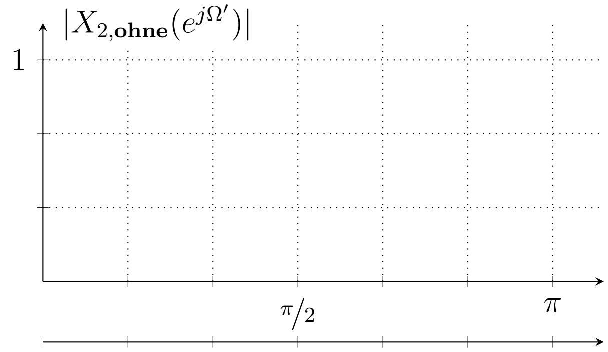
❶





❷





❸