Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer
Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3840

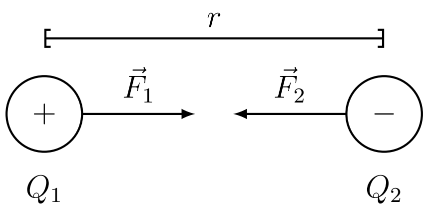
Grundlagen der Elektrotechnik

Lösungsvorschlag zu den Klausuraufgaben F'20

1 Elektrisches Feld

Punkte: 23

a)



Grafik (1)

$\sum_{a)} 1$

b)

$$\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = 1 \text{ (1)}$$

$\sum_{b)} 1$

c)

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \text{ (1) Vektorielle Darstellung ebenfalls richtig!}$$

$\sum_{c)} 1$

d) Man spricht von einem Feld, wenn sich der physikalische Zustand eines Objekts im Raum ändert, ohne dass ein direkter Kontakt mit einem anderen Objekt besteht. (1)

Alternativ: Ein Feld ist eine Raumeigenschaft, die auf Objekte Kräfte ausübt, aber auch ohne Anwesenheit von Objekten existieren kann.

$\sum_{d)} 1$

e)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \text{ (0.5) Betragsform ebenfalls richtig!}$$

Die elektrische Feldstärke ist der Quotient aus auf eine Probeladung wirkende Kraft und der Probeladung. (0.5)

Die Kräftewirkung auf die Ladung wird als Raumeigenschaft dargestellt. (1)

$\sum_{e)} 2$

f) Vektorfeld (1)

Skalarfeld: Der Raum ändert nur den Betrag einer Eigenschaft des Testkörpers (0.5)

Vektorfeld: Der Raum ändert Betrag und Richtung einer Eigenschaft des Testkörpers (0.5)

$\sum_{f)} 2$

g)

$$\Psi = \iint_A \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} \text{ (1)}$$

Ladung Q im Inneren $\rightarrow \Psi = Q$ (0.5)

Keine Ladung im Inneren $\rightarrow \Psi = 0$ (0.5)

$\sum_{g)} 2$

h)

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e}_r$$

$$\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e}_r \text{ (1)}$$

Integration über geschlossene Kugeloberfläche A_k für $r =$ konstant

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \oiint_{A_k} \vec{e}_r \vec{e}_A \, \mathrm{d}A \text{ (1)}$$

Richtungsvektoren des E-Feldes und der Kugeloberfläche zeigen in selbe Richtung:
$\vec{e_A} = \vec{e_r}$,
$\vec{e_r} \cdot \vec{e_r} = 1$

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \oiint_{A_k} 1\, \mathrm{d}A$$

Oberfläche einer Kugel: $A_k = 4\pi r^2$,

$$\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{A} = Q \,(1)$$

$\sum_{h)} 3$

i)

$$C = \frac{Q}{U} \,(0.5)$$

Kapazität ist die Fähigkeit, Ladungen / elektrostatische Energie zu speichern. (0.5)

$\sum_{i)} 1$

j)

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{U} \\ &= \frac{\oiint_{A_k} \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{A}}{\int \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{s}} \,(1) \end{aligned}$$

Das elektrische Feld liefert nur über die Fläche A einen Beitrag zum elektrischen Fluss,
$\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{A}$ zeigen in die selbe Richtung,
$\vec{E}$ und $\mathrm{d}\vec{s}$ zeigen in die selbe Richtung,
E ist über $\mathrm{d}s$ homogen (1)

$$\begin{aligned} C &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E A}{E d} \,(1) \\ &= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \end{aligned}$$

$\sum_{j)} 3$

k) 1. Annahme einer Probeladung $\pm Q$ auf den Elektroden. Dadurch entsteht das Feld der elektrischen Flussdichte $\vec{D}$. (0.5)

2. Berechnung der elektrischen Flussdichte als Ortsfunktion. (0.5)

3. Bestimmung der Feldstärke und der Spannung U_{12} zwischen den Elektroden in Abhängigkeit von der Ladung. (0.5)

4. Berechnung der Kapazität $C = \frac{Q}{U_{12}}$ (0.5)

$\sum_{k)} 2$

l)

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{U} \\ Q &= CU \\ \mathrm{d}Q &= C\,\mathrm{d}U \\ \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} &= C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \; (1) \\ I &= C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \; (1) \end{aligned}$$

$\sum_{l)} 2$

m)

$$\underline{I} = j\omega C \underline{U} \; (1)$$

Die komplexen Zahlen vereinfachen die Analyse und Berechnungen bei Wechselstrom, zum Beispiel da Zeitableitungen sowie Integrationen über die Zeit in der Frequenzebene als Multiplikationen bzw. Divisionen mit $j\omega$ gelöst werden können. (1)

