Technische Universität Braunschweig

Decision Support
Institut für Wirtschaftsinformatik

Operations Research

Vorlesung 1
Einführung in Operations Research I

Team

Dozent

Prof. Dr. Dirk C. Mattfeld
Sprechstunde: nach Anmeldung
d.mattfeld@tu-braunschweig.de

Betreuender Mitarbeiter

M. Sc. Felix Spühler
Sprechstunde: nach Anmeldung
f.spuehler@tu-braunschweig.de

Sekretariat

Katja Barkowsky
Öffnungszeiten: nach Anmeldung
Tel.: (0531) 391-3211
ds@tu-braunschweig.de

Webseite

https://www.tu-braunschweig.de/winfo
https://www.tu-braunschweig.de/winfo/teaching, z.B. für Prüfungstermine

Überblick: Vorlesungen und Module (Bachelor)

Methoden und Modelle der Wirtschaftsinformatik
- Methoden der Wirtschaftsinformatik

Quantitative Methoden in den Wirtschaftswissenschaften
- Operations Research
- Statistik
- Empirische Wirtschaftsforschung

Bachelor-Vertiefung Decision Support
- Business Analytics
- Betriebliche Anwendungssysteme

Informations-management
- Informations-management

Projektarbeit
- Teamprojekt
- Bachelor-Seminar

Pool-Bereich
- SAP-Kurse
- ELAN / ATLANTIS

Bachelor-arbeit

Operations Research

- Angelehnt an das Gabler Wirtschaftslexikon:

*Entwicklung und der **Einsatz von mathematischen Verfahren** zur Unterstützung von **(betriebswirtschaftlichen) Entscheidungsprozessen***

- Ursprung: Im militärischen Bereich (2. Weltkrieg) in den USA und Großbritannien

- Deutsche Übersetzung: Unternehmensforschung, Planungsrechnung, ...

Motivation

- **Betriebswirtschaftliche Fragenstellungen:**
  - Was sollen wir produzieren?
  - Wann sollen wir es produzieren?
  - Wie teilen wir Arbeitsschichten ein?
  - Wie erstellen wir unsere Liefertouren?
  - Wie bestimmen wir unseren Lagerbestand?
  - …

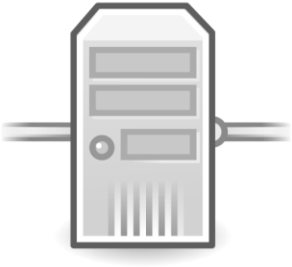
- **Mathematische Verfahren zur Entscheidungsfindung**

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{u.d.N.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \ (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \ b_j \ (j = 1, \dots, n)$$

$$x_{ij} \geq 0 \ (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n)$$



Die drei Schritte im Operations Research

- **Problemdefinition:**
  - Was ist das Ziel?
  - Worüber können wir entscheiden?
  - Was müssen wir berücksichtigen?

- **Mathematisches Modell:**
  - Zielfunktion
  - Entscheidungsvariablen
  - Nebenbedingungen

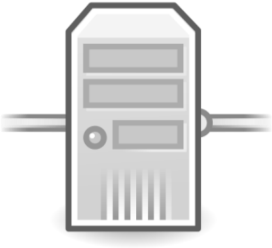
$$\min \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{u.d.N.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \; (i = 1, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \; (j = 1, \dots, n)$$

$$x_{ij} \geq 0 \; (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n)$$

- **Lösung des Modelles:**
  - Exakt (wenn möglich)
  - Gezieltes „Raten“: Heuristiken



Ziele der Veranstaltung

- Schritte von betriebswirtschaftlicher Problemstellung hin zur mathematischen Lösung beschreiben
- Einige bekannte Probleme und Lösungsverfahren vorstellen
- Komplexität von Problemen darlegen
- Anwendungsgebiete: Produktionsplanung, Logistik

Warum sollten Sie die Veranstaltung besuchen?

