Technische
Universität
Braunschweig

Netzwerke

6. Operationsverstärker (OPAMP)

Vadim Issakov

Sommersemester 2024

Übersicht

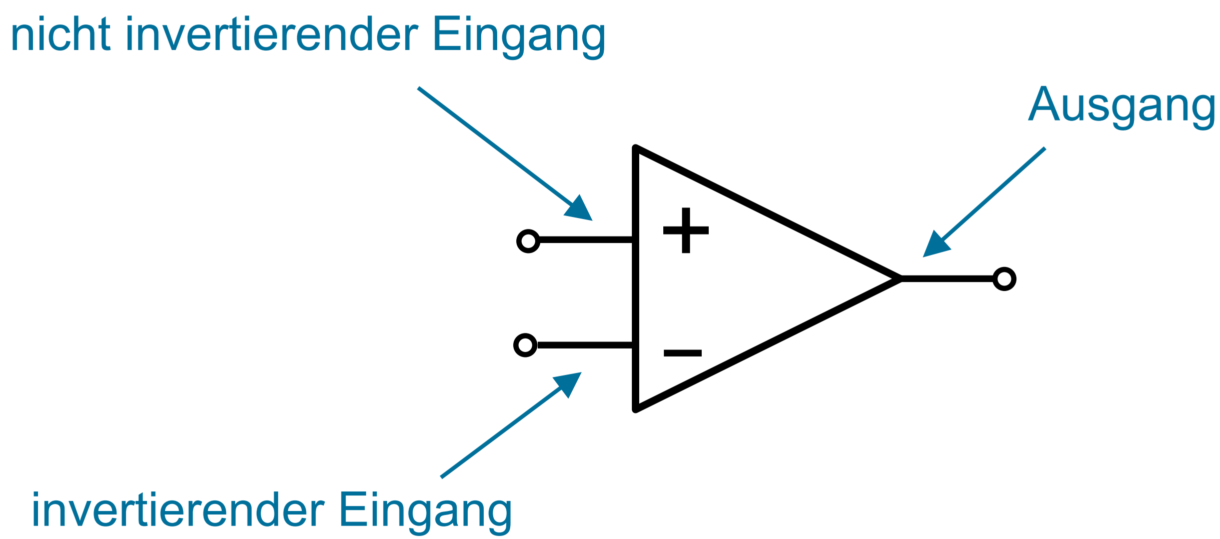
OPAMP (**Op**erational **Amp**lifier)

1. Grundlagen
2. Idealer OPAMP
3. Grundschaltungen mit OPAMPs
    - OPAMP mit Gegenkopplung
    - Nichtinvertierender Vertstärker
    - Invertierender Verstärker
    - Strom-Spannungs-Wandler (Transimpedanzverstärker, TIA)
    - Spannungsfolger (voltage follower, buffer)
    - Differenzverstärker
    - Summenverstärker (Summierer)
    - Integrator
    - Differentiator
    - Instrumentenverstärker

Grundlagen - Einführung

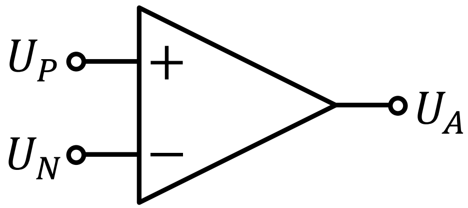
- OPAMP: universeller Verstärker
- Vielfältige Anwendungen
- Popularität durch den Einsatz in der Regelungstechnik
- Klassisch: Einsatz in Analogrechnern
- Funktion der Schaltung durch äußere Beschaltung festgelegt
- Trotz komplexem inneren Aufbau Vereinfachung des gesamten Designs bei Verwendung von OPAMPs

Grundlagen – Schaltsymbol und Anschlüsse

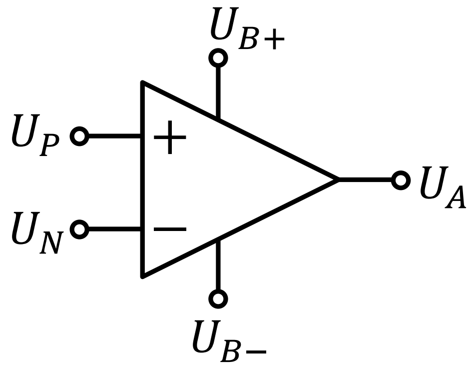


- Ein OPAMP ist eine integrierte Analogschaltung.
- Meist mehrstufiger Gleichspannungsverstärker mit sehr hoher Verstärkung (10^6)
- Die Eigenschaften eines OPAMPs können durch äußere Beschaltung festgelegt werden.

