

# Institut für Regelungstechnik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

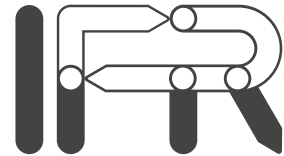
Prof. Dr.-Ing. M. Maurer

Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher

Hans-Sommer-Str. 66

38106 Braunschweig

Tel. (0531) 391-3836



**Klausuraufgaben**

Grundlagen der Elektrotechnik

25.08.2015

Name: _____		Vorname: _____		
Matr.-Nr.: _____		Studiengang: _____		
E-Mail (optional): _____				
1:	2:	3:	4:	5:
ID: _____ Summe: _____ Note: _____				

Alle Lösungen müssen **nachvollziehbar** bzw. **begründet** sein.

Für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** verwenden.

Keine Rückseiten beschreiben.

**Keine Blei- oder Rotstifte** verwenden.

**Lösungen auf Aufgabenblättern werden nicht gewertet.**

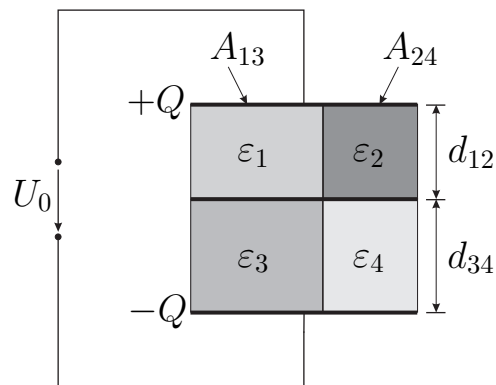
**Zugelassene Hilfsmittel:**

- Geodreieck
- Zirkel

Die Ergebnisse sind nur online über das QIS-Portal einsehbar.

## 1 Elektrisches Feld

Punkte: 19



Gegeben sei ein Plattenkondensator mit vier unterschiedlichen Dielektrika  $\varepsilon_1 - \varepsilon_4$  und einer zusätzlichen Metallelektrode in der Mitte. Der Kondensator kann entsprechend als Parallel- und Reihenschaltung vierer einzelner Kondensatoren  $C_1$  bis  $C_4$  aufgefasst werden, deren Dimensionen der Abbildung entnommen werden können. Der Kondensator ist an eine Spannungsquelle  $U_0$  angeschlossen.

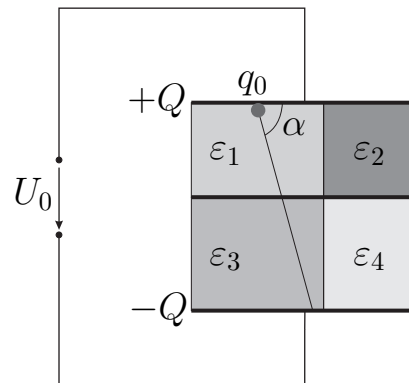
Folgende Beziehungen zwischen den Permittivitäten der einzelnen Kondensatoren sind bekannt:  $\varepsilon_1 = 2 \cdot \varepsilon_2 = 3 \cdot \varepsilon_3 = 4 \cdot \varepsilon_4$ . Außerdem gilt für die Einzelkapazitäten:  $C_1 = C_2 = C_3$ .

- Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der gegebenen Anordnung. (1 Punkt)
- Bestimmen Sie die Gesamtkapazität  $C_{Ges}$  des Kondensators als Vielfaches der Einzelkapazität  $C_1$ . (6 Punkte)
- Bestimmen Sie die Oberflächenladungsdichte  $\sigma$  einer der Kondensatorplatten in Abhängigkeit der Spannung  $U_0$  und den Größen der Einzelkapazität  $C_1$ . (3 Punkte) **siehe unten**
- Berechnen Sie das elektrische Feld in den einzelnen Teilkondensatoren in Abhängigkeit der Spannung  $U_0$  und des Abstandes  $d_{12}$ . (4 Punkte)

Anmerkung Markus Steimle zu c):

