Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

23.02.2012

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

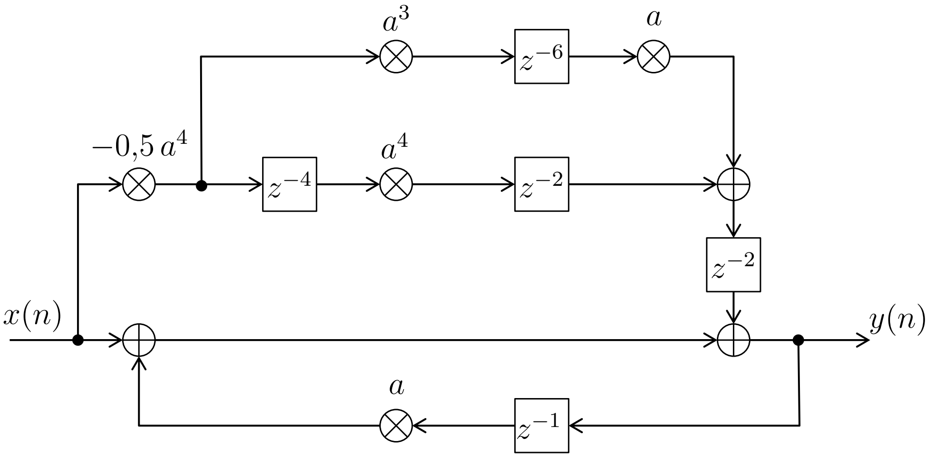
Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1	/12	
2	/10	
3	/12	
4	/16	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Analyse eines LSI-Systems

(12 Punkte)

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines zeitdiskreten, kausalen LSI-Systems mit $|z| > |a|$.



a) Zeichnen Sie das gegebene Blockschaltbild sowohl in der Direktform I (DF I) als auch in der transponierten Direktform II (transp. DF II)! Vereinfachen Sie dafür vorher das Blockschaltbild soweit wie möglich.

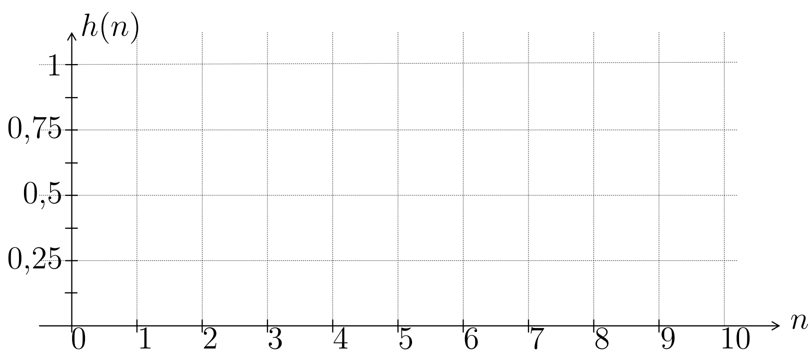
b) Welche der unter a) genannten Filterstrukturen (DF I oder transp. DF II) würden Sie wählen, wenn die speichereffizienteste Realisierung gefordert ist? Wie nennt man diese Eigenschaft?

c) Geben Sie das Ausgangssignal $y(n)$ des obigen Systems an und vereinfachen Sie so weit wie möglich!

d) Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion $H(z)$!

