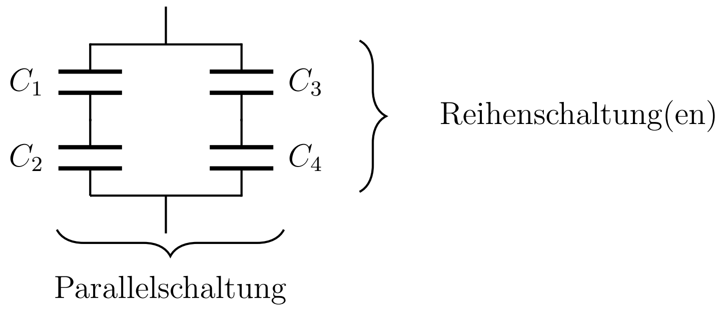
1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

a)



Reihenschaltung(en) (1) Parallelschaltung (1) , Zeichnung (1)

$\sum_{a)} 3$

b)

$$C = \frac{A}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r \; (1)$$

$$\left.\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\frac{1}{3}a^2}{\frac{d}{2}}\varepsilon_0\varepsilon_{r,1} = \frac{6a^2}{d}\varepsilon_0 \\
C_2 &= \frac{\frac{1}{3}a^2}{\frac{d}{2}}\varepsilon_0\varepsilon_{r,2} = \frac{2a^2\varepsilon_0}{3d} = \frac{1}{9}C_1 \\
C_3 &= 2C_2 = \frac{2}{9}C_1 \\
C_4 &= 2C_1
\end{aligned}\right\} (1)$$

$$\left.\begin{aligned}
C_{12} &= \frac{\frac{1}{9}C_1^2}{C_1 + \frac{1}{9}C_1} = \frac{1}{10}C_1 \\
C_{34} &= \frac{\frac{2}{9}C_1 \cdot 2C_1}{\frac{2}{9}C_1 + 2C_1} = \frac{4C_1}{2C_1 + 18C_1} = \frac{1}{5}C_1
\end{aligned}\right\} (1)$$

$$
\begin{aligned}
C_{\text{ges}} &= C_{12} + C_{34} = \frac{3}{10}C_1 = \frac{9}{5}\frac{a^2}{d}\varepsilon_0 \,\textcolor{red}{(0.5)}\\
&= \frac{9}{5}\frac{(10\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2\cdot 9\cdot 10^{-12}\,\mathrm{As/Vm}}{10^{-2}\,\mathrm{m}}\\
&= 16{,}2\,\mathrm{pF}\,\textcolor{red}{(0.5)}
\end{aligned}
$$

$\sum_{b)} 4$

c)

$$
U = \int \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s} \quad \text{hier:} \quad U = E\cdot d\,\textcolor{red}{(1)}
$$

$$
\Rightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{4\cdot 10^{-1}\,\mathrm{V}}{10^{-2}\,\mathrm{m}} = 40\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\,\textcolor{red}{(1)}
$$

$\sum_{c)} 2$

d) Nach gegebenener Spannung ist die obere Platte des Kondensators positiv geladen. Damit bewegt sich die positive Ladung auf die untere Platte zu. (1)

$$
\begin{aligned}
m\ddot{y} &= -qE\,\textcolor{red}{(1)}\\
\ddot{y} &= -\frac{qE}{m}\\
\dot{y} &= -\frac{qE}{m}t + v_0 \qquad (v_0 = 0)\\
y &= -\frac{qE}{2m}t^2 + y_0 \qquad (y_0 = 0)\,\textcolor{red}{(1)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow -\frac{d}{2} &\overset{!}{=} -\frac{qE}{2m}t^2\\
\Leftrightarrow t &= \sqrt{\frac{2m\cdot d}{2qE}}\,\textcolor{red}{(1)} = \sqrt{\frac{10^{-30}\,\mathrm{kg}\cdot 2\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{1{,}5\cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,s}\cdot 40\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}}} = \sqrt{\frac{1}{6}}10^{-7}\,\mathrm{s} = 40\,\mathrm{ns}\,\textcolor{red}{(1)}
\end{aligned}
$$

$\sum_{d)} 5$

e) Geschwindigkeit $v_{x,0}$ ist konstant. Damit gilt:

$$
\begin{aligned}
x &= v_{x,0}\cdot t\\
\Leftrightarrow v_{x,0} &= \frac{x}{t}
\end{aligned}
$$

Damit die Ladung den Kondensator passieren kann muss außerdem gelten:

$$
x \overset{!}{>} a \qquad \text{bei y = -d/2}\,\textcolor{red}{(1)}
$$

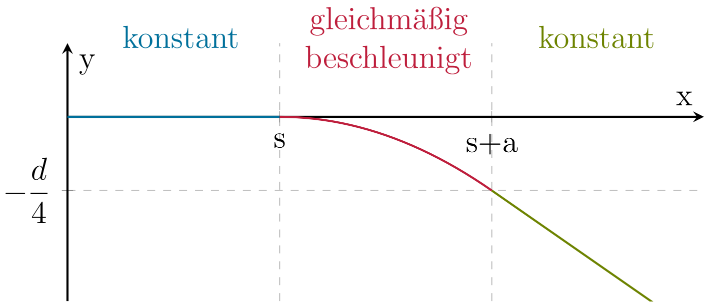
(oder $x > s + a$, dann muss aber die Zeit bis zum Eintritt in den Kondensator mit berücksichtigt werden, womit das Ergebnis das Gleiche bleibt. (v ist const.))