Hier ist die mittlere Oberflächenladungsdichte gefragt

$\Rightarrow$

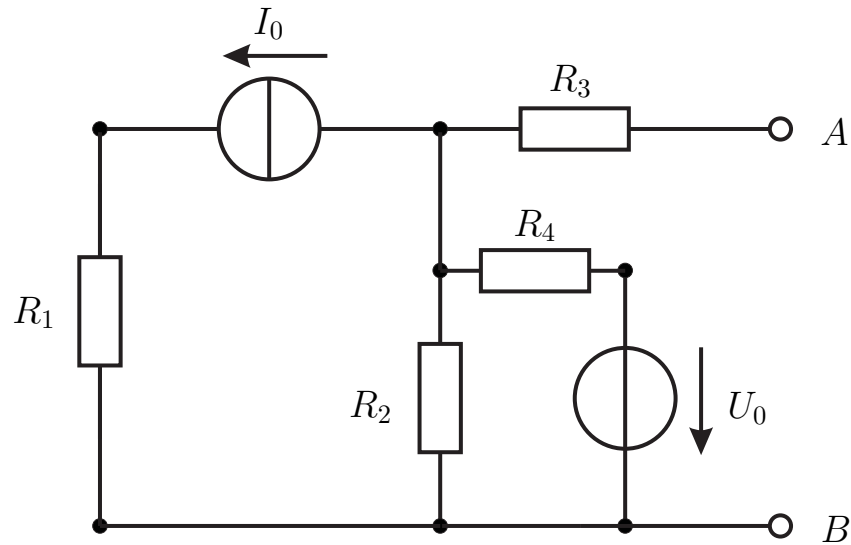


Eine positive Ladung  $q_0$  wird unter dem Winkel  $\alpha$  von der positiven Platte zur negativen Platte bewegt (siehe Bild). Gehen Sie davon aus, dass die Ladung die mittlere Metallelektrode passieren kann.

- e) Bestimmen Sie die vom elektrischen Feld verrichtete Arbeit in Abhängigkeit der Spannung  $U_0$ . Lösen Sie hierfür das Linienintegral der elektrischen Feldstärke entlang des gegebenen Weges. Benutzen Sie für die Feldstärke die Ergebnisse von Punkt d). (5 Punkte)

## 2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 11



Das gegebene Netzwerk besteht aus einer idealen Gleichspannungsquelle  $U_0$ , einer idealen Gleichstromquelle  $I_0$ , sowie vier Widerständen  $R_1$  bis  $R_4$  mit bekannten Werten.

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Superpositionsverfahrens die Spannung  $U_{AB}$  an den Klemmen A und B. Fertigen Sie für jeden Fall, den Sie betrachten, eine gesonderte Skizze an. (5 Punkte)

*Hinweise:* Nutzen Sie wenn möglich den Strom- oder Spannungsteiler.

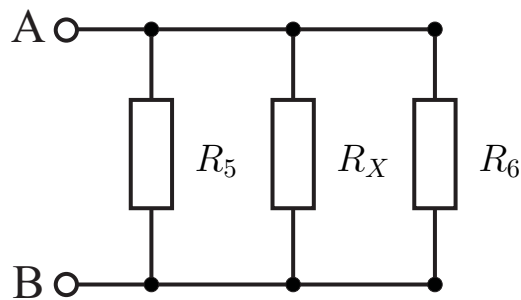
Tragen Sie in jeder Skizze, die Sie anfertigen, die Richtung der relevanten Spannungen und Ströme ein.

- b) Bestimmen Sie den Innenwiderstand  $R_{AB}$  bezüglich der Klemmen A und B. Fertigen Sie zur Berechnung eine Skizze an. (2 Punkte)

Es gelte für den folgenden Aufgabenteil:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$

