1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

a) Vektoren müssen berechnet und maßstäblich skizziert werden

$E_{t1} = E_1 \sin\alpha_1 = \frac{30}{7} \cdot \frac{7}{10}\,\mathrm{V/m} = 3\,\mathrm{V/m}$ (3 cm) (1)

$E_{n1} = E_1 \cos\alpha_1 = \frac{30}{7} \cdot \frac{7}{10}\,\mathrm{V/m} = 3\,\mathrm{V/m}$ (3 cm) (1)

$\frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}$ (1)

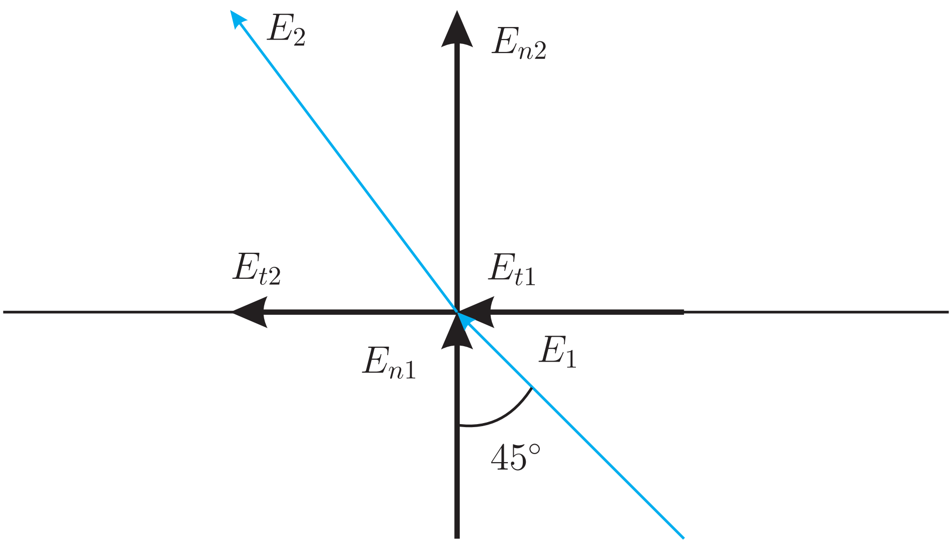
$\tan\alpha_2 = \tan\alpha_1 \cdot \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} = \tan\frac{\pi}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

$E_{t2} = E_{t1} = 3\,\mathrm{V/m}$ (3 cm) (Tangentialkomponente des E-Feldes ist stetig) (1)

$E_{n2} = \frac{E_{t2}}{\tan\alpha_2} = 3 \cdot \frac{4}{3} = 4\,\mathrm{V/m}$ (4 cm) (1)

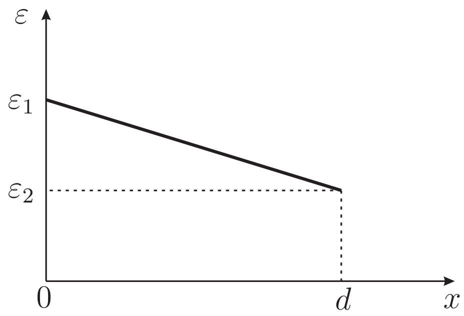
$E_2 = \sqrt{E_{t2}^2 + E_{n2}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\mathrm{V/m}$ (5 cm) (0,5)

$\frac{E_2}{E_1} = 5 \cdot \frac{7}{30} = \frac{7}{6}$ (0,5)



$\sum_a 6$

b) $\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\,\frac{x}{d}$



$\sum_b 2$

c) $\iint_A \vec{D} d\vec{A} = Q$ (1)

$\iint\limits_A \vec{D}\,d\vec{A} = \sum\limits_{i=1}^{6} \iint\limits_{Ai} \vec{D}\,d\vec{A}$ Fläche aufstellen (0,5)

Außerhalb des Kondensators A_6: kein E-Feld (0,5)

