

Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

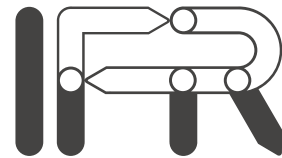
Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66

38106 Braunschweig

Tel. (0531) 391-3840



Klausuraufgaben

Grundlagen der Elektrotechnik

Seite 1/11

Nachname: _____		Vorname: _____		
Matr.-Nr.: _____		Studiengang: _____		
E-Mail (optional): _____		Datum: 26. Juli 2017		
1:	2:	3:	4:	5:
ID: _____ Summe: _____ Note: _____				

Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein, **Einheiten** sind bei den Ergebnissen **anzugeben**.

Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.

Keine Rückseiten beschreiben.

Keine Blei- oder Rotstifte verwenden.

Lösungen auf Aufgabenblättern werden **nicht gewertet**.

Zugelassene Hilfsmittel:

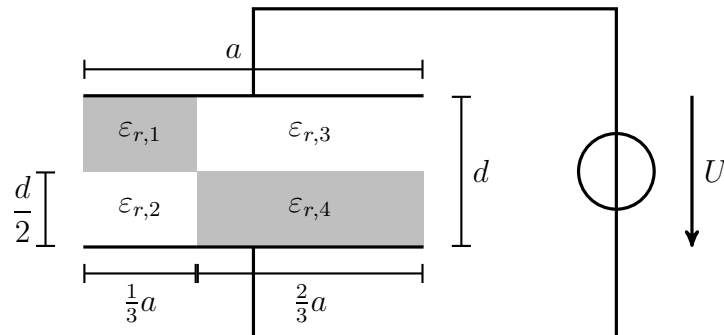
- Geodreieck
- Zirkel

Die Ergebnisse sind nur online über das QIS-Portal einsehbar.

Diese Klausur besteht aus **5 Aufgaben** auf insgesamt **11 Blättern** (inklusive diesem Deckblatt).

1 Elektrisches Feld

Punkte: 20



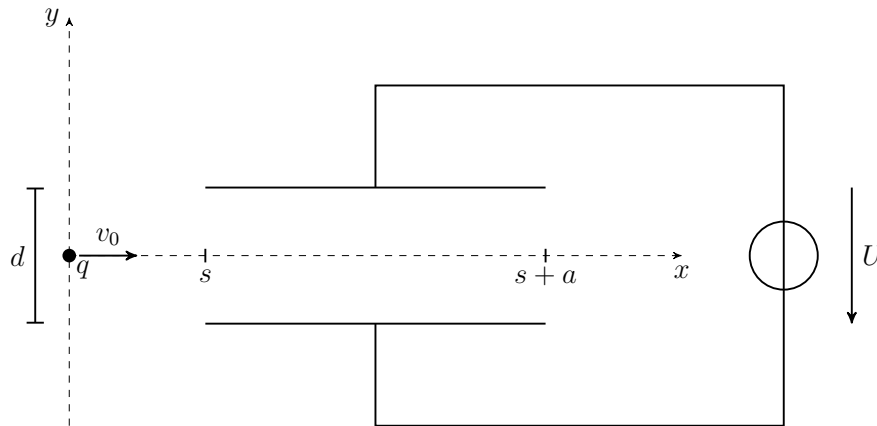
Gegeben sei ein idealer Plattenkondensator. Zwei Bereiche des Kondensators sind mit einem Dielektrikum der relativen Permittivität $\varepsilon_{r,1} = \varepsilon_{r,4} = 9$ gefüllt. In den Bereichen der Dielektrika mit $\varepsilon_{r,2} = \varepsilon_{r,3}$ befinde sich ein Vakuum. Die Platten seien quadratisch und weisen eine Kantenlänge von $a = 10 \text{ cm}$ auf. Die Platten des Kondensators seien 1 cm voneinander entfernt. An den Platten des Kondensators liege außerdem eine Spannung von $U = 0,4 \text{ V}$ an.

Hinweis: Die Aufgabenteile d) bis h) sind unabhängig von den Aufgabenteilen a) und b) lösbar. Weiterhin sind g) und h) unabhängig von a) bis f) lösbar.

