

## Klausur: Grundlagen der Elektronik SS 13

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

- 1) Die Konzentrationen der Elektronen und Löcher ( $n$  und  $p$ ) sowie der ionisierten Störstellen ( $N_D^+$  und  $N_A^-$ ) im homogenen Halbleiter hängen von der Lage des Fermi-Niveaus  $W_F$  wie folgt ab:

$$n = N_L \exp\left(\frac{W_F - W_L}{kT}\right); \quad p = N_V \exp\left(\frac{W_V - W_F}{kT}\right)$$

$$N_D^+ = N_D \left( 2 \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right) + 1 \right)^{-1} \quad \text{und} \quad N_A^- = N_A \left( 4 \exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right) + 1 \right)^{-1}$$

Es sollen zwei Halbleiter (1) und (2) mit den für beide identischen Daten  $kT = 26 \text{ meV}$ ;  $N_L = N_V = 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_A = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $W_L = 1 \text{ eV}$ ,  $W_V = 0$ ,  $W_D = 0,95 \text{ eV}$ ,  $W_A = 0,6 \text{ eV}$  untersucht werden. Der einzige Unterschied besteht in den Donatorkonzentrationen  $N_{D1} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  und  $N_{D2} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

Im thermodynamischen Gleichgewicht soll die Lage der Fermi-Niveaus für beide Fälle grafisch bestimmt werden (Shockley-Diagramm).

- Berechnen Sie formel- und zahlenmäßig die Eigenleitungskonzentration  $n_i$  und das Eigenleitungsniveau  $W_i$  aus den gegebenen Gleichungen und Daten.
- Berechnen Sie zahlenmäßig die Konzentrationen  $N_{D1}^+(W_F = W_L)$ ,  $N_{D2}^+(W_F = W_L)$  und  $N_A^-(W_F = W_V)$ .
- Tragen Sie in die vorbereiteten Shockley-Diagramme (Abb. 1) unter Verwendung der Werte aus b) jeweils die Verläufe für  $n(W_F)$ ,  $p(W_F)$ ,  $N_A^-(W_F)$ ,  $N_{D1}^+(W_F)$  und  $N_{D2}^+(W_F)$  sowie die Summenkurven für positive und für negative Ladungskonzentrationen ein ( $\Sigma^+$  und  $\Sigma^-$ , bitte eindeutig beschriften!).
- Welche Fermi-Niveaus stellen sich bei Elektroneutralität ein (abgelesene Werte)? Wie groß sind jeweils die Elektronen- und Löcherkonzentrationen (Werte)? Kommentieren Sie das Ergebnis kurz.

