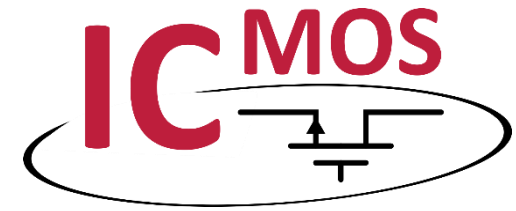




Technische  
Universität  
Braunschweig



# Netzwerke

## 7. Quellenverschiebung

Vadim Issakov

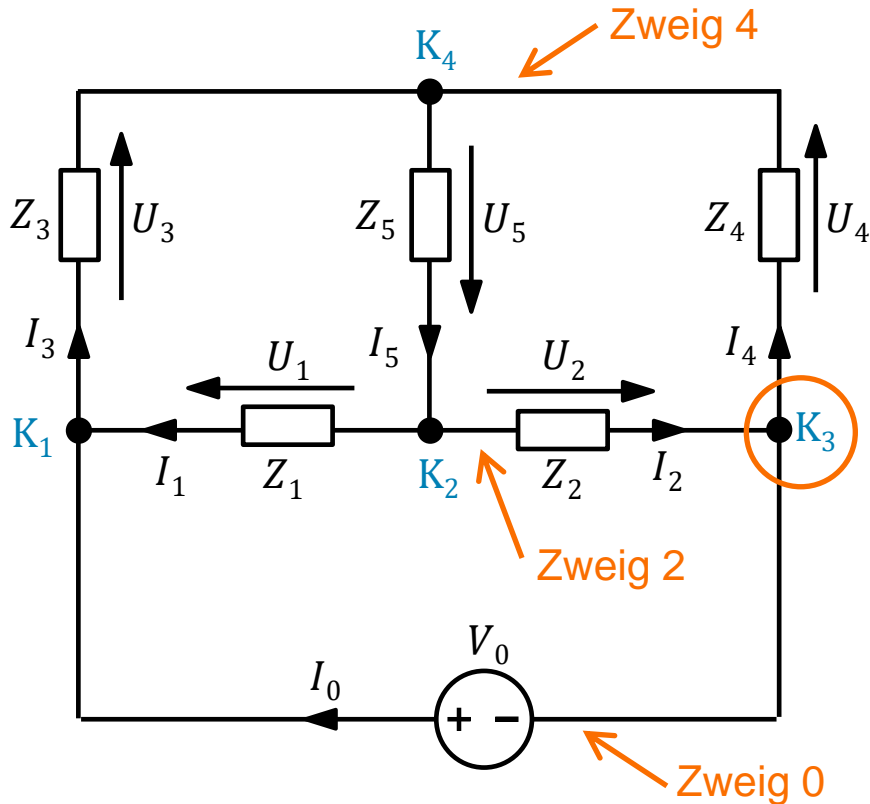
Sommersemester 2024

## Spannungs- und Stromquellenverschiebung

Anwendungsmöglichkeiten der Quellenverschiebung:

- Einfachere Berechnung von Spannungen oder Strömen eines Netzwerks
- Beim Knotenpotentialverfahren: Verschiebung von idealen Spannungsquellen
- Beim Maschenimpedanzverfahren: Verschiebung von idealen Stromquellen

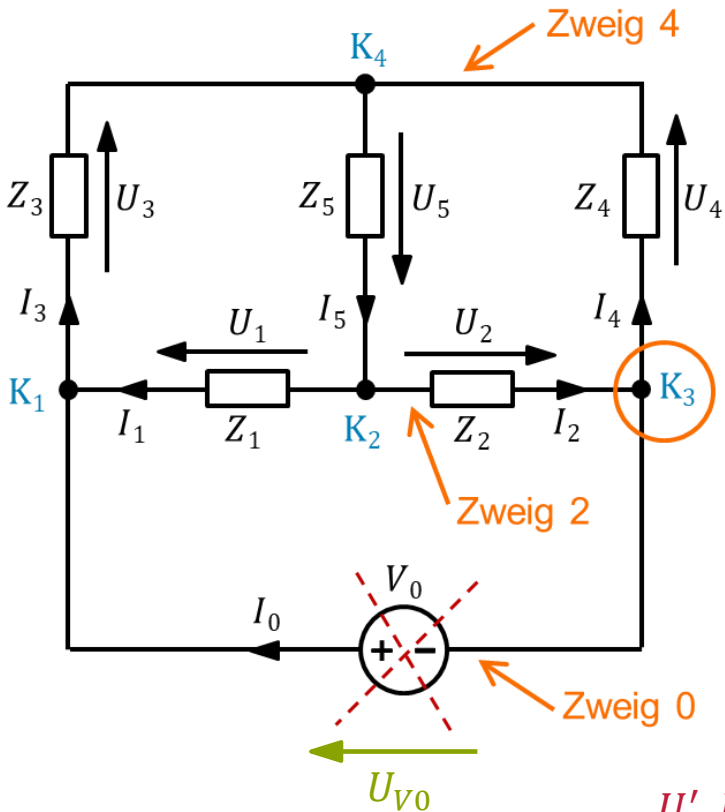
# Spannungsquellenverschiebung



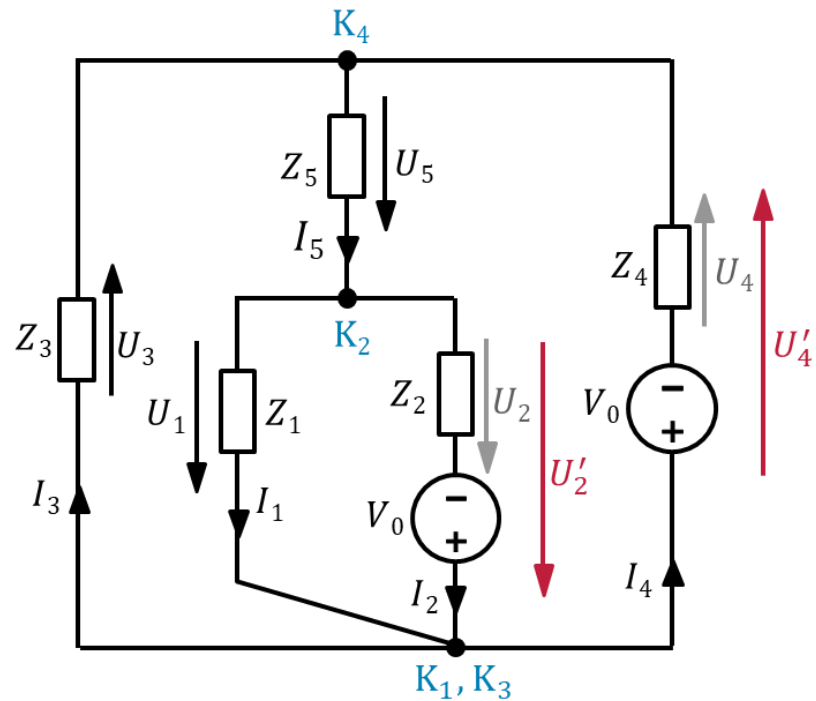
- $V_0$  wird vom Zweig 0 in alle anderen Zweige des Knotens  $K_3$  verschoben (hier: Zweig 2 und 4).
- In Zweig 2 und 4: umgekehrte Orientierung von  $V_0$   
**Vorher:**  $V_0$  zeigt zum Knoten  $K_3$  hin  
**Nachher:**  $V_0$  zeigt in Zweig 2 und 4 weg von  $K_3$
- $K_1$  und  $K_3$  fallen zusammen.
- Neue Zweigspannungen  $U'_2$  und  $U'_4$ .  
 $I_2, I_4$  weiterhin Zweigströme.
- $I_0$  nicht mehr im transformierten Netzwerk
- Feste Quelle immer verschiebbar.

