1 Elektrisches Feld

Punkte: 20

a) $C = \varepsilon \frac{A}{d}$ (1)

Reihenschaltung von Kondensatoren: $\frac{1}{C_G} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ (1)

$C_1 = \varepsilon_1 \frac{A_0}{d_1},\ C_2 = \varepsilon_2 \frac{A_0}{d_2}$ (0.5)

$\frac{1}{C_G} = \frac{d_1}{\varepsilon_1 A_0} + \frac{d_2}{\varepsilon_2 A_0}$ (0.5)

$C_G = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 A_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$ (1)

$\sum_a 4$

b) $Q = CU$ (1)

$Q_0 = C_G \cdot U_0 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 A_0 \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$ (1)

$\sum_b 2$

c) $\iint_A \vec{D} d\vec{A} = Q$ (1)

$\iint\limits_A \vec{D}\, d\vec{A} = \sum\limits_{i=1}^{6} \iint\limits_{Ai} \vec{D}\, d\vec{A}$ Fläche aufstellen (0,5)

Ausserhalb des Kondensators A_6: kein E-Feld (0,5)

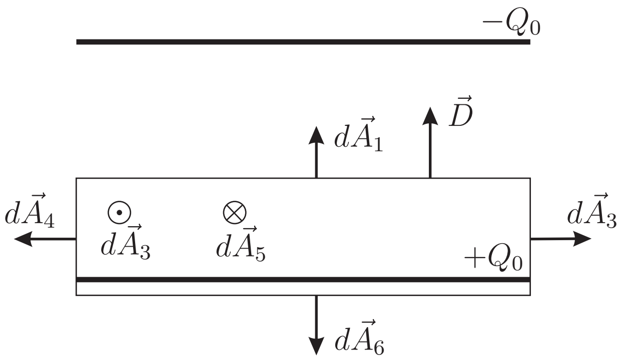
an den Seiten des Kondensators $A_2 - A_4$: $\vec{D} \perp d\vec{A}$ (0,5)

im Kondensator A_1: $\vec{D} \parallel d\vec{A}, D$ - konstant auf A (1)

$\iint\limits_A \vec{D}\, d\vec{A} = \iint\limits_{A1} D\, dA = D \iint\limits_{A1} dA = D \cdot A_1 = D \cdot A_0$ (0,5)

$D = \frac{Q}{A_0} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$ (1)

Skizze (1)



$\sum_c 6$

d) $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ (1)

$\vec{F} = q\vec{E}$ (1)

$F_1 = \frac{q_a D}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_2 q_a \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$ (1)

$F_2 = \frac{q_a D}{\varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 q_a \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}$ (1)

$\sum_d 4$

e) $a = \frac{F}{m}$ (1)

$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2\frac{F_1}{m} d_1} = \sqrt{0 + 2\frac{\varepsilon_2 q_a \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} \frac{d_1}{m}}$ (1)

$v_2^2 = v_1^2 + 2\frac{F_2}{m} d_2 = 2\frac{\varepsilon_2 q_a \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} \frac{d_1}{m} + 2\frac{\varepsilon_1 q_a \cdot U_0}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} \frac{d_2}{m}$ (1)

$v_2 = \sqrt{2\frac{q_a U_0}{m} \left(\frac{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}\right)} = \sqrt{2\frac{q_a U_0}{m}}$ (1)

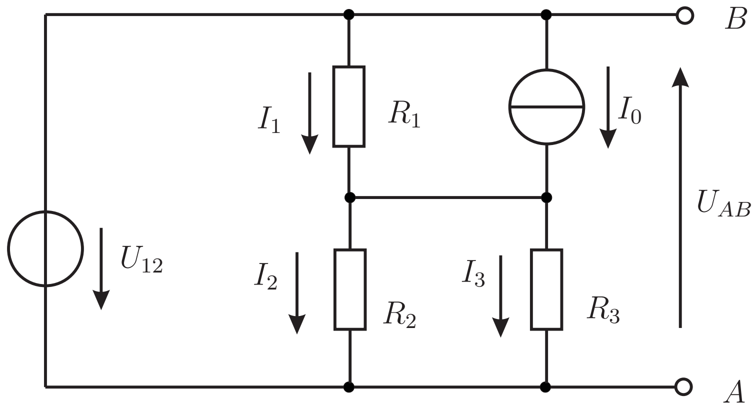
$\sum_e 4$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 10

