1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

a) $C = \varepsilon \frac{A}{d}$ (1)

$dC_x = \varepsilon(x) \frac{b}{d} dx$ (1)

$C = \int\limits_0^a \left(m \cdot x^2 + n\right) \frac{b}{d} dx$ (1)

$C = \frac{b}{d} \left(m \frac{x^3}{3} + nx\right)\Big|_0^a$ (1)

$C = \left(m \cdot \frac{a^2}{3} + n\right) \frac{ab}{d}$ (1)

$\sum_a 5$

b) $C = \frac{Q}{U} = \varepsilon \frac{A}{d}$

$[\varepsilon] = \left[\frac{Q \cdot d}{U \cdot A}\right] = \frac{As}{Vm}$ (1)

$[m] = \left[\frac{\varepsilon}{x^2}\right] = \frac{As}{Vm^3}$ (1)

$[n] = [\varepsilon] = \frac{As}{Vm}$ (1)

$\sum_b 3$

c) $\sigma = \frac{Q}{A}$ (1) (mittlere Oberflächenladungsdichte)

$Q = C \cdot U$ (1)

$\sigma = \left(m \cdot \frac{a^2}{3} + n\right) \frac{ab}{d} \frac{U}{A} = \left(m \cdot \frac{a^2}{3} + n\right) \frac{U}{d}$ (1)

$\sum_c 3$

d) $D = \varepsilon(x) E$ (1)

$E = \frac{U}{d}$ elektrisches Feld im Kondensator unabhängig von der Koordinate x (Bewertung bei f))

$D = (m \cdot x^2 + n) \frac{U}{d}$ (1)

$\sum_d 2$

e) Parallelschaltung (1)

$C_{ers} = \sum C_i$ (1)

$\sum_e 2$

f) ein homogenes Feld besitzt an jeder Stelle die gleiche Feldstärke und die gleiche Richtung (2)

elektrisches Feld ist homogen $E = \frac{U}{d}$ (1)

$\sum_f 3$

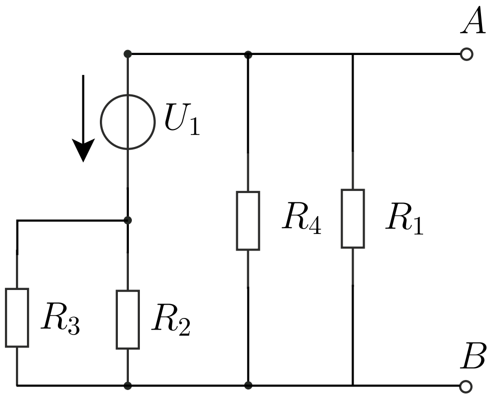
g) In Metallen befinden sich freie Ladungsträger, die sich an der Oberfläche regelmäßig verteilen. Ein elektrisches Feld, dass nicht senkrecht zur Oberfläche steht, würde eine Tangentialkraft verursachen, die die Ladungsträger verschieben würde, bis die Tangentialkomponente des Feldes kompensiert wird.

$\sum_g 2$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 11

a)
I) Wirkung der Spannungsquelle U_1 betrachten. Stromquelle I_0 und Spannungsquelle U_2 passivieren.



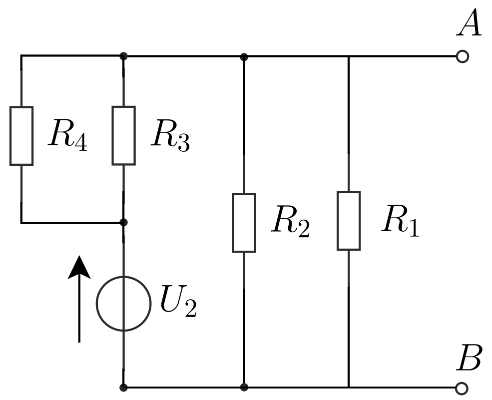
Erschatzschaltbild (1)
Parallelschaltung der Widerstände

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} (0,5)$$
$$R_{14} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} (0,5)$$

Spannungsteiler mit R_{23} und R_{14} über U_1

$$U_{ab,U_1} = \frac{R_{14}}{R_{14} + R_{23}} U_1 (1)$$
$$U_{ab,U_1} = \frac{\frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4}}{\frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} U_1$$
$$U_{ab,U_1} = \frac{R_1 R_4 (R_2 + R_3)}{R_1 R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3 (R_1 + R_4)} U_1 (1)$$

II) Wirkung der Spannungsquelle U_2 betrachten. Stromquelle I_0 und Spannungsquelle U_1 passivieren.



