ELO F09

Name: ....

Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 08/09

Kurzfragen ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 30 min)

1) In welchem Bereich liegen die Bandabstände (links) und Gitterkonstanten (rechts) der am meisten verwendeten Halbleitermaterialien (unter normalen Bedingungen)?

2) Welche der Aussagen zur Kapazität C einer *pn*-Diode mit abruptem Übergang und homogenen Dotierungen sind zutreffend?

3) Welche der Aussagen zu einem idealen *pn*-Übergang mit angelegter Spannung sind zutreffend?

4) Skizzieren Sie in den vorbereiteten Diagrammen die örtlichen Verläufe der Raumladungsdichte $\rho(x)$, des elektrischen Feldes $E(x)$ und das Bändermodell $W(x)$ in der angedeuteten, idealen Metall-Oxid-*n*-Halbleiterstruktur für den Fall der starken Inversion. Beschriften Sie W_F, W_L, W_V sowie die angelegte Spannung U. Welches Vorzeichen muss dann die Spannung am Metall gegenüber dem Halbleiter aufweisen?

5) Gegeben ist eine ideale Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur (Bild a) mit gleichen Austrittsarbeiten von Halbleiter und Metall sowie in den Bildern c bis e die zugehörigen Bändermodelle für drei Arbeitspunkte. Um welchen Halbleitertyp handelt es sich?Zeichnen Sie für niedrige Frequenzen den $C(U_g)$-Verlauf in das Diagramm (Bild b). Markieren Sie die Arbeitspunkte der drei angegebenen Bändermodelle mit dem zugehörigen Buchstaben (c bis e) in der $C(U_g)$-Kennlinie.

6) Welche der Aussagen zu einer MOS-Kapazität sind zutreffend?

7) Welche der Aussagen über die drei Grundschaltungen des Bipolartransistors ist bei üblichen Dimensionierungen zutreffend?

8) Gegeben ist das Bändermodell $W(x)$ von *n*-dotiertem Si. Skizzieren Sie die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband $D(W)$ in parabolischer Näherung, sowie die Fermi-Verteilung $f(W)$ und die Elektronen- und Löcherkonzentrationen im Leitungs- bzw. Valenzband $n(W)$, $p(W)$ in den vorbereiteten Koordinatensystemen.

9) Welche der Aussagen zu dem gezeigten Bändermodell mit den Bandkanten W_V und W_L sowie die beiden Quasi-Ferminiveaus für die Elektronen und Löcher W_{Fn} und W_{Fp} sind richtig unter der Voraussetzung gleicher effektiver Zustandsdichten im Leitungs- und Valenzband?

10) Skizzieren Sie in dem vorbereiteten Diagramm den Konzentrationsverlauf der Minoritätsladungsträger in der neutralen Basis (x_2 bis x_3) eines *npn*-Transistors (Diffusionsdreieck).

1.65

1/6

Name: ....

Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 08/09

U wird immer von p nach n gezählt?

Aufgaben (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

1) Untersuchen Sie die Kapazität C_s einer np^+-Diode unter Sperrbelastung (Spannung U) (Abb. 1, Fläche $A_K = 2\ \mathrm{mm}^2$) in Abhängigkeit von der ortsunabhängigen, vollständig ionisierten Dotierstoffkonzentration im niedrig dotierten Bereich bei 300 K. Gehen Sie, wie für die ideale *pn*-Diode üblich, davon aus, dass die beweglichen Ladungsträger in der Sperrschicht (grau unterlegt) keine Rolle spielen und die Bahngebiete feldfrei sind.