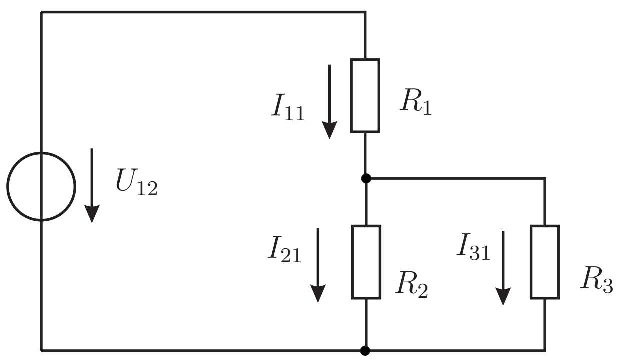
a) Superpositionsprinzip

die Wirkung jeder Quelle getrennt betrachten, danach die Einzelwirkungen zur Gesamtwirkung überlagern. Quellen, deren Wirkung gerade nicht betrachtet wird, durch ihre Innenwiderstände ersetzen.



Wirkung der Spannungsquellen betrachten (I_0 und R_4 dabei entfallen).

Skizze (oder Ansatz ohne Skizze): 1 Punkt

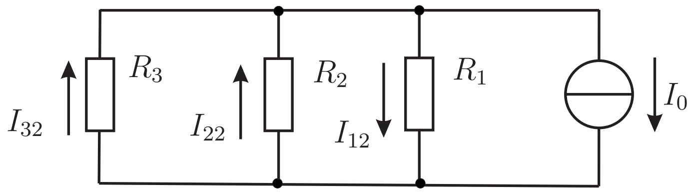


$$I_{11} = \frac{+U_{12}}{R_1 + R_{23}} = \frac{U_{12}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} \cdot U_{12}$$

Berechnung: 1 Punkt/0.5 Punkte beim Vorzeichenfehler

Wirkung der Stromquelle I_0 betrachten (Spannungsquellen sind dabei ein Kurzschluss, R_4 in der Reihe mit der Stromquelle entfällt).

Skizze (oder Ansatz ohne Skizze): 1 Punkt



Stromteiler:

$$I_{12} = \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} \cdot (-I_0) = -\frac{\frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}} \cdot I_0 = -\frac{R_2 R_3}{R_1(R_2+R_3) + R_2 R_3} \cdot I_0$$

Berechnung: 1 Punkt und 0.5 Punkte richtiges Vorzeichen

Superposition:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} + I_{12} = \frac{R_2 + R_3}{R_1(R_2+R_3) + R_2 R_3} \cdot U_{12} - \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2+R_3) + R_2 R_3} \cdot I_0 \\ &= \frac{(R_2 + R_3)U_{12} - R_2 R_3 I_0}{R_1(R_2+R_3) + R_2 R_3} \end{aligned}$$

Ergebnis: 0.5 Punkte

$\sum_a 5$

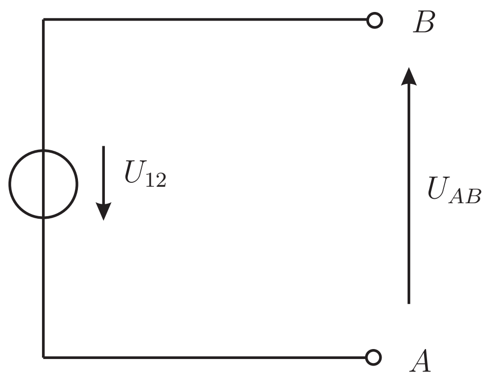
b)

$$\begin{aligned} I_4 &= I_0 \\ U_4 &= R_4 \cdot I_4 = R_4 \cdot I_0 \end{aligned}$$

je Zeile 1 Punkt

$\sum_b 2$

c)