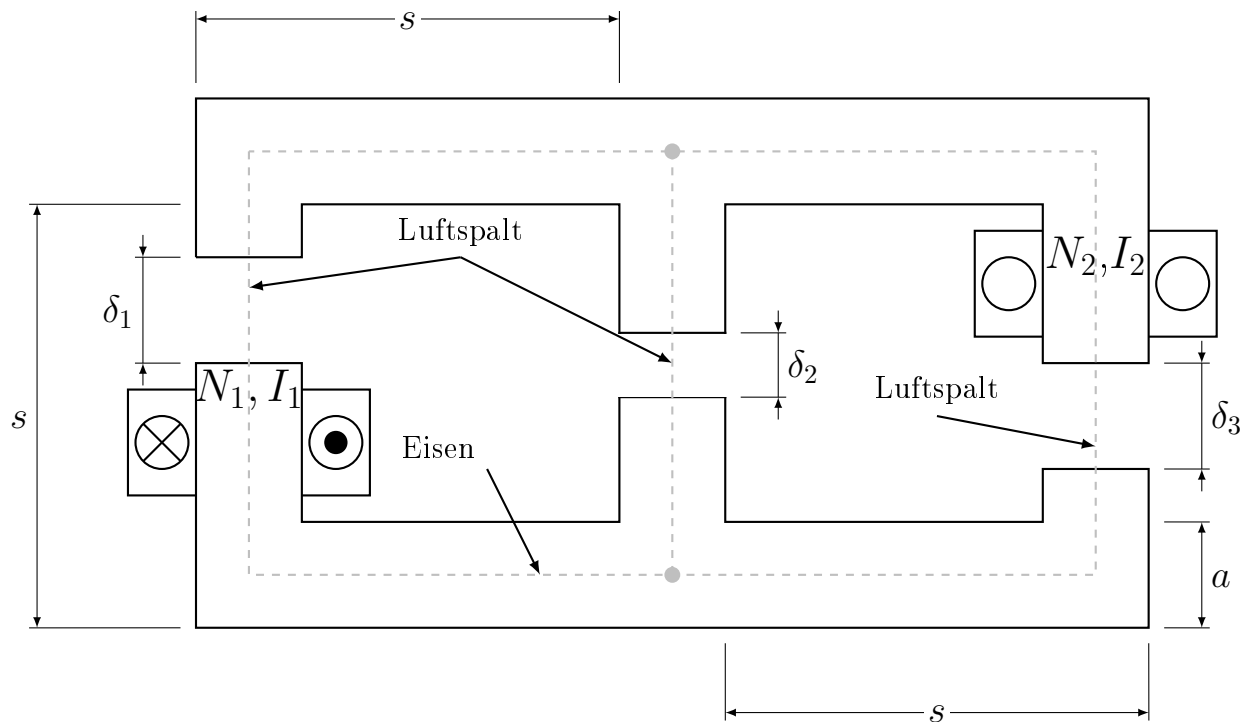
- c) Zwischen den Klemmen  $A$  und  $B$  werde ein Lastwiderstand  $R_L$  mit dem unbekannten Widerstand  $R_X$  und bekannten Widerständen  $R_5$  und  $R_6$  angeschlossen. Dabei gilt  $R_5 = R_6 = 4R$ . Die dem Netzwerk entnommene Leistung soll nun maximiert werden. (4 Punkte)

- Wie nennt sich dieser Betriebszustand?
- Welche Bedingung muss dazu erfüllt sein?
- Der Lastwiderstand soll durch das folgende Netzwerk realisiert werden. Bestimmen Sie den Wert von  $R_X$  so, dass die geforderte Bedingung erfüllt ist.



### 3 Stationäres Magnetfeld

Punkte: 20



Der Eisenkern des magnetischen Kreises hat die konstante Permeabilität  $\mu_r$  und eine quadratische Querschnittsfläche mit der Seitenlänge  $a$ . Die Spule des linken Schenkels hat  $N_1$  Wicklungen und wird vom Gleichstrom  $I_1$  durchflossen. Die Spule des rechten Schenkels ist zunächst nicht bestromt. Streuungseffekte werden vorerst vernachlässigt.

- a) Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises inklusive sämtlicher magnetischer Teilspannungen und geben Sie die allgemeinen Gleichungen für alle Komponenten an. Verwenden Sie zur Berechnung die mittlere Feldlinienlänge (gestrichelte Mittellinie). (6 Punkte)

Es gelte von hier an zur Vereinfachung  $s \gg \delta_1, \delta_2, \delta_3$ .

