

Institut für Nachrichtentechnik



Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

15.03.2017

Name : _____

Vorname : _____

Matrikelnummer : _____

Studiengang : _____

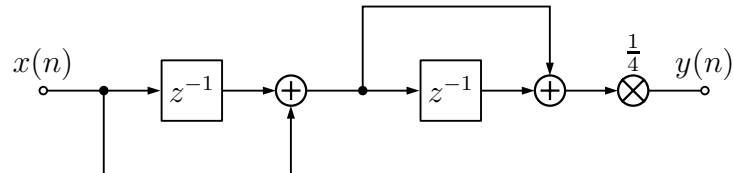
Klausurnummer : _____

Aufgabe	Punkte	
1	/15	
2	/11	
3	/13	
4	/11	
Σ	/50	
Note		

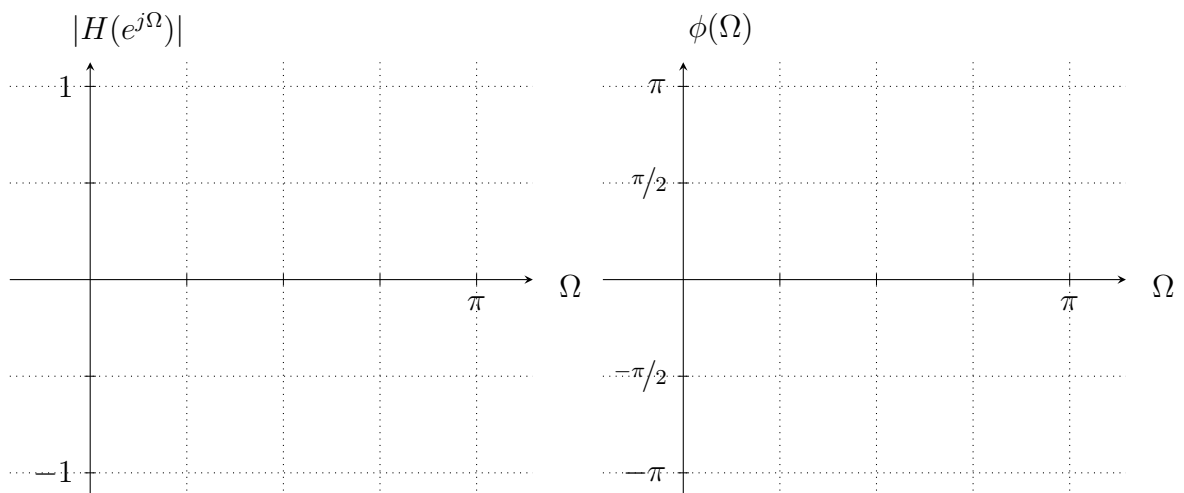
Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen und Analyse von LTI-Systemen

(15 Punkte)

Gegeben ist folgendes Blockschaltbild:

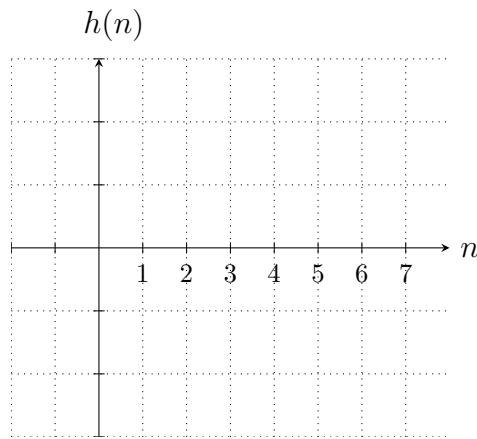


- Stellen Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ auf.
- Berechnen Sie die zeitdiskrete Fourier Transformierte (DTFT) $Y(e^{j\Omega}) = \text{DTFT}\{y(n)\}$.
- Bestimmen Sie den Amplituden- und Phasengang des Systems $H(e^{j\Omega}) = \frac{Y(e^{j\Omega})}{X(e^{j\Omega})}$.
- Skizzieren Sie Amplituden- und Phasengang in folgende Diagramme:



Hinweis: Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!