Damit ist

$$v_{x,0} = \frac{a}{t} = \frac{10 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \; (1)$$

$\sum_{e)} 2$

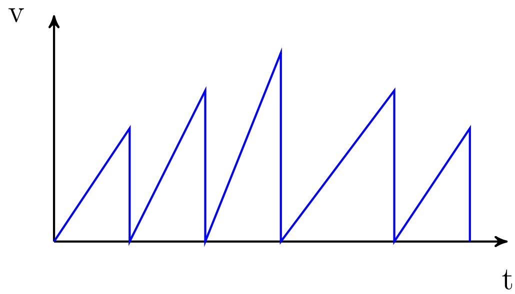
f)



Achsen, Achsenbeschriftung (0.5), je qualitativem Verlauf in Bereich (0.5)

$\sum_{f)} 1$

g) Skizze (1)



Drude Gesetz: Elektron wird linear beschleunigt, stößt mit Atomrümpfen der Leiteratome zusammen und wird erneut beschleunigt. (1)

$\sum_{g)} 2$

h) Da die Effekte des Drude Gesetzes nur durch die Atomrümpfe verursacht werden (0.5), muss der Geschwindigkeitsverlauf die gleichen Charakteristika haben, wie der in g) skizzierte. (0.5)

$\sum_{h)} 1$

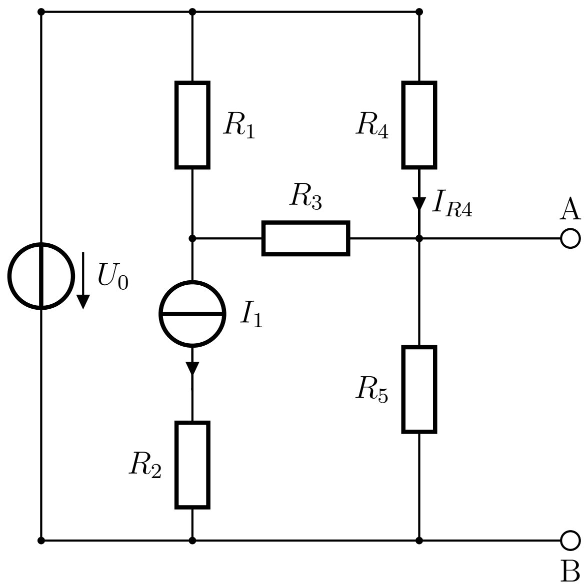
$\sum_{A1} 20$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 17

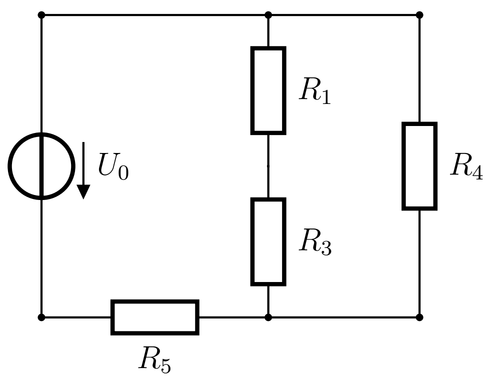
a) Superpositionsprinzip

Die Wirkung jeder Quelle getrennt betrachten, danach die Einzelwirkungen zur Gesamtwirkung überlagern. Quellen, deren Wirkung gerade nicht betrachtet wird, durch ihre Innenwiderstände ersetzen.



Widerstand R_2 fällt für alle Berechnungen weg, da dieser in Reihe zur Stromquelle I_1 geschaltet ist.
Erkenntnis (1) Punkt

Wirkung der Quelle U_0 auf Netzwerk



Ersatzschaltbild (1) Punkt

Gesamtstrom durch das Netzwerk berechnen:

$$R_{ges} = R_5 + ((R_1 + R_3)||R_4)$$
$$R_{ges} = R_5 + \frac{(R_1 + R_3)R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$
$$R_{ges} = \frac{R_5(R_1 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)R_4}{R_1 + R_3 + R_4}$$
$$I_{U_0} = \frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{U_0}{R_5 + ((R_1 + R_3)||R_4)}$$
$$I_{U_0} = \frac{U_0(R_1 + R_3 + R_4)}{R_5(R_1 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)R_4}$$

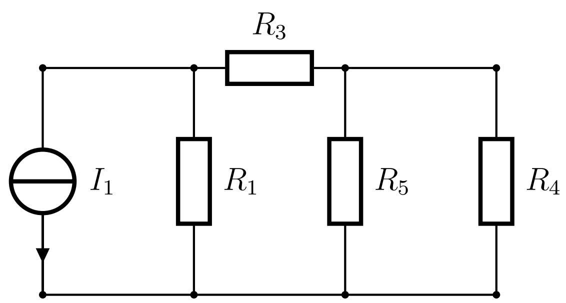
Ansatz (1) Punkt, Rechnung (1.5) Punkte

Stromteiler mit I_0 über $R_1 + R_3$ und R_4:

$$\frac{I_{4,U_0}}{I_{U_0}} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + R_4}$$
$$I_{4,U_0} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + R_4} I_{U_0}$$
$$I_{4,U_0} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + R_4} \frac{(R_1 + R_3 + R_4)}{R_5(R_1 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)R_4} U_0$$
$$I_{4,U_0} = \frac{(R_1 + R_3)U_0}{R_5(R_1 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)R_4}$$