# Spannungsquellenverschiebung

## Ursprüngliches Netzwerk



## Transformiertes Netzwerk



## Spannungs- quellenver- schiebung



$U'_2, U'_4$ : Zweigspannungen nach Spannungsquellenverschiebung

$$(1) \quad U'_2 = U_2 - V_0 \Rightarrow U_2 = U'_2 + V_0$$

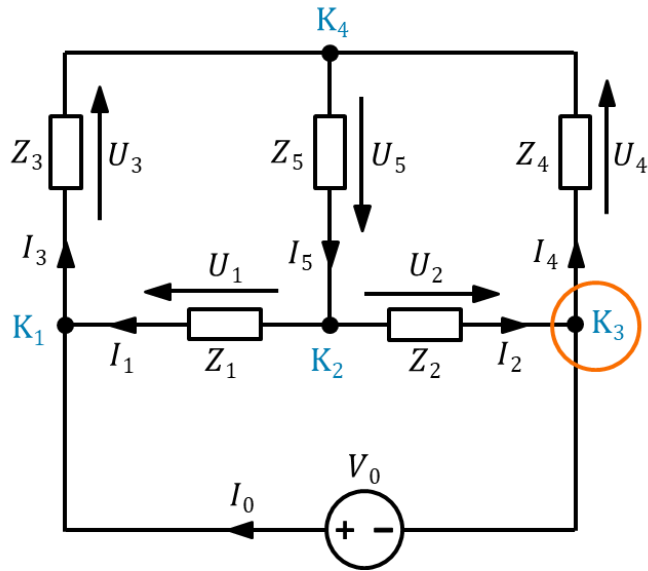
$$(2) \quad U'_4 = U_4 + V_0 \Rightarrow U_4 = U'_4 - V_0$$

Zurückgewinnung von  $I_0$  mit:  $I_0 = I_2 - I_4$  (3)

Zurückgewinnung der Zweiggleichung des Zweiges 0:  $U_{V_0} = -V_0$  (4)

# Spannungsquellenverschiebung

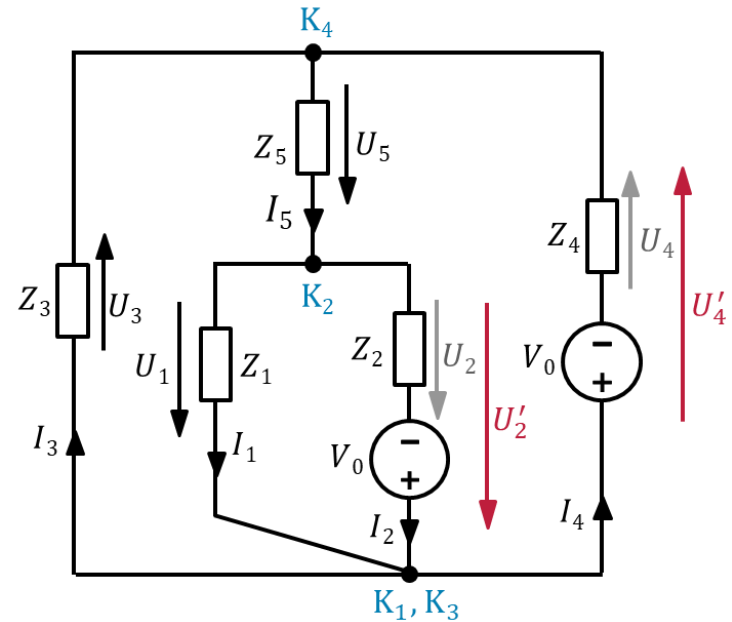
## Ursprüngliches Netzwerk



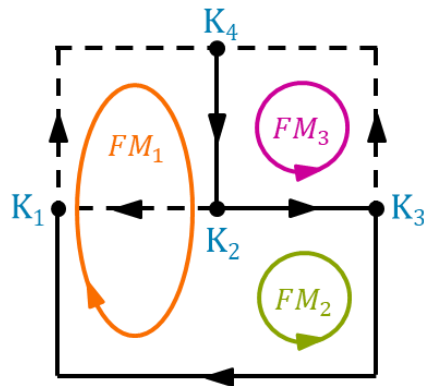
Spannungs-  
quellenver-  
schiebung



## Transformiertes Netzwerk

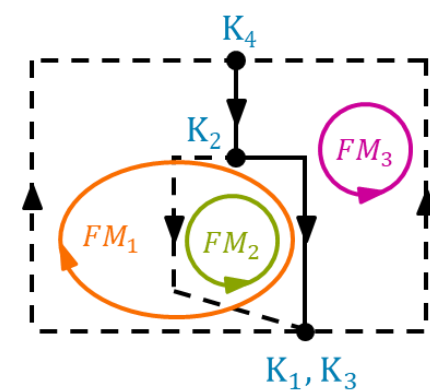


Graph



Graph

— Baumzweig  
-- Verbindungszweig



# Spannungsquellenverschiebung

Die folgenden drei Folien zeigen am Beispiel der Spannungsquellenverschiebung, dass gilt

## Transformiertes Netzwerk:

- Zweigggleichungen
- linear unabhängiger Satz von Maschen- und Knotengleichungen
- Transformationsbeziehungen

⇒

## Ursprüngliches Netzwerk:

- Zweigggleichungen
- linear unabhängiger Satz von Maschen- und Knotengleichungen

Ursprüngliches Netzwerk	Transformiertes Netzwerk
$p = k - 1 = 3 \Rightarrow 3$ linear unabhängige Knotengleichungen	$p = k - 1 = 2 \Rightarrow 2$ linear unabhängige Knotengleichungen
$K_1: -I_1 - I_0 + I_3 = 0$	$K_{1,3}: -I_1 - I_2 + I_4 + I_3 = 0$
$K_3: I_0 - I_2 + I_4 = 0$	Gleichung (3) (Rückgewinnungsgleichung für $I_0$ )
$K_4: -I_3 - I_4 + I_5 = 0$	$K_4: -I_3 - I_4 + I_5 = 0$

Die Knotengleichungen können zurückgewonnen werden.

Ursprüngliches Netzwerk	Transformiertes Netzwerk
$m = z - k + 1 = 3 \Rightarrow 3$ linear unabhängige Maschengleichungen	$p = z - k + 1 = 2 \Rightarrow 3$ linear unabhängige Maschengleichungen
$FM_1: U_3 + U_5 + U_2 - V_0 = 0$	$FM_1: U_3 + U_5 + U'_2 = 0$ mit (1) folgt $U_3 + U_5 + U_2 - V_0 = 0$
$FM_2: U_1 + V_0 - U_2 = 0$	$FM_2: U_1 - U'_2 = 0$ mit (1) folgt $U_1 + V_0 - U_2 = 0$
$FM_3: U_4 + U_5 + U_2 = 0$	$FM_3: U'_4 + U_5 + U'_2 = 0$ mit (1) und (2) folgt <del><math>U_4 + V_0 + U_5 + U_2 - V_0 = 0</math></del>

Die Maschengleichungen können zurückgewonnen werden.