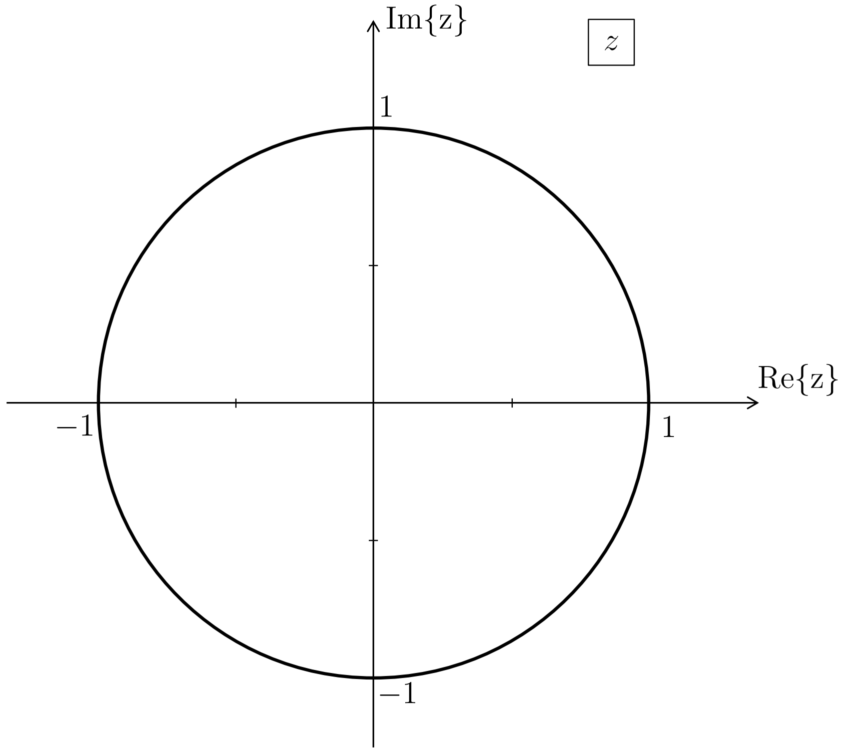
Für die folgenden Teilaufgaben nehmen Sie $a = 0{,}8$ an.

e) Skizzieren Sie die Impulsantwort $h(n)$ für $n = 0, 1, \ldots, 10$!
Tipp: Sie können hierfür auch ein Blockschaltbild aus a) mit $x(n) = \delta(n)$ betrachten.



(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

f) Zeichnen Sie in folgendes Diagramm sämtliche Pol- und Nullstellen ein! Kennzeichnen Sie, wenn nötig, mehrfache Pol- oder Nullstellen.



g) Welcher der folgenden Charakteristiken entspricht das System im Wesentlichen: Tiefpass, Hochpass, Bandpass oder Bandsperre?
Handelt es sich um ein FIR- oder ein IIR-System? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2: Filterentwurf eines IIR-Filters

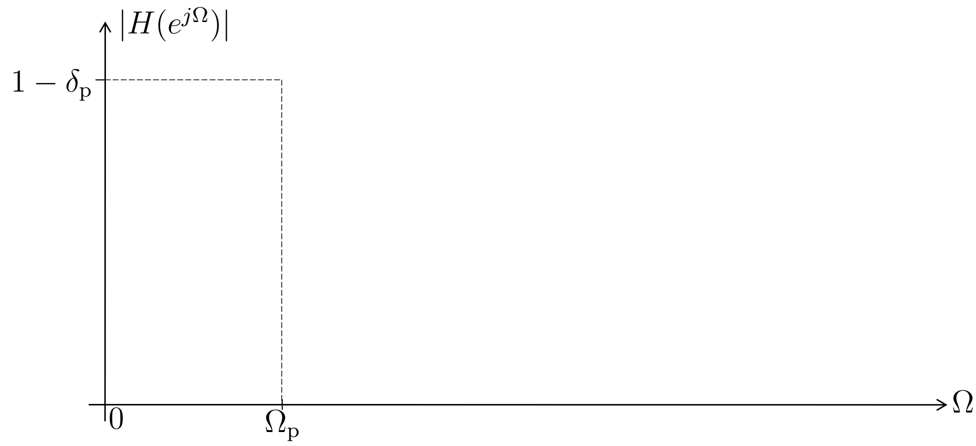
(10 Punkte)

Es soll ein zeitdiskretes IIR-Filter nach dem Butterworth-Entwurf mit folgenden Eigenschaften entworfen werden (beachten Sie, dass gilt: $\Omega_p < \Omega_c$):

$$\begin{aligned} R_\mathrm{p} &= 2\,\mathrm{dB} \\ \delta_\mathrm{st} &= 0{,}0316 \\ \Omega_\mathrm{p} &= 0{,}15\pi \\ \Omega_\mathrm{c} &= 0{,}16\pi \\ \Omega_\mathrm{st} &= 0{,}35\pi \\ f_\mathrm{s} &= 8\,\mathrm{kHz} \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie für die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: passband ripple) den linearen Wert δ_p! Bestimmen Sie auch die Sperrdämpfung d_st!

b) Vervollständigen Sie das folgende Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich und tragen Sie darin alle relevanten Größen mit dazugehörenden Zahlenwerten ein!