- Zeichnen Sie das ideale Ersatzschaltbild des gegebenen Kondensators. Geben Sie an, bei welchen Teilen es sich um Parallel- bzw. Reihenschaltungen handelt. Bezeichnen Sie die Teilkapazitäten mit C_1 bis C_4 entsprechend der Indizes der Dielektrika. (3 Punkte)
- Berechnen Sie die Kapazitäten C_1 bis C_4 der vier Teilbereiche allgemein (setzen Sie nur ε_r ein), sowie die Gesamtkapazität C_{ges} des Kondensators allgemein und in Zahlenwerten. Geben Sie eventuelle zur Rechnung verwendete Hilfskapazitäten ebenfalls in allgemeiner Form an. (4 Punkte)
Hinweis: Drücken Sie zur Vereinfachung alle Kapazitäten als Vielfache von C_1 aus. Verwenden Sie $\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$
- Berechnen Sie die elektrische Feldstärke im Kondensator allgemein und in Zahlenwerten. (2 Punkte)

Anmerkung Markus Steimle: Bei Teilaufgabe c) fehlt der Hinweis, dass das Dielektrikum vernachlässigt werden soll (vgl. Hinweis unter d))

Eine positive Ladung $q = e \approx 1,5 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ mit der Masse $m = 1 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ wird außerhalb der Kondensatorplatten platziert und bewege sich mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_{x,0}$ in positive x -Richtung. Bei $x = s$ tritt die Ladung in die Kondensatorgeometrie ein.



- d) In welche Richtung wird die Ladung abgelenkt? Berechnen Sie, nach welcher **Aufenthaltszeit im Kondensator** die Ladung auf Höhe der entsprechenden Kondensatorplatte angelangt ist. (5 Punkte)

Hinweis: Vernachlässigen Sie Gravitationseffekte, sowie Materialeinflüsse auf die Ladung durch die Dielektrika. Verwenden Sie, falls benötigt, die Zusammenhänge $1 \text{ V} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{As}^3$ und $\sqrt{\frac{1}{6}} \approx 0,4$

- e) Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit $v_{x,0}$ die Ladung in den Kondensator eintreten muss, damit sie ihn gerade noch passieren kann, ohne die Kondensatorplatte zu berühren. (2 Punkte)

Nehmen Sie an, dass die Anfangsgeschwindigkeit der Ladung so groß ist, dass der Kondensator bei $|y| = \frac{d}{4}$ verlassen wird.

- f) Skizzieren Sie den resultierenden Verlauf der y -Position der Ladung über der x -Position beginnend bei $x = 0$. (1 Punkt)

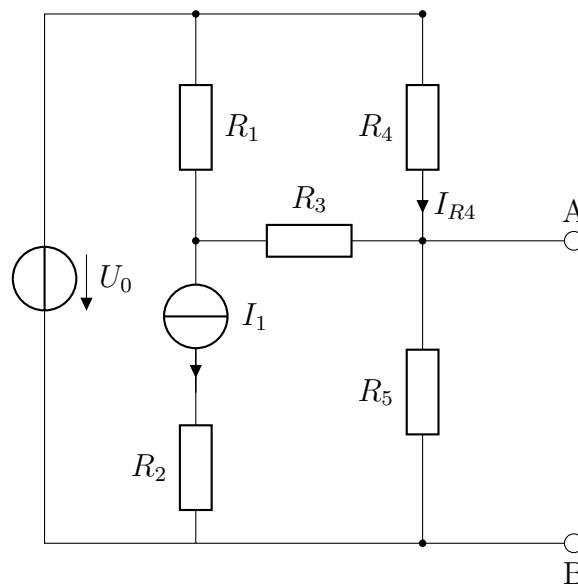
Hinweis: Um welche Bewegungsformen handelt es sich in den Abschnitten vor, während und nach dem Eintritt in den Kondensator?

Im Folgenden soll der Einfluss des Dielektrikums auf die Bewegung der Ladung betrachtet werden.

