

Lineare Transformation der Daten:

Sei $y_1 = a \cdot x_1 + b, y_2 = a \cdot x_2 + b, \dots, y_n = a \cdot x_n + b, a \neq 0$. Dann gilt:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= a \cdot \bar{x} + b \text{ und } y_p = a \cdot x_p + b \text{ und } QKS_y = QKS_x \\ s_y^2 &= a^2 \cdot s_x^2 \text{ und } s_y = |a| \cdot s_x \text{ und falls } b = 0: V_y = V_x.\end{aligned}$$

geordnete Stichprobe: $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$.

Konzentrationsrate K_m gibt den Anteil der m größten Werte an der Gesamtsumme an:

$$K_m = \frac{x_{(n)} + x_{(n-1)} + \dots + x_{(n-m+1)}}{x_1 + \dots + x_n}, m = 1, \dots, n.$$

Der Graph der Abbildung $m \rightarrow K_m$, wobei zwischen den Punkten (m, K_m) linear interpoliert wird, heißt **Konzentrationskurve**.

Lorenzkurve $\frac{m}{n} \rightarrow L_m$ gibt jeweils den Anteil der m kleinsten Werte an der Gesamtsumme an:

$$L_m = \frac{x_{(1)} + x_{(2)} + \dots + x_{(m)}}{x_1 + \dots + x_n}, m = 1, \dots, n.$$

Gini-Koeffizient: Maßzahl für den Grad der relativen Konzentration

$$G = 2 \cdot \frac{1 \cdot x_{(1)} + 2 \cdot x_{(2)} + \dots + n \cdot x_{(n)}}{n \cdot (x_1 + \dots + x_n)} - \frac{n+1}{n} = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (L_i + L_{i-1}).$$

Lorenzkurve gruppierter Daten: $(\sum_{j=1}^i r_j, L_i^*)$, $i = 1, \dots, K$, zwischen diesen Punkten wird linear interpoliert.

Gini-Koeffizient bei gruppierten Daten: Maßzahl für den Grad der relativen Konzentration

$$G = 1 - \sum_{i=1}^K r_i \cdot (L_i^* + L_{i-1}^*).$$

Herfindahl-Index

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{n\bar{x}} \right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{n-1}{n} V_x^2 + 1 \right).$$

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman: Ohne Bindungen (d.h. $x_i \neq x_j$ und $y_i \neq y_j$ für $i \neq j$) gilt:

$$r_{xy}^{Rang} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n (R_i - R'_i)^2}{n \cdot (n^2 - 1)} \quad \text{mit } R_i = j \Leftrightarrow x_i = x_{(j)} \text{ und } R'_i = k \Leftrightarrow y_i = y_{(k)}.$$

Empirische Kovarianz:

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \right).$$

Empirischer Korrelationskoeffizient (Korrelationskoeffizient nach Pearson):

$$\begin{aligned}r_{xy} &= \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2) \cdot (\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot (\bar{y})^2)}}.\end{aligned}$$

$$\hat{m} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot (\bar{x})^2}$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{m} \cdot \bar{x}.$$