Zum Entwurf des Filters soll nun die zeitdiskrete Spezifikation mittels der bilinearen Transformation mit $\omega' = \omega_\mathrm{p} = \frac{\Omega_\mathrm{p}}{T}$ in den analogen Bereich transformiert werden.

c) Bestimmen Sie hierfür den Parameter v der bilinearen Transformation und die zeitkontinuierlichen Kreisfrequenzen für die Durchlassbereichsgrenze ω_p, die Grenzfrequenz ω_c und die Sperrbereichsgrenze ω_st!

d) Bestimmen Sie die minimale Filterordnung N des Butterworth-Filters, die zur Einhaltung der Spezifikation erforderlich ist!

e) Liegt beim gegebenen Amplitudengang eine Monotonie vor? Wenn ja, welche? Wenn nein, Begründung!

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

f) Schätzen Sie die minimale Filterordnung N_b ab, die bei Verwendung eines FIR-Filters nach Tschebyscheff-Approximation nötig wäre, um die gegebene Spezifikation einzuhalten!

g) Vergleichen Sie das IIR-Butterworth-Filter aus c)–e) mit dem FIR-Filter gemäß Tschebyscheff-Approximation aus f) und benennen Sie jeweils Vor- und Nachteile!

Aufgabe 3: Minimalphasiges System und Allpass

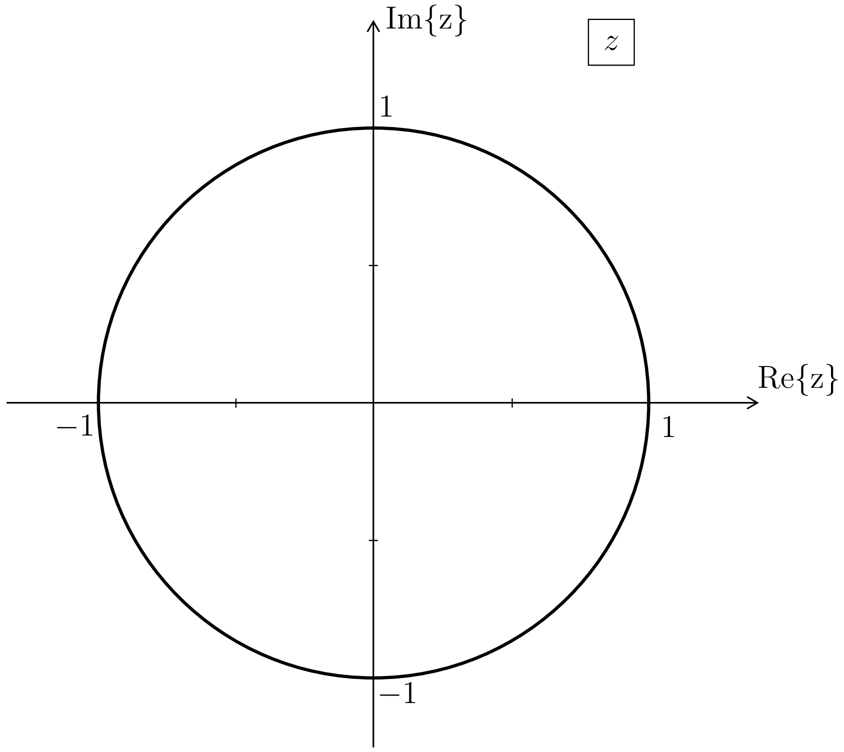
(12 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LSI-System mit der Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{(1+0{,}5z^{-1})(1+2z^{-1}+2z^{-2})}{(1-0{,}5z^{-1})(1+0{,}81z^{-2})}.$$

a) Geben Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems an! Geben Sie auch das Konvergenzgebiet (ROC) an!

b) Zeichnen Sie in folgendes Diagramm alle Pol- und Nullstellen ein und schraffieren Sie das Konvergenzgebiet (ROC)! Achten Sie auch auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms.



c) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Bestimmen Sie die Differenzengleichung $y(n)$ des Systems!

e) Zerlegen Sie das System in einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$ und ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$, so dass gilt $H(z) = H_{\mathrm{AP}}(z) \cdot H_{\min}(z)$! Für den Allpass soll gelten $|H(z) = H_{\mathrm{AP}}(z)| = 2{,}5$. Geben Sie jeweils für $H_{\min}(z)$ und $H_{\mathrm{AP}}(z)$ das zugehörige Konvergenzgebiet (ROC) an!

f) Ist das minimalphasige System $H_{\min}(z)$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

