Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Prof. Dr.-Ing. M. Maurer
Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66
38106 Braunschweig
Tel. (0531) 391-3840

Klausuraufgaben

Grundlagen der Elektrotechnik

Vorname:	____________________	Nachname:	____________________
Matr.-Nr.:	____________________	Studiengang:	____________________
Datum:	31. Juli 2018		

1:	2:	3:	4:

ID: ________	Summe: ________	Note: ________

Ich gebe das Einverständnis, über meine TU E-Mail-Adresse kontaktiert zu werden (z. B. für HiWi-Jobs, studentische Arbeiten oder Stipendien):

□ Ja, ich möchte kontaktiert werden.

□ Nein, ich möchte nicht kontaktiert werden.

____
Unterschrift

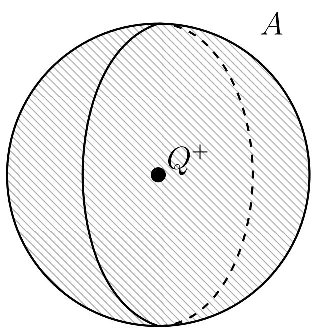
Allgemeine Hinweise:

- Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.
- **Einheiten sind** bei den Ergebnissen **anzugeben**.
- Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.
- **Keine Rückseiten** beschreiben.
- **Keine Bleistifte oder Rotstifte** verwenden.
- **Lösungen auf Aufgabenblättern** werden **nicht gewertet**.
- Lösen Sie die Aufgaben **zunächst analytisch mit Symbolen** und setzen Sie **erst am Schluss Zahlenwerte** ein.
- In dieser Klausur gibt es **Hinweise**, welche Aufgabenteile unabhängig von vorherigen Teilaufgaben gelöst werden können. Diese Stellen sind **an der linken Seite jeweils mit einem Pfeil ($\Longrightarrow$) markiert und der zugehörige Hinweis ist fett gedruckt**.
- **Zugelassene Hilfsmittel**:
  - Geodreieck
  - Zirkel
- Die Ergebnisse sind nur online über das QIS-Portal einsehbar.
- Diese Klausur besteht aus **4 Aufgaben** auf insgesamt **15 Blättern**.

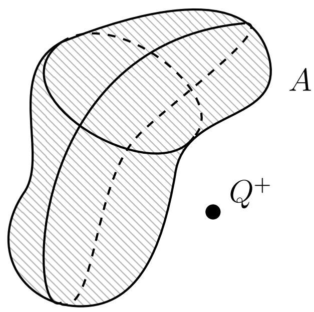
1 Elektrisches Feld

Punkte: 24

Gegeben seien die folgenden zwei Abbildungen. Es soll jeweils eine positive Ladung Q^+ und eine Hüllfläche A betrachtet werden.



(i)



(ii)

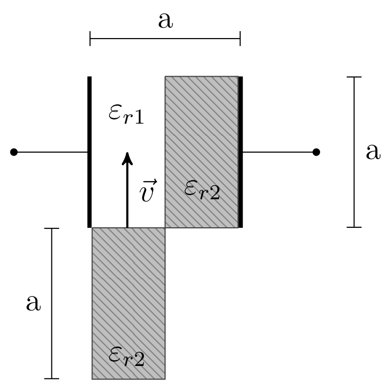
a) Formulieren Sie kurz die Aussage des Gauß'schen Satzes der Elektrostatik in eigenen Worten und geben Sie die zugehörige Formel an. (2 Punkte)

b) Geben Sie den elektrischen Fluss durch die Hüllflächen in Abbildung (i) und (ii) an. (3 Punkte)

$\Longrightarrow$ **Die Aufgabenteile c) bis g) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.**

Für die Teilaufgaben c) bis g) soll eine ideale, zeitlich veränderliche Kondensatoranordnung betrachtet werden (Abbildung siehe nächste Seite). Der Kondensator bestehe zum Zeitpunkt $t = 0$ zur Hälfte aus einem Vakuum ($\varepsilon_{r1} = 1$) und einem Dielektrikum mit der relativen Permittivität ε_{r2} $\quad(\varepsilon_{r2} > \varepsilon_{r1})$. Die Platten seien quadratisch mit der Kantenlänge a.