$\sum_{m)} 2$

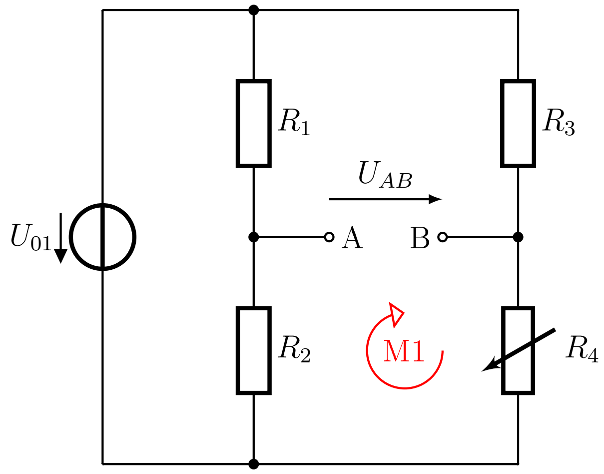
$\sum_{A1} 23$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 15

a)

R_5 sowie C_1 entfallen für alle weiteren Betrachtungen, da es sich um ein Gleichstromnetzwerk im eingeschwungenen Zustand handelt. (1)



(0.5)

Masche M1 über R_2 und R_4:

$$
\begin{aligned}
0 &= U_{AB} + U_{R4} - U_{R2} \text{ (1)} \\
U_{AB} &= U_{R2} - U_{R4} \\
&\text{mit:} \\
U_{R2} &= U_{01} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ (0.5)} \\
U_{R4} &= U_{01} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3} \text{ (0.5)} \\
U_{AB} &= U_{01}\left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_4 + R_3}\right] \\
&= U_{01} \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4) - R_4 \cdot (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \\
U_{AB}(R_4) &= U_{01} \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \text{ (1)}
\end{aligned}
$$

$\sum_{a)} 4.5$

b) Brückenschaltung oder Wheatstonesche Messbrücke oder H-Brücke (1)

$\sum_{b)} 1$

c) Anwendungen in der Messtechnik. Bei kleinen Änderungen von R_4 ergeben sich große Änderungen von U_{AB}. (1)

$\sum_{c)} 1$

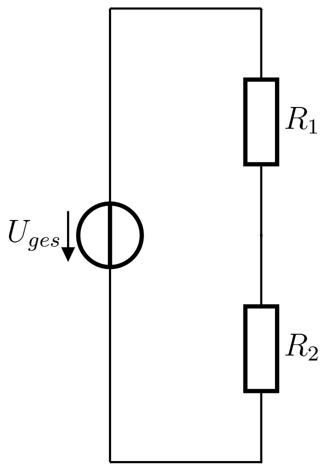
d)

$$
\begin{aligned}
R_4 &= 0: \\
\text{aus a): } U_{AB} &= U_{01} \cdot \frac{R_2 R_3}{(R_1 + R_3) R_3} \\
\text{mit: } R_1 &= R_2 \\
U_{AB} &= U_{01} \cdot \frac{1}{2} = \frac{U_{01}}{2} \; (1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_4 &= R_1: \\
\text{aus a): } U_{AB} &= U_{01} \cdot \frac{0}{4R_1} \\
U_{AB} &= 0 \; (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_{d)} 2$

e) Zeichnung mit relevanten Größen:



(0.5)

mit:

$$
\begin{aligned}
U_{R_2} &= R_2 \cdot I_{ges} \\
U_{ges} &= (R_1 + R_2) \cdot I_{ges}
\end{aligned}
$$

(0.5)

daraus folgt:

$$\frac{U_{R_2}}{U_{ges}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{e)} 1.5$

f)

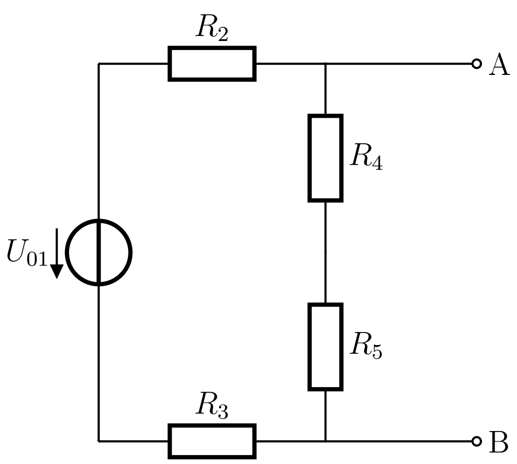
$$\frac{1}{3} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ (0.5)}$$
$$R_1 = 2R_2 \text{ (0.5)}$$

$\sum_{f)} 1$

g) Messbereichserweiterung an einem Spannungsmessgerät (0.5)

$\sum_{g)} 0.5$

h) Betrachte U_{01}:

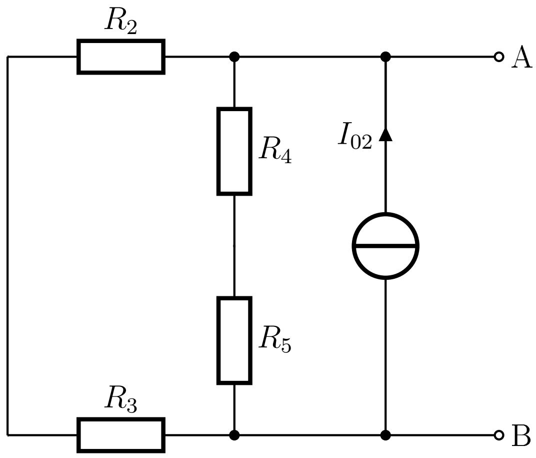


(0.5)

Spannungsteiler aus $(R_4 + R_5)$ und $(R_2 + R_3)$:

$$U_{AB,U01} = U_{01}\frac{R_4 + R_5}{R_4 + R_5 + R_2 + R_3} \text{ (1)}$$

Betrachte I_{02}:



(0.5)

$$\begin{aligned} U_{AB,I02} &= R_i \cdot I_{02} \text{ (0.5)} \\ &= \frac{(R_2 + R_3) \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} \cdot I_{02} \text{ (0.5)} \end{aligned}$$

damit:

$$U_{AB,ges} = \frac{U_{01} \cdot (R_4 + R_5) + (R_2 + R_3) \cdot (R_4 + R_5) \cdot I_{02}}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} \text{ (0.5)}$$

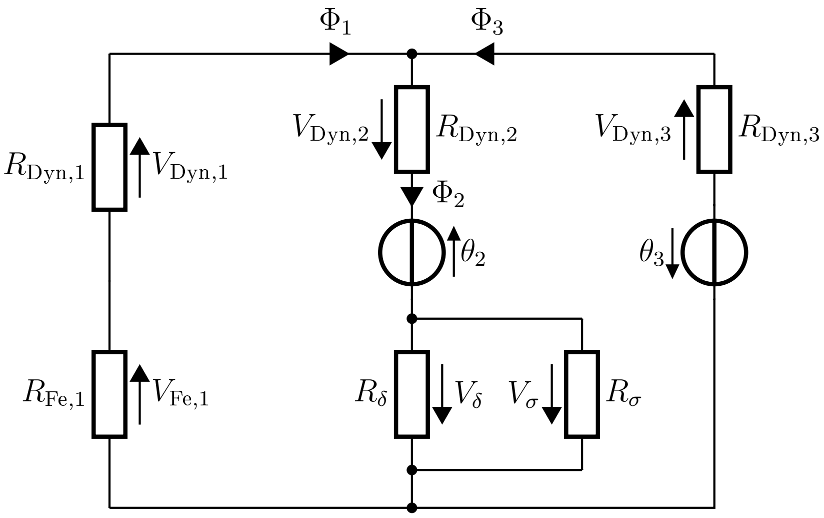
$\sum_{h)} 3.5$

$\sum_{A2} 15$

3 Magnetfeld

Punkte: 16

a)



(2)

$\sum_{a)} 2$

b) $R_\delta \Rightarrow$ magnetischer Widerstand des (idealisierten) Luftspalts ohne Streuung

$R_\sigma \Rightarrow$ magnetischer Ersatzwiderstand zur Modellierung der Streuung am Luftspalt

(0.5)

$$\begin{aligned}
& & V_\sigma &= V_\delta & \qquad \Phi_\sigma &= \sigma \cdot \Phi_2 \\
&\Leftrightarrow & \Phi_\sigma \cdot R_\sigma &= \Phi_\delta \cdot R_\delta & \qquad \Phi_\delta &= (1-\sigma) \cdot \Phi_2 \\
&\Leftrightarrow & \sigma \cdot \Phi_2 \cdot R_\sigma &= (1-\sigma) \cdot \Phi_2 \cdot R_\delta \\
&\Leftrightarrow & \sigma \cdot R_\sigma &= (1-\sigma) \cdot R_\delta \\
&\Leftrightarrow & R_\sigma &= \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot R_\delta \\
&\Rightarrow & f &= \frac{1-\sigma}{\sigma}
\end{aligned}$$

Ansatz: (0.5) , Ergebnis: (0.5)

$\sum_{b)} 1.5$

c)

$$R_{\text{Luft},2} = \frac{R_\sigma \cdot R_\delta}{R_\sigma + R_\delta} = \frac{\left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot R_\delta\right) \cdot R_\delta}{\left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot R_\delta\right) + R_\delta} = \frac{\frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot {R_\delta}^2}{\frac{1-\sigma+\sigma}{\sigma} \cdot R_\delta} = (1-\sigma) \cdot R_\delta$$

Ansatz: (0.5) , Ergebnis: (0.5)

