Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

20.7.2010

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

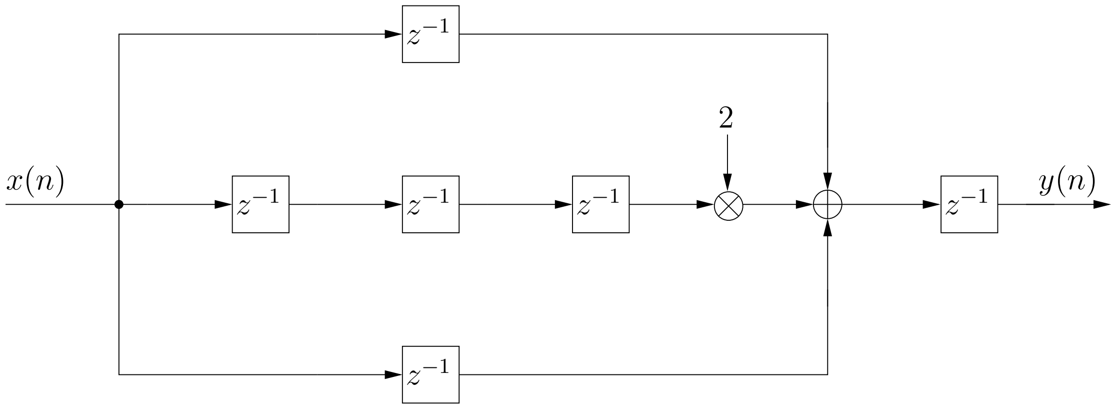
Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1		
2		
3		
Σ		
Note		

Aufgabe 1: Analyse eines LTI-Systems

(16 Punkte)

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines zeitdiskreten kausalen LTI-Systems:



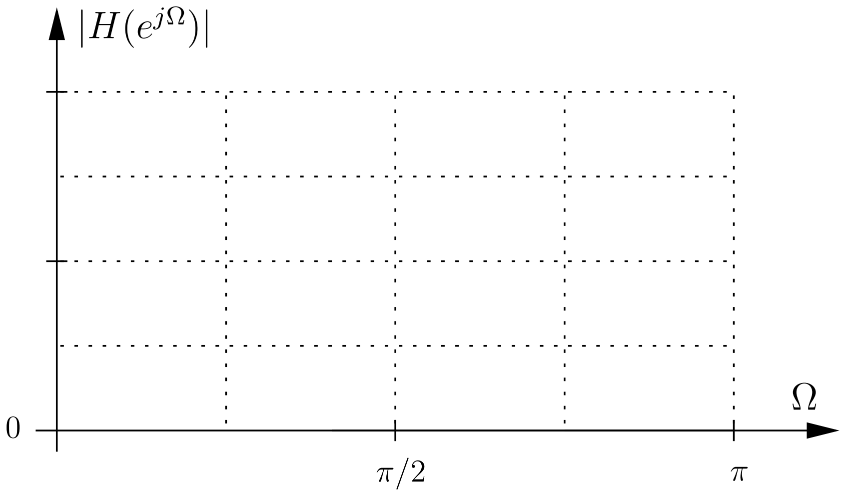
a) Geben Sie die Differenzengleichung für $y(n)$ an.