Gegeben sind folgende Größen:

$$a^2 = \frac{1}{16\pi} \text{ cm}^2, \quad s = 30 \text{ cm}, \quad \delta_1 = \delta_3 = 3\delta = 3 \text{ cm}, \quad \delta_2 = \delta = 1 \text{ cm} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}, \quad \mu_r = 3000, \quad I_1 = 3 \text{ A}, \quad N_1 = 505$$

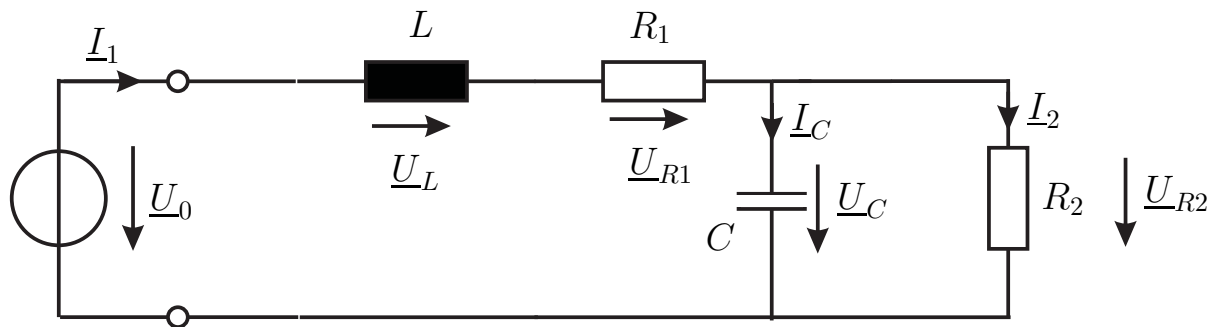
- b) Berechnen Sie die magnetischen Widerstände und die Durchflutung der Spule. (3 Punkte)
- c) Berechnen Sie die magnetischen Flüsse in den einzelnen Schenkeln. (6 Punkte)

Im Folgenden soll auch die Spule des rechten Schenkels betrachtet werden. Diese hat  $N_2 = 1515$  Wicklungen und wird von einem Gleichstrom von  $I_2$  durchflossen.

- d) Begründen oder berechnen Sie welcher Strom durch die Spule  $N_2$  fließen muss, damit im mittleren Luftspalt keine Kraft wirkt? (2 Punkte)
- e) Skizzieren sie die Feldlinienverteilung und die Richtung der Feldlinien im rechten Luftspalt und in dessen Umgebung im Eisen unter Berücksichtigung von Streueffekten. (1 Punkt)
- f) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild für den rechten Schenkel unter Berücksichtigung der Streueffekte und geben Sie allgemein den resultieren Streuwiderstand am Luftspalt an. (2 Punkte)

## 4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30



Gegeben:

$$\underline{U}_0 = 10V \cdot e^{j0}, R_2 = 25\Omega, C = 130nF, f = \frac{500}{\pi}kHz.$$

Eine Wechselspannungsquelle  $\underline{U}_0$  wird über ein Anpassungsnetzwerk ( $L, R_1, C$ ) mit einem Widerstand  $R_2$  belastet. Bei gegebener Kapazität  $C$  sollen die Elemente  $L$  und  $R_1$  so dimensioniert werden, dass die Anpassung zwischen  $\underline{U}_0$  und  $\underline{U}_{R2}$  ohne Spannungsverlust erfolgt und die Spannung  $\underline{U}_{R2}$  eine Phasendrehung von  $90^\circ$  nacheilend zu  $\underline{U}_0$  hat.

- a) Zeichnen Sie das vollständige Zeigerdiagramm mit allen Strömen und Spannungen auf Basis der oben genannten Randbedingungen. Geben Sie die Beträge der Größen  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{U}_L$ ,  $\underline{U}_{R1}$  sowie den Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen  $\underline{U}_0$  und  $\underline{I}_1$  an. (Maßstab:  $1V \hat{=} 1cm$ ,  $0,1A \hat{=} 1cm$ ) (11 Punkte)

*Hinweis:* Der Thaleskreis kann ein probates Hilfsmittel bei der Erstellung des Zeigerdiagramms sein.

Durch ein zur Spannungsquelle  $\underline{U}_0$  parallel geschaltetes Bauelement soll der Phasenwinkel zwischen  $\underline{U}_0$  und  $\underline{I}_1$  zu  $0^\circ$  kompensiert werden.