$\sum_{c)} 1$

d)

$$R_{\text{Dyn},1} = \frac{2 \cdot l_1 + l_3 - l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)}$$

$$R_{\text{Fe},1} = \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Fe}} \cdot a^2} \text{ (0.5)}$$

$$R_{\text{Dyn},2} = \frac{l_3 - \delta_2}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)}$$

$$R_\delta = \frac{\delta_2}{\mu_0 \mu_{r,\text{Luft}} \cdot a^2} = \frac{\delta_2}{\mu_0 \cdot a^2} \text{ (0.5)}$$

$$R_{\text{Dyn},3} = \frac{2 \cdot l_2 + l_3}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{d)} 2.5$

e)

$$
\begin{aligned}
R_1 &= R_{\text{Dyn},1} + R_{\text{Fe},1} \\
&= \frac{2 \cdot l_1 + l_3 - l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Fe}} \cdot a^2} \\
&= \frac{5 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + \frac{l_{\text{Fe}} \cdot \frac{\mu_{r,\text{Dyn}}}{\mu_{r,\text{Fe}}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ mit } \mu_{r,\text{Dyn}} \ll \mu_{r,\text{Fe}} \Rightarrow \frac{\mu_{r,\text{Dyn}}}{\mu_{r,\text{Fe}}} \approx 0 \\
&= \frac{5 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)} \\
R_2 &= R_{\text{Dyn},2} + R_{\text{Luft},2} \\
&= \frac{l_3 - \delta_2}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + (1 - \sigma) \cdot \frac{\delta_2}{\mu_0 \cdot a^2} \text{ mit } \delta_2 \ll l_3 \Rightarrow l_3 - \delta_2 \approx l_3 \\
&= \frac{4 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + (1 - \frac{1}{3}) \cdot \frac{\delta_2 \cdot \mu_{r,\text{Dyn}}}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ mit } \delta_2 \cdot \mu_{r,\text{Dyn}} = 3 \cdot s \\
&= \frac{4 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \\
&= \frac{4 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} + \frac{2 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \\
&= \frac{6 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)} \\
R_3 &= R_{\text{Fe},3} = \frac{6 \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)} \\
R_{1,3} &= \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \\
&= \frac{\frac{5 \cdot 6 \cdot s^2}{\left(\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2\right)^2}}{\frac{(5+6) \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2}} \\
&= \frac{30}{11} \cdot \frac{s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)} \\
R_{1,2} &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\
&= \frac{\frac{5 \cdot 6 \cdot s^2}{\left(\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2\right)^2}}{\frac{(5+6) \cdot s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2}} \\
&= \frac{30}{11} \cdot \frac{s}{\mu_0 \mu_{r,\text{Dyn}} \cdot a^2} \text{ (0.5)}
\end{aligned}
$$

$\sum_{e)} 2.5$

f)

$$\theta_2 = N_2 \cdot I_2 = \Phi_2 \cdot (R_2 + R_{1,3}) \ (0.5)$$
$$\Rightarrow \Phi_2 = N_2 \cdot I_2 \cdot \frac{11}{96} \cdot \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= V_3 \ (0.5) \\ \Leftrightarrow \Phi_1 \cdot R_1 &= \Phi_3 \cdot R_3 \\ \Leftrightarrow \Phi_1 &= \Phi_3 \frac{R_3}{R_1} \\ \Leftrightarrow \Phi_1 &= \frac{6}{5} \cdot \Phi_3 \ (0.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= \Phi_1 + \Phi_3 \\ &= \frac{6}{5}\Phi_3 + \Phi_3 \\ &= \frac{11}{5}\Phi_3 \\ \Rightarrow \Phi_3 &= \frac{5}{11}\Phi_2 = N_2 \cdot I_2 \cdot \frac{5}{96} \cdot \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5) \\ \Rightarrow \Phi_1 &= \frac{6}{11}\Phi_2 = N_2 \cdot I_2 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5) \end{aligned}$$

$\sum_{f)} 3$

g)

$$\begin{aligned} L_2 &= {N_2}^2 \frac{\Phi_2}{\theta_2} \ (0.5) = {N_2}^2 \frac{1}{R_2 + R_{1,3}} = {N_2}^2 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5) \\ L_3 &= {N_3}^2 \frac{\Phi_2}{\theta_2} = {N_3}^2 \frac{1}{R_3 + R_{1,2}} = {N_3}^2 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5) \\ M &= k \cdot \sqrt{L_2 \cdot L_3} \\ &= \sqrt{L_2 \cdot L_3} \\ &= \sqrt{\left({N_2}^2 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s}\right) \cdot \left({N_3}^2 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s}\right)} \ (0.5) \\ &= \sqrt{{N_2}^2 \cdot {N_3}^2 \cdot \left(\frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s}\right)^2} \\ &= N_2 \cdot N_3 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \ (0.5) \end{aligned}$$

$\sum_{g)} 2.5$

h)

$$f_1 = \frac{1}{T_1}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{1}{T_1}$$

$$\hat{I}_1 = I_{eff,1} \cdot \sqrt{2}$$

$$i_1(t) = \hat{I}_1 \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_{0,1})$$