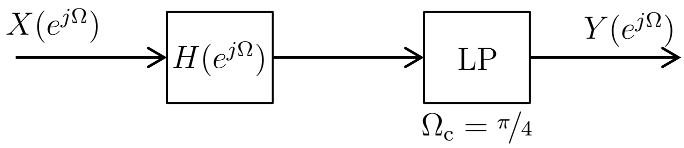
Aufgabe 4: Abtastratenwandlung eines Systems mit Tiefpasscharakter

(16 Punkte)

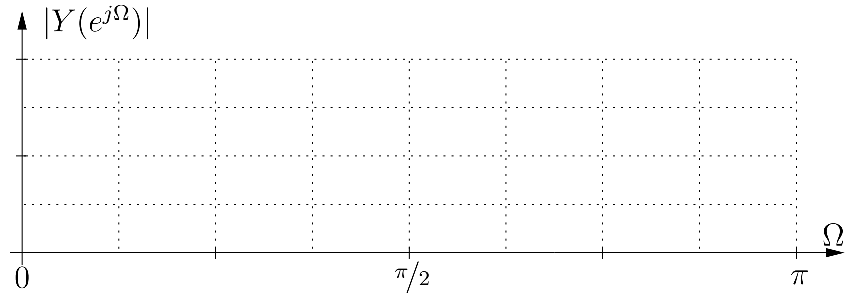
Eine Messvorrichtung habe die Impulsantwort

$$h(n) = \frac{1}{N}\sum_{\nu=0}^{N-1}\delta(n-\nu) \qquad \text{mit } N = 8$$

und zeichnet Daten mit einer Abtastrate von $f_\mathrm{s} = 10\,\mathrm{kHz}$ auf. Für die spätere Übertragung der Messsignale wird der Messvorrichtung ein ideales Tiefpassfilter (LP) mit der Grenzfrequenz $\Omega_\mathrm{c} = \pi/4$ nachgeschaltet.

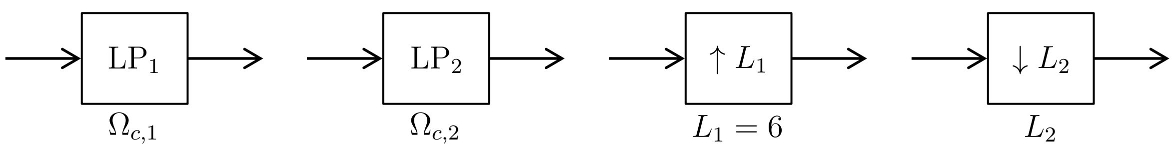


a) Bestimmen und skizzieren Sie den Amplitudengang $|Y(e^{j\Omega})|$ des Ausgangssignals der Messvorrichtung <u>nach</u> der als ideal zu betrachteten Tiefpassfilterung! Nehmen Sie als Eingangssignal $x(n) = \delta(n)$ an. Geben Sie für $\Omega = \frac{n\cdot\pi}{8}$ mit $n = 0{,}1,\ldots,8$ jeweils exakte Amplitudenwerte an!



Das tiefpassgefilterte Signal $|Y(e^{j\Omega})|$ soll nun für die Übertragung vorbereitet werden. Passen Sie dazu die Abtastrate auf $f'_\mathrm{s} = 15\,\mathrm{kHz}$ an!

b) Zeichnen Sie das Blockschaltbild eines Systems, das die oben beschriebene Aufgabe erfüllt! Sie haben aus einem früheren Projekt folgende Module, die alle verwendet werden müssen:



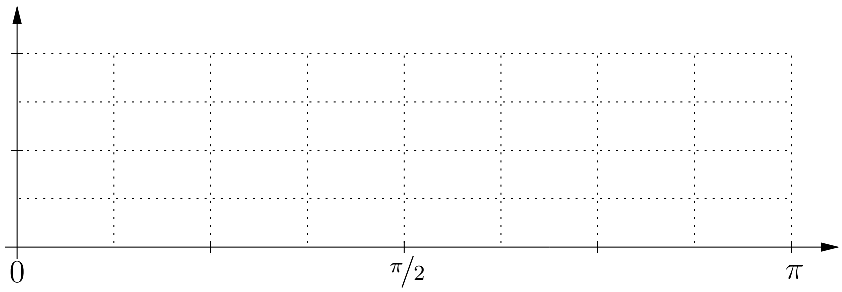
c) Bestimmen Sie die normierten Grenzfrequenzen $\Omega_{c,1}$ und $\Omega_{c,2}$ der beiden Tiefpassfilter, sowie den verbleibenden Taktratenfaktor L_2! Die Tiefpassfilter sind im Folgenden als ideal anzunehmen.