Ansatz (1) Punkt, Rechnung (1.5) Punkte

Wirkung der Quelle I_1 auf Netzwerk



Ersatzschaltbild (1) Punkt

Stromteiler mit I_0 über R_1 und $(R_5||R_4) + R_3$:

$$
\begin{aligned}
\frac{I_{45}}{I_1} &= \frac{R_1}{R_1 + ((R_4||R_5) + R_3)} \\
mit \\
((R_4||R_5) + R_3) &= \frac{R_4R_5 + R_3(R_4 + R_5)}{R_4 + R_5} \\
ist \\
I_{45} &= \frac{R_1(R_4 + R_5)}{R_1(R_4 + R_5) + R_4R_5 + R_3(R_4 + R_5)} I_1
\end{aligned}
$$

Ansatz (1) Punkt, Rechnung (2) Punkte

Stromteiler mit I_{45} über R_4 und R_5:

$$
\begin{aligned}
\frac{I_4}{I_{45}} &= \frac{R_5}{R_4 + R_5} \\
I_{4,I_1} &= \frac{R_5}{R_4 + R_5} I_4 5 \\
I_{4,I_1} &= \frac{R_5}{R_4 + R_5} \frac{R_1(R_4 + R_5)I_1}{R_1(R_4 + R_5) + R_4R_5 + R_3(R_4 + R_5)} \\
I_{4,I_1} &= \frac{R_1R_5I_1}{R_1(R_4 + R_5) + R_4R_5 + R_3(R_4 + R_5)}
\end{aligned}
$$

Ansatz (1) Punkt, Rechnung (1) Punkt

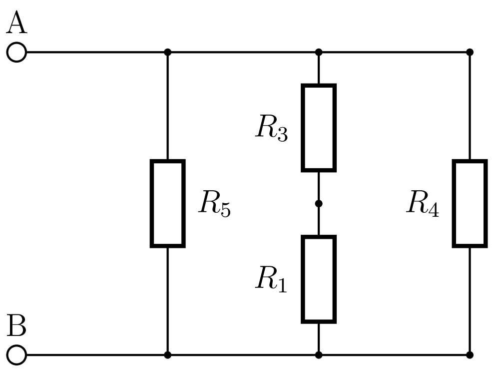
Gesamtergebnis

$$I_4 = I_{4,U_0} + I_{4,I_1}$$

Ansatz (1) Punkt

$\sum_{a)} 14$

b) Innenwiderstand



Skizze (1) Punkt

$$R_{A,B} = R_5||(R_3 + R_1)||R_4$$
$$R_{A,B} = \frac{R_5(R_3 + R_1)}{R_5 + R_3 + R_1}||R_4$$
$$R_{A,B} = \frac{R_4 \frac{R_5(R_3+R_1)}{R_5+R_3+R_1}}{R_4 + \frac{R_5(R_3+R_1)}{R_5+R_3+R_1}}$$
$$R_{A,B} = \frac{R_4 R_5(R_3 + R_1)}{R_4(R_5 + R_3 + R_1) + R_5(R_3 + R_1)}$$

Rechnung (2) Punkte

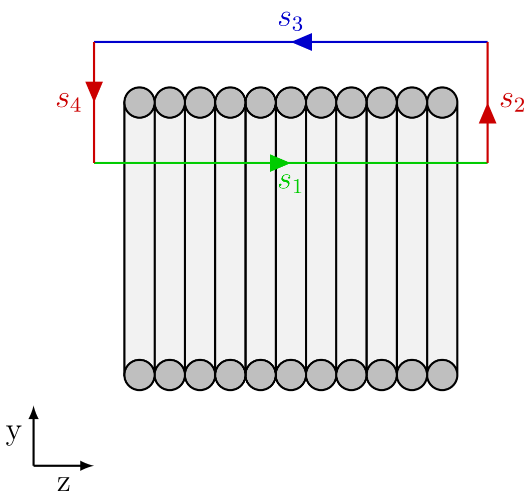
$\sum_{b)} 3$

$\sum_{A2} 17$

3 Magnetfeld

Punkte: 20

a) $N \cdot I_Z = \oint \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}$ (1)



Skizze (1)

$$\begin{aligned} N \cdot I_Z &= \sum_{i=1}^{4} \int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_i \\ N \cdot I_Z &= \underbrace{\int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_1}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_2}_{\mathrm{II}} + \underbrace{\int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_3}_{\mathrm{III}} + \underbrace{\int \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_4}_{\mathrm{IV}} \text{ (1)} \end{aligned}$$