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \hat{I}_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_{0,1})$$

$$\left(\frac{di_1(t)}{dt}\right)_{max} = \hat{I}_1 \cdot \omega_1 = I_{eff,1} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\pi \frac{1}{T_1} \; (0.5)$$

$$u_{i,2}(t) = M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$\hat{U}_2 = M \cdot \left(\frac{di_1(t)}{dt}\right)_{max} = N_2 \cdot N_3 \cdot \frac{11}{96} \frac{\mu_0 \mu_{r,\mathrm{Dyn}} \cdot a^2}{s} \cdot I_{eff,1} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\pi \frac{1}{T_1} \; (0.5)$$

$$\sum_{h)} 1$$

$$\sum_{A3} 16$$

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30

a)
- Lineares System (0.5)
  (lineare Bauteile, beschrieben durch lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten)
- Eingeschwungener Zustand (0.5)
- Konzentrierte Parameter
  (im Vergleich zu verteilten Parametern in der Hochfrequenztechnik)

$\sum_{a)} 1$

b)

$$\hat{u} = 10\,\mathrm{V} \quad (0.5)$$
$$\hat{u} = 5\,\mathrm{A} \quad (0.5)$$
$$f = \frac{1}{20\,\mathrm{ms}} = 50\,\mathrm{Hz} \quad (1)$$
$$\varphi = -90° \quad (1)$$

Bauteil: Kondensator (1)

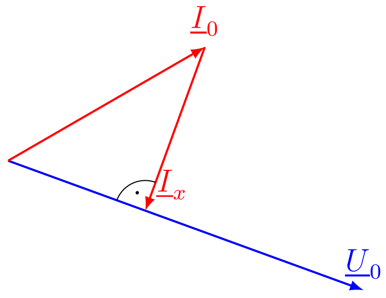
$\sum_{b)} 4$

c) $\hat{u} = \sqrt{2}U$ (1)

$\sum_{c)} 1$

d) Ein der Spannungsquelle parallelgeschaltetes Bauteil verschiebt den Phasenwinkel zwischen speisender Spannung und dem speisenden Strom so, dass er null ergibt. Der Zeiger des Stroms $\underline{I}_x$ durch das Bauteil steht senkrecht auf dem Spannungszeiger $\underline{U}_0$ (1)

Zeigeradiagramm (1)



$\sum_{d)} 2$

e) Die Blindwiderstände an Kapazität und Induktivität sind im Resonanzfall betragsmäßig gleich groß. (1)

$\sum_{e)} 1$

f)

$$\frac{S_{\text{neu}}}{S_{\text{alt}}} = \frac{U_{0,\text{neu}} \cdot I_{0,\text{neu}}}{U_{0,\text{alt}} \cdot I_{0,\text{alt}}} = \frac{U_{0,\text{neu}} \cdot U_{0,\text{neu}}/\,|\underline{Z}|}{U_{0,\text{alt}} \cdot U_{0,\text{alt}}/\,|\underline{Z}|} \;(0.5)$$
$$= \frac{0{,}5U_{0,\text{alt}} \cdot 0{,}5U_{0,\text{alt}}}{U_{0,\text{alt}} \cdot U_{0,\text{alt}}} \;(0.5) \; = 0{,}25$$

Nein. Die Scheinleistung ist frequenzabhängig, somit hängt sie bei einer Verdoppelung von ω vom konkreten Netzwerk ab.

$\sum_{f)} 1$

g)

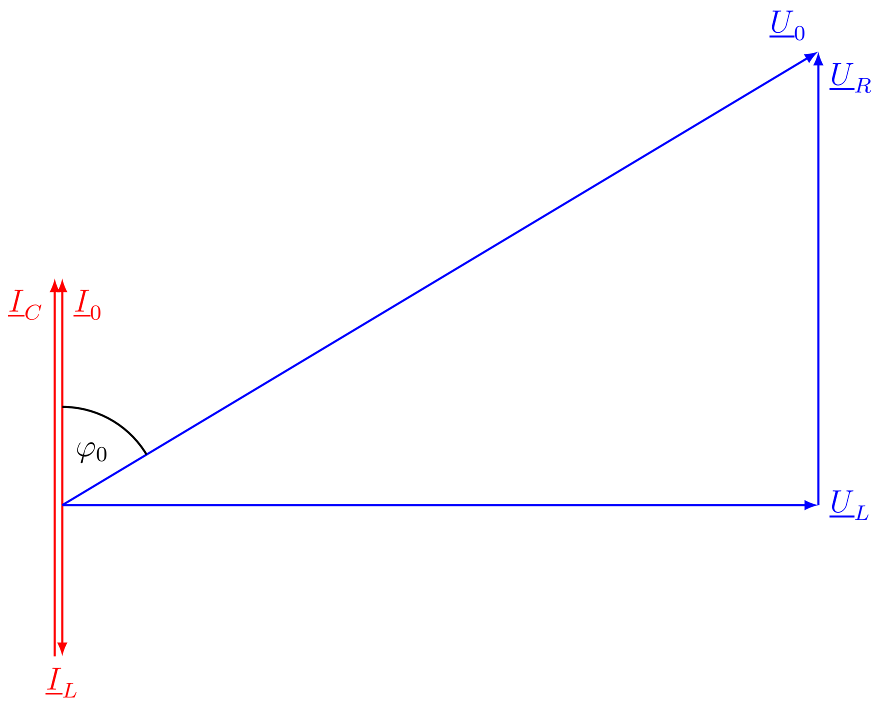
$$|\underline{U}_L| = |\underline{I}_L| \cdot \omega L \;(0.5)$$
$$|\underline{U}_L| = 1\,\text{A} \cdot 500\,\text{s}^{-1} \cdot 0{,}02\,\text{V}\,\text{s}\,\text{A}^{-1} = 10\,\text{V} \;(0.5)$$
$$|\underline{I}_C| = |\underline{U}_L| \cdot \omega C \;(0.5)$$
$$|\underline{I}_C| = 10\,\text{V} \cdot 500\,\text{s}^{-1} \cdot 0{,}0005\,\text{A}\,\text{s}\,\text{V}^{-1} = 2{,}5\,\text{A} \;(0.5)$$

