Prof. Eduard A. Jorswieck, Dr. Bile Peng
18. August 2023

Klausur – Grundlagen der Informationstechnik, Teil Nachrichtentechnik

Name: ____________ Matrikelnummer: ____________ Note: ______

Aufgabe	1.	2.	3.	4.	Total
Punkte	21	14	13	12	60
Erreicht					

Aufgabe 1. Entropie, Quell- und Kanalcodierung 21 P.

A) Berechnen Sie den Informationsgehalt in Bit ($-\log_2(p)$) für jedes Zeichen der Nachrichtenquelle Q, deren Zeichen und Auftrittswahrscheinlichkeiten in Tabelle 1 aufgelistet sind. (5 P)

A	B	C	D	E	F
1/64	8/64	2/64	29/64	5/64	19/64

Tabelle 1: Zeichen und Auftrittswahrscheinlichkeiten der Nachrichtenquelle Q

A $-\log_2\left(\frac{1}{64}\right) = 6$

B $-\log_2\left(\frac{8}{64}\right) = 3$

C $-\log_2\left(\frac{2}{64}\right) = 5$

D $-\log_2\left(\frac{29}{64}\right) = 1.14$

E $-\log_2\left(\frac{5}{64}\right) = 3.67$

F $-\log_2\left(\frac{19}{64}\right) = 1,75$

B) Berechnen Sie die Entropie der Nachrichtenquelle Q. (3 P)

$$H(x) = -\sum P(x) \log_2(P(x))$$

$$= -\frac{1}{64}\log_2\left(\frac{1}{64}\right) - \frac{8}{64}\log_2\left(\frac{8}{64}\right) - \dots$$

$$= \frac{1}{64}\cdot 6 + \frac{8}{64}\cdot 3 + \frac{2}{64}\cdot 5 + \frac{29}{64}\cdot 1{,}14 + \frac{5}{64}\cdot 3{,}67 + \frac{19}{64}\cdot 1{,}75$$

$$= \frac{1}{64}\left(6 + 18 + 10 + 29\cdot 1{,}14 + 5\cdot 3{,}67 + 19\cdot 1{,}75\right)$$

$$= 7.11$$

C) Berechnen Sie die Codelänge für jedes Codewort der Quelle Q, wenn ein Shannon-Fano Code angewendet wird, sowie die erwartete Codelänge. (3 P)

$l_A = \lceil \log_2(64) \rceil = 6$

$l_B = \lceil \log_2(\frac{64}{8}) \rceil = 3$

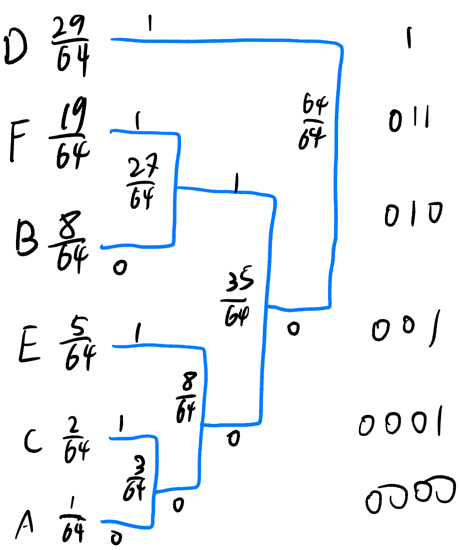
$l_C = \lceil \log_2(\frac{64}{2}) \rceil = 5$

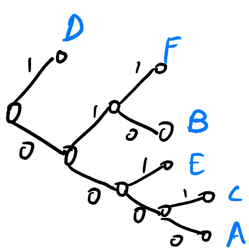
$l_D = \lceil \log_2(\frac{64}{29}) \rceil = \lceil 1.14 \rceil = 2$

$l_E = \lceil \log_2(\frac{64}{5}) \rceil = \lceil 3.67 \rceil = 4$

$l_F = \lceil \log_2(\frac{64}{19}) \rceil = \lceil 1.75 \rceil = 2$

D) Erstellen Sie nachvollziehbar den zur Nachrichtenquelle Q gehörigen Codebaum entsprechend der Huffman-Codierung und nennen Sie die sich ergebenden Codewörter. (5 P)





