

**1 Elektrisches Feld****Punkte: 20**

- a) Gegeben seien zwei positive Punktladungen im Vakuum entsprechend untenstehender Skizze. Zeichnen Sie die auf die Punktladungen wirkenden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  sowie die zur Berechnung dieser Kräfte relevanten Größen ein. Übertragen Sie die Skizze dazu auf Ihren Lösungszettel! (Die Aufgabenzettel werden **NICHT** abgegeben.) (1 Punkt)



Ladung 1



Ladung 2

Nachfolgend sollen das Konzept der Kapazität sowie die Strom-Spannungs-Relation am Kondensator ausgehend von der Coulombkraft hergeleitet werden.

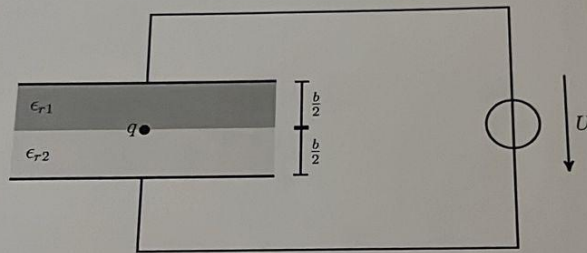
- b) Leiten Sie die Formel für das elektrische Feld  $\mathbf{E}$  aus dem Coulombschen Gesetz her. (1 Punkt)
- c) Erklären Sie das Konzept des elektrischen Potentials  $\varphi$  und beschreiben Sie, wie es aus dem elektrischen Feld berechnet wird. (2 Punkte)
- d) Erörtern Sie den Zusammenhang zwischen der elektrischen Spannung  $U$  und dem elektrischen Potential. Leiten Sie aus diesem Zusammenhang die Formel für die Spannung als Funktion des elektrischen Feldes her. (1 Punkt)
- e) Leiten Sie das Gaußsche Gesetz für eine Punktladung  $Q$  her, indem Sie das Integral des elektrischen Feldes über eine geeignete geschlossene Fläche in Kugelkoordinaten aufstellen und lösen. Fertigen Sie eine Skizze an, aus der Form und Position der geschlossenen Fläche relativ zur Punktladung ersichtlich werden. (4 Punkte)
- f) Zwei parallel angeordnete, unendlich dünne Leiterplatten mit der Fläche  $A$  und dem Abstand  $d$  sind gegeben. Leiten Sie unter Verwendung des Gaußschen Gesetzes und des Zusammenhangs zwischen elektrischer Spannung und elektrischem Feld die Formel für die Kapazität  $C = \frac{Q}{U}$  eines Plattenkondensators her. Welche Faktoren beeinflussen die Kapazität? (4 Punkte)

- g) Nutzen Sie die Definition der Kapazität  $C = \frac{Q}{U}$ , um die zeitliche Änderung der Ladung auf einem idealen Kondensator zu untersuchen. Leiten Sie daraus die Strom-Spannungs-Relation am Kondensator her. (2 Punkte)

⇒ Die Teilaufgaben h) und i) lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.

Eine positive Ladung  $q$  mit der Masse  $m$  wird gemäß der untenstehenden Abbildung genau in der Mitte zwischen zwei Kondensatorplatten platziert. Die Ladung befindet sich anfangs in Ruhe.

Hinweis: Ignorieren Sie Gravitationseffekte sowie Materialeinflüsse auf die Ladung durch die Dielektrika.



