Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

08.03.2018

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1	/16	
2	/7	
3	/10	
4	/17	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen und Analyse von LTI-Systemen

(16 Punkte)

Gegeben ist die Differenzengleichung

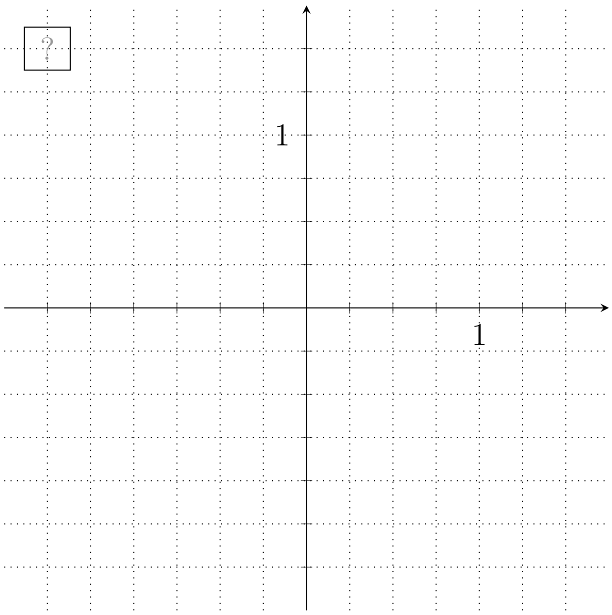
$$y_1(n) = 3x_1(n-2) - 10x_1(n-1) + 3x_1(n).$$

a) Handelt es sich um ein IIR- oder FIR-System? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Zeichnen Sie das Blockschaltbild zur Differenzengleichung $y_1(n)$ in der Direktform I.

c) Geben Sie die Systemfunktion $H_1(z) = \frac{Y_1(z)}{X_1(z)}$ an.

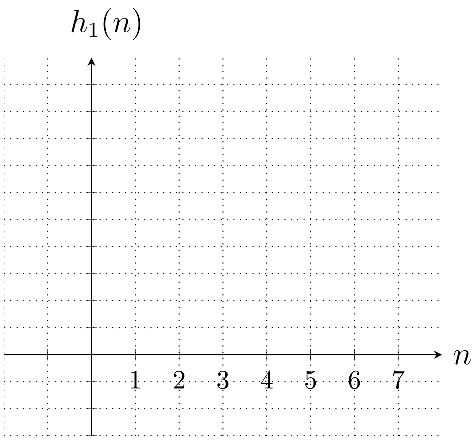
d) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H_1(z)$ in folgendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



e) Geben Sie das Konvergenzgebiet (ROC) von $H_1(z)$ an.

f) Ist das System $H_1(z)$ kausal, stabil bzw. minimalphasig? Begründen Sie Ihre jeweilige Antwort!

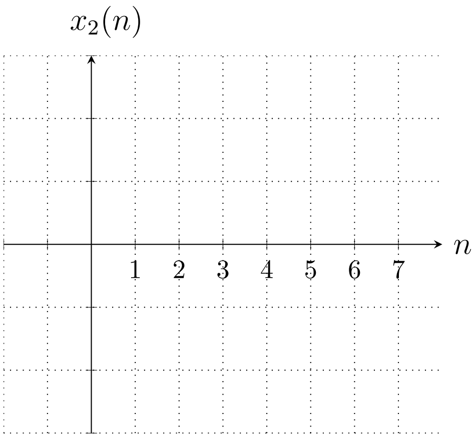
g) Geben Sie die Impulsantwort $h_1(n)$ an und zeichnen Sie diese in folgendes Diagramm:



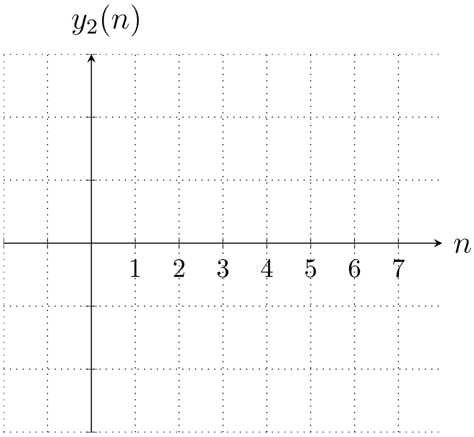
Gegeben sei ein weiteres System mit der Signalfolge:

$$x_2(n) = -[\epsilon(n) + \epsilon(n-1) - \epsilon(n-3) - \epsilon(n-4)].$$

h) Zeichnen Sie die Signalfolge des Systems $x_2(n)$ in folgendes Diagramm:



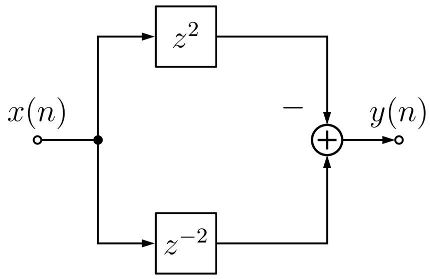
i) Skizzieren Sie das Ergebnis der linearen Faltung $y_2(n) = h_1(n) * x_2(n)$ in das nachfolgende Diagramm:



j) Handelt es sich bei $y_2(n)$ um einen Tiefpass, einen Hochpass, einen Bandpass oder um eine Bandsperre? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: Analyse eines LTI-Systems

(7 Punkte)

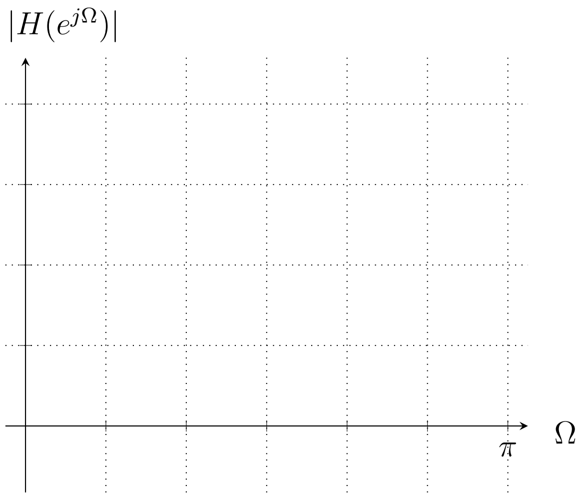


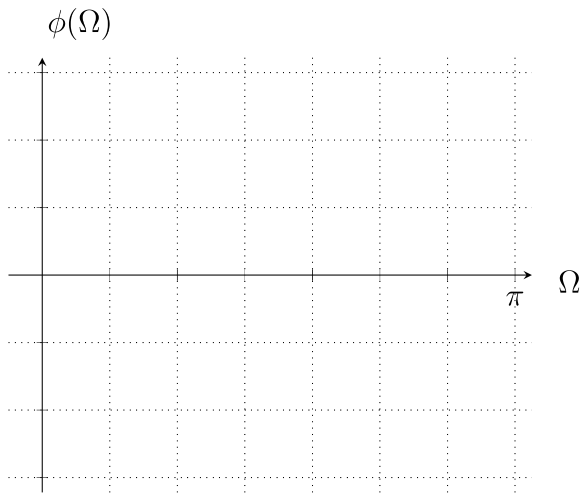
a) Geben Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ an.

b) Geben Sie die zeitdiskrete Fourier Transformierte $Y(e^{j\Omega})$ an.

c) Geben Sie den Amplitudengang $|H(e^{j\Omega})|$ und die Phase $\phi(\Omega)$ an.

d) Skizzieren Sie Amplituden- und Phasengang in folgende Diagramme:





Aufgabe 3: Inverse z-Transformation

(10 Punkte)

Gegeben sei

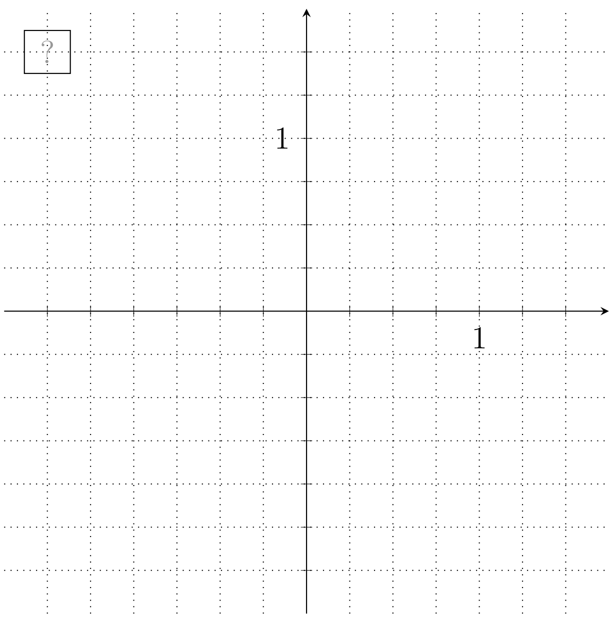
$$H(z) = \frac{1 - \frac{5}{6}z^{-1} + \frac{1}{6z^2}}{1 + \frac{5}{6z} + \frac{1}{6}z^{-2}}.$$

a) Geben Sie $H(z)$ in folgender Form an:

$$H(z) = \frac{\prod_{\mu=1}^{N_b}(z - z_{0\mu})}{\prod_{\nu=1}^{N_a}(z - z_{\infty\nu})}$$

b) Geben Sie alle möglichen Konvergenzgebiete an.

c) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ in folgendes Diagramm ein. Schraffieren Sie das Konvergenzgebiet der rechtsseitigen Folge. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



d) Berechnen Sie die Impulsantwort $h(n)$ durch inverse z-Transformation mit der aus der Vorlesung bekannten Methode 5. Geben Sie $H(z)$ zunächst in folgender Form an.

$$H(z) = R_0 + \sum_{p=1}^{P} \sum_{\nu=1}^{\nu_P} R_{p,\nu} \frac{z}{(z - z_{\infty,p})^{\nu}}$$

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung und FIR-Filter-Entwurf

(17 Punkte)

Sie möchten mithilfe eines Mikrofons, einer externen Soundkarte und eines Laptops eine Audioaufnahme erstellen. Die Soundkarte kann das anliegende analoge Mikrofonsignal mit einer Rate von 345.600.000 Abtastwerten pro Stunde und einer Auflösung von 16 Bit pro Abtastwert (entspricht einer PCM-Codierung) erfassen. Ihr Speichermedium kann hingegen nur 259.200.000 Abtastwerte pro Stunde speichern. Sie entscheiden sich für eine Abtastratenwandlung (ARW) um den Datenstrom von der Soundkarte zu reduzieren, sodass Sie (abgesehen von der algorithmischen Verzögerung der ARW) die aufgenommenen Abtastwerte direkt abspeichern können.

a) Geben Sie die Frequenz f_s an, mit der Abtastwerte in der Soundkarte generiert werden. Nennen Sie zusätzlich die maximale Frequenz f_s''', mit der Abtastwerte auf das Speichermedium gespeichert werden können.

b) Wie lautet das entsprechende teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die ARW?

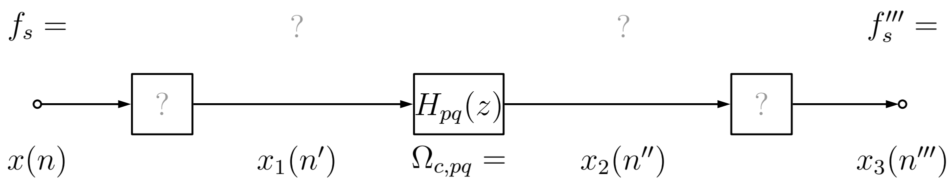
c) Nennen Sie die normierte Grenzfrequenz $\Omega_{c,p}$ für das ideale Antialiasing-Filter $H_p(z)$, das zur Expansion um den Faktor p genutzt werden kann.

d) Nennen Sie die normierte Grenzfrequenz $\Omega_{c,q}$ für das ideale Antialiasing-Filter $H_q(z)$, das zur Dezimation um den Faktor q genutzt werden kann.

Das Filter $H_{pq}(z)$ soll als ideales Antialiasing-Filter für die Expansion als auch für die Dezimation genutzt werden.

e) Nennen Sie die normierte Grenzfrequenz $\Omega_{c,pq}$ des Filters $H_{pq}(z)$.

f) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte ARW zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Das Filter $H_{pq}(z)$ ist als ideal anzunehmen.



g) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_1(e^{j\Omega'})|$, $|X_2(e^{j\Omega''})|$, $|X_3(e^{j\Omega'''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Beschriftung aller Achsen, sowie der Amplitudenwerte.

Zur Realisierung des TP-Filters soll die Fourier-Approximation angewendet werden. Die Länge der Impulsantwort $h(n)$ ist festgelegt auf $N = 2881$. Das TP-Filter soll in der Direktform II implementiert werden.

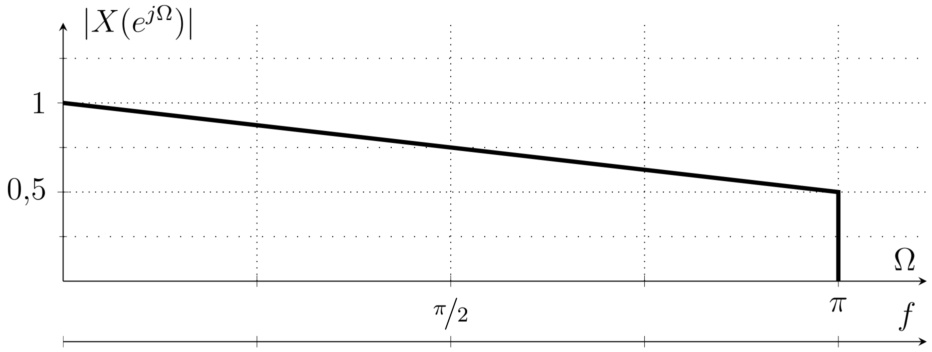
h) Geben Sie die Filterkoeffizienten $h(n)$ an.

i) Geben Sie die Verzögerung des TP-Filters in Millisekunden [ms] an.