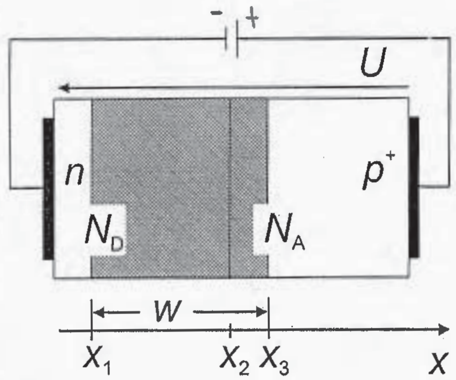


Abb. 1

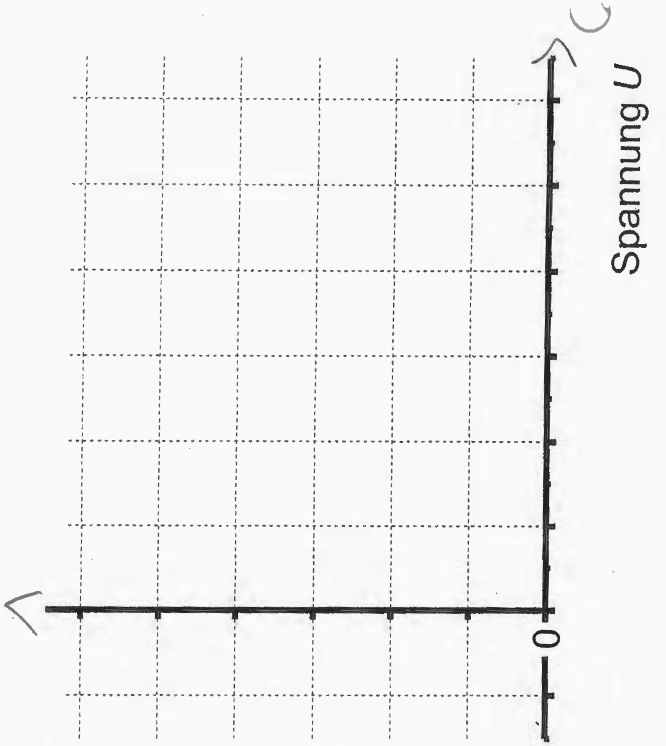
a) Ermitteln Sie ausgehend vom Verlauf der Raumladung $\rho(x) = q(N_D^+ + p - N_A^- - n)$ der gegebenen Diode durch Integration der Poisson-Gleichung: $\frac{d^2 W_L(x)}{dx^2} = q\frac{dE(x)}{dx} = \frac{q}{\varepsilon}\rho(x)$ den Verlauf der elektrischen Feldstärke E (für x_1, x_2 und x_3 explizit angeben!) und der Leitungsbandkante W_L als Funktion von x im Bereich der Sperrschicht getrennt für *n*- und *p*-Bereiche. Skizzieren Sie die Verläufe (Vorlage). Markieren Sie charakteristische Parameter [$-qN_A$, qN_D, $q(U_D - U)$].

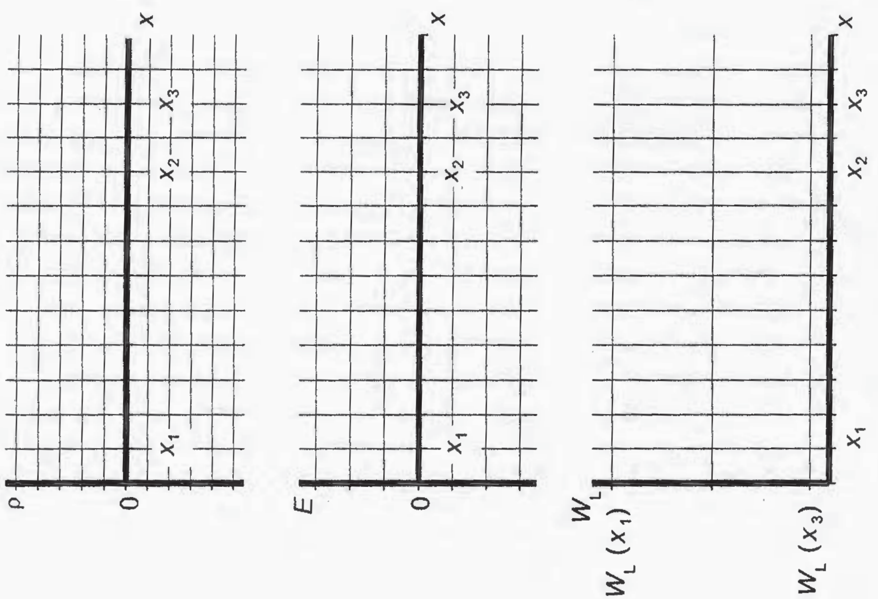
b) Bestimmen Sie aus der Bandaufwölbung $W_L(x_1)$-$W_L(x_3)$ die Ausdehnung der Verarmungszone $w = x_3 - x_1$ in Abhängigkeit von U näherungsweise unter Beachtung von $N_D << N_A$.

c) Ermitteln Sie aus $w(U)$ die Sperrschichtkapazität $C_s = \varepsilon_r \varepsilon_0 A_K / w$ in Abhängigkeit von U. Tragen Sie die in Tab. 1 angegebenen Werte geeignet auf (Vorlage), so dass Sie die Dotierstoffkonzentration N_D sowie die Diffusionsspannung U_D graphisch bestimmen können (Zahlenwerte). Die relative Dielektrizitätskonstante beträgt $\varepsilon_r = 11{,}7$, [$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm), $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C].