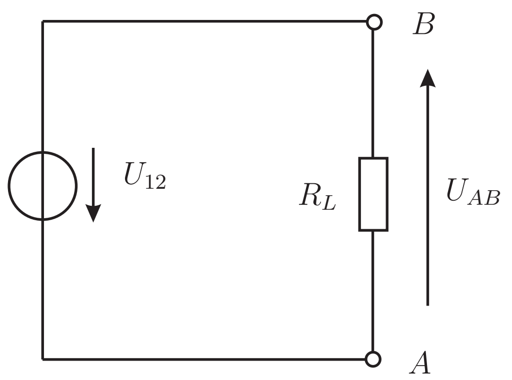
$$\begin{aligned} U_{AB} &= -U_{12} \\ R_i &= 0 \end{aligned}$$

Die Klemmen A und B sind mit den Klemmen der beiden idealen Spannungsquellen identisch und bilden somit die Ersatzspannungsquelle.

Ergebnis U_{AB}: 1 Punkt, Ergebnis R_i: 1 Punkt

$\sum_c 2$

d)



Leistung in R_L:

$$P_L = U_L I_L = \frac{U_{AB}^2}{R_L} = \frac{U_{12}^2}{R_L}$$

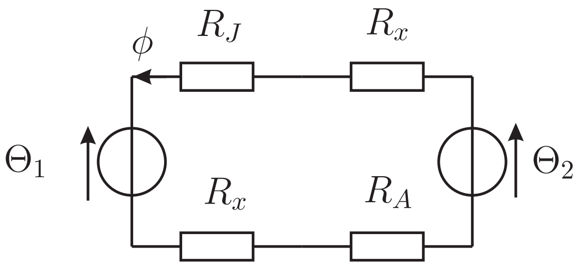
Ergebnis 1 Punkt

$\sum_d 1$

3 Magnetischer Kreis

Punkte: 20

a)



Skizze 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
R_m &= \frac{l}{\mu A} \\
R_J &= \frac{9a}{\mu_r \mu_0 a^2} = \frac{9}{\mu_r \mu_0 a} \\
R_A &= \frac{4a}{\mu_r \mu_0 a^2} = \frac{4}{\mu_r \mu_0 a} \\
R_x &= \frac{x_0}{\mu_0 a^2} \\
\Theta &= NI
\end{aligned}
$$

allg. Formel R_m: 1 Punkt, Je weitere Zeile 0.5 Punkte = 2 Punkte

$\sum_a 4$

b) $\phi = const$, da keine Streuung, $\Theta = N_1 I_1$ 1 Punkt

$\theta = \phi \cdot R_{m,ges} \Rightarrow \phi = \frac{\theta}{R_{m,ges}} = \frac{N_1 I}{R_{m,ges}}$ 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
R_{m,ges} &= R_J + R_A + 2R_x \\
&= \frac{(9+4)a}{\mu_r \mu_0 a^2} + \frac{2x_0 \mu_r}{\mu_r \mu_0 a^2} \\
&= \frac{13a + 2\mu_r x_0}{\mu_r \mu_0 a^2} \\
\phi &= \frac{N_1 I \mu_r \mu_0 a^2}{13a + 2\mu_r x_0}
\end{aligned}
$$

3 Punkte

$\sum_b 5$

c)

$\phi = \int \overrightarrow{B}_L d\overrightarrow{A}_L, A_L = a^2$, da $\overrightarrow{B}$ senkrecht auf $\overrightarrow{A}$ gilt: $\phi = B_L A_L \Rightarrow B_L = \frac{\phi}{A_L}$
1 Punkt

$$B_L = \frac{N_1 I \mu_r \mu_0}{13a + 2\mu_r x_0}$$

1 Punkt

$\sum_c 2$

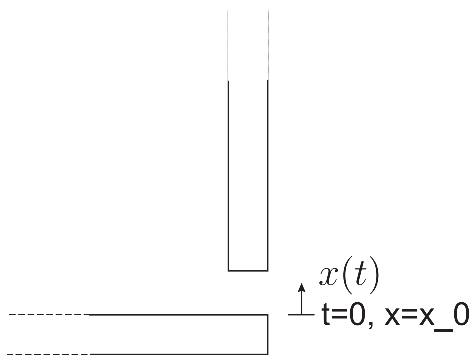
d) Für einen Luftspalt (gegeben): $F_L = \frac{B_L^2}{2\mu_0} a^2$
Für zwei Luftspalte: $F = 2F_L = \frac{B_L^2}{\mu_0} a^2$ 1 Punkt

$$F = \left(\frac{N_1 I \mu_r \mu_0}{13a + 2\mu_r x_0}\right)^2 \frac{a^2}{\mu_0} = \left(\frac{N_1 I \mu_r a}{13a + 2\mu_r x_0}\right)^2 \mu_0$$