Ein Quader aus einem Dielektrikum mit der gleichen relativen Permittivität ε_{r2} und den gleichen Abmaßen wie das bereits im Kondensator befindliche Dielektrikum wird mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{v}$ in die linke Hälfte des Kondensators geschoben. Die Bewegung beginne zum Zeitpunkt $t_a = 0$. Zum Zeitpunkt t_e soll der Quader sich vollständig im Kondensator befinden.



c) Zeichnen Sie das ideale Ersatzschaltbild der Kondensatoranordnung für $t > 0$. Benennen Sie die zeitlich veränderlichen Kapazitäten eindeutig als $C_i(t), i \in \{1, \ldots, n\}$. Kennzeichnen Sie Reihen- und/oder Parallelschaltungen. (2 Punkte)

d) Fassen Sie sämtliche zeitlich veränderlichen Kapazitäten als $C^*(t)$ zusammen und berechnen Sie allgemein die Gesamtkapazität $C_{\text{ges}}(t)$ als Funktion von $C^*(t)$ und möglichen konstanten Kapazitäten. (2 Punkte)

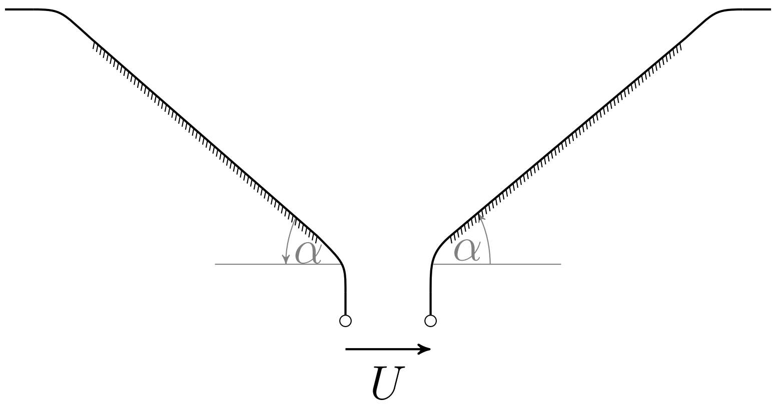
e) Berechnen Sie allgemein die einzelnen zeitlich veränderlichen Kapazitäten und die zusammengefasste Kapazität $C^*(t)$ in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsbetrags v. (3 Punkte)

f) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf von $C^*(t)$ zwischen t_a und t_e und beschriften Sie die Skizze. (3 Punkte)

g) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Kapazität C_{ges} der gesamten Kondensatoranordnung und beschriften Sie die Skizze.
Hinweis: Rechnen Sie zunächst allgemein, ohne die Werte aus e) einzusetzen, und berücksichtigen Sie das Ergebnis aus f). Bestimmen Sie so den Typ der zu skizzierenden Funktion. (3 Punkte)

$\Longrightarrow$ **Die Aufgabenteile h) bis j) können unabhängig von den übrigen Aufgabenteilen gelöst werden.**

Zwischen zwei V-förmig angeordneten Elektroden sei die Spannung U angelegt. Der Neigungswinkel gegenüber der Horizontalen ist mit α bezeichnet.