Nur s_1 liefert nicht verschwindenden Beitrag. $(0,5)$

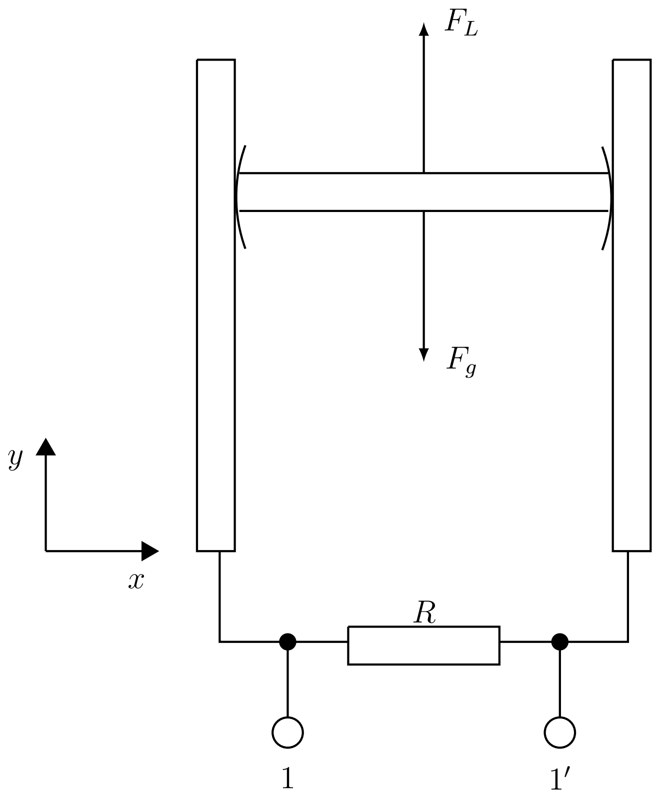
$$\Rightarrow N \cdot I_Z = \int_0^{l_Z} \vec{H}\,\mathrm{d}\vec{s}_1$$

$\vec{H}$ homogen entlang $\mathrm{d}\vec{s}_1$ (0,5)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{H} &= \frac{N \cdot I_Z}{l_Z} \cdot \vec{e}_z \text{ (1)} \\ \vec{B} &= \mu \cdot \vec{H} = \mu \cdot \frac{N \cdot I_Z}{l_Z} \cdot \vec{e}_z \text{ (1)} \end{aligned}$$

$\sum_a 6$

b)

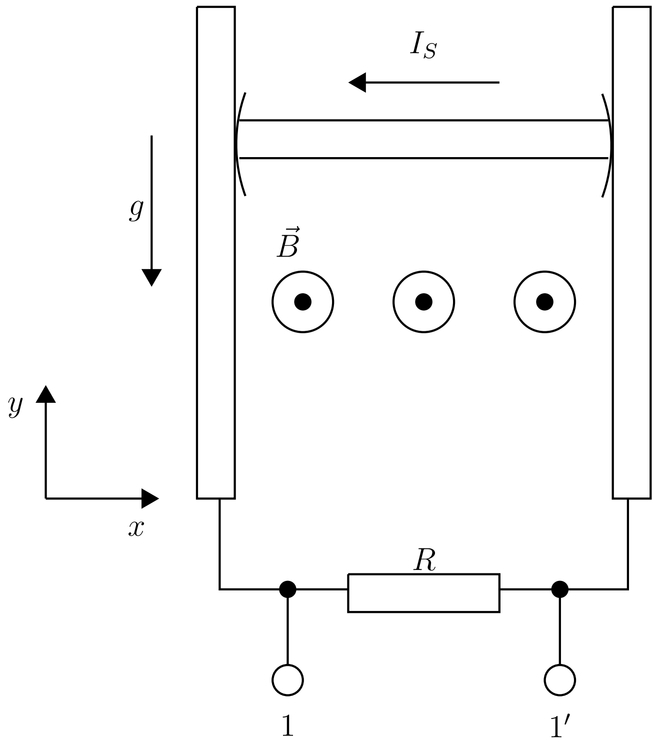


F_g : Gewichtskraft
F_L : Lorentzkraft

Skizze (0,5)
Namen (0,5)

$\sum_b 1$

c)



Skizze (0,5)

U-V-W-Regel -> Begründung (0,5)

$\sum_c 1$

d)