- g) Skizzieren Sie den vereinfachten Geschwindigkeitsverlauf eines Elektrons in einem realen Leiter, wenn entlang des Leiters eine Spannung angelegt wird. Benennen Sie stichwortartig die Effekte, die für die charakteristische Form des Geschwindigkeitsverlaufs verantwortlich sind. (2 Punkte)
- h) Begründen Sie mit den Aussagen aus g), wie der Geschwindigkeitsverlauf der Ladung im Dielektrikum aussehen würde. (1 Punkt)

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 17



Das gegebene Netzwerk besteht aus einer idealen Gleichstromquelle I_1 , einer idealen Gleichspannungsquelle U_0 , sowie fünf Widerständen R_1 bis R_5 mit bekannten Werten.

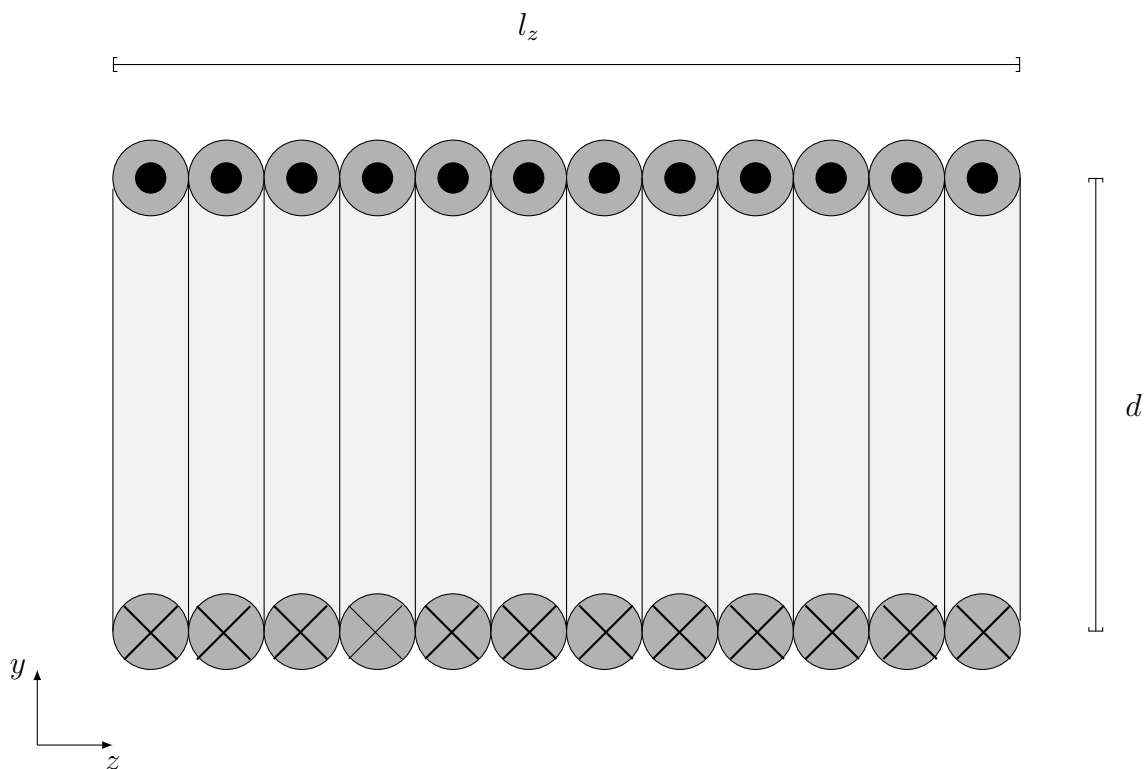
- a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Superpositionsverfahrens den Strom I_{R4} . Fertigen Sie für jeden Fall, den Sie betrachten, eine gesonderte Skizze an, in der Sie relevante Größen eintragen. Stellen Sie die Teilergebnisse in Abhängigkeit der Quellen I_1 und U_0 dar. (14 Punkte)

Hinweis 1: Beachten Sie, dass Strom- oder Spannungsteiler oder Quellentransformationen die Rechnungen ggf. vereinfachen können.