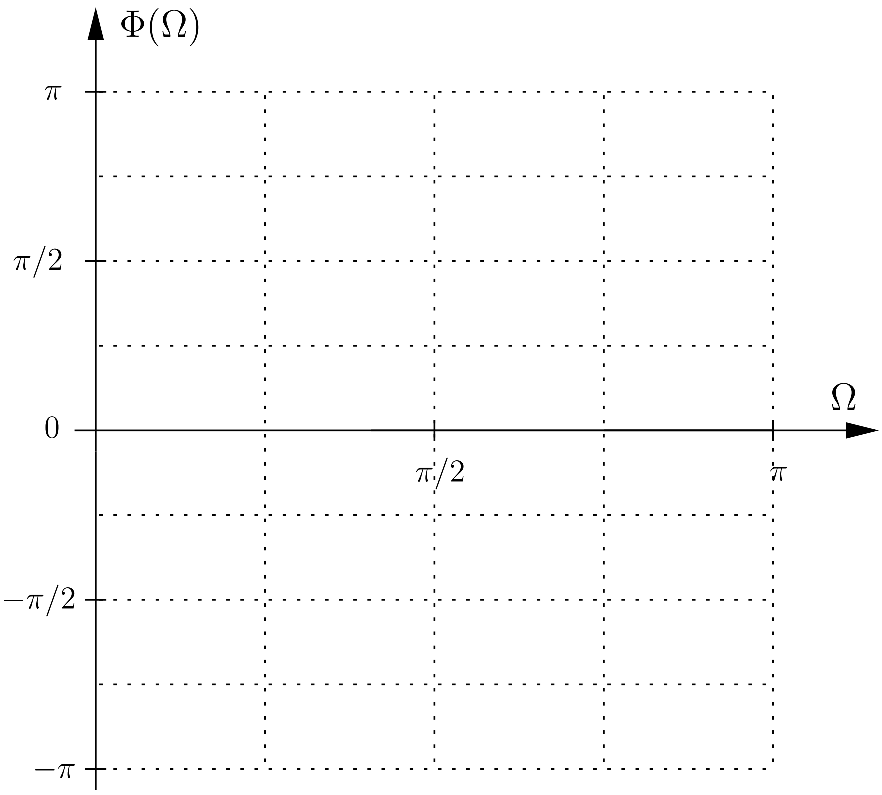
b) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h(n)$ des Systems.

c) Bestimmen Sie die z-Transformierte der Differenzengleichung $Y(z)$ sowie die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems.

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

d) Bestimmen Sie den Amplitudengang $|H(e^{j\Omega})|$ sowie den Phasengang $\Phi(\Omega)$ im Bereich $0 \leq \Omega \leq \pi$ analytisch. Skizzieren Sie das Ergebnis für $|H(e^{j\Omega})|$ und $\Phi(\Omega)$ in nachfolgende Diagramme. Vervollständigen Sie die Achsenbeschriftungen!





(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

e) Geben Sie die Lage aller Pol- und Nullstellen des Systems an und skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm.

f) Welche Charakteristik weist das System auf (Hochpass, Tiefpass, Bandpass oder Bandsperre)? Begründen Sie Ihre Aussage!

g) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Aussage!

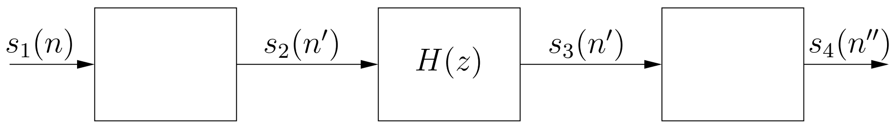
Aufgabe 2: Abtastratenwandlung und Filterentwurf

(21 Punkte)

In einem Audiosystem soll ein reellwertiges Signal $s_1(n)$ mit der Abtastfrequenz $f_s = 32\,\mathrm{kHz}$ in ein Signal $s_4(n'')$ mit der Abtastfrequenz $f_s'' = 48\,\mathrm{kHz}$ gewandelt werden.
Das Betragsspektrum des reellwertigen Signals $s_1(n)$ ist für $0 \leq \Omega \leq \pi$ gegeben durch:

$$S_1(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \Omega \leq \frac{\pi}{2} \\ 2 - \frac{2\Omega}{\pi}, & \frac{\pi}{2} < \Omega \leq \pi \end{cases}$$

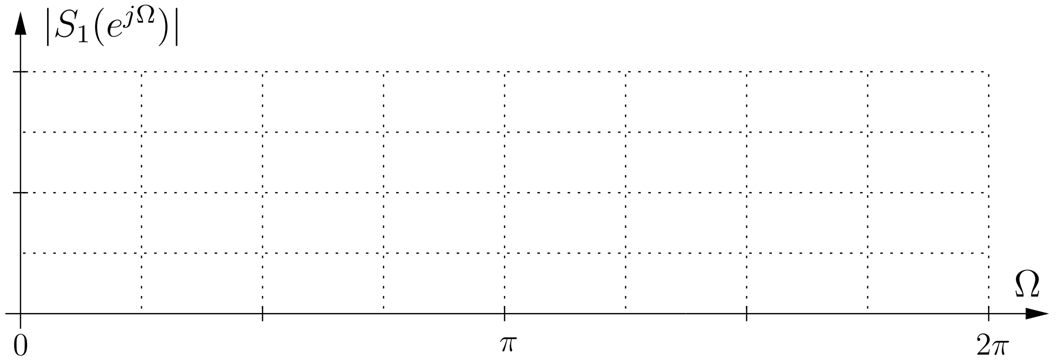
a) Ergänzen Sie nachfolgende Struktur, um die oben beschriebene Abtastratenwandlung zu erreichen. $H(z)$ sei die Übertragungsfunktion eines zeitdiskreten Tiefpassfilters mit der normierten Grenzfrequenz Ω_g'.