1 Punkt

$\sum_d 2$

e)



$U_2(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$ und $x = x(t) = x_0 - vt \Rightarrow \phi = \phi(t)$ 1 Punkt für den richtigen Ansatz

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{N_1 I \mu_r \mu_0 a^2}{13a + 2\mu_r(x_0 - vt)} \\ \frac{d\phi}{dt} &= -N_1 I \mu_r \mu_0 a^2 \cdot \frac{-2\mu_r v}{(13a + 2\mu_r(x_0 - vt))^2} \\ U_2(t) &= -\frac{2 N_1 N_2 I \mu_0 \mu_r^2 a^2 v}{(13a + 2\mu_r(x_0 - vt))^2}\end{aligned}$$

3 Punkte

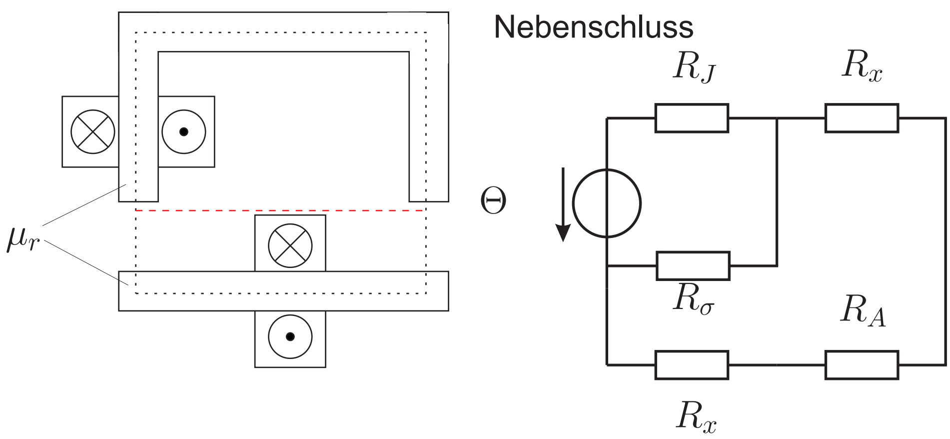
$\sum_e 4$

f)

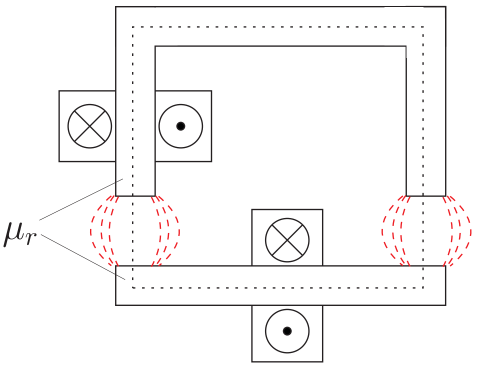
Für $x = const \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow U_2 = 0$ 1 Punkt

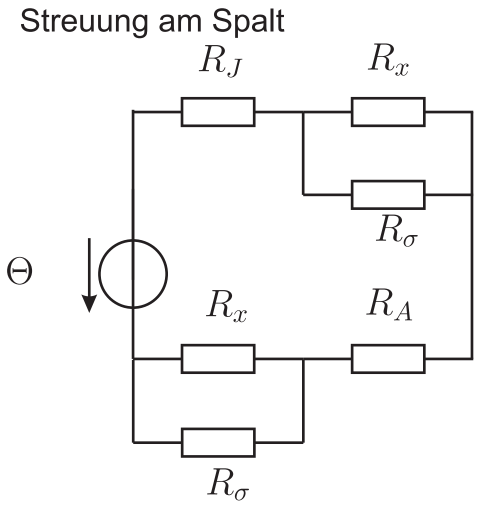
$\sum_f 1$

g)



oder:





Skizze und richtige Modellierung je 1 Punkt

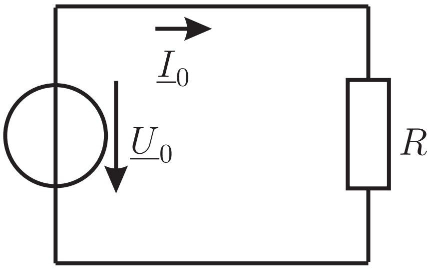
$\sum_g 2$

4 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 30

a) $f_{Generator} = 0Hz$ (1)

Begründung: Kondensator im Leerlauf, Induktivität kurzgeschlossen, nur über R fließt der Strom (1)



Ersatzschaltbild (1)

$\sum_a = 3$

b)

$$R = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_0|} = \frac{15V}{5A} = 3\Omega (1)$$

$\sum_b = 1$

c)

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_0}{\frac{1}{j\omega C}} = \underline{U}_0 j\omega C = j100V \cdot 2\pi \cdot \frac{10}{\pi} 10^3 \frac{1}{s} 4 \cdot 10^{-6} \frac{As}{V} = j8A \ (1)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_0}{R + j\omega L} = \underline{U}_0 \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 100V \frac{3\frac{V}{A} - j2\pi\frac{10}{\pi}10^3\frac{1}{s}0,2 \cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A}}{3^2\frac{V^2}{A^2} + 2^2\pi^2\frac{10^2}{\pi^2}10^6\frac{1}{s^2} \cdot 0,2^2 10{-}6\frac{V^2 s^2}{A^2}}$$

$$= 100V \frac{3\frac{V}{A} - j4\frac{V}{A}}{3\frac{V^2}{A^2} + 400 \cdot 0,04\frac{V^2}{A^2}} = 12A - j16A \ (1)$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = j8A + 12A - j16A = 12A - j8A \ (1)$$

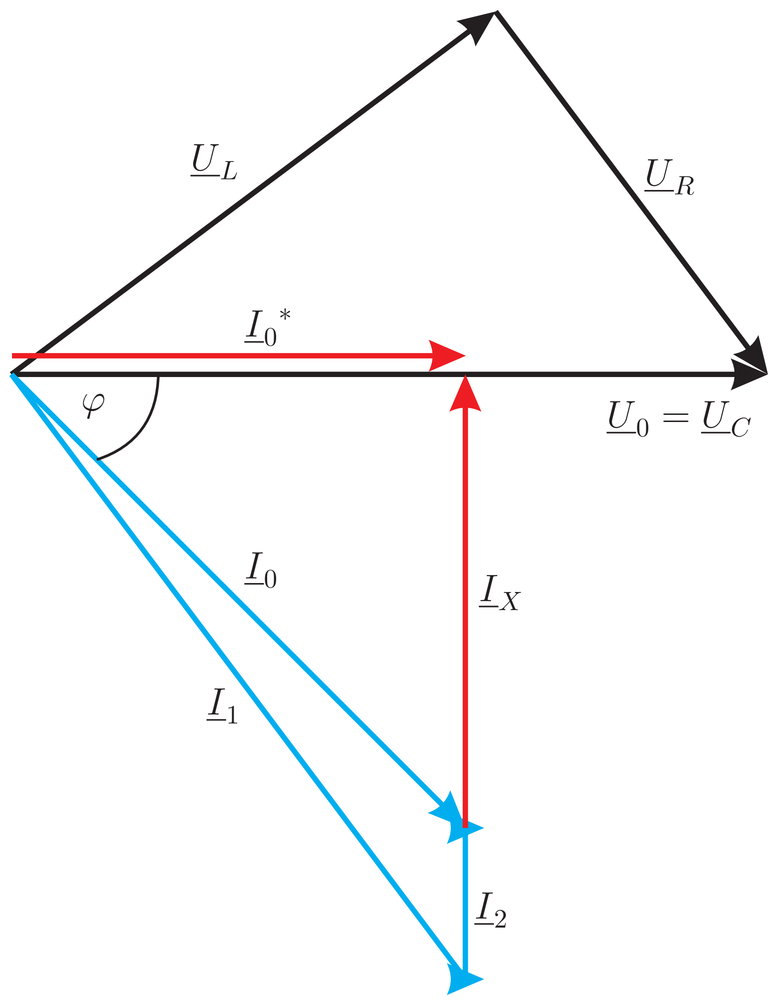
$$\underline{U}_C = \underline{U}_0 \ (1)$$