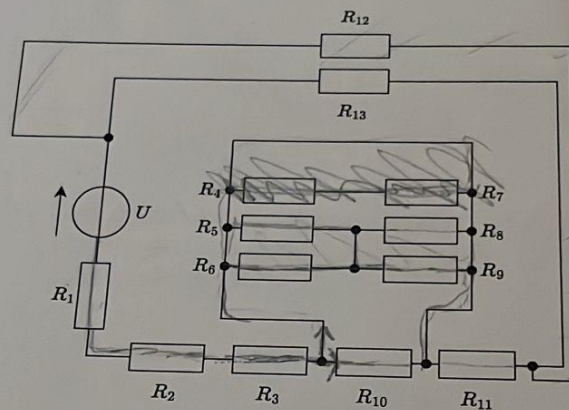
- h) Erstellen Sie eine Skizze, die die auf die Ladung einwirkenden Kräfte darstellt, und stellen Sie die Gleichung für das dynamische Kräftegleichgewicht auf. In welche Richtung wird die Ladung beschleunigt? (2 Punkte)
- i) Ermitteln Sie die Zeitspanne bis die positive Ladung auf eine der Kondensatorplatten trifft. Berücksichtigen Sie hierbei die elektrische Feldstärke im relevanten Bereich der Anordnung. (3 Punkte)



## 2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 17

Gegeben sei folgende Schaltung:



- a) Berechnen Sie alle Ströme und Spannungen des Netzwerks. (6 Punkte)

Hierbei ist:  $U = 6 \text{ V}$

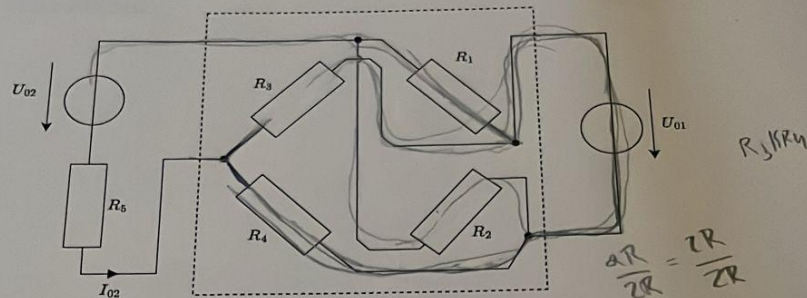
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 3 \Omega$$

$$R_7 = R_8 = R_9 = R_{10} = 1 \Omega$$

$$R_{11} = R_{12} = R_{13} = 2 \Omega$$

- b) Wie kann der elektrische Widerstand in einem Leiterquerschnitt berechnet werden?  
Geben Sie die entsprechende Formel an. (2 Punkte)

Gegeben ist das folgende Gleichstromnetzwerk:



- c) Bestimmen Sie mithilfe des Superpositionsverfahrens den Strom  $I_{02}$ . Fertigen Sie für jeden Fall, den Sie betrachten, eine gesonderte Skizze an, in die Sie relevante Größen eintragen. (6 Punkte)

**Hinweis:**

$$U_{01} = U_{02} = U$$

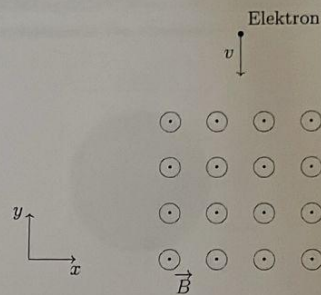
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 2R$$

- d) Welche Leistung wird in  $R_5$  umgesetzt? (1 Punkt)
- e) Aufgrund welcher Voraussetzungen kann in Aufgabenteil c) das Superpositionsverfahren angewendet werden? Nennen Sie zwei. (1 Punkt) *lineare Bauteile / lineares System*
- f) Wie wird der gestrichelt umrandete Teil der Schaltung bezeichnet? (1 Punkt) *Brückenschaltung*



## 3 Magnetfeld

Punkte: 12,5

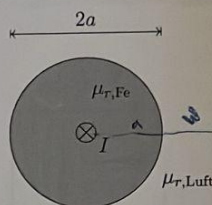


Gegeben sei das oben dargestellte scharf begrenzte homogene Magnetfeld. Die Gravitationskraft ist in allen Teilaufgaben zu vernachlässigen.