Tab. 1

$-U$ (V)	C_s (pF)
0	166
1	122
2	101
3	88,6
5	72,9





2/6

Name:..

2) Abb. 2 zeigt einen Bipolartransistor, der bei 300 K unter üblichen Bedingungen betrieben (U_{eb} = 0,7 V, U_{cb} = -10 V) wird. In den Sperrschichten ist thermische Generation und Rekombination ebenso zu vernachlässigen wie ein Spannungsabfall über den Bahngebieten. Zum Strom I tragen nur die in die Basis injizierten Löcher bei (Stromdichte $J = J_p$). Ermitteln Sie den Basis-Transportfaktor β_T. Weitere Gleichungen und Daten:

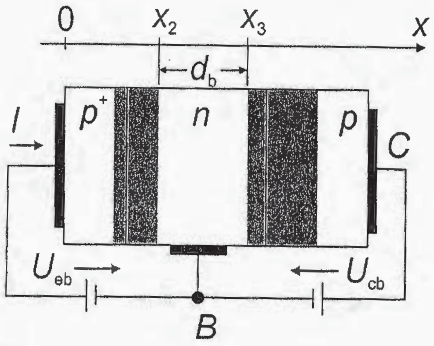


Abb. 2

Elektronenkonzentration an den Rändern des Basisbahngebietes: $p_n(x_2) = p_{n0}\exp(W_2/kT)$, $p_n(x_3) = p_{n0}\exp(W_3/kT)$, wobei W_2 eine Funktion von U_{eb} und W_3 eine Funktion von U_{cb} ist.

Diffusionsstromdichtegleichung: $J_p = -qD_p(dp_n/dx)$;

Kontinuitätsgleichung: $dp_n/dt = -1/q(dJ_p/dx) - r_{net}$;

thermische Nettorekombinationsrate: $r_{net} = (p_n - p_{n0})/\tau_p$; Diffusionslänge: $L_p = (D_p\tau_p)^{1/2}$; Diffusionskoeffizient $D_p = \mu_p kT/q$; Eigenleitungskonzentration: $n_i = (n_{p0}p_{p0})^{1/2} = 3\cdot10^{10}$ cm^{-3}; $N_D = 3\cdot10^{17}$ cm^{-3} (Basis, vollständig ionisiert); $\tau_p = 0{,}1$ µs; $\mu_p = 300$ cm^2/Vs; $d_b = 3$ µm;

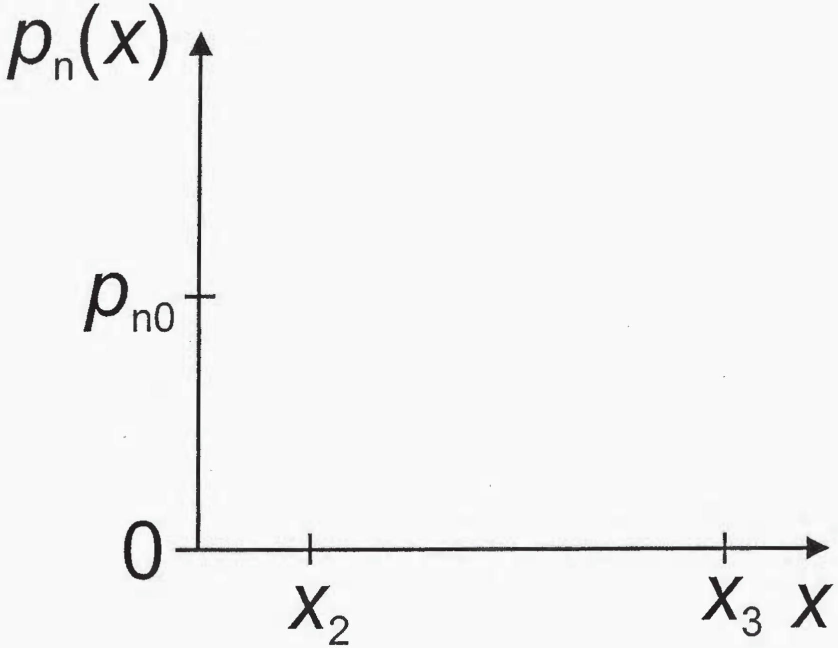
Konstanten: $q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ WsK^{-1}.

