

Matrikelnr.:

Name:

Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 09/10

Ich erkläre mich damit einverstanden, dass meine Klausurnote gemeinsam mit meiner Matrikelnummer im Institut ausgehängt wird.

Braunschweig, den 23. 3. 2010 Unterschrift:

Aufgaben ohne Unterlagen (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

- 1) Ein homogen mit Donatoren und Akzeptoren dotierter Halbleiter weist folgende Daten auf:

$W_G = 1,5 \text{ eV}$; $W_L - W_D = 6 \text{ meV}$; $W_A - W_V = 50 \text{ meV}$; $N_L = 4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3} \cdot (T/T_0)^{3/2}$; $N_V = 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \cdot (T/T_0)^{3/2}$; $N_D = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$; $N_A = 1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$; zur Vereinfachung sei $W_V = 0$.

Sein elektrisches Verhalten soll bei den beiden Temperaturen $T_0 = 300 \text{ K}$ und $T_1 = 3 \cdot T_0$ berechnet werden.

- a) Berechnen Sie bei T_0 und T_1 die effektiven Zustandsdichten N_L , N_V , Eigenleitungskonzentration n_i und -niveau W_i . Es gilt

$$np = 2 \left(\frac{m_L kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(\frac{W_F - W_L}{kT}\right) \cdot 2 \left(\frac{m_V kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(\frac{W_V - W_F}{kT}\right)$$

$$N_D^+ = N_D \left(g \exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right) + 1 \right)^{-1} \quad \text{mit } g = 2$$

$$N_A^- = N_A \left(g \exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right) + 1 \right)^{-1} \quad \text{mit } g = 4.$$

- b) Zeichnen Sie unter Verwendung obiger Daten für die beiden Temperaturen die

Konzentrationen der freien Ladungsträger n und p sowie der ionisierten Störstellen N_D^+ und N_A^- in Abhängigkeit von W_F in die Shockley-Diagramme (Abb. 1). Markieren Sie alle wichtigen Größen (N_L , N_V , n_i , W_D , W_A , W_L , W_V , W_i , $W_{F0,F1}$). Lesen Sie für Ladungsneutralität die Lage des Fermi-Niveaus $W_{F0,F1}$ sowie die Elektronen- und Löcherkonzentration ab, bzw. berechnen Sie die nicht direkt ablesbare Größe für beide Temperaturen, wobei Elektroneutralität zugrunde zu legen ist

- c) Stellen Sie die Gleichung für die Elektroneutralität auf (in Abhängigkeit von Temperatur und Lage des Fermi-Niveaus) und vereinfachen Sie sie für beide Temperaturen durch Vernachlässigungen aufgrund der Informationen aus den Shockley-Diagrammen. Berechnen Sie daraus $W_F(T_0 \text{ und } T_1)$ sowie $n(T_0 \text{ und } T_1)$ und $p(T_0 \text{ und } T_1)$. Diskutieren Sie das Ergebnis kurz.

