Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

26.07.2011

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

Klausurnummer : ______________________

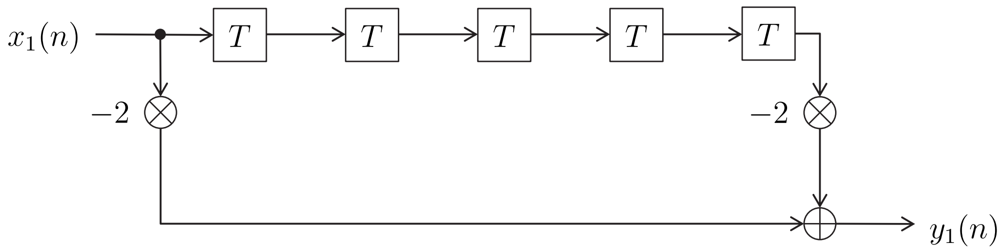
Aufgabe	Punkte	
1		
2		
3		
Σ		
Note		

Aufgabe 1: Zeitdiskrete Filter

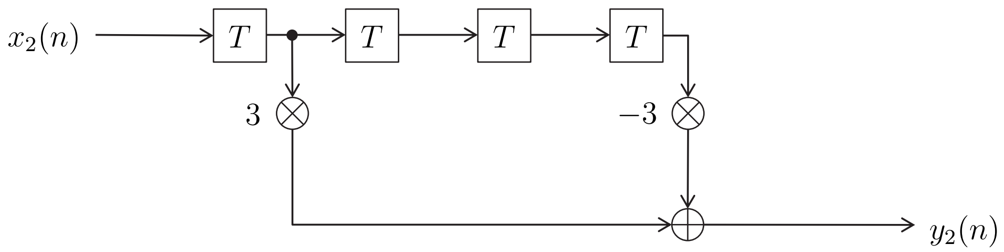
(16 Punkte)

Gegeben seien drei zeitdiskrete Filter mit den Übertragungsfunktionen $H_1(z), H_2(z)$ und $H_3(z)$, den Impulsantworten $h_1(n), h_2(n)$ und $h_3(n)$, den Eingangssignalen $x_1(n), x_2(n)$ und $x_3(n)$, den Ausgangssignalen $y_1(n), y_2(n)$ und $y_3(n)$, sowie den nachfolgend dargestellten Blockschaltbildern:

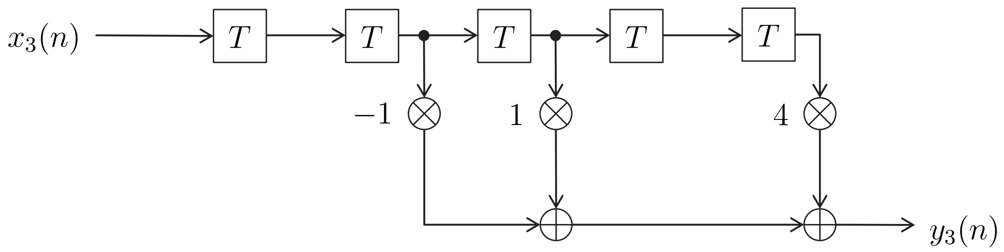
Filter 1:



Filter 2:



Filter 3:



Diese drei Filter sollen zu einem einzigen Filter mit der Übertragungsfunktion $H(z)$, dem Eingangssignal $x(n)$ und dem Ausgangssignal $y(n)$ zusammengeschaltet werden. Dabei soll gelten: $y(n) = y_1(n) + y_2(n) + y_3(n)$ und $x(n) = x_1(n) = x_2(n) = x_3(n)$.

a) Geben Sie für die Filter $H_1(z), H_2(z), H_3(z)$ sowie $H(z)$ an, ob diese linearphasig sind oder nicht. Falls Linearphasigkeit vorliegt, geben Sie auch den Typ (I, II, III oder IV) an. Begründen Sie jeweils Ihre Aussagen!

b) Geben Sie die Impulsantwort $h(n)$ an.

c) Geben Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ an.

