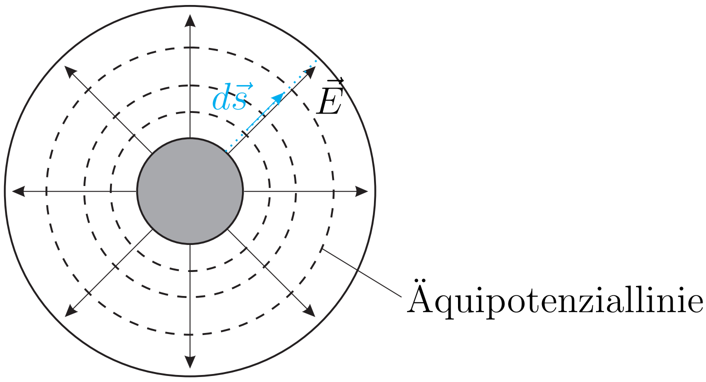
1 Elektrisches Feld

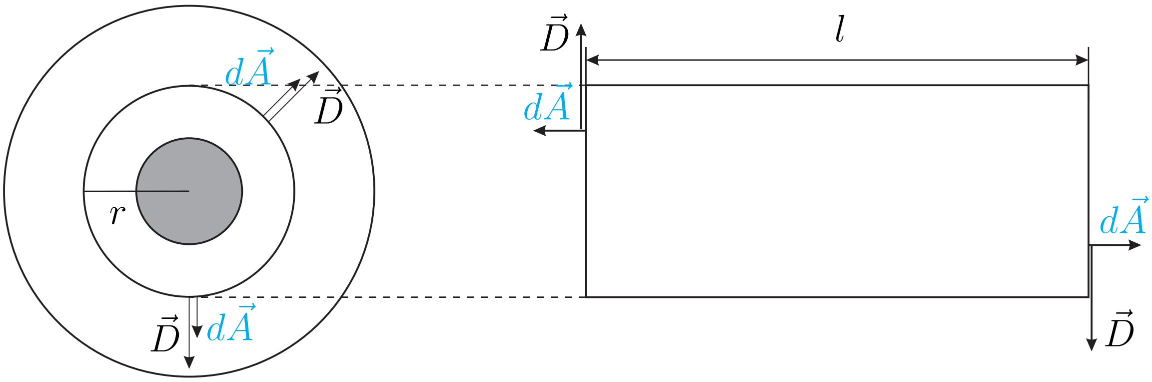
Punkte: 20

a) Skizze (1)



$\sum_a 1$

b) $Q = \iint\limits_A \vec{D} d\vec{A}$ (1)



Skizze (1)

A - zylindrische Oberfläche dessen Radius r folgende Beziehung erfüllt: $r_1 \leq r \leq r_2$

auf dem Zylindermantel $|\vec{D}| = \text{konstant}$, $\vec{D} \parallel d\vec{A}$ (0.5)

an den Enden $\vec{D} \perp d\vec{A} \;\Rightarrow \vec{D} \cdot d\vec{A} = 0$ (0.5)

$Q_0 = \iint\limits_{A-Mantel} D dA = D \iint\limits_{A-Mantel} dA = D \cdot 2\pi r \cdot l$ (1)

$D = \varepsilon(r) E(r)$ (1)

$E(r) = \frac{Q_0}{2\pi r l \varepsilon(r)} = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi r^2 l \varepsilon_1}$ (1)

$\sum_b 6$

c)
$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{s} \; (1)$$
$$\vec{E} \| d\vec{s} \text{ (siehe Skizze a))} \quad (1)$$
$$\varphi = -\int \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l r^2 \varepsilon_1} = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \int -\frac{1}{r^2} dr = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{r} + C \; (1)$$
$$\lim_{r \to \infty} \varphi = C = 0$$
$$\varphi = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{r} \; (1)$$

$\sum_c 4$

d)
$$U = \int \vec{E} d\vec{s} \; (1)$$
$$U_0 = \int E ds = \int_{r1}^{r2} \frac{d \cdot Q_0}{2\pi r^2 l \varepsilon_1} dr = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \int_{r1}^{r2} \frac{1}{r^2} dr \; (1)$$
$$U_0 = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \left. \frac{-1}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \; (1)$$