- Das Elektron bewegt sich anfangs geradlinig mit der Geschwindigkeit  $v$  in der oben dargestellten Richtung in das homogene Magnetfeld mit der Flussdichte  $B$  hinein. Durch welche magnetische Kraft wird der Weg des Elektrons bestimmt? Benennen Sie die Kraft und geben Sie sie in Formelschreibweise an. Skizzieren Sie qualitativ den Weg des Elektrons durch das homogene Magnetfeld. **Achtung:** Nutzen Sie für die Skizze Ihr eigenes Lösungsblatt! (1,5 Punkte)
- Welche weitere Kraft hat nennenswerten Einfluss auf den Weg des Elektrons? Benennen Sie diese. Leiten Sie mit ihrer Hilfe den formelmäßigen Zusammenhang für die Bahn des Elektrons im Magnetfeld her. (1,5 Punkte)
- Zeichnen Sie nun den Weg eines einzelnen Protons in Ihre Skizze ein. Das Proton bewegt sich anfangs ebenfalls geradlinig mit der Geschwindigkeit  $v$  in der oben dargestellten Richtung. **Achtung:** Machen Sie deutlich, welcher Weg zu welchem Teilchen gehört. Benennen und erläutern Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Pfaden der Teilchen. (2 Punkte)

⇒ Die Teilaufgaben d) und e) lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben a) bis c) lösen.

Betrachtet wird der Querschnitt eines von Luft umgebenen Eisendrahtes mit dem Radius  $a$  und einer unendlichen Länge gemäß nachfolgender Skizze. Der Draht sei von einem Strom  $I$  in der eingezeichneten Richtung durchflossen. Die Stromdichte im Draht sei homogen verteilt. Die magnetische Permeabilität des Drahtes sei  $\mu_{r,Fe} \gg \mu_{r,Luft}$ .



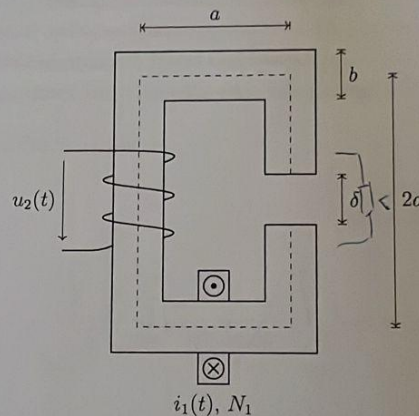
d) Zeichnen Sie die Feldlinien des von  $I$  erzeugten Magnetfelds in einer Skizze des Leiterquerschnitts ein. **Achtung:** Nutzen Sie für die Skizze Ihr eigenes Lösungsblatt! (0,5 Punkte)

e) Berechnen Sie die Magnitude der magnetischen Feldstärke  $H(r)$  in Abhängigkeit vom Abstand  $r$  von der Drahtmittellachse. (3 Punkte)



⇒ Die Teilaufgaben f) und g) lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben a) bis e) lösen.

Gegeben sei der nachfolgend dargestellte Aufbau aus Eisen ( $\mu_{Fe}$ ). Die untere Spule hat  $N_1$  Windungen und wird vom Strom  $i_1(t)$  durchflossen. Die Leiterschleife auf der linken Seite ist unbestromt; an ihren Klemmen wird die Spannung  $u_2(t)$  gemessen. Der eingezeichnete Luftspalt hat die Länge  $\delta$  und weist einen Streufaktor  $\sigma$  auf. Weitere Streuung tritt nicht auf. Nehmen Sie für den Aufbau eine durchgehend quadratische Querschnittsfläche sowie  $\delta \ll a$  an.



f) Zeichnen Sie das magnetische Ersatzschaltbild des Systems und kennzeichnen Sie die auftretenden Größen. (1,5 Punkte)

g) Bestimmen Sie die auftretenden magnetischen Widerstände. Beziehen Sie sich dabei auf die gestrichelt eingezeichnete Mittellinie und nutzen Sie die nachfolgende Definition des Streufaktors  $\sigma$ . (2,5 Punkte)

