Technische Universität Braunschweig

elenia Institut für Hochspannungstechnik und Energiesysteme

Grundlagen der elektrischen Energietechnik
Teil 1: Grundlagen der Energieversorgung
- Drehstromsysteme II -

Prof. Dr.-Ing. Bernd Engel | elenia Institut für Hochspannungstechnik und Energiesysteme | 05.04.2024

Wiederholung: Zusammenhang Zeitfunktion und komplexe Ebene

- Komplexe Zeiger: $\underline{U} = U \cdot e^{j \cdot \varphi}$

- Euler-Gleichung: $e^{j \cdot \omega \cdot t} = \cos(\omega \cdot t) + j \cdot \sin(\omega \cdot t)$

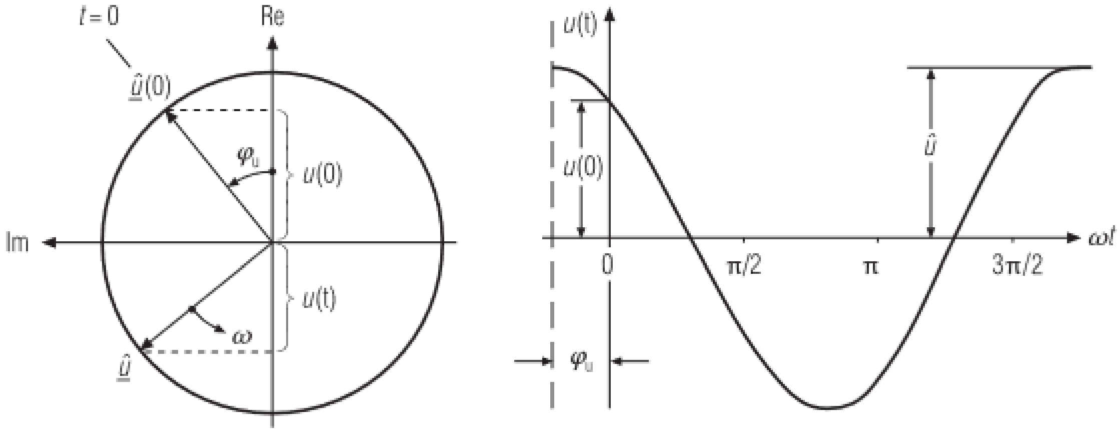
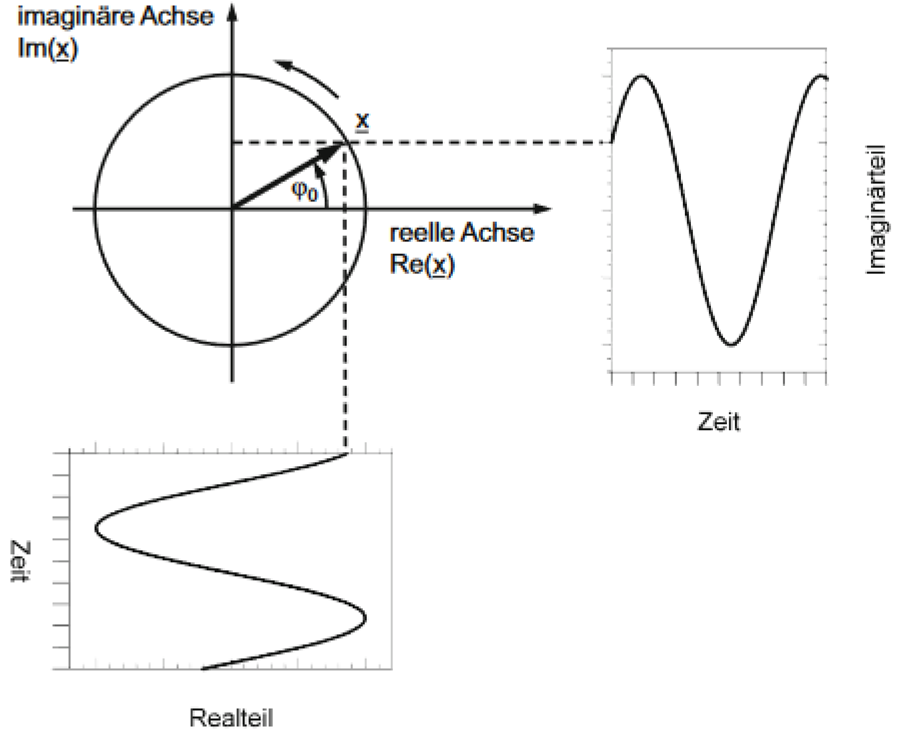


Bild 2.1. Spannungsschwingung nach Gl. (2.1) als Drehzeiger in der komplexen Ebene $\underline{\hat{u}}$ Drehzeiger; $u(t) = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{u}}(t)\}$ Realteil des Drehzeigers zum Zeitpunkt t; $u(0) = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{u}}(0)\}$ Realteil des Drehzeigers zum Zeitpunkt $t = 0$

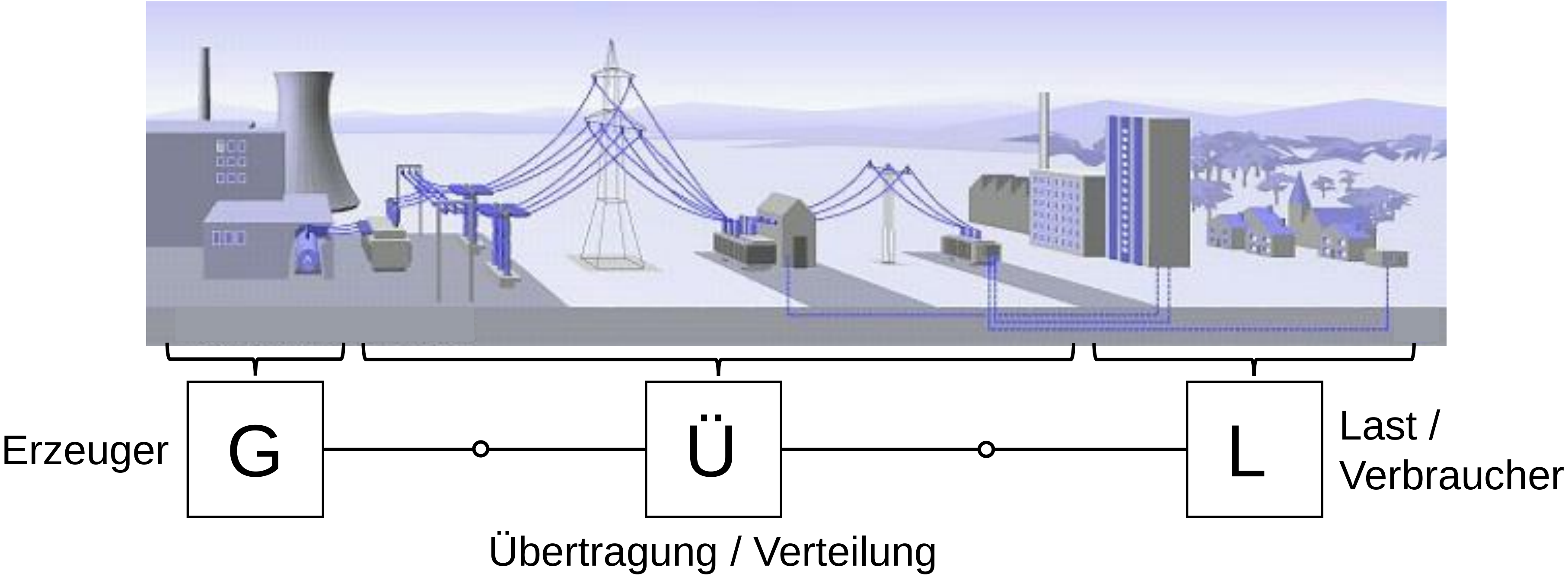


Darstellung einer harmonischen Schwingung in der komplexen Zahlenebene

Drehstromsysteme II

Lernziele:

- Kennenlernen der technischen Vorteile von Drehstromsystemen
- Beherrschen der Definitionen von Drehstromsystemen
- Ermittlung der Leistungen in Drehstromsystemen von der Erzeugung, der Übertragung u. Verteilung bis zu den Lasten in Stern- und Dreieckschaltung