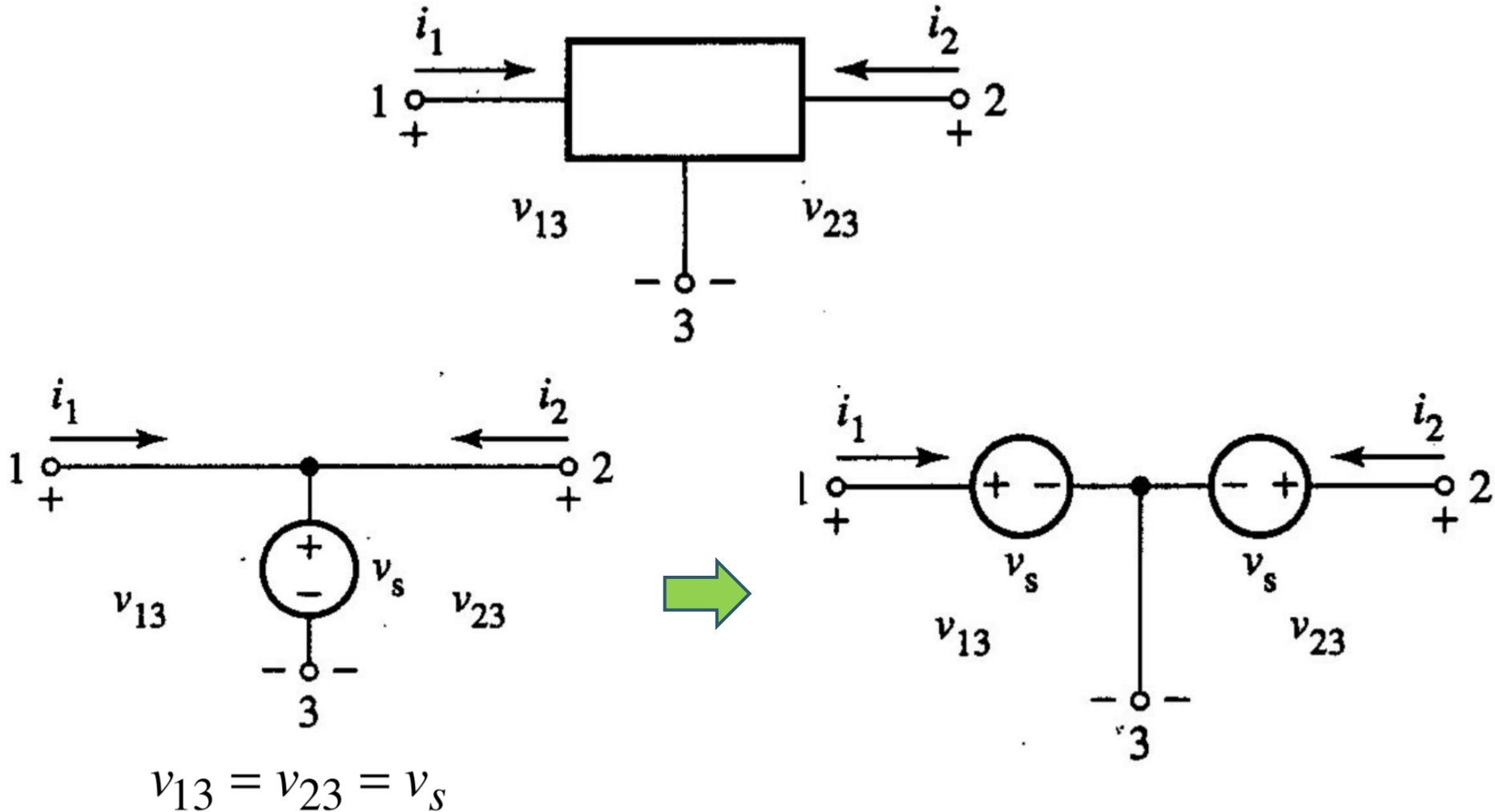


Ursprüngliches Netzwerk	Transformiertes Netzwerk
$z = 6 \Rightarrow 6$ Zweiggleichungen	$z = 5 \Rightarrow 5$ Zweiggleichungen
$U_1 = Z_1 I_1$	$U_1 = Z_1 I_1$
$U_2 = Z_2 I_2$	$U'_2 = Z_2 I_2 - V_0$ mit (1) $\Rightarrow U_2 = Z_2 I_2$
$U_3 = Z_3 I_3$	$U_3 = Z_3 I_3$
$U_4 = Z_4 I_4$	$U'_4 = Z_4 I_4 + V_0$ mit (2) $\Rightarrow U_4 = Z_4 I_4$
$U_5 = Z_5 I_5$	$U_5 = Z_5 I_5$
$U_{V0} = -V_0$	Gleichung (4) (Rückgewinnungsgleichung für Zweiggleichung)

Die Zweiggleichungen können zurückgewonnen werden.

# Spannungsquellenverschiebung

## Spannungsquellenverschiebung (intuitive Erklärung):

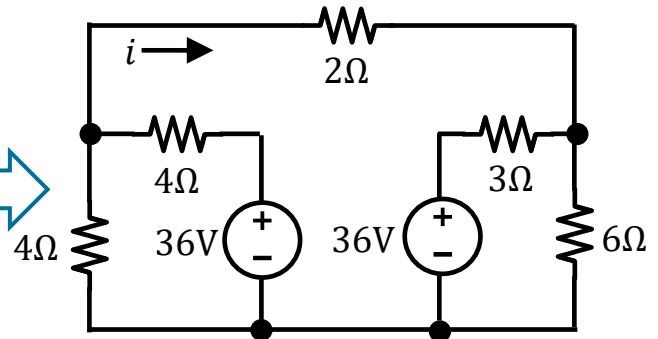
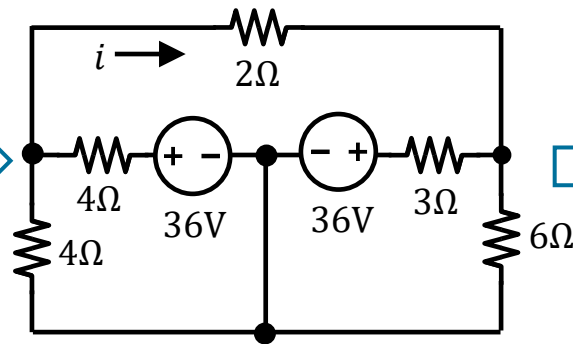
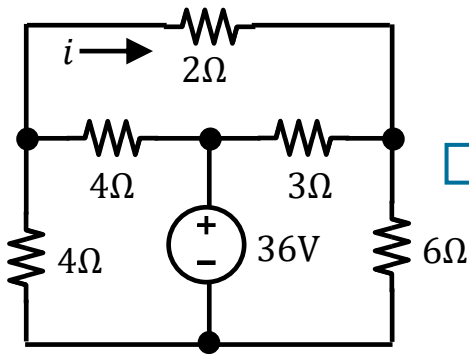


# Spannungsquellenverschiebung

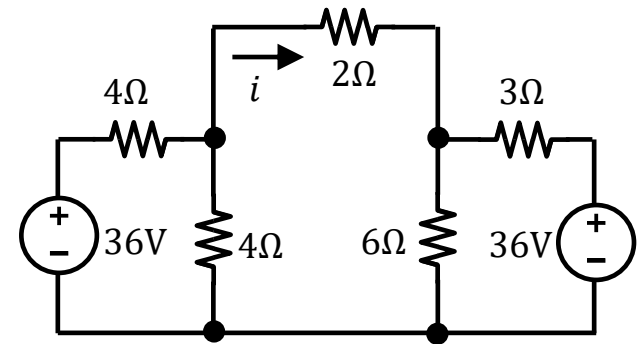
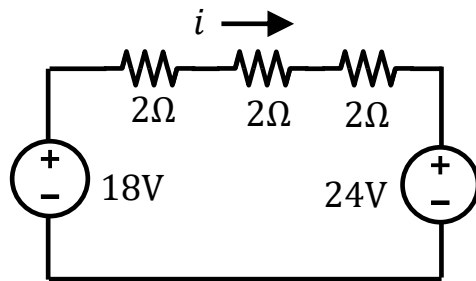
Beispiel: Bestimmung von  $i$  mit Quellenverschiebung