$\sum_{g)} 2$

h) und j)

Zeiger $\underline{I}_L$ (0.5) , $\underline{I}_C$ (0.5) , $\underline{I}_0$ (0.5) korrekt je ein halber Punkt

$|\underline{I}_0| = 1{,}5\,\text{A}$ (0.5) (korrekt abgelesen)



$\sum_{h)} 2$

i) $|\underline{U}_R| = R\,|\underline{I}_0|$ (0.5) $= 4\,\Omega \cdot 1{,}5\,\text{A} = 6V$ (0.5)

$\sum_{i)} 1$

j) siehe h) Für $\underline{U}_R$ (0.5) und $\underline{U}_0$ (0.5) je ein Punkt

$\sum_{j)} 1$

k) φ_0 korrekt eingezeichnet (0.5)

$$\varphi_0 \approx 59^\circ \text{ (0.5)}$$
$$\underline{U}_0 = 10\,\text{V} + j \cdot 6\,\text{V} \text{ (0.5)}$$
$$\underline{I}_0 = j \cdot 1{,}5\,\text{A} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{k)} 2$

l)

$$\underline{S} = \underline{U}_0 \underline{I}_0^* \text{ (0.5) } = (10\,\text{V} + j \cdot 6\,\text{V}) \cdot j(-1{,}5\,\text{A}) = 9\,\text{W} - j \cdot 15\,\text{var}$$
$$P = 9\,\text{W} \text{ (0.5)}$$
$$Q = 15\,\text{var} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{l)} 1.5$

m)

$$|\underline{I}_0|\,(\omega = 0) = 0 \text{ (0.5)}$$
$$|\underline{I}_0|\,(\omega \to \infty) = 0 \text{ (0.5)}$$

$\sum_{m)} 1$

n)

$$f_{0,1} : \text{Reihenschwingkreis (0.5)}$$
$$f_{0,2} : \text{Reihenschwingkreis (0.5)}$$
$$f_{0,3} : \text{Parallelschwingkreis (0.5)}$$

$\sum_{n)} 1.5$

o) Vertauschen von $f_{0,1}$ und $f_{0,2}$ ist in Ordnung.

$$f_{0,1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \text{ (1)}$$
$$f_{0,2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \text{ (1)}$$

$\sum_{o)} 2$

p)

$$\begin{aligned}
\underline{Z} &= \frac{\left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \text{ (1)} \\
&= \frac{-\omega^2 L_1 L_2 + \frac{L_1}{C_2} + \frac{L_2}{C_1} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}}{j\omega L_1 + j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2}} \\
&= \frac{\omega^4 L_1 L_2 C_1 C_2 - \omega^2 L_1 C_1 - \omega^2 L_2 C_2 + 1}{j\left(\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right) \cdot (-\omega^2 C_1 C_2)} \\
&= -j \frac{\omega^4 L_1 L_2 C_1 C_2 - \omega^2 (L_1 C_1 + L_2 C_2) + 1}{\omega^3 (L_1 C_1 C_2 + L_2 C_1 C_2) - \omega (C_1 + C_2)} \text{ (1)}
\end{aligned}$$

Bei Parallelresonanz $|\underline{Z}| \to \infty \Rightarrow$ Nenner$=0$ (0.5)

$$\begin{aligned}
0 &= \omega_{0,3}^3 C_1 C_2 (L_1 + L_2) - \omega_{0,3}(C_1 + C_2) \\
0 &= \omega_{0,3}^2 C_1 C_2 (L_1 + L_2) - C_1 - C_2 \\
\omega_{0,3}^2 &= \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 (L_1 + L_2)} \\
\Rightarrow f_{0,3} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 (L_1 + L_2)}} \text{ (0.5)}
\end{aligned}$$