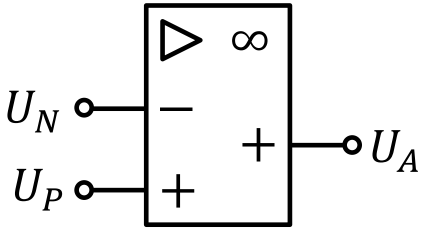
Grundlagen – Schaltsymbol und Anschlüsse



(a)



(b)



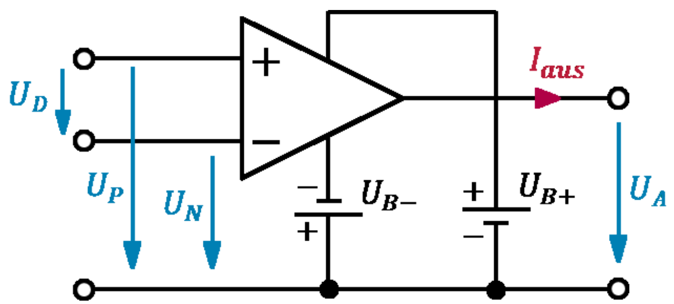
(c)

(a) Schaltsymbol eines OPAMPs

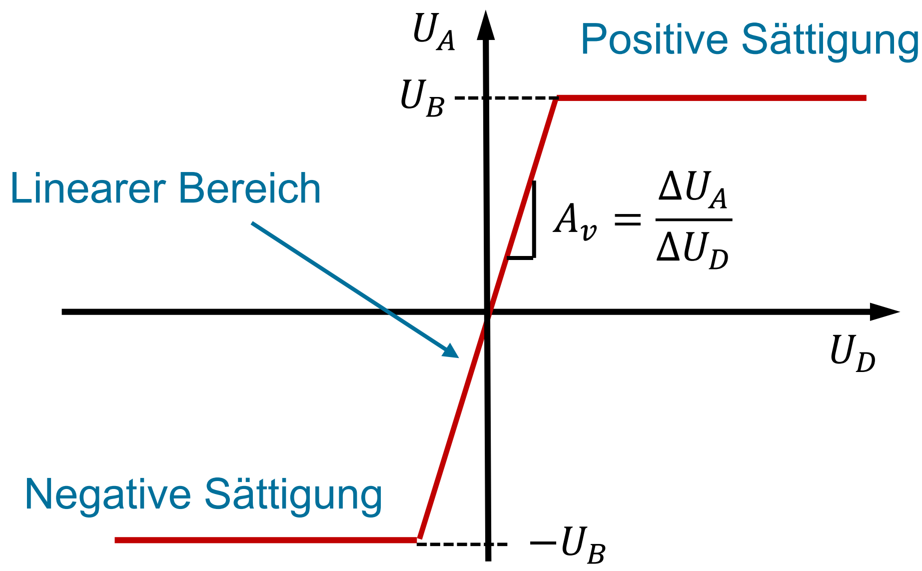
(b) Schaltsymbol eines OPAMPs mit Versorgungsspannungen