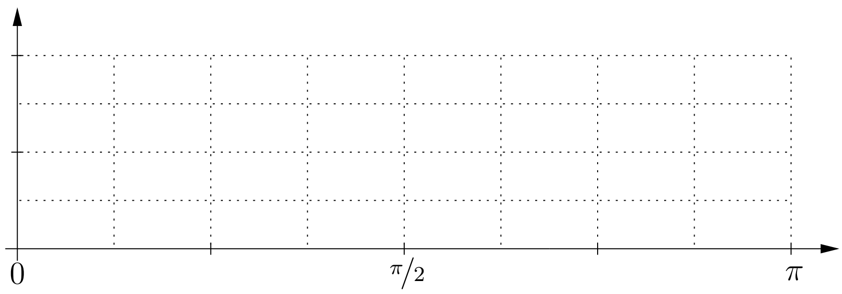
d) Lassen sich Expander und Dezimator (jeweils inklusive Filter) in der vorliegenden Form in der Reihenfolge vertauschen? Begründen Sie Ihre Antwort!

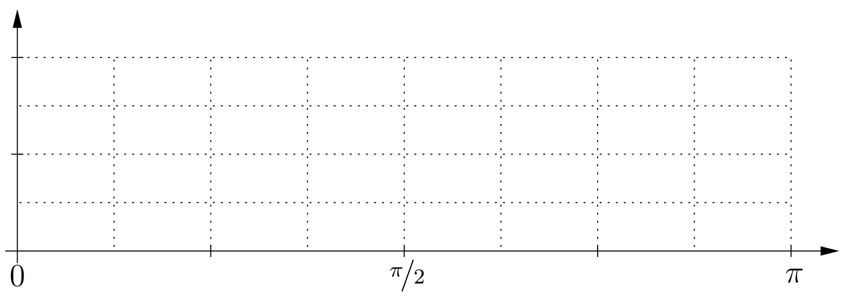
(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

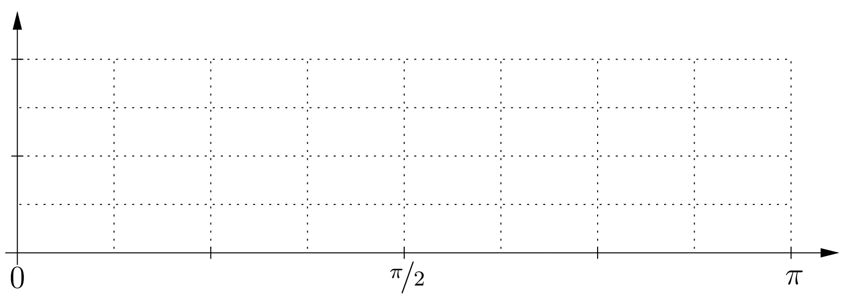
e) Vereinfachen Sie nun soweit wie möglich das Blockschaltbild aus b)! Sie können hierfür beliebige Taktratenfaktoren L und Filtergrenzfrequenzen Ω_{c} verwenden. Beschriften Sie dabei alle Signalverbindungen mit dem entsprechenden Bezeichner und machen Sie Veränderungen der Taktrate durch gestrichene Größen deutlich (z. B. $Y_4(e^{j\Omega''})$)!

f) Skizzieren Sie die Beträge aller Ausgangssignale der unter e) verwendeten Blöcke! Achten Sie auf eine korrekte Beschriftung der Diagramme. Verwenden Sie, wo möglich, die gestrichenen Frequenznotationen. Nutzen Sie so viele Diagramme wie nötig.









g) Zeichnen Sie das vereinfachte System aus e) in eine <u>kausale</u> Polyphasenstruktur um!

h) Bestimmen Sie die Polyphasenkomponenten $R_{\ell,\lambda}(z)$ und geben Sie diese in Abhängigkeit von $h(\cdot)$ an! Gehen Sie dabei wie folgt vor:

1. Beginnen Sie mit einer Typ-I-Polyphasenzerlegung, gefolgt von einer
2. Typ-II-Polyphasenzerlegung.