Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 11/12

Kurzfragen ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 30 min)

1) Wie groß ist der Abstand zweier nächster Nachbaratome der gleichen Art in einem Kristallgitter mit der Gitterkonstante a

im Zinkblendegitter? ....

im Diamantgitter? ....

2) Welche der Aussagen zu dem gezeigten Bändermodell mit den Bandkanten W_V und W_L sowie den beiden Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} für die Elektronen und Löcher sind richtig unter der Voraussetzung gleicher effektiver Zustandsdichten im Leitungs- und Valenzband?

3) Welche der Aussagen zum Bipolartransistor sind richtig?

4) Welche der Aussagen zur Kapazität C einer pn-Diode mit abruptem Übergang und homogenen Dotierungen sind zutreffend?

5) Skizzieren Sie in dem vorbereiteten Diagramm den Verlauf der Bandkanten eines intrinsischen homogenen Halbleiters mit gleichförmigem elektrischen Feld. Markieren Sie W_L, W_V und W_i sowie Plus- und Minuspol der äußeren Spannungsquelle (in den Quadraten) und die positive Stromrichtung I.

6) Welche der Aussagen zu Feldeffekt-Transistoren sind zutreffend?

7) Schätzen Sie die Transitfrequenz f_T eines FET ab für eine Gatelänge $l_G = 1$ µm und eine Sättigungsdriftgeschwindigkeit der Elektronen $v_{sat} = 1\cdot10^7$ cm/s. (Formel und Wert)

8) Welche digitalen Verknüpfungen werden hier realisiert (vereinfachen Sie möglichst die Ausdrücke)?

Welches Gatter wird dabei ausschließlich verwendet?

9) Tragen Sie in die durchgezogene Strom-Spannungskennlinien eines pn-Übergangs die üblichen Arbeitspunkte in Form eines Kreuzes mit entsprechendem Buchstaben für folgende optoelektronischen Bauelemente ein:

10) Berechnen Sie die Spannungsverstärkung $v_u = u_1/u_2$ der idealen Operationsverstärkerschaltung.

Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 11/12

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

1) In Abb. 1a und 1b sind ein Halbleiter-Widerstand und eine ideale Halbleiter-Diode aus identischem Grundmaterial schematisch dargestellt. Die Diffusionslängen der freien Ladungsträger L_n und L_p, die Bandlücke W_G sowie die geometrischen Abmessungen der Bauelemente sind als temperaturunabhängig anzusehen. Die Dotieratome sind vollständig ionisiert. Die Temperaturabhängigkeiten der Beweglichkeiten und der effektiven Zustandsdichten sind:

$$\frac{\mu_p(T)}{\mu_{p0}} = \frac{\mu_n(T)}{\mu_{n0}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-1}; \quad \frac{N_L(T)}{N_{L0}} = \frac{N_V(T)}{N_{V0}} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}$$

$T_0 = 300$ K; $\mu_{p0} = 100$ cm²/(Vs); $\mu_{n0} = 1000$ cm²/(Vs); $N_{L0} = N_{V0} = 10^{19}$ cm^{-3}; $W_G = 1$ eV; $L_p = 50$ µm; $L_n = 200$ µm. Für den Widerstand in Abb. 1a soll Störstellenleitung angenommen werden ($p = N_{A1} = 10^{18}$ cm^{-3}) und $l = 1$ mm. Bei der pn^+-Diode in Abb. 1b sollen die Bahnwiderstände vernachlässigt werden, und es gelten $N_{A2} = 10^{15}$ cm^{-3}, $N_D = 5\cdot10^{18}$ cm^{-3} sowie für eine Diode in Durchlasspolung allgemein

Für die Fläche beider Bauelemente gilt $A = 100$ µm². Lösen Sie die Aufgabenteile a) und b) formelmäßig, wobei in den Formeln **alle Temperaturabhängigkeiten** explizite enthalten sein sollen, und ermitteln Sie zusätzlich Zahlenwerte in b).

a) Geben Sie für beide Bauelemente I in Abhängigkeit von U, T und gegebenen Größen an. Hinweis: $n_i^2 = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)$ und $D_{n,p} = \frac{kT}{q}\mu_{n,p}$.