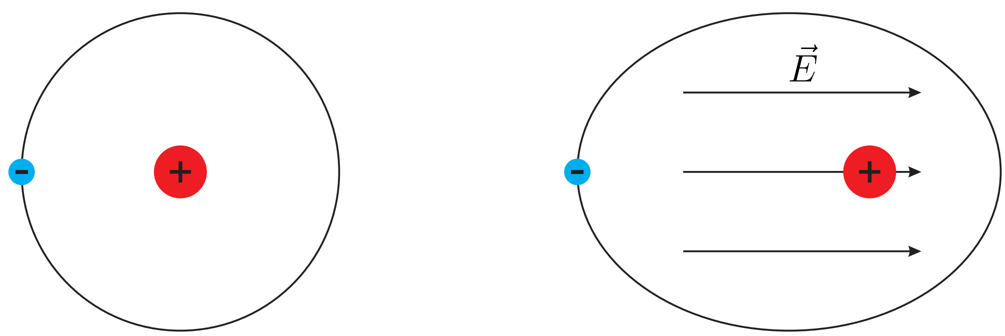
$$\text{Alternativ}: U = \varphi_{innen} - \varphi_{aussen} = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{r_1} - \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \cdot \frac{1}{r_2} = \frac{d \cdot Q_0}{2\pi l \varepsilon_1} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$\sum_d 3$

e)
$$C = \frac{Q}{U} \; (1)$$
$$C_0 = \frac{2\pi l \varepsilon_1}{d} \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \; (1)$$

$\sum_e 2$

f) ein externes elektrisches Feld bewirkt die Verschiebung des negativen und positiven Ladungsschwerpunktes eines zunächst unpolaren Systems (Atoms/Moleküls). (1)



Dipol: Eine Anordnung aus zwei entgegengesetzen, im Betrag gleich großen Punktladungen q im Abstand d (1)

Dipolmoment: $p = q \cdot d$ (1) + Skizze (1)

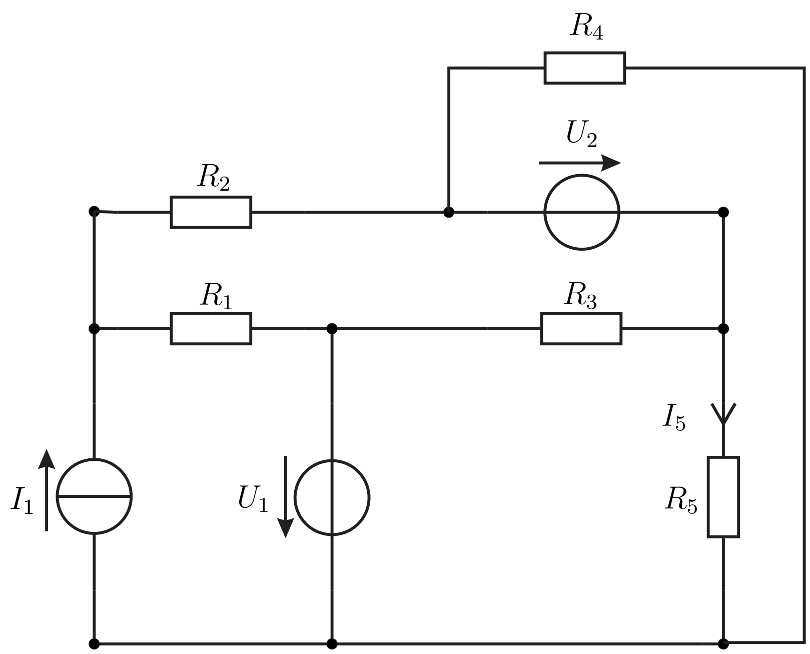
$\sum_f 4$

2 Gleichstromnetzwerk

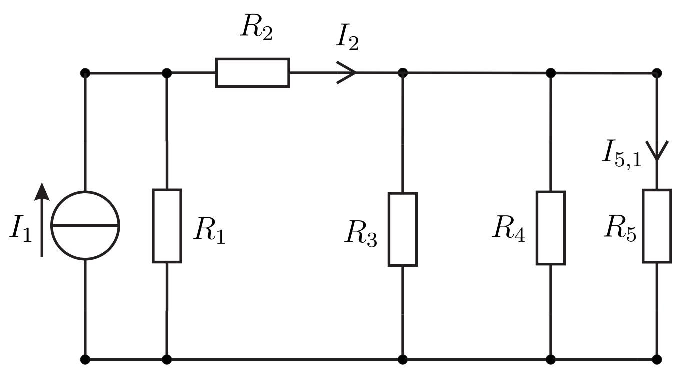
Punkte: 20

a) Superpositionsprinzip

die Wirkung jeder Quelle getrennt betrachten, danach die Einzelwirkungen zur Gesamtwirkung überlagern. Quellen, deren Wirkung gerade nicht betrachtet wird, durch ihre Innenwiderstände ersetzen.