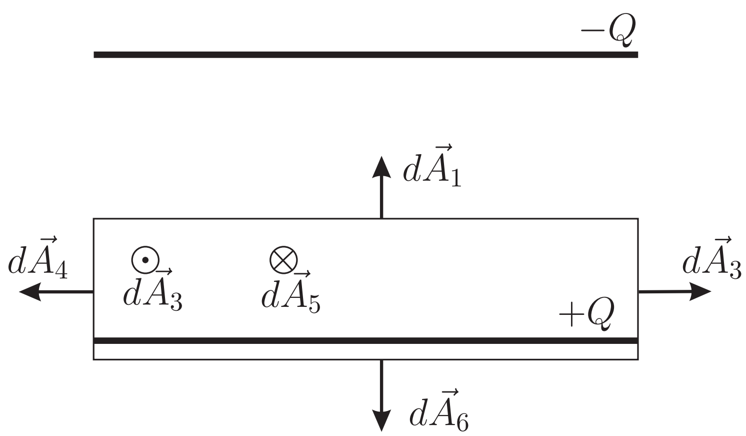
an den Seiten des Kondensators $A_2 - A_4$: $\vec{D} \perp d\vec{A}$ (0,5)

im Kondensator A_1: $\vec{D} \parallel d\vec{A}, D$ - konstant auf A (1)

$\iint\limits_A \vec{D}\,d\vec{A} = \iint\limits_{A1} D\,dA = D \iint\limits_{A1} dA = D \cdot A_1 = D \cdot A$ (0,5)

$D(x) = \varepsilon(x)E(x)$ (1)

$E(x) = \frac{Q}{\varepsilon(x)A} = \frac{Q_0}{\left(\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{x}{d}\right)A}$ (1)



Skizze (1)

$\sum_c 7$

d) $U = \int \vec{E}\, d\vec{l}$ (1)

$\vec{E} \parallel d\vec{l}$ (0,5)

$U = \int E\, dl = \int\limits_0^d \frac{Q}{\left(\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{x}{d}\right)A}\, dx = \frac{Q}{A} \cdot \frac{d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \ln \left(\varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{x}{d}\right)\Big|_0^d$ Integral lösen (1)

$U = \frac{Q}{A} \cdot \frac{d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} (\ln \varepsilon_2 - \ln \varepsilon_1) = \frac{Q}{A} \cdot \frac{d}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ (1)

$C = \frac{Q}{U}$ (1)

$C = \frac{A(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d \ln \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$ (0,5)

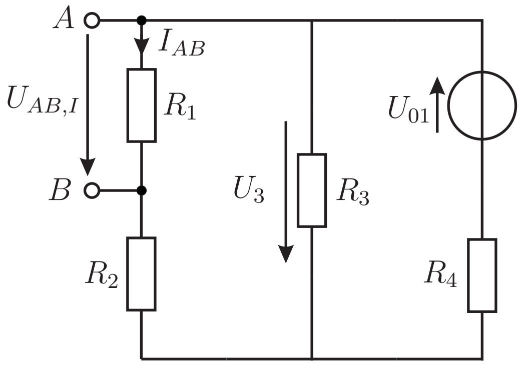
$\sum_d 5$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 20

a)
Superpositionsprinzip

Spannungsquelle U_1 betrachten, Stromquelle I_2 passivieren



Skizze 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
I_{AB} &= \frac{\frac{1}{R_1+R_2}}{\frac{1}{R_1+R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}} \cdot \left(-\frac{U_{01}}{R_4}\right) \\
U_{AB} &= I_{AB} \cdot R_1 \\
U_{AB,I} &= -\frac{R_1 R_3 R_4}{(R_3 R_4) + (R_1+R_2)R_4 + (R_1+R_2)R_3} \cdot \frac{U_{01}}{R_4}
\end{aligned}
$$

Umwandlung Spannungsquelle -> Stromquelle 1 Punkt, Stromteiler 1 Punkt, Ergebnis 1 Punkt

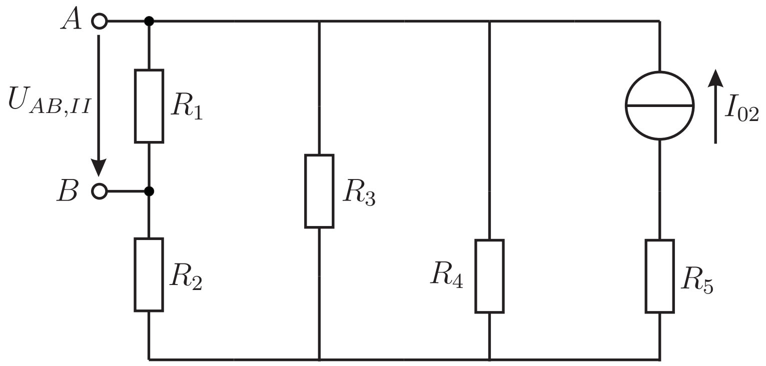
oder

$$U_{AB} = \frac{R_1}{R_1+R_2} U_3 = \frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{\frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3}}{\frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3}+R_4} (-U_{01})$$