- Geben Sie die Impulsantwort $h(n)$ an und zeichnen Sie diese in folgendes Diagramm:



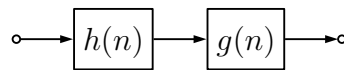
f) Bei welcher normierten Kreisfrequenz hat $H(e^{j\Omega})$ Nullstellen?

Gegeben sei ein weiteres System mit der Impulsantwort:

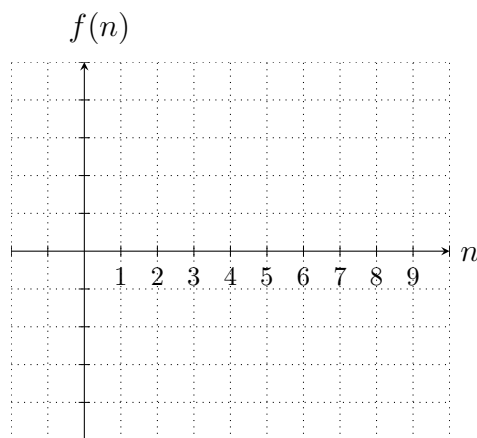
$$g(n) = 8 \cdot \delta(n) + 4 \cdot \delta(n - 3) - 4 \cdot \delta(n - 4) - 4 \cdot \delta(n - 5)$$

g) Welche Länge hat das Ergebnis der linearen Faltung von $h(n)$ und $g(n)$?

Die beiden Systeme $h(n)$ und $g(n)$ werden nun in Reihe geschaltet, dargestellt in folgendem Blockdiagramm:



h) Bestimmen Sie die Impulsantwort $f(n)$ des resultierenden Systems. Achten Sie auf korrekte Achsenbeschriftung!



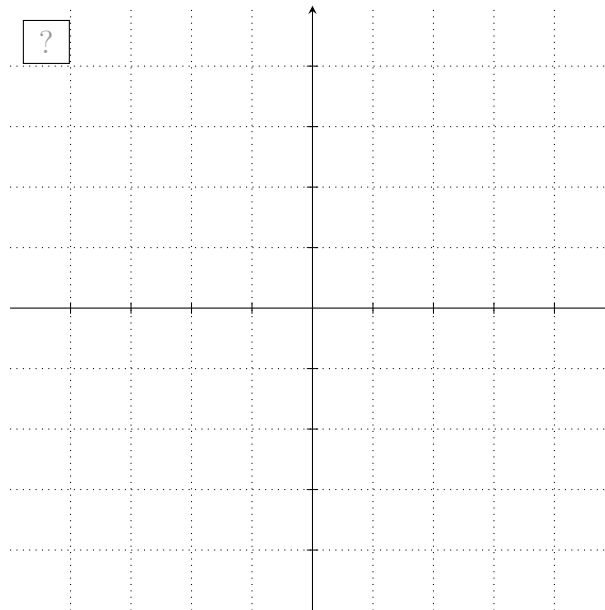
Aufgabe 2: Zerlegung eines LTI-Systems

(11 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System:

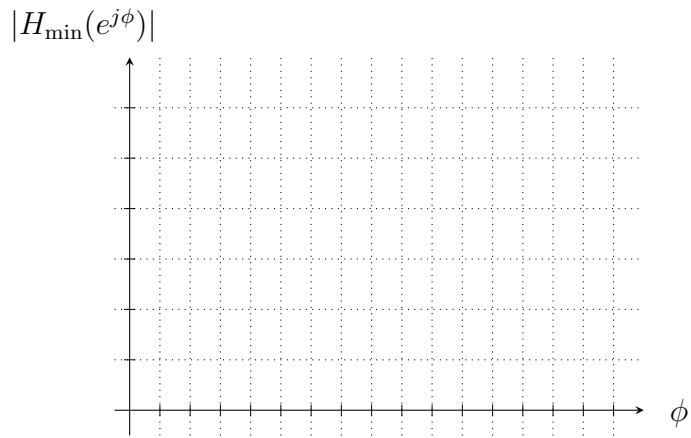
$$H(z) = \frac{(z - \frac{9}{10}e^{j\frac{2\pi}{16}})(z - \frac{9}{10}e^{-j\frac{2\pi}{16}})(z - \frac{3}{2}e^{j\frac{4\pi}{16}})(z - \frac{3}{2}e^{-j\frac{4\pi}{16}})}{(z - \frac{9}{10}e^{j\frac{14\pi}{16}})(z - \frac{9}{10}e^{-j\frac{14\pi}{16}})(z - \frac{9}{10}e^{-j\pi})}$$