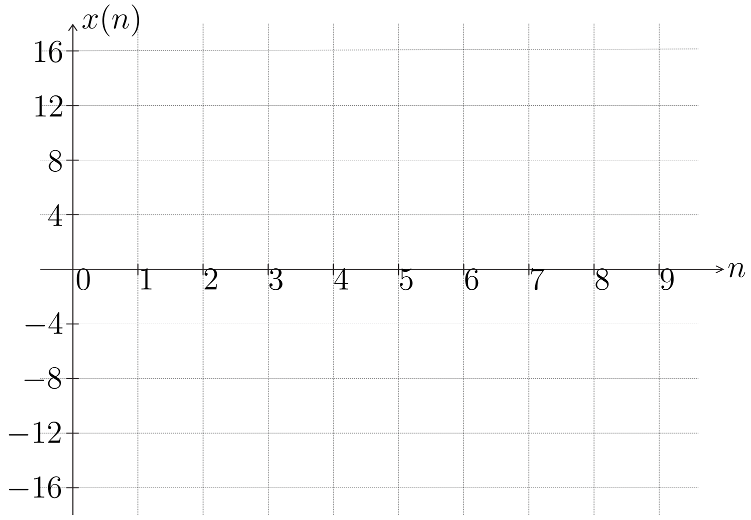
d) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des Filters $H(z)$. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Blockschaltbildes (inklusive der Koeffizienten als Zahlenwerte).

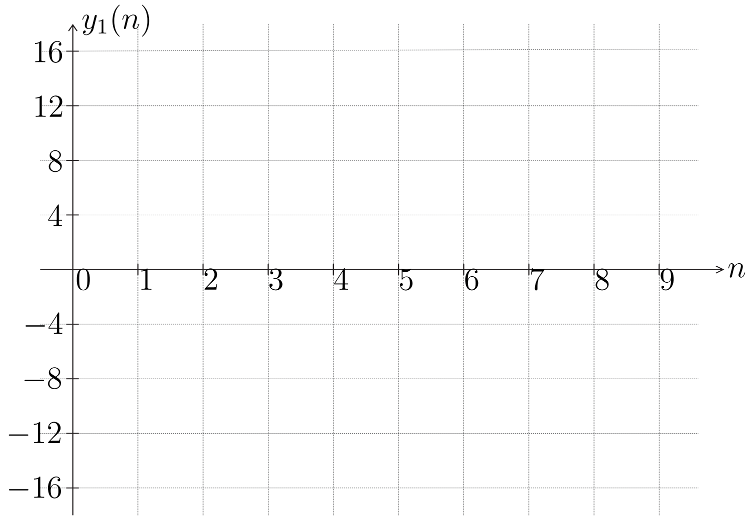
(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

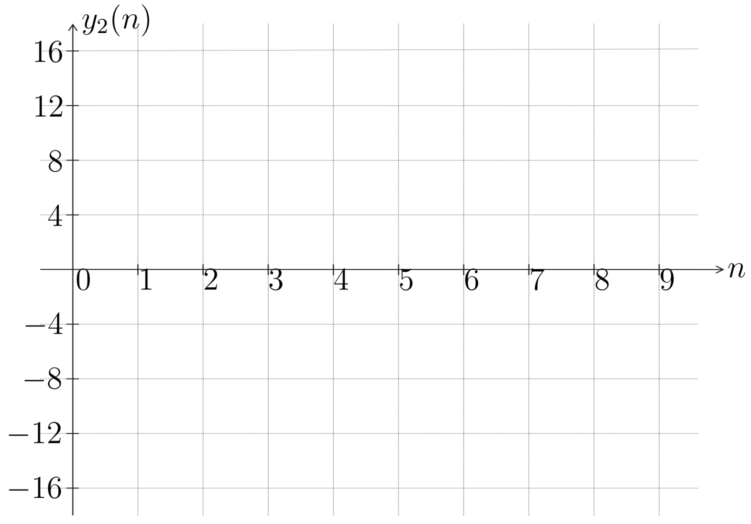
Für die nachfolgenden Teilaufgaben e) bis h) sei das Eingangssignal $x(n)$ gegeben durch:

$$x(n) = \epsilon(n) + 3\epsilon(n-1) - 4\epsilon(n-2) - 2\delta(n-2) + 3\epsilon(n-3) - 3\epsilon(n-4)$$

e) Skizzieren Sie die Signale $x(n), y_1(n)$ und $y_2(n)$ in die nachfolgend dargestellten Diagramme. Geben Sie in den Diagrammen auch die jeweiligen Zahlenwerte an.