a) Berechnen Sie $p_n(x)$ an den Orten x_2 und x_3 (Zahlenwerte). Ermitteln Sie die Elektronenkonzentration p_n im Basis-Bahngebiet $d_b = x_3 - x_2$ in Abhängigkeit vom Ort x und vom Spannungsabfall U_{eb} über der Emitter-Basis-Diode. Hinweis: Verwenden Sie zur Lösung der aufzustellenden Differenzialgleichung den Ansatz:

$$p_n(x) - p_{n0} = A\sinh\left(\frac{x - x_2}{L_p}\right) + B\sinh\left(\frac{x_3 - x}{L_p}\right).$$

Ermitteln Sie den Verlauf $p_n(x)$ im Basis-Bahngebiet. Nähern und skizzieren Sie $p_n(x)$ für den Fall $d_b/L_p \ll 1$ (Vorlage).

b) Bestimmen Sie aus $p_n(x)$ (ohne Näherung) die Löcherstromdichten $J_p(x_2)$ und $J_p(x_3)$. Eliminieren Sie in diesem Gleichungssystem die spannungsabhängigen Terme, so dass Sie $J_p(x_3)$ als Funktion von $J_p(x_2)$ erhalten. Ermitteln Sie hieraus den Basis-Transportfaktor $\beta_T = \partial J_p(x_3)/\partial J_p(x_2)$. (Formeln, für β_T auch Zahlenwert)



Name:..

3) Analysieren Sie die Schaltung in Abb. 3a. Der Transistor ist durch das Kennlinienfeld in Abb. 3 b charakterisiert. Folgende Betriebsparameter sind gegeben: $U_B = 8$ V, $U_{ce} = 4$ V, $U_{eb} = -0{,}7$ V, $U_E = 0{,}5$ V, $I_b = 8$ µA, $I_q = 5 \times I_b$, $R_G = 50\ \Omega$, $R_L = 1{,}5$ kΩ.

a) Welcher Transistortyp liegt vor? Zeichnen Sie das Gleichstromersatzschaltbild. Ermitteln Sie den Arbeitspunkt (U_{ce}, I_c) und die Widerstände R_1, R_2, R_E und R_C. Wie groß ist I_c ($U_{ce} = 0$)? Tragen Sie Arbeitspunkt und -gerade in das Kennlinienfeld ein.

b) Führen Sie eine Wechselstromanalyse durch. Welcher Schaltungstyp liegt vor? Zeichnen Sie hierzu die Ersatzschaltung unter Verwendung des vereinfachten Kleinsignal-Ersatzschaltbildes für den Transistor (Abb. 3c) mit den Parametern $\alpha = 0{,}997$, $r_b = 1{,}9$ kΩ und $r_e = 7\ \Omega$. Die Kondensatoren stellen im betrachteten Frequenzbereich Kurzschlüsse dar.

c) Bestimmen Sie aus b) mit Hilfe der in a) ermittelten Werte den Eingangswiderstand $R_e = u_1/i_1$, die Stromverstärkung $v_i = i_2/i_1$, die Leerlaufspannungsverstärkung $v_{uL} = u_2/u_1$ ($i_2 = 0$), die Spannungsverstärkung $v_u = u_2/u_G$ ($i_2 \neq 0$) und den Ausgangswiderstand $R_a = u_2/i_2$ ($u_G = 0$) der Schaltung formel- und zahlenmäßig. Nutzen Sie bei der Herleitung der Formeln sinnvolle Näherungen.

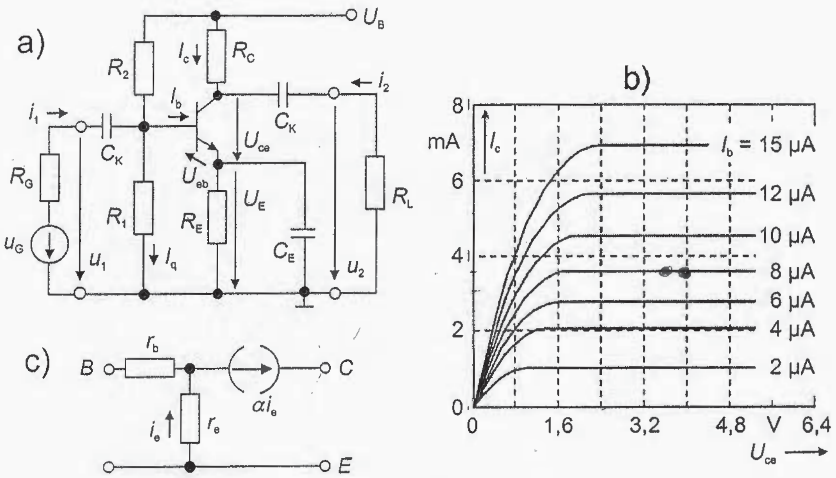


Abb. 3

3/6

$\rho(x) = q\,(N_D^+ + p - N_A - n) = q\,(N_D - N_A)$, vollst. ionis., bezogl. Lee verl. in RL