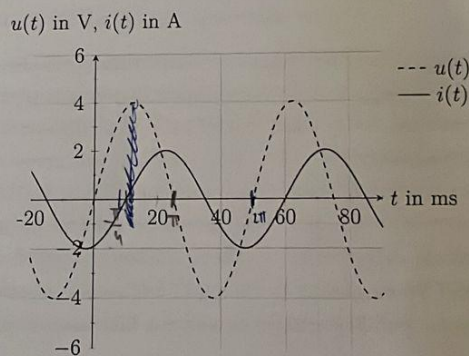
$$\sigma = \frac{\Phi_{\text{Streu}}}{\Phi_{\text{Gesamt}}}$$

## 4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 33

⇒ Bei den Teilaufgaben a) bis g) handelt es sich um Verständnisfragen. Sie lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben h) bis p) lösen.

- a) Sie haben den zeitlichen Verlauf einer Wechselspannung  $u(t)$  und des zugehörigen Wechselstroms  $i(t)$  gemäß der nachfolgenden Abbildung gemessen. Bestimmen Sie die Scheitelwerte  $\hat{u}$  und  $\hat{i}$  der Spannung  $u(t)$  bzw. des Stroms  $i(t)$ , die Frequenz  $f$  sowie den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ . Ist der dargestellte Verlauf charakteristisch für induktives oder kapazitives Verhalten? (4 Punkte)



- b) Berechnen Sie mithilfe der in Teilaufgabe a) ermittelten Größen den ruhenden **Effektivwert**zeiger der Spannung  $\underline{U}_{\text{eff}}$  zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Bestimmen Sie dazu Real- und Imaginärteil über die trigonometrischen Beziehungen. Beschreiben Sie mit diesen beiden Anteilen den resultierenden Zeiger in der komplexen Ebene. (2 Punkte)  
*Hinweis:* Alle Brüche sind für die Angabe von Real- und Imaginärteil aufzulösen.

$\alpha$ im Bogenmaß	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$\sin(\alpha)$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0
$\cos(\alpha)$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1

