

**Klausur zur Vorlesung  
"Mathematik I für Studierende der Elektrotechnik"**

**Diese Klausur hat die Nummer**

**Name** ..... **Vorname** .....

**Matrikelnummer** ..... **Studiengang** .....

**Korrektur:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
Punkte							

**Hinweise:** Name, Vorname, Matrikelnummer und den Studiengang, in dem Sie studieren, eintragen ! Leeres Papier und Kugelschreiber verwenden ! Antworten und Lösungen werden bei der Korrektur der Klausur nur dann mit Wertungspunkten versehen, wenn sie ausführlich und ausschließlich mit Methoden oder Resultaten der oben genannten **Vorlesung** begründet sind. Wenn Sie eine Aufgabenstellung nicht verstehen, dann fragen Sie eine aufsichtführende Person. Im Anschluß an die Klausuraufgaben folgen Fragen, die als Hilfestellungen bei der Bearbeitung der Klausuraufgaben gedacht sind. Weitere Hilfen sind nicht erlaubt.

**6 Klausuraufgaben**

(1) (a) Bestimmen Sie alle  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  mit  $(a + bi)^2 = 1 + 2i$ . (3 P)

(b) Bestimmen Sie alle  $(r, \varphi) \in [0, \infty) \times [0, 2\pi)$  mit  $(r \cos(\varphi) + ir \sin(\varphi))^2 = 1 - i$ . (3 P)

(2) (a) Ist die unendliche Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n^2 + n}}$  konvergent? (3 P)

(b) Beweisen Sie, daß die unendliche Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n} x^n$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  mit der Eigenschaft  $|x| < 5$  konvergiert, und berechnen Sie ihren Wert für  $x = 3$ . (3 P)

(3) (a) Untersuchen Sie die nachfolgend definierte Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  auf Differenzierbarkeit und bestimmen Sie gegebenenfalls die  $x_0 \in \mathbb{R}$ , so daß  $f$  in  $x_0$  nicht differenzierbar ist.

$$f(x) := \begin{cases} \frac{\exp(x^2) - 1}{x}, & \text{falls } x \neq 0 \\ 1, & \text{falls } x = 0 \end{cases} \quad (3 \text{ P})$$

(b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom der Ordnung 4 zu der Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := \cos(2x),$$

bei der Entwicklungsstelle  $a = \pi$ . (3 P)

(4) Berechnen Sie den Wert der folgenden Integrale.

(a)  $\int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx$  (2 P)

(b)  $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$  (2 P)

(c)  $\int_2^3 \log(x-2) dx$  (2 P)

(5) Untersuchen Sie das folgende lineare Gleichungssystem über  $\mathbb{R}$  auf Lösbarkeit und bestimmen Sie im Falle der Lösbarkeit die entsprechende Lösungsmenge.

$$\begin{array}{rrrrcl} 2x_1 & & +2x_3 & +3x_4 & = & 0 \\ x_1 & -x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & 1 \\ x_1 & +x_2 & +2x_3 & & = & 1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & = & 0 \end{array}$$

(6 P)

(6) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \text{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R}).$$

(a) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix  $S \in \text{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R})$ , so daß  $S^{-1}AS = D$  eine Diagonalmatrix ist. (4 P)

(b) Bestimmen Sie den geometrischen Typ der Menge

$$V(D, 1) := \{x \in \text{Mat}(3 \times 1, \mathbb{R}) : {}^t x D x = 1\}. \quad (2 \text{ P})$$

### Fragen, die als Hilfestellungen gedacht sind

Ist die unendliche Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  divergent ? Was ist der Wert der geometrischen Reihe im Fall ihrer Konvergenz ? Wie lassen sich die Koeffizienten des Taylorpolynoms mit Hilfe der höheren Ableitungen ausdrücken ? Wie geht partielle Integration bzw. Integration mit Hilfe der Substitutionsregel ?