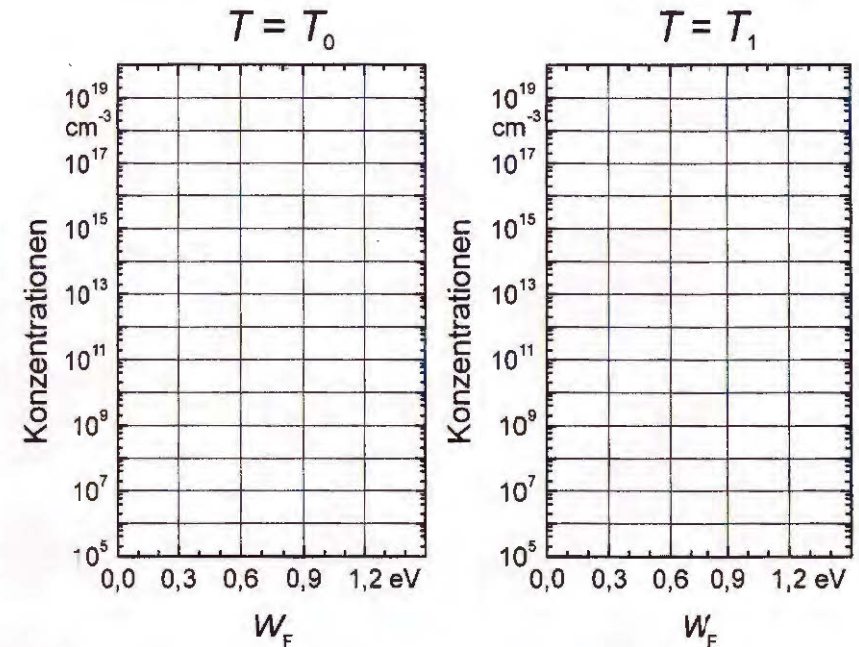


Abb. 1

- 2) Die Strom-Spannungs-Charakteristik $J_n(U_{cb})$ des *npn*-Transistors mit Kollektor-Basis-Kurzschluss in Abb. 2 soll beschrieben werden. Thermische Generation/Rekombination von Ladungsträgern in den Verarmungszonen und Spannungsabfälle über den Bahngebieten sind zu vernachlässigen. Es gibt keine optische Generation *g*. Die Kontakte sind ideal ohmsch und Emitter- und Kollektor-Bahnggebiete lang gegenüber den Minoritätsladungsträger-Diffusionslängen. Folgende Daten sind bekannt: $n_i = 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $kT = 26 \text{ meV}$, $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ und $\varepsilon = 10^{-12} \text{ As/Vcm}$ sowie

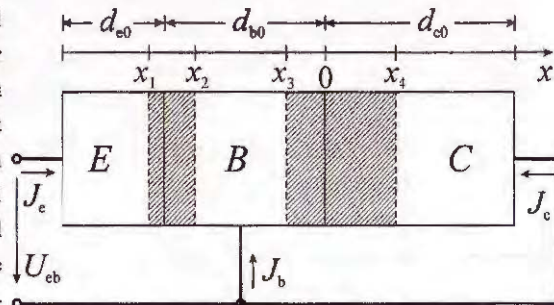


Abb. 2

Emitter	Basis	Kollektor
$N_{De} = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$N_{Ab} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$	$N_{Dc} = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
$d_{e0} = 10 \text{ } \mu\text{m}$	$d_{b0} = 4 \text{ } \mu\text{m}$	$d_{c0} = 500 \text{ } \mu\text{m}$
$L_{pe} = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$	$L_{nb} = 100 \text{ } \mu\text{m}$	$L_{pc} = 1 \text{ } \mu\text{m}$
$\mu_{pe} = 80 \text{ cm}^2/\text{Vs}$	$\mu_{nb} = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$	$\mu_{pc} = 150 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

- a) Berechnen Sie die Diffusionsspannungen U_{Deb} und U_{Dcb} sowie die Ausdehnung der neutralen Basis $d_b = x_3 - x_2$ für den allgemeinen Fall (Formeln) sowie für $U_{cb} = -0,7 \text{ V}$ (Werte). Allgemein gelten am *pn*-Übergang (mit der Spannung *U* von *p* nach *n*)

$$U_D = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n_{n0}}{n_{p0}} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{p_{p0}}{p_{n0}} \right) \text{ und}$$

$$w = \sqrt{\frac{2q(U_D - U)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} = w_n + w_p \text{ sowie } N_A w_p = N_D w_n.$$

- b) Wie groß sind die Minoritätsladungsträgerkonzentrationen n_p an den Rändern der neutralen Basis x_2 und x_3 allgemein (Formeln) und für $U_{cb} = -0,7 \text{ V}$ (Werte)? Skizzieren Sie für diesen Fall den Verlauf von n_p in der neutralen Basis. Markieren Sie

die Gleichgewichtskonzentration n_{p0} .

- c) Kombinieren Sie für die Minoritätsladungsträger in der neutralen Basis die Stromgleichung

$$J_n = J_{nF} + J_{nD} = \sigma_n E + q D_n \text{grad} n_p \text{ mit } D_n = kT \mu_n / q$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{dn_p}{dx} = \frac{1}{q} \text{div} J_n - r + g \text{ mit } r = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} \text{ und } L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

für den stationären Zustand zu einer Differenzialgleichung (DGL) für $n_p(x)$.