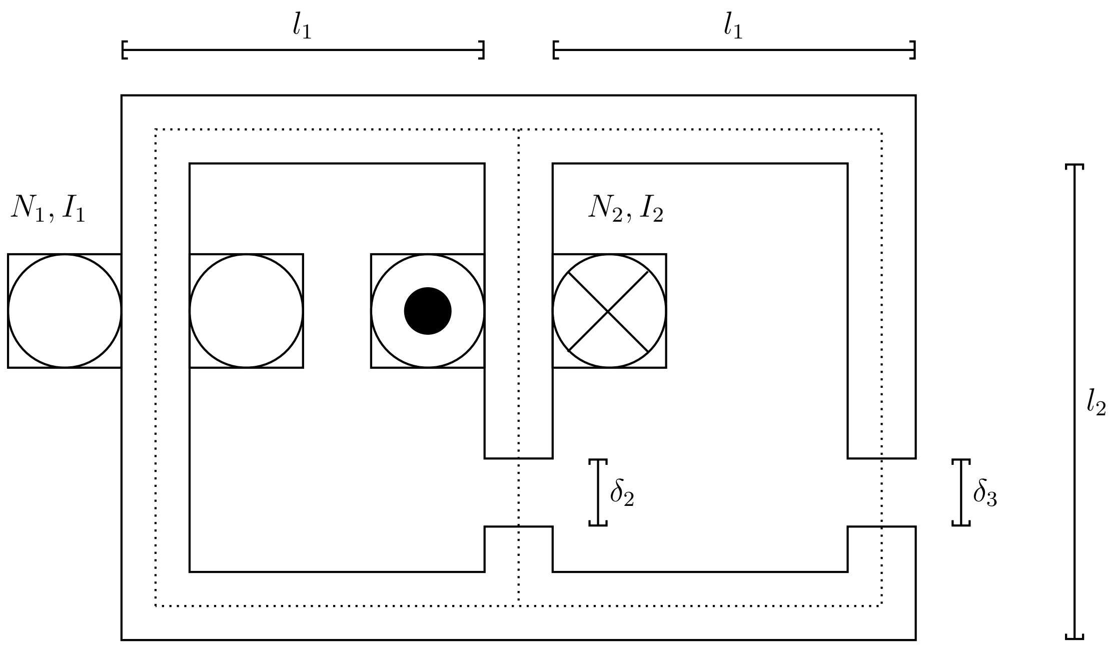
h) Skizzieren Sie die zwischen den schraffierten Bereichen verlaufenden Feldlinien des elektrischen Feldes und kennzeichnen Sie charakteristische Eigenschaften der Feldlinien. (2 Punkte)

i) Skizzieren Sie vier zugehörige Äquipotentiallinien. (1 Punkt)

j) Wie ändert sich die Kapazität der Anordnung, wenn der Winkel α vergrößert wird? Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)

2 Magnetischer Kreis

Punkte: 26



Der Eisenkern des oben dargestellten magnetischen Kreises hat die konstante Permeabilität μ_r und eine quadratische Querschnittsfläche mit der Seitenlänge a. Der Eisenkern befindet sich in Luft. Durch die Spule N_2 fließt der Gleichstrom I_2 in der vorgegebenen Richtung. Die Spule N_1 des linken Schenkels ist zunächst nicht bestromt. Streuungseffekte sind vorerst zu vernachlässigen!

a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive sämtlicher magnetischer Teilspannungen sowie Flüsse. (2 Punkte)

b) Geben sie die Gleichungen für alle Komponenten des Ersatzschaltbildes an. Verwenden Sie zur Berechnung die mittlere Feldlinienlänge (gestrichelte Mittellinie). (4 Punkte)

c) Bestimmen Sie die Gesamtwiderstände der einzelnen Schenkel und vereinfachen Sie die Gleichungen unter der Annahme $l_1, l_2 \gg \delta_2, \delta_3$. (2,5 Punkte)

Rechnen Sie nachfolgend mit den Schenkelwiderständen R_{s1}, R_{s2} und R_{s3}!

d) Berechnen Sie den magnetischen Fluss durch den mittleren Schenkel in Abhängigkeit der Schenkelwiderstände R_{s1}, R_{s2} und R_{s3} sowie der Windungszahl N_2 und des Stroms I_2. (2 Punkte)

e) Berechnen Sie die magnetischen Flüsse durch den linken und rechten Schenkel in Abhängigkeit des magnetischen Flusses Φ_2 durch den mittleren Schenkel sowie der Schenkelwiderstände R_{s1}, R_{s2} und R_{s3}. (1,5 Punkte)

f) Berechnen Sie die Anzahl der linear unabhängigen Maschen- und Knotengleichungen des magnetischen Kreises. (2 Punkte)

g) Stellen Sie die Maschen- und Knotengleichungen zur Beschreibung des magnetischen Kreises auf. (3 Punkte)