5

$x_1 \le x \le x_2$

$\rho(x) = +q N_D$

$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon} = +\frac{q}{\varepsilon} N_D$

$E(x) - \cancel{E(x_1)}^{=0} = +\frac{q}{\varepsilon} N_D \int_{x_1}^{x} dx = +\frac{q}{\varepsilon} N_D (x - x_1)$

$\frac{W_L}{dx} = qE \rightarrow W_L(x) - W_L(x_1) =$

$\frac{q}{\varepsilon} N_D \int_{x_1} (x' - x_1)\,dx' = +\frac{q^2}{\varepsilon} N_D \int_0^{\mu} \mu' d\mu' = +\frac{q^2 N_D}{2\varepsilon} (x - x_1)^2$

$\mu = x' - x_1,\ d\mu' = dx'$

$x_2 \le x \le x_3$

$-qN_A$

$\underbrace{E(x_3)}_{=0} - E(x) = -\frac{q}{\varepsilon} N_A \int_{x}^{x_3} dx' = -\frac{q}{\varepsilon} N_A (x_3 - x)$

$E(x_2) = +\frac{q}{\varepsilon} N_D (x_2 - x_1) = +\frac{q}{\varepsilon} N_A (x_3 - x_2)$

$W_L(x_3) - W_L(x) = +\frac{q^2}{\varepsilon} N_A \int_{x}^{x_3} (x_3 - x')\,dx'$

$= \frac{q^2}{\varepsilon} N_A \int_{\mu}^{0} \mu' d\mu' = +\frac{q^2}{2\varepsilon} N_A (x_3 - x)^2$

$\mu' = x_3 - x',\ d\mu' = -dx'$

b) $q(U_D - U) = [W_L(x_1) - W_L(x_3)] = [W_L(x_1) - W_L(x_2)] - [W_L(x_2) - W_L(x_3)] = \frac{q^2}{2\varepsilon}\left[N_D (x_2 - x_1)^2 + N_A (x_3 - x_2)^2\right]$

$\frac{q^2}{2\varepsilon}\left[N_D (x_2 - x_1)^2 + N_A \left(\frac{N_D}{N_A}\right)^2 (x_2 - x_1)^2\right] = \frac{q^2}{2\varepsilon} N_D (x_2 - x_1)^2 \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right) \approx \frac{q^2}{2\varepsilon} N_D\, w^2 \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)^{-2} \approx \frac{q^2}{2\varepsilon} N_D w^2$

Was ist u? angelegte Sperrspannung!

$N_D (x_2 - x_1) = N_A (x_3 - x_2) \rightarrow x_3 - x_2 = \frac{N_D}{N_A}(x_2 - x_1) \rightarrow w = x_3 - x_1 = (x_3 - x_2) + (x_2 - x_1) = (x_2 - x_1)\left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)$

$w = \sqrt{\frac{2\varepsilon (U_D - U)}{q N_D}}$

$N_A \cdot w_p = N_D \cdot w_n$

c) $C_S = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0}{\varepsilon} \frac{A_K}{w} = A_K \sqrt{\frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 N_D q}{2 (U_D - U)}} \rightarrow \frac{1}{C_S^2} = \underbrace{\frac{2}{A_K^2 \varepsilon_r \varepsilon_0 q N_D}}_{\text{Steigung}} (U_D - U)$

Achsenabschn.