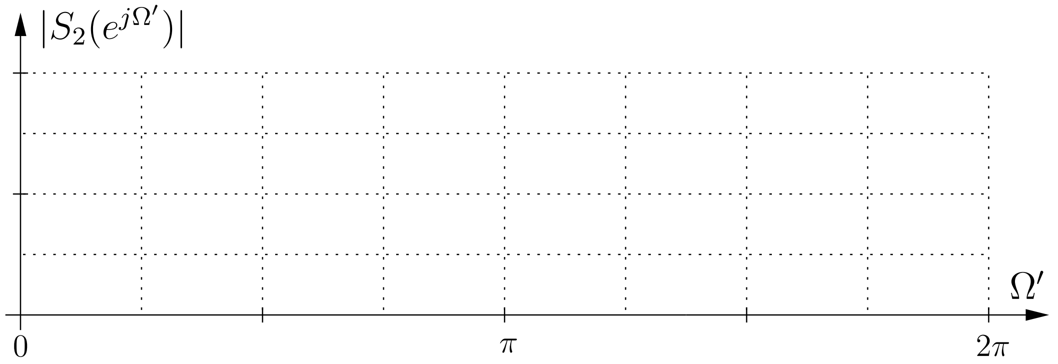


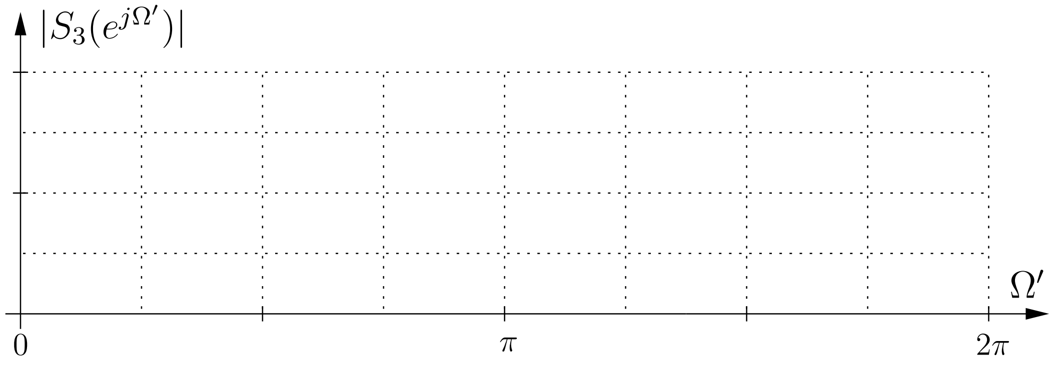
b) Wie wählen Sie die Abtastfrequenz f_s', bei der das zeitdiskrete Filter $H(z)$ betrieben wird? Geben Sie auch die normierte Grenzfrequenz Ω_g' das Filters $H(z)$ an!

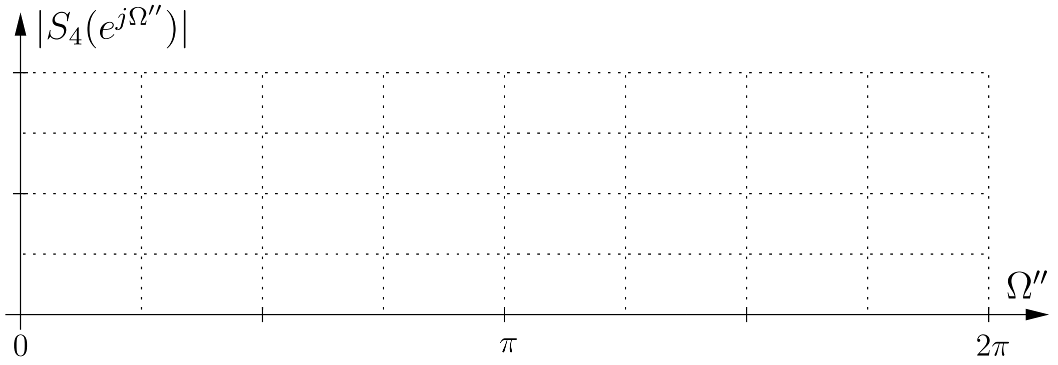
(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