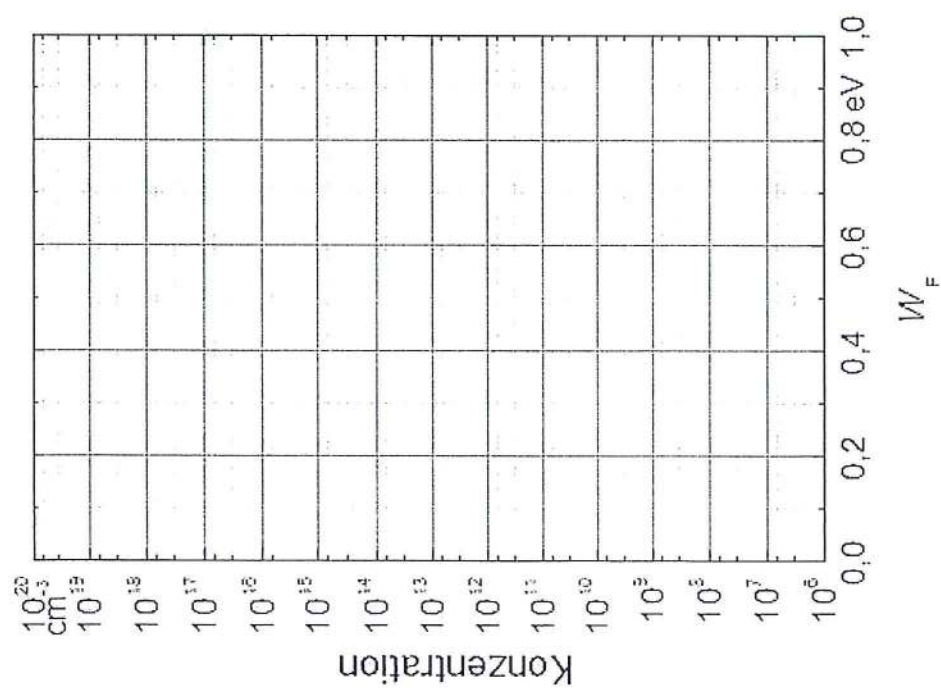
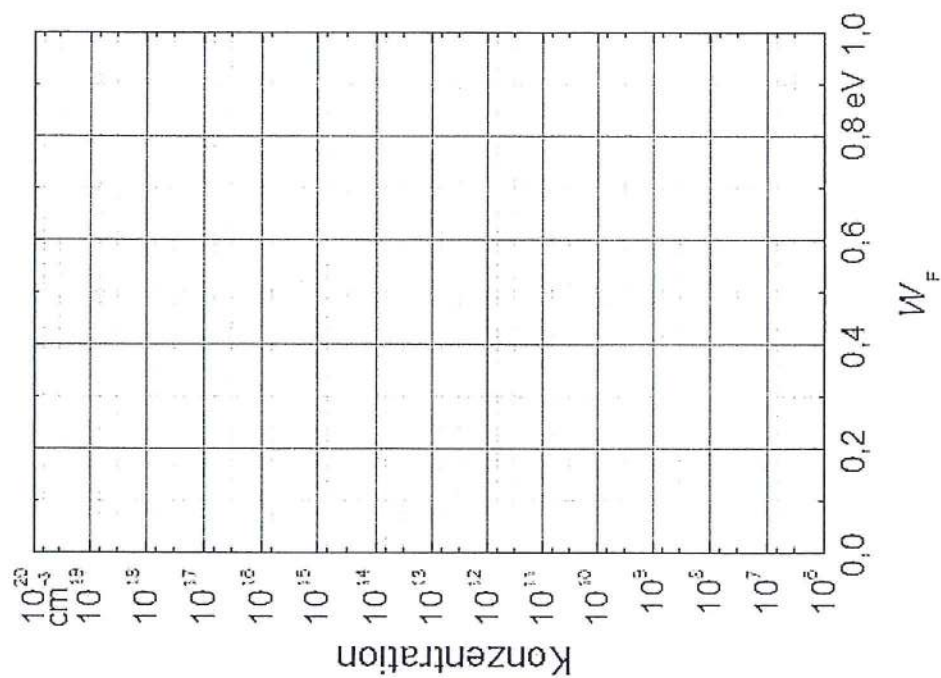


Abb. 1:  
Shockley-Diagramme für den Halbleiter 1 (links) und 2 (rechts)

- 2) Die Strom-Spannungskennlinie  $I(U)$  der idealen, abrupten  $p^+n$ -Diode (Fläche  $A_K$ ,  $N_A = N_A^+ \gg N_D = N_D^+$ ) in Abb. 2 soll ermittelt werden. Wie für eine ideale Diode üblich, sind thermische Generation/Rekombination von Ladungsträgern in der Verarmungszone und ein Spannungsabfall über den Bahngebieten zu vernachlässigen. Die Kontakte bei  $x = -d_p$  und  $x = d_n$  sind ideal ohmsch, d. h. an ihnen herrscht unter allen Bedingungen  $p_p = p_{p0}$  und  $n_p = n_{p0}$ , bzw.  $n_n = n_{n0}$  und  $p_n = p_{n0}$ .