$\sum_{p)} 3$

q)

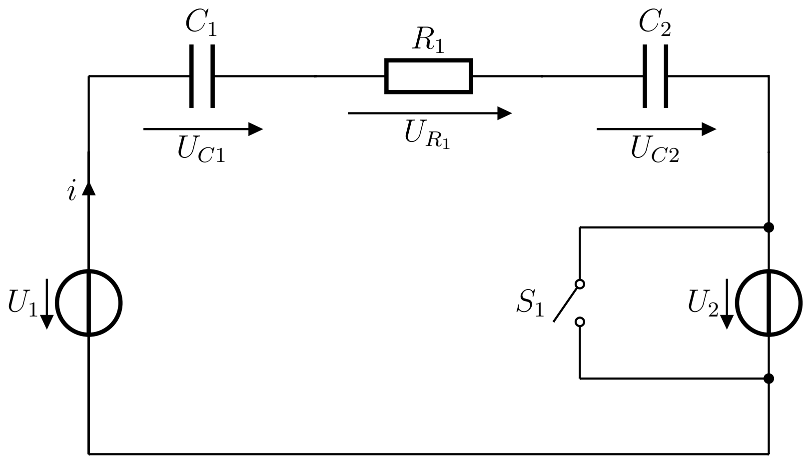
$$\begin{aligned}
0 &= \omega_0^4 L_1 L_2 C_1 C_2 - \omega_0^2 (L_1 C_1 + L_2 C_2) + 1 \text{ (0.5)} \\
0 &= \Omega^2 - \Omega \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2}{L_1 C_1 L_2 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1 L_2 C_2} \text{ (0.5)} \\
\Omega_{1,2} &= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} \pm \sqrt{\frac{(L_1 C_1 + L_2 C_2)^2}{4 L_1^2 C_1^2 L_2^2 C_2^2} - \frac{4 L_1 C_1 L_2 C_2}{4 L_1^2 C_1^2 L_2^2 C_2^2}} \text{ (0.5)} \\
\Omega_{1,2} &= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 \pm \sqrt{(L_1^2 C_1^2 + 2 L_1 L_2 C_1 C_2 + L_2^2 C_2^2 - 4 L_1 C_1 L_2 C_2}}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} \\
\Omega_{1,2} &= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 \pm \sqrt{(L_1 C_1 - L_2 C_2)^2}}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} \\
&= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 \pm (L_1 C_1 - L_2 C_2)}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} \text{ (0.5)} \\
\Omega_1 &= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 - L_1 C_1 + L_2 C_2}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} = \frac{2 L_2 C_2}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} = \frac{1}{L_1 C_1} \\
\Omega_2 &= \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 + L_1 C_1 - L_2 C_2}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} = \frac{2 L_1 C_1}{2 L_1 C_1 L_2 C_2} = \frac{1}{L_2 C_2} \\
\Rightarrow f_{0,1} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \text{ (0.5)} \qquad \text{und} \qquad f_{0,2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \text{ (0.5)}
\end{aligned}$$

$\sum_{q)} 3$

$\sum_{A4} 30$

5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren

Punkte: 12



a) Maschengleichung

$$0 = -U_1 + U_{C1} + U_{R1} + U_{C2} + U_2 \text{ (0.5)}$$
$$0 = -U_1 + U_{C1} + U_{C2} + U_2$$

$\sum_{a)} 0.5$

b) Bestimmung der Spannung U_{C1} in Abhängigkeit der Spannung U_1

aus der Aufgabenbeschreibung folgt:

$$U_{C1} = 2 \cdot U_{C2} \text{ und } \frac{1}{3} \cdot U_1 = U_2 \text{ (0.5)}$$

$\Rightarrow$ in Maschengleichung einsetzen:

$$\frac{3}{2} \cdot U_{C1} = \frac{2}{3} \cdot U_1 \text{ (0.5)}$$
$$U_{C1} = \frac{4}{9} \cdot U_1 \text{ (0.5)}$$

$\sum_{b)} 1.5$

c) Bestimmung der in den Kapazitäten gespeicherten Energie

$$\begin{aligned} W_{\text{gesamt}} &= W_{C1} + W_{C2} \text{ (0.5)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot {U_{C1}}^2 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot {U_{C2}}^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot (\frac{4}{9} \cdot U_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot C_1 \cdot (\frac{2}{9} \cdot U_{C1})^2 \\ &= C_1 \cdot \frac{4}{27} \cdot {U_1}^2 \text{ (0.5)} \end{aligned}$$

alternativer Rechenweg mit:

$$C\text{gesamt} = \frac{2}{3} \cdot C_1$$

$\sum_{c)} 1$

d) Ab hier: Zusammenfassung von U_1 und U_2 als U_{Quelle}

$$W_{\text{gesamt}_{\text{alt}}} \sim C_{\text{gesamt}} \cdot {U_{\text{Quelle}_{\text{alt}}}}^2 \ (0.5)$$