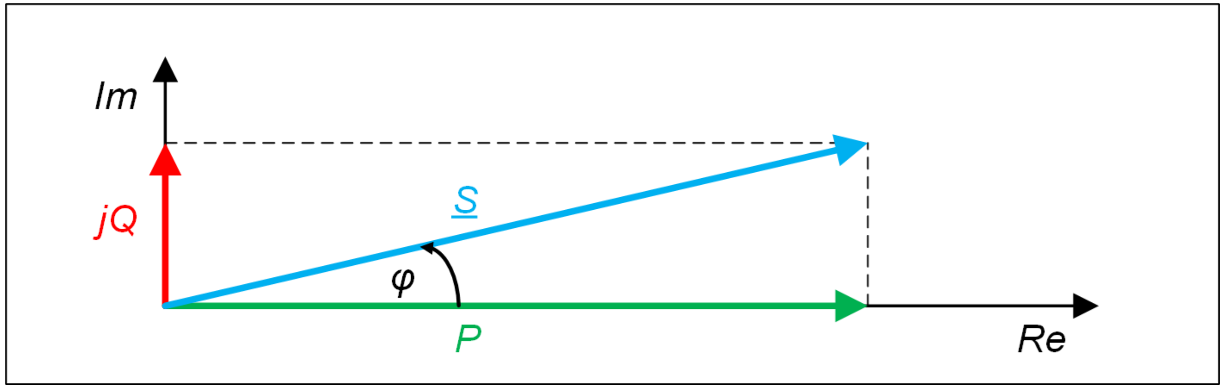


Agenda

1 Schaltungen bei Wechselspannung

2 R-L-C Schwingkreise

3 Symmetrische Spannungssysteme



1 | Schaltungen bei Wechselspannung

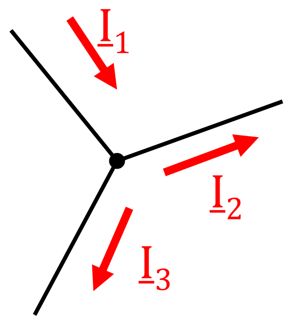
Kirchhoffsche Sätze

Reihen- und Parallelschaltungen bei Wechselspannung

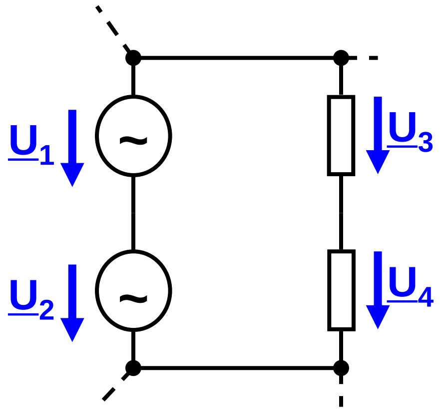
Die Kirchhoffschen Sätze gelten auch für komplexe Größen:

$\sum_n \underline{I}_n = 0$ Knotenregel

$\sum_n \underline{U}_n = 0$ Maschenregel



Besonderheit: Die Lösungen sind für Realteil und Imaginärteil zu finden!



$$\sum_n Re\{\underline{I}_n\} = 0 \cap \sum_n Im\{\underline{I}_n\} = 0$$

$$\sum_n Re\{\underline{U}_n\} = 0 \cap \sum_n Im\{\underline{U}_n\} = 0$$

R-L-Reihenschaltung

Das Verhalten von Strom und Spannung der Reihenschaltung wird durch die komplexe Gesamtimpedanz $\underline{Z}$ beschrieben.

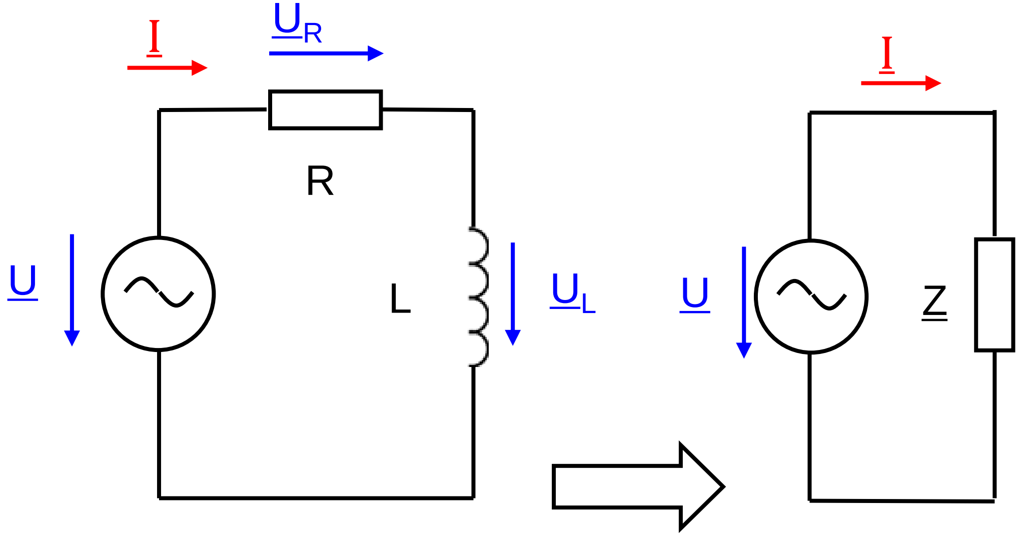
$$\boxed{\underline{Z} = \sum \underline{Z}_i}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$$

$$\underline{U} = \underline{I}R + \underline{I}j\omega L$$

$$\underline{U} = \underline{I}(R + j\omega L)$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j\omega L$$



Ersatzschaltung

R-L-Reihenschaltung

Die Impedanz einer Reihenschaltung ergibt sich aus der komplexen Addition der Einzelimpedanzen in kartesischer Darstellung. Bei Umwandlung in Polarkoordinaten können Betrag und Phasenwinkel ($\angle\underline{U}$, $\underline{I}$) direkt abgelesen werden.

Allgemein:

$\underline{Z} = Re + jIm$

$\underline{Z} = |\underline{Z}|^{j\varphi_Z}$

$|\underline{Z}| = \sqrt{(Re)^2 + (Im)^2}$

$\varphi_Z = \arctan(\frac{Im}{Re})$

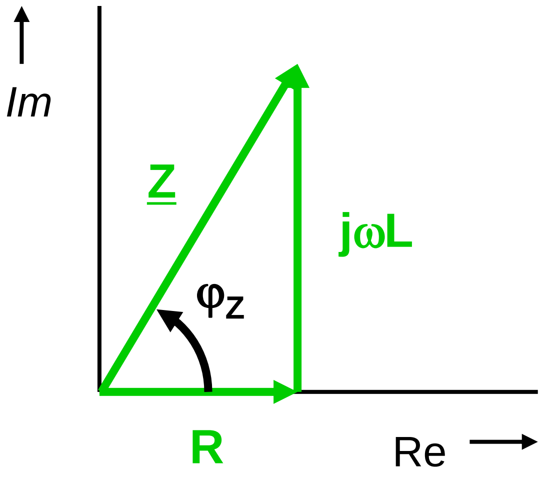
R-L-Reihenschaltung:

$\underline{Z} = R + j\omega L$

$|\underline{Z}| = \sqrt{(R)^2 + (\omega L)^2}$

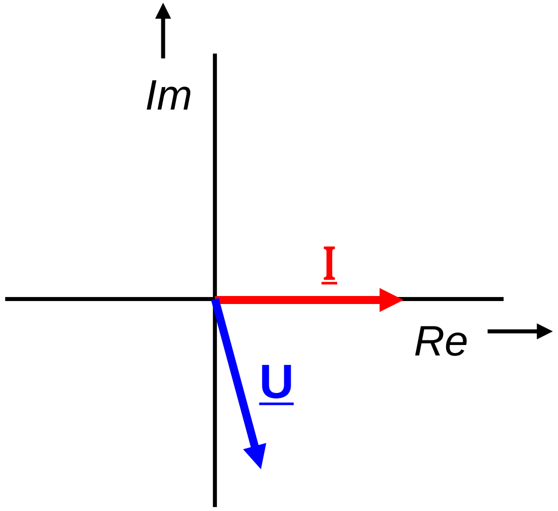
$\varphi_Z = \arctan(\frac{\omega L}{R})$

Darstellung der Impedanzen:



Zeigerdiagramm Verbraucher

Welchen Verbrauchertyp zeigt das folgende Zeigerdiagramm?



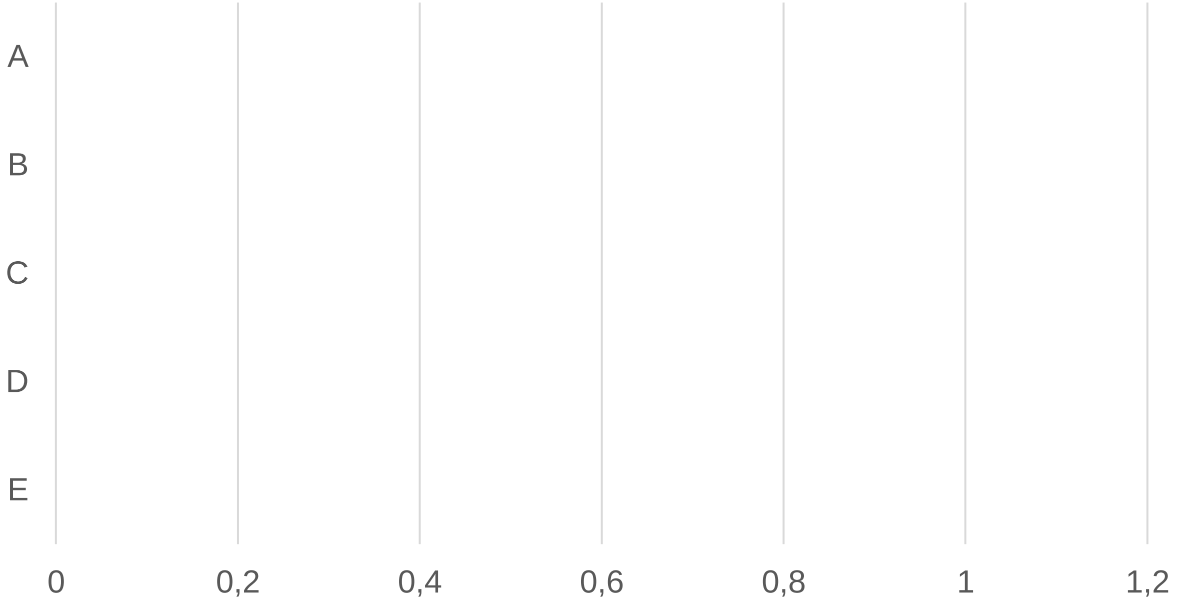
A) ohmsch-induktiv

B) kapazitiv

C) induktiv

D) ohmsch-kapazitiv

E) ohmsch



Umfrage starten

ID = j.grobler@tu-braunschweig.de
Umfrage noch nicht gestartet

Zeigerdiagramm

Bei der Behandlung von Wechselstromschaltungen haben sich Zeigerdiagramme (Darstellung in der komplexen Ebene) zur Erklärung der komplexen Zusammenhänge zwischen Gesamt- und Teil**spannungen** sowie -**strömen** als hilfreich erwiesen.