- a) Zeichnen Sie die Pol- und Nullstellen von $H(z)$ in folgendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



- b) Welche Filtercharakteristik weist $H(z)$ auf (Hochpass, Tiefpass, Bandpass, Bandsperre)? Begründen Sie Ihre Antwort!
- c) Führen Sie die Zerlegung von $H(z)$ in einen Allpass $H_{AP}(z)$ und ein minimalphasiges System $H_{min}(z)$ durch, so dass $H(z) = H_{min}(z) \cdot H_{AP}(z)$ gilt.
- d) Geben Sie den Faktor β an, für den gilt $\beta \cdot |H_{AP}(z)| = 1$.

- e) Bestimmen Sie unter Zuhilfenahme des Pol-Nullstellen-Diagramms aus a) 3 oder 4 charakteristische Wertepaare $(\phi, |H_{\min}(z = e^{j\phi})|)$ exakt und skizzieren Sie den Amplitudengang in folgendes Diagramm:



Aufgabe 3: DFT und FIR-Filterdesign

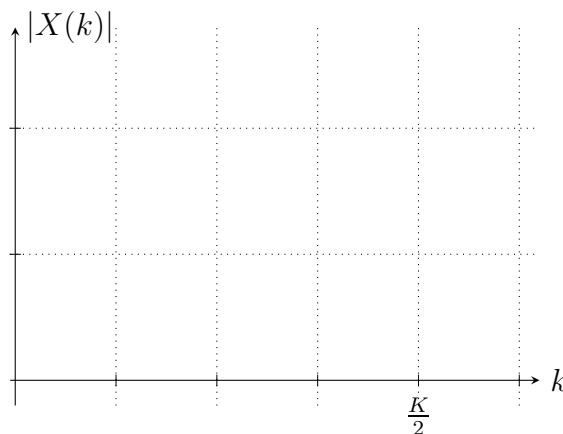
(13 Punkte)

Gegeben sei das zeitdiskrete Signal

$$x(n) = A_1 \cdot \sin\left(2\pi \cdot n \cdot \frac{f_1}{f_s}\right) + A_2 \cdot \sin\left(2\pi \cdot n \cdot \frac{f_2}{f_s}\right), \quad n \in \mathbb{Z},$$

welches eine Überlagerung zweier Sinusschwingungen mit den jeweiligen Frequenzen $f_1 = 2500$ Hz und $f_2 = 5000$ Hz bei einer Abtastrate von $f_s = 16000$ Hz darstellt. Für die jeweiligen Amplituden gilt: $A_1 = A_2 = 1$.

- a) Skizzieren Sie die diskrete Fourier Transformierte $|X(k)| = \text{DFT}\{x(n_0), \dots, x(n_0+K-1)\}$ für $K = 16000$ und $n_0 \geq 0$, in nachfolgendes Diagramm. Vernachlässigen Sie zunächst die Berechnung konkreter Amplitudenwerte und die Beschriftung auf der y-Achse, beschriften Sie jedoch die x-Achse. *Hinweis: Diese Aufgabe ist ohne explizite Berechnung der DFT lösbar.*



- b) Tritt sogenanntes Spectral Leakage im DFT-Spektrum auf? Begründen Sie ihre Antwort!

- c) Für den gegebenen Signalausschnitt gilt: $\sum_{n=n_0}^{n_0+K-1} |x(n)|^2 = 16000$. Bestimmen Sie die Amplitudenwerte $|X(k)|$ und ergänzen Sie die entsprechende Beschriftung im obigen Diagramm.