- Pflichtveranstaltung (je nach Studiengang)
- Interesse an der Materie
- Analytisches Denken: Probleme eindeutig definieren und Lösungen finden
- Studium: Vorbereitung auf Abschlussarbeiten an vielen Instituten und in Unternehmen
- Beruflicher Werdegang: Häufiger Kontakt mit Operations Research

Hilfsmittel und -angebote

- Skript / Folien:
  - Online im Stud.IP
  - Ggf. gedruckt über die Klappe

- Sprechstunde:
  - Bei Dirk Mattfeld: nach Anmeldung
  - Bei Felix Spühler: nach Anmeldung
  - Bitte die Sprechstunden frühzeitig und während des Semesters nutzen
  - Hilfreich ist es, die Fragen bereits in der Anmeldungs-Email aufzulisten

- Veranstaltungsangebot: Große Übungen, kleine Übungen

- Weitere Möglichkeiten: Kommiliton*innen, Literatur, Stud.IP Forum, etc.

Übungen

- Übungsblätter
  - Jede Woche
  - Aufgaben werden im Stud.IP bereitgestellt

- Kleine Übungen
  - Eigenständiges Rechnen der Übungsblätter, Hilfestellung und Beantwortung von Fragen bei möglichen Schwierigkeiten
  - Informationen und Termine siehe StudIP-Ankündigung
  - Geplant sind 8 Termine pro Woche

- Große Übungen
  - 5 Termine, Termine in StudIP
  - Themen der Vorlesung werden besprochen
  - Übungsaufgaben werden teilweise vorgerechnet

- Teilnahme am Übungsbetrieb ist freiwillig. Wir empfehlen es!

Klausur

- Einzelprüfung **Operations Research (OR)**
  - Studienleistung des Moduls „Logistikinformationssysteme“ für Studierende der Elektromobilität

- Kombiprüfung **Quantitative Methoden in den Wirtschaftswissenschaften (QBWL)**
  - Zwei Fälle je nach Studiengang und Prüfungsordnung
  - **Fall 1: Operations Research + Statistik**
    - Dauer: 120 Minuten
    - Bestehensgrenze: 50% über alle drei Prüfungsteile zusammen
    - i.d.R. ältere Prüfungsordnungen (insb. Bachelor Wirtschaftsinformatik, bis inkl. PO 6)
  - **Fall 2: Operations Research + Statistik + Grundlagen der Empirischen Wirtschaftsforschung**
    - Dauer: 180 Minuten
    - Bestehensgrenze: 50% über alle drei Prüfungsteile zusammen **plus** mind. 25% in jedem Teil
    - i.d.R. neue Prüfungsordnungen (insb. Bachelor Wirtschaftsinformatik, ab PO 7)

→ Falls Prüfungsfall nicht klar: Ihre Aufgabe, beispielsweise beim Prüfungsamt nachfragen

Klausurinhalte und –vorbereitung

Inhalte
- **Verständnis**
  - Theorie
  - Problemstellungen
  - Modelle
  - Verfahren
- **Anwendung**
  - Modellierung
  - Lösungsverfahren

Klausurvorbereitung
- Altklausuren
- Musterlösungen von Altklausuren werden nicht zur Verfügung gestellt.
- Kleine Übungen

Die Bearbeitung von Altklausuren ist keine ausreichende Vorbereitung!

Erwarten Sie keine Übereinstimmung künftiger Aufgaben mit Aufgaben der Altklausuren!