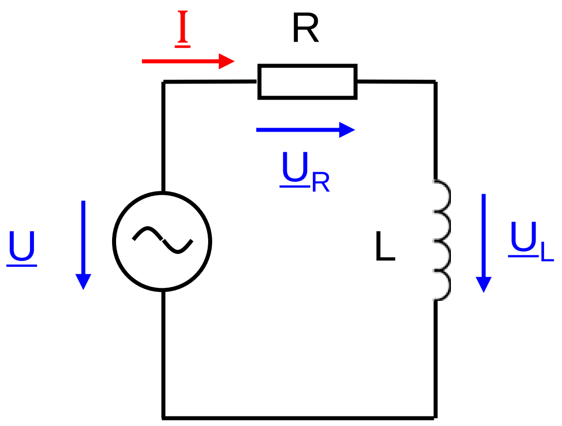
<u>Kochrezept:</u>

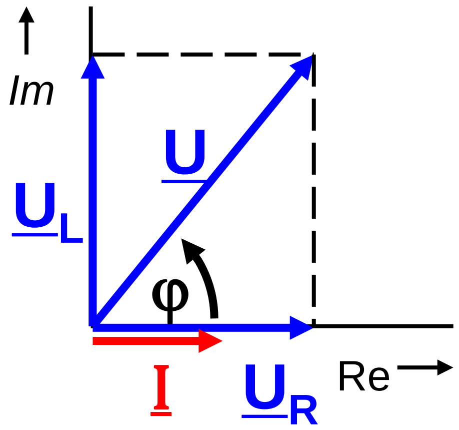
1.) Maßstab festlegen (z.B. 1 V/cm oder 1 A/cm)

2.) Bezugszeiger auswählen
(z. B.: $\underline{I}$ für Reihenschaltungen oder
$\underline{U}$ für Parallelschaltungen)

3.) Alle Zeiger mit der entsprechenden Phasenlage zum Bezugszeiger eintragen

4.) Maschenregel durch geometrische Addition der Spannungszeiger und Knotenregel durch geometrische Addition der Stromzeiger darstellen





Beispiel: $\underline{I}$ = 1 A, R = 2 Ω, ω·L = 4 Ω, $\underline{U}$ = ?

Die Spannung $\underline{U}$ eilt dem Strom $\underline{I}$ um den Phasenwinkel φ voraus.

R-C Reihenschaltung

Neben der einzelnen Berechnung von Strömen und Spannungen genügt es oft nur die Ersatzimpedanz zu berechnen.

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C$$

$$\underline{U} = \underline{I}R + \underline{I}\frac{1}{j\omega C}$$

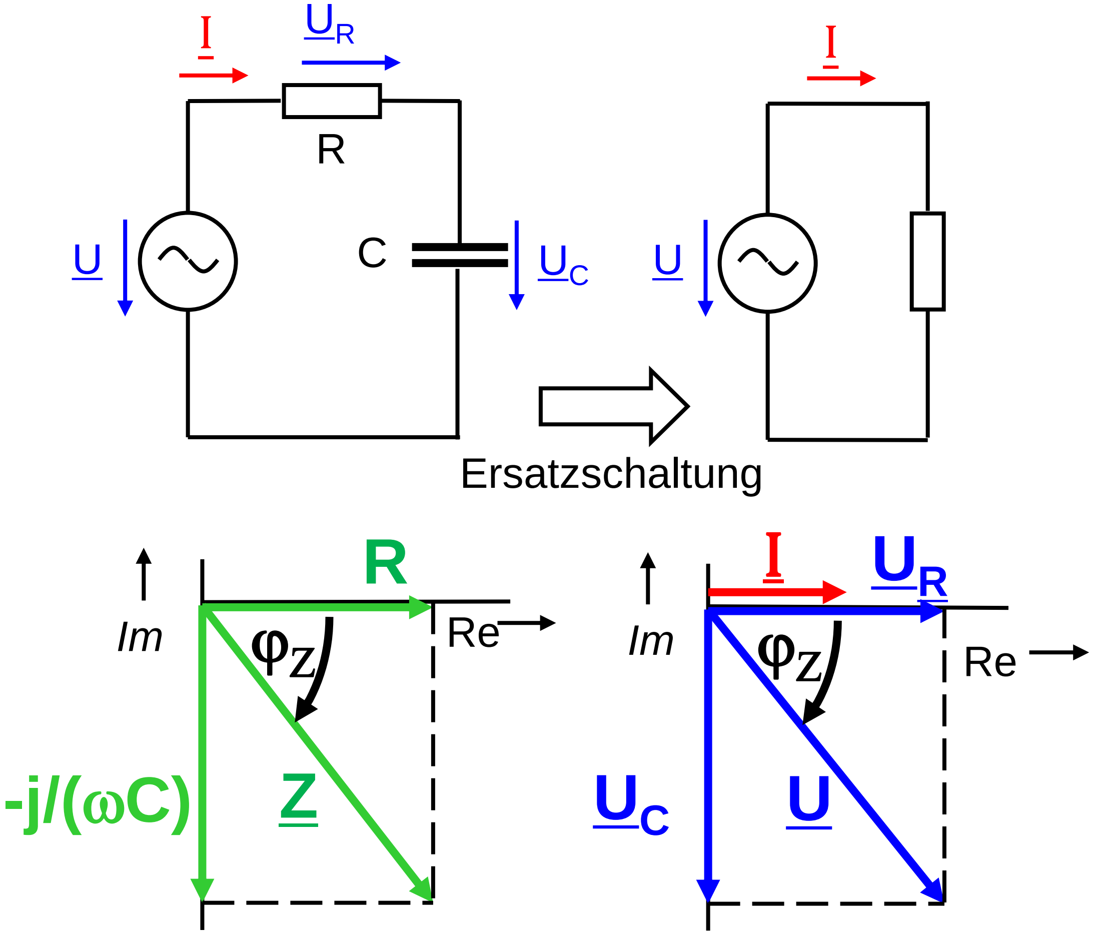
$$\underline{U} = \underline{I}\left(R - \frac{j}{\omega C}\right) = \underline{Z}\,\underline{I}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}$$

- $\varphi_Z = arctan\left(-\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{1}{R}\right) < 0$

Die Spannung U folgt dem Strom I um den Phasenwinkel φ_Z nach:

$$\varphi_Z = \varphi_U - \varphi_I$$



R-C-Parallelschaltung

Die komplexe Gesamtadmittanz beschreibt das Verhalten von Strom und Spannung bei Parallelschaltungen.

$$\boxed{\underline{Y} = \sum \underline{Y}_i}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + \underline{U} j\omega C$$

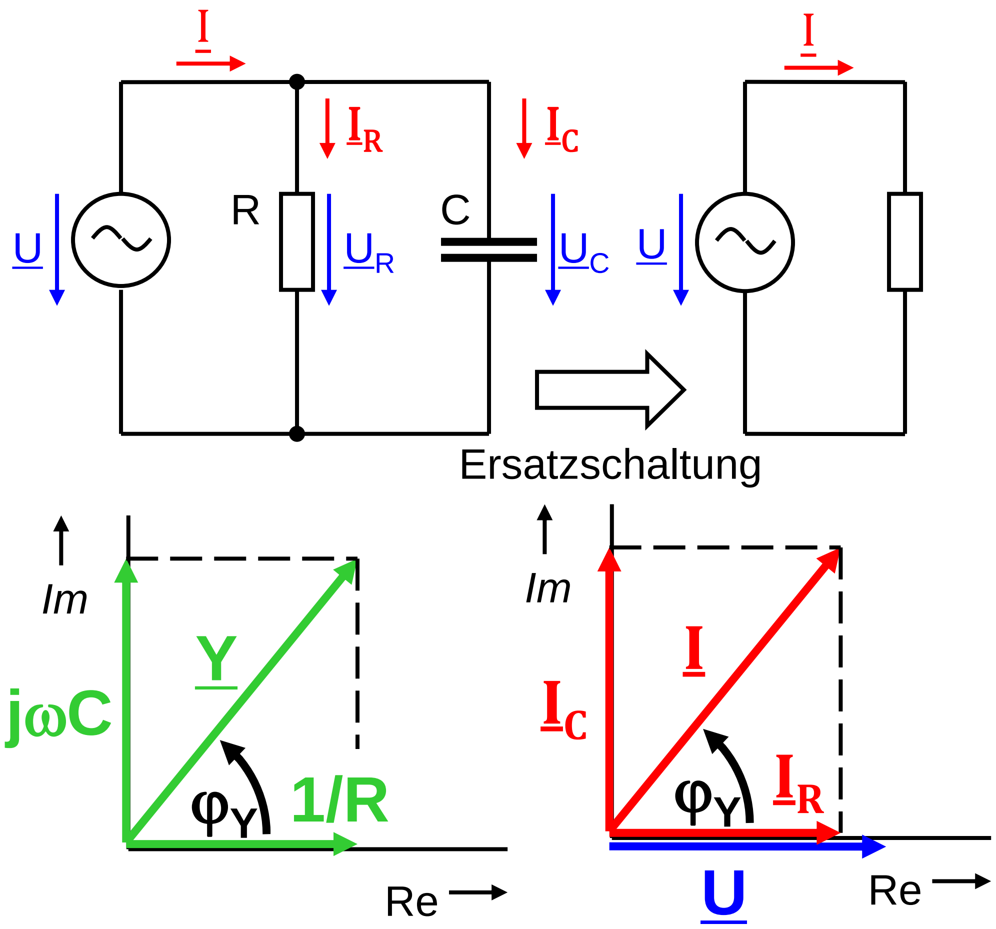
$$\underline{I} = \underline{U}\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right) = \underline{U} \cdot \underline{Y}$$