Netzwerk vor der  
Quellenverschiebung

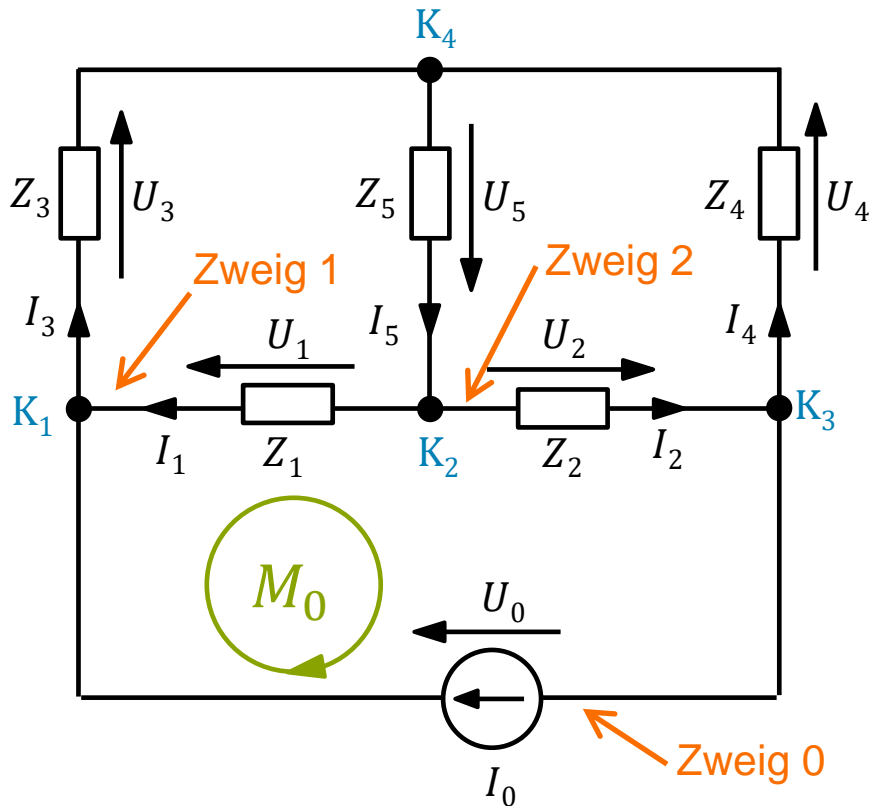
Netzwerk nach der  
Quellenverschiebung



$$i = -1 \text{ A}$$



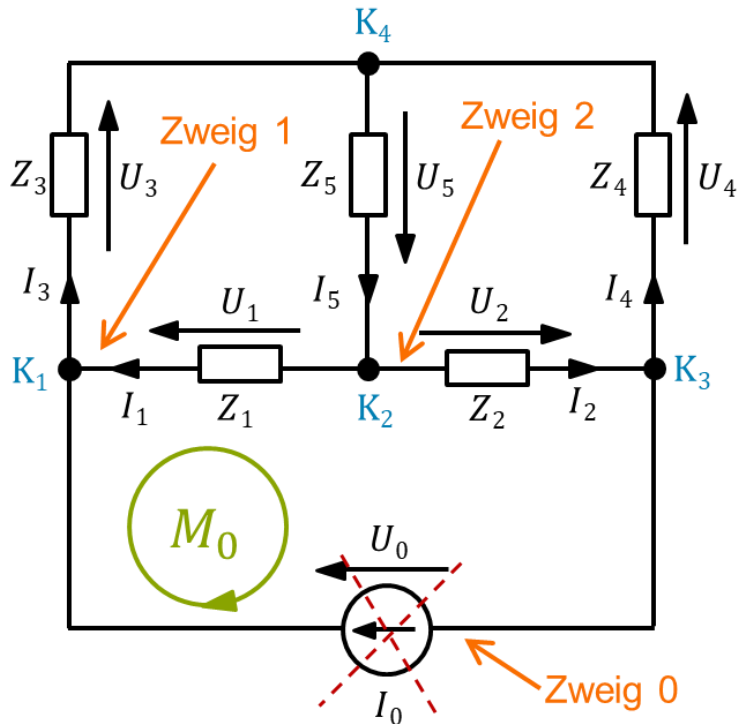
# Stromquellenverschiebung



- Verwende Masche mit Zweig 0 ( $M_0$ ) und verschiebe  $I_0$  entlang  $M_0$ .
- $I_0$  wird in alle anderen Zweige von  $M_0$  verschoben
- In diesen Zweigen erhält sie die um-gekehrte Orientierung wie im Zweig 0.
- Zweig 0 → Leerlauf
- Neue Zweigströme  $I'_1$  und  $I'_2$ .  
 $U_1$  und  $U_2$  weiterhin Zweigspannungen
- $U_0$  nicht mehr im transformierten Netzwerk
- Feste Quelle immer verschiebbar.

# Stromquellenverschiebung

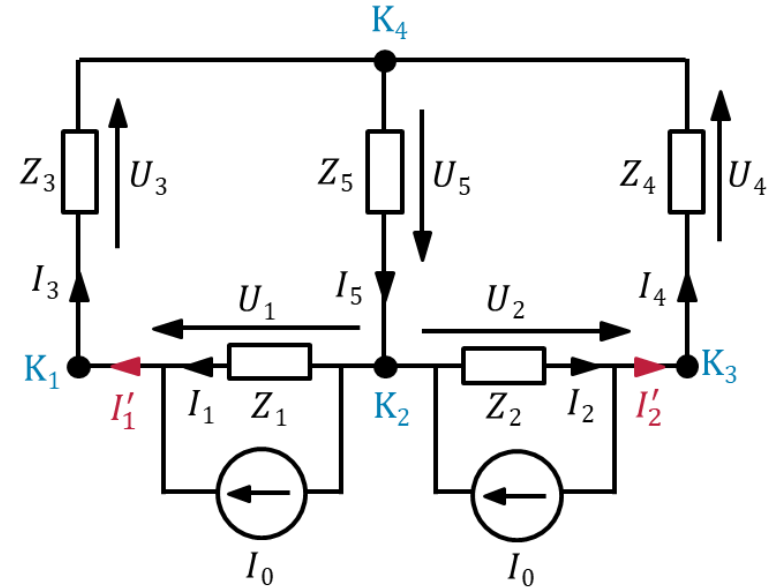
## Ursprüngliches Netzwerk



Strom-  
quellenver-  
schiebung



## Transformiertes Netzwerk



$I'_1, I'_2$ : Zweigströme nach Stromquellenverschiebung

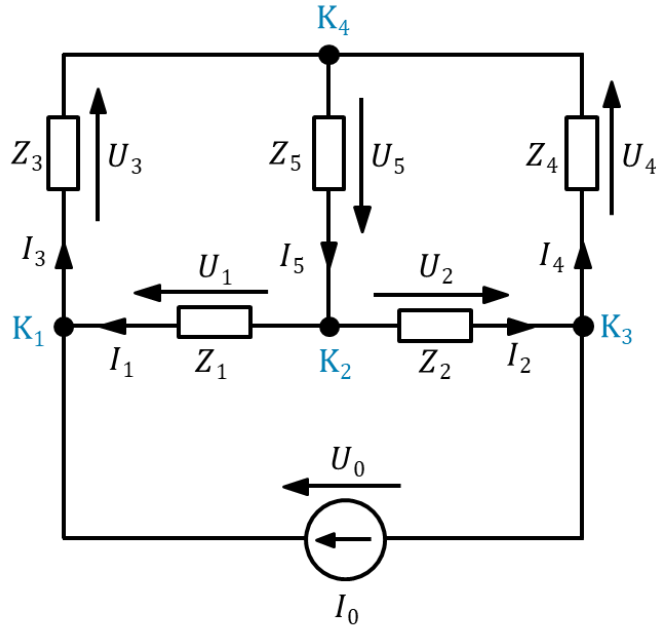
$$I'_1 = I_1 + I_0 \Rightarrow I_1 = I'_1 - I_0$$

