



Technische  
Universität  
Braunschweig

Institut für Automobilwirtschaft  
und Industrielle Produktion



# Operations Management

## Kapitel 8: Losgrößenplanung – Teil 1

Eduard Havresciuc, M. Sc.  
Wintersemester 2024/2025

## 8. Losgrößenplanung– Teil 1

8.1 Losgrößenplanung in der Werkstattproduktion

8.2 Übung zur Losgrößenplanung in der Werkstattproduktion

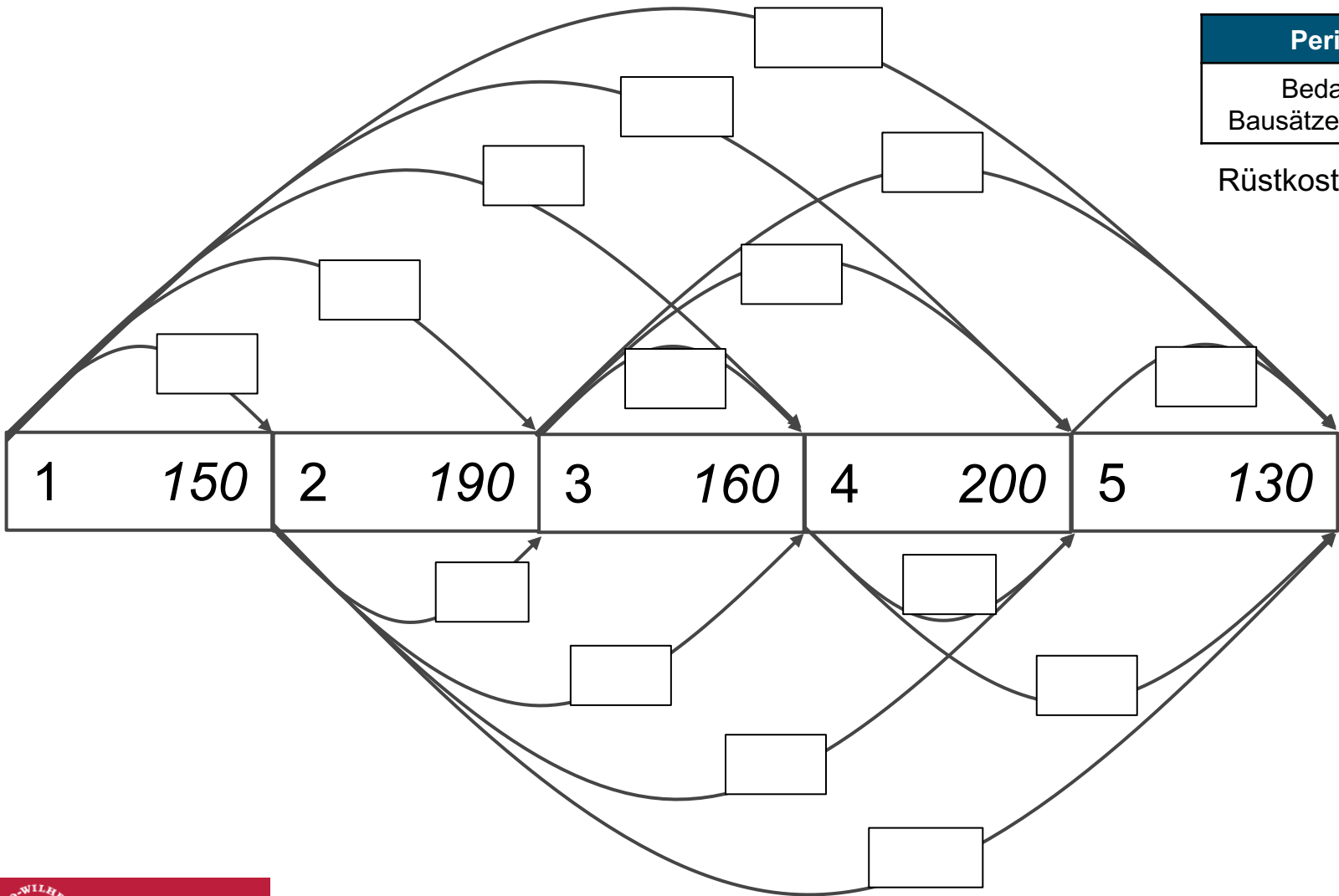
# Aufgabe 1 – Losgrößenplanung (Dyn. Programmierung)

Sie arbeiten im Produktionsbetrieb der Firma „E-KAI“, der sich auf die Herstellung von zwei SB-Möbelbausätzen spezialisiert hat. Hierbei benötigen Sie drei wesentliche Aggregate: Eine Spanplattenerzeugung, eine Furnieranlage sowie eine Multikopfbohrmaschine.

