Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

14.02.2013

Name : ____________________

Vorname : ____________________

Matrikelnummer : ____________________

Studiengang : ____________________

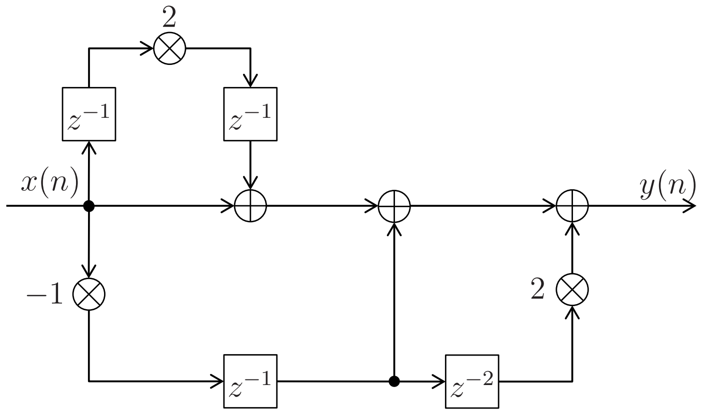
Klausurnummer : ____________________

Aufgabe	Punkte	
1	/14	
2	/11	
3	/11	
4	/14	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Analyse eines LSI-Systems

(14 Punkte)

Gegeben sei ein zeitdiskretes Filter mit der Übertragungsfunktion $H(z)$, der Impulsantwort $h(n)$, dem Eingangssignal $x(n)$, dem Ausgangssignal $y(n)$, sowie dem nachfolgend dargestellten Blockschaltbild:



a) Geben Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ an.

b) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h(n)$ des Systems.

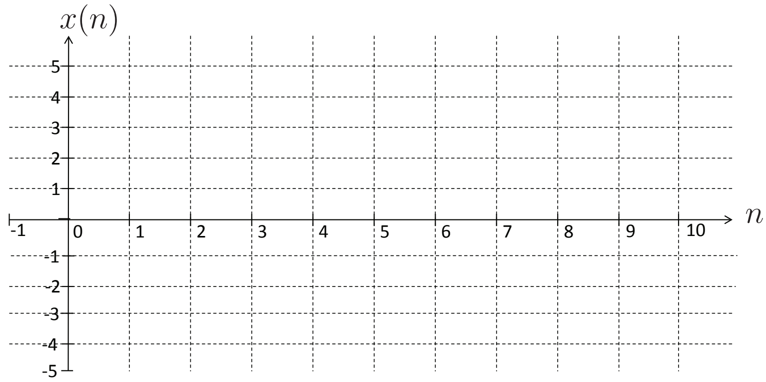
c) Bestimmen Sie die z-Transformierte $Y(z)$ der Differenzengleichung sowie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems.

d) Zeichnen Sie das Blockschaltbild von $H(z)$ in transponierter Direktform 2. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Blockschaltbildes!

Für die nachfolgenden Teilaufgaben sei das Eingangssignal $x(n)$ gegeben durch:

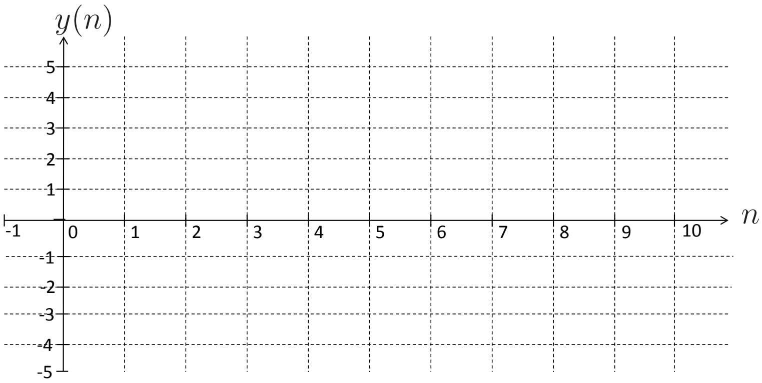
$$x(n) = -\epsilon(n-1) + \delta(n-1) + 2\epsilon(n-2) - \epsilon(n-3) - \epsilon(n-4) - \delta(n-4) + \epsilon(n-5)$$

e) Zeichnen Sie das Eingangssignal $x(n)$ in folgendes Diagramm:



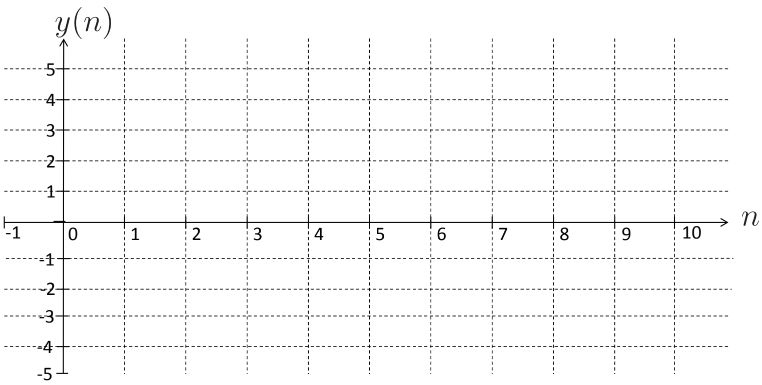
(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

f) Zeichnen Sie $y(n) = x(n) * h(n)$ in folgendes Diagramm. Tipp: Zeichnerischer Lösungsweg!

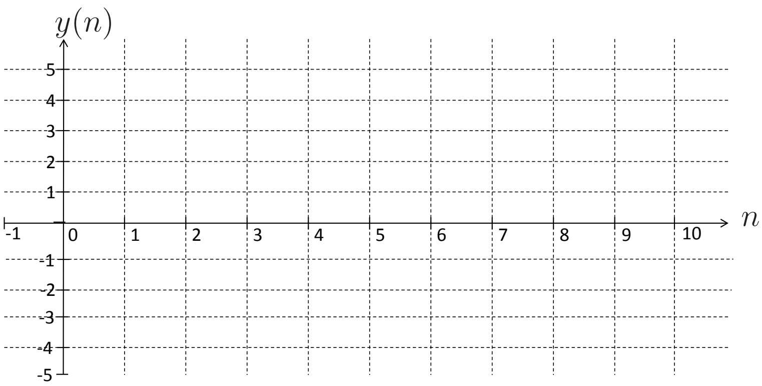


Nun soll das Signal $y(n)$ mit Hilfe der schnellen Faltung berechnet werden.

g) Zeichnen Sie $y(n)$ unter Verwendung einer DFT der Länge $K = 6$ in folgendes Diagramm:



h) Zeichnen Sie $y(n)$ unter Verwendung einer DFT der Länge $K = 8$ in folgendes Diagramm:



Aufgabe 2: Filterentwurf eines zeitdiskreten IIR-Filters

(11 Punkte)

Durch Anwendung der Impulsinvarianzmethode auf ein zeitkontinuierliches Butterworth-Filter soll ein zeitdiskretes Tiefpassfilter entworfen werden. Der quadrierte Amplitudengang des zeitkontinuierlichen Filters lautet:

$$|H_a(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\frac{j\omega}{j\omega_c})^{2N}}$$

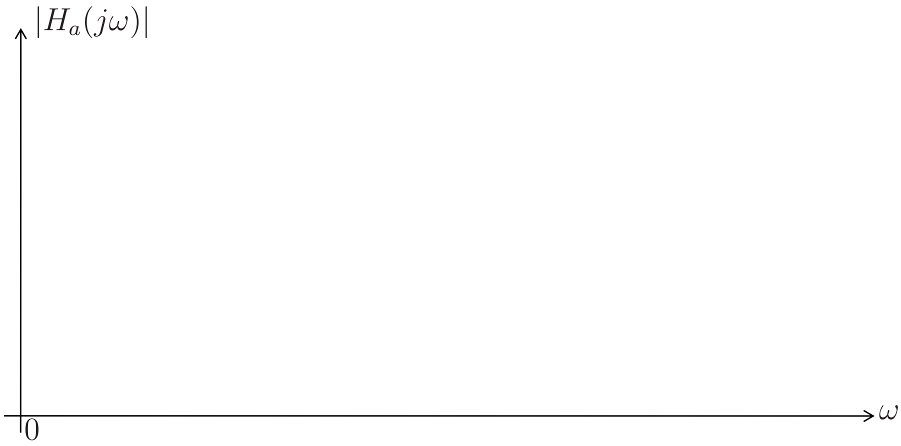
Folgende zeitdiskrete Spezifikation soll eingehalten werden:

$$R_\mathrm{p} = 0{,}3\,\mathrm{dB} \qquad \Omega_\mathrm{p} = 0{,}7\,\pi$$

$$d_\mathrm{st} = 60\,\mathrm{dB} \qquad \Omega_\mathrm{st} = 0{,}9\,\pi$$

Gehen Sie im weiteren Verlauf dieser Aufgabe davon aus, dass Aliasing keine Rolle spielt.

a) Zeichnen Sie in folgendes Diagramm die Toleranzgrenzen von $|H_a(j\omega)|$, so dass nach Anwendung der Impulsinvarianzmethode die Filterspezifikation des zeitdiskreten Filters eingehalten wird. Bestimmen Sie dafür die Frequenz- und Amplitudenwerte des Filters an den Grenzen des Übergangsbereichs. Vervollständigen Sie das Diagramm mit den ermittelten Werten!



b) Bestimmen Sie die Filterordnung N so, dass die Filterspezifikation an beiden Grenzen des Übergangsbereichs exakt erfüllt ist.

c) Bestimmen Sie die Filtergrenzfrequenz ω_c.

d) Welchen Betrag in dB hat die Dämpfung des Filters bei ω_c?

Nun soll überprüft werden, ob die Filterordnung N des Butterworth-Entwurfs aus b) auch bei einem Filterentwurf nach Tschebyscheff Typ I zu einer Erfüllung der Filterspezifikation im Durchlassbereich führt.

e) Stellen Sie dafür den Wert der Dämpfung an der Durchlassbereichsgrenze fest und vergleichen diesen mit dem Wert des Butterworth-Filters aus Aufgabenteil a). Ist hier die Filterspezifikation für den Durchlassbereich erfüllt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3: Pol–Nullstellen–Diagramme und Analyse eines LTI–Systems

(11 Punkte)

Gegeben seien die Pol–Nullstellen–Diagramme und Konvergenzgebiete (schraffierte Bereiche) von LTI-Systemen auf Seite 6.

a) Bestimmen Sie für alle Systeme, ob es sich jeweils um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass, Bandpass oder eine Bandsperre handelt.

b) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese eine reellwertige oder eine komplexwertige Impulsantwort besitzen. Begründen Sie Ihre Antwort!

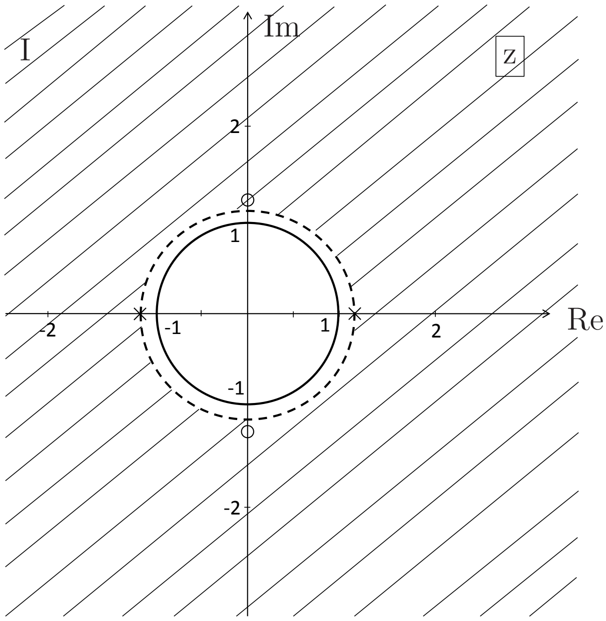
c) Geben Sie für alle Systeme für das jeweils angegebene Konvergenzgebiet an, ob sie eine links-, rechts- oder beidseitige Impulsantwort besitzen. Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese stabil sind. Begründen Sie Ihre Antwort!