Wirkung der Quelle I_1 auf Netzwerk.



Skizze 1 Punkt

R_{ges} bestehend aus R_3, R_4 und R_5 parallel:

$$R_{ges} = \frac{R_3 R_4 R_5}{R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}$$

Gesamtwiderstand 1 Punkt

Stromteiler über R_1 und R_2 mit R_{ges} in Reihe:

$$I_2 = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_{ges}}$$

Stromteiler I_1 1,5 Punkt

Stromteiler über R_5 und R_3 und R_4 parallel:

$$I_{5,1} = I_2 \frac{\frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}}{R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}}$$

$$I_{5,1} = I_2 \frac{R_3 R_4}{R_5(R_3 + R_4) + R_3 R_4}$$

Stromteiler mit zusammengefasstem R_3 und R_4 für $I_{5,1}$ 2,5 Punkte

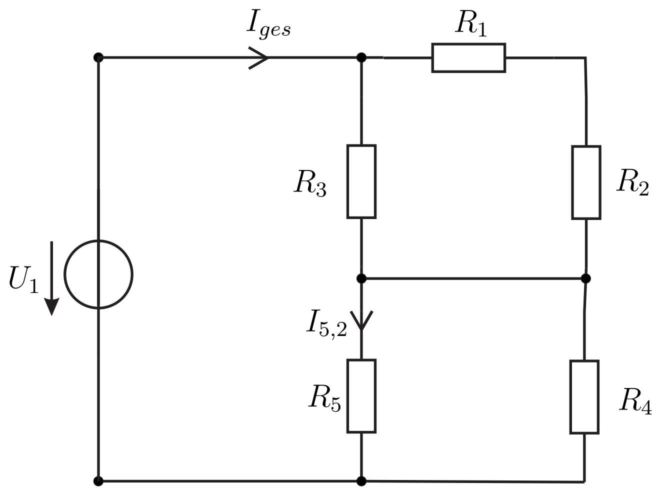
Terme bis Quelle I_1 einsetzen:

$$I_{5,1} = I_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4 R_5}{R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3}} \cdot \frac{R_3 R_4}{R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3}$$

$$I_{5,1} = I_1 \frac{R_1 R_3 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3) + R_3 R_4 R_5}$$

Berechnung in Abhängigkeit von I_1 1,5 Punkte

Wirkung der Quelle U_1 auf Netzwerk.



Skizze 1 Punkt

Ohmsches Gesetz für U_1 und Gesamtwiderstand des Netzwerks:

$$I_{ges} = \frac{U_1}{\frac{R_4 R_5}{R_4+R_5} + \frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}}$$

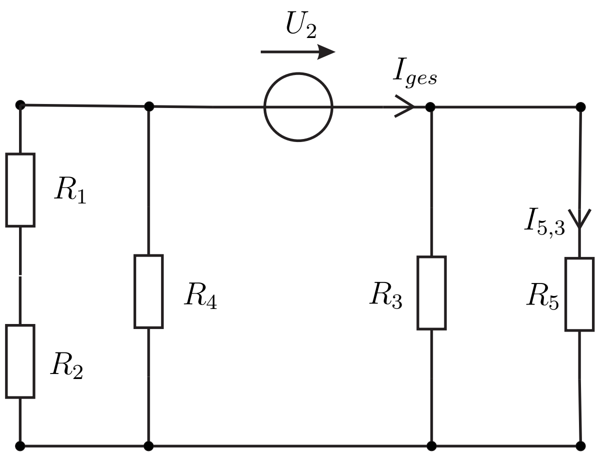
$$I_{ges} = \frac{(R_4 + R_5)(R_1 + R_2 + R_3)U_1}{(R_1 + R_2 + R_3)R_4 R_5 + (R_4 + R_5)(R_1 + R_2)R_3}$$

Ohmsches Gesetzt mit Zusammenfassung der Teilnetzwerke und kein Doppelbruch 3 Punkte
Stromteiler über R_4 und R_5:

$$I_{5,2} = I_{ges}\frac{R_4}{R_4 + R_5}$$
$$I_{5,2} = \frac{R_4(R_1 + R_2 + R_3)U_1}{(R_1 + R_2 + R_3)R_4R_5 + (R_4 + R_5)(R_1 + R_2)R_3}$$

Stromteiler und ausmultipliziert 1,5 Punkte

Wirkung der Quelle U_2 auf Netzwerk.