$$U_{AB} = -\frac{R_1 R_3}{(R_1+R_2)R_3+(R_1+R_2+R_3)R_4} U_{01}$$

je Spannungsteiler 1 Punkt, Ergebnis 1 Punkt

Stromquelle I_2 betrachten, Spannungsquelle U_1 passivieren



Skizze 1 Punkt

$$U_{AB,II} = \frac{R_1R_3R_4}{(R_3R_4)+(R_1+R_2)R_4+(R_1+R_2)R_3} \cdot I_{02}$$

Stromteiler 1 Punkt, Ergebnis 1 Punkt

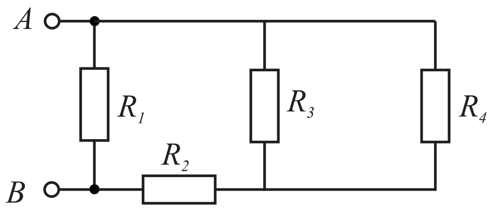
$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_{AB,I} + U_{AB,II} \\ &= \frac{R_1R_3R_4}{(R_3R_4)+(R_1+R_2)R_4+(R_1+R_2)R_3} \cdot \left(-\frac{U_{01}}{R_4} + I_{02}\right) \end{aligned}$$

Endergebnis/Superpositionsprinzip anwenden 1 Punkt

$\sum_a 8$

b) Quellen durch Innenwiderstände Ersetzen:

Skizze erstellen



Skizze 1 Punkt

$$R_i = \frac{(\frac{R_3R_4}{R_3+R_4} + R_2) \cdot R_1}{\frac{R_3R_4}{R_3+R_4} + R_2 + R_1}$$

$$R_i = \frac{R_1R_3R_4 + R_1R_2(R_3+R_4)}{R_3R_4 + R_2(R_3+R_4) + R_1(R_3+R_4)}$$

Serien-/Parallelschaltung erkennen 1 Punkt, Endergebnis 1 Punkt

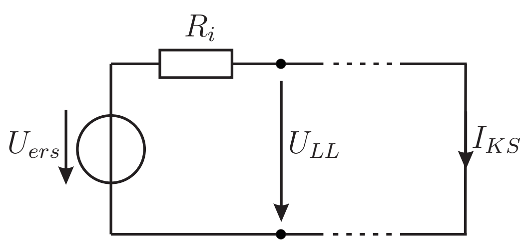
$\sum_b 3$

c)

$$I = \frac{1}{\rho_{Al}} EA = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-2}\,\Omega\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{V/m} \cdot 1,5\,\mathrm{mm}^2 = 3\,\mathrm{A}$$

$\sum_c 2$

d) Ersatzspannungsquelle



Skizze 1,5 Punkte

Kurzschlussstrom, Innenwiderstand, Leerlaufspannung

je Begriff 0,5 Punkte

$\sum_d 3$

e)

Betriebszustand: Leistungsanpassung 1 Punkt

Bedingung $R_i = R_L$ 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
R_i &= R_L \\
\frac{3R}{5} &= \frac{R(R_X + R)}{R + R + R_X} \\
\frac{3}{5} &= \frac{(R_X + R)}{2R + R_X} \\
3(2R + R_X) &= 5(R_X + R) \\
6R + 3R_X &= 5R_X + 5R \\
R &= 2R_X \\
R_X &= \frac{1R}{2}
\end{aligned}
$$

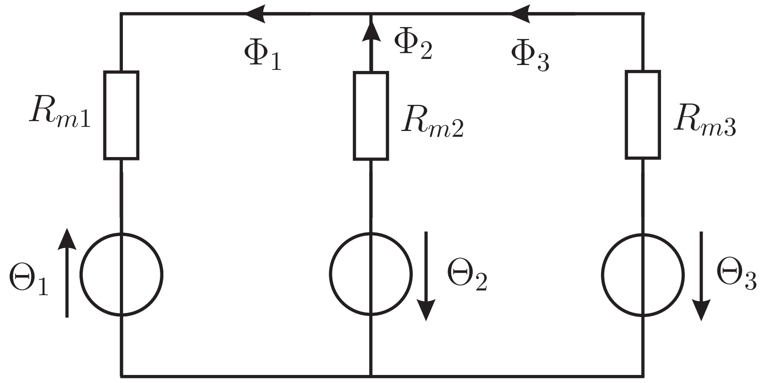
Ansatz: 1 Punkt, Endergebnis 1 Punkt

$\sum_e 4$

3 Magnetischer Kreis

Punkte: 20

a)