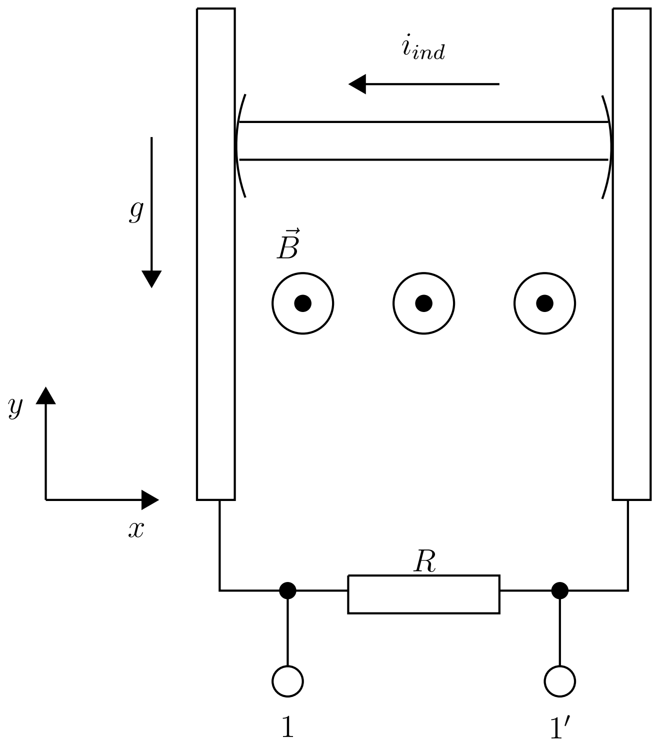
$$
\begin{aligned}
\vec{F}_L &= I_S \cdot \left(\vec{l}_S \times \vec{B}\right) \quad (0,5) \\
&= I_S \cdot l_S \cdot B \left(-\vec{e}_x \times \vec{e}_z\right) \\
&= I_S \cdot l_S \cdot B \cdot \vec{e}_y \quad (1) \\
\vec{F}_g &= -m \cdot g \cdot \vec{e}_y \quad (1)
\end{aligned}
$$

Kräftegleichgewicht aufstellen:

$$
\begin{aligned}
\vec{F}_L + \vec{F}_g &= 0 \quad (0,5) \\
I_S \cdot l_S \cdot B \cdot \vec{e}_y &= m \cdot g \cdot \vec{e}_y \\
I_S &= \frac{m \cdot g}{l_S \cdot B} \\
I_S &= \frac{m \cdot g \cdot l_Z}{l_S \cdot \mu \cdot N \cdot I_Z} \quad (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_d 4$

e) Feld des induzierten Stromes wirkt seiner Ursache entgegen. (1)



Skizze (1)

$\sum_e 2$

f)

$$\Phi = \int\int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \; (0,5)$$

$$\Phi = \int_0^{y}\int_0^{l_S} \mu\frac{N\cdot I_Z}{l_Z}\cdot\vec{e}_z\cdot\vec{e}_z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y' \; (0,5)$$

$$\Phi = \mu\frac{N\cdot I_Z}{l_Z}\cdot l_S\cdot y \; (1)$$

$\sum_f 2$

g)

$$
\begin{aligned}
y &= h_0 - \frac{1}{2} g t^2 \; (1) \\
\Phi &= \mu \cdot \frac{N \cdot I_Z}{l_Z} \cdot l_S \cdot y \\
\Phi &= \mu \cdot \frac{N \cdot I_Z}{l_Z} \cdot l_S \cdot \left(h_0 - \frac{1}{2} g t^2 \right) \; (1) \\
u_{ind} &= -N \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \text{ mit } N = 1 \; (1) \\
u_{ind} &= \mu \cdot \frac{N \cdot I_Z}{l_Z} \cdot l_S \cdot g \cdot t \; (1)
\end{aligned}
$$

$\sum_g 4$

$\sum_{A3} 20$

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 27

a) jeweils 0,5 Punkte, da seeeehr einfach

$$\underline{Z}_0 = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \text{ (0.5)}$$
$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_0} = \frac{\underline{U}_0}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{a)} 1$

b) Richtige Lösung 1 Punkt
Resonanz / Resonanzfall (1)

$\sum_{b)} 1$

c) Ansatz 1 Punkt Weg 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte
$\underline{I}_0$ ist maximal, wenn sich die Impedanzen von L und C aufheben.

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \text{ (1)}$$
$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \text{ (0.5)}$$
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ (0.5)}$$

$\sum_{c)} 2$

d) Je Größe: Ansatz 0,5 Punkte und Ergebnis 0,5 Punkte

$$|\underline{I}_0| = \frac{|\underline{U}_0|}{R} \text{ (0.5)}, \text{Impedanzen von L und C heben sich auf (0.5)}$$
$$|\underline{U}_X| = 0 \text{ (0.5)}, \text{ohne Impedanz auch kein Spannungsabfall (0.5)}$$
$$\varphi = 0^\circ \text{ (0.5)}, \text{durch die gleich großen Impedanzen heben sich auch die Effekte auf den Phasenwinkel auf (0.5)}$$

$\sum_{d)} 3$

e) Je richtiger Leistungm 0,5 Punkte

- Scheinleistung (0.5)
- Blindleistung (0.5)
- Wirkleistung (0.5)

$\sum_{e)} 1.5$

f) Je Antwort 0.5 Punkte

- Blindleistung: bei Resonanz = 0 (0.5)
- Wirkleistung: bei Resonanz über R (0.5)
- Scheinleistung: bei Resonanz = Wirkleistung (0.5)

$\sum_{f)} 1.5$

g) Ansatz 1 Punkt, Rest 2 Punkte, Abzüge für Fehler

$$\frac{\underline{U}_L}{\underline{U}_0}(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} \; (1) \; = \frac{-\omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1}$$

Einsetzen: $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ und $RC = \dfrac{2D}{\omega_0}$

$$= \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2D\frac{\omega}{\omega_0} + 1} \; (0.5) \; = \frac{1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - j2D\frac{\omega_0}{\omega}} \; (0.5)$$