Sie fokussieren sich bei Ihrer Planung zunächst auf die Furnieranlage. Hier planen Sie die Produktion tageweise. Sie wissen, dass für einen Bausatz der Produktvariante 1 zehn laufende Meter Spanplatte zu furnieren sind. Die fachgerechte Lagerung eines Bausatzes furnierten Holzes kostet Sie 1,30 € pro Tag. Gleichzeitig wissen Sie, dass die Einrüstung der Furniermaschine Kosten in Höhe von 248 € verursacht. Sie kennen den Bedarf an in Birke furnierten Bausätzen der nächsten 5 Tage. Bestimmen Sie die kostenminimalen Losgrößen des zu furnierenden Bausatzes der Produktvariante 1.

Periode	1	2	3	4	5
Bedarf an Bausätzen in Birke	150	190	160	200	130

# Lösung Aufgabe 1 - Losgrößenplanung



Periode	1	2	3	4	5
Bedarf an Bausätzen in Birke	150	190	160	200	130

Rüstkosten: 248 € ; Lagerkostensatz: 1,30 €/Tag

- 1 Bewertung der einzelnen Wegstrecken
- 2 Bewertung von Teil- und Gesamtwegen
- 3 Rückwärtsrechnung

# Lösung Aufgabe 1 - Berechnung der einzelnen Wegekosten

Letzter gedeckter Bedarf in Periode k		Direkte Bedarfsdeckung ab Periode t, vorhergehende Bedarfe gedeckt mit Minimalkosten				
		t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
	$d_t$	150	190	160	200	130
k = 1	$c_{tk}$	248	—	—	—	—
k = 2	$c_{tk}$	495	248			
k = 3	$c_{tk}$	911	456	248		
k = 4	$c_{tk}$	1691	976	508	248	
k = 5	$c_{tk}$	2367	1483	846	417	248

## 1. Berechnung der einzelnen Wegekosten

$d_t$  Bedarf in Periode t

$F_t$  Fixkosten bei Produktion in Periode t

$l_t$  Lagerhaltungskostensatz

$c_{tk}$  Kosten, welche bei Produktion in Periode t zur Deckung des Gesamtbedarfs der Perioden t, ..., k entstehen

$$F_t = 248 \text{ €}$$

$$l_t = 1,30 \text{ €/Tag}$$

$$\text{wenn } k = t : c_{tk} = F_t \quad \forall t, k = 1, \dots, T$$

wenn  $k > t$ :

$$c_{tk} = F_t + l_t \cdot \sum_{v=t+1}^k (v - t) \cdot d_v \quad \forall t, k = 1, \dots, T$$

$$c_{12} = 248 + l_1 (2-1) d_2$$

$$c_{13} = 248 + l_1 [(2-1) d_2 + (3-1) d_3]$$

$$c_{23} = 248 + l_2 [(3-2) d_3]$$

$$c_{24} = 248 + 1,3 [(3-2) d_3 + (4-3) d_4] = 976$$

# Lösung Aufgabe 1 - Bewertung von Teil- und Gesamtwegen

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= f_k \\ \text{u. d. N.} \\ f_0 &= 0 \\ f_k &= \min_{1 \leq t \leq k} \{f_{t-1} + c_{tk}\} \quad \forall k = 1, \dots, T \end{aligned}$$

Letzter gedeckter Bedarf in Periode k		Direkte Bedarfsdeckung ab Periode t, vorhergehende Bedarfe gedeckt mit Minimalkosten					Minimal -kosten $f_k$	Periode der letzten Losauflage $p_k$ bei Minimalkosten
		$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$		
$k = 1$	Bedarf Kosten Summe	$f_0 + c_{11}$ 248 min					248	$p_1 = 1$
$k = 2$	Bedarf Kosten Summe	$f_0 + c_{12}$ 495	$f_1 + c_{22}$ 496 min				495	$p_2 = 1$
$k = 3$	Bedarf Kosten Summe	$f_0 + c_{13}$ 911	$f_1 + c_{23}$ 704	$f_2 + c_{33}$ 744 min			704	$p_3 = 2$
$k = 4$	Bedarf Kosten Summe	$f_0 + c_{14}$ 1691	$f_1 + c_{24}$ 1224	$f_2 + c_{34}$ 1004	952		952	$p_4 = 4$
$k = 5$	Bedarf Kosten Summe	$f_0 + c_{15}$ 2367	$f_1 + c_{25}$ 1731	1341	1121	1200	1121	$p_5 = 4$