Skizze inkl. Richtungsdefinitionen 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
R_m &= \frac{L}{\mu A} \quad (1)\\
R_m &= R_{m1} = R_{m2} = R_{m3} \quad (1)\\
&= \frac{5l}{\mu a^2} \quad (1)\\
R_{m,ges} &= R_{m1} + (R_{m2} \| R_{m3}) = R_m + \frac{R_m}{2} = \frac{3}{2} R_m \quad (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_a 5$

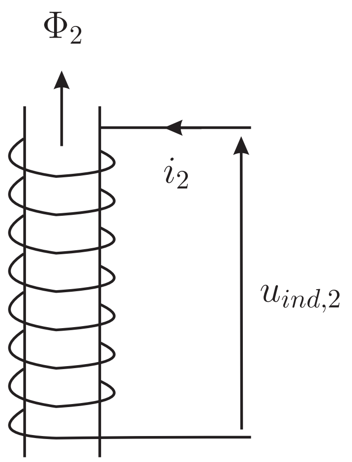
b)

$$
\begin{aligned}
\Theta_1 &= N_1 \cdot I_1,\ \Theta_2 = \Theta_3 = 0 \quad (1)\\
\Phi &= \frac{\Theta}{R_m} \quad (1)\\
\Phi_1 &= \frac{N_1 I_1}{R_{m,ges}}, \Phi_2 = \Phi_3 = \frac{\Phi_1}{2} = \frac{N_1 I_1}{2 R_{m,ges}} \quad (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_b 3$

c)

$$
\begin{aligned}
u_{ind} &= -N\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)\\
u_{ind,2} &= -N_2\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\frac{di_1}{dt} \quad (1)\\
u_{ind,3} &= -N_3\frac{d\Phi_3}{dt} = -\frac{N_3N_1}{2R_{m,ges}}\frac{di_1}{dt} \quad (1)
\end{aligned}
$$



Skizze 1 Punkt

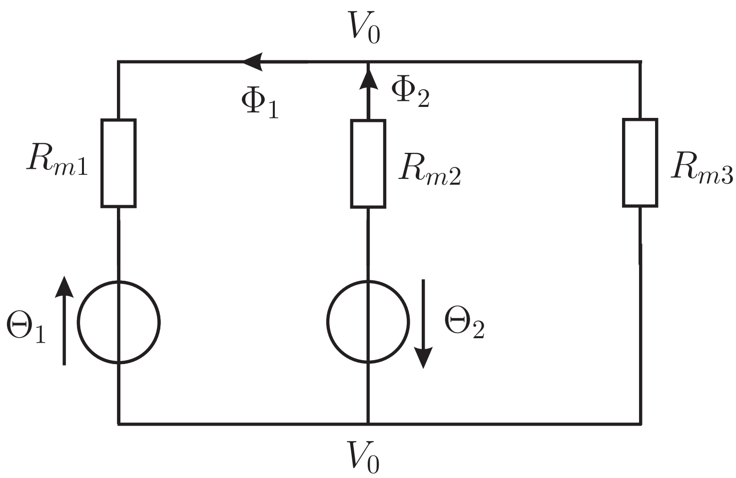
$\sum_c 4$

d)

$$
\begin{aligned}
u_{ind,2} &= -\frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\frac{di_1}{dt} = -\frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\frac{d\left(\hat{I}_1\cos(\omega t)+I_0\right)}{dt} = \frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\hat{I}_1\omega\sin(\omega t) \quad (1)\\
\hat{U}_{ind,2} &= \frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\hat{I}_1\omega = \frac{15\cdot 30}{2\cdot 27\cdot 10^3\,\mathrm{H}^{-1}}600\cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}\cdot 2\pi\frac{50}{\pi}\,\mathrm{Hz} = 0,5\,\mathrm{V} \quad (1)\\
u_{ind,3} &= -\frac{N_3N_1}{2R_{m,ges}}\frac{di_1}{dt} = -\frac{N_3}{N_2}\frac{N_2N_1}{2R_{m,ges}}\frac{di_1}{dt} = \frac{N_3}{N_2}u_{ind_2} \quad (1)\\
\hat{U}_{ind,3} &= \frac{N_3}{N_2}hatU_{ind_2} = \frac{60}{15}0,5\,\mathrm{V} = 2\,\mathrm{V} \quad (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_d 4$

