Es gelten: Falls (1) $X_1,\dots,X_n \sim \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$, st.u., σ^2 bekannt

bzw. falls (2) $X_1,\dots,X_n$ uiv mit $EX_i=\mu$, $\operatorname{Var} X_i=\sigma^2$, $i=1,\dots,n$,

so ist

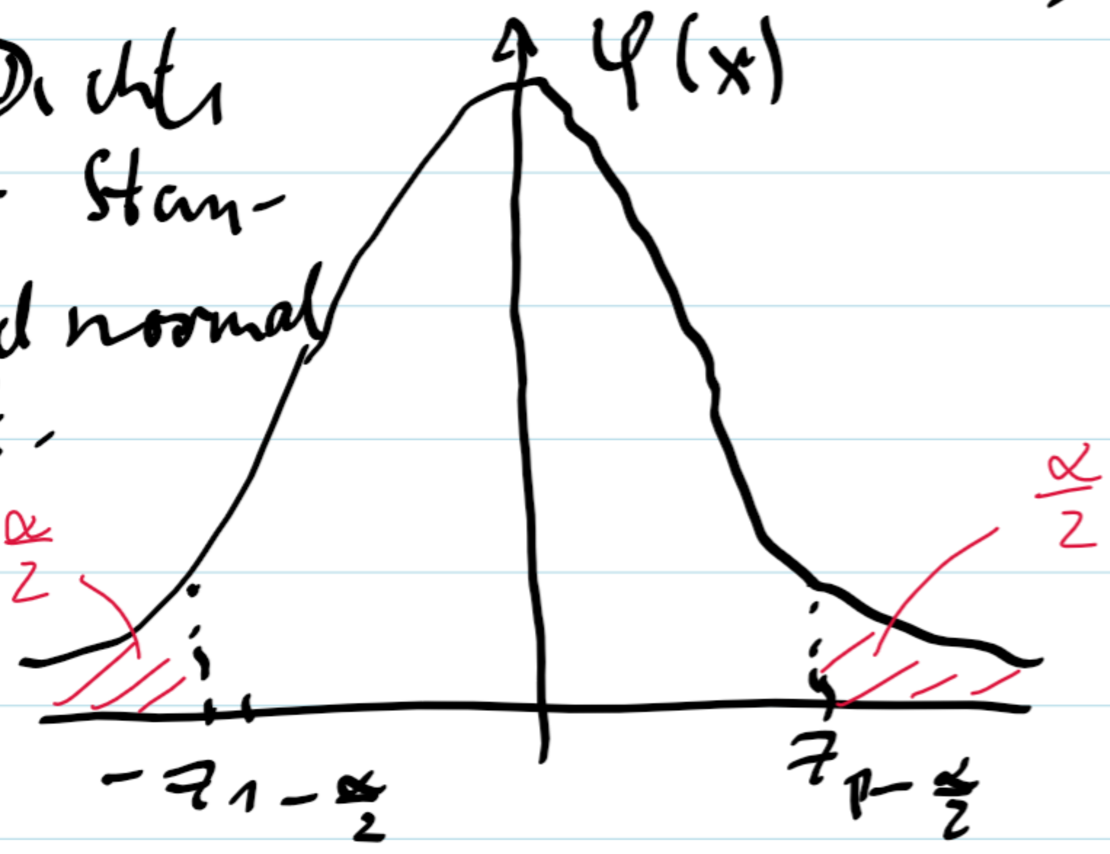
$$\Big[\bar X - \underbrace{\Phi^{-1}\big(1-\tfrac{\alpha}{2}\big)}_{=:\, z_{1-\frac{\alpha}{2}}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt n}\,,\ \bar X + \underbrace{\Phi^{-1}\big(1-\tfrac{\alpha}{2}\big)}_{z_{1-\frac{\alpha}{2}}}\frac{\sigma}{\sqrt n}\Big]$$ ein