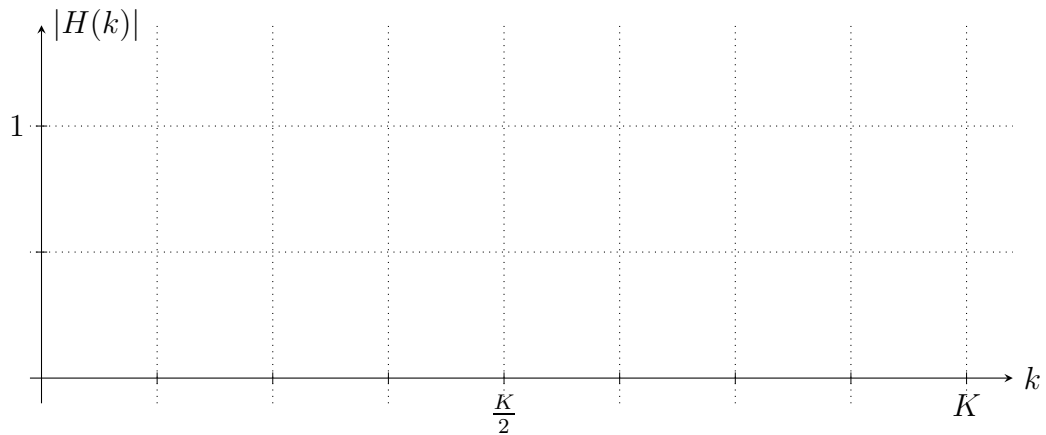
Hinweis: Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!

Die Sinusschwingung mit Frequenz f_2 soll aus dem Signal weitgehend entfernt werden. Im Folgenden wird ein FIR-Filter $h(n)$ mittels Fourier-Approximation entworfen. Der Übergangsbereich ist gegeben als $\Delta\Omega = 0.1\pi$ und die Grenzfrequenz als $\Omega_c = 0.5\pi$.

- d) Welche Ordnung N_b hat das resultierende FIR-Filter? Wie viele Filterkoeffizienten werden benötigt?
- e) Welche Sperrdämpfung d_{st}^{\min} weist das resultierende FIR-Filter für Frequenzen $\Omega \geq \Omega_c$ mindestens auf?

f) Geben Sie die Koeffizienten $h(n)$ des resultierenden FIR-Filters an.

g) Skizzieren Sie für $K = 16000$ das DFT-Betragspektrum von $h(n)$ in folgendes Diagramm:



h) Geben Sie eine Abschätzung des maximalen Wertes des DFT-Betragspektrums $|H(k)|$ im Bereich $0 \leq k \leq \frac{K}{4}$ an.

i) Geben Sie den exakten Wert von $H(k = K/2)$ an.

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

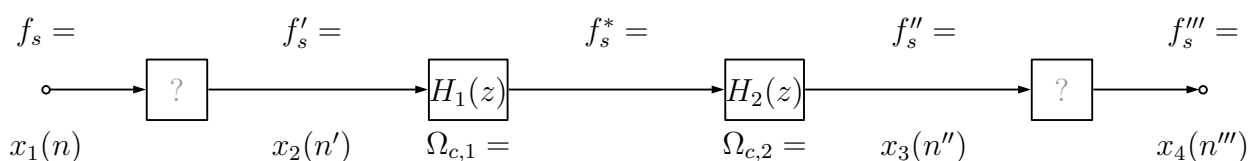
(11 Punkte)

Auf Ihrem Speichermedium stehen Ihnen noch 76.800.000 Bit zur Verfügung. Sie möchten ein Audiosignal der Länge 4 Minuten mit einer Auflösung von 16 Bit pro Abtastwert speichern.