(c) DIN-Symbol eines OPAMPs

Grundlagen – Kennlinie eines OPAMPs

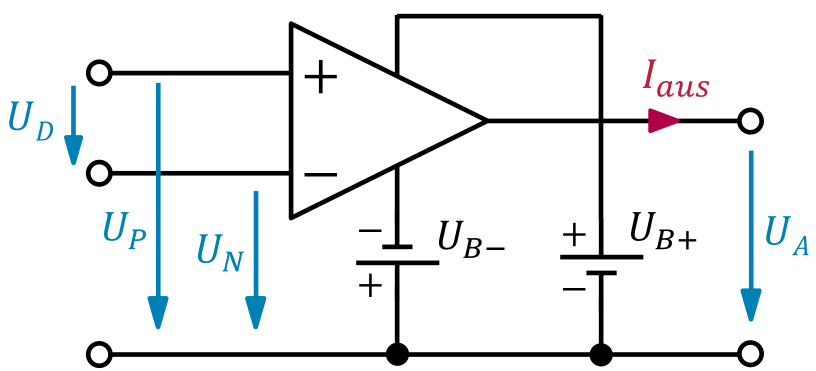


OPAMP: Schaltsymbol und Anschlüsse



- Spannungsverstärkung A_v für kleine Eingangsgrößen.
- Endliche Betriebsspannung $U_B - (-U_B) = 2U_B$.
- Begrenzung der Kennlinie durch Versorgungsspannung.

- Ruhepotential am Ein- und Ausgang: 0 V.
- Versorgungsspannungen (U_{B+}, U_{B-}) meist betragsmäßig gleich groß mit unterschiedlichen Vorzeichen
- Eingänge meist hochohmig



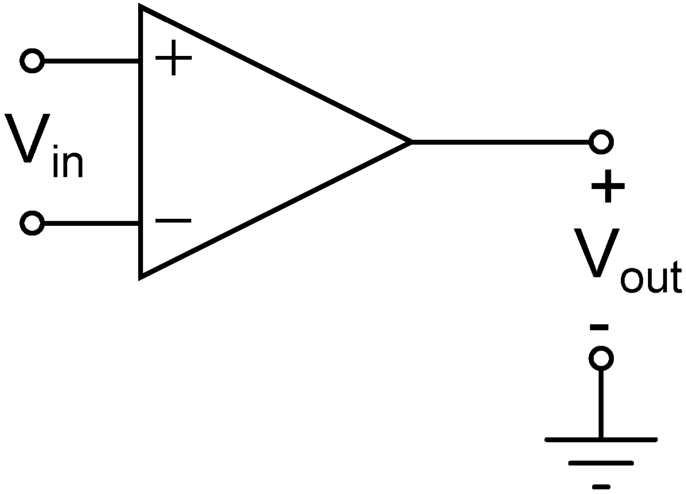
OPAMP: Schaltsymbol und Anschlüsse

$$U_A = A_v(U_P - U_N) = A_v U_D$$

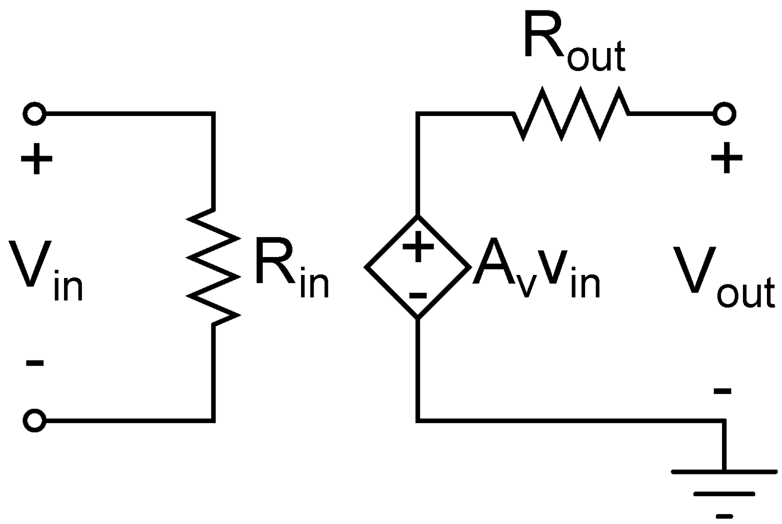
$$A_v = \frac{\Delta U_A}{\Delta U_D} = \begin{cases} \dfrac{\Delta U_A}{\Delta U_P}, \text{für } U_N = \text{const.} \\ -\dfrac{\Delta U_A}{\Delta U_N}, \text{für } U_P = \text{const.} \end{cases}$$