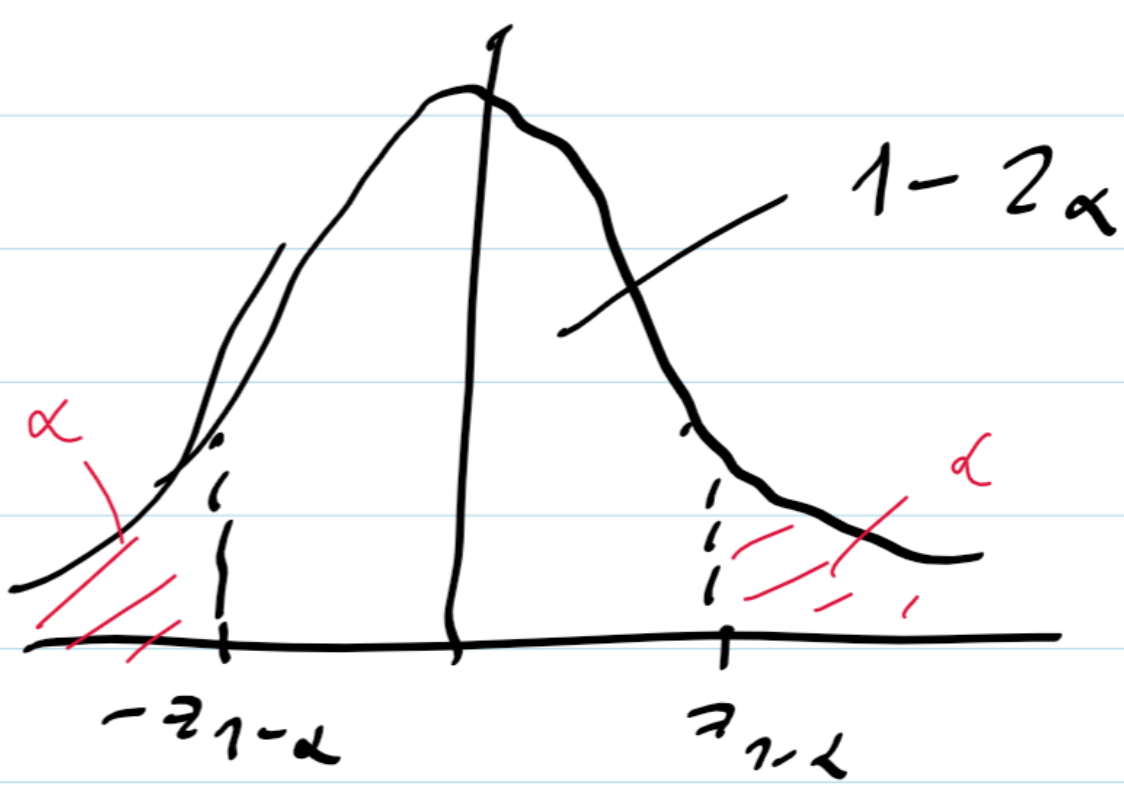
(1) exaktes bzw. (2) asymptotisches $(1-\alpha)$-KI für
(approximatives)

Wdh. $\operatorname{Var}\bar X = \frac{\sigma^2}{n}$

den Erwartungswert μ der W-Vert P^X_μ.

W-Dichte der Standardnormalvert.





__Satz:__ Seien $X_1,\dots,X_n \sim \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ st.u. (s.o.) und sei

$S^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar X)^2$ (empirische bzw. Stichprobenvarianz)

Dann gilt: $Z' := \dfrac{\bar X-\mu}{\frac{S}{\sqrt n}}$ $\sim t_{n-1}$ ist t-verteilt mit $n-1$ Freiheitsgraden

---

Es gilt: Falls $X_1,\dots,X_n \sim \mathcal{N}(\mu,\sigma^2)$ st.u., σ^2 unbekannt, so ist

$$\Big[\bar X - t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{S}{\sqrt n}\,,\ \bar X + t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt n}\Big]$$ ein exaktes

$(1-\alpha)$-KI für den Erwartungswert μ der Normalvert. mit Parametern μ und σ^2.

__Bem.:__ Falls $X_1,\dots,X_n$ uiv mit $EX_i=\mu$, $\operatorname{Var} X_i=\sigma^2$ unbekannt, $i=1,\dots,n$,

so ist $$\Big[\bar X - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{S}{\sqrt n}\,,\ \bar X + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{S}{\sqrt n}\Big]$$ ein asympt.

(approximatives) $(1-\alpha)$-KI für den Erwartungswert μ der W-Vert. P^X_μ für „große" n