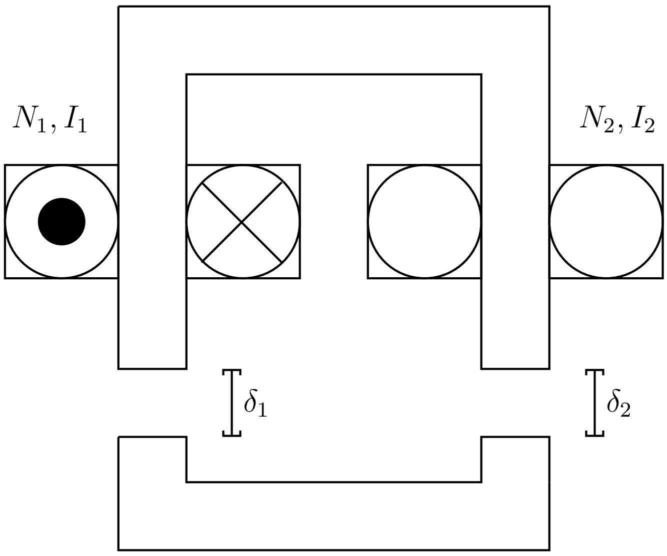
Nachfolgend soll die im rechten Luftspalt wirkende Kraft zu null gemacht werden. Hierzu wird zusätzlich die Spule N_1 bestromt.

h) Welchen Betrag muss der magnetische Fluss Φ_3 durch den Luftspalt δ_3 annehmen, damit im Luftspalt keine Kraft wirkt? Begründen Sie Ihre Antwort mithilfe von Formeln. (2 Punkte)

i) Stellen Sie in einer Skizze des linken Schenkels mit der Wicklung N_1 die erforderliche Richtung des Stromes I_1 sowie die Richtung des Flusses durch diesen Schenkel dar. (2 Punkte)

j) Gegeben ist: $I_1 = 4 \cdot I_2$
Berechnen Sie das erforderliche Verhältnis von N_1 zu N_2 in Abhängigkeit der Schenkelwiderstände R_{s1}, R_{s2} und R_{s3}, sodass die Kraft im rechten Luftspalt gleich null wird. (2 Punkte)
Hinweis: Nutzen Sie die Gleichungen aus g) als Ausgangspunkt und vereinfachen Sie die Gleichungen unter Berücksichtigung des Ergebnisses aus h).

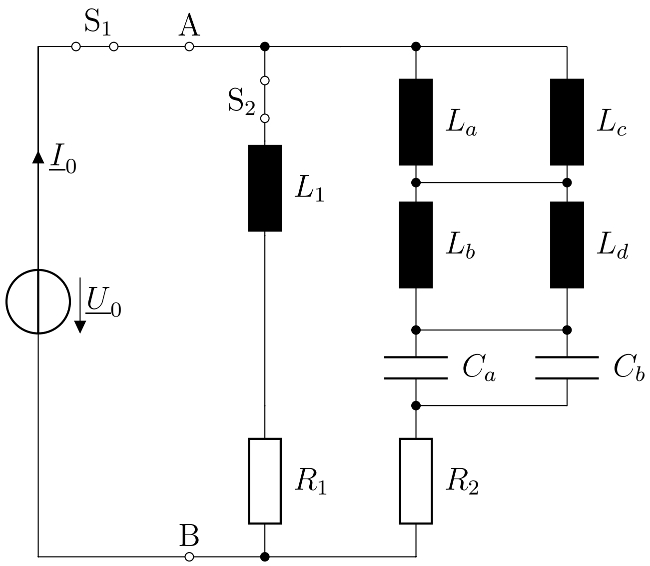
Nachfolgend sei der unten abgebildete magnetische Kreis gegeben. Zwischen den beiden Luftspalten soll ein Nebenschluss berücksichtigt werden. Die Spule N_2 wird im Leerlauf betrieben.



k) Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinien sowie das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises. (2 Punkte)

l) Wie groß ist der Kopplungsfaktor k? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

3 Komplexe Wechselstromrechnung **Punkte: 32**

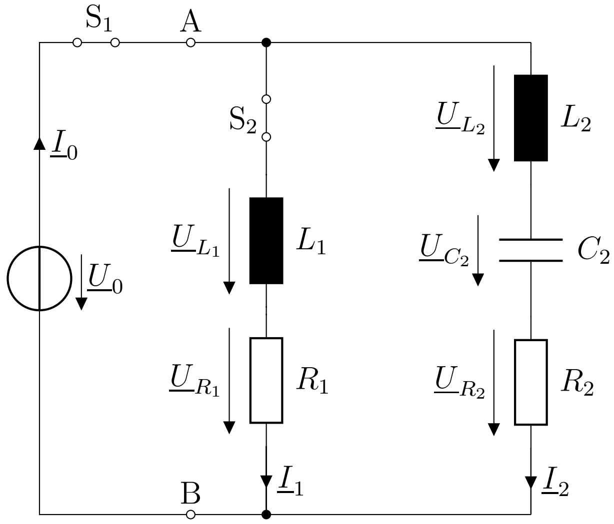


Gegeben: $L_1 = L_a = L_b = L_c = L_d = 5\,\text{mH}$, $C_a = C_b = 25\,\mu\text{F}$

Das oben dargestellte Netzwerk wird durch die ideale Wechselspannungsquelle $\underline{U}_0$ mit der konstanten Kreisfrequenz ω gespeist. Die Schalter S_1 und S_2 seien geschlossen.

a) Für die weiteren Berechnungen soll das Netzwerk vereinfacht werden. Dazu wird für die Induktivitäten L_a, L_b, L_c und L_d eine Ersatzinduktivität L_2 sowie für die Kapazitäten C_a und C_b eine Ersatzkapazität C_2 verwendet. Berechnen Sie die Größen von L_2 und C_2 erst symbolisch und dann als Zahlenwert. (2 Punkte)

Das vereinfachte Netzwerk ergibt sich wie im Folgenden dargestellt und soll für alle nachfolgenden Teilaufgaben verwendet werden. Die Schalter S_1 und S_2 sind weiterhin geschlossen.



b) Um die Induktivität einer Spule zu erhöhen, kann im Inneren ein ferromagnetischer Spulenkern eingesetzt werden. Welche Motivation könnte eine Verwendung von vier einzelnen Induktivitäten L_a, L_b, L_c und L_d, wie in dem zu Beginn der Aufgabe gezeigten Netzwerk, anstatt einer einzelnen Induktivität L_2 in einer *realen* Schaltung haben? Erklären Sie kurz, wieso die dargestellte Verschaltung der einzelnen Induktivitäten für die Reduzierung des im Hinweis angedeuteten Effektes geeignet ist. (1,5 Punkte)

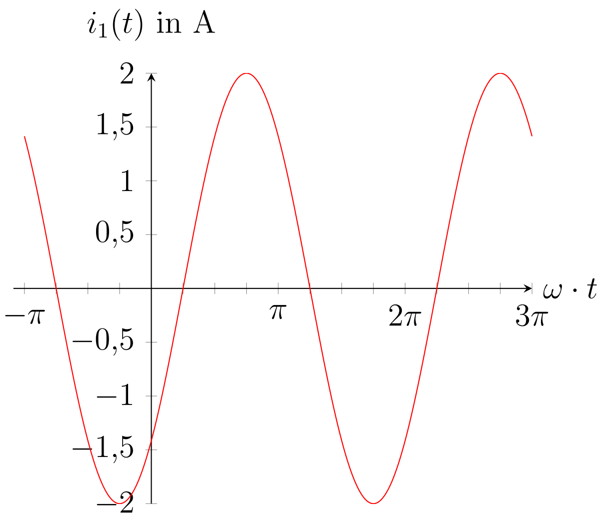
Hinweis: Beachten Sie, dass die Magnetisierung des ferromagnetischen Spulenkerns von dem Strom durch die Spule abhängig ist. Überlegen Sie, welcher Effekt bei der Magnetisierung ferromagnetischer Materialien auftreten kann.