- b) Bestimmen Sie den Innenwiderstand bezüglich der Klemmen A und B. (3 Punkte)

3 Magnetfeld

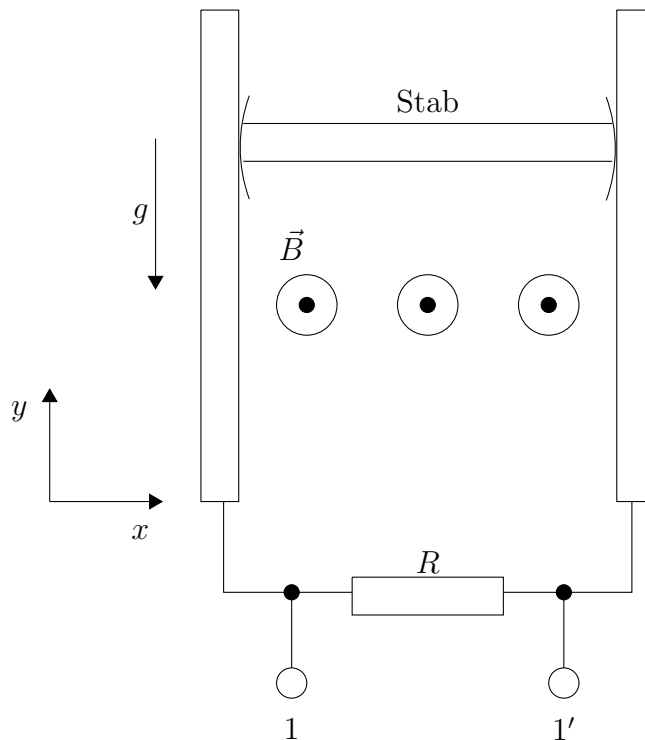
Punkte: 20



Gegeben sei eine ideale Zylinderspule (siehe Grafik), die ein \vec{B} -Feld erzeugt. Die Zylinderspule hat die Länge l_z , den Durchmesser d , die Windungszahl N und wird vom Strom I_z durchflossen.

- a) Bestimmen Sie allgemein die magnetische Flussdichte \vec{B} im Inneren der Zylinderspule mit Hilfe des Durchflutungssatzes. Fertigen Sie eine Skizze an und kennzeichnen Sie den Integrationsweg. Begründen Sie vorgenommene Vereinfachungen. Gehen Sie davon aus, dass die Zylinderspule wesentlich länger als ihr Durchmesser ist. (6 Punkte)

Gegeben sei ein leitender Stab, der entsprechend untenstehender Anordnung reibungsfrei in zwei leitenden, ortsfesten Schienen gelagert ist. Der bewegliche Stab hat die Länge l_S und die Masse m , auf die die Erdbeschleunigung g wirkt. Das die Anordnung durchsetzende Magnetfeld wird von der Zylinderspule aus Aufgabenteil a) erzeugt. Alle Leiter können als ideal angenommen werden.



Im Folgenden soll zwischen den Klemmen 1 – 1' eine ideale Stromquelle angeschlossen sein. Die Stromquelle soll einen Strom I_S durch den Stab erzeugen, sodass der bewegliche Stab sich „schwerelos“ in der Gleichgewichtslage befindet.

Hinweis: Die Rückwirkungen der durch den induzierten Strom verursachten Magnetfelder sind zu vernachlässigen!

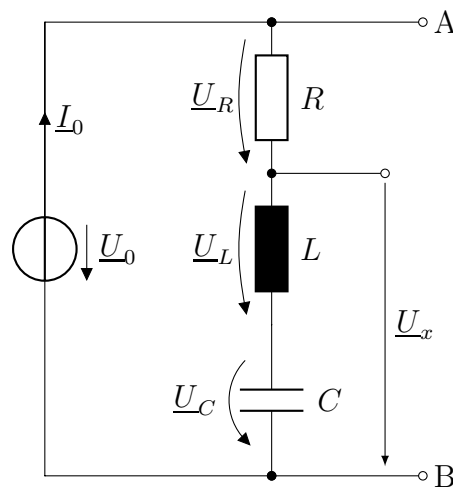
- b) Fertigen Sie eine Skizze mit den zwei auf den Stab wirkenden Kräften an und benennen Sie diese. (1 Punkt)
- c) Skizzieren Sie in welche Richtung der Strom I_S innerhalb des leitenden Stabes fließen muss, damit der Stab in Gleichgewichtslage schwebt. Begründen Sie kurz Ihre Antwort. (1 Punkt)
- d) Bestimmen Sie allgemein die Stromstärke I_S durch den Stab unter der Annahme, dass sich der Stab in Gleichgewichtslage befindet. Gehen Sie von der vektoriellen Form der wirkenden Kräfte aus. (4 Punkte)

Nachfolgend wird die Stromquelle zwischen den Klemmen $1 - 1'$ durch ein Voltmeter ersetzt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gleitet der Stab im freien Fall aus seiner Ruhelage $y = h_0$ durch das Magnetfeld der Zylinderspule. Im Folgenden soll die in der Schleife induzierte Spannung u_{ind} berechnet werden.