$$I'_2 = I_2 - I_0 \Rightarrow I_2 = I'_2 + I_0$$

Zurückgewinnung von  $U_0$  mit:  $U_0 = U_1 - U_2$

# Stromquellenverschiebung

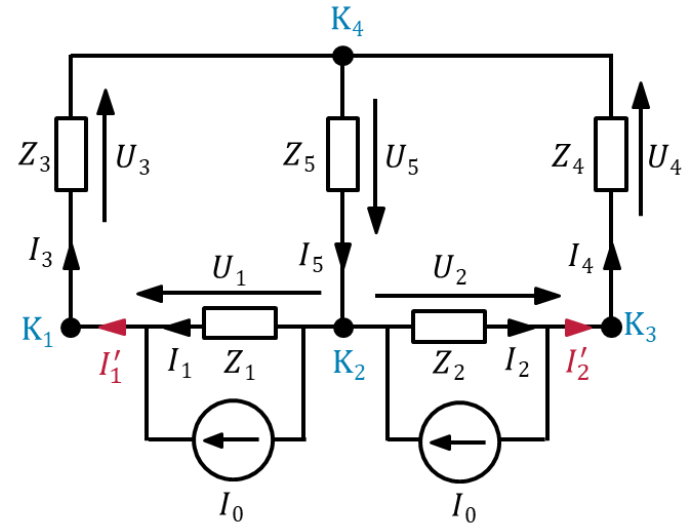
## Ursprüngliches Netzwerk



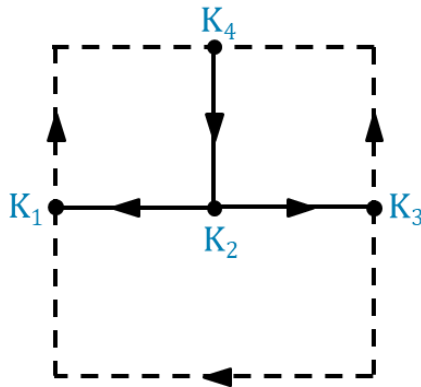
Strom-  
quellenver-  
schiebung



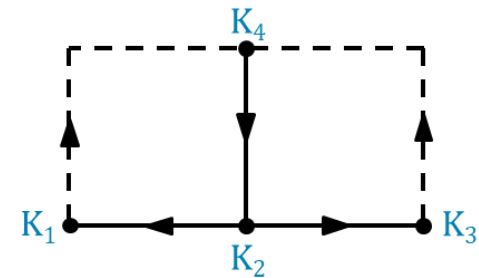
## Transformiertes Netzwerk



Graph



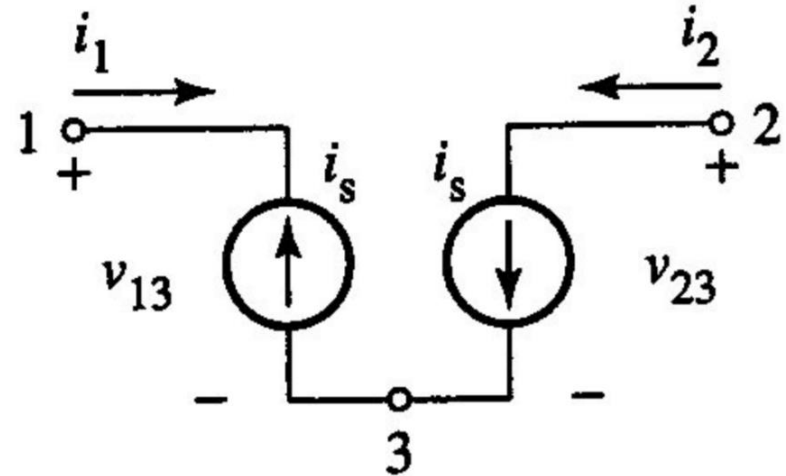
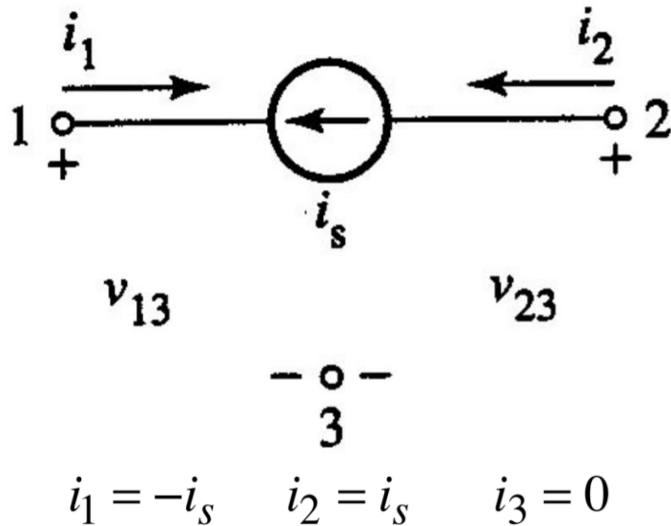
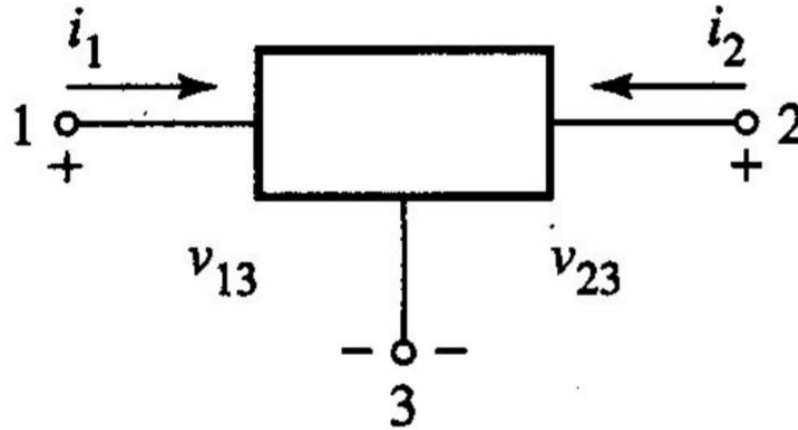
Graph



— Baumzweig  
-- Verbindungszweig

# Stromquellenverschiebung

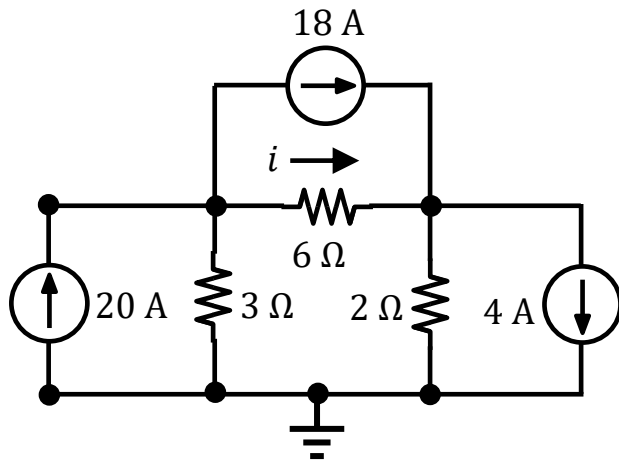
## Stromquellenverschiebung (intuitive Erklärung)



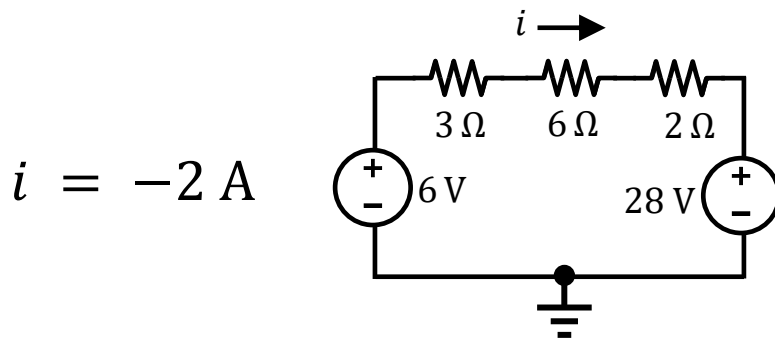
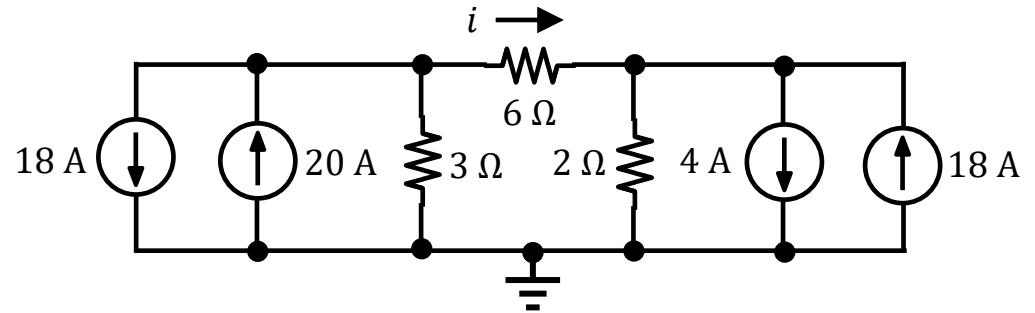
# Stromquellenverschiebung