- d) Lösen Sie die DGL mit den Randbedingungen aus b) in Abhängigkeit von U_{cb} und dem Ansatz

$$n_p = A \cdot \sinh \left(\frac{x_3 - x}{L_{nb}} \right) + B \cdot \sinh \left(\frac{x - x_2}{L_{nb}} \right) + C.$$

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Konstante *C* unter Zuhilfenahme des Aufgabenteils c).

- e) Berechnen Sie die Minoritätsladungsträger-Stromdichten jeweils am Rand der Verarmungszonen $J_{ne}(x_2)$ und $J_{nc}(x_3)$ (Formeln und Werte).
- f) Wie groß ist der Basistransportfaktor β_T (Formel und Wert)? Diskutieren Sie das Ergebnis.

- 3) Die in Abb. 3a dargestellte Verstärkerschaltung wird bei einer Betriebsspannung $U_B = 16 \text{ V}$ betrieben. Als weitere Daten sind bekannt: $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$; die Koppelkondensatoren C_K sind so dimensioniert, dass sie bei der Wechselstromanalyse als Kurzschlüsse betrachtet werden können.

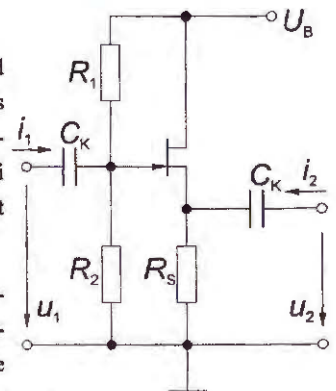


Abb. 3a

- a) Die Arbeitspunkteinstellung soll analysiert werden. Zeichnen Sie dazu das Gleichstromersatzschaltbild der Schaltung aus Abb. 3a. Tragen Sie die Spannungen U_{cb} und U_{be} am Transistor sowie

U_2 und U_3 über den Widerständen R_2 und R_3 und den Strom I_d ein. Bestimmen Sie, unter Vernachlässigung eines Gate-Leckstromes und unter der Maßgabe, dass der Arbeitspunkt des Transistors $I_d = 60 \text{ mA}$ und $U_{ds} = 11 \text{ V}$ ist, Zahlenwerte für die unbekannten U_{gs} , U_3 , U_2 und R_3 , R_2 . Verwenden Sie dazu die Kennlinien der Abb. 3b, in die Sie die Arbeitsgerade entsprechend der gegebenen Daten und die beiden Arbeitspunkte eintragen.

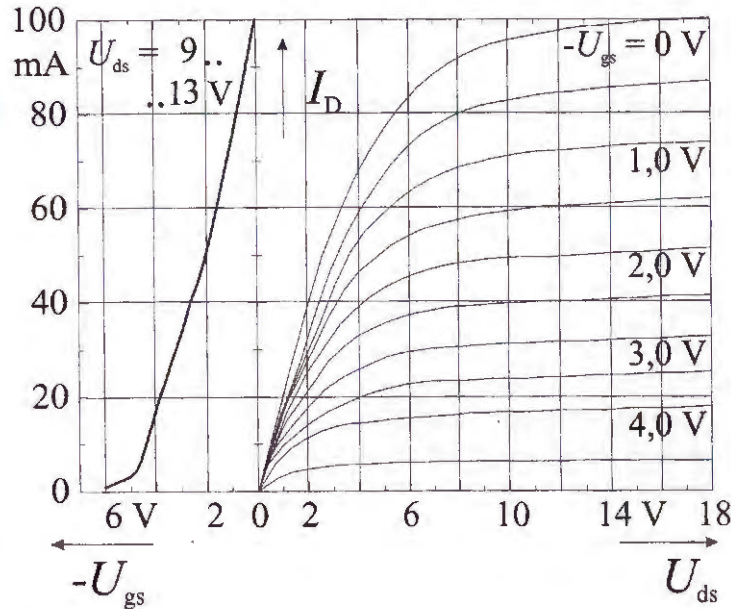


Abb. 3b

- b) Für die Wechselstromanalyse zeichnen Sie das Wechselstromersatzschaltbild unter Verwendung des FET-Ersatzschaltbildes in Abb. 3c. Um welche Grundschaltung handelt es sich? Bestimmen Sie die Parameter g_m und r_d für den gegebenen Fall aus den Kennlinien in Abb. 3b (Formel und Zahlenwert).
- c) Berechnen Sie Eingangs- und Ausgangswiderstand R_e bzw. R_a (bei kurzgeschlossenem Ausgang bzw. Eingang) und Leerlauf-Spannungsverstärkung v_{uLL} (Formel und Zahlenwert).