E) Eine Generatormatrix des Hamming-Codes hat die Größe 4×7. Welche Coderate hat der dazugehörige Kanalcode? (1 P)

$R = \frac{4}{7}$

F) Die Generatormatrix von einem anderen Hamming-Code hat die Größe 11×15. Im Vergleich zum Kanalcode in Teilaufgabe E): welcher Code kann mehr Fehler in einem Block korrigieren? Bitte begründen Sie Ihre Antwort. (3 P)

$d_F = 4 \qquad \lfloor \frac{4-1}{2} \rfloor = \lfloor 1.5 \rfloor = 1$

$d_E = 3 \qquad \lfloor \frac{3-1}{2} \rfloor = \lfloor 1 \rfloor = 1$

gleich 1

$\left\lfloor \frac{5-1}{2} \right\rfloor = 2$

G) Wenn der Mindestabstand zwischen 2 gültigen Codewörtern 5 ist, wie viele Fehler kann der Kanalcode in einem Block korrigieren? (1 P)

a) 1 Fehler

b) 2 Fehler

c) 3 Fehler

d) 4 Fehler

Aufgabe 2. Kanalkapazität und Modulationsverfahren **14 P.**

A) Wie lautet die allgemeine Formel für die Kanalkapazität C in bit mit der Bandbreite W, der Signalleistung S und der Rauschleistung $N = N_0 W$ mit Rauschleistungsdichte N_0? (2 P)

a) $C = \log_2(1 + \frac{S}{N})$.

b) $C = W \log_2(1 + \frac{S}{N})$.

c) $C = W \log_2(\frac{S}{N})$.

d) $C = W \ln(\frac{S}{N})$.

B) Mit einer verdoppelten Bandbreite kann die Kanalkapazität nicht verdoppelt werden, weil (1 P)

- Die Rauschleistung ist durch die Verdopplung der Bandbreite auch verdoppelt.
- Der Empfänger hat eine eingeschränkte Empfangsleistung.
- Die logarithmische Funktion $\log_2(1 + a)$ erhöht sich langsamer als a.
- Die Kanalkapazität ist unabhängig von der Bandbreite.

C) Mit einer verdoppelten Sendeleistung kann die Kanalkapazität auch nicht verdoppelt werden, weil (1 P)

- Die Rauschleistung ist durch die Verdopplung der Bandbreite auch verdoppelt.
- Der Empfänger hat eine eingeschränkte Empfangsleistung.
- X Die logarithmische Funktion $\log_2(1 + a)$ erhöht sich langsamer als a.
- Die Kanalkapazität ist unabhängig von der Bandbreite.

D) Der Empfänger verwendet die Entscheidungstheorie um herauszufinden, welches Symbol der Sender gesendet hat. Es gibt grundsätzlich Maximum a-posteriori (MAP) Entscheider und Maximum Likelihood (ML) Entscheider. Unter welcher Annahme sind die beide Entscheider äquivalent? (2 P)

a) Die Rauschleistung ist klein.

b) Der Kanal ist bekannt.

c) Der Kanal ist unbekannt.

d) Die Wahrscheinlichkeiten der gesendeten Symbole sind gleich.

E) Wie groß muss das Signal-Rausch-Verhältnis (S/N) sein, um eine spektrale Effizienz von 4 bit/s/Hz zu realisieren? (1 P)

$$C = W \cdot \log_2(1+SNR)$$

$$\frac{C}{W} = \log_2(1+SNR) = 4 \ \text{bit/s/Hz}$$

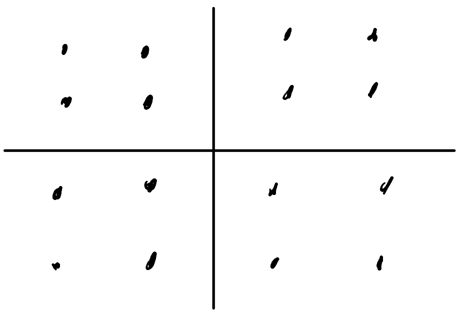
$$\Rightarrow SNR = 3$$

F) Wie groß muss die Bandbreite mit der in Teilaufgabe D) genannten spektrale Effizienz sein, um eine Datenrate von 16kbit/s zu erreichen? (1 P)