Beispiel: Bestimmung von  $i$  mit Quellenverschiebung

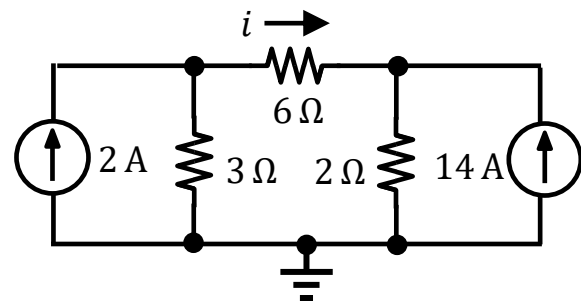
Ursprüngliches Netzwerk



Transformiertes Netzwerk



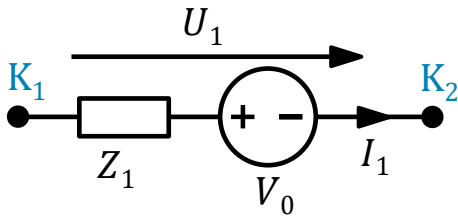
$$i = -2 \text{ A}$$





# Quellenverschiebung vs. Quellenumwandlung

## Quellenumwandlung

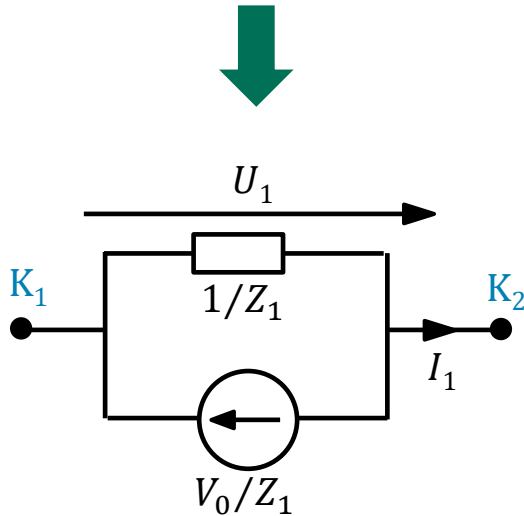


Zweig in Ersatzspannungsquellendarstellung

$$U_1 = Z_1 I_1 + V_0$$

Ein Zweig

- zwei Zweipole
- Zweigspannung  $U_1$
- Zweigstrom  $I_1$



Zweig in Ersatzstromquellendarstellung

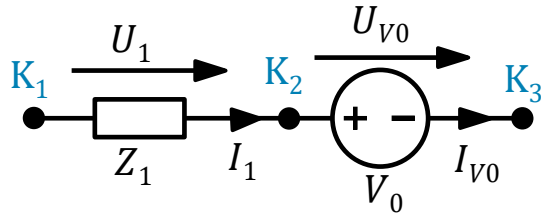
$$I_1 = \frac{1}{Z_1} U_1 - \frac{1}{Z_1} V_0$$

Ein Zweig

- zwei Zweipole
- Zweigspannung  $U_1$
- Zweigstrom  $I_1$

# Quellenverschiebung vs. Quellenumwandlung

## Spannungsquellenverschiebung (analog bei Stromquellenverschiebung)



$$U_1 = Z_1 I_1$$

$$U_{V0} = V_0$$

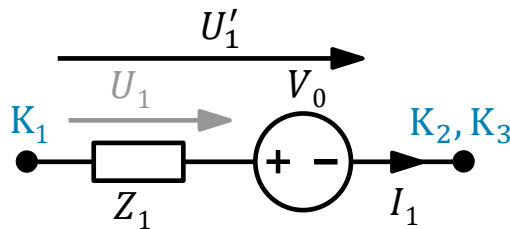
$$I_{V0} = I_1$$

Zwei Zweige;

- Je Zweig ein Zweipol
- Zweigspannungen  $U_1, U_{V0}$
- Zweigströme  $I_1, I_{V0}$



Quellenverschiebung



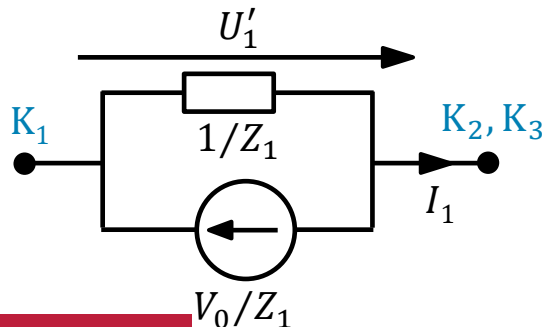
$$U'_1 = U_1 + V_0$$

Ersatzspannungsquellendarstellung

$$U'_1 = Z_1 I_1 + V_0$$

Ein Zweig

- zwei Zweipole
- Zweigspannung  $U'_1$
- Zweigstrom  $I_1$



Ersatzstromquellendarstellung

$$I_1 = \frac{1}{Z_1} U'_1 - \frac{1}{Z_1} V_0$$

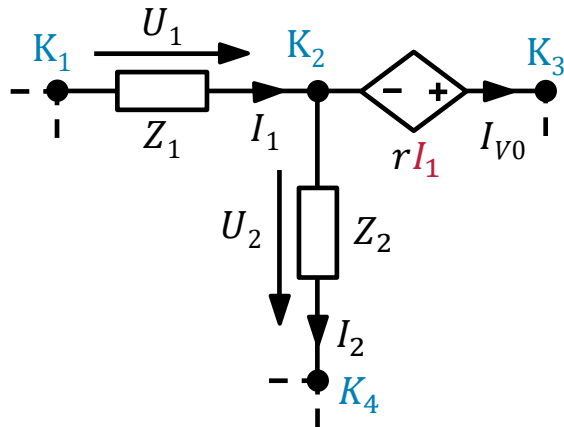
Ein Zweig

- zwei Zweipole
- Zweigspannung  $U'_1$
- Zweigstrom  $I_1$

## Selbststeuerung

- kann bei der Verschiebung gesteuerter Quellen auftreten
- Nach Verschiebung einer spannungsgesteuerten Quelle: Die steuernde Spannung ist gleichzeitig die Zweigspannung des Zweiges, in den die gesteuerte Quelle verschoben wurde.
- Nach Verschiebung einer stromgesteuerten Quelle: Der steuernde Strom ist gleichzeitig der Zweigstrom des Zweiges, in den die gesteuerte Quelle verschoben wurde.
- Die Selbststeuerung muss beseitigt werden.
- „Der Zweig steuert sich selbst.“

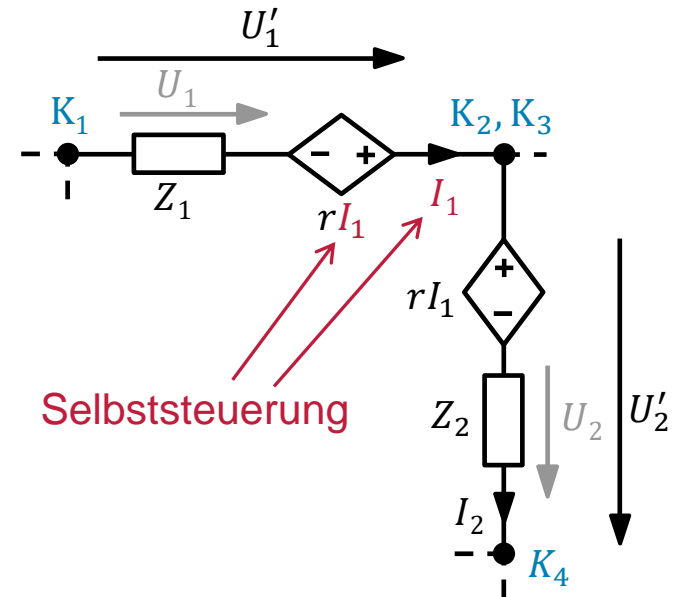
# Verschiebung von stromgesteuerter Spannungsquelle



