1. Übung
Grundlagen der Informationstechnik, Teil Nachrichtentechnik

Aufgabe 1.

Gegeben sei eine gedächtnislose Quelle, deren mögliche Ausgangssymbole $x_i, i = 1, \ldots, 8$ die Buchstaben A bis H sind. X sei dabei eine Zufallsvariable, die diese Quelle beschreibt. Die einzelnen Symbole treten dabei mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten auf:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	A	B	C	D	E	F	G	H
$P(X = x_i)$	0,2	0,05	0,01	0,1	0,4	0,1	0,06	0,08

Tabelle 1: Aufgabe Codebaum

a) Berechnen Sie die Unsicherheit $H(X)$ der Quelle bzw. der Zufallsvariablen X.

b) Konstruieren Sie einen präfixfreien Shannon-Fano Code um diese Quelle zu codieren. Geben Sie dabei für jedes Symbol $x_i (i = 1, \ldots, 8)$ das zugehörige Codewort an und zeichnen Sie den Codebaum.

c) Bestimmen Sie die mittlere Codewlrtlänge $\mathbb{E}(\omega_i)$, wobei ω_i die Länge des Codewortes ist, das zum Symbol x_i gehört.

Aufgabe 2.

Gegeben sei ein normaler Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6, die alle gleich wahrscheinlich sind. X_i seien Zufallsvariablen, die die geworfene Augenzahl beim i-ten Wurf angeben.

a) Der Würfel wird einmal geworfen. Berechnen Sie die Unsicherheit $H(X_1)$ der Zufallsvariable X_1 und die Anzahl der im Mittel nötigen Bits, um die Zufallsvariable X_1 mit einem Shannon-Fano Codierer zu codieren.

b) Nun wird der Würfel zwei Mal geworfen. Berechnen Sie die Unsicherheit $H(X_1, X_2)$ des Vektors (X_1, X_2).

c) Wie groß ist im Unterschied zu Teilaufgabe b) die Unsicherheit der Zufallsvariable $Y = X_1 + X_2$, welche die Summe der gworfenen Augenzahlen angibt. Erklären Sie diesen Unterschied kurz. Berechnen Sie außerdem die Anzahl der im Mittel zur Codierung nötigen Bits, wenn zur Codierung von Y ein Shannon-Fano Codierer verwendet wird.

Aufgabe 3.

In der folgenden Aufgabe sollen Methoden der Quellencodierung betrachtet werden.

a) In der nachfolgenden Tabelle sind die Codewörter von drei unterschiedlichen Quellencodes A, B und C aufgeführt. Welcher bzw. welche der Codes ist eindeutig decodierbar?

Code A	$\{0, 10, 11\}$
Code B	$\{01, 10, 11\}$
Code C	$\{0, 1, 11\}$

Tabelle 2: Aufgabe Codebaum

b) Code A aus Teilaufgabe a) kann zur Codierung einer gedächtnislosen, ergodischen Quelle mit Ausgangsalphabet $\{a, b, c\}$ und den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten $P(a) = 0.7, P(b) = 0.25$ und $P(c) = 0.05$ verwendet werden, die durch eine Zufallsvariablen U beschrieben werden kann. Bestimmen Sie die Unsicherkeit $H(U)$ der beschriebenen Quelle.

Aufgabe 4.

Es liegt das Alphabet $X = \{T, I, E, N, S, R\}$ mit den zugeordneten Wahrscheinlichkeiten $P = \{1/48, 5/48, 26/48, 7/48, 3/48, 6/48\}$ vor. Erstellen Sie nachvollziehbar den Codebaum entsprechend der Huffman-Codierung und nennen Sie die sich ergebenden Codewörter zur Darstellung des Alphabets X.

Aufgabe 5.

(Optional) wenn eine von 64 Drogen vergiftet ist. Wie viele Mäuse braucht man mindestens, um die vergiftete Droge herauszufinden und wie macht man das?

Prof. Eduard A. Jorswieck, Dr. Bile Peng
13. Januar 2023

2. Übung
Grundlagen der Informationstechnik, Teil Nachrichtentechnik

Aufgabe 1.