Grundlagen - Ersatzschaltbild

Schaltsymbol OPAMP



Ersatzschaltbild OPAMP



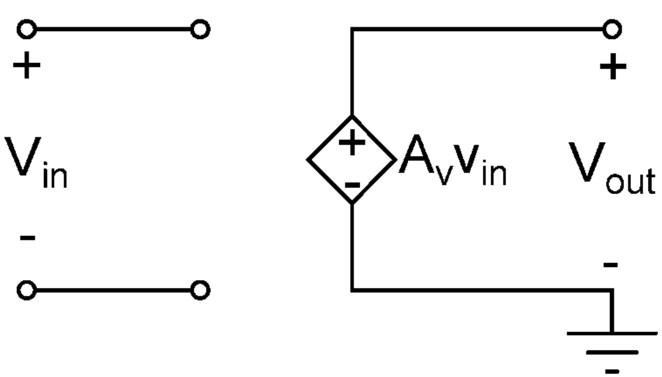
Idealer OPAMP

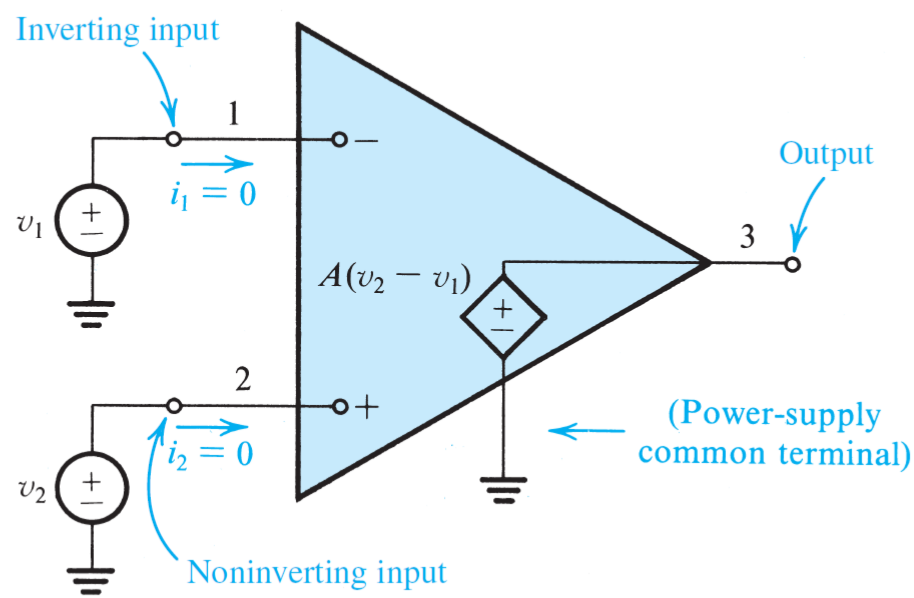
- Idealer OPAMP wird häufig angenommen, da dadurch Berechnung von OP-Schaltungen viel einfacher.
- Wichtigste Annahmen:
  - Verstärkungsfaktor $A_v = \infty$
  - Ströme in die Eingänge des OPAMPs = 0
- ⇒ Differenzspannung am Eingang wird immer um Faktor A_v verstärkt am Ausgang ausgegeben.
- OPAMP ist durch Versorgungsspannungen nach oben und unten begrenzt ⇒ schon bei sehr kleinem U_D maximale Ausgangsspannungen

Idealer OPAMP

- $R_{in} = \infty \Rightarrow$ Eingangsströme sind null
- Spannungsverstärkung (Differenzverstärkung; differential-mode gain) unendlich hoch und frequenzunabhängig: $A_v = \infty$ bei allen Frequenzen (ohne Feedback)
- $R_{out} = 0 \Rightarrow$ Ausgangsspannung unabhängig von der Größe der Last

Ersatzschaltbild idealer OPAMP



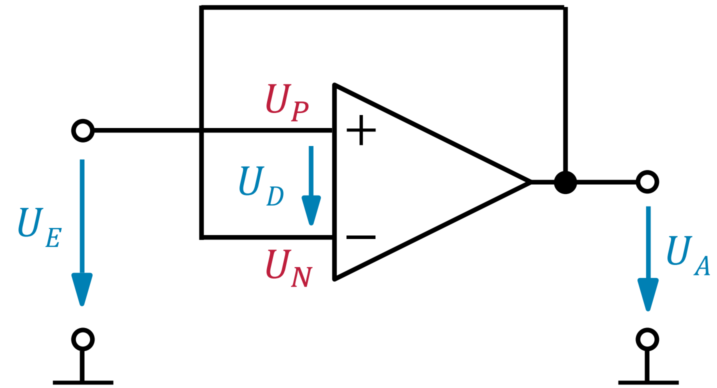


OPAMP mit Gegenkopplung

- U_A invertiert U_D
- Deshalb regelt OPAMP seinen Ausgang so, dass sich $U_D = 0$ V ergibt und die Schaltung somit stabil ist.