Quellenverschiebung

$$U'_1 = U_1 - rI_1 \Rightarrow U_1 = U'_1 + rI_1$$

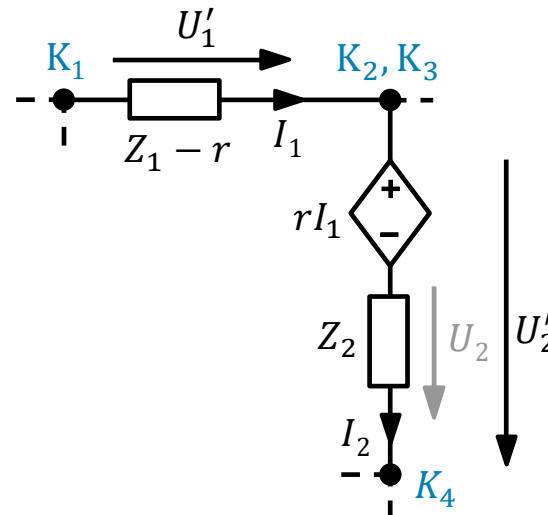
$$U'_2 = U_2 - rI_1 \Rightarrow U_2 = U'_2 + rI_1$$



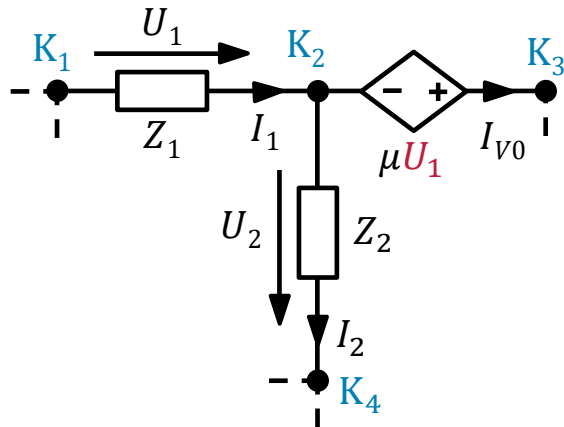
Selbststeuerung

Beseitigung der Selbststeuerung:

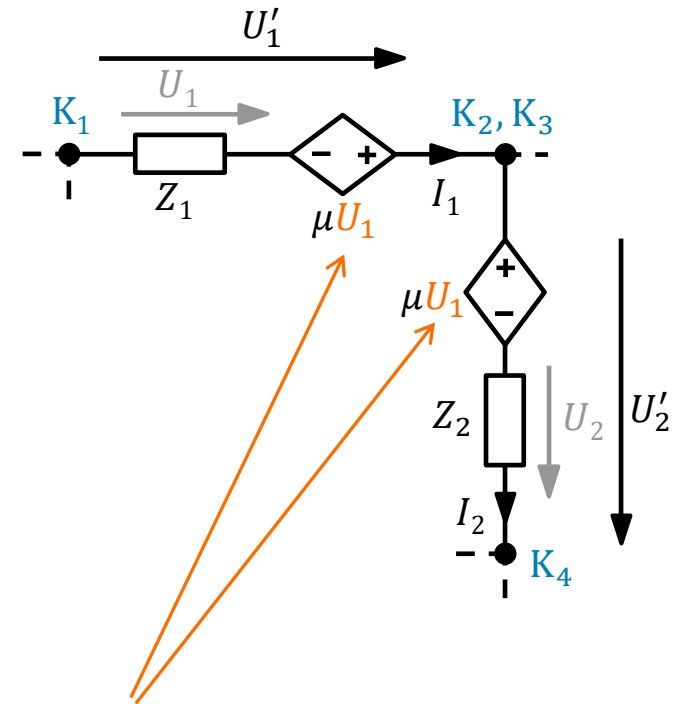
$$U'_1 = Z_1 I_1 - rI_1 = (Z_1 - r)I_1$$



# Verschiebung von spannungsgesteuerter Spannungsquelle - I



Quellenverschiebung



$$U'_1 = U_1 - \mu U_1 = (1 - \mu)U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{1}{1 - \mu} U'_1$$

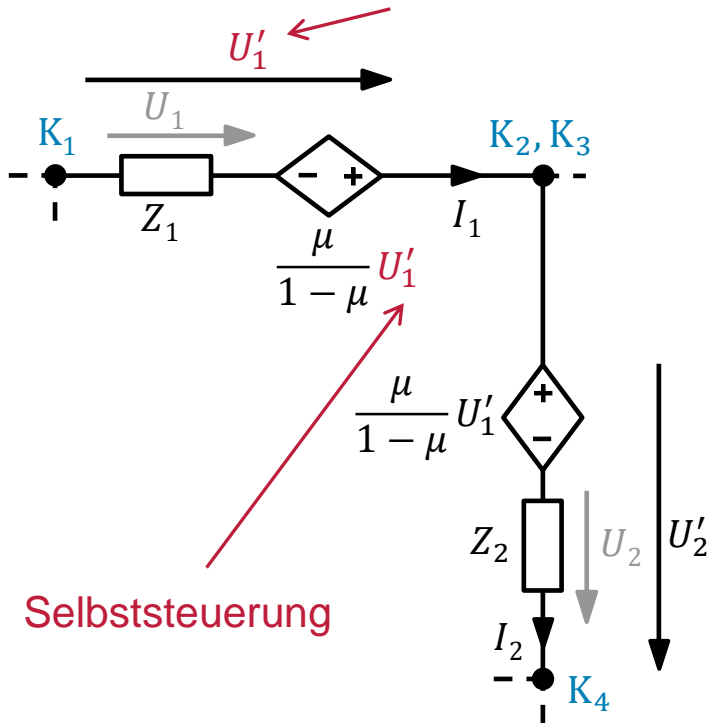
$$U'_2 = U_2 - \mu U_1 \Rightarrow U_2 = U'_2 + \mu U_1$$

Quellenverschiebung nur möglich für  $\mu \neq 1$

$U_1$  keine Zweigspannung des transformierten Netzwerks!

Ersetze  $U_1$  durch  $\frac{1}{1 - \mu} U'_1$

# Verschiebung von spannungsgesteuerter Spannungsquelle - II

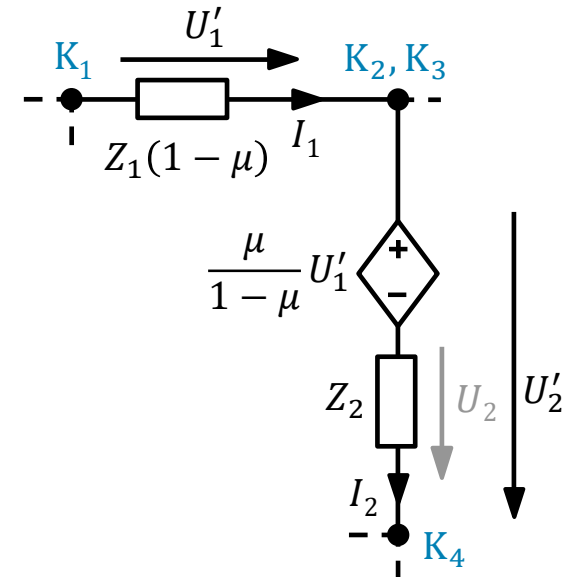


Beseitigung der Selbststeuerung:

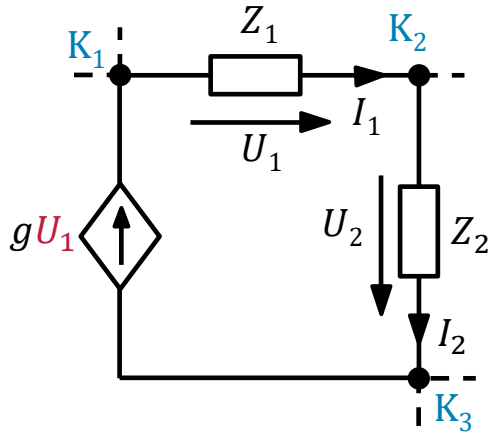
$$U'_1 = Z_1 I_1 - \frac{\mu}{1 - \mu} U'_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \mu} U'_1 = Z_1 I_1$$