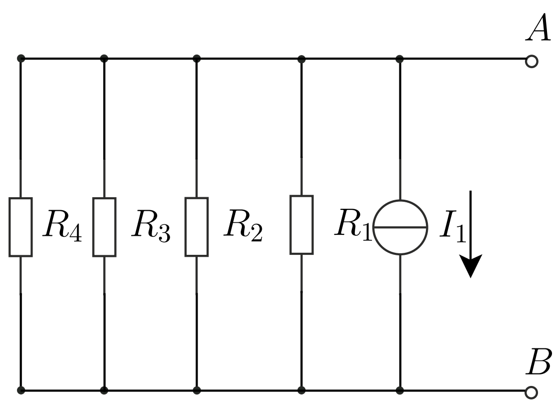
Erschatzschaltbild (1)
Parallelschaltung der Widerstände

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} (0,5)$$
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (0,5)$$

Spannungsteiler mit R_{12} und R_{34} über U_2

$$U_{ab,U_2} = -\frac{R_{12}}{R_{12} + R_{34}} U_2 (1)$$
$$U_{ab,U_2} = -\frac{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4}} U_2$$
$$U_{ab,U_2} = -\frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4)}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)} U_2 (1)$$

III) Wirkung der Stromquelle I_1 betrachten. Spannungsquellen U_1 und U_2 passivieren.



Erschatzschaltbild (1)

Parallelschaltung der Widerstände

$$R_{1234} = R_1 \mid R_2 \mid R_3 \mid R_4 (0,5)$$
$$\frac{1}{R_{1234}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} (0,5)$$
$$\frac{1}{R_{1234}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4}$$
$$\frac{1}{R_{1234}} = \frac{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)}{R_1 R_2 R_3 R_4}$$
$$R_{1234} = \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} (1)$$

Spannung über Gesamtwiderstand R_{1234}.

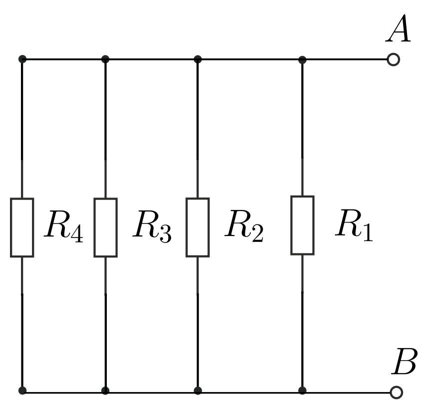
$$U_{ab,I_1} = -\frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} I_1 (1)$$

Gesamtergebnis

$$U_{ab} = U_{ab,U_1} + U_{ab,U_2} + U_{ab,I_1} (0,5)$$
$$U_{ab} = \frac{R_1 R_4 (R_2 + R_3)}{R_1 R_4 (R_2 + R_3) + R_2 R_3 (R_1 + R_4)} U_1 - \frac{R_1 R_2 (R_3 + R_4)}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)} U_2$$
$$- \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} I_1 (0,5)$$

$\sum_a 13$

b)



Erschatzschaltbild (1)

Parallelschaltung der Widerstände

$$\begin{aligned}
R_{ab} &= R_{1234} \\
R_{1234} &= R_1 \| R_2 \| R_3 \| R_4 (0,5) \\
\frac{1}{R_{1234}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} (0,5) \\
\frac{1}{R_{1234}} &= \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4} \\
\frac{1}{R_{1234}} &= \frac{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)}{R_1 R_2 R_3 R_4} \\
R_{1234} &= \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} (1)
\end{aligned}$$

$\sum_b 3$

c)

Betriebszustand: Leistungsanpassung 0.5 Punkt
Bedingung $R_i = R_L$ 0.5 Punkt

$$\begin{aligned}
R_i &= \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} \\
&= \frac{R}{4} (0,5) \\
R_l &= \frac{R_5 R_x}{R_5 + R_x} + R_6 \\
&= \frac{R R_x}{R + R_x} + \frac{R}{8} (0,5)
\end{aligned}$$

