

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

11.08.2015

Name : _____

Vorname : _____

Matrikelnummer : _____

Studiengang : _____

Klausurnummer : _____

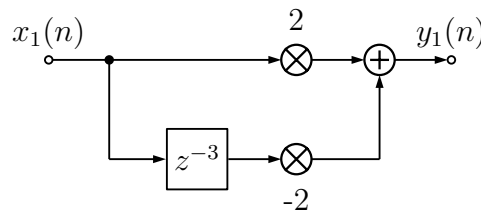
Aufgabe	Punkte	
1	/14	
2	/11	
3	/14	
4	/11	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen, Faltung und Analyse eines LTI-Systems

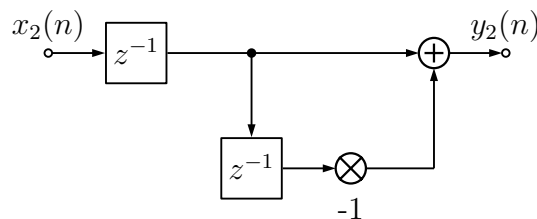
(14 Punkte)

Gegeben sind die zwei Systeme $H_1(z)$ und $H_2(z)$ mit den Eingangssignalen $x_1(n)$ bzw. $x_2(n)$ und den Ausgangssignalen $y_1(n)$ sowie $y_2(n)$, gemäß den nachfolgend dargestellten Blockschaltbildern.

$H_1(z)$:



$H_2(z)$:

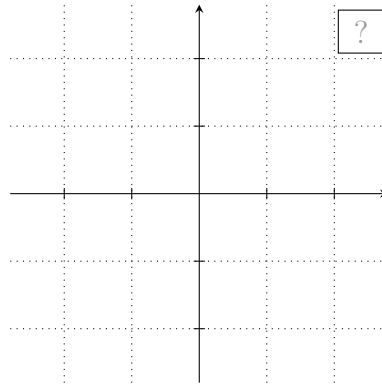


- Handelt es sich bei den FIR-Filtern $h_1(n)$ bzw. $h_2(n)$ um linearphasige Filter? Begründen Sie Ihre Antwort! (Hinweis: Überlegen Sie, inwieweit eine zusätzliche Zeitverzögerung die Linearphasigkeit eines Systems beeinflusst!)
- Berechnen Sie die z-Transformierte $H_1(z)$.
- Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H_1(z)$ in das dafür vorgesehene Diagramm auf Seite 3 ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!
- Bestimmen Sie den Phasengang $\phi_1(\Omega)$ von $H_1(e^{j\Omega})$ und skizzieren Sie diesen in das dafür vorgesehene Diagramm auf Seite 3 ein.

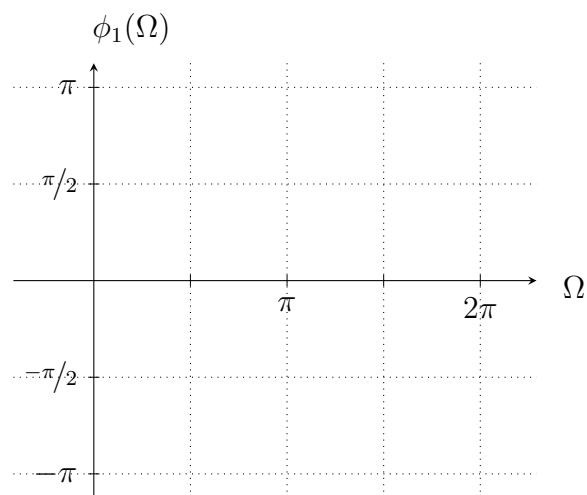
Fassen Sie nun beide Filter $h_1(n)$ und $h_2(n)$ zu einem neuen Filter $h(n)$ zusammen, indem Sie die Filter parallel schalten.