Skizze 1 Punkt

Ohmsches Gesetz für U_1 und Gesamtwiderstand des Netzwerks:

$$I_{ges} = \frac{-U_2}{\frac{R_3R_5}{R_3+R_5} + \frac{R_4(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_4}}$$
$$I_{ges} = \frac{-(R_3 + R_5)(R_1 + R_2 + R_4)U_2}{(R_1 + R_2 + R_4)R_3R_5 + (R_3 + R_5)(R_1 + R_2)R_4}$$

Ohmsches Gesetzt mit Zusammenfassung der Teilnetzwerke und kein Doppelbruch 3 Punkte
Stromteiler über R_3 und R_5:

$$I_{5,3} = I_{ges}\frac{R_3}{R_3 + R_5}$$
$$I_{5,3} = \frac{-R_3(R_1 + R_2 + R_4)U_2}{(R_1 + R_2 + R_4)R_3R_5 + (R_3 + R_5)(R_1 + R_2)R_4}$$

Stromteiler und ausmultipliziert 1,5 Punkte

Gesamtergerbnis Superposition:

$$
\begin{aligned}
I_5 &= I_{5,1} + I_{5,2} + I_{5,3} \\
I_5 &= I_1 \frac{R_1 R_3 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 R_4 + R_4 R_5 + R_5 R_3) + R_3 R_4 R_5} \\
&\quad + U_1 \frac{R_4 (R_1 + R_2 + R_3)}{(R_1 + R_2 + R_3) R_4 R_5 + (R_4 + R_5)(R_1 + R_2) R_3} \\
&\quad - U_2 \frac{R_3 (R_1 + R_2 + R_4)}{(R_1 + R_2 + R_4) R_3 R_5 + (R_3 + R_5)(R_1 + R_2) R_4}
\end{aligned}
$$

Superpositionsprinzip 1,5 Punkte

$\sum_a 20$

3 Zeitlich veränderliches Magnetfeld

Punkte: 20

a) Lorentzkraft (0.5) und Coulombkraft (0.5) im Gleichgewicht (1) :

$\vec{F}_l = q(\vec{v} \times \vec{B})$ (0.5) $= q \cdot \vec{E} = \vec{F}_c$ (0.5)

$\sum_a 3$

b)

$\Phi = \iint \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A}$ (1)

$A(t) = h \cdot \ell(t) = h \cdot \int v(t)\,\mathrm{d}t = h \cdot (v_0 t + \frac{1}{2}at^2)$ $(l_0 = 0)$ (1) (Ansatz richtig, Rest falsch: (0.5))

da $(\vec{A} \| \vec{B}, \vec{B}$ homogen): (0.5)

$\Phi(t) = B \cdot A(t) = B \cdot h \cdot (v_0 t + \frac{1}{2}at^2)$ (0.5)

$\sum_b 3$

c)

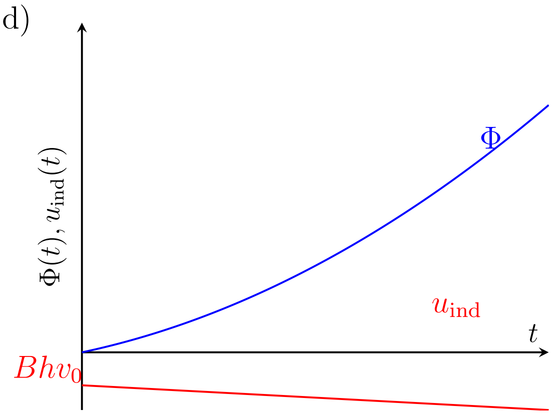
$u_{ind}(t) = -N \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$, $N = 1$ (1)

$u_{ind}(t) = -\frac{\mathrm{d}(B \cdot h \cdot t(v_0 + \frac{1}{2}at))}{\mathrm{d}t} \underset{\text{Produkt\& Kettenregel}}{=} -B \cdot h(v_0 + at)$ (2)