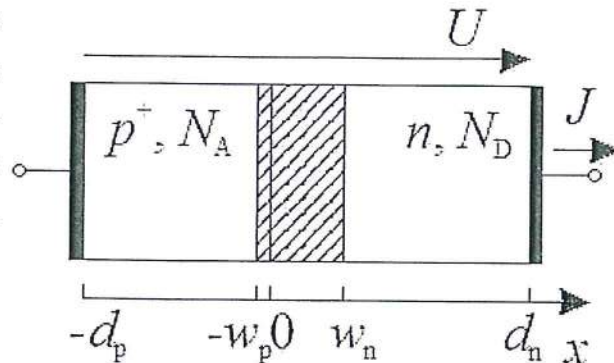


Abb. 2:  $p^+n$ -Diode, schraffiert: Verarmungszone

- Warum muss in diesem Fall nur der Löcherstrom untersucht werden? In welchem Gebiet muss die Ortsabhängigkeit der Löcherkonzentration berechnet werden?
- Stellen Sie die entsprechende Differenzialgleichung unter Verwendung von Strom- und Kontinuitätsgleichung auf.

$$J = J_n + J_p$$

$$J_n = J_{nF} + J_{nD} = \sigma_n E + q D_n \frac{dn}{dx} \quad \text{mit } D_n = kT\mu_n/q$$

$$J_p = J_{pF} + J_{pD} = \sigma_p E - q D_p \frac{dp}{dx} \quad \text{mit } D_p = kT\mu_p/q$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} \quad \text{mit } L_n = \sqrt{\tau_n D_n}$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} \quad \text{mit } L_p = \sqrt{\tau_p D_p}$$

- Geben Sie die Randbedingungen für  $p_n(w_n, U)$  und  $p_n(d_n)$  an.
- Ermitteln Sie die Lösung  $p_n(x)$  der Differenzialgleichung unter Verwendung des Ansatzes:  $p_n(x) - p_{n0} = A \sinh[(x - w_n)/L_p] + B \sinh[(d_n - x)/L_p]$ .
- Bestimmen Sie aus d)  $I(U) = I_0[\exp(aU) + b]$  und geben Sie  $I_0 = f(A_K, \mu_p, n_i, N_D, L_p, T)$ ,  $a = f(T)$  und  $b = \text{const.}$  an (Formeln).



- 3) Die in Abb. 3a dargestellte Verstärkerschaltung wird bei einer Betriebsspannung  $U_B = 16\text{ V}$  betrieben. Als weitere Daten sind bekannt:  $R_1 = 100\text{ k}\Omega$ ; die Koppelkondensatoren  $C_K$  sind so dimensioniert, dass sie bei der Wechselstromanalyse als Kurzschlüsse betrachtet werden können.

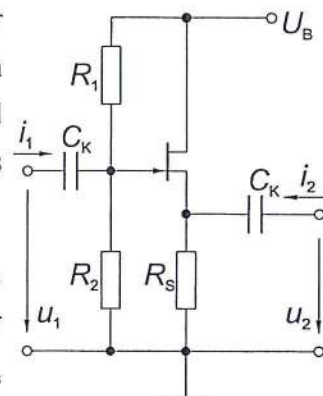


Abb. 3a

- a) Die Arbeitspunkteinstellung soll analysiert werden. Zeichnen Sie dazu das Gleichstromersatzschaltbild der Schaltung aus Abb. 3a. Tragen Sie die Spannungen  $U_{ds}$  und  $U_{gs}$  am Transistor sowie  $U_2$  und  $U_S$  über den Widerständen  $R_2$  und  $R_S$  und den Strom  $I_d$  ein. Bestimmen Sie, unter Vernachlässigung eines Gate-Leckstromes und unter der Maßgabe, dass der Arbeitspunkt des Transistors  $I_d = 60\text{ mA}$  und  $U_{ds} = 11\text{ V}$  ist, Zahlenwerte für die unbekannten  $U_{gs}$ ,  $U_S$ ,  $U_2$ ,  $R_S$  und  $R_2$ . Verwenden Sie dazu die Kennlinien der Abb. 3b, in die Sie die Arbeitsgerade entsprechend der gegebenen Daten und die beiden Arbeitspunkte eintragen.