Konjugiert komplex erweitern

$$= \frac{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} + j2D\frac{\omega_0}{\omega}}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \; (0.5)$$

$$= \frac{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} + j\frac{2D\frac{\omega_0}{\omega}}{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \; (0.5)$$

$\sum_{g)} 3$

h) Ansatz 1 Punkt, richtiges Ergebnis 1 Punkt, halbe Punkte Abzug für Fehler

$$\left|\frac{\underline{U}_L}{\underline{U}_0}(\omega)\right| = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}}{\left(\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2}} \; (1) \; = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D^2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} \; (1)$$

$\sum_{h)} 2$

i) Richtiges Einsetzen 0,5 Punkte, richtiges Ergebnis 0,5 Punkte

$$\left|\frac{\underline{U}_L}{\underline{U}_0}(\omega = \omega_0)\right| = \frac{1}{\sqrt{4}} \; (0.5) \; = \frac{1}{2} \; (0.5)$$

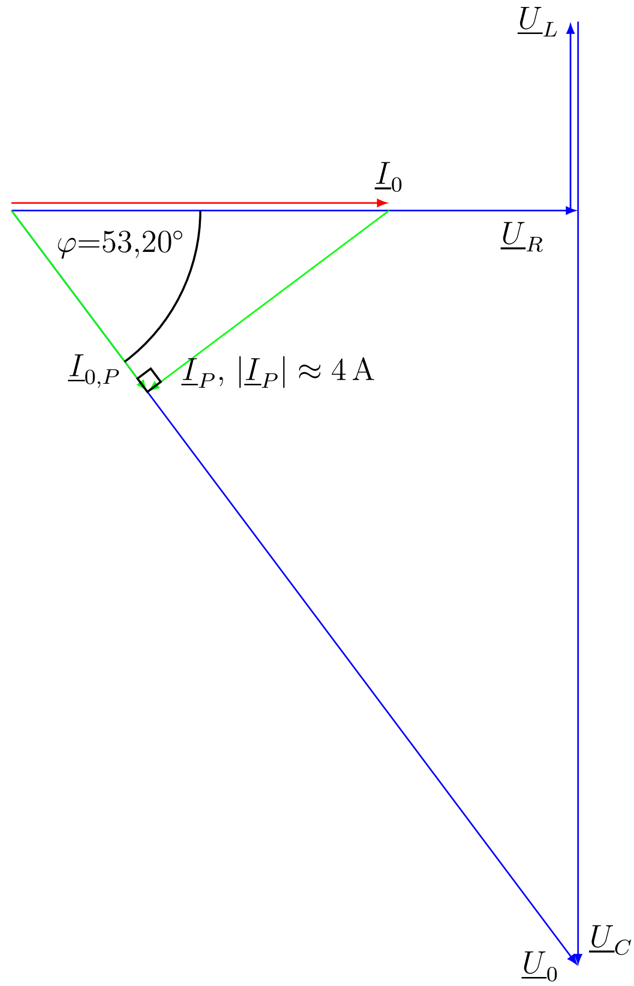
$\sum_{i)} 1$

j) Je richtiger Ansatz 0,5 Punkte, je richtigem Ergebnis 0,5 Punkte

$$
\begin{aligned}
|\underline{Z}_0| &= \left| R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \right| \\
&= \left| 30\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} + j\left(2\pi 50\,\frac{1}{\mathrm{s}}\frac{0{,}1}{\pi}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A}} - \frac{1}{2\pi 50\,\frac{1}{\mathrm{s}}\frac{200\cdot 10^{-6}}{\pi}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V}}} \right) \right| \\
&= \left| 30\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} - j40\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} \right| = \sqrt{30^2 + 40^2}\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = 50\,\Omega \;(0.5) \\
|\underline{I}_0| &= \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{Z}_0|} = \frac{250\,\mathrm{V}}{50\,\Omega} = 5\,\mathrm{A} \;(0.5) \\
|\underline{U}_R| &= R\,|\underline{I}_0| \;(0.5) \; = 30\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} 5\,\mathrm{A} = 150\,\mathrm{V} \;(0.5) \\
|\underline{U}_L| &= \omega L\,|\underline{I}_0| \;(0.5) \; = 10\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} 5\,\mathrm{A} = 50\,\mathrm{V} \;(0.5) \\
|\underline{U}_C| &= \frac{1}{\omega C}\,|\underline{I}_0| \;(0.5) \; = 50\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} 5\,\mathrm{A} = 250\,\mathrm{V} \;(0.5)
\end{aligned}
$$

$\sum_{j)} 4$

k) Je richtigem Pfeil 0,5 Punkte, richtiges φ 0,5 Punkte



(0.5) (0.5) (0.5) (0.5) (0.5) (0.5)

$\sum_{k)} 3$

l) Richtige Antwort 0,5 Punkte, richtige Begründung 0,5 Punkte

Kapazitiv (0.5) , da der Strom der Spannung vorauseilt. (0.5)