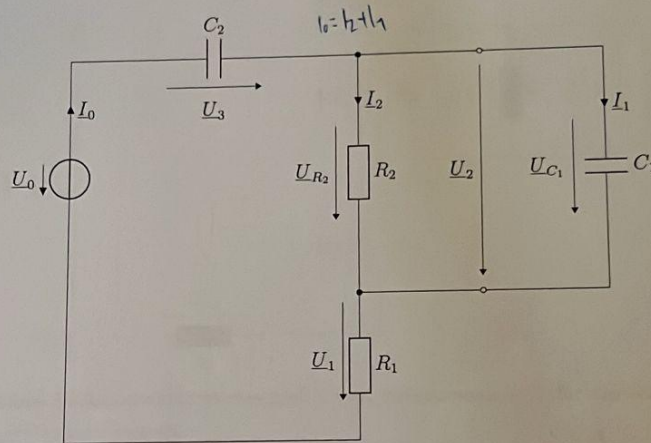


- c) Beschreiben Sie kurz, was der Effektivwert eines periodischen Wechselstroms bedeutet. Geben Sie zusätzlich die allgemeine Formel für den Effektivwert  $A_{\text{eff}}$  einer harmonischen Wechselgröße  $a(t)$  an. (2 Punkte)
- d) Erläutern Sie das Prinzip der Blindleistungskompensation mithilfe einer kurzen Erklärung anhand eines Zeigerdiagramms, welches den Strom der ursprünglichen Schaltung  $I_0$ , den neuen Gesamtstrom  $I_{0,\text{neu}}$ , den Strom durch den Zweig mit dem kompensierenden Bauteil  $I_x$  sowie die Quellspannung  $\underline{U}_0$  enthält. Verwenden Sie dafür einen Stromzeiger  $I_0 = 4 \text{ A} \cdot e^{j20^\circ}$  und einen Spannungszeiger  $\underline{U}_0 = 5 \text{ V} \cdot e^{j70^\circ}$ . Geben Sie den Betrag des Stromzeigers für das kompensierende Bauteil  $|I_x|$  an. Hinweis: Maßstäbe:  $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ V}$ ,  $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ A}$  (2,5 Punkte)
- e) Begründen Sie, welches zusätzliche Bauelement für die Kompensation gemäß Teilaufgabe d) innerhalb der Schaltung benötigt wird. (0,5 Punkte)
- f) Zeichnen Sie ein Ersatzschaltbild eines realen Parallelschwingkreises, der über eine Parallelschaltung aus einer Induktivität  $L$ , einer Kapazität  $C$  und einem ohmschen Widerstand  $R$  modelliert ist. Das Ersatzschaltbild soll die Ströme aller Zweige, den Gesamtstrom sowie die Quellspannung einer Wechselspannungsquelle beinhalten. Ermitteln Sie Real- und Imaginärteil der Gesamtadmittanz  $Y_{\text{RLC}}$  und begründen Sie anhand dieser, ob sich die Schaltung für Frequenzen kleiner der Resonanzfrequenz induktiv oder kapazitiv verhält. Zeichnen Sie weiterhin qualitativ das zugehörige Zeigerdiagramm für diesen Fall (Frequenz ist kleiner als die Resonanzfrequenz), das alle für das Ersatzschaltbild geforderten Ströme und Spannungen aufweist. (4 Punkte)
- g) Wie lautet die Impedanz  $Z_{\text{RL}}$  einer Reihenschaltung eines ohmschen Widerstandes und einer Induktivität? Zeichnen Sie diese qualitativ als Zeiger in der komplexen Ebene. Kennzeichnen Sie dabei sowohl Real- und Imaginärteil als auch den Betrag  $|Z_{\text{RL}}|$  und den Phasenwinkel  $\varphi_Z$ . Wie verhält sich dieser resultierende Phasenwinkel  $\varphi_Z$  gegenüber dem Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung  $\varphi_{\text{ui}} = \varphi_u - \varphi_i$ ? (3 Punkte)

$\begin{cases} > 0 \text{ kap} \\ < 0 \text{ in} \end{cases}$

⇒ Die Teilaufgaben h) bis l) lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.

Gegeben sei das folgende Netzwerk mit den angegebenen Größen:



Gegeben:  $|I_1| = 5,66 \text{ A}$ ,  $R_1 = R_2 = \frac{1}{2} \Omega$ ,  $I_0 = 8 \text{ A} \cdot e^{j0^\circ}$ ,  $\omega = 160 \text{ s}^{-1}$ ,  $U_3 = 2 \text{ V} \cdot e^{-j90^\circ}$

- h) Bestimmen Sie mithilfe eines Zeigerdiagramms die Ströme  $I_1$  und  $I_2$  in komplexer Schreibweise, beschrieben über Real- und Imaginärteil. Nutzen Sie dabei einen Thaleskreis. Verwenden Sie  $I_0$  als Bezugszeiger (Maßstab:  $1 \text{ A} \cong 1 \text{ cm}$ ,  $1 \text{ V} \cong 1 \text{ cm}$ ). (2,5 Punkte)

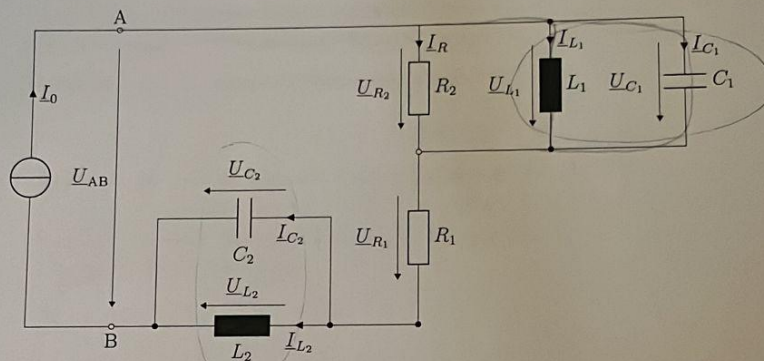
Hinweis: Bitte lassen Sie ausreichend Platz für die Teilaufgabe k).

