Wdh.) Def.: Zwei Ereignisse A und B heißen stochastisch unabhängig, falls $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Zwei diskrete ZVen $\overbrace{\text{heißen}}^{X \text{ und } Y}$ st.u., falls

$$\underbrace{P(\overbrace{\{X = x_i\}}^{=A_i} \cap \overbrace{\{Y = y_j\}}^{=B_j})}_{=:\, p_{ij}} = \underbrace{P\overbrace{\{X = x_i\}}^{=A_i}}_{=:\, p_{i\cdot}} \cdot \underbrace{P\overbrace{\{Y = y_j\}}^{=B_j}}_{=:\, p_{\cdot j}} \quad \text{für alle } i,j$$

p_{ij} unbekannt; $p_{i\cdot}$, $p_{\cdot j}$ unbekannt; $i,j \in \mathbb{N}\setminus\{0\} = \{1,2,\dots\}$

Schätze diese durch

r_{ij} $\qquad r_{i\cdot}$ $\qquad r_{\cdot j}$

Bsp. $r_{11} = 0.04$ $\quad \dots \quad$ $r_{1\cdot} = 0.147$ $\quad r_{\cdot 1} = 0.197$

$r_{12} = 0.105$ $\quad r_{2\cdot} \approx 0.45$ $\quad r_{\cdot 2} = 0.803$

Studiengänge / Geschlecht

Hypothesenwahl:

H: $p_{ij} = p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}$ für alle i,j

d.h. ~~die~~ ZVen X und Y sind st.u.

K: $p_{ij} \neq p_{i\cdot} \cdot p_{\cdot j}$ für mind. ein Paar (i,j)

d.h. die ZVen X und Y sind stoch. abh.

Teststatistik: Chi-Quadrat-Koeff. χ^2

I: Anz. Zeilen
J: " Spalten
hier: $I = 5$, $J = 2$

$$\chi^2 = n \cdot \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \frac{(r_{ij} - r_{i\cdot} r_{\cdot j})^2}{r_{i\cdot} \cdot r_{\cdot j}}$$

Bsp.

$$= 238 \cdot \left(\frac{(0.04 - 0.147 \cdot 0.197)^2}{0.147 \cdot 0.197} + \dots + \frac{(0.076 - 0.803 \cdot 0.097)^2}{0.803 \cdot 0.907} \right)$$

$$\approx 9.315 \ngtr 9.4877 \underset{\text{Tab.}}{=} \chi^2_{\underbrace{(5-1)\cdot(2-1)}_{=4};\ \underbrace{1-0.05}_{=0.95}}$$

Unter H gilt: χ^2 ist approximativ Chi-Quadrat-verteilt mit $(I-1)\cdot(J-1)$ Freiheitsgraden

hier: $(5-1)\cdot(2-1) = \underline{\underline{4}}$

Testvorschrift: Lehne H z.N. $\underline{\underline{\alpha}}$ ab, falls $\chi^2 > \chi^2_{(I-1)\cdot(J-1);\, 1-\alpha}$