$\sum_{l)} 1$

m) Induktivität (0.5) , um dem kapazitiven Verhalten entgegen zu wirken. (0.5)
Richtiger Zeiger im Zeigerdiagramm (0.5)

$$\frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_P|} = \omega L_P \,(0.5) \;\rightarrow L_P = \frac{|\underline{U}_0|}{\omega\,|\underline{I}_P|}\,(0.5)$$

$$L_P = \frac{|\underline{U}_0|}{\omega\,|\underline{I}_P|} = \frac{250\,\mathrm{V}}{2\pi 50\,\frac{1}{\mathrm{s}} 4\,\mathrm{A}} = \frac{625}{\pi}\,\mathrm{mH}\,(0.5)$$

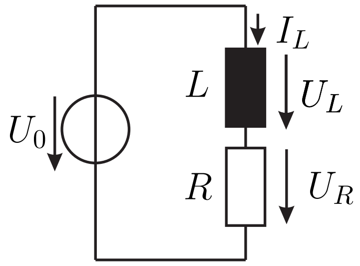
$\sum_{m)} 3$

$\sum_{A4} 27$

5 Schaltvorgänge bei Spulen

Punkte: 17

a) Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt $t = t_0$. (1 Punkt)



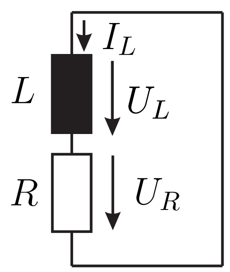
Schaltung mit Spannungsquelle, Induktivität und Widerstand (0,5)
Spannung U_L, U_R oder U_0 oder Strom I_L oder Pfeil fehlt $\rightarrow$ (-0,5)

b) Bestimmen Sie den Strom i_L der durch die Induktivität fließt sowie die Spannung u_L über der Induktivität und die Spannung u_R über dem Widerstand zum Zeitpunkt $t = t_0$. Zeichnen Sie die drei Größen in Ihrer Skizze aus Teilaufgabe a) ein. Begründen Sie kurz Ihr Vorgehen. (2 Punkte)

$t << t_0 \rightarrow$ Ladevorgang der Induktivität ist abgeschlossen $\rightarrow$ der Widerstand der Induktivität ist Null („Kurzschluss“): (0,5)
$\rightarrow U_L = 0\,\text{V}$ (0,5)
Maschengleichung: $U_0 = U_L + U_R$ (0,5) | mit $U_L = 0\,\text{V}$
$U_R = U_0$ (0,5)
$(I_L = \frac{U_L}{R})$

Der Schalter S_1 wird zum Zeitpunkt $t_1 > t_0$ geöffnet und gleichzeitig Schalter S_2 geschlossen.
Gehen Sie ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon aus, dass $t_1 = 0\,\text{s}$ gilt.

c) Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt $t = t_1$. Übernehmen Sie bereits definierte Größen aus Aufgabenteil a) und b). (0,5 Punkte)



I_L, U_L oder U_R fehlt $\rightarrow$ (-0,5)

d) Bestimmen Sie die Spannung über der Induktivität und die Spannung über dem Widerstand zum Zeitpunkt $t = t_1$ direkt nach dem Schließen des Schalters S_2. (1 Punkt)

$U_R = U_0$ ($I_L = U_0/R$), da der Strom direkt nach dem Schalten erhalten bleibt (Selbstinduktion = kein Sprunghafte Änderung des Stroms) (0,5)
Maschengleichung: $U_L = -U_R$, mit $U_R = U_0 \rightarrow U_L = -U_0$ (0,5)

e) Leiten Sie ausgehend vom Induktionsgesetz allgemein die Spannung über der Induktivität $u_L(t)$ in Abhängigkeit von dem Strom $i_L(t)$ her. (1,5 Punkte)

$$
\begin{aligned}
1.\ u_{ind} &= -N\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} && (0,5)\ \text{(Induktionsgesetz)} \\
2.\ \phi(t) &= N \cdot i(t) \cdot \Lambda && |\ \text{2. in 1.} \\
u_{ind} &= -N \cdot N \cdot \Lambda\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -N^2 \cdot \Lambda\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} && (0,5)\ |\ u_L = -u_{ind}\ \text{(Pfeilrichtung!)} \\
\rightarrow u_L(t) &= L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} && (0,5)
\end{aligned}
$$

f) Stellen Sie die homogene Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung für den Strom $i_L(t)$ der durch die Induktivität fließt für $t \geq 0\,\mathrm{s}$ auf. (2 Punkte)

- Hinweis 1: Stellen Sie die Maschen- und Knotengleichung auf.
- Hinweis 2: Nutzen Sie das Ergebnis aus Teilaufgabe e).

Maschengleichung aus d):

$$
\begin{aligned}
0\,\mathrm{V} &= u_R + u_L && \text{mit } i_R = i_L \text{ folgt } u_R = i_L \cdot R\ (0,5) \\
0\,\mathrm{V} &= R \cdot i_L + u_L && \text{mit } u_L = L \cdot \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\ \text{(aus e))}\quad (0,5) \\
0\,\mathrm{V} &= R \cdot i_L + L \cdot \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\ |\ :R && (0,5) \\
0\,\mathrm{V} &= i_L + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} && \text{(homogene DGL)}\quad (0,5)
\end{aligned}
$$

g) Lösen Sie die Differentialgleichung (DGL) aus Aufgabenteil f). (3,5 Punkte)