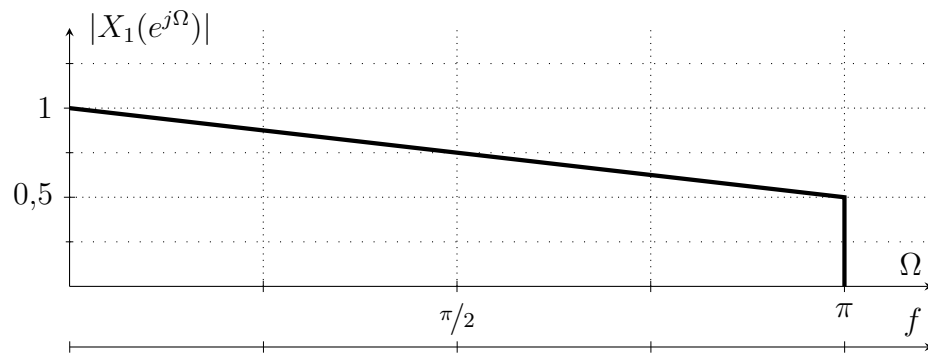
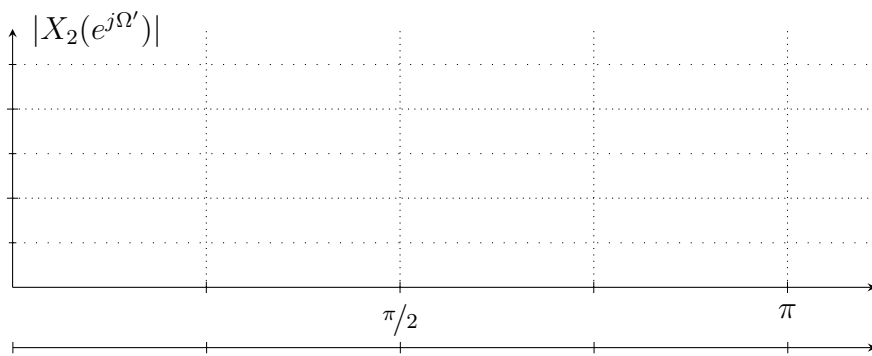
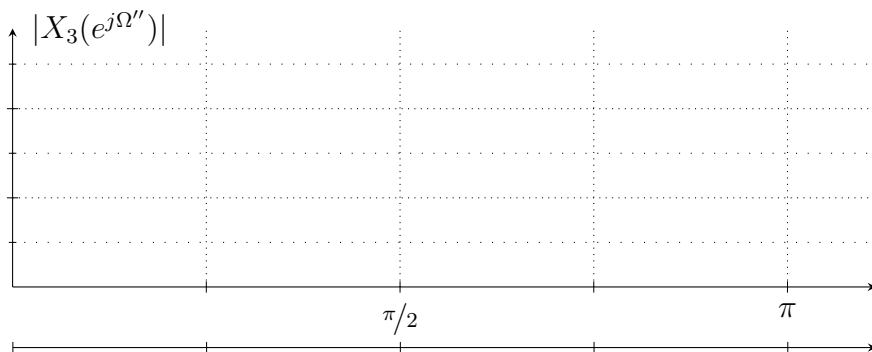
- a) Wie lautet die maximale Abtastrate f_s''' , mit der Sie den Zielspeicher komplett ausnutzen können?

Von einem Freund erhalten Sie ein Audiosignal $x_1(n)$ der Länge 4 Minuten, aufgelöst mit 16 Bit pro Abtastwert und einer Abtastrate von $f_s = 25000$ Hz. Sie entscheiden sich für eine Abtastratenwandlung, um es speichern zu können und nehmen einen möglichen Qualitätsverlust in Kauf.

- b) Wie lautet das entsprechende teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung?
- c) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Die Filter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ sind als ideal anzunehmen. Geben Sie für beide Filter die entsprechenden Grenzfrequenzen $\Omega_{c,1}$ bzw. $\Omega_{c,2}$ an.



- d) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega''})|$, $|X_4(e^{j\Omega'''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Achten Sie auf eine korrekte Kennzeichnung der Amplitudenwerte.
- e) Die beiden idealen Filter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ können zu *einem* Filter $H(z)$ zusammengefasst werden. Welche Spezifikation hat dieses Filter?
- f) Geben Sie den Frequenzbereich an, in dem sich durch die Abtastratenwandlung ein Qualitätsverlust ergeben hat.
- g) Welcher Filtertyp (FIR oder IIR) bietet sich in diesem konkreten Anwendungsfall für die Realisierung des Tiefpasses an? Begründen Sie Ihre Antwort!

**1****2****3**