- e) Erläutern Sie kurz die Lenz'sche Regel und skizzieren Sie die Richtung des in der Schleife induzierten Stromes. (2 Punkte)
- f) Bestimmen Sie den magnetischen Fluss durch die Schleife in Abhängigkeit der Höhe y des beweglichen Stabes. (2 Punkte)
- g) Bestimmen Sie die zwischen den Klemmen $1 - 1'$ induzierte Spannung u_{ind} . (4 Punkte)

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 27



An der dargestellten Reihenschaltung von R , L und C liegt eine Wechselspannung \underline{U}_0 mit veränderlicher Frequenz f an.

- Berechnen Sie allgemein die Impedanz \underline{Z}_0 der Reihenschaltung und den Strom \underline{I}_0 , der in die Schaltung hineinfließt. (1 Punkt)
- Wie bezeichnet man den Fall, bei dem der Betrag des Stroms $|\underline{I}_0|$ maximal wird? (1 Punkt)
- Leiten Sie allgemein eine Formel für die Frequenz $f_{I,max}$ her, bei der der Betrag des Stroms $|\underline{I}_0|$ maximal wird. (2 Punkte)
- Geben Sie für diesen Fall allgemein die Beträge von $|\underline{I}_0|$, $|\underline{U}_x|$ sowie den Phasenwinkel φ zwischen \underline{U}_0 und \underline{I}_0 an. Begründen Sie jeweils kurz.
Hinweis: Keine Rechnung erforderlich! (3 Punkte)
- In Bezug auf Wechselstrom werden drei Arten von Leistung unterschieden. Welche Arten sind dies? (1,5 Punkte)
- Was lässt sich über jede der genannten Leistungen aus Sicht der Spannungsquelle im Fall einer Resonanz für die obige Schaltung sagen? (1,5 Punkte)

Im Folgenden soll der Amplitudengang $\frac{|U_L|}{|U_0|}(\omega)$ für die Schaltung hergeleitet werden.

- g) Zeigen Sie unter Zuhilfenahme des komplexen Spannungsteilers, dass für den komplexen Frequenzgang $\frac{U_L}{U_0}(\omega)$ gilt:

$$\frac{U_L}{U_0}(\omega) = \frac{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} + j \frac{2D \frac{\omega_0}{\omega}}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}$$

Dabei gilt: $LC = \frac{1}{\omega_0^2}$ und $RC = \frac{2D}{\omega_0}$. (3 Punkte)

Hinweis: Für eine möglichst einfache Rechnung kürzen Sie den entstehenden Bruch anfangs so, dass der Zähler 1 wird.

- h) Bestimmen Sie ausgehend von der in g) angegebenen Lösung den Amplitudengang als Betrag des Frequenzgangs $\frac{|U_L|}{|U_0|}(\omega)$ in der Form $\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$. (2 Punkte)

- i) Welchen Betrag nimmt der Amplitudengang bei $D = 1$ für $\omega = \omega_0$ ein? (1 Punkt)

Für eine feste Frequenz f soll im Folgenden das Zeigerdiagramm mit allen Strömen und Spannungen entwickelt werden. Verwenden Sie dabei die folgenden Werte:

$$R = 30 \, \Omega, L = \frac{0,1}{\pi} \, \text{H}, C = \frac{200}{\pi} \, \mu\text{F}, |U_0| = 250 \, \text{V}, f = 50 \, \text{Hz}$$

- j) Berechnen Sie zunächst den Betrag für den Strom $|I_0|$, und anschließend die Beträge der Spannungen $|U_R|$, $|U_L|$, $|U_C|$. (4 Punkte)
- k) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm (*Maßstab*: $20 \, \text{V} \hat{=} 1 \, \text{cm}$, $1 \, \text{A} \hat{=} 1 \, \text{cm}$), das alle Ströme und Spannungen sowie den Phasenwinkel φ enthält. Verwenden Sie I_0 als Bezugszeiger. (3 Punkte)

Durch Parallelschalten eines Blindwiderstandes X_P an den Klemmen A und B sollen U_0 und I_0 in Phase gebracht werden.