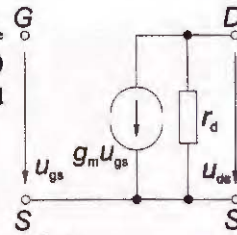
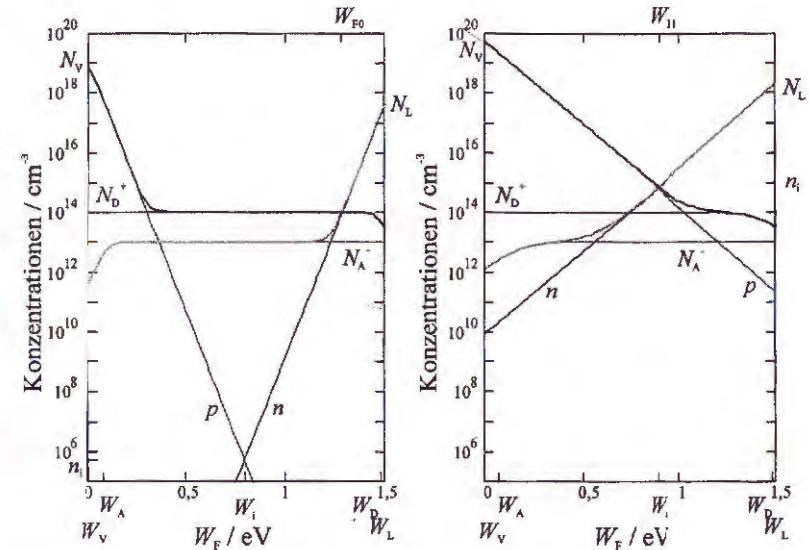


Abb. 3c

Lösung zu 1:

- a) Aus der Aufgabenstellung ergeben sich für T_0 (T_1) $N_L = 4 \cdot 10^{17}$ ($2,1 \cdot 10^{18}$) cm^{-3} und $N_V = 1 \cdot 10^{19}$ ($5,2 \cdot 10^{19}$) cm^{-3} sowie mit (1.15) und (1.16) $n_i = 5 \cdot 10^5$ ($6,6 \cdot 10^{14}$) cm^{-3} und $W_i = W_0/2 + kT/2 \cdot \ln(N_V/N_L) = 0,79$ ($0,88$) eV.



- b) Die sich daraus ergebenden Shockley-Diagramme sind unten dargestellt (rechts für die höhere Temperatur). Der Schnittpunkt der dicken Verläufe ergibt das Fermi-Niveau $W_{F0,1} \approx 1,3$ ($0,9$) eV. Die zugehörigen Konzentrationen der beweglichen Ladungsträger sind $p \approx 2,5 \cdot 10^3$ ($6,6 \cdot 10^{14}$) cm^{-3} , wobei der erste Wert mit (1.16) berechnet wurde und $n \approx 1 \cdot 10^{14}$ ($6,6 \cdot 10^{14}$) cm^{-3} .
- c) Setzt man (1.14) und (1.17) in die Elektroneutralität (1.19) ein, so erhält man mit $W_V = 0$:

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

$$N_L e^{\frac{W_F - W_L}{kT}} + \frac{N_A}{4e^{\frac{W_A - W_F}{kT}} + 1} = N_V e^{\frac{-W_F}{kT}} + \frac{N_D}{2e^{\frac{W_S - W_D}{kT}} + 1}$$

Betrachten wir zunächst T_0 :

Der Schnittpunkt der dicken Kurven liegt um den Faktor 10 über N_A ; das also vernachlässigt werden kann, ebenso wie p , das noch kleiner ist. Weiterhin liegt W_F soweit unter W_D , dass im Nenner des zweiten Terms auf der rechten Seite der Elektroneutralität der Exponentialterm gegenüber der 1 vernachlässigt werden kann. Diese vereinfacht sich daher zu

$$N_L e^{\frac{W_F - W_L}{kT}} = N_D,$$

$$W_F = W_G + kT \ln \left(\frac{N_D}{N_L} \right) = 1,286 \text{ eV}.$$

Mit (1.14) ergibt sich in Übereinstimmung mit den Daten aus b) $n = 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ und $p = 2,53 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$.