Termine

Vorlesung	Wöchentlich: Montags, 9:45 Uhr, UP 3.007
Große Übung	5 Termine: 08.11.24, 22.11.24, 06.12.24, 10.01.25, 24.01.25 Freitags, 11:30 – 13:00 Uhr, SN 19.1 Änderungen der Tage möglich.
Übungsaufgaben	Selbständig zu bearbeiten. Übungsaufgaben & weitere Infos im Stud.IP.
Klausur (WiSe)	21.03.2025, 8:00 Uhr (Angabe ohne Gewähr) Dauer je nach Prüfung: 1, 2 oder 3 Stunden Genaue Informationen folgen im TUconnect, Stud.IP oder unserer Webseite.
Studium	Vorlesung **und** Übung besuchen. Vorlesung regelmäßig vor- und nachbereiten. Klausurrelevant ist der in Vorlesung **und** Übung behandelte Stoff.

Vorlesungsinhalte

1. Einführung in Operations Research I
2. Einführung in Operations Research II

3. Lineare Programmierung: Simplex-Algorithmus & Sonderfälle der LP
4. Lineare Programmierung: Sensitivitätsanalyse
5. Lineare Programmierung: Dualer Simplex & Dualität
6. Lineare Programmierung: Ganzzahlige Programmierung & Branch and Bound
7. Lineare Programmierung: Mehrfache Zielsetzung & Modellierungstechniken

8. Graphen und Netzwerke: Spannende Bäume & kürzeste Wege
9. Graphen und Netzwerke: Maximale Flüsse & kantenorientierte Rundreisen
10. Graphen und Netzwerke: Knotenorientiere Rundreisen – Traveling Salesman

11. Heuristiken: Eröffnungsverfahren & Verbesserungsverfahren
12. Heuristiken: Metaheuristiken

Literatur

W. Domschke et al.:	Einführung in Operations Research, Gabler, 9. Auflage
W. Domschke et al.:	Übungen und Fallbeispiele zum Operations Research, Gabler, 8. Auflage
F. Hillier, G. Liebermann:	Operations Research: Einführung, Oldenburg, 5. Auflage
D. Mattfeld, R. Vahrenkamp:	Logistiknetzwerke, Gabler, 2. Auflage
Z. Michalewicz:	Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Springer, 3. Auflage
H. Müller-Merbach:	Operations Research, Verlag Vahlen, 3. Auflage
L. Suhl, T. Mellouli:	Optimierungssysteme Gabler, 3. Auflage
B. Werners:	Grundlagen des Operations Research, Gabler, 3. Auflage
H.-J. Zimmermann:	Operations Research, Vieweg, 2. Auflage

Überblick

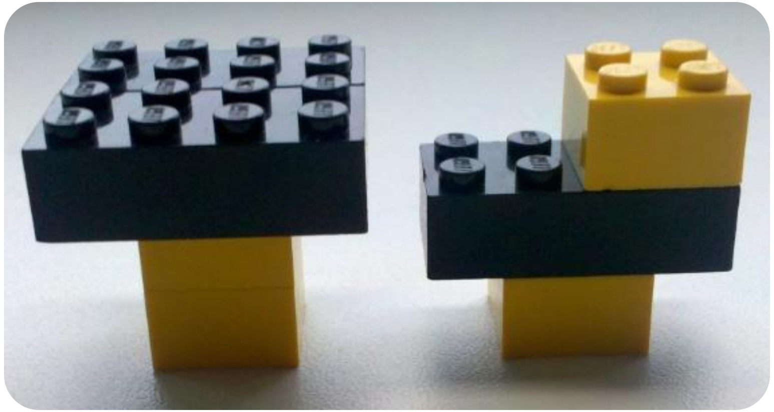
1. Einführung in das Operations Research

Überblick

1. Einführung in das Operations Research

Einführendes Beispiel: Produktionsprogrammplanung

- **Problemstellung**
- Modellierung
- Lösungsverfahren



Von Problemstellung zu Modell

Problemstellung	Modell
Was wollen wir erreichen?	Zielfunktion
Was können wir ändern?	Entscheidungsvariablen
Worauf müssen wir achten?	Nebenbedingungen

$$\min \quad \sum_{i=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$\text{u.d.N.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \; (i = 1, \dots, m)$$