G) Sie möchten in Kanälen mit höherer spezifischer Kanalkapazität die Quadratur-Amplituden-Modulation der Ordnung 16 (16-QAM) nutzen, um das Signal zu übertragen. Wie viele Bits werden bei der 16-QAM je Konstellationspunkt übertragen? (1 P)

$\log_2(16) = 4$ bits

H) Zeichnen das Konstellationsdiagramm des Modulationsverfahren 16-QAM. Beschriften Sie es vollständig. (3 P)



I) Wenn sich das Signal-Rausch-Verhältnis reduziert und 16-QAM nicht mehr geeignet ist, sollen Sie QPSK oder 64-QAM auswählen? Begründen Sie Ihre Auswahl. (2 P)

$\log_2(1+SNR)$ wenn SNR ↓, $\log_2(1+SNR)$ ↓

⇒ Soll QPSK auswählen

Aufgabe 3. Übertragungskanal und Mehrwegausbreitung 13 P.

A) Abbildung 1 veranschaulicht den Informationsfluss in einem gestörten Kanal.

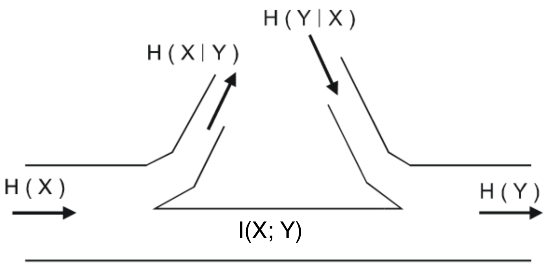


Abbildung 1: Informationsfluss in einem gestörten Kanal.

Ordnen Sie zu und erklären Sie $H(X)$, $H(Y|X)$ und $I(X;Y)$. (3 P)

$H(X)$	Bedingte Entropie
$H(Y\|X)$	Entropie am Eingang
$I(X;Y)$	Transinformation

B) Welche Aussage ist falsch? (2 P)

a) Es gilt $H(X|Y) = H(Y|X) = 0$ für perfekten Kanal.

b) $H(Y|X) = H(X|Y)$ für alle Kanäle.

c) $H(X|Y)$ ist die Äquivokation (verloren gegangene Information).

d) $H(X) \geq 0$ für alle perfekten und imperfekten Kanäle.

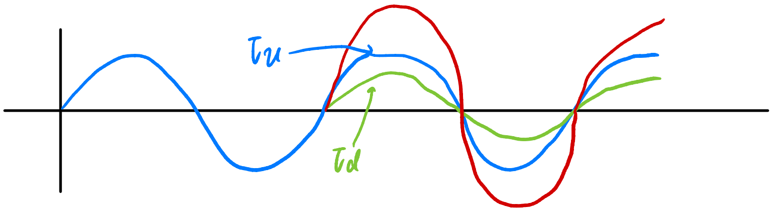
C) Formel (1) ist die Kanalübertragungsfunktion für den Spezialfall einer Zweiwegausbreitung, der im Folgenden betrachtet werden soll.

$$H(f) = a_d e^{-j2\pi f \tau_d} + a_u e^{-j2\pi f \tau_u}. \tag{1}$$

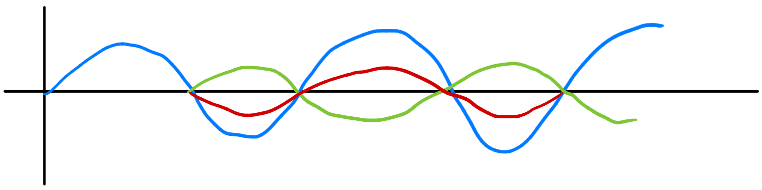
Welche Größen werden durch die Formelzeichen a_d, a_u, τ_d und τ_u beschrieben? (4 P)