$$\underline{U}_R = \underline{I}_1 R = (12A + j16A)3\Omega = 36V - j48V \ (1)$$

$$\underline{U}_L = \underline{U}_0 - \underline{U}_R = 100V - (36V - j48V) = 64V + j48V \ (1)$$

$\sum_c = 6$

d) Pro richtigem Zeiger (1)



$\sum_d = 6$

e) $\varphi = 45°$ (1)

induktives Verhalten, da der Strom der Spannung nacheilt (1)

$\sum_e = 2$

f) Parallelschwingkreis (1)

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{(1)}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,2 \cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A} 4 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{8} \cdot 10^{-5}s} = \frac{1}{2\pi \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-5}s}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 2\frac{4}{3}10^{-5}s} = \frac{1}{16}10^5\frac{1}{s} = 0,0625 \cdot 10^5\frac{1}{s} = 6,25 \cdot 10^3\frac{1}{s}$$

$$f_R = 6,25kHz$$

Die Schaltung sperrt. Bei Resonanzfrequenz wird der Strom zwischen Induktivität und Kapazität ausgetauscht. Von außen wird kein Strom gemessen. (1)

$\sum_f = 4$

g) Kapazität. Das induktive Verhalten der Schaltung kann nur mit kapazitivem Bauteil kompensiert werden. (0,5 für Bauteil, 0,5 für Begründung)

$\sum_g = 1$

h) Richtig eingezeichneter Pfeil im ZD, siehe d) (1)

$\sum_h = 1$

i) Ansatz: $\varphi_{U_0} = \varphi_{I_0^*} = 0°$

$$\Rightarrow \tan\varphi_{I_0^*} = \frac{Im\{\underline{I}_0{}^*\}}{Re\{\underline{I}_0{}^*\}} = 0$$
$$\Rightarrow Im\{\underline{I}_0{}^*\} = 0$$

$$\underline{I}_0{}^* = \underline{I}_0 + \underline{I}_X$$
$$\Leftrightarrow Re\{\underline{I}_0{}^*\} + Im\{\underline{I}_0{}^*\} = Re\{\underline{I}_0\} + Im\{\underline{I}_0\} + Re\{\underline{I}_X\} + Im\{\underline{I}_X\}$$

$$\Rightarrow Im\{\underline{I}_0{}^*\} = Im\{\underline{I}_0\} + Im\{\underline{I}_X\}$$
$$\Rightarrow 0 = Im\{\underline{I}_0\} + Im\{\underline{I}_X\}$$

$$\underline{I}_X = \frac{\underline{U}_0}{\frac{1}{j\omega C}} = \underline{U}_0 j\omega C$$
$$\Rightarrow Im\{\underline{I}_X\} = |\underline{U}_0|\omega C$$

$$0 = Im\{\underline{I}_0\} + |\underline{U}_0|\omega C$$
$$C = \frac{-Im\{\underline{I}_0\}}{|\underline{U}_0|\omega}$$
$$C = \frac{-(-6A)}{50V \cdot 2\pi\frac{10}{\pi}10^3\frac{1}{s}} = \frac{6As}{10^3 10^3 V}$$
$$C = 6 \cdot 10^{-6}\frac{As}{V} = 6\mu F$$

Ansatz (1), Rechnung (1) Ergebnis (1)

$\sum_i = 3$

j) Veränderter Betrag der speisenden Spannung hat keinen Einfluss auf die Phasenlage, Pfeile werden nur skaliert. Aussage richtig 0,5, Begründung 0,5