⇒ 1, 2, 4

# Lösung Aufgabe 1 - Rückwärtsrechnung

Letzter gedeckter Bedarf in Periode k		Direkte Bedarfsdeckung ab Periode t, vorhergehende Bedarfe gedeckt mit Minimalkosten					Minimalkosten $f_k$	Periode der letzten Losauflage $p_k$ bei Minimalkosten
		$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$		
$k = 1$	Bedarf Kosten Summe							
$k = 2$	Bedarf Kosten Summe							
$k = 3$	Bedarf Kosten Summe							
$k = 4$	Bedarf Kosten Summe							
$k = 5$	Bedarf Kosten Summe							



## Aufgabe 2 - Losgrößenplanung

Leider mussten Sie feststellen, dass Ihre Furnieranlage durch die großen Lose regelmäßig überlastet wird. Sie entscheiden sich daher eine Kapazitätsrestriktion in Ihre Betrachtung zu integrieren, wodurch die maximale Losgröße auf 300 reduziert wird. Wie wirkt sich dies auf die Losgrößen und Gesamtkosten aus? Begründen Sie Ihre Antwort.

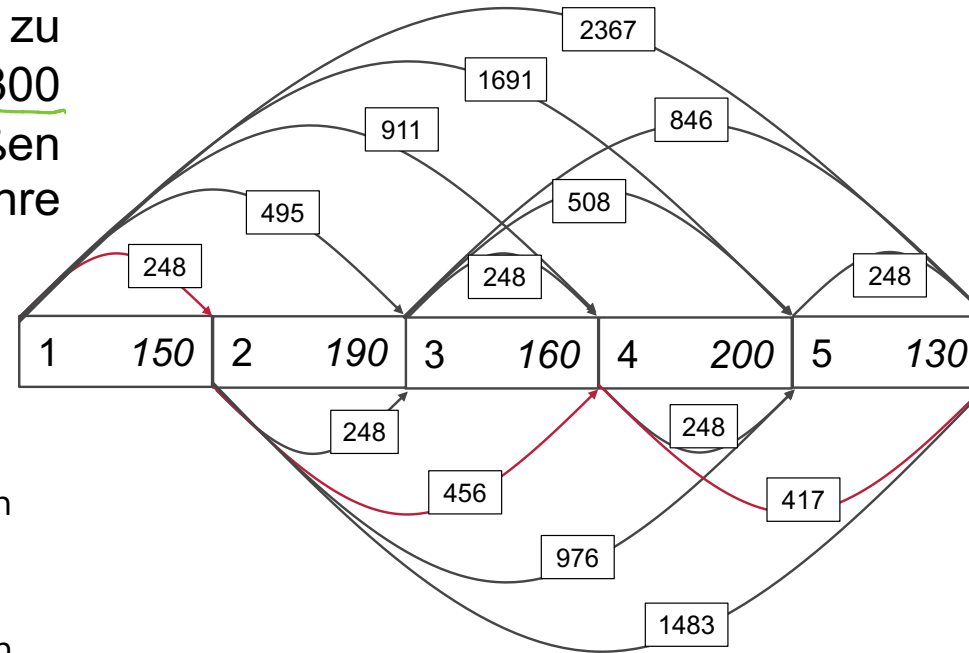
$$C_{kl} \leq 300$$

$$2,4 > 300 \text{ } \}$$

Durch die Kapazitätsrestriktion können die geplanten Losgrößen in Periode 2 und Periode 4 nicht realisiert werden. Es muss in weiteren Perioden gerüstet werden.

Eine Einschränkung des Lösungsraums führt i.d.R. zur Verschlechterung des Zielfunktionswertes und folglich zu steigenden Gesamtkosten.