D) Nehmen Sie an, dass es sich bei dem gesendeten Signal um ein sinusförmiges Signal der Periodendauer $T = 1$ handelt und dass $a_d = 1$, $a_u = 0,5$. Betrachten Sie die beide Fälle $\tau_u - \tau_d = T$ und $\tau_u - \tau_d = T/2$. Zeichnen Sie die Signale am Empfänger für die beide Fälle. (4 P)

① $\tau_u - \tau_d = T$



② $\tau_u - \tau_d = \frac{T}{2}$



Aufgabe 4. OFDM und MIMO — 12 P.

A) Ein OFDM-Symbol mit 10 binär unipolar modulierten Trägern ist in Abbildung 2 dargestellt. Ist diese Darstellung im Zeit- oder Frequenzbereich? (1 P)

a) Zeitbereich.

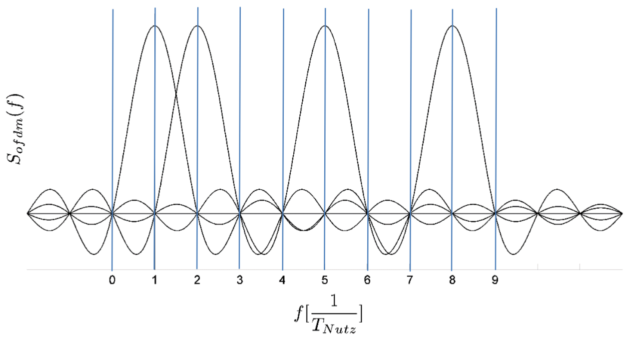


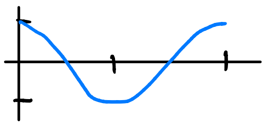
Abbildung 2: Die schematische Darstellung eines OFDM-Symbols.

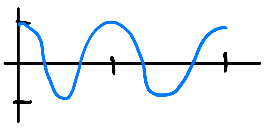
~~A)~~ Frequenzbereich.

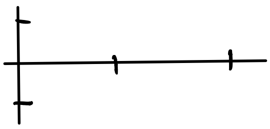
B) Nennen Sie die zum in Teilaufgabe A) dargestellten OFDM-Symbol gehörige Bitfolge. (2 P)

0110010010

C) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der in Teilaufgabe A) dargestellten Signale, die zu den Trägern mit den Nummern 1, 2, und 6 gehören. (6 P)

1  $1 \cdot \cos(2\pi \frac{t}{T_{Nutz}})$

2  $1 \cdot \cos(2\pi \frac{2t}{T_{Nutz}})$

6  0

D) Welche Aussage ist falsch? (1 P)

a) Mit 4 Sendeantennen und 2 Empfangsantennen können maximal 2 parallele Datenströme realisiert werden.

b) Der Matched Filter ist der optimale lineare Filter wenn die Rauschleistung 0 ist.

c) Der Zero-forcing Filter ist der optimale lineare Filter wenn die Interferenz 0 ist.

d) Ein MIMO-System hat keinen Vorteil gegenüber ein SISO-System wenn keine parallelen Datenströme realisiert werden können.

E) Die Kanalkapazität von einem Single-Input-Single-Output (SISO) Kanal ist C. Wenn beide Sender und Empfänger mit 4 Antennen ausgerüstet sind, warum kann man die Kanalkapazität $4C$ nicht erreichen (wählen Sie bitte alle richtigen Gründe). (2 P)

a) Weil es Interferenz zwischen den 4 Datenströme gibt.

b) Weil die Trägerfrequenz für alle 8 Antennen gleich ist.

c) Weil die Sendeleistung nicht vervierfacht ist.

d) Weil es nur einen Empfänger gibt und 4 Antennen bei demselben Empfänger äquivalent zu einer Antenne sind.