Gleichsetzen und auflösen

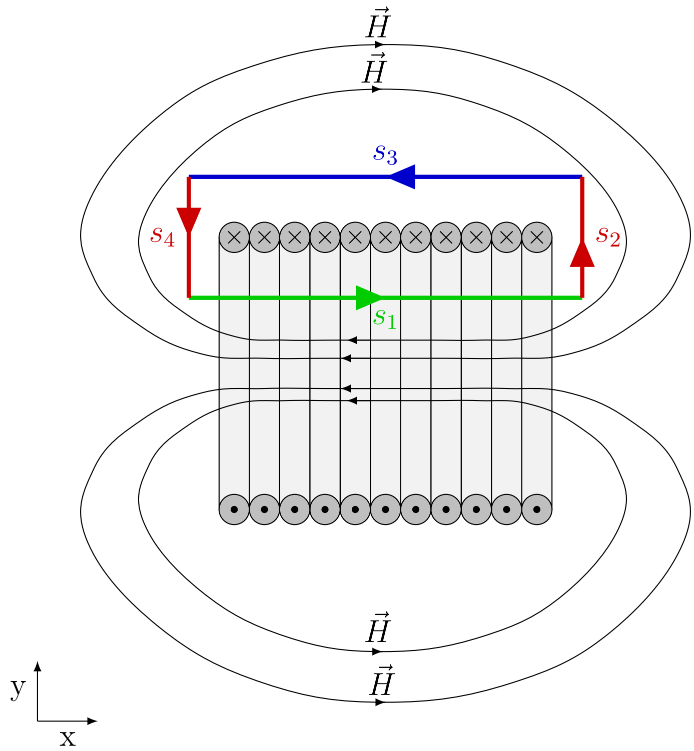
$$\begin{aligned}
\frac{R R_x}{R + R_x} + \frac{R}{8} &= \frac{R}{4} (1) \\
\frac{R R_x}{R + R_x} &= \frac{R}{8} \\
R_x &= \frac{R}{8} + \frac{R_x}{8} \\
R_x - \frac{R_x}{8} &= \frac{R}{8} \\
R_x &= \frac{R}{7} (1)
\end{aligned}$$

$\sum_c 4$

3 Stationäres Magnetfeld

Punkte: 10

a)



Skizze Spule (1)
Skizze Magnetfeld (1)

b) Skizze richtige Integrationsstrecke (1)

$$
\begin{aligned}
\Theta &= \oint \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s} \quad (1)\\
\Theta &= N \cdot I \quad (1)\\
N \cdot I &= \sum_i \int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_i\\
N \cdot I &= \int_{\mathrm{I}} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_1 + \int_{\mathrm{II}} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_2 + \int_{\mathrm{III}} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_3 + \int_{\mathrm{IV}} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_4 \quad (1)\\
\text{II und IV} &= 0,\ \text{weil } \vec{H} \perp d\vec{s}_i \quad (1)\\
\text{III} &= 0,\ \text{weil } d << \ell \text{ und somit } \vec{H} \approx 0 \quad (1)\\
\Rightarrow N \cdot i(t) &= \int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_1\\
\vec{H} &- \ \text{homogen entlang } \mathrm{d}\vec{s}_1 \quad (1)\\
\Rightarrow H &= \frac{N \cdot I}{\ell} \quad (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_b 8$

4 Zeitlich veränderliches Magnetfeld **Punkte: 20**

a)

$$A(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = l \cdot h \cdot \cos(\omega t)$$

Ansatz: 1 Punkt
Ergebnis: 1 Punkt

$\sum_a 2$

b)

$u_{ind}(t) = 0$, da der magnetische Fluss durch die Schleife zu jedem Zeitpunkt Null ist. Die beiden Felder liefern zu jedem Zeitpunkt einen im Betrag gleichen aber entgegengesetzten Beitrag zum magnetischen Fluss, so dass sich ihre Wirkung aufhebt.

richtig begründetes Ergebnis: 2 Punkte

$\sum_b 2$

c)

$$\Phi = \iint \vec{B}\, d\vec{A}$$
$$\Phi = B \cdot A(t) = B \cdot l \cdot h \cdot \cos(\omega t)$$