e)



$$\begin{aligned}
\Phi_3 &= 0 \quad \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2 \Rightarrow \quad \text{gleichesPotenzial}\, V_0 \\
\Rightarrow V_{Rm1} = V_{Rm2} \\
\Rightarrow \Theta_1 = \Theta_2 \\
\Rightarrow N_1 i_1 &= N_2 i_2 \Rightarrow \quad i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1 \\
\hat{I}_2 &= \frac{N_1}{N_2}\hat{I}_1 = \frac{30}{15}\hat{I}_1 = 2\hat{I}_1 = 1,2A
\end{aligned}$$

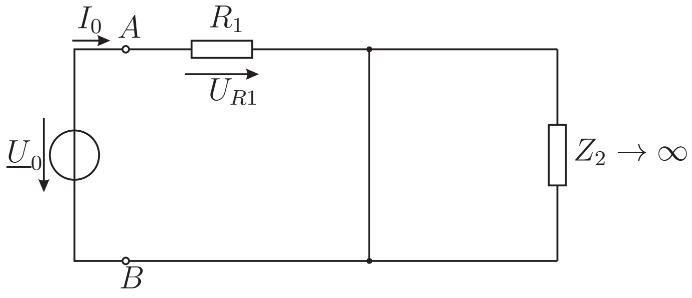
je Zeile 1 Punkt

$\sum_e 4$

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 20

a) $\omega \to \infty$

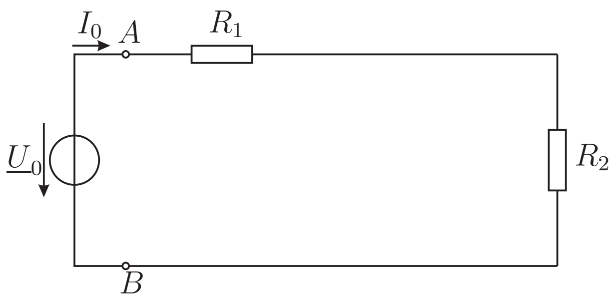


Ersatzschaltbild oder Begründung, dass Kondensator = KS 1P

$$R_1 = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}\,(\omega \to \infty)\,|} = \frac{30V}{3A} = 10\Omega$$

Rechnung 1P

$\omega = 0$



ESB oder Begründung, dass Kondensator = LL und Induktivität = KS 1P

$$|\underline{U}_0| = |\underline{I}_0|\,(\omega = 0)\,(R_1 + R_2)$$
$$R_2 = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_0|\,(\omega = 0)} - R_2 = \frac{30V}{0,5A} - 10\Omega = 50\Omega$$