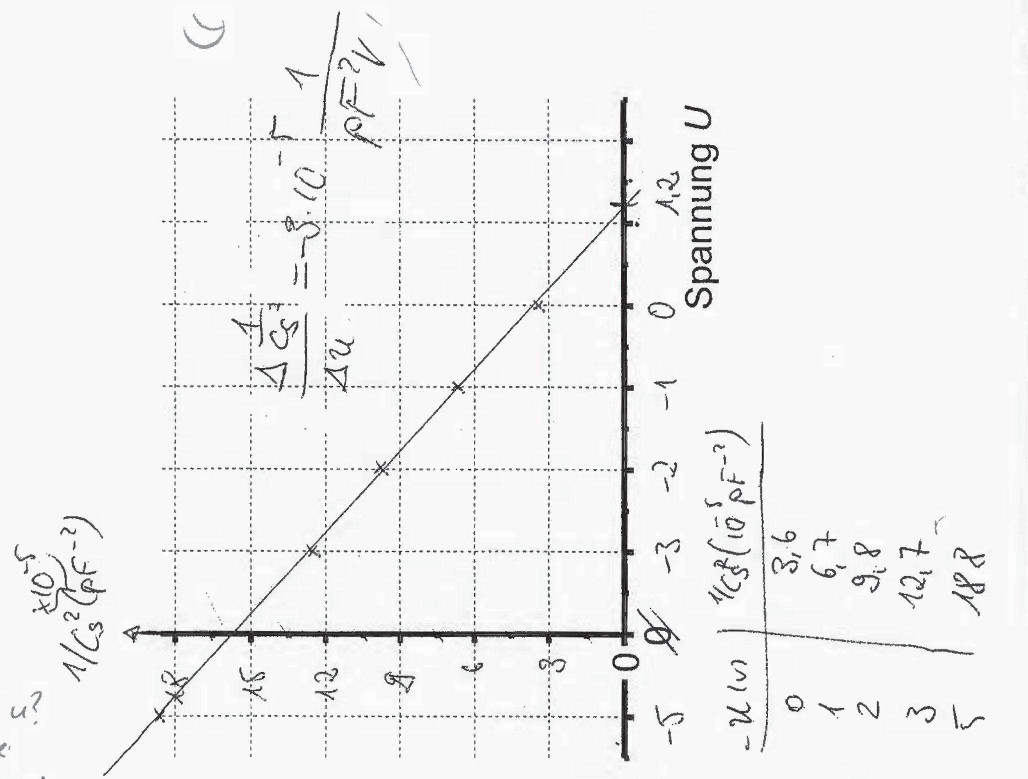
$U_D = 1{,}2\,V$

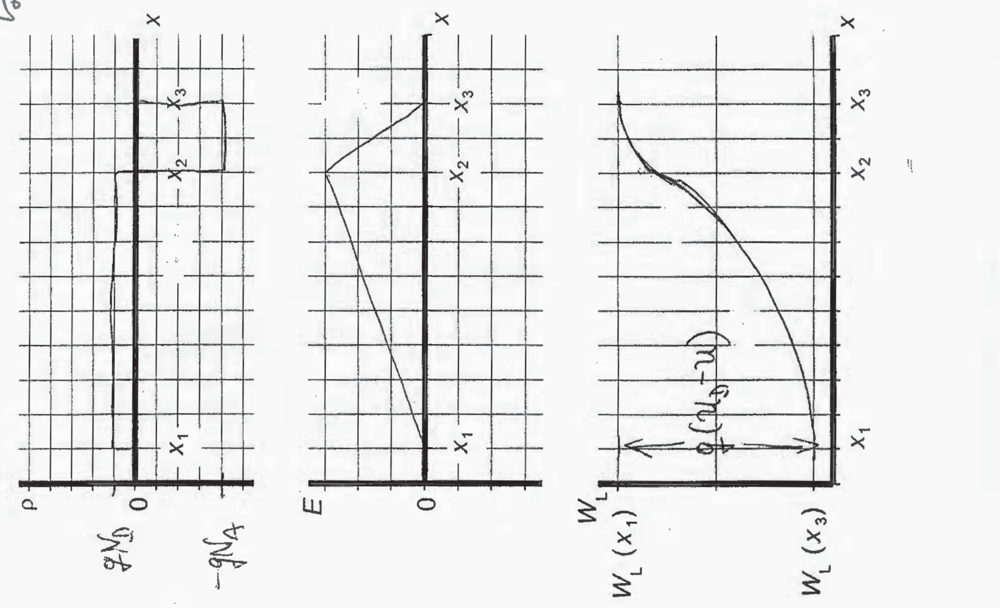
$-U\,(V)$	$1/C_S^2\ (10^{-5}\,pF^{-2})$
0	3,6
1	6,7
2	9,8
3	12,7
5	18,8

$3{,}3 \cdot 10^4\,pF^2 V$

$N_D = \frac{2 \cdot (\Delta U / \Delta \frac{1}{C_S^2})}{\varepsilon_r \varepsilon_0 q A_K^2} =$

$= 1 \times 10^{15}\,cm^{-3}$





4/6

5

Name:..