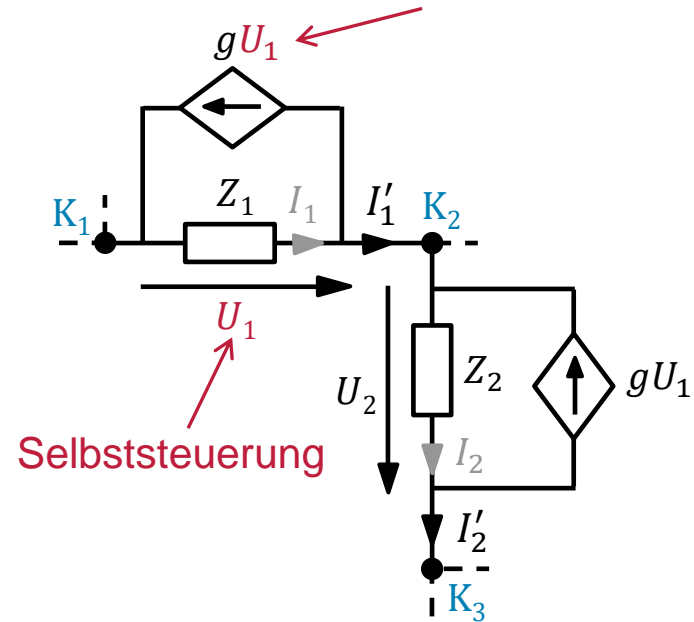
$$\Rightarrow U'_1 = Z_1 (1 - \mu) I_1$$



# Verschiebung von spannungsgesteuerter Stromquelle



Quellenverschiebung

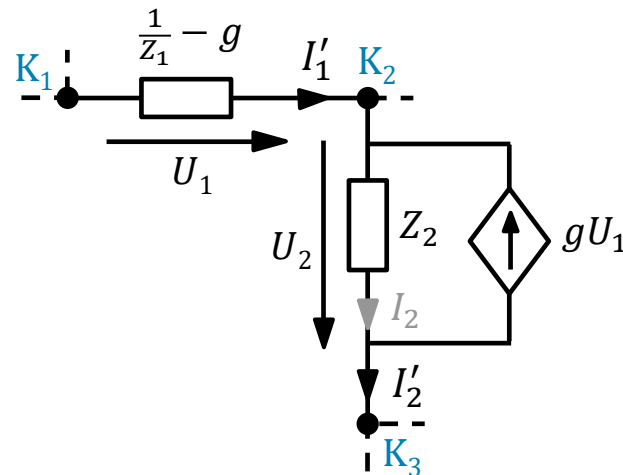


$$I'_1 = I_1 - gU_1 \Rightarrow I_1 = I'_1 + gU_1$$

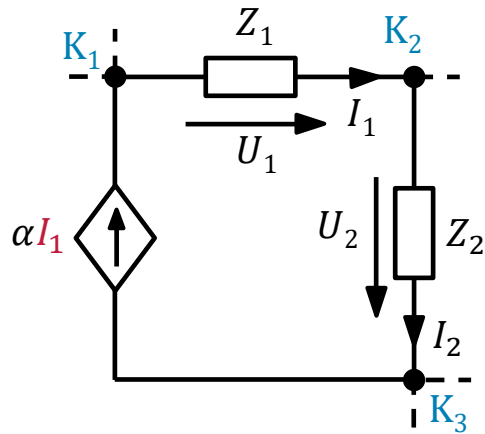
$$I'_2 = I_2 - gU_1 \Rightarrow I_2 = I'_2 + gU_1$$

Beseitigung der Selbststeuerung:

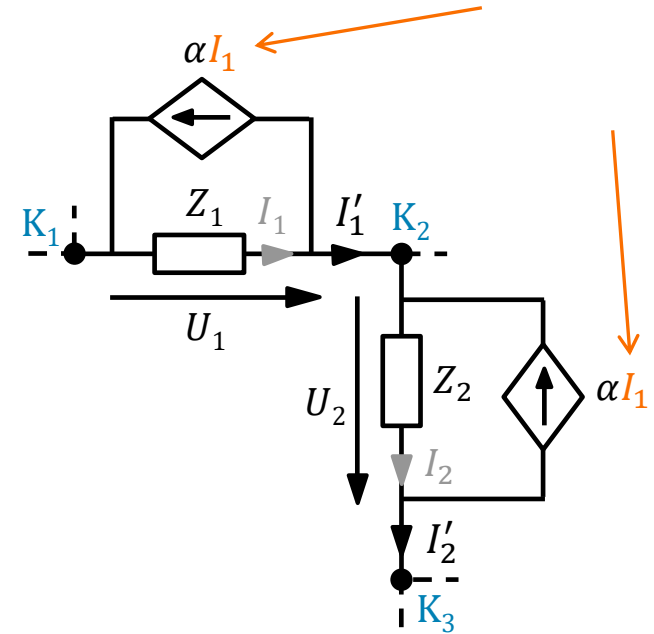
$$I'_1 = \frac{1}{Z_1} U_1 - gU_1 = \left( \frac{1}{Z_1} - g \right) U_1$$



# Verschiebung von stromgesteuerter Stromquelle - I



Quellenverschiebung



$$I'_1 = I_1 - \alpha I_1 = (1 - \alpha)I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{1 - \alpha} I'_1$$

$$I'_2 = I_2 - \alpha I_1 \Rightarrow I_2 = I'_2 + \alpha I_1$$

Quellenverschiebung nur möglich für  $\alpha \neq 1$

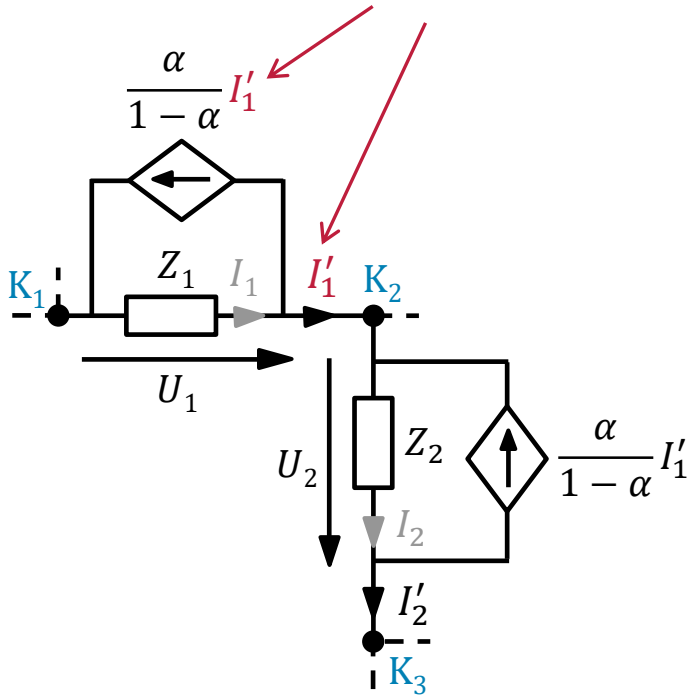
$I_1$  kein Zweigstrom des transformierten Netzwerks!

Ersetze  $I_1$  durch  $\frac{1}{1-\alpha} I'_1$



# Verschiebung von stromgesteuerter Stromquelle - II

Selbststeuerung



Beseitigung der Selbststeuerung:

$$I'_1 = \frac{1}{Z_1} U_1 - \frac{\alpha}{1-\alpha} I'_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\alpha} I'_1 = \frac{1}{Z_1} U_1$$

$$\Rightarrow I'_1 = \frac{1-\alpha}{Z_1} U_1$$