Bei T_1 erkennt man im Shockley-Diagramm, dass die Eigenleitungskonzentration größer ist als die Dotierstoffkonzentrationen. Es gilt also $n = p = n_i = 6,6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ und $W_F = W_i = 0,88 \text{ eV}$, ebenfalls in Übereinstimmung mit b).

Durch Erhöhung der Temperatur verschiebt sich der Halbleiter also aus dem Bereich der Störstellenerschöpfung in den der Eigenleitung.

Lösung zu 2:

- a) Die Diffusionsspannungen lassen sich z. B. mit $n_{p0} = N_{De}$ und $n_{p0} = n_i^2 / N_{Ab}$ berechnen

$$U_{Del} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_{De} N_{Ab}}{n_i^2} \right) = 0,95 \text{ V} \text{ und } U_{Deb} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_{De} N_{Ab}}{n_i^2} \right) = 0,71 \text{ V}.$$

Die Ausdehnung der Verarmungszonen ergibt sich nach Einsetzen von $w_n = w_p N_A / N_D$ in die Gleichung für w und Auflösen nach w_p

$$w_p = \sqrt{\frac{2e(U_D - U)N_D}{qN_A(N_A + N_D)}} \text{ bzw.}$$

$$x_2 - d_{b0} = \sqrt{\frac{2e(U_{Deb} + U_{eb})N_{De}}{qN_{Ab}(N_{Ab} + N_{De})}} \approx \sqrt{\frac{2e(U_{Deb} + U_{eb})}{qN_{Ab}}} \Big|_{U_{eb} = -0,7V} = 0,18 \text{ } \mu\text{m} \text{ und}$$

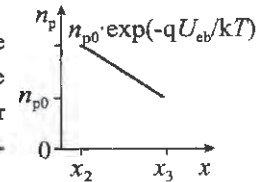
$$-x_3 = \sqrt{\frac{2e(U_{Deb})N_{De}}{qN_{Ab}(N_{Ab} + N_{De})}} \approx \sqrt{\frac{2e(U_{Deb})N_{De}}{qN_{Ab}^2}} \approx 0 \text{ } \mu\text{m} \rightarrow d_b = -x_2 = 3,82 \text{ } \mu\text{m}.$$

- b) Die Randbedingungen ergeben sich nach (1.63) bzw. aus der Aufgabenstellung

$$n_p(x_2) = n_{p0} e^{-\frac{qU_{eb}}{kT}} = 5,8 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \text{ und}$$

$$n_p(x_3) = n_{p0} = n_i^2 / N_{Ab} = 100 \text{ cm}^{-3}.$$

Die Werte, die in der Tabelle gegeben sind zeigen, dass die Diffusionslänge der Elektronen sehr viel größer ist als die Ausdehnung der neutralen Basis (a). Daher ergibt sich in der nebenstehenden Skizze das Diffusionsdreieck, also eine Gerade für die Ortsabhängigkeit der Minoritätsladungsträgerkonzentration.



- c) Im stationären Zustand ($dn_p/dt = 0$) ergibt sich die gesuchte Differenzialgleichung (siehe auch (1.66 und 1.69))

$$0 = \frac{d^2 n_p}{dx^2} - \frac{n_p - n_{p0}}{L_{nb}^2} \text{ mit } L_{nb}^2 = \tau_{nb} D_{nb}.$$

- d) Die Konstante C ergibt sich nach Einsetzen des Ansatzes in die DGL.