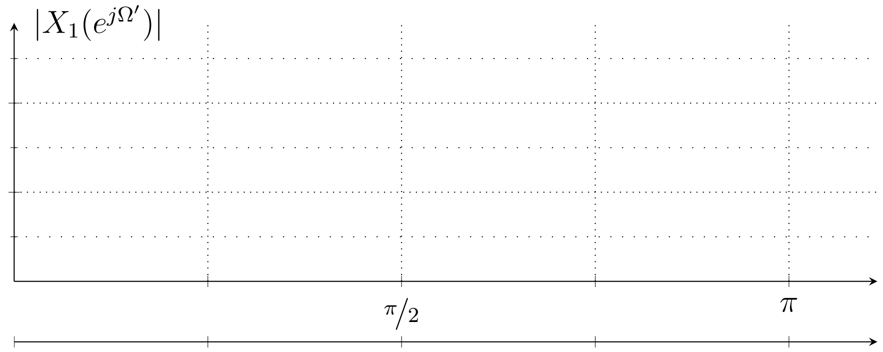
j) Wie viel Speicherplatz wird durch die Verzögerungsglieder belegt, wenn alle Variablen in 16 Bit Auflösung dargestellt werden?

Sie bemerken Aliasing im Spektrum des Ausgangssignals $X_3(e^{j\Omega'''})$. Durch den Einsatz der modifizierten Fourier-Approximation sind höhere Sperrdämpfungen möglich. Sie entscheiden sich für das Blackman-Fenster, um eine maximale Dämpfung zu erhalten.

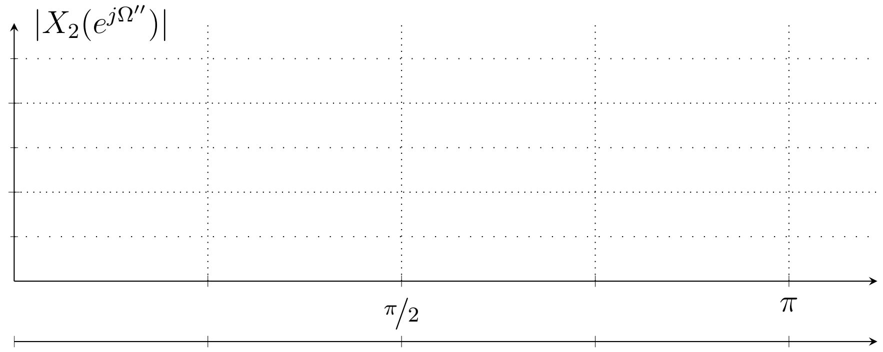
k) Wie viele Filterkoeffizienten N^* werden benötigt, wenn der Durchlassbereich etwa gleich breit wie bei der Fourier-Approximation bleiben soll?


$|X(e^{j\Omega})|$
1
0,5
Ω
$\pi/2$
π
f

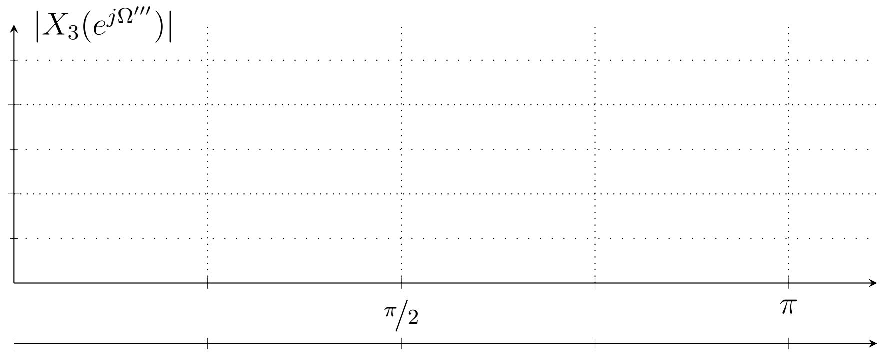
❶


$|X_1(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π

❷


$|X_2(e^{j\Omega''})|$
$\pi/2$
π

❸


$|X_3(e^{j\Omega'''})|$
$\pi/2$
π