Die induzierte Spannung entspricht physikalisch einer Änderung des magnetischen Flusses. Wenn die Änderung des Flusses linear zunimmt (quadratischer Verlauf des magn. Flusses), dann muss die induzierte Spannung also linear ansteigen. (1) (halber Punkt, wenn nur die Ableitung, ohne den physikalischen Zusammenhang angeführt wird)

$\sum_c 4$

d)



je (1) pro signal, Beschriftung (1)

$\sum_d 3$

e) Lenz'sche Regel: Strom muss Feld verstärken (1) $\Rightarrow$ Stromfluss in mathematisch positiven Umlaufsinn. (1)

$\sum_d 2$

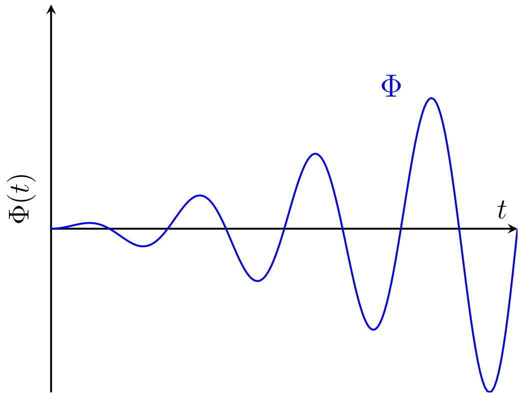
f) $B(t) = \hat{B}\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ (1)

$\sum_e 1$

g) $\Phi = B(t) \cdot A(t) = \hat{B}\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi) \cdot ht(v_0 + \frac{1}{2}at)$ (1)

$\sum_f 1$

h)



(1)

$\sum_h 1$

i)

$u_{ind}(t) = -N\frac{\mathrm{d}A(t)B(t)}{\mathrm{d}t} = -N(\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}B_0 + \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}A_0)$ (1)

($N = 1$ ist auch i.O.)

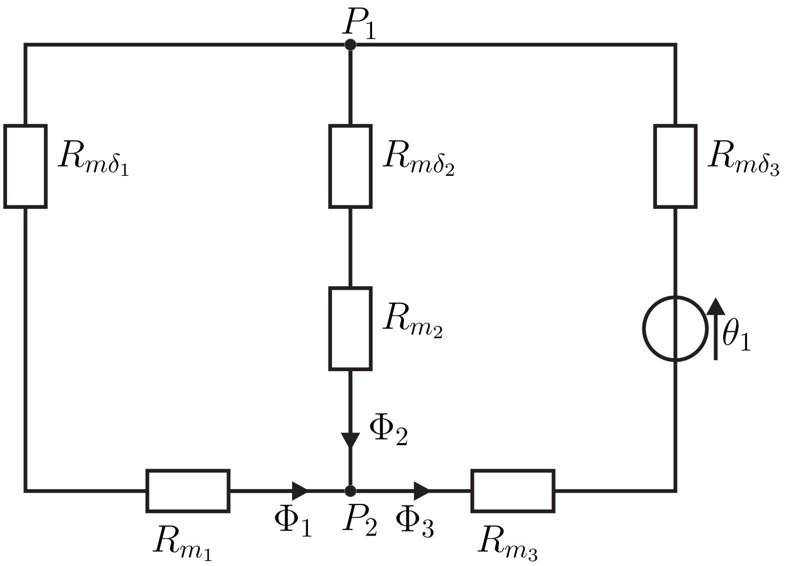
Ruhe- und Bewegtinduktion (1)

$\sum_i 2$

4 Stationäres Magnetfeld

Punkte: 10

a)



$\sum_a 2$

b)

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \; (1)$$

$$R_{m_1} = R_{m_3} = \frac{4(l-\delta)}{\mu_r \mu_0 a^2} \; (0.5)(= 2R_{m_2})$$

$$R_{m_2} = \frac{2(l-\delta)}{\mu_r \mu_0 a^2} \; (0.5)$$

$$R_{m\delta_1} = R_{m\delta_3} = \frac{4\delta}{\mu_0 a^2} \; (0.5)(= 2R_{m\delta_2})$$

$$R_{m\delta_2} = \frac{2\delta}{\mu_0 a^2} \; (0.5)$$

$$\theta_1 = N_1 \cdot I_1 \; (1)$$

$\sum_b 4$

c)

$$R_{s_2} = R_{m_2} + R_{m\delta_2} = \frac{2(l-\delta)}{\mu_r \mu_0 a^2} + \frac{2\delta}{\mu_0 a^2} = \frac{2(l-\delta+\delta\mu_r)}{\mu_r \mu_0 a^2} = R_H \; (0.5)$$

$$R_{s_1} = R_{s_3} = R_{m_1} + R_{m\delta_1} = \frac{4(l-\delta)}{\mu_r \mu_0 a^2} + \frac{4\delta}{\mu_0 a^2} = \frac{4(l-\delta+\delta\mu_r)}{\mu_r \mu_0 a^2} = 2R_H \; (0.5)$$