- Geben Sie die Impulsantwort des Filters $h(n)$ an.
- Handelt es sich bei dem Filter $h(n)$ um ein linearphasiges Filter? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Geben Sie die Differenzengleichung des Filters $h(n)$ an.
- Zeichnen Sie ein Blockdiagramm des FIR-Filters, das $h(n)$ beschreibt, in Transponierter Direktform II.

c)



d)



Aufgabe 2: Inverse z-Transformation

(11 Punkte)

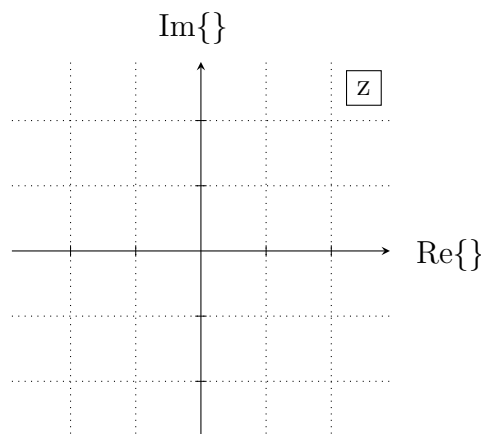
Gegeben sei folgende z-Transformierte:

$$H(z) = \frac{(z^2 - 0.9z)(z + 0.9)}{z(z + 0.5)(z - 0.5)}$$

- a) Geben Sie die Konvergenzgebiete von $H(z)$ an. Nehmen Sie im weiteren Verlauf der Aufgabe an, dass $h(n)$ eine rechtsseitige, kausale Folge ist.
- b) Berechnen Sie $h(n)$ mit der Ihnen aus der Vorlesung bekannten Methode 5) (Partialbruchzerlegung). Geben Sie $H(z)$ in der Form $H(z) = R_0 + \sum_{p=1}^P \sum_{\nu=1}^{\nu_p} R_{p,\nu} \frac{z}{(z - z_{\infty,p})^\nu}$ an.

Hinweis: *Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*

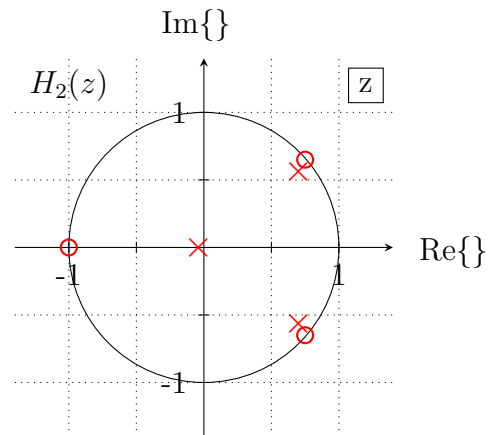
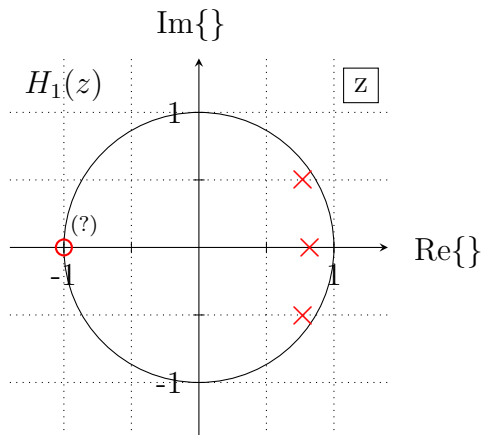
- c) Tragen Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems in das nachfolgende Diagramm ein und schraffieren Sie das Konvergenzgebiet (ROC) für die rechtsseitige Folge. Geben Sie auch die Lage der Pol- und Nullstellen, sowie die ROC, exakt an!



- d) Bestimmen Sie, ob es sich bei dem System $H(z)$ um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass, Bandpass oder eine Bandsperre handelt.

Aufgabe 3: Systemanalyse

(14 Punkte)



Sie haben vor geraumer Zeit zwei kausale IIR-Filter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ mittels der Bilinearen Transformation entworfen. In Ihren Unterlagen finden Sie leider nichts weiter, als oben gezeigte Pol-/Nullstellendiagramme und den Hinweis, dass die Cuf-off-Frequenz bei $\Omega_c = 0.2\pi$ liegt und die Welligkeit im Durchlassbereich 3 dB beträgt.