$\Longrightarrow$ **Die nachfolgenden Teilaufgaben lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben a) und b) lösen.**

Für die nachfolgenden Berechnungen gelten die folgenden Werte:

$$R_1 = R_2 = 5\,\Omega,\ L_1 = L_2 = 5\,\mathrm{mH},\ C_2 = 50\,\mathrm{\mu F},\ \omega = 1000\,\mathrm{s}^{-1},\ \underline{I}_1 = 1\,\mathrm{A} - \mathrm{j}\cdot 1\,\mathrm{A}$$

c) Sie haben den zeitlichen Verlauf des Stroms $i_1(t)$ (mittlerer Zweig) gemäß der nachfolgenden Abbildung gemessen. Zeigen Sie mithilfe des dargestellten zeitlichen Verlaufs, dass in der Zeigerdarstellung $\underline{I}_1 = 1\,\mathrm{A} - \mathrm{j}\cdot 1\,\mathrm{A}$ gilt. Berechnen Sie dazu $\underline{I}_1$ als ruhenden <u>*Effektivwert*</u>zeiger zum Zeitpunkt $t = 0$ in trigonometrischer Darstellung als Real- und Imaginärteil. (2,5 Punkte)



Hinweis:

α im Bogenmaß	$-\pi$	$-\frac{3\cdot\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\cdot\pi}{4}$	π
$\sin(\alpha)$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0
$\cos(\alpha)$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-1

d) Berechnen Sie die Spannungen $\underline{U}_{R1}$, $\underline{U}_{L1}$ sowie die Spannung $\underline{U}_0$ der Spannungsquelle. (3 Punkte)

e) Berechnen Sie den Strom $\underline{I}_2$ im rechten Zweig sowie den Quellenstrom $\underline{I}_0$, welcher sich aus dem mittleren und dem rechten Zweig zusammensetzt. (2 Punkte)

f) Berechnen Sie zuletzt die Spannungen $\underline{U}_{R2}$, $\underline{U}_{L2}$ und $\underline{U}_{C2}$. (3 Punkte)

g) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm mit allen Spannungen und Strömen im Netzwerk (*Maßstab*: $1\,\mathrm{V} \mathrel{\widehat{=}} 1\,\mathrm{cm}$ und $1\,\mathrm{A} \mathrel{\widehat{=}} 5\,\mathrm{cm}$). Aus dem Zeigerdiagramm sollen die im Netzwerk auftretenden Maschen sowie Knoten nachvollziehbar sein. (6 Punkte)

h) Wirkt das Netzwerk zwischen den Klemmen A und B kapazitiv oder induktiv? Begründen Sie Ihre Entscheidung kurz. (0,5 Punkte)

i) Die Quellenspannung $\underline{U}_0$ wird bei gleichbleibender Kreisfrequenz ω *verdreifacht*. Welche Auswirkungen hat dies auf das unter g) gezeichnete Zeigerdiagramm? Wie ändert sich der Betrag von Wirk-, Blind- und Scheinleistung zwischen den Klemmen A und B? Begründen Sie Ihre Entscheidung jeweils kurz. (2 Punkte)

$\Longrightarrow$ **Die nachfolgenden Teilaufgaben lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben a) bis i) lösen.**