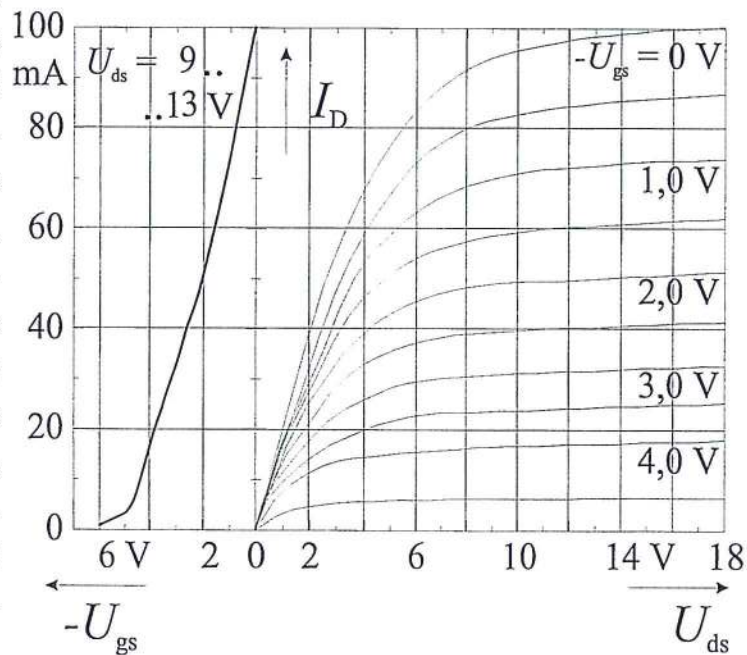


Abb. 3b

- b) Für die Wechselstromanalyse zeichnen Sie das Wechselstromersatzschaltbild unter Verwendung des FET-Ersatzschaltbildes in Abb. 3c. Um welche Grundschialtung handelt es sich? Bestimmen Sie die Parameter  $g_m$  und  $r_d$  für den gegebenen Fall aus den Kennlinien in Abb. 3b (Formel und Zahlenwert).

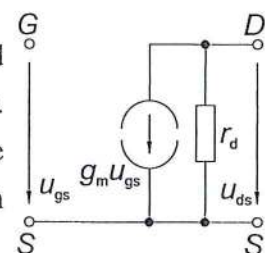


Abb. 3c

- c) Berechnen Sie Eingangs- und Ausgangswiderstand  $R_e$  bzw.  $R_a$  (bei kurzgeschlossenem Ausgang bzw. Eingang) und Leerlauf-Spannungsverstärkung  $v_{uLL}$  (Formel und Zahlenwert) der Schaltung aus Abb. 3a.