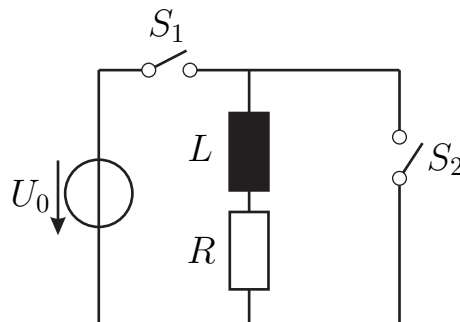
- l) Zeigt die Schaltung induktives oder kapazitives Verhalten? Begründen Sie kurz. (1 Punkt)
- m) Bestimmen Sie Art und Größe des erforderlichen Bauelements in der Form $\langle \text{Formelzeichen} \rangle_P = \frac{\langle \text{Wert} \rangle}{\pi} \langle \text{Einheit} \rangle$ und tragen Sie den Kompensationstrom I_P in das Zeigerdiagramm aus k) ein. (3 Punkte)
- Hinweis:* Lesen Sie den Betrag auf 1 A genau ab.

5 Schaltvorgänge bei Spulen

Punkte: 16

In dieser Aufgabe wird das Laden und Entladen einer Spule betrachtet.

Die Aufgabenteile a), c), e) und k) können unabhängig von den anderen Aufgabenteilen gelöst werden.



Der Schalter S_1 in dem oben dargestellten Netzwerk ist zum Zeitpunkt $t = t_0$ seit sehr langer Zeit geschlossen und der Schalter S_2 seit sehr langer Zeit geöffnet.

- a) Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt $t = t_0$. (1 Punkt)
- b) Bestimmen Sie den Strom i_L der durch die Induktivität fließt sowie die Spannung u_L über der Induktivität und die Spannung u_R über dem Widerstand zum Zeitpunkt $t = t_0$. Begründen Sie kurz Ihr Vorgehen. Zeichnen Sie die drei Größen in Ihre Skizze aus a) ein. (2 Punkte)

Der Schalter S_1 wird zum Zeitpunkt $t_1 > t_0$ geöffnet und gleichzeitig Schalter S_2 geschlossen.

Gehen Sie ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon aus, dass $t_1 = 0 \text{ s}$ gilt.

- c) Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt $t = t_1$. Übernehmen Sie bereits definierte Größen aus a) und b). (0,5 Punkte)
- d) Bestimmen Sie die Spannung über der Induktivität und die Spannung über dem Widerstand zum Zeitpunkt $t = t_1$ direkt nach dem Schließen des Schalters S_2 . (1 Punkt)
- e) Leiten Sie ausgehend vom Induktionsgesetz allgemein die Spannung über der Induktivität $u_L(t)$ in Abhängigkeit von dem Strom $i_L(t)$ her. (1,5 Punkte)

- f) Stellen Sie die homogene Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung für den Strom $i_L(t)$ der durch die Induktivität fließt für $t \geq 0$ s auf. (2 Punkte)
- Hinweis 1: Stellen Sie die Maschen- und Knotengleichung auf.
 - Hinweis 2: Nutzen Sie das Ergebnis aus e).
- g) Lösen Sie die Differentialgleichung (DGL) aus f). (3,5 Punkte)
- Hinweis: $\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + K$
- h) Bestimmen Sie den Verlauf der Spannung $u_L(t)$ über der Induktivität im gegebenen Netzwerk für $t \geq 0$ s. (1 Punkt)
- i) Bestimmen Sie die (betragsmäßig) maximale Spannung $u_L(t)$ für $t \geq 0$ s und geben Sie deren Zeitpunkt an. (1 Punkt)
- j) Skizzieren Sie den Spannungs- und den Stromverlauf $u_L(t)$ und $i_L(t)$ für $t \geq 0$ s. (1,5 Punkte)
- k) Wann geht man in der Praxis davon aus, dass die Induktivität vollständig entladen ist? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch. (1 Punkt)