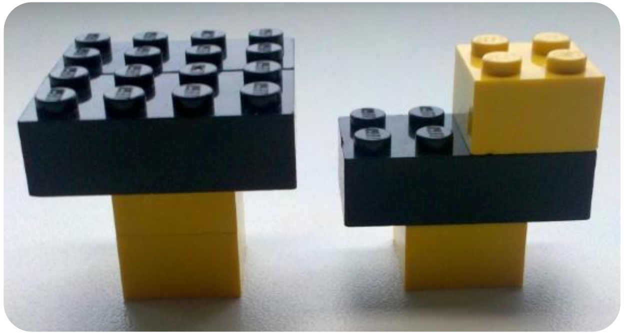
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \; (j = 1, \dots, n)$$

$$x_{ij} \geq 0 \; (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n)$$

Problemstellung: LEGO-Produkte (1)

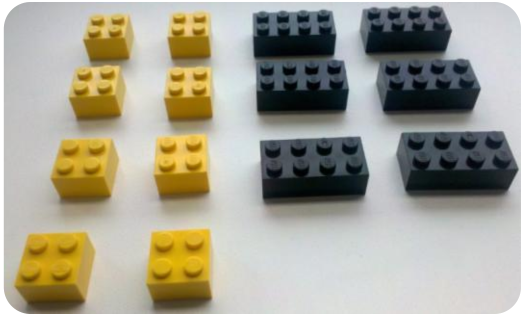
- Eine Unternehmung stellt die Produkte **Stuhl** und **Tisch** her.

- Die Produktion lässt sich mit LEGO Bausteinen veranschaulichen.
  - Tisch: 2 kleine Steine, 2 große Steine
  - Stuhl: 2 kleine Steine, 1 großer Stein



Problemstellung: LEGO-Produkte (1)

- Für die Produktion nur eine begrenzte Anzahl an Steinen zur Verfügung
  - 8 kleine Steine
  - 6 große Steine

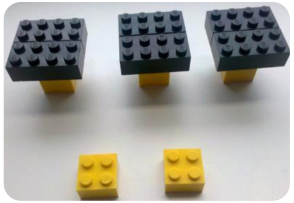


- **Welche Möglichkeiten gibt es aus den vorhandenen Steinen die Tische und Stühle zu fertigen?**

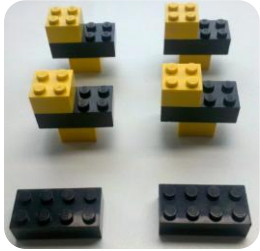
Mögliche Produktionsprogramme

Varianten ohne Möglichkeit für weitere Produktion

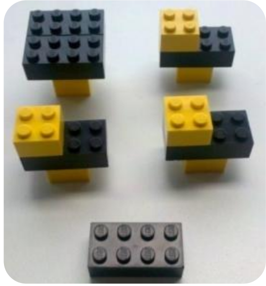
- Nur Tische
  - 3 Tische (6 große Steine, 6 kleine Steine)
  - Rest: 2 kleine Steine



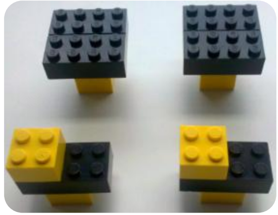
- Nur Stühle
  - 4 Stühle (4 große Steine, 8 kleine Steine)
  - Rest: 2 große Steine



- 1. Kombination
  - 1 Tisch, 3 Stühle (5 große Steine, 8 kleine Steine)
  - Rest: 1 großer Stein



- 2. Kombination
  - 2 Tische, 2 Stühle (6 große Steine, 8 kleine Steine)
  - Rest: 0 Steine