Formel: 1 Punkt
Ergebnis: 1 Punkt

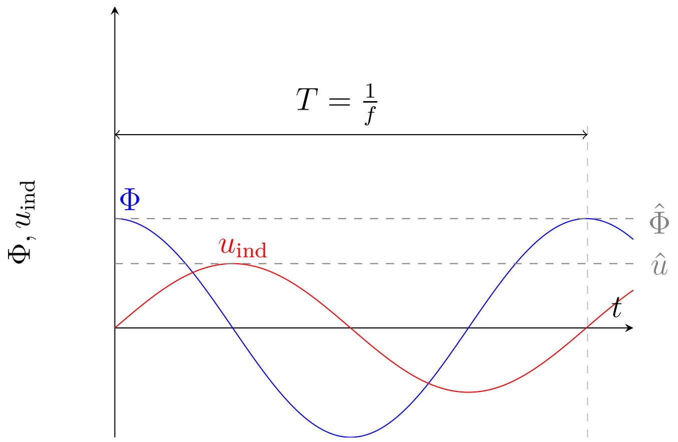
$\sum_c 2$

d)

$$u_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt} \ (1)$$
$$u_{ind} = B \cdot l \cdot h \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \ (1)$$

$\sum_d 2$

e)



- Scheitelwerte (1)
- Periode (1)
- Qualitative Verläufe (1)

$\sum_e 3$

f)

u_{ind} maximal für $\sin(\omega t) = \pm 1$ (1)

$$\omega t = \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \right\}, \ k \in \mathbb{N} \ (1)$$

$\sum_f 2$

g)

$\vec{B} = B\vec{e}_x$ (1)

$$\Phi = \iint \vec{B}\vec{dA} = 0, \text{ da } \vec{B} \perp \vec{dA}, \forall t \ (1)$$

$\sum_g 2$

h)

$$\Phi(t) = B(t) \cdot A(t) = B \sin(\omega_1 t) \cdot A \sin(\omega_2 t) \neq \text{konst}$$

Da das Produkt zweier sinus-Funktionen nicht zu jedem Zeitpunkt Null sein kann, wird eine Veränderung des Flusses durch die Leiterschleife auftreten. Folglich kann die induzierte Spannung nicht Null sein.

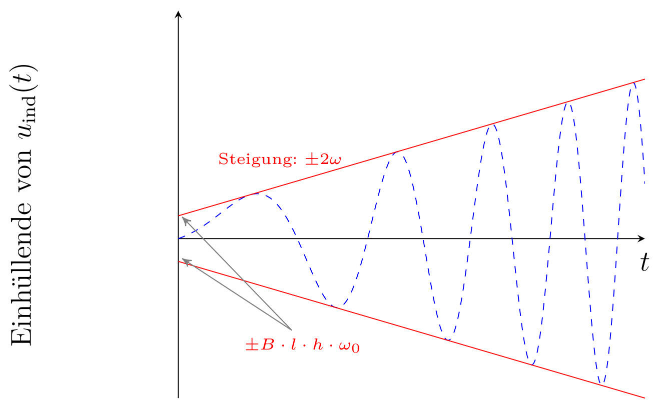
$\sum_h 2$

i)

$$
\begin{aligned}
\Phi(t) &= B \cdot l \cdot h \cdot \cos(\omega(t) \cdot t) \\
&= B \cdot l \cdot h \cdot \cos(\omega \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t) \\
u_{ind}(t) &= B \cdot l \cdot h \cdot (2\omega t + \omega_0) \cdot \sin(\omega \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t)
\end{aligned}
$$

$\sum_i 1$

j)



Skizze von u_{ind} NICHT gefordert.
Skizze: 1 Punkt
Steigung, Achsenabschnitt: 1 Punkt

$\sum_j 2$

5 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30

a)

$$L = \frac{|\underline{X}_L|}{\omega} = \frac{28\Omega}{2\pi\frac{1000}{3\pi}\frac{1}{s}} = \frac{28\cdot 3}{2000}\frac{Vs}{A} = 42\cdot 10^{-3}H = 42mH \qquad \text{(1 Punkt)}$$

$$|\underline{U}_L| = |\underline{I}_L|\,|\underline{X}_L| = 0,25A * 28\frac{V}{A} = 7V \qquad \text{(1 Punkt)}$$