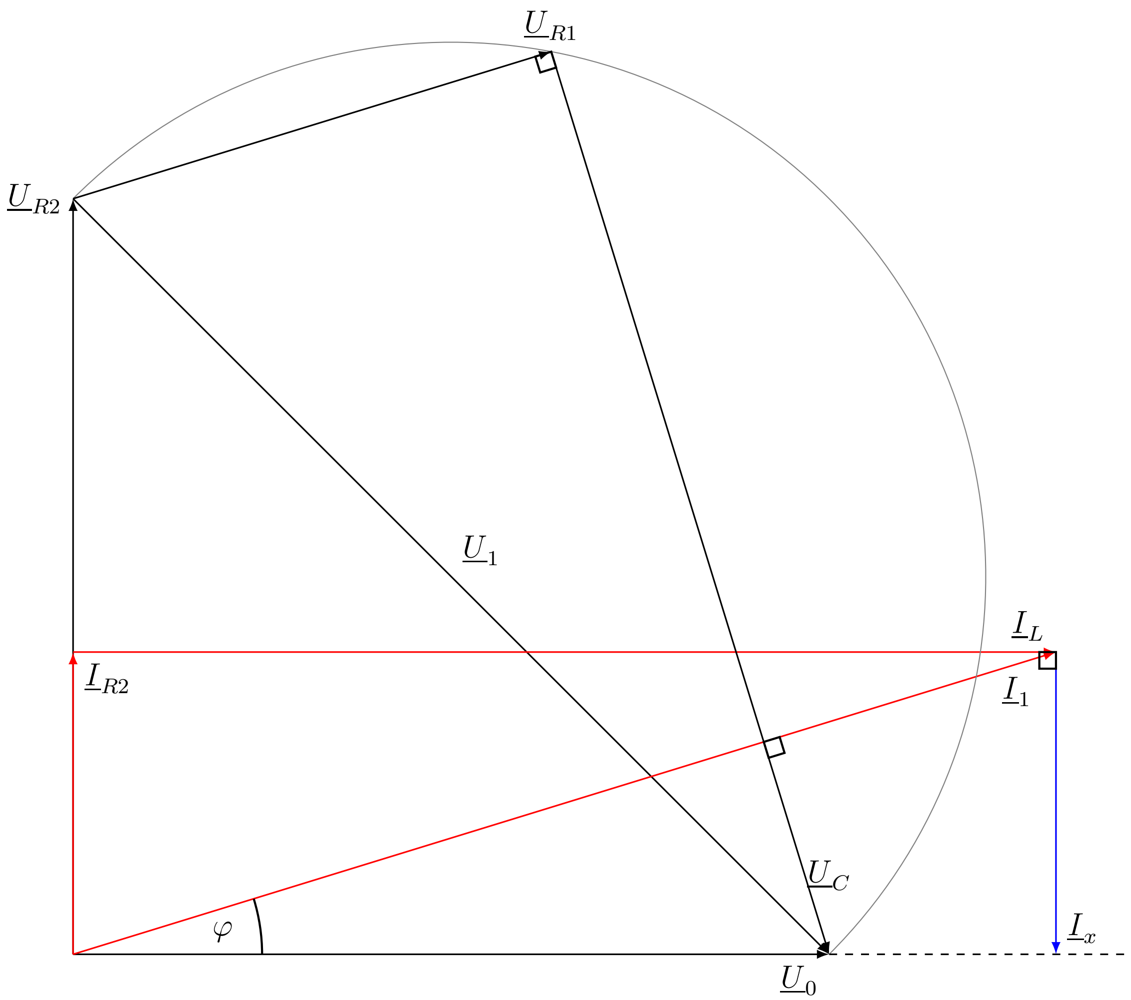
$\sum_c 1$

d)
$$\Phi = -\frac{\theta}{R_m} \; (1)$$
$$\Phi_3 = -\frac{\theta_1}{R_{s_3} + \frac{R_{s_1} R_{s_2}}{R_{s_1} + R_{s_2}}} \; (1)$$
$$\Phi_3 = -\frac{\theta_1}{2R_H + \frac{2R_H R_H}{2R_H + R_H}} = -\frac{\theta_1}{2R_H + \frac{2R_H}{3}} = -\frac{3}{8}\frac{\theta_1}{R_H}$$
$$\Phi_3 = -\frac{3}{16} \cdot \frac{\theta_1 \mu_r \mu_0 a^2}{(l - \delta + \delta \mu_r)} \; (1)$$

$\sum_d 3$

5 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30



a) 1. $\underline{U}_0$ 1 Punkt

2. $|\underline{U}_{R2}| = |\underline{U}_0|$, 90° vorauseilend 1,5 Punkt

3. $|\underline{I}_2| = \frac{10V}{25\Omega} = 0,4A$, in Phase zu $\underline{U}_{R2}$ 1,5 Punkt

4. $|\underline{I}_L| = \frac{|\underline{U}_{R2}|}{\omega L} = \frac{10V}{\frac{500}{\pi} \cdot 2\pi \frac{1}{s} \frac{10}{1,3} \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A}} = 1,3A$, 90° vor $\underline{U}_{R2}$ 1,5 Punkte

5. $|\underline{I}_1| = 1,36A$ durch ablesen 1,5 Punkt

6. U_1 einzeichnen (Hilfspfeil)

7. Thaleskreis über $U_1 =$, U_{R1} in Phase mit I_1

8. $\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_C$ 2*1 Punkt

9. $|\underline{U}_{R1}| = 6,7V$ 0,5 Punkt