- i) Berechnen Sie die Spannungen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_2$  und geben Sie diese in komplexer Schreibweise, beschrieben über Real- und Imaginärteil, an. (1 Punkt)
- j) Berechnen Sie die Kapazität  $C_2$ . (0,5 Punkte)
- k) Zeichnen Sie in das Zeigerdiagramm aus Aufgabenteil h) die Spannung  $\underline{U}_0$  und die Phase  $\varphi_0$  zwischen den Zeigern  $\underline{U}_0$  und  $\underline{I}_0$  ein und lesen Sie den Winkel  $\varphi_0$  ab. Geben Sie die Spannung  $\underline{U}_0$  in komplexer Schreibweise an. (3 Punkte)
- l) Berechnen Sie die komplexe Scheinleistung  $\underline{S}$  des Netzwerks und geben Sie die Wirkleistung  $P$  und die Blindleistung  $Q$  in den korrekten Einheiten an. Begründen Sie anhand der ermittelten Blindleistung, ob sich die Schaltung insgesamt induktiv oder kapazitiv verhält. (1,5 Punkte)



⇒ Die Teilaufgaben m) bis p) lassen sich unabhängig von den übrigen Teilaufgaben lösen.

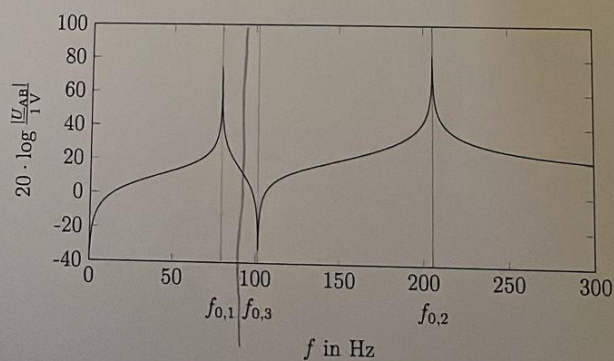
Gegeben sei das folgende Netzwerk, das mit einer variablen Frequenz  $f$  betrieben wird.



- m) Geben Sie formelmäßig an, wie groß jeweils die Spannung  $\underline{U}_{AB}$  für die beiden Fälle  $\omega = 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$  ist. (1 Punkt)

Für die folgenden Teilaufgaben gilt für die ohmschen Widerstände:  $R_1 \rightarrow 0$  und  $R_2 \rightarrow \infty$ .

- n) Die Schaltung weist bei den drei Frequenzen  $f_{0,1}$ ,  $f_{0,2}$  und  $f_{0,3}$  Resonanzen auf. Bei der Messung der betragsmäßigen Klemmenspannung  $|\underline{U}_{AB}|$  über einen Frequenzbereich von  $0 \leq f \leq 300$  Hz wird der folgende Verlauf der Spannungsamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  gemessen. Geben Sie mithilfe dieses Amplitudengangs für jede Resonanz den Typ des jeweiligen Schwingkreises an. (1,5 Punkte)



- o) Für die zwei Resonanzfrequenzen  $f_{0,1}$  und  $f_{0,2}$  lassen sich die Formeln ihrer Berechnung intuitiv mit Ihrem Wissen über Schwingkreise angeben. Wie lauten die Formeln? (1 Punkt)

*Hinweis:* Der Fokus liegt auf der korrekten Angabe der beiden Formeln. Aufgrund der nicht gegebenen Bauelementgrößen kann keine eindeutige Zuordnung erfolgen.