$$|\underline{Y}| = \sqrt{1/R^2 + (\omega C)^2}$$

$$\varphi_Y = arctan(\omega C \cdot R) > 0$$

Der Strom $\underline{I}$ eilt der Spannung $\underline{U}$ um den Phasenwinkel φ_Y voraus.

$$\varphi_Y = \varphi_I - \varphi_U$$



2 | R-L-C Schwingkreise

Reihenschwingkreis

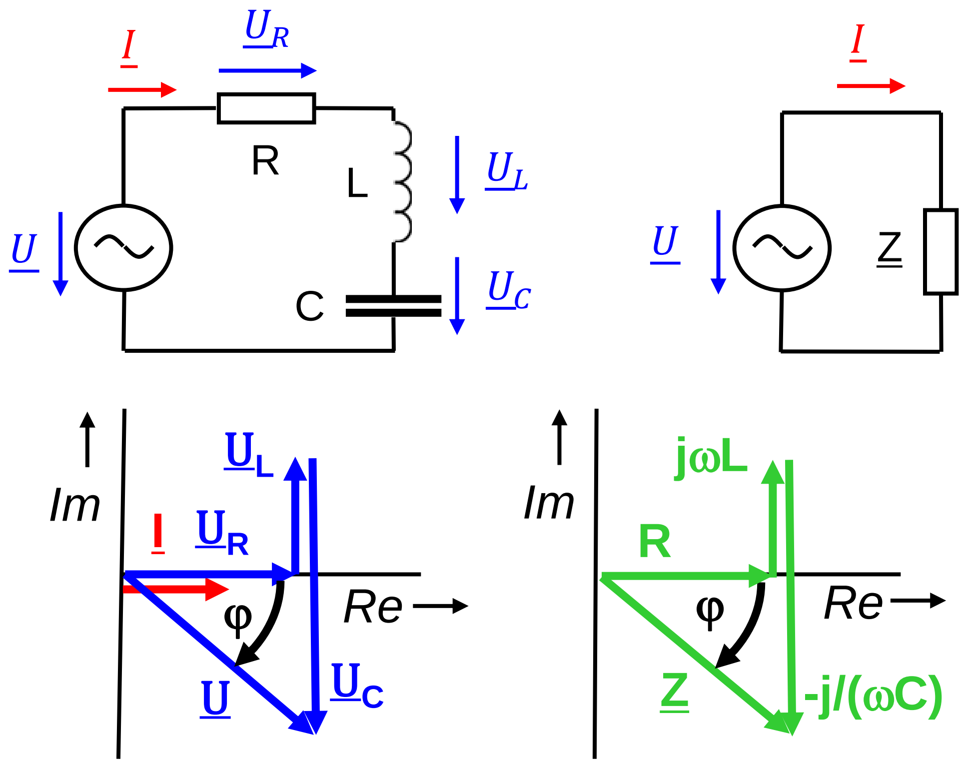
- Die zeitlich versetzte Speicherung von Energie im magnetischen und elektrischen Feld führt zu einem Energieaustausch zwischen Kapazität und Induktivität. Die notwendige Blindleistung muss somit im Resonanzfall nicht mehr von außen zugeführt werden () und die Impedanz erreicht unter der Resonanzbedingung ein Minimum.
  Blindleistungskompensation

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

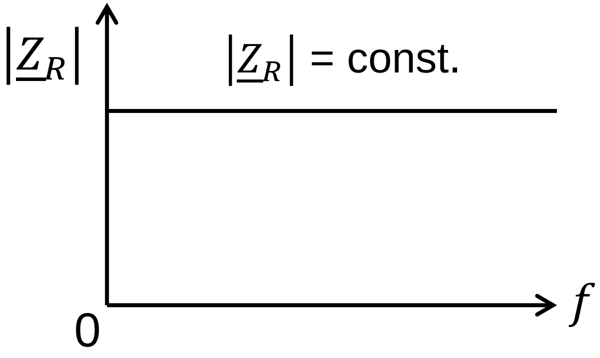
$$\underline{U} = R\underline{I} + j\omega L\underline{I} + \frac{1}{j\omega C}\underline{I}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

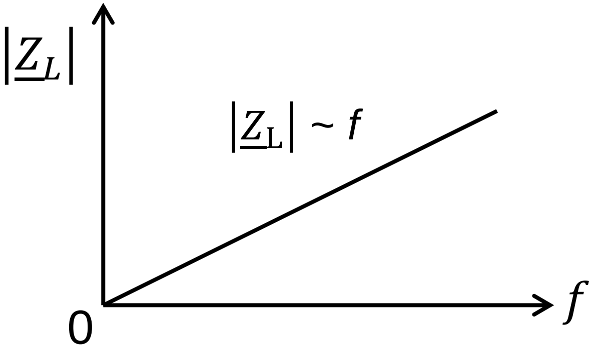
$$\varphi_Z = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$



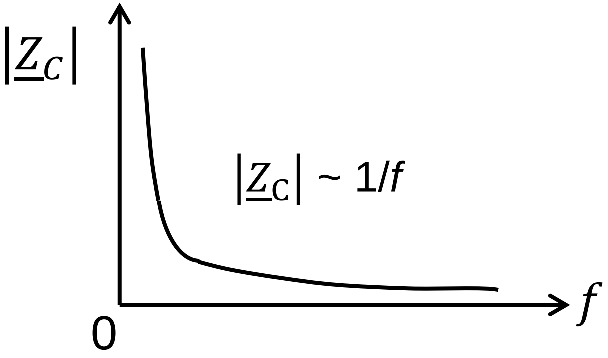
Reihenschwingkreis



$$|\underline{Z}_\mathrm{R}| = \sqrt{(R)^2}$$

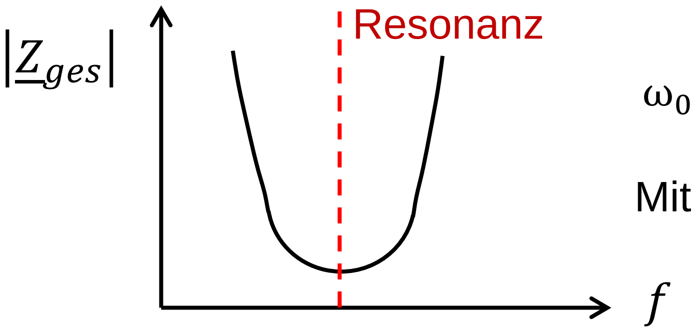


$$|\underline{Z}_\mathrm{L}| = \sqrt{(\omega L)^2}$$



$$|\underline{Z}_\mathrm{C}| = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{(R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}:$$

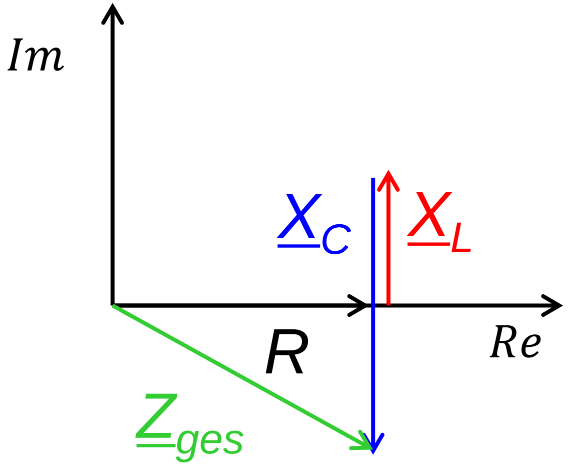


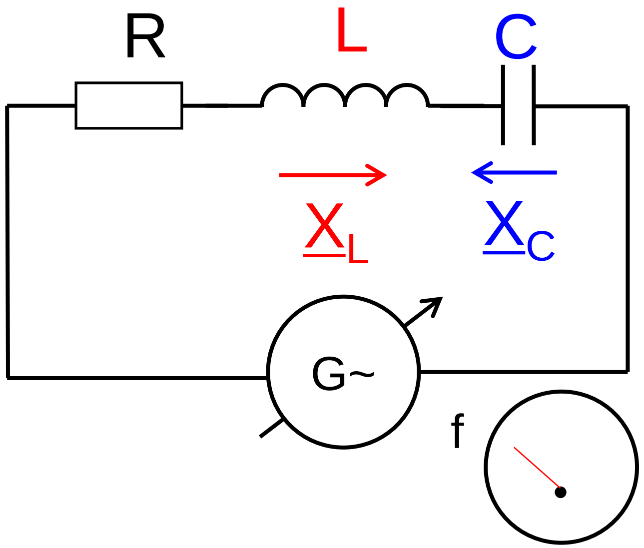
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