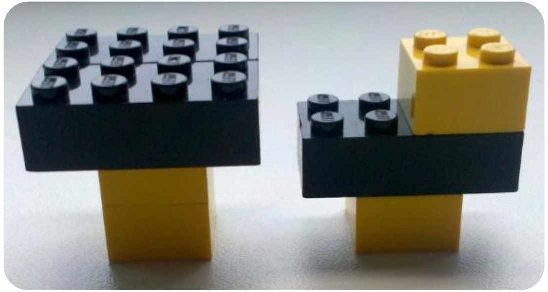
Kosten, Erlöse und Deckungsbeiträge

- Kosten für LEGO Bausteine
  - Große Steine: 6€
  - Kleine Steine: 3€

- Verkaufserlöse für Produkte
  - Tisch: 34€
  - Stuhl: 22€

- Mit den Produkten lassen sich Deckungsbeiträge erzielen
  - Tisch: 34€ - (2x6€ + 2x3€) = 16€
  - Stuhl: 22€ - (1x6€ + 2x3€) = 10€

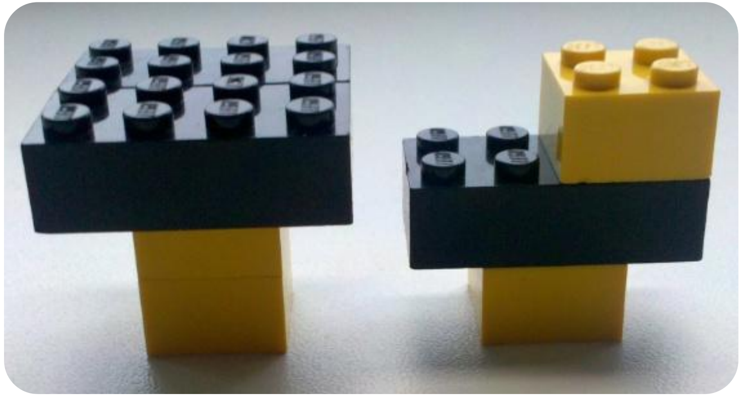
- **Welches Produktionsprogramm soll gefertigt werden?**



Tisch Stuhl

Einführendes Beispiel: Produktionsprogrammplanung

- Problemstellung
- **Modellierung**
- Lösungsverfahren



Berechnung der Deckungsbeiträge für mögliche Programme

- Mit welchem Produktionsprogramm lässt sich der maximale Deckungsbeitrag erzielen?

Anzahl Tische (x_1)	Anzahl Stühle (x_2)	Deckungsbeitrag
0	0	0 €
1	0	16 €
0	1	10 €
⋮	⋮	⋮
0	4	40 €
1	3	46 €
2	**2**	**52 €**
3	0	48 €

- Zielfunktion:

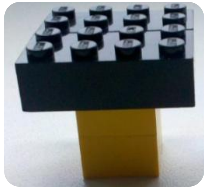
$$\boxed{16\,€ \cdot x_1 \quad + \quad 10\,€ \cdot x_2 \quad \leftarrow \quad \text{maximal}}$$

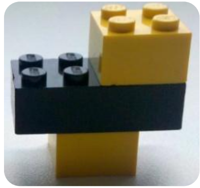
Modellierung der Nebenbedingungen

- Weiterhin lassen sich die Restriktionen der Bausteine in Nebenbedingungen überführen.

- Nebenbedingungen:

$$
\begin{aligned}
2x_1 &+ 2x_2 &\leq 8 \text{ (kleine Steine)} \\
2x_1 &+ 1x_2 &\leq 6 \text{ (große Steine)}
\end{aligned}
$$