- p) Zeigen Sie, dass für eine dritte Resonanzfrequenz  $f_{0,3}$  gilt:

$$f_{0,3} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}}$$

Berechnen Sie dazu zunächst die Gesamtimpedanz  $Z$  des Netzwerks in der Form  $Z = -j \frac{A}{B}$ , wobei in den Termen  $A$  und  $B$  keine Brüche enthalten sind. Bestimmen Sie anschließend die Resonanzfrequenz  $f_{0,3}$  mit ihrem Wissen über die Resonanzart des zugehörigen Schwingkreises. (3 Punkte)

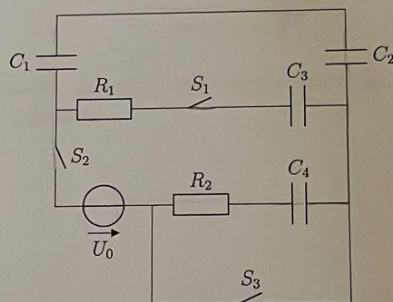


## 5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 13,5

Das unten dargestellte Netzwerk wird bei  $\omega = 0$  betrieben. Alle Kondensatoren sind zu Beginn ( $t < t_0$ ) vollständig entladen.  $C_2$  ist doppelt so groß wie  $C_1$ ,  $C_3$  ist viermal so groß wie  $C_1$  und  $C_4$  ist genauso groß wie  $C_1$ . Die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  sind gleich groß.

Die Schalter  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  befinden sich zu Beginn seit sehr langer Zeit in den eingezeichneten Positionen. Es gilt  $t_0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ .



- Der Schalter  $S_2$  wird zum Zeitpunkt  $t_0$  geschlossen. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Netzwerks und beschriften Sie die relevanten Größen. Zum Zeitpunkt  $t_1$  sei das Netzwerk vollständig eingeschwungen. Bestimmen Sie die Spannungen aller in der obenstehenden Abbildung vorhandenen Kondensatoren und Widerstände sowie die Ladung  $Q_{C_1,t_1}$  im eingeschwungenen Zustand in Abhängigkeit von  $U_0$  und  $C_1$ . (5 Punkte)
- Bestimmen Sie den Energieinhalt  $W_{\text{ges},t_1}$  des Netzwerks zum Zeitpunkt  $t_1$  in Abhängigkeit von  $U_0$  und  $C_1$ . (1 Punkt)
- Nach dem Zeitpunkt  $t_1$  wird der Schalter  $S_2$  geöffnet. Anschließend wird zum Zeitpunkt  $t_2$  der Schalter  $S_1$  geschlossen. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Netzwerks und beschriften Sie die relevanten Größen. Bestimmen Sie die Spannung  $U_{R_1,t_2}$ , die unmittelbar nach dem Schließen von  $S_1$  zum Zeitpunkt  $t_2$  an  $R_1$  anliegt. Geben Sie die Spannung in Abhängigkeit von  $U_0$  an. (2 Punkte)

- d) Zeichnen Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf der Spannung  $u_{R1}(t)$  für  $t \geq t_2$ . Kennzeichnen Sie die charakteristischen Größen im Diagramm. (1,5 Punkte)
- e) Zum Zeitpunkt  $t_3$  sei das Netzwerk wieder vollständig eingeschwungen. Anschließend, zum Zeitpunkt  $t_4$ , wird der Schalter  $S_3$  geschlossen. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild für die Masche, die für den nun einsetzenden Entladevorgang relevant ist, und zeichnen Sie die relevanten Größen ein. Stellen Sie die Differenzialgleichung für den Entladevorgang auf. Lösen Sie die Differenzialgleichung, sodass Sie den Stromverlauf  $i_{C4}(t)$  für  $t \geq t_4$  erhalten. Nutzen Sie dafür den Exponentialansatz:

$$\frac{dx(t)}{dt} = b \cdot x(t)$$

$$\iff x = a \cdot e^{b \cdot t}$$

*Hinweis: Beachten Sie, dass der Entladevorgang zum Zeitpunkt  $t = t_4$  und nicht zum Zeitpunkt  $t = 0$  beginnt.*

(4 Punkte)