c) Skizzieren Sie die Betragsspektren der Signale $s_1(n)$, $s_2(n')$, $s_3(n')$ und $s_4(n'')$ im Bereich $0 \leq \Omega \leq 2\pi$ bzw. $0 \leq \Omega' \leq 2\pi$ bzw. $0 \leq \Omega'' \leq 2\pi$ in die nachfolgenden Diagramme. Das Tiefpassfilter $H(z)$ sei hierbei als ideal mit $|H(e^{j\Omega})| = 1$ im Durchlassbereich anzunehmen. Vervollständigen Sie die Achsenbeschriftungen!









(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

d) Wie würden Sie das zeitdiskrete Filter $H(z)$ realisieren (FIR oder IIR), wenn die Qualität des Signals im Vordergrund steht, die Verzögerungszeit des Filters jedoch keine Rolle spielt? Begründen Sie Ihre Auswahl!

e) Wie würden Sie das zeitdiskrete Filter $H(z)$ realisieren (FIR oder IIR), wenn eine möglichst geringe Rechenkomplexität im Vordergrund steht (wie etwa bei einem mobilen System)? Begründen Sie Ihre Auswahl!

Die nachfolgenden Teilaufgaben können unabhängig von den Teilaufgaben a) bis e) bearbeitet werden. In den folgenden Teilaufgaben wird ein FIR-Filterentwurf für das zeitdiskrete Filter $H(z)$ betrachtet. Hierbei gelten die folgenden Spezifikationen:

$$\Omega'_g = \frac{\Omega'_{st} + \Omega'_p}{2} = \frac{\pi}{4}\,; \qquad \delta_p = 0,02\,; \qquad \delta_{st} = 0,04\,; \qquad \Omega'_p = \frac{\pi}{8}$$

f) Skizzieren Sie das Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich und tragen Sie die Größen δ_p, δ_{st}, Ω'_p, Ω'_g sowie Ω'_{st} einschließlich deren Zahlenwerte darin ein.

g) Berechnen Sie die Sperrdämpfung d_{st} und die Welligkeit im Durchlassbereich *(passband ripple)* R_p.

h) Geben Sie die minimale Filterordnung N_b bei Verwendung der modifizierten Fourierapproximation mit dem Kaiser-Fenster an. Berechnen Sie auch den Formfaktor β.

i) Mit welcher Struktur wäre es möglich, die Komplexität der Abtastratenwandlung gemäß Teilaufgabe a) weiter zu verringern? (der Name der Struktur ist ausreichend als Antwort)

Aufgabe 3: Minimalphasiges System und Allpass

(13 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System mit der Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{(1 - 0{,}16\, z^{-2})(1 + 1{,}5625\, z^{-2})}{(1 + 0{,}16\, z^{-2})(1 - 0{,}81\, z^{-2})}$$

a) Geben Sie die Lage aller Pol- und Nullstellen sowie den Konvergenzbereich (ROC) des Systems an.

b) Skizzieren Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm und schraffieren Sie darin den Konvergenzbereich.

c) Geben Sie an, ob für das System $G(z)$ die Fourier-Transformierte $G(e^{j\Omega})$ existiert. Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Aussage!

e) Führen Sie eine Zerlegung des Systems $G(z)$ in einen Allpass $G_{\mathrm{AP}}(z)$ und ein minimalphasiges System $G_{\min}(z)$ durch, so dass gilt: $G(z) = G_{\mathrm{AP}}(z) \cdot G_{\min}(z)$. Für den Allpass soll hierbei gelten: $|G_{\mathrm{AP}}(e^{j\Omega})| = 2{,}5$.

f) Ist die Impulsantwort des Allpasses $|G_{\mathrm{AP}}(z)|$ reellwertig oder komplexwertig? Begründen Sie Ihre Aussage!