We betrachten Hamming Codes. Der Decodierer $\mathcal{D}$ ist in der Lage, Fehler von Hamming Codes zu erkennen und zu decodieren. Ein Decodierversagen tritt auf, wenn mehr Fehler als die Korrekturfähigkeit des Codes aufgetreten sind. Sei $\mathcal{C}_1$ der Hamming Code der Länge $n_1 = 7$.

a) Was ist die Rate R_1 von $\mathcal{C}_1$? Wie viele Fehler τ_1 kann dieser Code korrigieren?

Wir fügen ein weiteres Parity-Bit an den Hamming Code $\mathcal{C}_1$ und bezeichnen den so erzeugten Code als $\mathcal{C}_2$.

b) Was ist die Rate R_2 von $\mathcal{C}_2$? Wie viele Fehler τ_2 kann dieser Code korrigieren?

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit P_2 des Decodierversagens von $\mathcal{D}$, wenn $\mathcal{C}_2$ verwendet wird und der Bitfehlerwahrscheinlichkeit 1/8 ist.

Aufgabe 2.

Gegeben sei die folgende Generatormatrix eines linearen binären Codes $\mathcal{C}_1$

$$\mathbf{G}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Ein Codewort von $\mathcal{C}_1$ ist dann als $\mathbf{c}_1 = \mathbf{i} \cdot \mathbf{G}_1$ definiert, wobei $\mathbf{i}$ den Informationsvektor der Länge k bezeichnet.

a) Bestimmen Sie die Codelänge n_1, die Dimension k_1 und die Rate R_1 von $\mathcal{C}_1$.

b) Was ist die Mindestdistanz des durch $\mathbf{G}_1$ definierten linearen Codes? Um welchen Code handelt es sich?

Es sei ein weiterer linearer binärer Code $\mathcal{C}_2$ mit gleicher Länge $n_2 = n_1$, Dimension k_2 und der Generatormatrix $\mathbf{G}_2$ gegeben. Der Code $\mathcal{C}$ sei definiert als:

$$\mathcal{C} = \{(\mathbf{c}_1 | \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2) : \mathbf{c}_1 \in \mathcal{C}_1 \text{ und } \mathbf{c}_2 \in \mathcal{C}_2\}. \tag{2}$$

c) Bestimmen Sie Länge n und Dimension k des Codes $\mathcal{C}$.

d) Bestimmen Sie die Generatormatrix $\mathbf{G}$ des in (2) definierten Codes $\mathcal{C}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{G}_1$ und $\mathbf{G}_2$.

3. Übung
Grundlagen der Informationstechnik, Teil Nachrichtentechnik

Aufgabe 1.

a) Definieren Sie Entropie, bedingte Entropie und Transinformation.

Abbildung 1 veranschaulicht den Informationsfluss in einem gestörten Kanal.

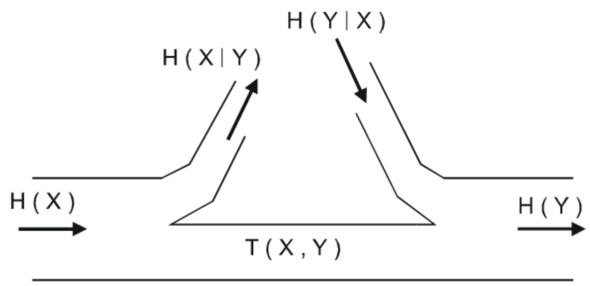

Abbildung 1: Informationsfluss in einem gestörten Kanal.

b) Wie werden die eingezeichneten Größen bezeichnet?

c) Illustrieren Sie den Informationsfluss in einem ungestörten Kanal. Orientieren Sie sich dabei an der Skizze auf Aufgabenteil a). Welche Aussagen können bzgl. der Größen $H(X|Y)$ und $H(Y|X)$ getroffen werden? In welcher Beziehung stehen $H(X)$, $H(Y)$ und $T(X,Y)$?

d) Wiederholen Sie die Skizze nach a) für den Fall des vollständig gestörten Übertragungskanals. Was gelten nun für Beziehungen zwischen den in a) eingef/ürten Größen?