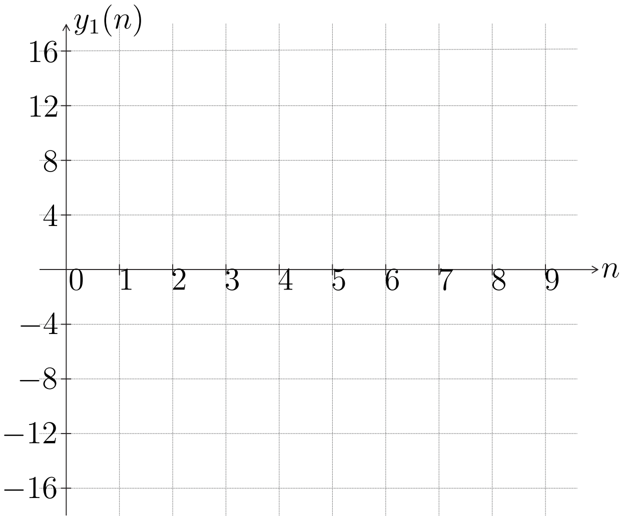


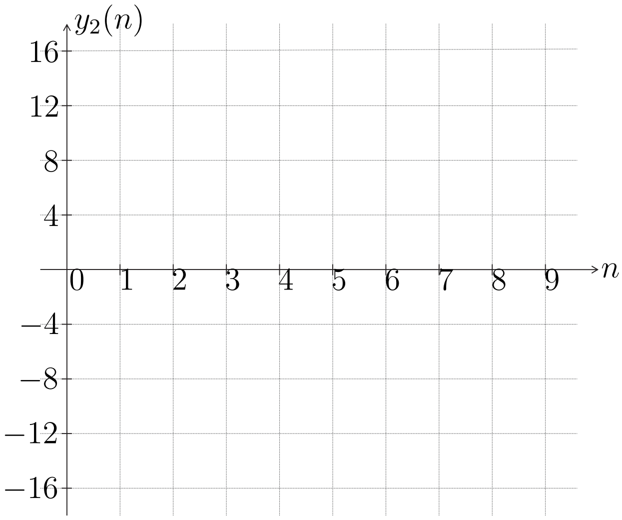
(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

Nun sollen die Signale $y_1(n), y_2(n), y_3(n)$ sowie $y(n)$ mit Hilfe der DFT bzw. inversen DFT berechnet werden.

f) Geben Sie jeweils die minimale DFT-Länge $K_{\min}$ an, um eine zyklische Faltung zu vermeiden.

g) Skizzieren Sie die Ausgangssignale $y_1(n)$ und $y_2(n)$ jeweils für $n = 0, 1, \ldots, 7$ unter Verwendung einer DFT-Länge von $K = 8$ in die nachfolgenden Diagramme. Wählen Sie jeweils geeignete schnelle Lösungswege! Geben Sie in den Diagrammen auch die jeweiligen Zahlenwerte an!