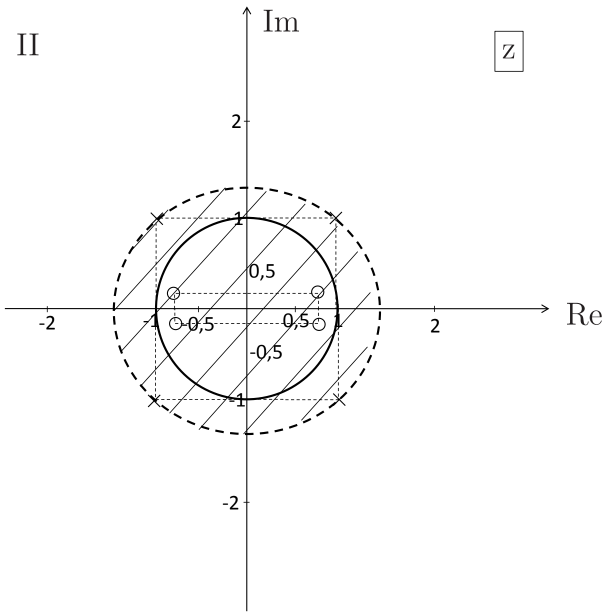
e) Geben Sie für alle Systeme an, ob die Fouriertransformierte existiert. Begründen Sie Ihre Antwort!

f) Geben Sie für System III die Übertragungsfunktion $H(z)$ an. Nutzen Sie dabei eine Konstante b_0!

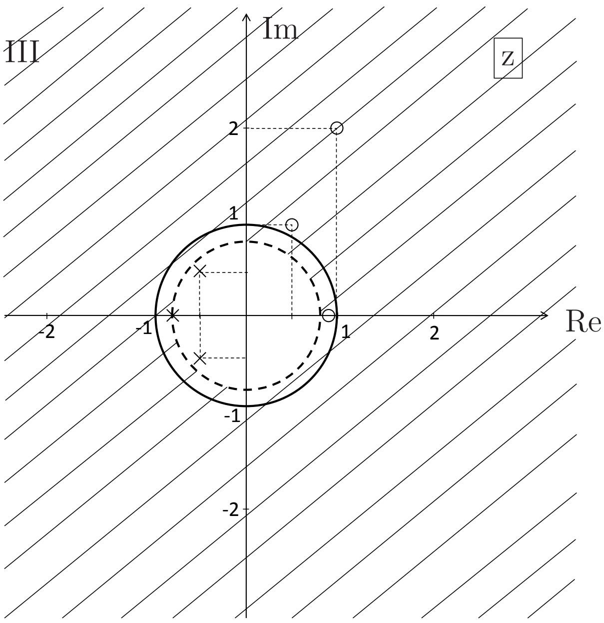
g) Zerlegen Sie das System III in einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$ und ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$, so dass gilt $H(z) = H_{\mathrm{AP}}(z) \cdot H_{\min}(z)$.



$z_{0,1} = 1{,}2j$
$z_{0,2} = -1{,}2j$
$z_{\infty,1} = 1{,}1$
$z_{\infty,2} = -1{,}1$



$z_{0,1} = -0{,}7 + 0{,}2j$
$z_{0,2} = -0{,}7 - 0{,}2j$
$z_{0,3} = 0{,}7 + 0{,}2j$
$z_{0,4} = 0{,}7 - 0{,}2j$
$z_{\infty,1} = 1 + j$
$z_{\infty,2} = 1 - j$
$z_{\infty,3} = -1 + j$
$z_{\infty,4} = -1 - j$