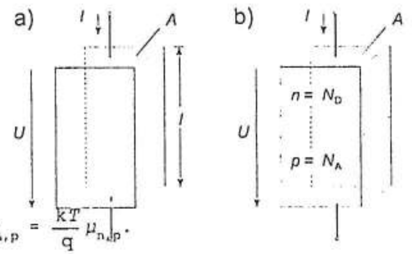


Abb. 1

b) Berechnen Sie für beide Bauelemente für $U = 10$ V und $T = T_0$ den Strom I und den relativen Temperaturkoeffizienten

$$J = \left(\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}\right)\cdot\left[\exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1\right].$$

$1/I \cdot dI/dT = f(I, T)$. Verwenden Sie sinnvolle Näherungen. ($q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Ws/K)

c) Ist die in der Aufgabenstellung angenommene Vernachlässigung der Bahnwiderstände der Diode gerechtfertigt?

2) Berechnen Sie für einen n^+p-Übergang (Abb. 2a) die Diffusionsspannung U_D und für den spannungslosen Fall ($U = 0$) die Ausdehnung der Verarmungszone w_p und die Größe der Sperrschichtkapazität pro Fläche c_s. Gegeben sind die thermische Energie $kT = 26$ meV, die konstanten Dotierungen $N_D = 10^{18}$ cm^{-3} und $N_A = 10^{15}$ cm^{-3} (alle vollständig ionisiert) des abrupten Übergangs, die Eigenleitungskonzentration $n_i = 10^{10}$ cm^{-3} sowie $\varepsilon = 10^{-12}$ As/(Vcm); $q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As.

a) Skizzieren Sie in den vorbereiteten Diagrammen (Abb. 2b bis d) die Verläufe der Raumladungsdichte ρ, der Feldstärke E und der Bandkanten W_L und W_V sowie der Fermi-Energie W_F in der Diode für $U = 0$. Dabei soll angenommen werden, dass die Raumladungszone ($0 \approx -w_n \le x \le w_p$) vollständig an beweglichen Ladungsträgern verarmt ist und ihre Ränder abrupt sind. Achten Sie auf vollständige Beschriftung!

b) Berechnen Sie im Bereich $0 \le x \le w_p$ den Verlauf der Raumladungen. Leiten Sie daraus unter Verwendung der Poisson-Gleichung

$$\Delta W_V = q\,\mathrm{div}E = \frac{q}{\varepsilon}\rho = \frac{q^2}{\varepsilon}\left(N_D^+ + p - N_A^- - n\right)$$

die Verläufe der Feldstärke $E(x)$ (die Bahngebiete sind feldfrei) und der Bandkante $W_V(x, W_V(w_p))$ her (Formeln).

c) Wie groß sind im thermodynamischen Gleichgewicht die Löcherkonzentrationen $p_{n0}(-w_n)$ und $p_{p0}(w_p)$ an beiden Rändern der Verarmungszone (Formeln und Werte)? Tragen Sie in Abb. 2d die Diffusionsspannung U_D ein und bestimmen Sie unter Verwendung der Gleichung

$$p = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right)$$

aus $p_{n0}(-w_n)$ und $p_{p0}(w_p)$ die Diffusionsspannung U_D (Formel und Wert).

d) Wo ist die Feldstärke maximal (E_m in Abb. 2c eintragen) und wie groß ist sie in Abhängigkeit von w_p (Formel aus b)?

e) Welchen Zusammenhang gibt es zwischen der maximalen Feldstärke E_m und Diffusionsspannung U_D (Formel)? Verdeutlichen Sie diesen in Abb. 2c).

f) Berechnen Sie aus d) und e) die Ausdehnung der Verarmungszone w_p (Formel und Wert).

g) Welche Sperrschichtkapazität könnte man an diesem n^+p-Übergang bezogen auf die Fläche messen (Formel und Wert)?