$$\frac{A}{L_{nb}^2} \sinh \left(\frac{x_3 - x}{L_{nb}} \right) + \frac{B}{L_{nb}^2} \sinh \left(\frac{x - x_2}{L_{nb}} \right) - \frac{A \sinh \left(\frac{x_3 - x}{L_{nb}} \right) + B \sinh \left(\frac{x - x_2}{L_{nb}} \right) + C - n_{p0}}{L_{nb}^2} = 0$$

$$\rightarrow C = n_{p0}.$$

Mit den Randbedingungen (aus b) folgen direkt die Konstanten A und B

$$x = x_3: n_p = n_{p0} = A \cdot 0 + B \sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right) + n_{p0} \rightarrow B = 0$$

$$x = x_2: n_p = n_{p0} \cdot e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}} = A \sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right) + n_{p0} \rightarrow A = \frac{n_{p0} \left(e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}} - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}$$

Einsetzen führt zu

$$n_p - n_{p0} = n_{p0} \left(e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}} - 1 \right) \frac{\sinh\left(\frac{x_3 - x}{L_{nb}}\right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}$$

- e) Da die neutrale Basis feldfrei ist, sind die Minoritätsladungsträger-Ströme reine Diffusionsströme und berechnen sich aus der Stromgleichung und d)

$$J_{nc}(x_2) = q D_{nb} \frac{dn_p}{dx} \Big|_{x=x_2} = q D_{nb} \frac{\frac{n_{p0} \left(e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}} - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}}{\tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} \approx -\frac{q D_{nb} n_{p0} e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}}}{L_{nb} \tanh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} = -0,62 \frac{A}{cm^2} \text{ und}$$

$$J_{nc}(x_3) = -q D_{nb} \frac{dn_p}{dx} \Big|_{x=x_3} = -q D_{nb} \frac{\frac{n_{p0} \left(e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}} - 1 \right)}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)}}{\sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} \cdot 1 = \frac{q D_{nb} n_{p0} e^{-\frac{qU_{cb}}{kT}}}{L_{nb} \sinh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} = 0,62 \frac{A}{cm^2}$$

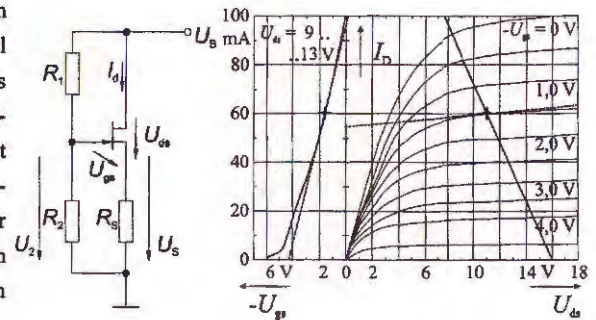
- f) Der Basistransportfaktor β_T ist das Verhältnis des aus der Basis in den Kollektor injizierten Minoritätsladungsträger-Stromes zu dem aus dem Emitter in die Basis injizierten, also

$$\beta_T = \frac{-J_{nc}}{J_{nc}} = \frac{1}{\cosh\left(\frac{d_b}{L_{nb}}\right)} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d_b}{L_{nb}} \right)^2 = 0,9993$$

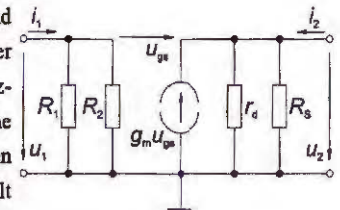
Wie erwartet, ist der Wert nahe 1.

Lösung zu 3:

- a) Die Kapazitäten stellen im Gleichstromfall Leerläufe dar, sodass sich die Schaltung vereinfachen lässt. Mit dem gegebenen Arbeitspunkt und der Spannung U_B lässt sich die Arbeitsgerade im Ausgangskennlinienfeld als Gerade zwischen dem Arbeitspunkt (AP, \blacklozenge) und $I_d = 0 / U_B = 16 \text{ V}$ konstruieren. Aus ihrer Steigung ergibt sich $R_s = (16 - 11) \text{ V} / 60 \text{ mA} = 83,33 \Omega$. Darüber fällt dann die Spannung $U_s = I_d(\text{AP}) \cdot R_s = 5 \text{ V}$ ab. Mit der Spannung $U_{gs} = -1,5 \text{ V}$, die sich aus den Kennlinien ablesen lässt, errechnet sich $U_2 = U_s + U_{gs} = 3,5 \text{ V}$. Aus dem unbelasteten Spannungsteiler errechnet sich der Widerstand $R_2 = U_2 R_1 / (U_B - U_2) = 28 \text{ k}\Omega$.