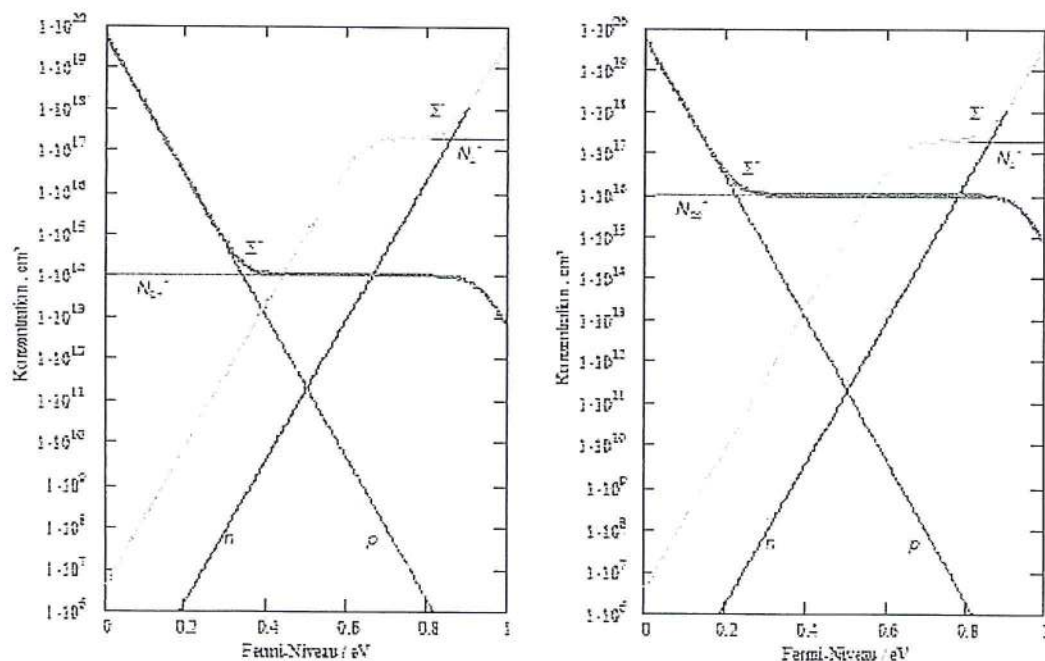
Lösungen zu 1):

- a) Aus den gegebenen Gleichungen ergibt sich

$$n_i = \sqrt{n \cdot p} = N_L \cdot \exp\left(\frac{W_V - W_L}{2kT}\right) = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{bzw. aus } n_i = N_L \cdot \exp\left(\frac{W_i - W_L}{kT}\right) \text{ folgt } W_i = \frac{W_L}{2} = 0,5 \text{ eV}.$$

- b) Einsetzen ergibt  $N_{D1}^+(W_F = W_L) = 6,7 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ,  $N_{D2}^+(W_F = W_L) = 6,7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  und  $N_A^-(W_F = W_V) = 4,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ .
- c) Zunächst werden mit den berechneten Daten die vier Asymptoten konstruiert und daraus dann die Summenkurven.



- d) Für Elektroneutralität müssen sich die positiven und negativen Ladungen ausgleichen. Am Schnittpunkt der beiden Summenkurven (fett) kann man ablesen  $W_{F1} = 0,45 \text{ eV}$  und  $W_{F2} = 0,56 \text{ eV}$ . Damit lässt sich ebenfalls ablesen  $p_1 = 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  bzw.  $n_1 = 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  und  $p_2 = 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  bzw.  $n_2 = 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Also obwohl sich die Donatorkonzentration um den Faktor 100 ändert, liegt in beiden Fällen fast Eigenleitung vor.

Lösung zu 2:

- a) Die hochdotierte Seite bestimmt den Stromfluss. Also betrachten wir  $p_n$  im  $n$ -Bahngebiet ( $w_n \leq x \leq d_n$ ).
- b) Aus Stromgleichung und Kontinuitätsgleichung ergibt sich die gesuchte Differenzialgleichung

$$J = -qD_p \frac{dp_n}{dx} \quad \text{und} \quad \frac{dp_n}{dt} = 0 = -\frac{1}{q} \frac{dJ_p}{dx} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$0 = \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{L_p^2} \quad \text{mit} \quad L_p^2 = \tau_p D_p.$$

- c) Die Randbedingungen ergeben sich nach (1.63) bzw. aus der Aufgabenstellung

$$p_n(w_n) = p_{n0} e^{\frac{qU}{kT}} \quad \text{und} \quad p_n(d_n) = p_{n0}.$$

- d) Aus den Randbedingungen ergibt sich

$$x = d_n: p_{n0} = A \sinh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right) + p_{n0} \rightarrow A = 0$$

$$x = w_n: p_{n0} e^{\frac{qU}{kT}} = B \sinh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right) + p_{n0} \rightarrow B = \frac{p_{n0} \left( e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right)}.$$

Einsetzen führt zu

$$p_n = p_{n0} \left( e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right) \frac{\sinh\left(\frac{d_n - x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right)} + p_{n0}.$$