Liegt Gegenkopplung bei einem idealen OPAMP vor, können direkt folgende Annahmen getroffen werden:

- $U_D = U_P - U_N = 0\ \mathrm{V}$
- Ströme in den OPAMP $= 0$



⇨ Somit lassen sich die Schaltungen meist drastisch vereinfachen.

U_D: Differenzspannung am Eingang des OPAMPs

U_A: Ausgangsspannung

OPAMP mit Gegenkopplung

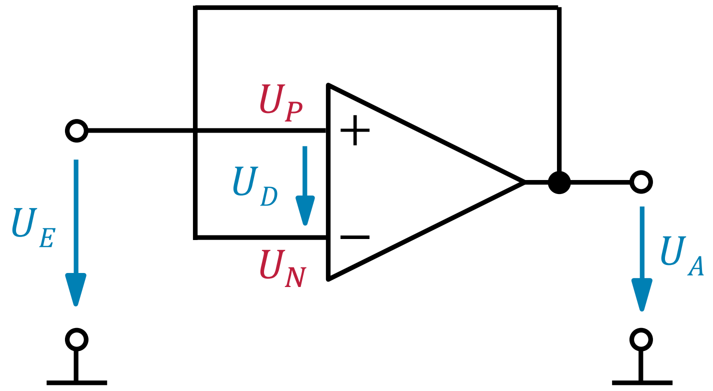
Das Rückkopplungsnetzwerk

- kann linear oder nichtlinear sein,
- kann frequenzunabhängig oder –abhängig gewählt werden,
- bestimmt im Wesentlichen die Eigenschaften des beschalteten OPAMPs.
- Gegengekoppelter OPAMP als Regelkreis auffassbar; der OPAMP selbst arbeitet dabei als Regelstrecke.

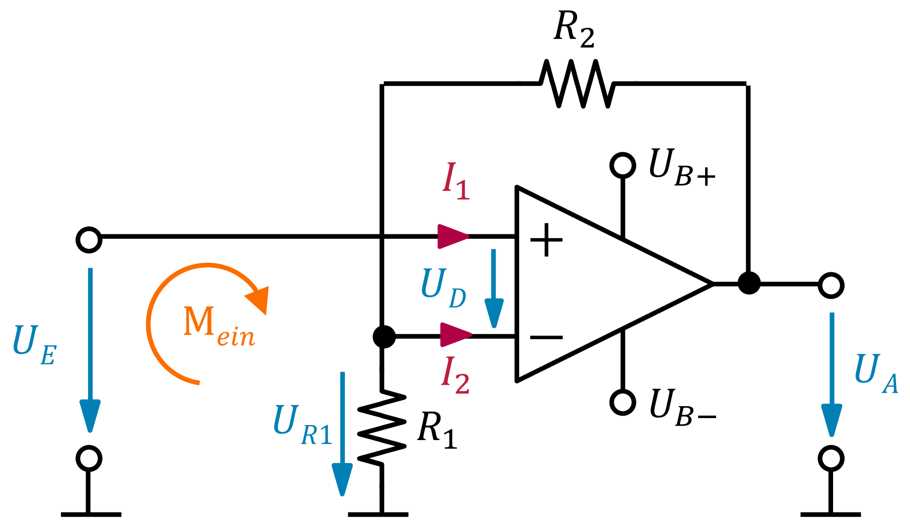
- Wichtigste Regeln zur Berechnung von OPAMP-Schaltungen:
  - U_A beim gegengekoppelten OPAMP stellt sich so ein, dass $U_D = 0$ wird.
  - Bei idealen OPAMPs fließt kein Strom in die Eingänge.