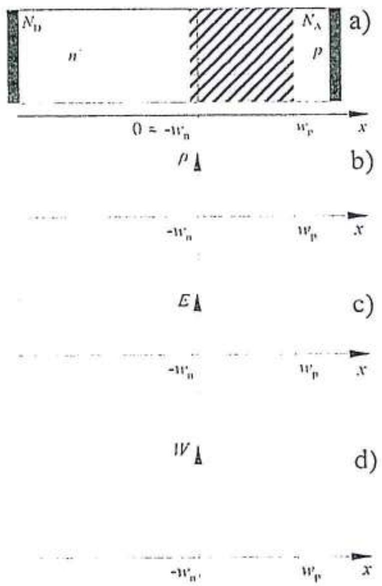


Abb. 2 n^+p-Diode (a), Raumladungsverlauf (b), Feldstärkeverlauf (c), Bänderdiagramm (d)

3) Gegeben ist eine Verstärkerschaltung (Abb. 3a) mit $R_1 = 60\ \mathrm{k\Omega}$; $R_2 = 20\ \mathrm{k\Omega}$; $R_E = 50\ \Omega$ und das Kleinsignal-Ersatzschaltbild (ESB in Abb. 3b) des verwendeten Transistors mit $r_e = 85\ \Omega$; $\alpha = 0{,}99$; $r_C = 10\ \mathrm{M\Omega}$; $r_b = 1{,}5\ \mathrm{k\Omega}$.

a) Um welche Grundschaltung handelt es sich in Abb. 3a? Wandeln Sie das gegebene Transistor-ESB (nur Abb. 3b) in einen Vierpol entsprechend der Grundschaltung um. Berechnen Sie die y-Parameter des Transistors in Abhängigkeit von den ESB-Größen entsprechend der Gleichungen

$$i_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2 \ ,$$
$$i_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2 \ .$$

Vereinfachen Sie die Ausdrücke für $r_e, r_b \ll (1-\alpha)r_c$ und berechnen Sie Werte.

b) Erstellen Sie das Kleinsignal-ESB der gesamten Verstärkerschaltung (Abb. 3a, Kapazitäten sind Kurzschlüsse) unter Verwendung des y-ESB (Werte aus a). Berechnen Sie Eingangs- und Ausgangswiderstand (R_e für $u_A = 0$ und R_a für $u_E = 0$) sowie Kurzschlussstrom- und Leerlaufspannungs-Verstärkung (v_{iKS} und v_{uLL}) (Formeln und Zahlen).

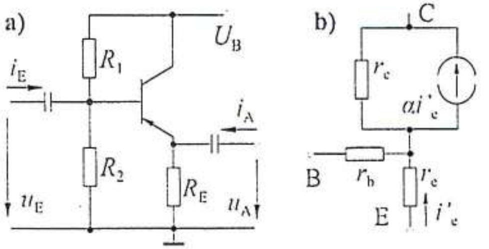


Abb. 3

Lösung zu 1:

a) Für den Widerstand gilt

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot \sigma \cdot A}{l} = \frac{Uq\mu_{p0}N_{A1}A}{l} \cdot \frac{T_0}{T} \ .$$

Für die Diodenkennlinie wird nur die hoch dotierte Seite berücksichtigt. Dann ergibt sich nach (1.71) mit der Einstein-Beziehung (1.34) $D_n = kT\mu_n/q$ und $n_{p0} = n_i^2/N_A$ sowie (1.16)

$$I = -\frac{AqD_n n_{p0}}{L_n} \cdot \left(e^{-\frac{qU}{kT}} - 1\right) = -\frac{AkT\mu_{n0}n_i^2(T)}{L_n N_{A2}} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot \left(e^{-\frac{qU}{kT}} - 1\right)$$

$$= -\frac{AkT\mu_{n0}N_{L0}^2 T^3 e^{-\frac{W_G}{kT}}}{L_n N_{A2} T_0^3} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot \left(e^{-\frac{qU}{kT}} - 1\right) \ .$$

b) Aus a) ergibt sich für den Widerstand

$$I = U \cdot \frac{q\mu_{p0}N_{A1}A}{l} \cdot \frac{T_0}{T} = 1{,}6\ \mathrm{mA} \rightarrow \frac{1}{I} \cdot \frac{dI}{dT} = -\frac{1}{T} = -3{,}33 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\mathrm{K}} .$$