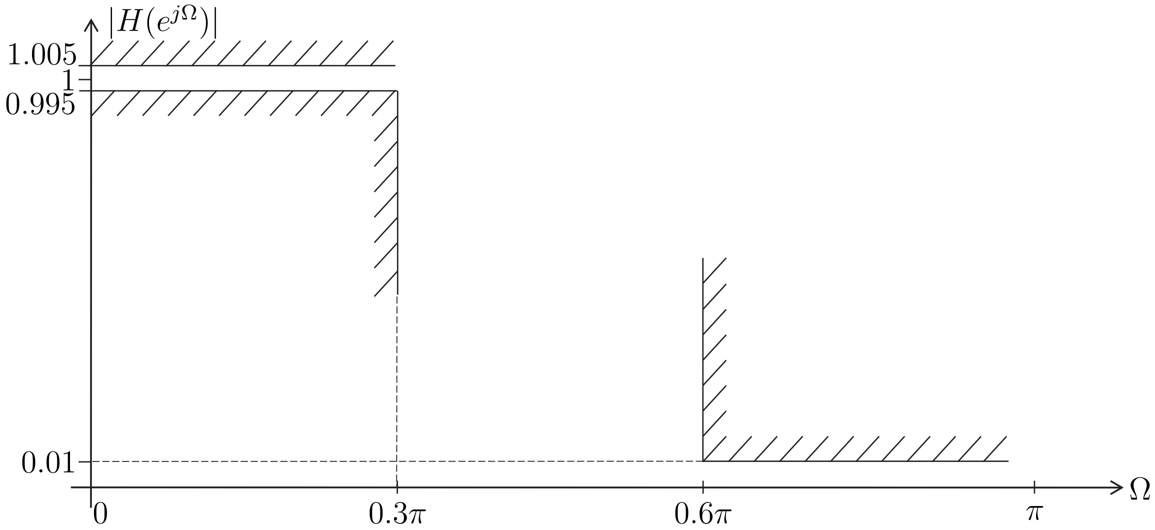


h) Vergleichen Sie beide Diagramme mit Ihren Lösungen zu e). Falls Unterschiede auftreten: Geben Sie eine Erklärung für die Anzahl der unterschiedlichen Abtastwerte an!

Aufgabe 2: Filterentwurf

(17 Punkte)

Es soll ein zeitdiskretes FIR-Filter entworfen werden, welches das nachstehende Toleranzschema erfüllt: $0.995 \leq |H(e^{j\Omega})| \leq 1.005$ für $0 \leq \Omega \leq 0.3\pi$, sowie $|H(e^{j\Omega})| \leq 0.01$ für $0.6\pi \leq \Omega \leq \pi$.



a) Geben Sie die Größen $\delta_{\mathrm{p}}, \delta_{\mathrm{st}}, \Omega_{\mathrm{p}}$ und Ω_{st} des Filters an.

b) Berechnen Sie die Sperrdämpfung d_{st} sowie die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: passband ripple) des Filters.

c) Bestimmen Sie die minimale Filterordnung N_b bei Verwendung der modifizierten Fourierapproximation mit dem Kaiser-Fenster.

d) Bestimmen Sie die minimale Filterordnung $\tilde{N}_b$ bei Verwendung der Chebyshev-Approximation.

In den nachfolgenden Teilaufgaben e) bis h) soll nun der Entwurf eines zeitdiskreten IIR-Filters mittels der bilinearen Transformation betrachtet werden. Das IIR-Filter soll die folgende Spezifikation erfüllen:

$$R'_{\mathrm{p}} = R_{\mathrm{p}}$$
$$\Omega'_{\mathrm{p}} = \Omega_{\mathrm{p}}$$
$$\Omega'_{\mathrm{st}} = \Omega_{\mathrm{st}}$$
$$d'_{\mathrm{st}} = d_{\mathrm{st}}$$

Das Filter wird bei einer Abtastfrequenz von $f_s = \frac{1}{T} = 5\,\mathrm{kHz}$ betrieben. Es gilt $\Omega'_{\mathrm{c}} = \frac{\Omega'_{\mathrm{p}}+\Omega'_{\mathrm{st}}}{2}$.

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

e) Geben Sie die Größen $\delta'_\mathrm{p}, \delta'_\mathrm{st}, \Omega'_\mathrm{p}$ und Ω'_st des IIR-Filters an.

f) Bestimmen Sie ω_p und ω_st im analogen Bereich mittels der bilinearen Transformation. Nehmen Sie hierbei $\Omega' = \Omega_\mathrm{p}$ sowie $\omega' = \frac{\Omega_\mathrm{p}}{T}$ an.

g) Zeichnen Sie das Toleranzschema im zeitkontinuierlichen Bereich und tragen Sie alle relevanten Größen und deren Zahlenwerte darin ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms.

