



Grundlagen der Informationstechnik - Nachrichtentechnik

Vorlesung: Eduard A. Jorswieck

Übung: Dr. Bile Peng

Wintersemester 2023-2024, 11. January 2024

Kanalkapazität I

Erinnere 4. Vorlesung letzte Folie

Für einen diskreten gedächtnislosen Kanal (DMC) ist die Kanalkapazität die maximal erreichbare wechselseitige Information

$$C = \max_{f_X(x)} I(X; Y) = \max_{f_X(x)} \{H(X) - H(X|Y)\} = \max_{f_X(x)} \{H(Y) - H(Y|X)\}.$$

Shannons Kanalcodierungstheorem und Rückrichtung

C sei die Kanalkapazität eines Kanals und $\mathcal{C}(n, k, d)$ ein Blockcode.

- a) Ist $R < C$, so existieren Blockcodes der Rate R und Länge n für die gilt $\lim_{n \rightarrow \infty} P_B^n \rightarrow 0$.
- b) Ist $R \geq C$, so gilt für alle Codes $\lim_{n \rightarrow \infty} P_B^n = 1$.



Kanalkapazität II

- Kapazität für BSC mit Bitflip-Wahrscheinlichkeit ϵ gilt

$$C_{BSC} = 1 - H_b(\epsilon).$$

- Für den BEC ist die Kapazität

$$C_{BEC} = 1 - \epsilon.$$

- Für den AWGN mit Sendeleistung P und Rauschleistung N ist die Kapazität

$$C_{AWGN} = \log_2(1 + P/N).$$

- Wir werden jetzt komplexere Kanäle und deren Kapazität besprechen.



Rayleigh-Kanal I

- Ein typisches Kanalmodell für einen Fading-Kanal (Schwundkanal) besteht aus einer AWGN Komponente und einer multiplikativen Komponente, die die Dämpfung und Laufzeit des Sendesignals auf dem Kanal beschreibt



- Das Signalmodell ist

$$y_i = h_i \cdot x_i + n_i.$$

Rayleigh-Kanal II

- AWGN n_i und Kanalkoeffizient h_i .
- Typische Annahme, dass h_i konstant ist während der Übertragung eines Codewortes. (quasi-static block fading)
- Mit Sendeleistung P_i und Rauschleistungsdichte N_0 beträgt die Kapazität ($SNR = P_i/N_0$)

$$C(h_i) = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{|h_i|^2 P_i}{N_0} \right) = 1/2 \log(1 + SNR|h_i|^2).$$

- Da der Kanalkoeffizient h_i als Zufallsvariable modelliert wird, ist die Kapazität $C(h_i)$ auch eine Zufallsvariable.



Rayleigh-Kanal III

- Beim Rayleigh-Fading wird der Betrag von h Rayleigh-verteilt angenommen und die Phase gleichverteilt. Damit ergibt sich h als komplexe mittelwertfreie Gaußverteilung mit Varianz 1:

$$h \sim \mathcal{CN}(0, 1).$$

- Die mittlere Kapazität heißt ergodische Kapazität und ist¹

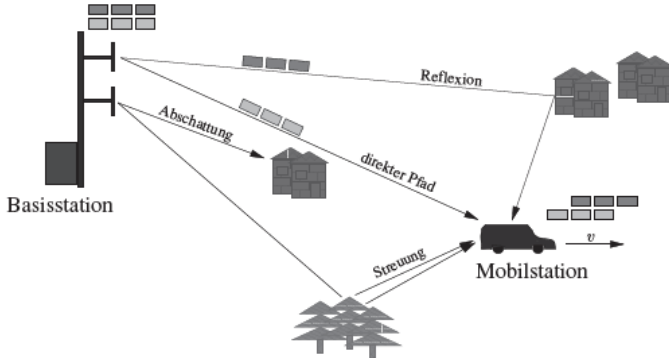
$$C_{avg} = \mathbb{E}_h [C(h)] = \frac{1}{\log_e(2)} \exp\left(\frac{1}{SNR}\right) \text{Ei}\left(\frac{1}{SNR}\right).$$

- Die kumulative Verteilungsfunktion heißt Ausfallwahrscheinlichkeit

$$\mathbb{P}(C(h) \leq R) = 1 - \exp(1 - 2^R).$$

¹Ei ist die Integralexponentialfunktion: $\text{Ei}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$.

Mobilfunkkanal I



Mobilfunkkanal II

- **LTI-System** mit Impulsantwort $h(t)$:

$$h(t) = \sum_{i=0}^{l-1} a_i \cdot \delta(t - \tau_i).$$

- Am Empfänger kommt **AWGN** dazu und das Empfangssignal ergibt sich als

$$y(t) = s(t) * h(t) + n(t).$$

- Mit Mobilität der Sender und Empfänger, sowie durch Bewegungen der lokalen Streuer, **ändert** sich der Kanal $h(t)$. Er muss also am Empfänger **geschätzt** werden.



Mobilfunkkanal III

- Die **Kohärenzzeit** des Kanals ist definiert als die Zeit, in der der Kanal konstant ist.
- Während dieser Zeit wird der Kanal durch ein **Trainingssequenz** $s_T(t)$, das am Empfänger bekannt ist, geschätzt:

$$y(t) = h(t) * s_T(t) + n(t).$$

- Ist die Trainingssequenz $s_T(t)$ und damit $S_T(f)$ bekannt, kann die Kanalübertragungsfunktion einfach berechnet werden:

$$\tilde{H}(f) = \frac{Y_T(f)}{S_T(f)}.$$



Mobilfunkkanal IV

- Anschließend kann ein beliebiges Signal $x(t)$ im Bildbereich rekonstruiert werden

$$\tilde{X}(f) = \frac{Y(f)}{\tilde{H}(f)}.$$

Nr.	Symbole der Trainingssequenzen
0	(-1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1)
1	(-1, +1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, -1)
2	(+1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, +1, +1)
3	(-1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1)
4	(+1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, -1, +1, +1, +1, +1, +1, -1, -1)
5	(-1, -1, +1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, -1)
6	(-1, -1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, -1, +1, +1)
7	(-1, -1, -1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, -1, +1, -1)



Mehrteilnehmer Netzwerke I

In sehr vielen Anwendungen gibt es mehr als einen Sender und/oder einen Empfänger. Deshalb hier eine Übersicht über die vier grundlegenden Elemente:

- Vielfachzugriffskanal (Multiple Access Channel)
- Broadcastkanal (Broadcast Channel)
- Interferenzkanal (Interference Channel)
- Relaiskanal (Relay Channel)

Modul Netzwerkinformationstheorie

Im Modul Netzwerkinformationstheorie werden diese vier Elemente im Detail besprochen und informationstheoretisch untersucht, d.h., Kapazitätsregionen und Verfahren werden besprochen.