- Hinweis: $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln(x) + K$

$$
\begin{aligned}
0\,\mathrm{V} &= i_L + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}, && \text{Gleichung von f)} && \\
i_L &= -\frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} && |:i_L\,|\cdot -\frac{R}{L} && (0,5)\\
-\frac{R}{L} &= \frac{1}{i_L}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} && |\mathrm{d}t && (0,5)\\
-\frac{R}{L}\mathrm{d}t &= \frac{1}{i_L}\mathrm{d}i_L && |\int,\ \text{mit Hinweis} && (0,5)\\
-\frac{R}{L}t + K_1 &= ln(i_L) + K_2 && |-K_1|K_2 - K_1 = K_3 && \\
-\frac{R}{L}t &= ln(i_L) + K_3 && |\exp() && (0,5)\\
\exp(-\frac{R}{L}t) &= i_L \cdot \exp(K_3) && |\ \exp(K_3) = K && \\
\Leftrightarrow i_L &= K \cdot \exp(-\frac{R}{L}t) && && (0,5)
\end{aligned}
$$

Bestimme K durch Betrachtung von $i_L(t = 0\,\mathrm{s}) = U_0/R$ (aus Teilaufgabe d))

$$
\begin{aligned}
i_L(t = 0\,\mathrm{s}) &= K \cdot \exp(-\frac{R}{L}\cdot 0)|\exp(0) = 1, i_L(0) = I_0 = U_0/R \text{ Ansatz } (0,5)\\
U_0/R &= K \cdot 1\\
\Leftrightarrow K &= \frac{U_0}{R} \qquad (0,5)\\
i_L &= \frac{U_0}{R}\exp(-\frac{R}{L}t)
\end{aligned}
$$

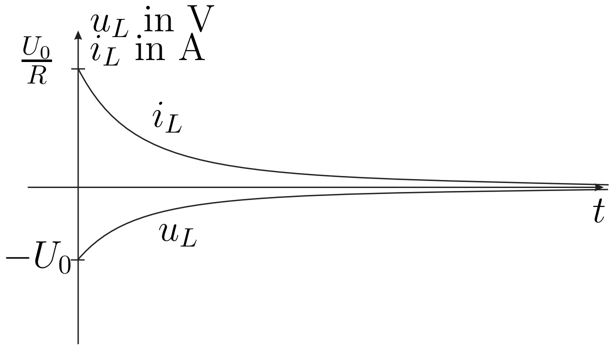
h) Bestimmen Sie die Spannung $u_L(t)$ der Induktivität im gegebenen Netzwerk für $t \geq 0\,\mathrm{s}$. (1 Punkt)

Ansatz: $U = R \cdot I$ (Achtung: Vorzeichen!)
$u_L(t) = R \cdot (-i_L(t))$ (0,5) $= R \cdot \frac{-U_0}{R}\exp(-\frac{R}{L}t) = -U_0\exp(-\frac{R}{L}t)$ (0,5)
Alternativ kann $u_L(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$ abgeleitet werden.

i) Bestimmen Sie die (betragsmäßig) maximale Spannung $u_L(t)$ für $t \geq 0\,\mathrm{s}$ und geben Sie deren Zeitpunkt an. (1 Punkt)

$\lim\limits_{t\to 0\,\mathrm{s}} u_L(t) = \lim\limits_{t\to 0\,\mathrm{s}} -U_0\exp(-\frac{R}{L}t) = -U_0$
$\Leftrightarrow max|U_L| = |-U_0| = U_0$ (0,5), für $t = 0\,\mathrm{s}$ (0,5)
Der Vollständigkeit halber kann auch noch $t \to \infty$ betrachtet werden:
$\lim\limits_{t\to\infty} u_L(t) = \lim\limits_{t\to\infty} -U_0\exp(-\frac{R}{L}t) = 0\,\mathrm{A}$
Da die Exponentialfunktion (streng) monoton ist, müssen nur die Randbereiche des betrachteten Intervalls betrachtet werden.

j) Skizzieren Sie den Spannungs- und den Stromverlauf $u_L(t)$ und $i_L(t)$ für $t \geq 0\,\mathrm{s}$. (1,5 Punkte)



Beschriftung (0,5), Werte bei t = 0 s (0,5) und exponentieller Verlauf gegen 0 (0,5)

k) Wann geht man in der Praxis davon aus, dass die Induktivität vollständig entladen ist? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch. (1 Punkt)

In der Praxis nimmt man an, dass der Entladevorgang nach 5τ ($\tau = \frac{L}{R}$) abgeschlossen ist. (0,5)
Mathematische Begründung:
$i_L = \frac{U_0}{R} \cdot \exp(-\frac{R}{L}t)$
Für $t = 5\tau = 5\frac{L}{R}$ ergibt sich für den Exponentialterm:
$\exp(-\frac{R}{L}t) = \exp(-\frac{R}{L}5\frac{L}{R}) = \exp(-5)(\approx 0,0067) \approx 0$ (0,5)
(weniger als 0,67% des Ausgangsstroms sind noch vorhanden)
(Zum Vergleich: $\exp(-4) \approx 0,018$)
Der Entladevorgang kann daher als abgeschlossen angenommen werden.
Analog kann auch die Spannung betrachtet werden.