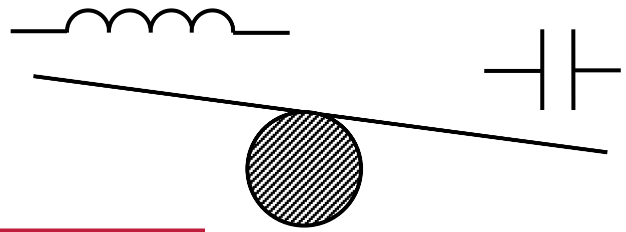
Mit $f = \frac{\omega}{2\pi}$

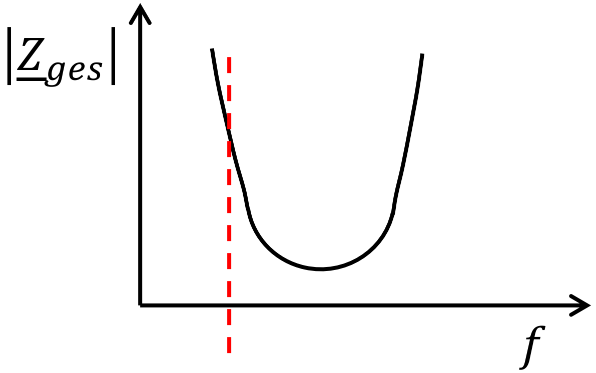
Reihenschwingkreis

Bereich niedriger Frequenzen



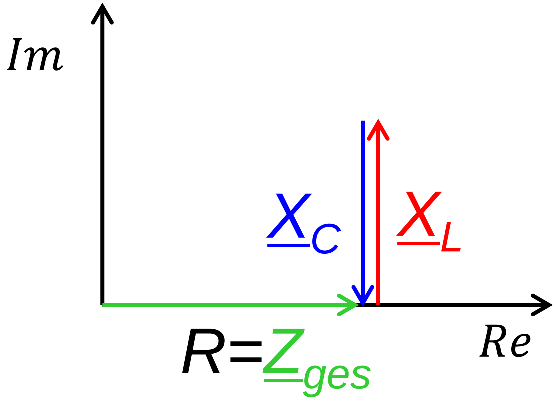


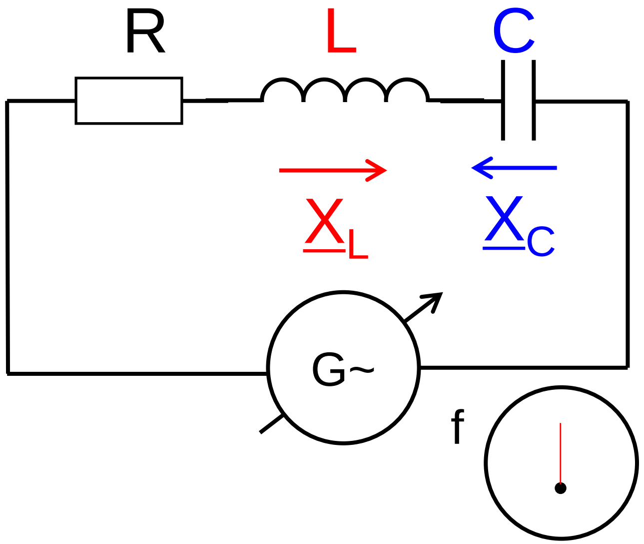


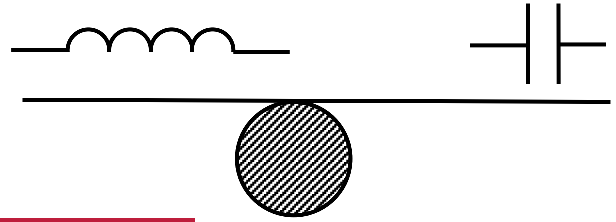


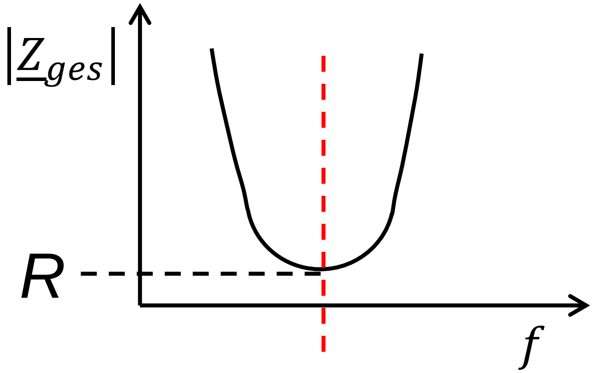
Reihenschwingkreis

Resonanzfall



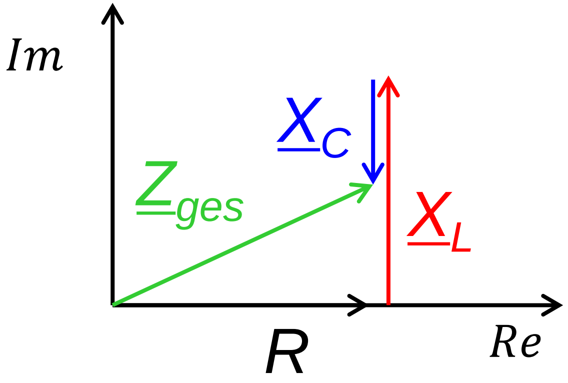


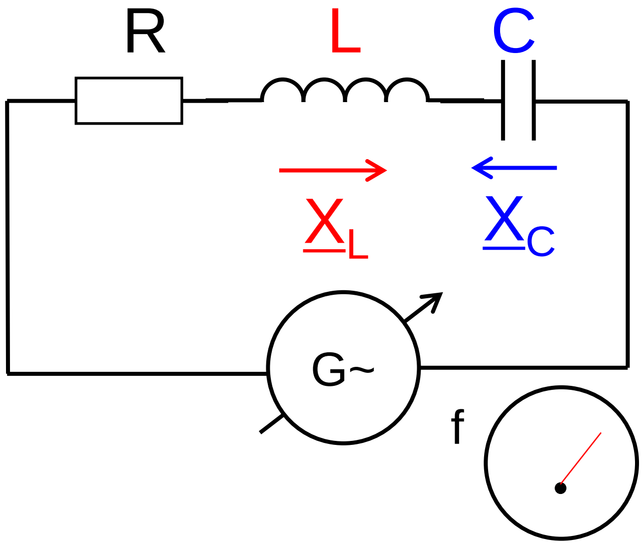


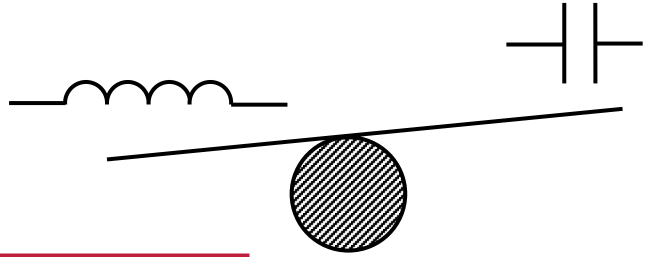


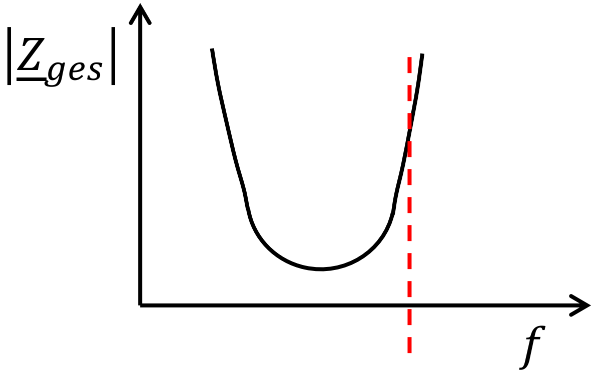
Reihenschwingkreis

Bereich hoher Frequenzen



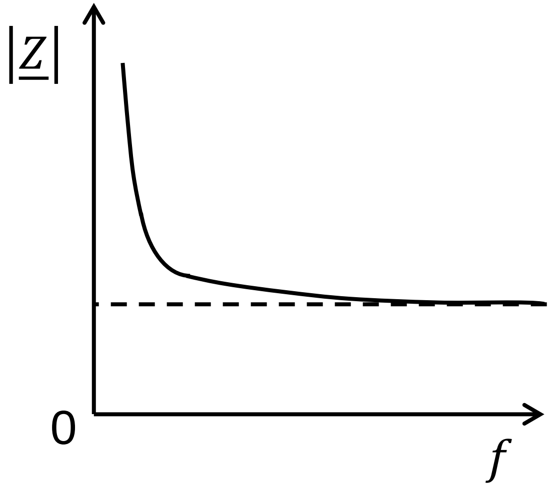






Impedanz

Zu welcher Topologie gehört der folgende frequenzabhängige Impedanzverlauf?