Lösung:

a) Die Gleichgewichtselektronenkonzentration in der Basis ergibt sich zu: $p_{n0} = n_i^2/N_D = 3000$ cm^{-3}.
Die Löcherkonzentration am Rand des Basisbahngebiets beträgt: $(1{,}7\times10^{15}$ cm$^{-3}/0)$

$$p_n(x_2) = p_{n0}\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right) = 1{,}7\times10^{15}\,\mathrm{cm}^{-3},\; p_n(x_3) = p_{n0}\exp\left(\frac{qU_{cb}}{kT}\right) \approx 0.$$

Aus der Kontinuitäts- sowie der Stromgleichung (nur Diffusionsanteil) für die Löcher der Konzentration $p_n(x)$ im Basis-Bahngebiet ergibt sich folgende inhomogene Differenzialgleichung (vgl. (3.16)):

$$\frac{d^2p_n(x)}{dx^2} - \frac{p_n(x)-p_{n0}}{L_p^2} = 0$$

mit den obigen Randbedingungen (vgl. (1.63a)) und dem gegebenen Ansatz:

$$p_n(x) - p_{n0} = A\sinh\left(\frac{x-x_2}{L_p}\right) + B\sinh\left(\frac{x_3-x}{L_p}\right).$$

liefert. Einsetzen in die Randbedingungen ergibt A und B:

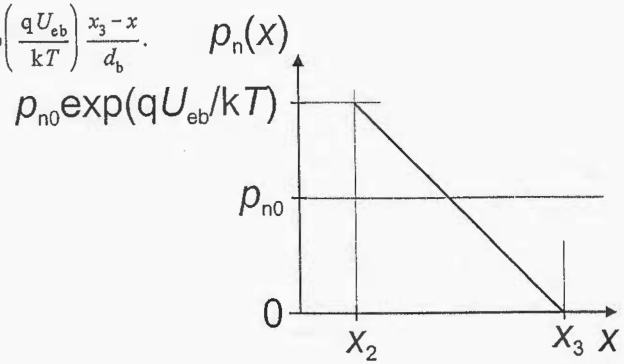
$$A = -\frac{p_{n0}}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)},\; B = \frac{p_{n0}\left[\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right)-1\right]}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)}.$$

Die Lösung lautet somit:

$$p_n(x) - p_{n0} = \frac{-p_{n0}\left[\sinh\left(\frac{x-x_2}{L_p}\right) + \sinh\left(\frac{x_3-x}{L_p}\right)\right] + p_{n0}\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right)\sinh\left(\frac{x_3-x}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)}.$$

Für $d_b/L_p \ll 1$ ergibt sich näherungsweise ein linearer Verlauf:

$$p_n(x) \approx p_{n0}\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right)\frac{x_3-x}{d_b}.$$



b) Da das Basisgebiet annähernd feldfrei ist, ergibt sich $J_p(x_2)$ zu ((vgl. (1.31a)):

$$J_p(x_2) = -qD_p\frac{dp_n(x)}{dx}\bigg|_{x_2} = -\frac{qD_pp_{n0}\left[1-\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right)\right]}{L_p\tanh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)} + \frac{qD_pp_{n0}}{L_p\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)}.$$

und $J_p(x_3)$ zu:

$$J_p(x_3) = -qD_p\frac{dp_p(x)}{dx}\bigg|_{x_3} = -\frac{qD_pp_{n0}\left[1-\exp\left(\frac{qU_{eb}}{kT}\right)\right]}{L_p\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)} + \frac{qD_pp_{n0}}{L_p\tanh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)}.$$

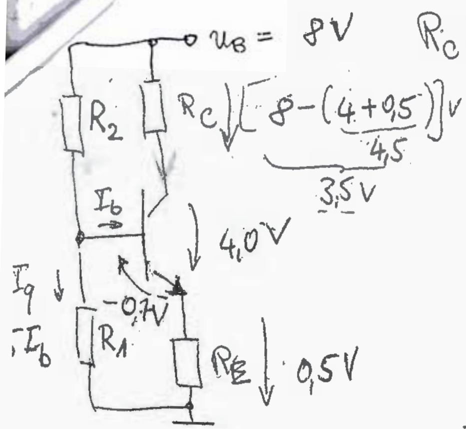
Eingesetzt ergibt sich:

$$J_p(x_3) = \frac{J_p(x_2)}{\cosh\left(\frac{d_b}{L_n}\right)} - \frac{qD_pn_{p0}}{L_p\sinh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)\cosh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)} + \frac{qD_pp_{n0}}{L_p\tanh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)}.$$

und mit $L_p = (\mu_p kT\tau_n/q)^{1/2} = 8{,}8$ µm:

$$\beta_T = \frac{\partial J_p(x_3)}{\partial J_p(x_2)} = \frac{1}{\cosh\left(\frac{d_b}{L_p}\right)} = 1 - \frac{d_b^2}{2L_{p0}^2} = 0{,}942.$$