- b) Welches Bauteil verwenden Sie? Begründen Sie kurz. (1 Punkte)
- c) Bestimmen Sie die Größe des ausgewählten Bauelements mit Hilfe des Zeigerdiagramms. (3 Punkte)

$\Rightarrow$



Verwenden Sie unabhängig von den Aufgabenteilen a) bis c) folgende Werte für die weiteren Berechnungen:

$$|\underline{U}_{R1}| = 10 \text{ V}, |\underline{U}_L| = 40 \text{ V}, |\underline{I}_1| = 0.8 \text{ A}$$

- d) Bestimmen Sie die erforderlichen Werte für  $R_1$  und  $L$ . Geben Sie die Induktivität vollständig gekürzt in  $\mu\text{H}$  an. (3 Punkte)

In der Schaltung nach Aufgabenteil b) sollen im Folgenden die ohmschen Widerstände vernachlässigt werden. Des Weiteren gehen Sie davon aus, dass in Aufgabenteil b) eine Kapazität  $C_x$  als Bauelement zur Blindleistungskompensation verwendet wird. Für die folgenden Aufgabenteile gelten:

$$C_x = 64 \text{ nF}, C = 80 \text{ nF}, L = 20 \text{ mH}.$$

*Hinweis:* Eine Rückbesinnung auf die Große Übung kann Ihnen bei den folgenden Aufgabenteilen ggf. helfen.

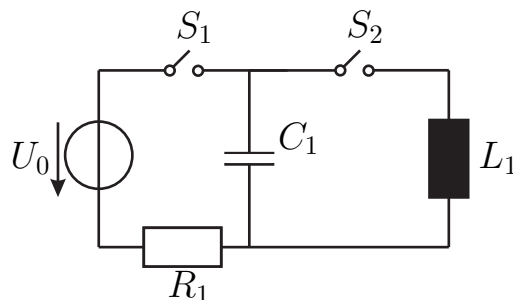
- e) Zeichnen Sie das resultierende Ersatzschaltbild. (1 Punkt)
- f) Die Schaltung enthält zwei Schwingkreise. Identifizieren Sie für jeden der Schwingkreise die beteiligten Bauelemente und geben Sie jeweils an, ob es sich um einen Reihen- oder Parallelschwingkreis handelt. (2 Punkte)
- g) Berechnen Sie allgemein die Impedanz des Ersatzschaltbildes in der Form  $\underline{Z} = j \cdot \frac{A}{B}$  ohne Doppelbrüche. Die ohmschen Widerstände werden weiterhin vernachlässigt. (2 Punkte)
- h) Bei welchem Typ Schwingkreis wird die Impedanz der Schaltung maximal, bei welchem minimal? Begründen Sie kurz, z.B. anhand eines exemplarischen Zeigerdiagramms. (2 Punkte)
- i) Welche mathematische Auswirkung haben die Resonanzen der beiden Schwingkreise auf den Zähler  $A$  bzw. auf den Nenner  $B$  des eben bestimmten Bruchs? Begründen Sie kurz. (2 Punkte)
- j) Leiten Sie die auf Basis der vorhergegangenen Aufgabenteile die Gleichungen zur Bestimmung der Resonanzfrequenzen  $\omega_{01}$  und  $\omega_{02}$  der beiden Schwingkreise her. (2 Punkte)
- k) Berechnen Sie die beiden Resonanzfrequenzen  $\omega_{01}$  und  $\omega_{02}$ . (1 Punkt)

## 5 Schaltvorgänge bei Kondensatoren und Spulen Punkte: 20

In der folgenden Aufgabe wird das Laden eines Kondensators mit einer Spannungsquelle (Aufgabenteile a) - g)) betrachtet, dabei kann Aufgabenteil g) unabhängig vom Rest bearbeitet werden. Anschließend wird die Energie in dem Netzwerk bestimmt (Aufgabenteil h)). Im weiteren Verlauf wird eine Induktivität hinzu geschaltet und ein Schwingkreis untersucht (Aufgabenteile i) - m)).

### Ladevorgang: (9 Punkte)

Vor dem Schließen des Schalters  $S_1$  ist die Ladung  $Q_{C_1}$  des Kondensators  $C_1$  gleich Null. Der Schalter  $S_1$  wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  geschlossen, der Schalter  $S_2$  bleibt offen.