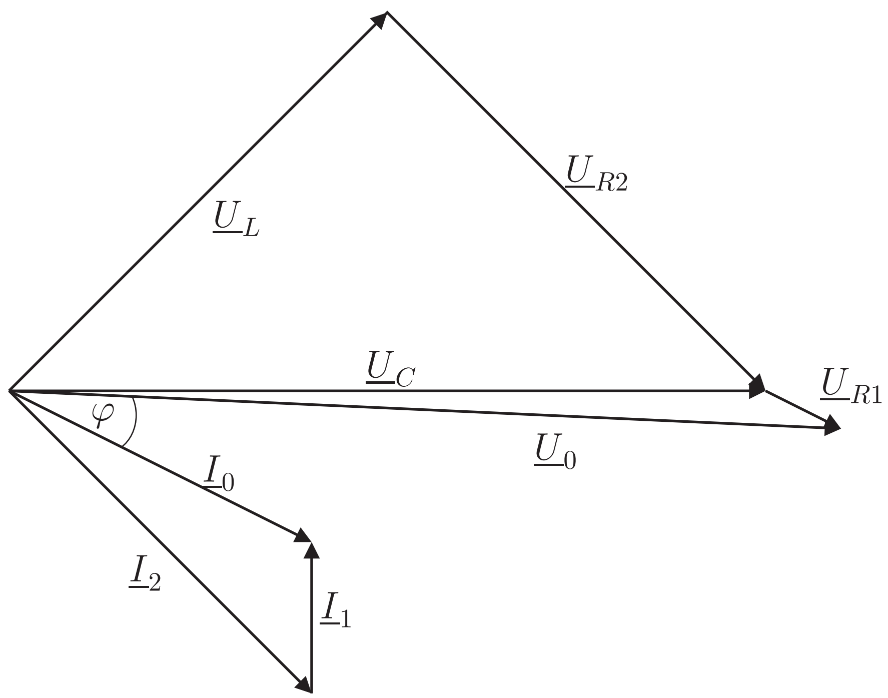
Rechnung 1P

$\sum_a = 4P$

b)

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_C}{\underline{X}_C} = \frac{\underline{U}_C}{\frac{1}{jwC}} = j\omega C|\underline{U}_C|$$
$$= j2\pi \cdot 50\frac{1}{s}\frac{50}{\pi} \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} \cdot 200V = j10^6 \cdot 10^{-6}A = j1A$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_C}{R_2 + \underline{X}_L} = \frac{\underline{U}_C}{R_2 + j\omega L} = \frac{\underline{U}_C\,(R_2 - j\omega L)}{R_2^2 + \omega^2 L^2} = \frac{200V\left(50\Omega - j2\pi \cdot 50\frac{1}{s}\frac{1}{2\pi}\frac{Vs}{A}\right)}{2500\frac{V^2}{A^2} + 4\pi^2 50^2 \frac{1}{s^2}\frac{V^2 s^2}{A^2}}$$
$$= \frac{10000\frac{V^2}{A} - j10000\frac{V^2}{A}}{2500\frac{V^2}{A^2} + 2500\frac{V^2}{A^2}} = \frac{10000(1-j)}{5000\frac{1}{A}} = 2A - j2A$$
$$\underline{U}_L = \underline{I}_2 \cdot \underline{X}_L = \underline{I}_2 \cdot j\omega L = j\,(2A - j2A)\,2\pi 50\frac{1}{s}\frac{1}{2\pi}\frac{Vs}{A} = 100V + j100V$$
$$\underline{U}_{R2} = \underline{I}_2 \cdot R_2 = (2A - j2A)\,50\frac{V}{A} = 100V - j100V$$
$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = j1A + 2A - j2A = 2A - j1A$$
$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_0 R_1 = (2A - j1A)\,10\frac{V}{A} = 20V - j10V$$
$$\underline{U}_0 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_C = 20V - j10V + 200V = 220V - j10V$$

je richtigen Zeiger (Berechnung + Zeichnung) 1P
komplexe Größen nicht unbedingt nötig. Betrag reicht aus



$\varphi \approx 24°$ ±2° ist in Ordnung, 1P

$\sum_b = 8P$

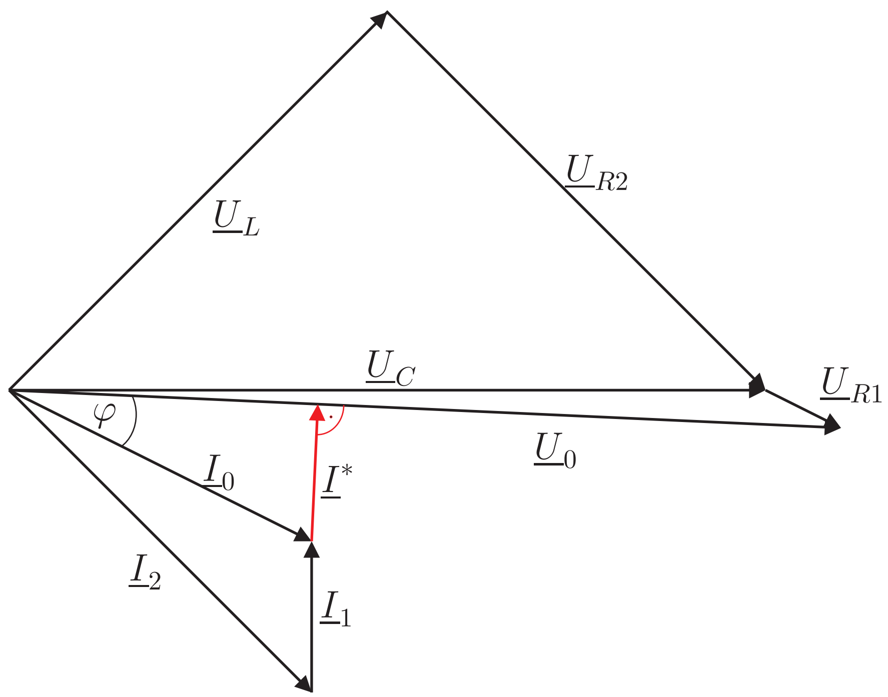
c) Induktives Verhalten, da der Strom-Zeiger dem Spannungs-Zeiger im Zeigerdiagramm hinterher eilt.