Für die Diode ergibt sich im Sperrbereich

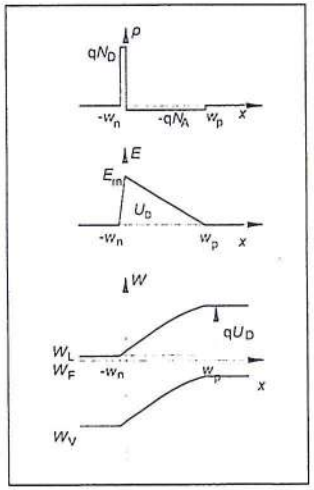
$$I = \frac{Ak\mu_{n0}N_{L0}^2 T^3 e^{-\frac{W_G}{kT}}}{L_n N_{A2} T_0^2} = 0{,}33\ \mathrm{fA}$$

$$\rightarrow \frac{1}{I} \cdot \frac{dI}{dT} = \frac{1}{I} \cdot \frac{Ak\mu_{n0}N_{L0}^2}{L_n N_{A2} T_0^2} \cdot \left(3T^2 e^{-\frac{W_G}{kT}} + T^3 \frac{W_G}{kT^2} e^{-\frac{W_G}{kT}}\right) = \frac{3}{T} + \frac{W_G}{kT^2} = 0{,}14\ \frac{1}{\mathrm{K}} \ .$$

c) Die Vernachlässigung der Bahnwiderstände ist sinnvoll, da der Sperrstrom der Diode viel kleiner ist als der Strom durch den homogenen Widerstand, dessen Größenordnung den Bahnwiderständen entspricht.

Lösung zu 2:

a)



b) Die Poisson-Gleichung (1.39) vereinfacht sich im Bereich $0 \le x \le w_p$ zu:

$$\frac{d^2W}{dx^2} = q\frac{dE}{dx} = -\frac{q^2}{\varepsilon}N_A.$$

Einfache Integration von einem Ort x in der Verarmungszone zum linken Rand der Verarmungszone ergibt mit $E(w_p) = 0$ die elektrische Feldstärke:

$$-E(x) = -\frac{q}{\varepsilon}N_A(w_p - x).$$

Die zweite Integration liefert den Verlauf der Bandkanten:

$$W_V(w_p) - W_V(x) = \frac{q^2}{\varepsilon}N_A\int_x^{w_p}(w_p - x')dx' = \frac{q^2}{2\varepsilon}N_A(w_p - x)^2$$

$$\rightarrow W_V(x) = -\frac{q^2}{2\varepsilon}N_A(w_p - x)^2 + W_V(w_p).$$

c) Am Rande der Verarmungszone herrscht wie in der gesamten Struktur Gleichgewicht, also $p_{n0}(-w_n) = n_i^2/N_D = 10^2$ cm^{-3} bzw. $p_{p0}(w_p) = N_A = 10^{15}$ cm^{-3}. Aus

$$N_A = N_V\exp\left(-\frac{W_F - W_V(w_p)}{kT}\right)$$

$$\text{und}\quad \frac{n_i^2}{N_D} = N_V\exp\left(-\frac{W_F - W_V(-w_n)}{kT}\right) = N_V\exp\left(-\frac{W_F - W_V(w_p) + qU_D}{kT}\right)$$

folgt nach Auflösung

$$U_D = \frac{kT}{q}\ln\frac{N_DN_A}{n_i^2} = 0{,}77\ \text{V}.$$

d) Die maximale Feldstärke ist immer am metallurgischen Übergang und ergibt sich aus b)

$$E(0) = E_m = \frac{qN_Aw_p}{\varepsilon}.$$

e) Die Diffusionsspannung U_D ergibt sich aus dem Integral der Feldstärke über die gesamte Verarmungszone, ist also die Fläche unter der Kurve. Wegen des linearen Zusammenhangs folgt $U_D = w_p \cdot E_m/2$.

f) Aus d) und e) folgt

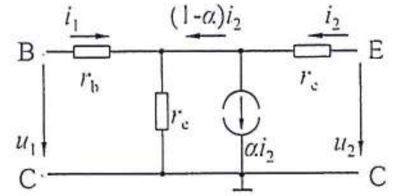
$$E_m = \frac{2U_D}{w_p} = \frac{qN_Aw_p}{\varepsilon};\ \rightarrow w_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon U_D}{qN_A}} = 0{,}98\ \mu\text{m}.$$

g) Die Sperrschichtkapazität pro Fläche ergibt sich nach (1.56) zu

$$c_s = \frac{\varepsilon}{w_p} = 10\ \frac{\text{nF}}{\text{cm}^2}.$$

Lösung zu 3:

a) Da der Kollektor sowohl im Eingangs- als auch im Ausgangskreis vorhanden ist, handelt es sich hier um eine Kollektorschaltung (siehe y-ESB).