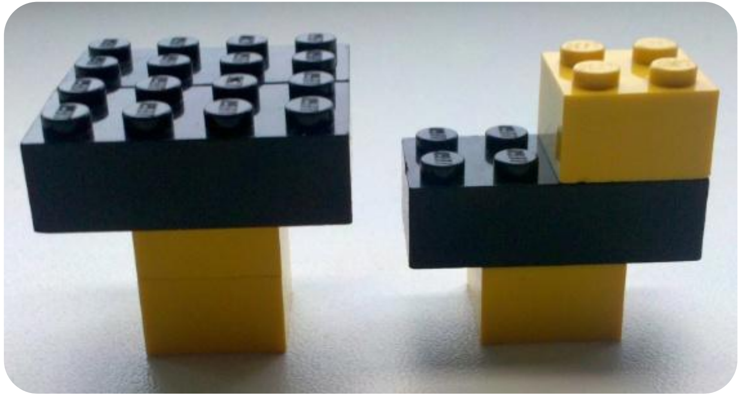
Modellierung – Zusammenfassung

Entscheidungsvariablen:
x_1 – Produktionsmenge des Produktes P_1 (Tisch)
x_2 – Produktionsmenge des Produktes P_2 (Stuhl)

Zielfunktion:
$z = 16x_1 + 10x_2$ maximieren

Nebenbedingungen:
$2x_1 + 2x_2 \leq 8$ (kleine Lego-Steine)
$2x_1 + 1x_2 \leq 6$ (große Lego-Steine)

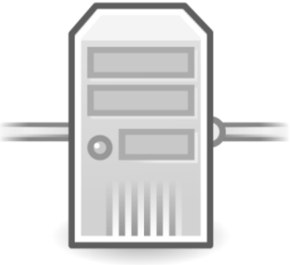
Definitionsbereich:
$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$ (Nichtnegativitätsbedingungen)
(Ganzzahligkeit wird zunächst vernachlässigt)



Von Modell zum Lösungsverfahren

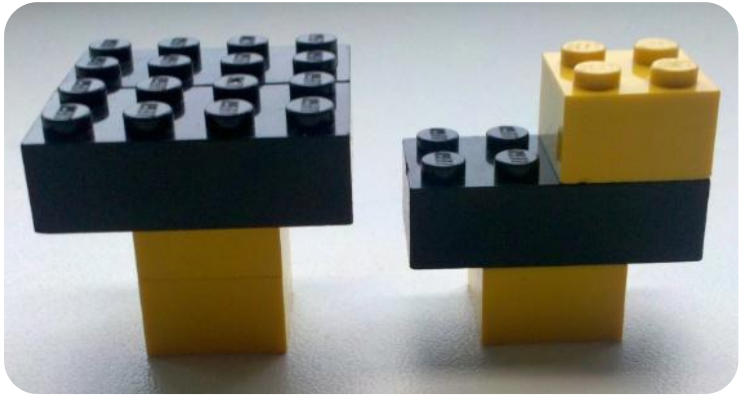
- Menge an **Entscheidungen** basierend auf Entscheidungsvariablen
- **Zulässige** Entscheidungen erfüllen Nebenbedingungen
- **Lösungsraum** mit zulässigen Entscheidungen
- Jede Entscheidung hat einen **Zielfunktionswert** (ZFW)
- Lösungsverfahren: (Systematisches) **Durchsuchen** des Lösungsraumes
- **Optimale** Lösung: Zulässige Lösung mit maximalem/minimalem ZFW

$$
\begin{array}{ll}
\text{Max} & 16x_1 + 10x_2 \\
 & 2x_1 + 2x_2 \leq 8 \\
 & 2x_1 + 1x_2 \leq 6 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{array}
$$