$\sum_c = 1P$

d) Begründung: Kapazität (1P)

Strom über Bauteil muss $\underline{U}_0$ voraus eilen, um die Phasenlage des resultierenden Strom $\underline{I}_0 + \underline{I}^*$ im Zeigerdiagramm auf die Phase von $\underline{U}_0$ zu schieben. $\Rightarrow$ Kapazität

Stromzeiger richtig im Zeigerdiagramm eingezeichnet, 1P



$\sum_d = 2P$

e)

$$|\underline{I}^*| = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{Z}|} = \omega C |\underline{U}_0|$$
$$\Rightarrow C = \frac{|\underline{I}^*|}{|\underline{U}_0|\omega} = \frac{1,35A}{300V \cdot 2 \cdot 3 \cdot 50\frac{1}{s}} = 15 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} = 15\mu F$$

Formel 1P, richtiges Ergebnis 1P

$\sum_e = 2P$

f) Veränderter Betrag der speisenden Spannung hat keinen Einfluss auf die Phasenlage, Pfeile werden nur skaliert. 1P

$$\frac{\underline{S}_{neu}}{\underline{S}} = \frac{\underline{U}_{0,neu}^2 \cdot \underline{Z}}{\underline{U}_0^2 \cdot \underline{Z}} = \frac{0,9^2 \cdot \underline{U}_0^2 \cdot \underline{Z}}{\underline{U}_0^2 \cdot \underline{Z}} = 0,81 = 81\%$$

Die Scheinleistung reduziert sich auf 81%. Da φ konstant bleibt, ändern sich $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ auch nicht. Das heißt, Wirk- und Blindleistung reduzieren sich ebenfalls auf 81%.

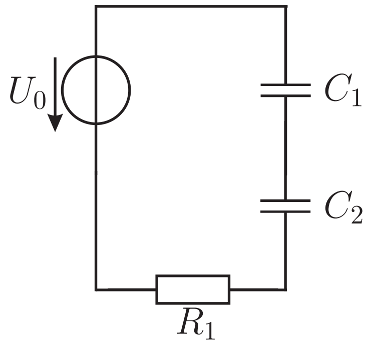
Scheinleistung 1P, Blind- und Wirkleistung 1P

$\sum_f = 3P$

5 Kondensatornetzwerk

Punkte: 20

a)



$C_{G1} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ (1)

$C_{G1} = \frac{3\,\mu\text{F} \cdot 6\,\mu\text{F}}{3\,\mu\text{F} + 6\,\mu\text{F}} = 2\,\mu\text{F}$ (1)

$\sum_a 2$

b) $U_0 = u_{CG1} + u_{R1}$ (0,5)

$u_{R1} = R_1 \cdot i_{R1}$ (1)

$i_{CG1} = C_{G1} \cdot \frac{du_{CG1}}{dt}$ (1)

$i_{R1} = i_{C1} = i_{C2} = i_{CG1}$ (0,5)

$U_0 = u_{CG1} + R_1 C_{G1} \cdot \frac{du_{CG1}}{dt}$ (1)

$\sum_b 4$

c) $\tau_1 = R_1 \cdot C_{G1}$ (1)

$\tau_1 = \frac{1}{2} 10^6\,\Omega \cdot 2 \cdot 10^{-6}\,\text{F} = 1\,\text{s}$ (1)