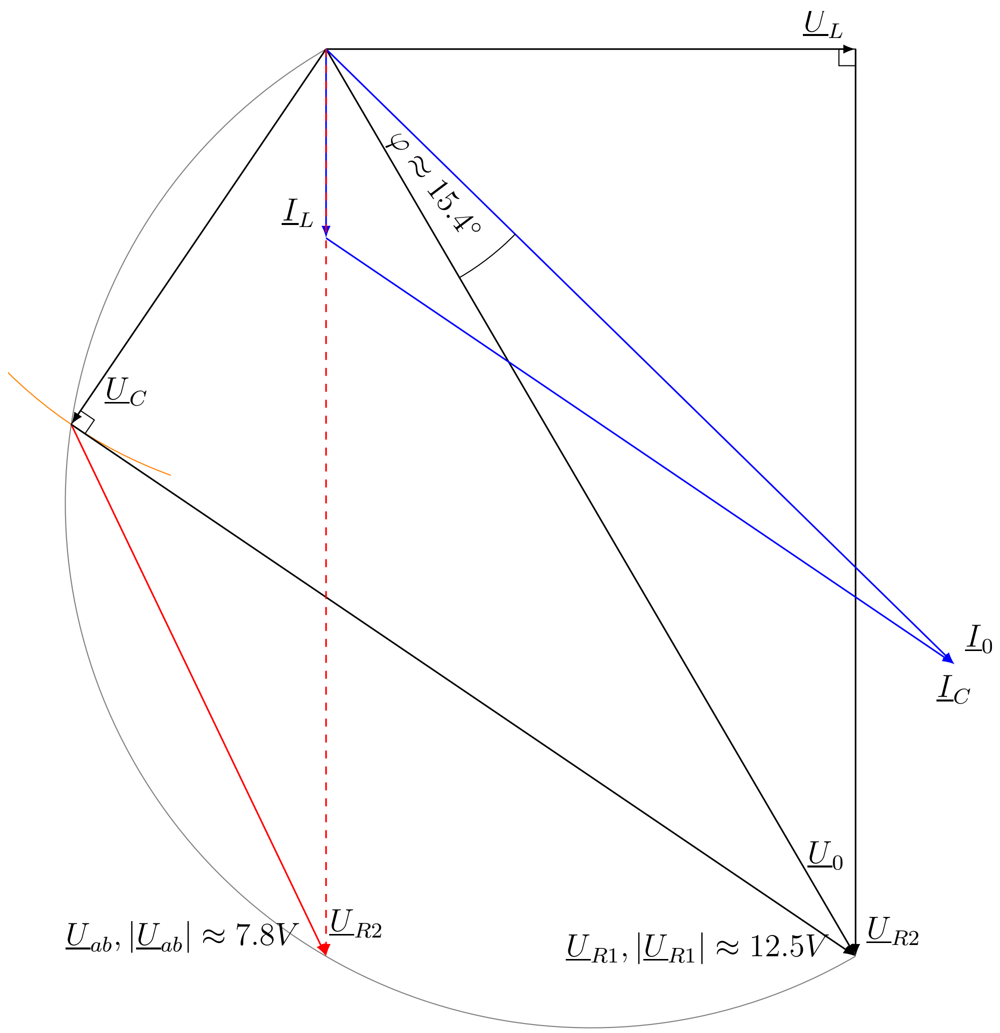
$$|\underline{I}_C| = |\underline{U}_C|\,\omega C = 6V\cdot 2\pi\frac{1000}{3\pi}\frac{1}{s}\cdot 250\cdot 10^{-6}\frac{As}{V}$$

$$= 4\cdot 1000\cdot 250\cdot 10^{-6}A = 1000000\cdot 10^{-6}A = 1A \qquad \text{(1 Punkt)}$$

$$|\underline{U}_{R2}| = |\underline{I}_L|\,R_2 = 0,25A\cdot 48\frac{V}{A} = 12V \qquad \text{(1 Punkt)}$$

$\sum_a 4$

b) je richtigem Zeiger 1 Punkt



$\sum_b 9$

c) $\varphi \approx 15,4°$ Ablesen 0,5P, Einzeichnen 0,5

Kapazitiv, da der Strom $\underline{I}_0$ der Spannung $\underline{U}_0$ voraus eilt. (Aussage 0,5P, Begründung 0,5P)

$\sum_c 2$

d) $|\underline{U}_{R1}| \approx 12,5V$ Ablesen 1 Punkt

Parallelverschiebung von $\underline{U}_{R2}$ in den Ursprung, $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R2} - \underline{U}_C$ (bereits Teil von Aufgabe b))

$|\underline{U}_{ab}| \approx 7,8V$ Ablesen 1 Punkt

$\sum_d 2$

e) Bei beiden Spannungen müssen sowohl Phase 1P als auch Amplitude 1P übereinstimmen.