- b) Einsetzen des Transistorersatzschaltbildes und Kurzschließen der Kapazitäten einschließlich der Versorgungsspannung ergibt das Wechsellinienersatzschaltbild. Bei der Schaltung handelt es sich um eine Drain-Schaltung oder einen Source-Folger. Aus den Steigungen der Kennlinien im Arbeitspunkt erhält man



$$g_m = \left. \frac{dI_d}{dU_{gs}} \right|_{U_{ds}=0} = 22,2 \text{ mS} \text{ und } r_d = \left. \frac{dU_{ds}}{dI_d} \right|_{U_{gs}=0} = 2,25 \text{ k}\Omega$$

- c) Der Eingangswiderstand lässt sich leicht ablesen $R_e = u_1 / i_1 = R_1 \parallel R_2 = 21,9 \text{ k}\Omega$. Der Ausgangswiderstand berechnet sich mit $u_{gs} = -u_2$ zu $R_a = u_2 / i_2 = r_d \parallel R_s / (1 + g_m r_d \parallel R_s) \approx R_s / (1 + g_m R_s) = 29,2 \Omega$. Mit $u_{gs} = u_1 - u_2$ und $u_2 = g_m u_{gs} r_d \parallel R_s$

$$\text{gilt } v_{uLL} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{g_m r_d \parallel R_s}{1 + g_m r_d \parallel R_s} \approx \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s} = 0,65$$

Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 09/10**Kurzfragen ohne Unterlagen** (Bearbeitungszeit: 30 min)

- 1) Gegeben ist eine Verstärker-Schaltung a) und das Kleinsignal-Ersatzschaltbild des Transistors b). Die Kapazitäten stellen im interessierenden Frequenzbereich Kurzschlüsse dar. Zeichnen Sie das Wechselstromersatzschaltbild der Schaltung, und tragen Sie neben Ein- und Ausgangsgrößen die steuernde Größe u_{gs} ein.

Um welche Grundschaltung handelt es sich?

Um welchen Transistortyp handelt es sich?

- 2) Welche der Aussagen zum Lawinendurchbruch eines abrupten n^+p -Übergangs sind zutreffend?
- 3) Welche der Aussagen zum Stromfluss durch einen idealen pn -Übergang sind zutreffend?
- 4) Tragen Sie in die durchgezogene Strom-Spannungskennlinien eines pn -Übergangs die üblichen Arbeitspunkte in Form eines Kreuzes mit entsprechendem Buchstaben für folgende optoelektronischen Bauelemente ein:
A - Photodiode, B - Solarzelle, C - Laserdiode, D - Lawinenphotodiode, E - Lumineszenzdiode.
- 5) Ergänzen Sie die Stromkennlinie aus dem Ausgangskennlinienfeld. Um welche Art von Transistor handelt es sich? (Hinweis zur Stromrichtung: Alle Ströme fließen in den Transistor hinein.)
- 6) Gegeben ist das Bändermodell $W(x)$ von niedrig n -dotiertem Si (linkes Teilbild). Skizzieren Sie für hohe Temperaturen ($T \geq 900$ K) die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband $D(W)$ in parabolischer Näherung, die Fermi-Verteilung $f(W)$ und die Elektronen- und Löcherkonzentrationen im Leitungs- bzw. Valenzband $n, p(W)$ in den vorbereiteten Koordinatensystemen.
- 7) In welchem Bereich liegen die Gitterkonstanten der am meisten verwendeten Halbleitermaterialien (unter normalen Bedingungen)?
- 8) Welche der Aussagen zu einer MOS-Kapazität sind richtig?
- 9) Welche sind in der Si-Technologie übliche Dimensionen für Substratdicken, Dicke der epitaktisch gewachsenen Schicht, Diffusionstiefen, Oxiddicken?
- 10) Welche der Aussagen zum Operationsverstärker sind richtig?