$\sum_c 2$

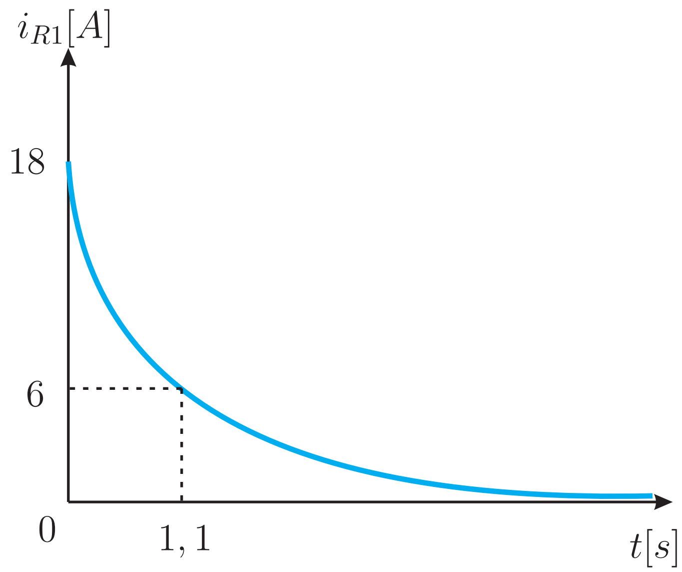
d) $i_{R1} = i_{CG1} = C_{G1} \frac{du_{CG1}}{dt} = C_{G1} \frac{d\left(U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})\right)}{dt}$ (1)

$i_{R1} = C_{G1} U_0 \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{U_0}{R_1} e^{-\frac{t}{R_1 C_{G1}}}$ (1)

$i_{R1}(0) = \frac{U_0}{R_1} = \frac{9 \cdot 10^6\,\text{V}}{0{,}5 \cdot 10^6\,\Omega} = 18\,\text{A}$ (0,5)

$i_{R1}(1,1) = \frac{U_0}{R_1}(e^{-\frac{1,1\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{s}}}) = 18\,\mathrm{A} \cdot \frac{1}{3} = 6\,\mathrm{A}$ (0,5)

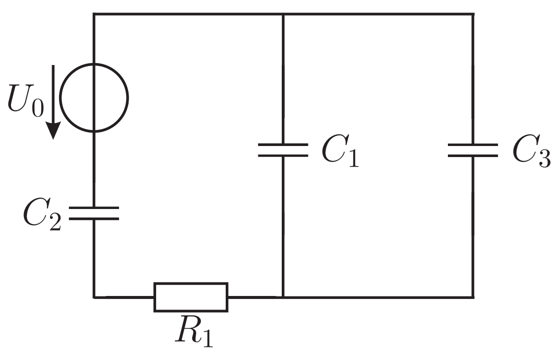
$\lim_{t\to\infty} i_{R1} = 0$ (0,5)



Skizze (mit Werten und beschrifteten Achsen) 1,5 Punkte

$\sum_d 5$

e)



$C_{G2} = \frac{C_2 \cdot (C_1 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$ (1)

$C_{G2} \cdot (C_1 + C2) + C_{G2} \cdot C_3 = C_1 \cdot C_2 + C_2 \cdot C_3$ (0,5)

$C_3 = \frac{C_{G2}(C_1 + C_2) - C_1 \cdot C_2}{C_2 - C_{G2}}$ (1)

$C_3 = \frac{3\,\mu\mathrm{F}(3\,\mu\mathrm{F} + 6\,\mu\mathrm{F}) - 3\,\mu\mathrm{F} \cdot 6\,\mu\mathrm{F}}{6\,\mu\mathrm{F} - 3\,\mu\mathrm{F}} = 3\,\mu\mathrm{F}$ (0,5)

$\sum_e 3$

f) $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ (1)

$W_1 = \frac{1}{2} C_{G1} U_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2\,\mu\text{F} \cdot 81 \cdot 10^{12}\,\text{V}^2 = 81 \cdot 10^6\,\text{Ws}$ (0,5)

$W_2 = \frac{1}{2} C_{G2} U_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 3\,\mu\text{F} \cdot 81 \cdot 10^{12}\,\text{V}^2 = 121,5 \cdot 10^6\,\text{Ws}$ (0,5)

Energie wird aus der Quelle nachgeladen, da Gesamtkapazität größer (mehr Speicher verfügbar) (1)

$\sum_f 3$

g) Begrenzung des Lade-/Entladestromes

Nach dem Beenden der Umladevorgänge, wenn kein Strom mehr fließt

$\sum_g 1$