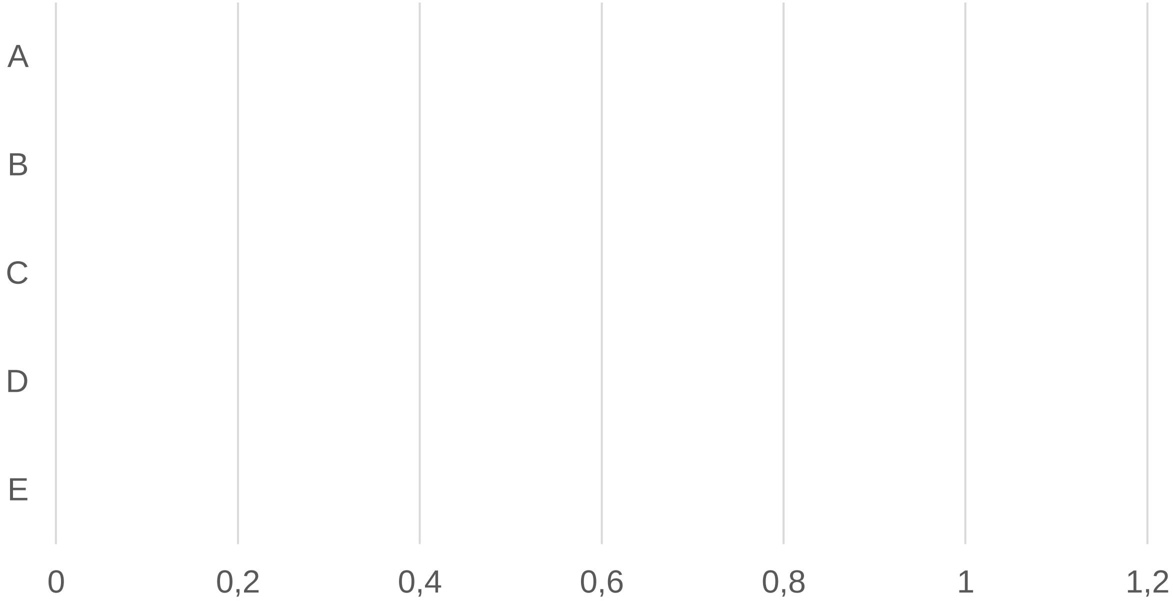
A) RLC-Reihenschaltung

B) RC-Reihenschaltung

C) RL-Reihenschaltung

D) Reiner Kondensator

E) Reine Induktivität



Umfrage starten

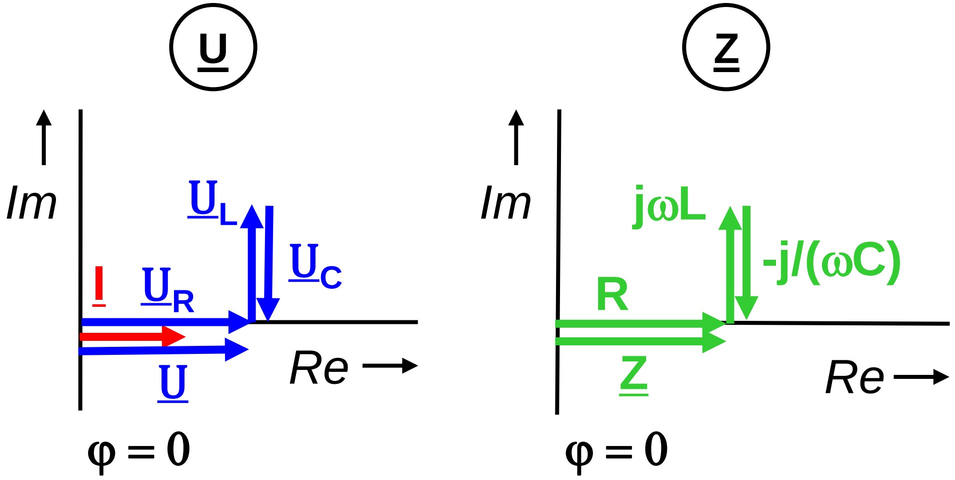
ID = j.grobler@tu-braunschweig.de
Umfrage noch nicht gestartet

Reihenschwingkreis

Da I in einer Reihenschaltung für alle Bauelemente gleich ist, lautet die Resonanzbedingung:

$$|\underline{U_L}| = |\underline{U_C}|$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$



Bei einem Reihenschwingkreis können die Teilspannungen U_L, U_C größer sein als die Quellspannung U. Die Impedanz wird bei Resonanz minimal.

Parallelschwingkreis

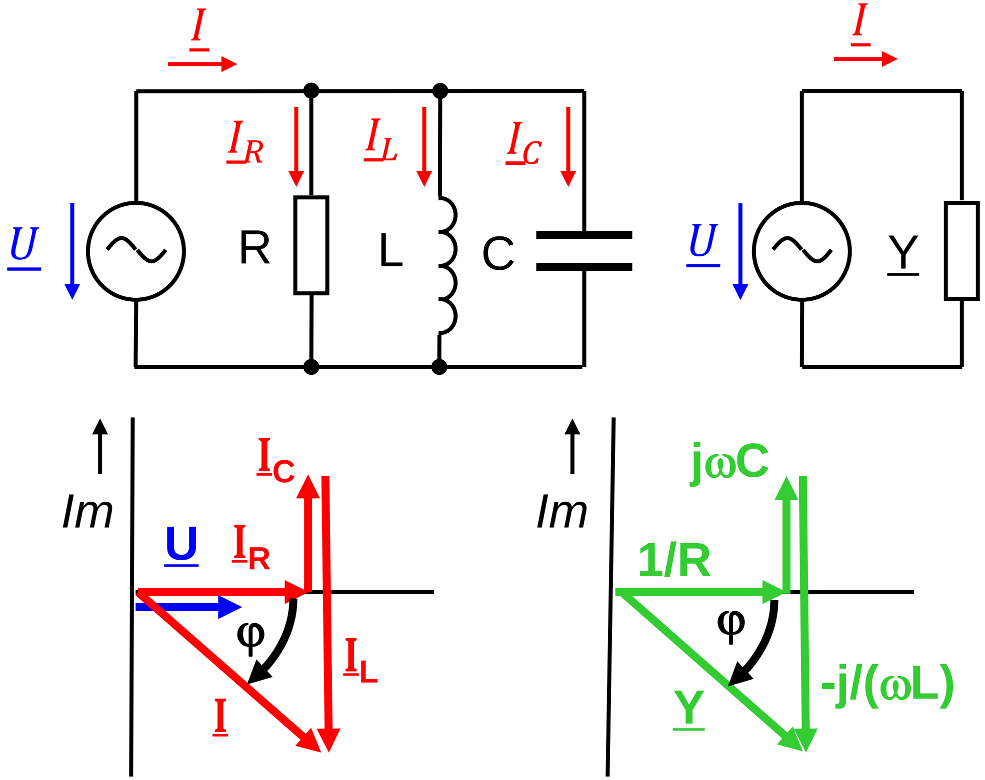
Der Energieaustausch zwischen Kapazität und Induktivität stellt im Resonanzfall die notwendige Blindleistung, die somit nicht mehr von außen zugeführt werden muss (**Blindleistungskompensation**). Die Admittanz erreicht bei der Resonanzbedingung ein Minimum. Ein äußerer Stromfluss über die Kapazität oder Induktivität findet nicht statt.

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C + \underline{I}_R$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} + \underline{U} j\omega C + \frac{\underline{U}}{R}$$

$$|\underline{Y}| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\omega L} + \omega C\right)^2}$$

$$\varphi_Y = \arctan\left(\frac{\left(\frac{-1}{\omega L} + \omega C\right)}{\frac{1}{R}}\right)$$

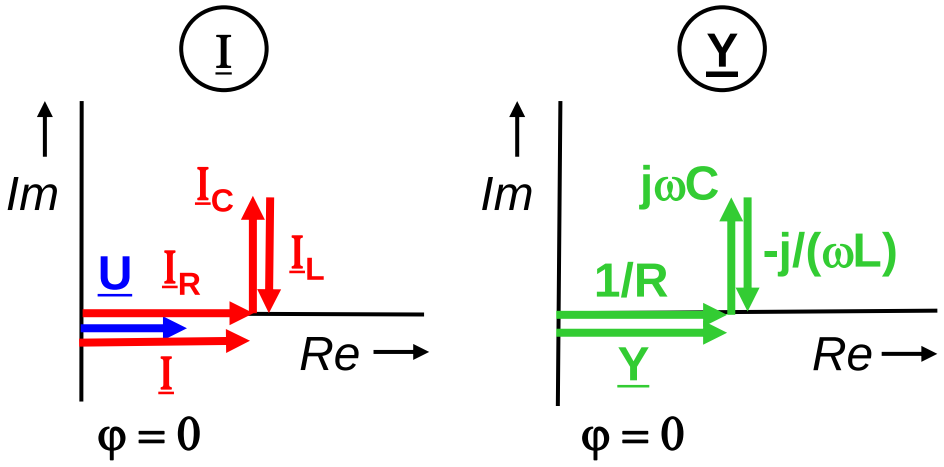


Parallelschwingkreis

Da U bei einer Parallelschaltung für alle Bauelemente gleich ist, lautet die Resonanzbedingung:

$$|\underline{I_C}| = |\underline{I_L}|$$

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C$$



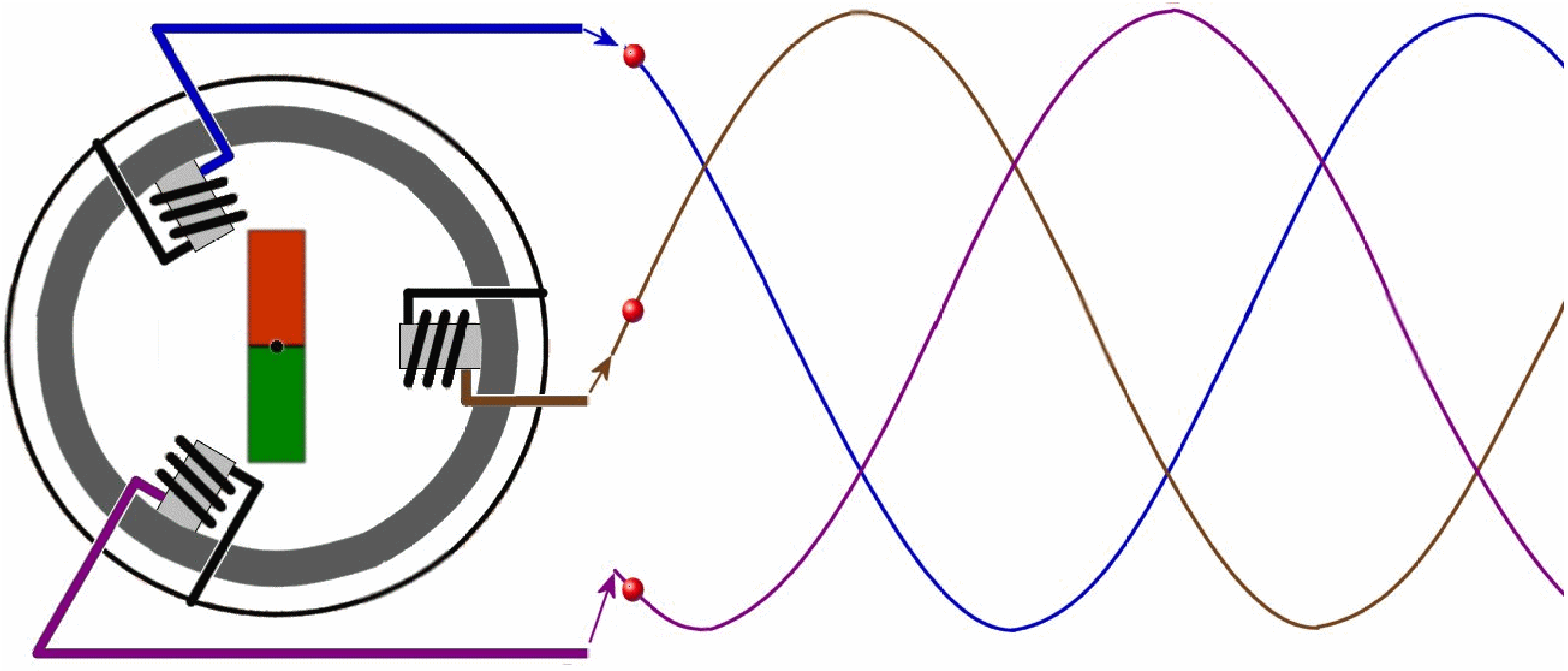
Bei einem Parallelschwingkreis können die Teilströme I_L, I_C größer sein als der Gesamtstrom I. Die Impedanz wird bei Resonanz maximal.

3 | Symmetrische Spannungssysteme

G

Dreiphasige Strom-Spannungs-Erzeugung

- 3 Spulensysteme um 120° verdreht
- Erzeugung symmetrisches Spannungssystem
- Symmetrische elektrische Belastung liefert symmetrisches Stromsystem

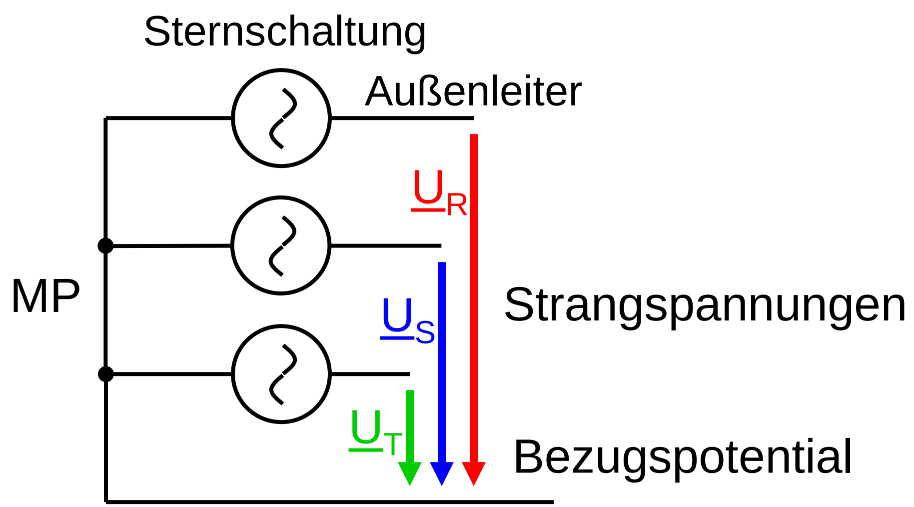


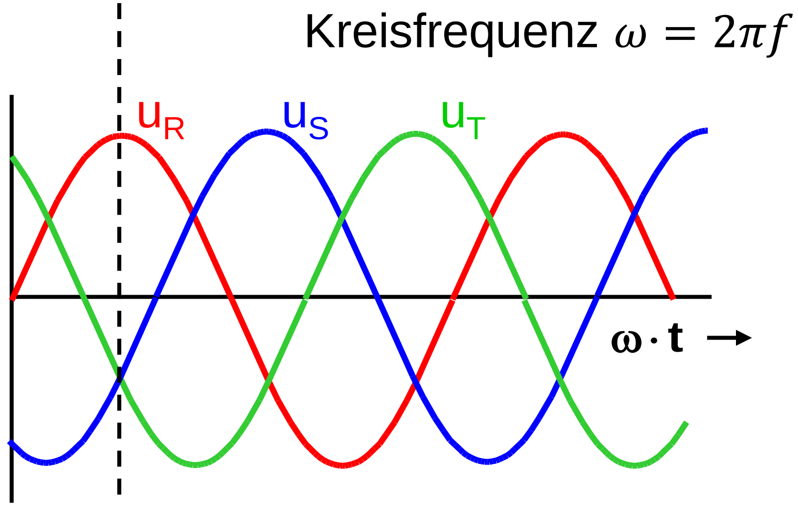
http://www.kfz-tech.de/Programme/GBild.htm?Bilder/Kfz-Technik/AltAntriebe/GAnimation02.gif Kfz-tech.de Stand: 8.4.2013

G

Spannungsquellen

Ein **symmetrisches Dreiphasensystem** besteht aus 3 Einphasen-Wechselspannungs-Systemen gleicher Frequenz (f = 50 Hz) mit einer Phasenverschiebung von 120°. Die 3 Spannungsquellen sind jeweils an einem Anschluss zusammengeschaltet.





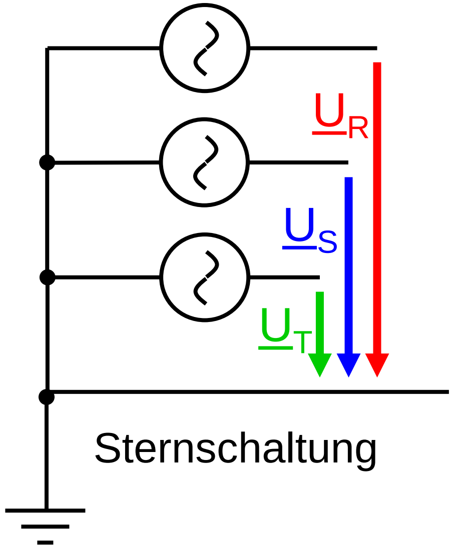
Die Spannungen zwischen Außenleiter und Mittelpunkt MP (oder Erde) werden als **Sternspannungen**, Phasenspannungen, Leiter-Erde-Spannungen bezeichnet.

$$\left.\begin{aligned} u_R(t) &= \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ u_S(t) &= \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - 120°) = \hat{u} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) \\ u_T(t) &= \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - 240°) = \hat{u} \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \end{aligned}\right\} \quad u_R + u_S + u_T = 0$$

G

Spannungsquellen

Es ist vorteilhaft die Spannungen in der komplexen Ebene darzustellen. Hier sind für eine Spannungsquelle in Sternschaltung die Sternspannungen dargestellt.