Für Kurzschluss am Ausgang ($u_2 = 0$) liest man ab

$$u_1 = i_1(r_b + r_c) + i_2(1-\alpha)r_c \rightarrow i_2 = \frac{u_1 - i_1(r_b + r_c)}{(1-\alpha)r_c},$$

$$-i_2 = \frac{u_1 - i_1r_b}{r_e}.$$

Gleichsetzen und Auflösen führt zu

$$i_1 = u_1 \frac{r_e + r_c(1-\alpha)}{r_b r_c(1-\alpha) + r_e(r_b + r_c)} = u_1 \frac{1-\alpha}{r_b(1-\alpha) + r_e} \rightarrow y_{11} = \frac{1-\alpha}{r_b(1-\alpha)+r_e} = 100\ \mu S\ .$$

Einsetzen in die erste Gleichung ergibt

$$i_2 = u_1 \frac{1 - \dfrac{(r_b + r_c)(r_e + r_c(1-\alpha))}{r_b r_c(1-\alpha) + r_e(r_b + r_c)}}{r_c(1-\alpha)} = u_1 \frac{-1}{r_b(1-\alpha)+r_e} \rightarrow y_{21} = \frac{-1}{r_b(1-\alpha)+r_e} = -10\ \text{mS}\ .$$

Bei einem Kurzschluss am Eingang lässt sich ablesen, dass

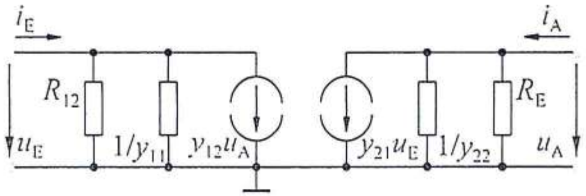
$$u_2 = i_2 r_e + (1-\alpha) i_2 \frac{r_b r_c}{r_b + r_c} \rightarrow$$

$$i_2 = u_2 \frac{1}{r_e + (1-\alpha)\dfrac{r_b r_c}{r_b + r_c}} = u_2 \frac{1}{r_e + (1-\alpha) r_b} \rightarrow y_{22} = \frac{1}{r_b(1-\alpha)+r_e} = 10\ \text{mS},$$

$$-i_1 = \frac{u_2 - i_2 r_e}{r_b} = \frac{u_2 - \dfrac{u_2 r_e}{r_e + (1-\alpha)\dfrac{r_b r_c}{r_b + r_c}}}{r_b} \rightarrow$$

$$i_1 = u_2 \frac{-(1-\alpha) r_c}{r_c(r_b + r_c) + r_b(1-\alpha)} = u_2 \frac{-(1-\alpha)}{r_e + r_b(1-\alpha)} \rightarrow y_{12} = \frac{-(1-\alpha)}{r_e + r_b(1-\alpha)} = -100\ \mu\text{S}\ .$$

b) Aus dem unten stehenden ESB der Gesamtschaltung können die gesuchten Größen direkt abgelesen werden.



$$R_e = \left.\frac{u_E}{i_E}\right|_{u_A=0} = \frac{R_{12}}{y_{11}R_{12}+1} = 6\ \text{k}\Omega \quad \text{mit} \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_a = \left.\frac{u_A}{i_A}\right|_{u_e=0} = \frac{R_E}{y_{22}R_E+1} = 33\ \Omega;$$

$$v_{uLL} = \left.\frac{u_A}{u_E}\right|_{i_a=0} = -R_a \cdot y_{21} = 0{,}33\ ;$$

$$v_{iKS} = \left.\frac{i_A}{i_E}\right|_{u_a=0} = -R_e \cdot y_{21} = -60\ .$$