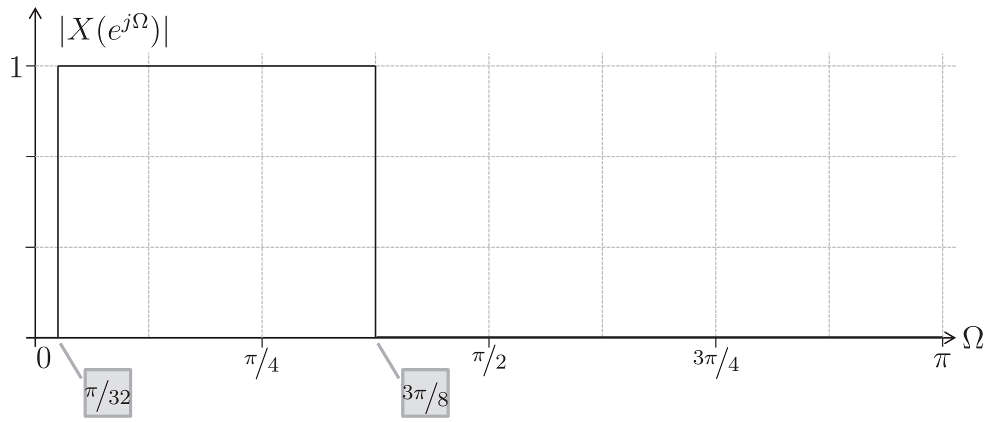


$z_{0,1} = 0{,}95$
$z_{0,2} = 0{,}5 + j$
$z_{0,3} = 1 + 2j$
$z_{\infty,1} = -0{,}9$
$z_{\infty,2} = -0{,}5 + 0{,}5j$
$z_{\infty,3} = -0{,}5 - 0{,}5j$

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung eines Audiosignals

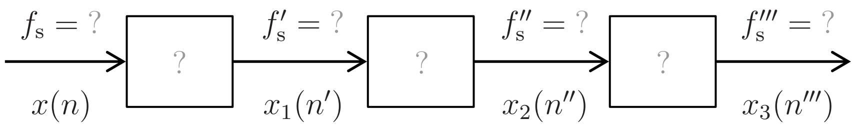
(14 Punkte)

Das Audiosignal $x(n)$ eines Funkmikrofons für Sprache arbeitet mit der Abtastrate $f_\mathrm{s} = 48\,\mathrm{kHz}$ am Ausgang des A/D-Wandlers und habe folgendes Betragsspektrum $|X(e^{j\Omega})|$:



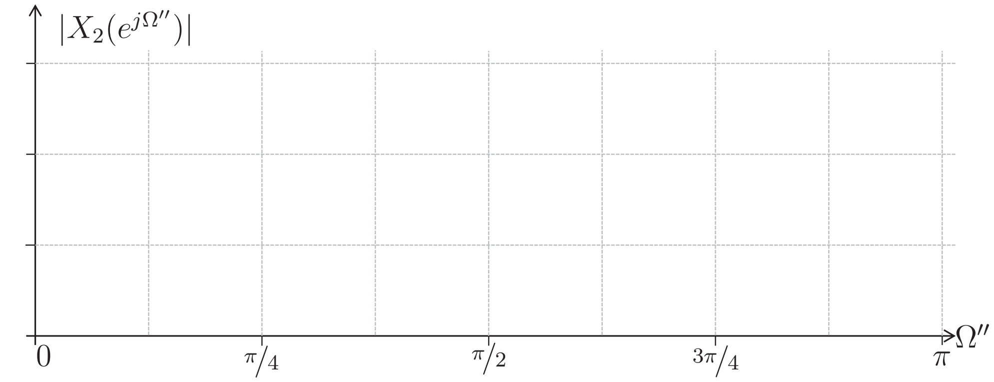
Für die digitale Übertragung per Funk soll das Signal nun mit der Abtastrate $f_\mathrm{s}''' = 16\,\mathrm{kHz}$ weiterbearbeitet werden. Dieses Signal wird mit $x_3(n''')$ bezeichnet. Sie können im weiteren Verlauf dieser Aufgabe von idealen Filtern ausgehen.

a) Vervollständigen Sie das unten stehende Blockschaltbild gemäß der beschriebenen Abtastratenwandlung. Geben Sie hierbei sämtliche Abtastratenfaktoren L_up, L_down, Abtastraten $f_\mathrm{s}, f_\mathrm{s}', f_\mathrm{s}'', f_\mathrm{s}'''$ und optimale Filtergrenzfrequenzen Ω_c an. Achten Sie auf eventuell notwendige gestrichene Bezeichner!