$\sum_e 2$

f)

$$\frac{\underline{U}_L}{\underline{U}_{R2}} = \frac{\underline{U}_{R1}}{\underline{U}_C}$$
$$\frac{\underline{X}_L \underline{I}_L}{R_2 \underline{I}_L} = \frac{R_1 \underline{I}_C}{\underline{X}_C \underline{I}_C}$$
$$\frac{j\omega L}{R_2} = \frac{R_1}{\frac{1}{j\omega C}} = R_1 j\omega C$$
$$\begin{aligned} L = R_1 R_2 C &= 10\frac{V}{A} \cdot 48\frac{V}{A} \cdot 250 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} = 480 \cdot 250 \cdot 10^{-6}\frac{Vs}{A} \\ &= 120000 \cdot 10^{-6} H \\ &= 120mH \end{aligned}$$

Ansatz 1 Punkt, Ergebnis 1 Punkt]

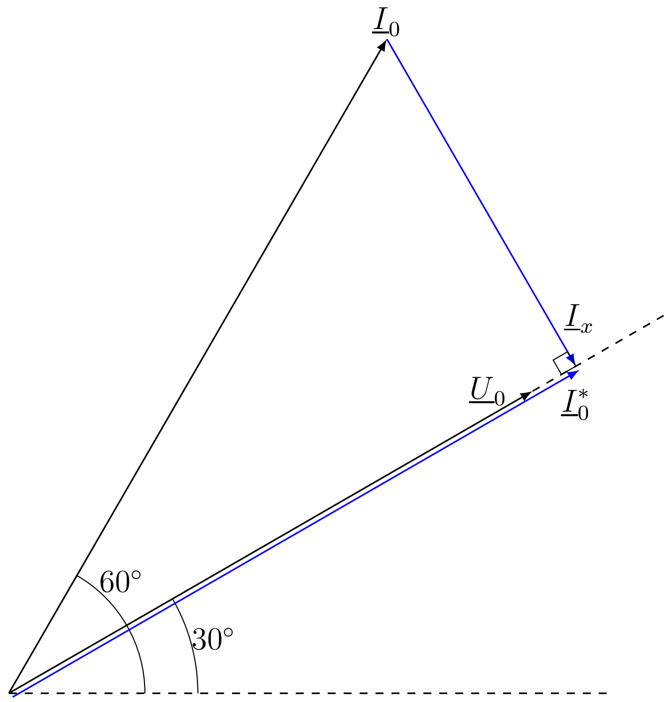
$\sum_f 2$

g)

Parallelschwingkreis			1 Punkt
$\omega = 0,$	$\lvert\underline{Z}\rvert = 0,$	da $\lvert\underline{X}_L\rvert = 0$	1 Punkt
$\omega = \omega_0,$	$\lvert\underline{Z}\rvert \to \infty,$	da Ströme bei Resonanz um 180° phasenverschoben und betragsgleich $\Rightarrow \lvert\underline{I}\rvert = 0 \Rightarrow \lvert\underline{Z}\rvert \to \infty$	1 Punkt
$\omega \to \infty,$	$\lvert\underline{Z}\rvert = 0,$	da $\lvert\underline{X}_C\rvert = 0$	1 Punkt

$\sum_g 4$

h) Richtiges Zeigerdiagramm 1 Punkt, Drehung um 30° mit dem UZS ist auch möglich



$\sum_h 1$

i) kapazitiv 0,5 Punkte

Induktivität 0,5 Punkte

$\sum_i 1$

j) Zeiger einzeichnen für Blindleistungskompensation 0,5 Punkte

Betrag von $\underline{I}_X$ ablesen 0,5 Punkte

$L = \frac{|\underline{X}_L|}{\omega} = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_X|\omega} = \frac{80V}{5A \cdot 200\frac{1}{s}} = 80 \cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A} = 80mH$ 1 Punkt

Zeiger $\underline{I}_0^*$ richtig eingezeichnet 0,5 Punkte

$|\underline{I}_o|^*$ richtig abgelesen 0,5 Punkte

$\sum_j 3$