$\Rightarrow$   $\uparrow$  ZF, Kosten  $\uparrow$



**Rüsten in Periode:**  
1, 2 und 4

**Produktionsmengen:**  
 $q_1 = 150$ ,  
 $q_2 = 350$ ,  
 $q_3 = 0$ ,  
 $q_4 = 330$ ,  
 $q_5 = 0$

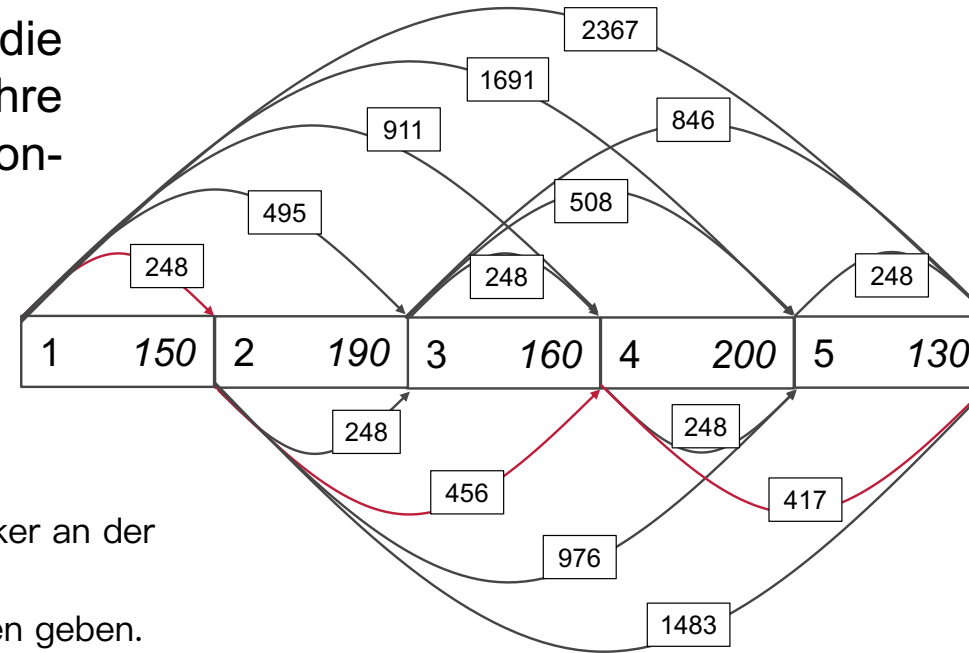
**Gesamtkosten:**  
1121 €



## Aufgabe 3 - Losgrößenplanung

Ihr Logistikdienstleister droht mit einer drastischen Erhöhung der Lagerkostensätze.

Würde sich die optimale Lösung dadurch verändern?  
Wenn ja, wie würde sich die Lösung mit Blick auf die Entscheidungsvariablen ändern? Begründen Sie Ihre Antwort stichpunktartig. Hinweis: Die Angabe konkreter Zahlen ist nicht erforderlich.



**Rüsten in Periode:**  
1, 2 und 4

**Produktionsmengen:**  
 $q_1 = 150$ ,  
 $q_2 = 350$ ,  
 $q_3 = 0$ ,  
 $q_4 = 330$ ,  
 $q_5 = 0$

**Gesamtkosten:**  
1121 €

Ja, die Lösung würde sich verändern.

Da das Lagern teurer wird, wird sich die Produktion tendenziell stärker an der Nachfrage orientieren (Verschiebung des Tradeoffs).

Es wird kleinere Lose, häufigeres Rüsten und geringere Lagermengen geben.

# Freiwillige Hausaufgabe

Nach den Erklärungen und Diskussionen, möchten Sie damit beginnen die Losgrößen zu optimieren. Dazu unterteilen Sie die Woche in 7 Perioden mit einer Periodenlänge von einem Tag. Sie haben eine Prognose für die kommenden Bedarfe der nächsten 7 Perioden erstellt. Diese finden Sie in Tabelle **OM 4.3**. Das Rüsten der Maschine kostet Sie 20 € pro <sup>Fix</sup> Rüstvorgang und die Lagerkosten betragen 1,50 € pro Elektro-Lastenfahrrad und Periode. Da Sie die Maschine nach jeder Nutzung warten müssen, muss jede Periode gerüstet werden, wenn Sie Elektro-Lastenfahräder herstellen. Für die Ermittlung der optimalen Losgröße nutzen Sie das Single Level Uncapacitated Lot Sizing Problem (SLULSP).