$\sum_j = 1$

k)

$$\frac{\underline{S}_{Neu}}{\underline{S}} = \frac{\underline{U}_{0,Neu}{}^2 \cdot \underline{Z}}{\underline{U}_0^2 \cdot \underline{Z}} = \frac{2^2 \cdot \underline{U}_0{}^2 \cdot \underline{Z}}{\underline{U}_0{}^2 \cdot \underline{Z}} = 4 = 400\%$$

Die Scheinleistung vervierfacht sich. Da φ konstant bleibt, ändern sich $\cos\varphi$ und $\sin\varphi$ auch nicht. Das heißt, Wirk- und Blindleistung vervierfachen sich ebenfalls.

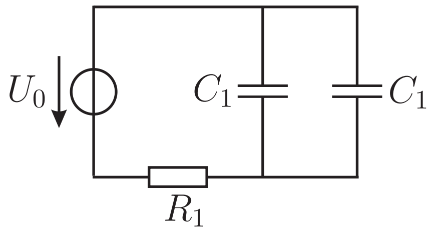
Scheinleistung 1, Blind- und Wirkleistung je 0,5

$\sum_k = 2$

5 Kondensatornetzwerk

Punkte: 20

a) Skizze (1)



$\sum_a 1$

b) $U_{C1} = U_0 - U_{R1}$ (1)

$U_{C1} = 15\ \text{V} - 5\ \text{V} = 10\ \text{V}$ (1)

$\sum_b 2$

c) $C_{Ges1} = C_1 + C_1 = 2C_1$ (1)

$C_{Ges1} = 2\ \text{F}$ (1)

$Q = C \cdot U$ (1)

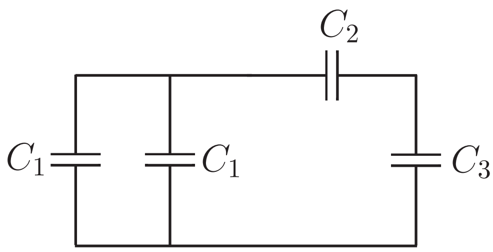
$Q_{Ges1} = C_{Ges1} \cdot U_{C1} = 2\ \text{F} \cdot 10\ \text{V} = 20\ \text{C}$ (1)

$W = \frac{1}{2} Q \cdot U$ (1)

$W_{Ges1} = \frac{1}{2} \cdot Q_{Ges1} \cdot U_{C1} = \frac{1}{2} \cdot 20\ \text{C} \cdot 10\ \text{V} = 100\ \text{Ws}$ (1)

$\sum_c 6$

d) Skizze (1)



$\sum_d 1$

e) Reihenschaltung (C_2, C_3) $\Rightarrow$ $\frac{1}{C_{2,3}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2+C_3}{C_2 \cdot C_3}$ (1)

$C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2+C_3} = \frac{6 \cdot 6}{6+6}\ \mathrm{F} = \frac{36}{12}\ \mathrm{F} = 3\ \mathrm{F}$ (1)

$C_1 \| C_{23} \quad \Rightarrow \quad C_{Ges2} = 2\ \mathrm{F} + 3\ \mathrm{F} = 5\ \mathrm{F}$ (1)

$\sum_e 3$

f) Die Gesamtladung bleibt erhalten

$\sum_f 1$

g) $C_1 \parallel$ (C_2 in Reihe zu C_3)

mit e) und f) erhält man: $Q_{Ges1} = U_{C1} \cdot C_{Ges2}$ (1)

$U_{C1} = \frac{Q_{Ges1}}{C_{Ges2}} = \frac{20\ \mathrm{C}}{5\ \mathrm{F}} = 4\ \mathrm{V}$ (1)

Reihenschaltung: $U_{C2} \cdot C_2 = U_{C3} \cdot C_3 \quad \Rightarrow \quad U_{C2} = U_{C3}$ (1)

Parallel zu C_1: $U_{C1} = U_{C2} + U_{C3} = 2U_{C2}$ (1)

$U_{C2} = 2\ \mathrm{V}$ (1)

$U_{C3} = 2\ \mathrm{V}$ (1)

$\sum_g 6$