5/6



$$R_C = \frac{U_B - U_{ce} - U_E}{I_C} = \frac{3{,}5}{3{,}5\,mA} \approx 1{,}0\,k\Omega$$

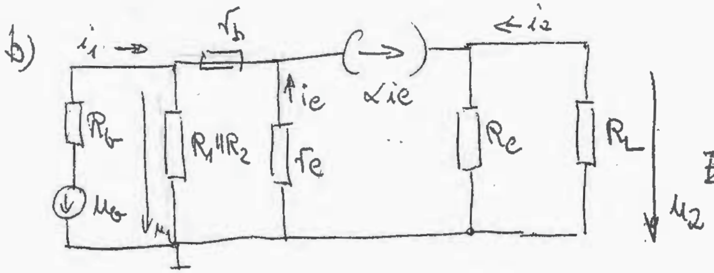
$$R_E = \frac{U_E}{I_C} = \frac{0{,}5\,V}{3{,}5\,mA} = 143\,\Omega$$

$$R_1 = \frac{-U_{eb} + U_E}{5 \cdot I_b} = \frac{1{,}2\,V}{40\,\mu A} = 30\,k\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_B - (-U_{eb} + U_E)}{6 I_b} = \frac{6{,}8\,V}{48\,\mu A} = 142\,k\Omega$$

$$I_C(U_{ce}=0) = \frac{U_B}{R_E + R_C} = \frac{8\,V}{1{,}14\,k\Omega} = 7\,mA$$

b)



Emitterschaltung

c) $u_1 = -i_e r_e + (i_1 - \frac{u_1}{R_{12}}) r_b \Rightarrow u_1(1 + \underbrace{\frac{r_b}{R_{12}}}_{\ll 1}) = -i_e r_e + i_1 r_b$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_{12}} - (1-\alpha) i_e = \frac{1}{R_{12}}(-i_e r_e + i_1 r_b) - (1-\alpha) i_e$$

$$\Rightarrow i_1 (1 - \underbrace{\frac{r_b}{R_{12}}}_{\ll 1}) = -i_e \left(\frac{r_e}{R_{12}} + 1 - \alpha\right)$$

$$\Rightarrow u_1 = -i_e r_e - i_e \left(\frac{r_e}{R_{12}} + 1 - \alpha\right) r_b = -i_e \left(r_e + r_e \underbrace{\frac{r_b}{R_{12}}}_{\ll 1} + r_b(1-\alpha)\right)$$

$u_2 = \alpha i_e (R_C \| R_L)$; $i_2 = -\alpha i_e \frac{R_C}{R_C + R_L}$; $R_1 \| R_2 = R_{12} = 24{,}8\,k\Omega$, $R_C \| R_L = 96\,k\Omega$

$$R_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{\cancel{-i_e}\,\overbrace{[r_e + r_b(1-\alpha)]}^{12{,}7\,\Omega}}{\cancel{-i_e}\left(\frac{r_e}{R_{12}} + 1 - \alpha\right)} = 3{,}85\,k\Omega$$

$$v_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{-\alpha \cancel{i_e}\,\overbrace{R_C/(R_C+R_L)}^{0{,}4}}{-\cancel{i_e}\underbrace{(r_e/R_{12} + 1 - \alpha)}_{3{,}3 \cdot 10^{-3}}} = 122$$

$$v_{uL} = \left.\frac{u_2}{u_1}\right|_{i_2=0} = \frac{\alpha \cancel{i_e} R_C}{-\cancel{i_e}[r_e + r_b(1-\alpha)]} = -79$$

$$v_u = \left.\frac{u_2}{u_G}\right|_{i_2 \neq 0} = \frac{\alpha \cancel{i_e}(R_C \| R_L)}{-\cancel{i_e}[r_e + r_b(1-\alpha)]} \cdot \underbrace{\frac{R_e}{R_G + R_e}}_{\approx 1} = -47$$

$R_a = \left.\frac{u_2}{i_2}\right|_{u_G=0} = R_C = 1\,k\Omega$, denn $u_G = 0 \Rightarrow u_1 = 0 \rightarrow i_e = 0$

alternativ:

$$u_1 = -i_e [r_e + (1-\alpha) r_b]$$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_{12}} - (1-\alpha) i_e = -i_e \left[\frac{r_e}{R_{12}} + (1-\alpha)\underbrace{\frac{r_b}{R_{12}}}_{\ll 1} + (1-\alpha)\right] = -i_e \left(\frac{r_e}{R_{12}} + 1 - \alpha\right)$$