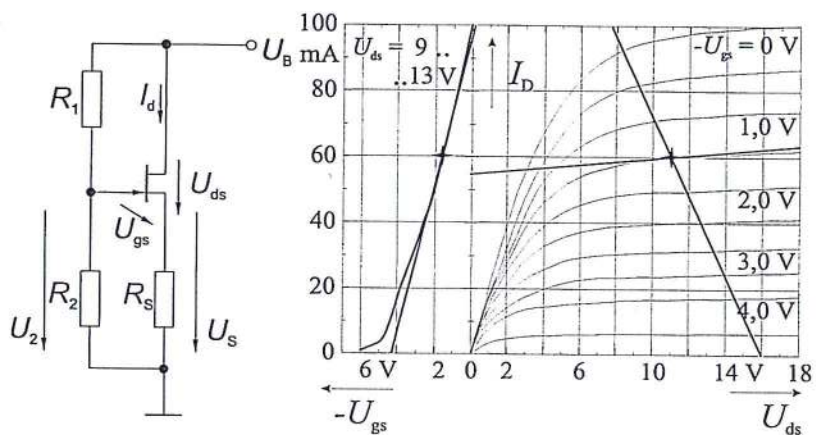
- e) Wegen der einseitig hohen Dotierung muss nur der Löcherstrom betrachtet werden. Einsetzen des Ladungsträgerverlaufs in die Stromgleichung und Berechnen an der Stelle  $x = w_n$  ergibt:

$$I = -A_K q D_p \frac{dp_n}{dx} \Big|_{x=w_n} = \frac{A_K q D_p p_{n0}}{L_p \tanh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right)} \left( e^{\frac{qU}{kT}} - 1 \right)$$

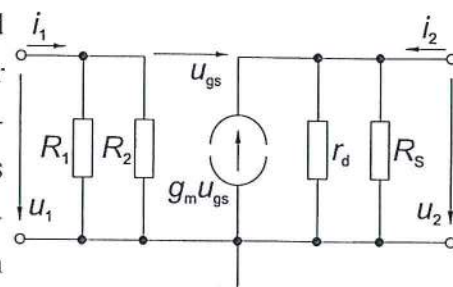
$$\rightarrow I_0 = \frac{A_K k T \mu_p n_i^2}{L_p N_D \tanh\left(\frac{d_n - w_n}{L_p}\right)}; \quad a = \frac{q}{kT}; \quad b = -1.$$

Lösung zu 3:

- a) Die Kapazitäten stellen im Gleichstromfall Leerläufe dar, sodass sich die Schaltung vereinfachen lässt. Mit dem gegebenen Arbeitspunkt und der Spannung  $U_B$  lässt sich die Arbeitsgerade im Ausgangskennlinienfeld als Gerade zwischen dem Arbeitspunkt (AP, ♦) und  $I_d = 0 / U_B = 16 \text{ V}$  konstruieren. Aus ihrer Steigung ergibt sich  $R_s = (16 - 11) \text{ V} / 60 \text{ mA} = 83,33 \, \Omega$ . Darüber fällt dann die Spannung  $U_s = I_d(\text{AP}) \cdot R_s = 5 \text{ V}$  ab. Mit der Spannung  $U_{gs} = -1,5 \text{ V}$ , die sich aus den Kennlinien ablesen lässt, errechnet sich  $U_2 = U_s + U_{gs} = 3,5 \text{ V}$ . Aus dem unbelasteten Spannungsteiler errechnet sich der Widerstand  $R_2 = U_2 R_1 / (U_B - U_2) = 28 \text{ k}\Omega$ .