Es wird das vereinfachte Netzwerk aus Teilaufgabe a) betrachtet. Der Wert der Kapazität C_2 soll so bestimmt werden, dass zwischen den Klemmen A und B nur Wirkleistung durch das Netzwerk aufgenommen wird (Blindleistungskompensation). Es gelten die folgenden Werte:

$$L_1 = L_2 = 5\,\mathrm{mH},\ \omega = 1000\,\mathrm{s}^{-1}$$

j) Was lässt sich für den Fall der Blindleistungskompensation zwischen den Klemmen A und B über den *Imaginärteil* von $\underline{Z}_{\mathrm{AB}}$, der Impedanz des gegebenen Netzwerkes zwischen den Klemmen A und B, aussagen? Wie groß ist in diesem Fall der *Phasenverschiebungswinkel* φ_0 zwischen $\underline{U}_0$ und $\underline{I}_0$? (1 Punkt)

k) Berechnen Sie den zur Blindleistungskompensation nötigen Wert für C_2. Nutzen Sie hierfür die folgende Blindleistungsbilanz als Ansatz. (1 Punkt)

$|Q_{L_1}| + |Q_{L_2}| - |Q_{C_2}| = 0$

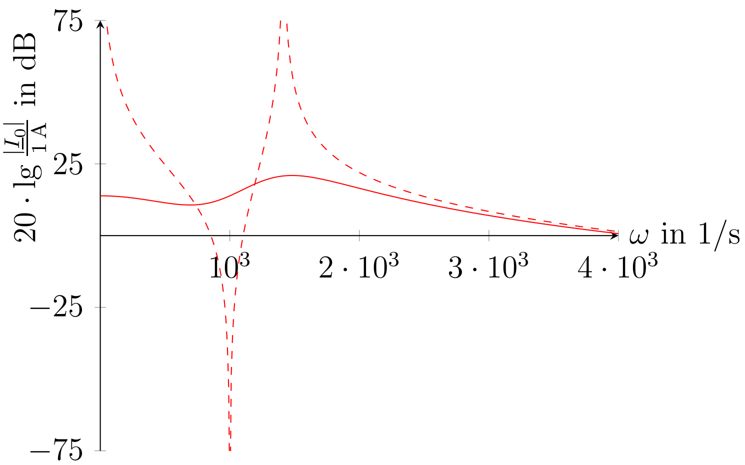
Hinweis: Die Beträge $I_1 = I_2$ der Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ sind im Fall der Blindleistungskompensation gleich groß. Eine Berechnung über $\underline{Z}_{\mathrm{AB}}$ ist nicht notwendig.

⟹ **Die nachfolgenden Teilaufgaben lassen sich unabhängig von den Teilaufgaben a) bis k) lösen.**

Das Netzwerk aus Teilaufgabe a) wird zwischen den Klemmen A und B als Schwingkreis aufgefasst und mit der *variablen* Kreisfrequenz ω betrieben. Es gelten die folgenden Werte:

$$R_1 = R_2 = 5\,\Omega,\ L_1 = L_2 = 5\,\text{mH},\ C_2 = 100\,\mu\text{F}$$

In der nachstehenden Abbildung ist der Betrag des Stromes $|\underline{I}_0|$ logarithmisch als Funktion der Kreisfrequenz ω aufgetragen. Die durchgezogene Linie zeigt den Verlauf von $|\underline{I}_0|$ für den *verlustbehafteten* Schwingkreis mit den oben gegebenen Werten. Die gestrichelte Linie zeigt den Verlauf von $|\underline{I}_0|$ für den *verlustlosen* Schwingkreis.



l) Bestimmen Sie für den *verlustbehafteten* Schwingkreis den Betrag $|\underline{Z}_{\text{AB}}|$ der Impedanz des gegebenen Netzwerkes zwischen den Klemmen A und B für die beiden Grenzfälle $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. (1 Punkt)

m) Begründen Sie das Zustandekommen der Peaks des *gestrichelt gezeichneten* Verlaufes von $|\underline{I}_0|$. (1,5 Punkte)

n) Welche Bauteile sind an den beiden *verlustlosen* Schwingkreisen jeweils beteiligt? (1 Punkt)

o) Berechnen Sie die Resonanzkreisfrequenzen des *verlustlosen* Schwingkreises. (3 Punkte)

Hinweis: Überlegen Sie, was für den Zähler bzw. den Nenner der Impedanz $|\underline{Z}_{\text{AB}}|$ im jeweiligen Resonanzfall gilt.

