Def. (Forts.): ... $\operatorname{Var} X := E(X - EX)^2$ Für X diskrete ZV:

$$\operatorname{Var} X := \sum_{j \in \mathbb{N}\setminus\{0\}} (x_j - EX)^2 \cdot p_j$$ heißt Varianz der diskreten ZV X.

Bsp. 2) s.o. $\operatorname{Var} X = \lambda$ $(X \sim \mathrm{Poi}(\lambda))$

1) $X \sim \mathrm{Bin}(1,p) \Rightarrow \operatorname{Var} X = \underbrace{(0-p)^2}_{=p^2}(1-p) + (1-p)^2 p$

$= p\cdot(1-p)\,[\underbrace{p + 1-p}_{=1}] = \underline{p(1-p)}$

$p = \frac{1}{2}$: $\operatorname{Var} X = \frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$

$\sqrt{\operatorname{Var} X}$ heißt Standardabweichung der ZV X.

Bsp. $X \sim \mathrm{Bin}(1,\frac{1}{2})$ $\sqrt{\operatorname{Var} X} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (allg. $\sqrt{\operatorname{Var} X} = \sqrt{p(1-p)}$)

Wdh.) Stochastische Unabh. von Ereignissen:

Zwei Ereignisse A und B heißen stoch. unabh., falls

$$P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B)$$

Def.: Zwei ZVen (reellwertig) X und Y heißen stoch. unabh., falls $P(\{X \le x\} \cap \{Y \le y\}) = P\{X \le x\}\cdot P\{Y \le y\}$ für alle x, y

speziell heißen zwei nominale, ordinale oder diskrete ZVen X und Y st. unabh., falls

$$\underbrace{P(\{X = x_i\} \cap \{Y = y_j\})}_{=:\,p_{ij}} = \underbrace{P\{X = x_i\}}_{=:\,p_i}\cdot\underbrace{P\{Y = y_j\}}_{=\,q_j}$$ für alle x_i, y_j

Bsp. X, Y: Augenzahlen zweier fairer Würfel

$p_i = \frac{1}{6}$, $i = 1,\dots,6$ $\quad$ $\boxed{p_{ij} = \frac{1}{36}} = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = p_i \cdot q_j$ ✓

$q_j = \frac{1}{6}$, $j = 1,\dots,6$ $\quad$ d.h. X u. Y sind st. unabh. ZVen

Gegenbsp $X+Y$ und $\max\{X,Y\}$ sind st. abhängige ZVen