Aufgabe 2.

Gegeben sei ein Bandpass Additive White Gaussian Noise (AWGN) Kanal, dessen Kanalkapazität ist

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{W N_0} \right) \tag{3}$$

wobei P die Sendeleistung, N_0 die Rauschleistung pro Hertz und W die Bandbreite ist.

a) Zeichnen Sie C über W (für festes P/N_0).

b) Zeichnen Sie C über P/N_0 (für festes W).

c) Berechnen Sie $C = \lim_{W\to\infty} W \log_2 \left(1 + \frac{P}{WN_0}\right)$.

Aufgabe 3.

Formel 4 ist die Kanalübertragungsfunktion für den Spezialfall einer Zweiwegausbreitung, der im Folgenden betrachtet werden soll.

$$H(f) = a_d e^{-j2\pi f \tau_d} + a_u e^{-j2\pi f \tau_u}. \tag{4}$$

a) Welche Größen werden durch die Formelzeichen a_d, a_u, τ_d und τ_u beschrieben?

b) Zeichnen Sie das direkt einfallende Signal, das verzögerte Signal und das resultierende Signal. Nehmen Sie an, dass es sich bei dem gesendeten Signal um ein sinusförmiges Signal der Periodendauer $T = 1$ handelt und dass $a_d = 1$, $a_u = 0,5$, und $\tau_u - \tau_d = T$.

Prof. Eduard A. Jorswieck, Dr. Bile Peng 3. Februar 2023

4. Übung
Grundlagen der Informationstechnik, Teil Nachrichtentechnik

Aufgabe 1.

Im Bereich des terrestrischen digitalen Rundfunks (z.B. DVB, LTE, 5G) wird das OFDM-Modulationsverfahren eingesetzt.

a) Abbildung 2 zeigt das Spektrum eines OFDM-Symbols mit 10 binär unipolar modulierten Trägern. Nennen Sie die dazu gehörige Bitfolge.

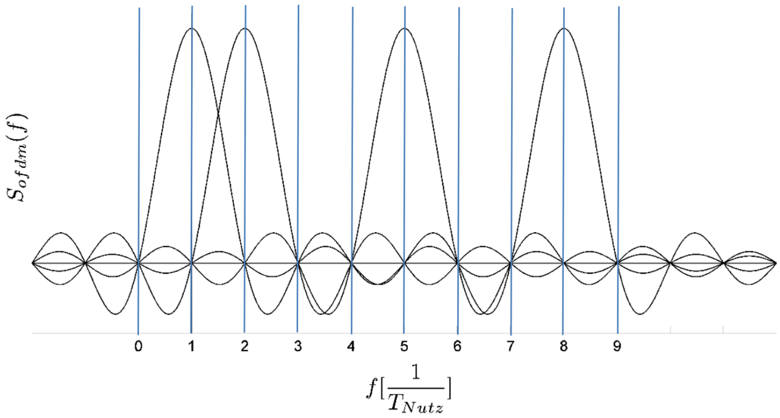

Abbildung 2: Das Spektrum eines OFDM-Symbols.

b) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Signale, die zu den Trägern mit den Nummern 1, 2, und 7 gehören.

Aufgabe 2.

Es soll der Unterschied zwischen einer BPSK und QPSK Übertragung untersucht werden.

a) Wie viele Bit pro Sendesymbol können mit den beiden Verfahren übertragen werden?

b) Geben Sie für beide Modulationsverfahren die Signalraumdarstellung an.

c) Wie groß ist die Distanz zwischen benachbarten Symbolen für beide Modulationsverfahren?

d)

Aufgabe 3.

a) Definieren Sie die 3 MIMO-Empfänger Matched Filter, Zero-Forcing und Minimum Mean-Square Error.

b) Unter welchen Bedingungen sind die 3 Empfänger anzuwenden?