Tabelle OM 4.3: Prognose der Bedarfe an Elektro-Lastenfahrrädern für die nächsten 7 Perioden

Periode	1	2	3	4	5	6	7
Bedarf an E-Lastenfahrrädern [Stück]	20	15	25	30	15	20	20

$$h_t = 1.5 \quad , \quad F_t = 20$$

# Freiwillige Hausaufgabe

Die allgemeine Modellformulierung haben Sie bereits aufgestellt:

$$\min Z = \sum_{t=1}^T (l_t \cdot L_t + F_t \cdot \gamma_t) \quad (1)$$

u.d.N.

$$L_t = L_{t-1} + q_t - d_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$q_t \leq M \cdot \gamma_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$L_0 = \textit{gegeben} \quad (4)$$

$$q_t, L_t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$\gamma_t \in \{0; 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (6)$$

# Freiwillige Hausaufgabe

- a) Geben Sie die konkretisierte Zielfunktion sowie die Lagerbilanzgleichung der dritten Periode unter Verwendung der gegebenen Daten für die hier beschriebene Planungssituation an. Erläutern Sie kurz die Entscheidungsvariablen.

Zielfunktion:  $\min Z = \sum_{t=1}^T (h_t \cdot L_t + \bar{r}_t v_t) = \sum_{t=1}^7 (1.5 L_t + 20 v_t)$  (5 Punkte)

Lagerbilanzgleichung der dritten Periode:  $L_3 = L_2 + q_3 - d_3$

Erläuterung Entscheidungsvariablen:

- $q_t$  : Losgröße
- $L_t$  : Lagerbestand
- $v_t$   $\begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$  wenn rüstet

# Freiwillige Hausaufgabe

Zur Lösung des Optimierungsmodells haben Sie sich für die Dynamische Programmierung entschieden. Sie haben bereits die Bewertung der Teil- und Gesamtwege durchgeführt. Diese Ergebnisse sind in Tabelle **OM 4.4** dargestellt.

Tabelle OM 4.4: Ergebnisse des zweiten Schrittes der Dynamischen Programmierung

Letzter gedeckter Bedarf in Periode k	Bedarf in t	Direkte Bedarfsdeckung ab Periode t, vorhergehende Bedarfe gedeckt mit Minimalkosten							$f_0 = 0$	Perioden der letzten Losauflage bei Minimalkosten
		t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	Minimalkosten $f_k$	
k=1	Kosten	20	-	-	-	-	-	-	20	$P_1 = 1$
k=2	Kosten	32	40	-	-	-	-	-	32	$P_2 = 1$
k=3	Kosten	72	60	52	-	-	-	-	52	$P_3 = 3$
k=4	Kosten	144	108	76	72	-	-	-	72	$P_4 = 4$
k=5	Kosten	192	144	100	84	92	-	-	84	$P_5 = 4$
k=6	Kosten	272	208	148	116	108	104	-	104	$P_6 = 6$
k=7	Kosten	368	288	212	164	140	120	124	120	$P_7 = 6$

Rüste in Periode : 1, 3, 4, 6

Produktionsmengen :  $q_1 = 20$

$q_3 = 25$

$q_4 = 30$

$q_6 = 20$

Gesamt = 120

# Freiwillige Hausaufgabe

b) Bestimmen Sie auf Basis des Lösungstableaus die optimalen Losgrößen und tragen Sie diese in Tabelle **OM 4.5** ein. Welche Gesamtkosten resultieren aus dem Produktionsplan? Wie hoch ist der veränderte Lagerkostensatz? (**Achtung:** Aufgrund einer verbesserten Lagerhaltung hat sich der Lagerkostensatz im Vergleich zur Teilaufgabe a verändert.)

(6 Punkte)

Tabelle OM 4.5: Optimale Losgrößen nach der Dynamischen Programmierung (auszufüllen)

Periode	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
Optimale Losgröße	20	0	25	30	0	20	0

$$\text{Gesamtkosten} = 120 \text{ €}$$

$$C_2 = F_t + l_t (2-1)d_2$$
$$32 = 20 + l_t 15 \Leftrightarrow l_t = \frac{12}{15} = 0.8$$

# Freiwillige Hausaufgabe

Nach der letzten durchgeführten Losgrößenplanung häufen sich die Beschwerden. Ihre Kund\*innen sagen, dass die Lieferungen zu spät kommen würden, während die Angestellt\*innen behaupten, dass die aktuellen Pläne nicht durchführbar wären.

- c) Erklären Sie der Geschäftsführung, wodurch diese Probleme entstanden sind, und zeigen Sie einen Lösungsweg auf. Begründen Sie Ihre Antwort. (5 Punkte)

weil wir nicht in jeder Periode gerüstet haben,

das ist der Nachteil von SLVLSP