

Klausur zur ET-Mathematik I

Name		Aufgabe 1		8	
Vorname		Aufgabe 2		10	
Matrikel-Nr.		Aufgabe 3		12	
Fachsemester		Aufgabe 4		11	
Studienfach		Aufgabe 5		10	
		Aufgabe 6		16	
		Summe		67	
		Note			

Lesen Sie sich in aller Ruhe die Aufgabentexte durch, bevor Sie mit der Bearbeitung beginnen. Sie haben zur Bearbeitung der sechs Aufgaben 180 Minuten Zeit.

Zur Lösung einer Teilaufgabe dürfen die Ergebnisse der vorangegangenen Teilaufgaben verwendet werden, auch wenn Sie diese nicht bearbeitet haben.

Elektronische Hilfsmittel, Bücher und Nachbarschaftshilfen aller Art sind nicht erlaubt.

Rechengänge und Resultate müssen **leserlich** und **nachvollziehbar** dokumentiert werden.

Die Zahlen rechts neben jeder Aufgabe sind die Punktzahlen, die bei der Aufgabe maximal zu erreichen sind. Insgesamt gibt es 67 Punkte, mit 34 Punkten haben Sie bestanden.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte von Funktionen:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(2x) + 4x}{5 \cos(x) - 3x}, \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{6x}(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x}). \quad [3],[5]$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden komplexen Potenzreihen:

$$(1) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\ln(k)}, \quad (2) \sum_{k=0}^{\infty} (1 - e^{\frac{1}{9}k\pi j})^k z^k. \quad [5],[5]$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. [12]

Aufgabe 4

Gegeben sei die Matrix $M = \begin{pmatrix} -7+j & 6-2j & 4+2j \\ 2-j & 9+2j & -8 \\ 5 & 7 & -9+j \end{pmatrix}$.

- (1) Nehmen Sie an, dass $3+j$ ein Eigenwert von M ist und berechnen Sie den Eigenraum zum Eigenwert $3+j$. [8]
- (2) Zeigen Sie nun, dass $3+j$ wirklich ein Eigenwert von M ist. [3]

Aufgabe 5

Gegeben Sei die Funktion $f(x) = \frac{\ln(|x|)}{x}$.

- (1) Berechnen Sie den maximal möglichen Definitionsbereich in \mathbb{R} und die einseitigen Grenzwerte von f bei allen Definitionslücken und an den Grenzen des Definitionsbereiches. [4]
- (2) Berechnen Sie alle lokalen Minima und Maxima von f und beschreiben Sie das Monotonieverhalten von f . [6]

Es empfiehlt sich, eine Skizze anzufertigen.

Aufgabe 6

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(1) \int_{-1}^5 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx, \quad (2) \int \frac{4}{(x-2)^2(x^2-2x+2)} dx, \quad [4],[6]$$

$$(3) \int \sin(x) + x \cos(x) dx, \quad (4) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin(x) + x \cos(x)) \ln(x) dx. \quad [2],[4]$$