Sternschaltung

Bezugspotential = Erde = 0

Strangspannungen

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{U}_{\curlywedge} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j \cdot 0°}}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \mathbf{U}_{\curlywedge} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j \cdot 120°}}$$

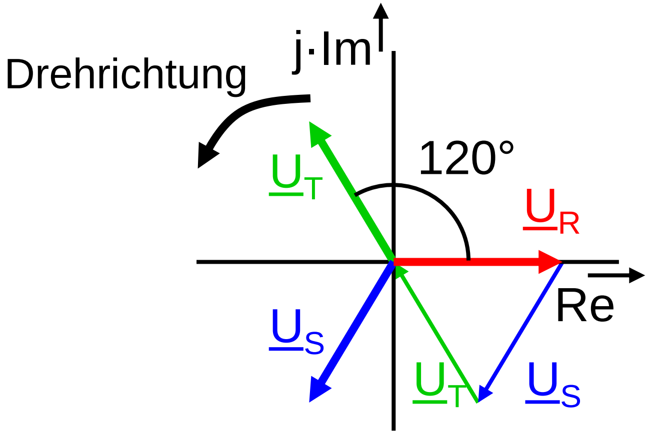
$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} = \mathbf{U}_{\curlywedge} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{-j \cdot 120°}} = \mathbf{U}_{\curlywedge} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{j \cdot 240°}}$$

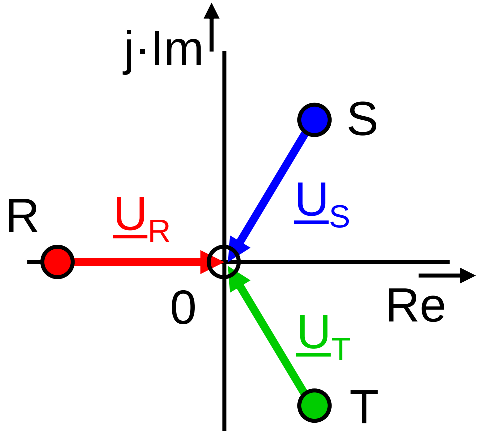
$$\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{S}} + \underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$$

Sternspannungen

Leiter-Erd-Spannungen

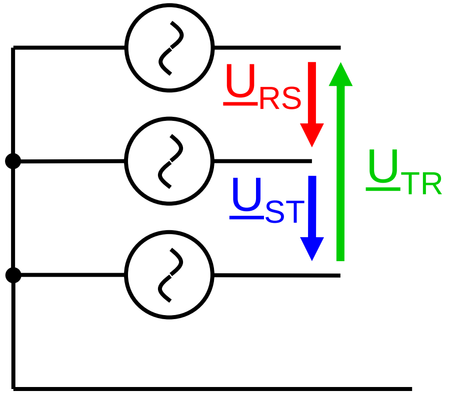
„Beispiel Zeigerverschiebung und Zeigeraddition“





Spannungsquellen

Für eine Spannungsquelle in Sternschaltung gibt es ein zweites Spannungssystem. Neben den Sternspannungen können auch die Außenleiterspannungen verwendet werden.

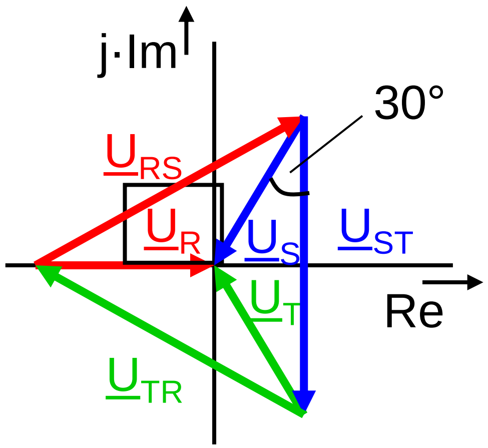


Sternschaltung

Leiterspannungen

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_R - \underline{U}_S$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_S - \underline{U}_T$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_T - \underline{U}_R$$

$$\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{ST} + \underline{U}_{TR} = 0$$



Außenleiterspannungen, Leiter-Leiter-Spannungen
verkettete Spannungen, **Dreieckspannungen**

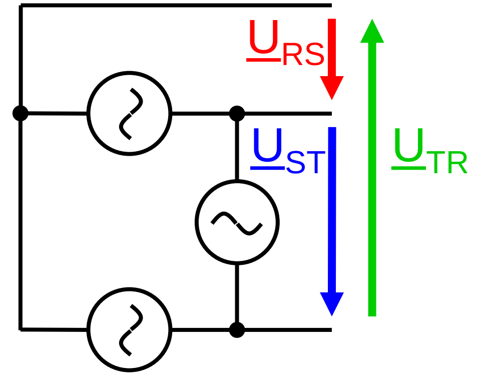
Leiterspannungen sind ohne Bezugspotential definiert

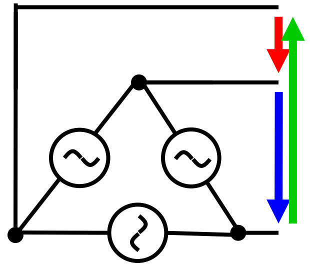
„Beispiel Zeigerverschiebung und Zeigersubtraktion“

Spannungsquellen

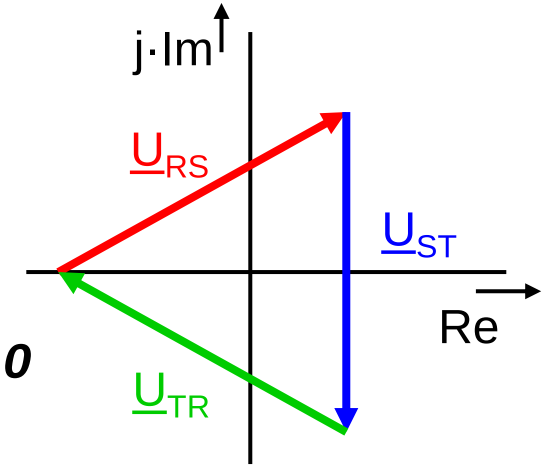
G

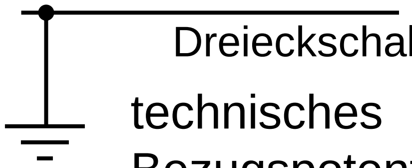
Die Spannungsquellen können auch in Form einer geschlossenen Masche miteinander verschaltet werden (Dreieckschaltung). Damit sind nur die Außenleiteranschlüsse vorhanden. Ein Mittelpunkt als elektrischer Anschluss ist nicht gegeben. Durch den technischen Aufbau wird im Normalbetrieb eine Symmetrie zum Erdanschluss sichergestellt.





$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{\Delta} \cdot e^{j \cdot 30°}$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{\Delta} \cdot e^{-j \cdot 90°}$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{\Delta} \cdot e^{j \cdot 150°}$$
$$\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{ST} + \underline{U}_{TR} = 0$$





Dreieckschaltung

technisches Bezugspotential = Erde

Dreieckspannungen

Leiter-Leiter-Spannungen

G

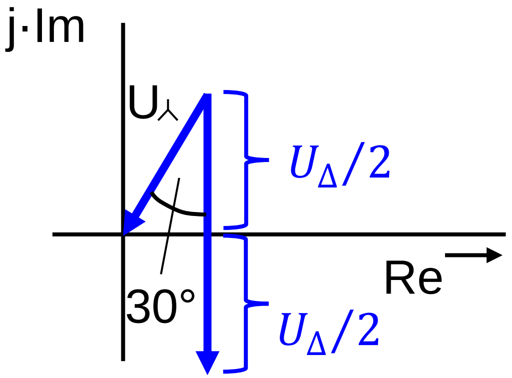
Spannungsquellen

Das Verhältnis zwischen Dreieckspannungen und Sternspannungen bei der Sternschaltung ergibt sich aus den Zeigergeometrien.

$$\mathbf{U}_{\curlywedge} \cdot \cos(30°) = \sqrt{3}/2 \cdot \mathbf{U}_{\curlywedge} = 1/2 \cdot \mathbf{U}_{\Delta}$$

$$\boxed{\mathbf{U}_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot \mathbf{U}_{\curlywedge}}$$

Leiter-Leiter-Spannungen

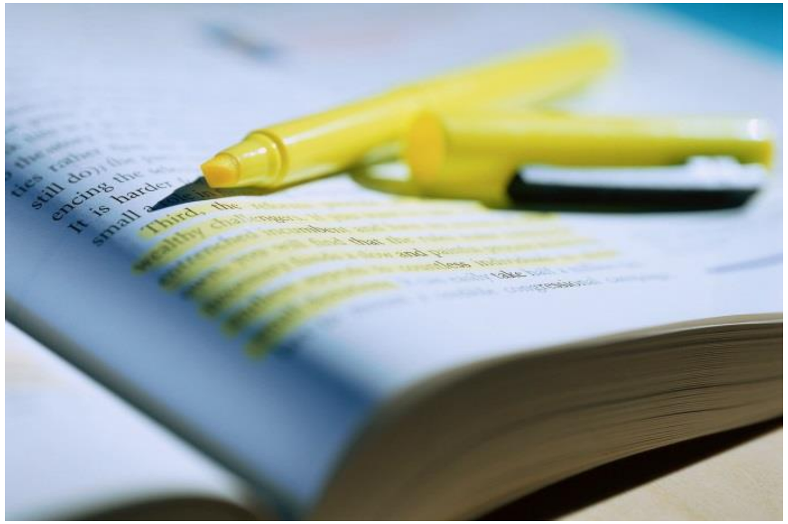


Bemessungsspannung (früher Nennspannung) für ein Spannungssystem ist die Leiter-Leiter-Spannung = Leiterspannung

Lerneinheit

- Welche Bezeichnungen gibt es für die beiden Spannungssysteme in einem Drehstromsystem ?
- Wie groß ist die Bemessungsspannung
  bei einer Leiter-Erd-Spannung von 220 kV ?

$$\boxed{U_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U_{\curlywedge}}$$



Fragen?

Nächste Vorlesung:

10.04.2024

Drehstromsysteme III