10. $|\underline{U}_C| = 12,5V$ 0,5 Punkt

11. $\phi = 17°$ 1 Punkt

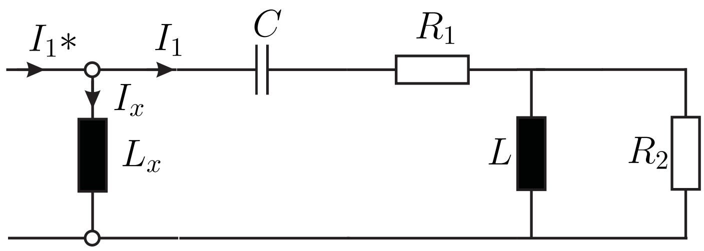
je richtigem Zeiger 1 Punkt, für jeden richtigen Betrag außer U_0 0,5 Punkte, für richtige Phase und richtig abgelesen 1 Punkt

$\sum_a 11$

b) Schaltung zeigt kapazitives Verhalten, da Strom der Spannung vorauseilt → Induktivität zur Blindleistungskompensation

$\sum_b 1$

c) $\underline{I}_1^* = \underline{I}_1 + \underline{I}_x$



aus ZD: $|\underline{I}_x| = |\underline{I}_2|$ 1 Punkt

$\omega L_x = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_x|}$ Ansatz 1 Punkt

$\Rightarrow L_x = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_2|}\frac{1}{2\pi f} = \frac{10V}{0{,}4A}\frac{1}{2\pi\frac{500}{\pi}\frac{1}{s}} = 25\mu H$ Ergebnis 1 Punkt

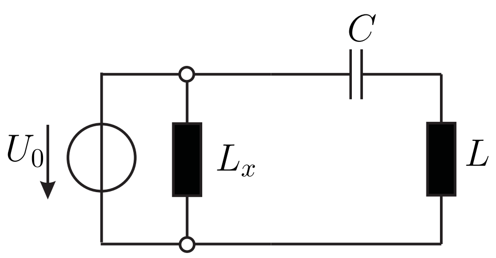
$\sum_c 3$

d) $R_1 = \frac{|\underline{U}_{R1}|}{|\underline{I}_1|} = \frac{10V}{0{,}8A} = 12,5\Omega$ 1,5 Punkte

$\frac{1}{\omega C} = \frac{|\underline{U}_L|}{|\underline{I}_1|} \Rightarrow C = \frac{|\underline{I}_1|}{|\underline{U}_C|}\frac{1}{2\pi f} = \frac{0{,}8A}{40V}\frac{1}{2\pi\frac{500}{\pi}10^3\frac{1}{s}} = \frac{800}{40}10^{-3}10^{-6}\frac{As}{V} = 20nF$ 1,5 Punkte