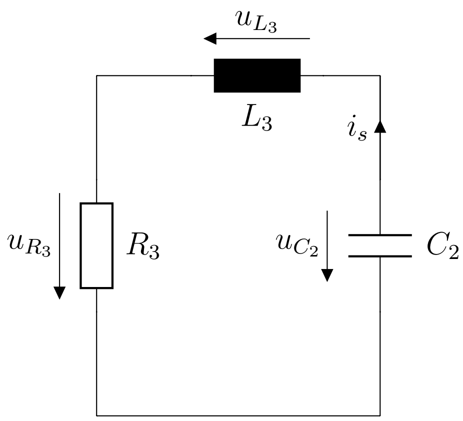
p) Die Induktivität L_2 wird vervierfacht. Wie verändert sich die Lage der höheren Resonanzkreisfrequenz des *verlustlosen* Schwingkreises? (1 Punkt)

4 Schaltvorgänge

Punkte: 18

Das auf Seite 10 dargestellte Netzwerk wird nun mit $\omega = 0$ betrieben. Der Schalter S_2 sei geöffnet und der Schalter S_1 sei für sehr lange Zeit geschlossen. Nachdem das Netzwerk eingeschwungen ist, wird der Schalter S_1 geöffnet. Danach wird der Schalter S_2 zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen.

a) Zeigen Sie, dass das nachfolgend abgebildete Ersatzschaltbild geeignet ist, um das Einschwingverhalten für den Zeitpunkt $t \geq 0$ zu analysieren. (3 Punkte)
Hinweis: Begründen Sie, wie man auf die Ersatzschaltung kommt und warum die drei Bauteile relevant für die weitere Analyse des Verhaltens für $t \geq 0$ sind.



Im Folgenden soll die Spannung $u_{C_2}(t)$ bestimmt werden.

b) Stellen Sie die Maschengleichung auf. (1 Punkt)

c) Formen Sie die Gleichung um, sodass nur noch die Spannung u_{C_2} enthalten ist. (3 Punkte)
Hinweis: Drücken Sie zunächst die anderen Spannungen durch den Strom i_s aus.

d) Formen Sie die Gleichung um, sodass Sie auf die Form $(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t})^2 + a\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + b \cdot u(t) = 0$ kommen. (1 Punkt)

e) Lösen Sie die Differentialgleichung. (1 Punkt)
Nutzen Sie den Lösungsansatz:
$(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t})^2 + a\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + b \cdot u(t) = 0$
$\Rightarrow u(t) = e^{-\frac{a}{2}t}(\hat{U}\cos(kt) + \hat{U}\frac{a}{2k}\sin(kt)) \quad \text{mit } k = \sqrt{b - \frac{a^2}{4}}$

f) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz ω_1 in Abhängigkeit von C_2, L_3 und R_3. (1 Punkt)

g) Begründen Sie kurz welchen Einfluss der Widerstand R_3 auf die Spannung $u_{C_2}(t)$ hat. (2 Punkte)

h) Zeichnen Sie für $\frac{a}{2k} \ll 1$ qualitativ den zeitlichen Verlauf der Spannung $u_{C_2}(t)$ für $t \geq 0$. Erläutern Sie die Zeichnung und geben Sie Kenngrößen sowie Vereinfachungen an. (3 Punkte)

i) Bestimmen Sie die Spannungen u_{C_2} und u_{L_3} zum Zeitpunkt $t = 0$ direkt nach dem Schließen des Schalters S_2. (2 Punkte)

j) Bestimmen Sie die Spannung $\hat{U}$. (1 Punkt)