- b) Einsetzen des Transistorersatzschaltbildes und Kurzschließen der Kapazitäten einschließlich der Versorgungsspannung an Masse ergibt das Wechsellinienersatzschaltbild. Bei der Schaltung handelt es sich um eine Drain-Schaltung oder einen Source-Folger. Aus den Steigungen der Kennlinien im Arbeitspunkt erhält man



$$g_m = \frac{di_d}{du_{gs}} \Big|_{u_{ds}=0} = 22,2 \text{ mS} \quad \text{und} \quad r_d = \frac{du_{ds}}{di_d} \Big|_{u_{gs}=0} = 2,25 \text{ k}\Omega.$$



- c) Der Eingangswiderstand lässt sich leicht ablesen  $R_e = u_1/i_1 = R_1 \parallel R_2 = 21,9 \text{ k}\Omega$ . Der Ausgangswiderstand berechnet sich mit  $u_{gs} = -u_2$  zu  $R_a = u_2/i_2 = r_d \parallel R_S / (1 + g_m r_d \parallel R_S) \approx R_S / (1 + g_m R_S) = 29,2 \text{ }\Omega$ . Mit  $u_{gs} = u_1 - u_2$  und  $u_2 = g_m u_{gs} r_d \parallel R_S$  gilt  $v_{uLL} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{g_m r_d \parallel R_S}{1 + g_m r_d \parallel R_S} \approx \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} = 0,65$ .



Kurzfragen ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 30 min)

- 1) Die Steilheit eines MOSFETs kann erhöht werden, wenn man...
- 2) Um welche digitale Grundschialtung handelt es sich bei dem Bild rechts unten?  
Um welche Transistoren handelt es sich bei  $M_3$  und  $M_4$ ?  
Stellen Sie die Wahrheitstabelle zur Schaltung auf:
- 3) Welche der Aussagen zum Bipolartransistor sind richtig?
- 4) Skizzieren Sie in dem vorbereiteten Diagramm den Konzentrationsverlauf der Minoritätsladungsträger in der neutralen Basis ( $x_2$  bis  $x_3$ ) eines *pnp*-Transistors (Diffusionsdreieck). Vernachlässigen Sie die Variation der Verarmungszonenbreiten mit der Spannung. Markieren Sie die Verläufe mit dem Buchstaben der Teilaufgaben;  $U_{cb}$ : Emitter-Basis-Spannung und  $U_{cb}$ : Kollektor-Basis-Spannung.
  - a)  $U_{cb}^a = 0$ ;  $U_{cb}^a > 0$ ;
  - b)  $U_{cb}^b > 0$ ;  $U_{cb}^b \ll 0$ .
  - c) Geben Sie die Minoritätsladungsträgerkonzentration  $p_n(x_3)$  in Abhängigkeit von  $U_{cb}$  formelmäßig an.
- 5) Betrachten Sie die nebenstehende Schaltung mit einem idealen Operationsverstärker. Bestimmen Sie die Ausgangsspannung  $u_a$  in Abhängigkeit von der Eingangsspannung  $u_e$  und den Widerständen.  
Wie lässt sich die Funktion der Schaltung beschreiben?
- 6) Welche der Aussagen zu einem Halbleiter im thermodynamischen Gleichgewicht sind richtig?
- 7) Welche der Aussagen zu einem idealen *pn*-Übergang mit angelegter Spannung sind zutreffend?
- 8) Gegeben ist das Bändermodell  $W(x)$  eines eigenleitenden Halbleiters. Skizzieren Sie für  $T = 0$  K die Zustandsdichte  $D(W)$  in parabolischer Näherung, die Fermi-Verteilung  $f(W)$  und die Konzentrationen der Elektronen im Leitungs- und Valenzband  $n(W)$  in den vorbereiteten Koordinatensystemen.
- 9) Welche Aussagen zur Funktion einer Solarzelle (zur Konvention der Beschaltung siehe Bild) sind zutreffend?
- 10) Bezeichnen Sie im Schnitt durch eine CMOS-Struktur die Schichten bzw. Strukturen in

den weißen Rechtecken mit (1) für das Gate-Metall oder polykristallines Si, (2) Drain- oder Source-Kontakt (Metall), (3) das Gateoxid, (4) die epitaktische Schicht, (5) das Feldoxid und (6) das Substrat.