- Bestimmen Sie, ob es sich bei den Systemen $H_1(z)$ bzw. $H_2(z)$ um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass, Bandpass oder eine Bandsperre handelt. Begründen Sie Ihre Antwort!
- Sind die digitalen Filter stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!
- Ordnen Sie die Pol-/Nullstellendiagramme den IIR-Filterdesign-Methoden "Butterworth", "Cauer", "Chebyshev Typ I" bzw. "Chebyshev Typ II" zu. Begründen Sie Ihre Antwort! (Hinweis: Achten Sie auf Monotonie und Welligkeit!)
- Geben Sie die Ordnung N_0 der Nullstelle bei $z_0 = -1$ von $H_1(z)$ an.
- Geben Sie $H_1(z)$ unter Verwendung der unten gegebenen Polstellen sowie der N_0 -fachen Nullstelle in folgender Form an: $H_1(z) = z^{N_a - N_b} \cdot b_0 \frac{\prod_{\mu=1}^{N_b} (z - z_{0,\mu})}{\prod_{\nu=1}^{N_a} (z - z_{\infty,\nu})}$

$$z_{\infty,1} = 0.77 + j0.50$$

$$z_{\infty,2} = 0.82$$

$$z_{\infty,3} = 0.77 - j0.50$$

- Geben Sie an, wie viele Filterkoeffizienten benötigt werden, um $H_1(z)$ zu realisieren!
- Ihrem Auftraggeber kommt es darauf an, dass das Filter die Frequenzkomponenten im Durchlassbereich gleichermaßen behandelt. Welche der Designvarianten wird dadurch ausgeschlossen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: *Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*

Bevor das IIR-Filter $H_1(z)$ implementiert wird, möchten Sie Informationen zu den Implementierungskosten zusammenstellen. Es soll die "Direktform I" als Filterstruktur genutzt werden. Nehmen Sie im Weiteren $N_a = 4$ und $N_b = 3$ an.

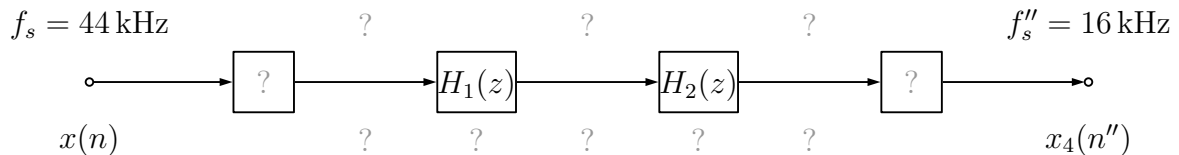
- h) Geben Sie die Länge der Impulsantwort des IIR-Filters an.
- i) Geben Sie an, wie viele Addierer, Multiplikatoren und Speicherelemente zur Implementierung benötigt werden.
- j) Können durch die Wahl einer anderen Filterstruktur Speicherelemente eingespart werden? Wenn ja, geben Sie die Anzahl der mindestens benötigten Speicherelemente an. Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung & Filterdesign

(11 Punkte)

Der Sprachmitschnitt der Vorlesung wird mit einer Abtastrate von $f_s = 44 \text{ kHz}$ aufgenommen. Ein Spracherkenner, der die Transkription anfertigen soll, arbeitet allerdings mit $f_s'' = 16 \text{ kHz}$. Ihre Aufgabe ist es nun, eine entsprechende Abtastratenwandlung durchzuführen.

- Bestimmen Sie das benötigte, teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$.
- Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate!



- Das gegebene Blockschaltbild aus Aufgabenteil b) kann durch Zusammenfassen der beiden idealen Tiefpassfilter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ zu $H(z)$ vereinfacht werden. Was für ein Filter stellt $H(z)$ dar? Geben Sie alle wichtigen Parameter an!

Sie sollen nun einen zeitdiskreten Tiefpass als FIR-Filter mit der modifizierten Fourier-Approximation und dem Kaiser-Fenster entwerfen. Folgende Spezifikationen müssen eingehalten werden:

$$N_b = 22 \quad \Omega_p = \frac{\pi}{6} \quad \delta_p = 0.1 \quad d_{st} = 54 \text{ dB}$$

- Berechnen Sie den Parameter β sowie die Welligkeit im Durchlassbereich R_p .
- Welchem Fenster ähnelt der Entwurf mit dem gefundenen Parameter β ?
- Mit welchem anderen Fenster könnten Sie die Spezifikation bzgl. der Sperrdämpfung erfüllen? Begründen Sie ihre Antwort!
- Wie schmal können Sie die Breite des Übergangsbereiches $\Delta\Omega$ wählen und dabei die gegebene Filterordnung N_b einhalten? Geben Sie zusätzlich Ω_{st} an.
- Vervollständigen Sie das untenstehende Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich mit allen notwendigen Parametern und Sperrbereichen der Filterspezifikation.