- Skizzieren Sie die Schaltung zum Zeitpunkt  $t > 0$  und tragen Sie die relevanten Spannungen und Ströme ein. (1 Punkt)
- Stellen Sie formelmäßig die Differentialgleichung (DGL) für die Spannung  $u_{C_1}(t)$  über dem Kondensator  $C_1$  während des Ladevorgangs auf. (2 Punkte)  
Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Spannungen im Netzwerk und berücksichtigen Sie dann:  $i_{R_1} = i_{C_1}$ .
- Formen Sie die Differentialgleichung aus b) so um, dass Sie der Form
 
$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{b}U - \frac{a}{b} = 0$$
 entspricht. (1 Punkt)
- Lösen Sie die DGL, indem Sie ohne Einschränkung der Allgemeinheit die Lösung
 
$$U(t) = a(1 - e^{-t/b})$$
 für die oben genannte DGL annehmen. (1 Punkt)

- e) Berechnen Sie Start-  $\lim_{t \rightarrow 0} u_{C1}(t)$  und Endwert  $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{C1}(t)$  der Spannung. (1 Punkt)
- f) Skizzieren Sie den Spannungsverlauf  $u_{C1}(t)$ . (1 Punkt)
- g) Leiten Sie ausgehend von der Gleichung
- $$u_C(t) = I_0 R (1 - e^{-t/\tau})$$
- den Strom  $i_C(t)$  her. (2 Punkte)

**Energie im Netzwerk** (2 Punkte)

Nachdem der Ladevorgang des Kondensators  $C_1$  abgeschlossen ist, wird der Schalter  $S_1$  geöffnet. Der Schalter  $S_2$  bleibt geöffnet. Es seien weiterhin folgende Werte gegeben:  $C_1 = 500 \mu\text{F}$ ,  $U_0 = 100 \text{ V}$ .

- h) Bestimmen Sie formelmäßig und zahlenmäßig die Gesamtenergie  $W_{ges1}$ , die im Netzwerk gespeichert ist. (2 Punkte)

**Schwingkreis** (9 Punkte)

Der Kondensator sei mit einer Energie  $W_{pot} > 0$  geladen. Der Schalter  $S_2$  wird zum Zeitpunkt  $t_0$  geschlossen (Schalter  $S_1$  bleibt geöffnet). Gehen Sie von idealen Bauteilen aus.

- i) Geben Sie für  $t_0$  die Ausgangssituation an: (1 Punkt)
- $$u_C(t_0) > 0, \quad u_C(t_0) = 0, \quad u_C(t_0) < 0,$$
- $$i_C(t_0) > 0, \quad i_C(t_0) = 0, \quad i_C(t_0) < 0$$
- j) Zeichnen Sie die Verläufe von Spannung  $u_C(t)$  und Strom  $i_C(t)$  am Kondensator in das System auf der nächsten Seite (oben) ein. Zum Zeitpunkt  $t_4$  (letzte gestrichelte vertikale Linie) soll der Ausgangszustand zum ersten Mal wieder erreicht werden. (2 Punkte)
- k) Zeichnen Sie in der Abbildung (Mitte) jeweils die Spannung  $u_C(t)$  und den Strom  $i_C(t)$  bezüglich des Kondensators zu den entsprechenden Zeiträumen als Pfeile ein. Die Richtung des Pfeils soll dabei das Vorzeichen angeben. (2 Punkte)
- l) Zeichnen Sie die im Kondensator  $w_C(t)$  und der Induktivität  $w_L(t)$  gespeicherte Energie als Funktion über der Zeit in das System (unten) ein. (2 Punkte)
- m) Beschreiben Sie, wie sich die Energie über der Zeit im Netzwerk verteilt.  
Hinweis: Gehen Sie zum Beispiel auf einzelne, besondere Zustände und Zeitpunkte im Netzwerk ein. (2 Punkte)

Bitte die Lösung der Aufgaben j) - l) direkt auf diesem Blatt einzeichnen.  
Weitere Blätter sind, falls benötigt, bei der Klausuraufsicht erhältlich.