Schließen des Schalters $S_1 \Leftrightarrow$ Ausschalten von $U_2 \Leftrightarrow$ Erhöhung von U_{Quelle} um $\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow W_{\text{gesamt}_{\text{neu}}} \sim C_{\text{gesamt}} \cdot (\frac{3}{2} \cdot U_{\text{Quelle}_{\text{alt}}})^2 \ (1)$$
$$\Rightarrow (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2,25 \ (0.5)$$

$\sum_{d)} 2$

e)

$$F = \frac{C \cdot U^2}{2 \cdot d} \rightarrow F \sim U^2 \ (0.5)$$
$$U_{\text{neu}} = \frac{3}{2} \cdot U_{\text{alt}}$$
$$\rightarrow F_{\text{neu}} = ((\frac{3}{2}^2)) \cdot F_{\text{alt}} = 2,25 \cdot F_{\text{alt}} \ (0.5)$$

$\sum_{e)} 1$

f)

$$U_{\text{Quelle}} = \frac{3}{2} \cdot U_{C1}(t) + R \cdot i \ (0.5)$$
$$i = C_1 \cdot \frac{dU_{C1}(t)}{dt} \ (0.5)$$
$$U_{\text{Quelle}} = \frac{3}{2} \cdot U_{C1}(t) + R \cdot C_1 \cdot \frac{dU_{C1}(t)}{dt} \ (1)$$

$\sum_{f)} 2$

g) Analog zu Aufgabenteil b)

$$U_{C1} = 2 \cdot U_{C2} \text{ und } \frac{1}{3} \cdot U_1 = U_2$$

$\Rightarrow$ in Maschengleichung einsetzen:

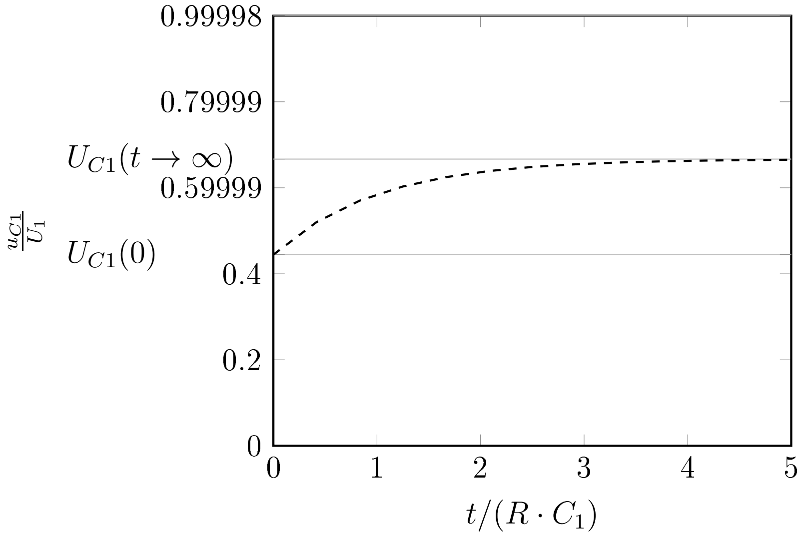
$$\frac{3}{2} \cdot u_{C1}(t=0) = \frac{2}{3} \cdot U_1 \ (0.5)$$
$$u_{C1}(t=0) = \frac{4}{9} \cdot U_1 \ (0.5)$$

$$\sum_{g)} 1$$

h)

$$U_1 = u_{C1}(t \to \infty) + u_{C2}(t \to \infty) \ (0.5)$$
$$u_{C1}(t \to \infty) = 2 \cdot u_{C2}(t \to \infty)$$
$$u_{C1}(t \to \infty) = \frac{2}{3} \cdot U_1 \ (1)$$

$$\sum_{h)} 1.5$$



i)

qualitativer Verlauf von U_{C1} (1) , Skalierung der Ordinate (0.5) ,

$$\sum_{i)} 1.5$$

$$\sum_{A5} 12$$

6 Maxwell'sche Gleichungen

Punkte: 4

Nennen Sie die Formeln der vier Maxwell'schen Gleichungen in integraler Darstellung, wie aus der Vorlesung bekannt.

Gauß'sches Gesetz für elektrische Felder: $\oiint_{\partial V} \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \iiint_V \rho \cdot \mathrm{d}V = Q(V)$ (1)

Gauß'sches Gesetz für Magnetfelder: $\oiint_{\partial V} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$ (1)

Faraday'sches Induktionsgesetz: $\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ (1)

Ampere'sches Durchflutungsgesetz: $\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_A \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + \iint_A \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$ (1)

Hinweis: Volle Punkte auch bei $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ statt $\frac{\partial}{\partial t}$ sowie bei A statt ∂V und s statt ∂A

$\sum_{A6} 4$