$\sum_d 3$

e) Ersatzschaltbild:



$\sum_e 1$

f) Reihenschwingkreis aus L und C 1 Punkt
Parallelschwingkreis aus L_x parallel zu L und C 1 Punkt

$\sum_f 2$

g)

$$\underline{Z} = \frac{j\omega L_x \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)}{j\omega L_x + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$
$$\underline{Z} = \frac{-\omega L_x \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{j\left(\omega L_x + \omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$
$$\underline{Z} = j\frac{\omega^2 L_x L - \frac{\omega L_x}{\omega C}}{\omega\left(L_x + L\right) - \frac{1}{\omega C}}$$
$$\underline{Z} = j\frac{\omega^3 L L_x C - \omega L_x}{\omega^2 C\left(L + L_x\right) - 1} = j\frac{\omega L_x - \omega^3 L L_x C}{1 - \omega^2 C\left(L + L_x\right)}$$

Ansatz 0,5 Punkte, Weg 1 Punkt, Ergebnis 0,5 Punkte

$\sum_g 2$

h) Maximale Impedanz: Parallelschwingkreis. Die Beträge der Ströme in den beiden Zweigen sind gleich, jedoch sind die Ströme um 180° phasenverschoben, so dass diese sich aufheben. Der für die speisende Quelle sichtbare Strom ist entsprechend null, sprich der komplexe Widerstand maximal. Antwort 0,5 Punkte, Begründung 0,5 Punkte

Minimale Impedanz: Reihenschwingkreis. Die Beträge der Spannungen, die jeweils über Induktivität und Kapazität abfallen, sind gleich, jedoch sind die Spannungen um 180° phasenverschoben, so dass diese sich aufheben. Die über der Schaltung abfallende Gesamtspannung ist entsprechend minimal, das gleiche gilt nach dem komplexen ohmschen Gesetz auch für die Impedanz. Antwort 0,5 Punkte, Begründung 0,5 Punkte

$\sum_h 2$

i) Beim Reihenschwingkreis wird bei Resonanz der Zähler zu 0, da dies für die Minimierung des Bruchs und damit des Betrag der Impedanz $|\underline{Z}|$ notwendig ist.

Beim Parallelschwingkreis läuft bei Resonanz der Nenner gegen null, da der Betrag der Impedanz $|\underline{Z}|$ so gegen unendlich strebt.

Antwort 0,5 je Punkte, Begründung je 0,5 Punkte

$\sum_i 2$

j) Reihenschwingkreis: Zähler gleich null

$$0 = {\omega_{01}}^3 L L_x C - \omega_{01} L_x$$
$$0 = {\omega_{01}}^2 L C - 1$$
$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Parallelschwingkreis: Nenner gleich null

$$0 = {\omega_{02}}^2 C\,(L + L_x) - 1$$
$$1 = {\omega_{02}}^2 C\,(L + L_x)$$
$$\text{ggf. mit } C = \frac{1}{{\omega_{01}}^2 L}$$
$${\omega_{02}}^2 = \frac{1}{C\,(L + L_x)} \qquad = \frac{{\omega_{01}}^2 L}{C\,(L + L_x)}$$
$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{C\,(L + L_x)}} \qquad = \omega_{01}\sqrt{\frac{L}{L + L_x}}$$

Ansatz je 0,5 Punkte, je richtiges Ergebnis 0,5 Punkte

$\sum_j 2$

k)

$$\begin{aligned}
\omega_{01} &= \frac{1}{\sqrt{20 \cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A} \cdot 80 \cdot 10^{-9}\frac{As}{V}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1600 \cdot 10^{-12} s^2}} \\
&= \frac{1}{40} \cdot 10^6 \frac{1}{s} \\
&= 25 \cdot 10^3 \frac{1}{s}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{02} &= \frac{1}{\sqrt{C\,(L + L_x)}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{(20 + 11.25) \cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A} \cdot 80 \cdot 10^{-9}\frac{As}{V}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2500 \cdot 10^{-12}}} \frac{1}{s} \\
&= \frac{1}{50} \cdot 10^6 \frac{1}{s} \\
&= 20 \cdot 10^3 \frac{1}{s}
\end{aligned}$$

je richtiges Ergebnis 0,5 Punkte

$\sum_k 1$