Einführendes Beispiel: Produktionsprogrammplanung

- Problemstellung
- Modellierung
- **Lösungsverfahren**



Grafische Lösung für 8 kleine Steine

Maximiere
$z = 16x_1 + 10x_2$

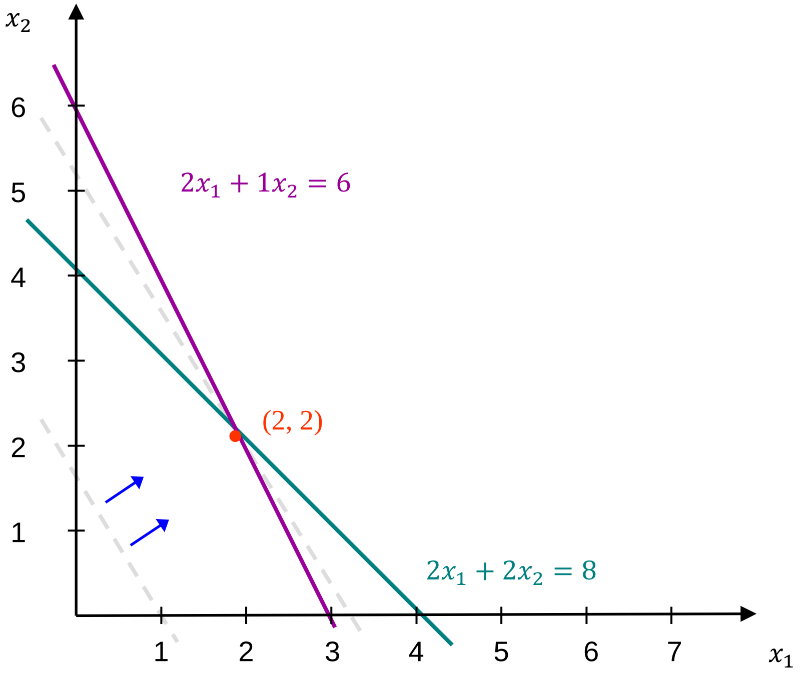
u.d.N.

$$2x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Optimale Lösung:
$x_1 = 2, x_2 = 2, z = 52$



Grafische Lösung für 10 kleine Steine

Maximiere

$z = 16x_1 + 10x_2$

u.d.N.

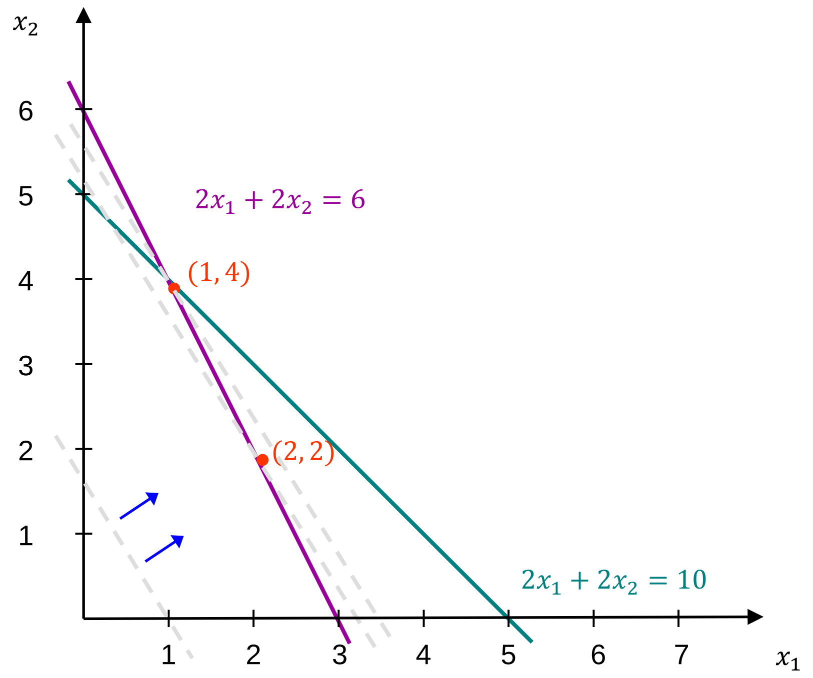
$$2x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Optimale Lösung:

$x_1 = 1, x_2 = 4, z = 56$



Technische Universität Braunschweig

Decision Support
Institut für Wirtschaftsinformatik

Zusammenfassung

- Die drei Schritte im Operations Research
  - Problemdefinition
  - Mathematisches Modell
  - Lösung des Modells

- Einführungsbeispiel