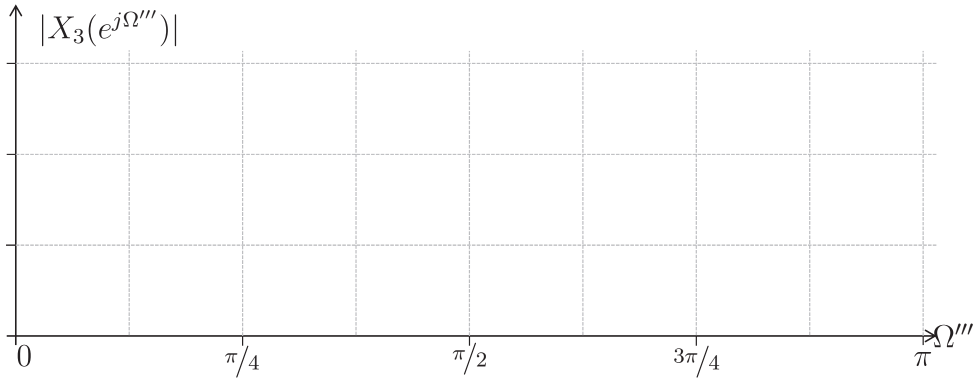
$L_\mathrm{up} = ?, \quad L_\mathrm{down} = ?, \quad \Omega_\mathrm{c} = ?$

b) Zeichen Sie nun das Amplitudenspektrum $|X_2(e^{j\Omega''})|$ für den Frequenzbereich von 0 bis π in das nachfolgende Diagramm ein. Ergänzen Sie die Beschriftung der beiden Achsen in geeigneter Weise!



(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

c) Zeichen Sie nun das Amplitudenspektrum $|X_3(e^{j\Omega'''})|$ für den Frequenzbereich von 0 bis π in das nachfolgende Diagramm ein. Ergänzen Sie die Beschriftung der beiden Achsen in geeigneter Weise!



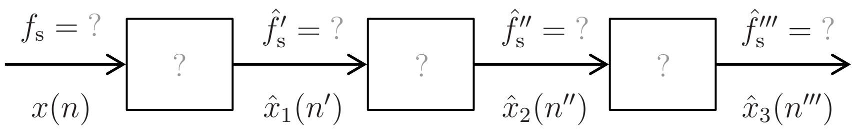
d) Kam es bei der oben genannten Umwandlung zu einem Qualitätsverlust des Audiosignals? Begründen Sie Ihre Antwort!

Im Weiteren soll eine kritische Unterabtastung des Audiosignals erfolgen.

e) Bestimmen Sie nun das Abtastratenverhältnis $\hat{R} = \frac{\hat{L}_{\text{up}}}{\hat{L}_{\text{down}}}$. Bei diesen Abtastratenfaktoren $\hat{L}_{\text{up}}, \hat{L}_{\text{down}}$ gilt dann, dass der unter d) beobachtete Effekt gerade nicht mehr auftritt.

f) Mit welcher Abtastrate $\hat{f}_s'''$ wird nun das Signal übertragen?

g) Vervollständigen Sie das unten stehende Blockschaltbild gemäß der kritischen Unterabtastung. Achten Sie auf eventuell notwendige gestrichene Bezeichner!



$$\hat{L}_{\text{up}} = ?, \quad \hat{L}_{\text{down}} = ?, \quad \hat{\Omega}_c = ?$$

h) Zeichen Sie nun das Amplitudenspektrum $|\hat{X}_3(e^{j\hat{\Omega}'''})|$ für den Frequenzbereich von 0 bis π in das nachfolgende Diagramm ein. Ergänzen Sie die Beschriftung der beiden Achsen in geeigneter Weise!