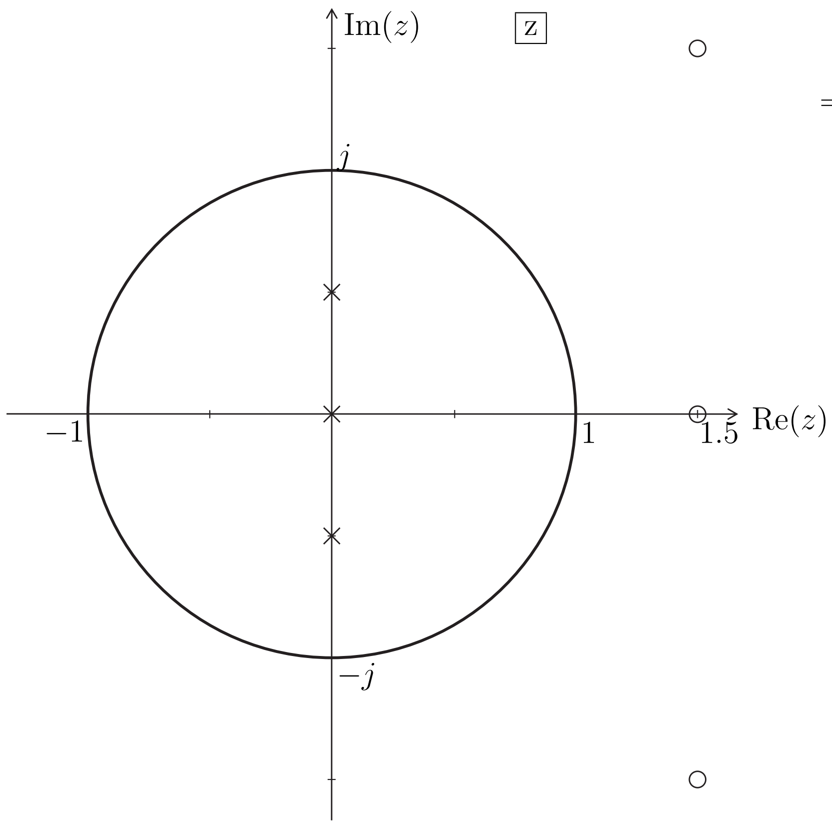
h) Bestimmen Sie die minimale Filterordnung N bei Verwendung des Butterworth-Filterentwurfs.

i) Erörtern Sie Vor- und Nachteile des FIR-Filterentwurfs (Teilaufgaben a) bis d)) und des IIR-Filterentwurfs (Teilaufgaben e) bis h)).

Aufgabe 3: Analyse eines kausalen LTI-Systems

(17 Punkte)

Gegeben sei nachstehendes Pol-Nullstellen-Diagramm eines kausalen LTI-Systems:



ν	$z_{\infty,\nu}$	$z_{0,\nu}$
1	$0.5j$	$1.5+1.5j$
2	0	1.5
3	$-0.5j$	$1.5-1.5j$

Das Eingangssignal des Systems sei als $x(n)$ und das Ausgangssignal als $y(n)$ bezeichnet.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems, so dass gilt: $G(z=1)=1$.

b) Geben Sie die Differenzengleichung für das Ausgangssignal $y(n)$ an.

c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems als Direktform I sowie als Direktform II. Achten Sie auf vollständige Beschriftung (inklusive Zahlenwerte der Koeffizienten) beider Blockschaltbilder.

d) Führen Sie eine Zerlegung des Systems $G(z)$ in ein minimalphasiges System $G_{\min}(z)$ und einen Allpass $G_{\mathrm{AP}}(z)$ durch, so dass gilt: $G(z)=G_{\min}(z)\cdot G_{\mathrm{AP}}(z)$.

e) Ist das minimalphasige System $G_{\min}(z)$ gleichzeitig linearphasig? Begründen Sie Ihre Aussage!

f) Betrachten Sie nun die invertierte Übertragungsfunktion $G_{\mathrm{inv}}(z)=\frac{1}{G_{\mathrm{AP}}(z)}$. Beschreibt $G_{\mathrm{inv}}(z)$ ein stabiles kausales LTI-System? Begründen Sie Ihre Aussage!

g) Welche Übertragungscharakteristik (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre) weist das durch $G(z)$ beschriebene System auf? Begründen Sie Ihre Aussage!