U_D: Differenzspannung am Eingang des OPAMPs

U_A: Ausgangsspannung



Nichtinvertierender Verstärker

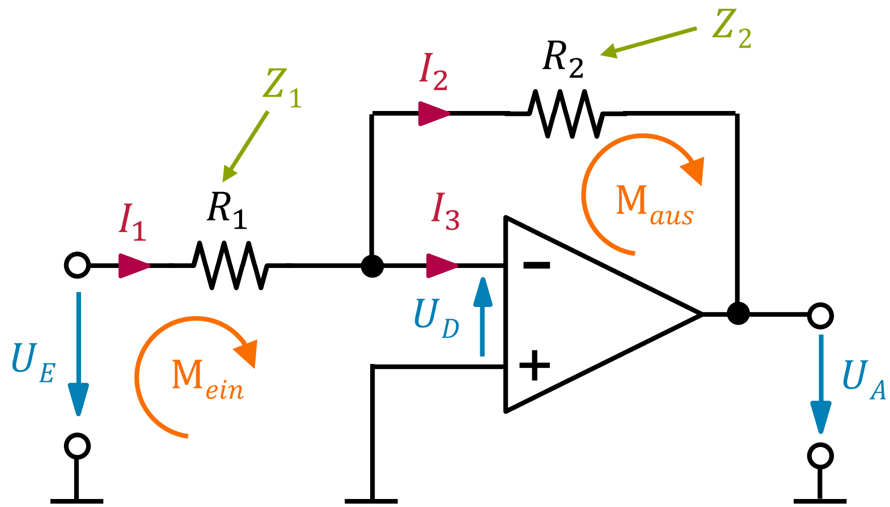


- Es gilt $I_1 = I_2 = 0\mathrm{A}$ und, da OPAMP gegengekoppelt ist, $U_D = 0\mathrm{V}$.
- Es gilt weiter (Masche M_{ein}): $U_E - U_D - U_{R1} = U_E - U_{R1} = 0\mathrm{V}$

$$\Leftrightarrow U_E - U_A \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0\mathrm{V} \quad \Leftrightarrow \quad U_A = U_E \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \quad v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Bei dieser Schaltung sind nur Verstärkungsfaktoren > 1 möglich.
- Gleiche Polarität von Ein- und Ausgangsspannung.

Invertierender Verstärker



- Es gilt $I_3 = 0\mathrm{A}$ und, da OP gegengekoppelt ist, $U_D = 0\mathrm{V}$.
- Masche M_{ein}: $-U_E + R_1 I_1 - U_D = 0\mathrm{V}$ $\quad U_E = R_1 I_1 \rightarrow$
- Masche M_{aus}: $U_D + R_2 I_1 + U_A = 0\mathrm{V}$ $\quad U_A = -R_2 I_1 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{U_E}{R_1} = -\frac{U_A}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = -\frac{U_A}{U_E} \Rightarrow U_A = -\frac{R_2}{R_1} U_E \quad \Rightarrow \quad v = -\frac{R_2}{R_1}$$

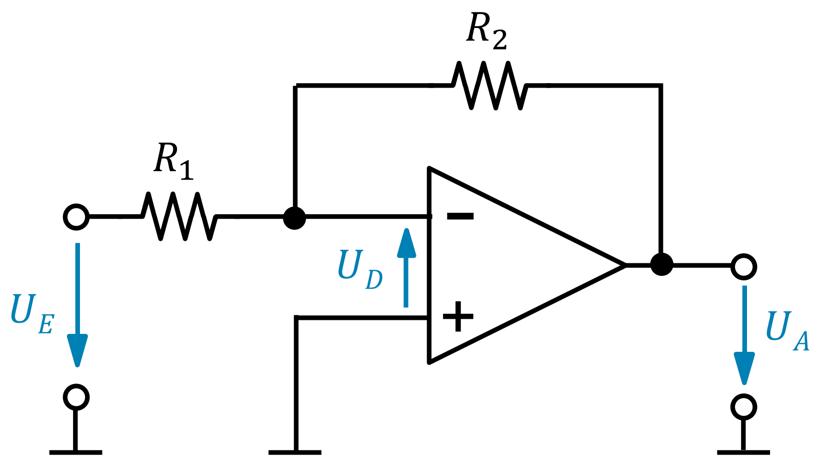
- Die Eingangsspannung U_E wird um den Verstärkungsfaktor v (negativ) verstärkt und liegt als Ausgangsspannung U_A an.

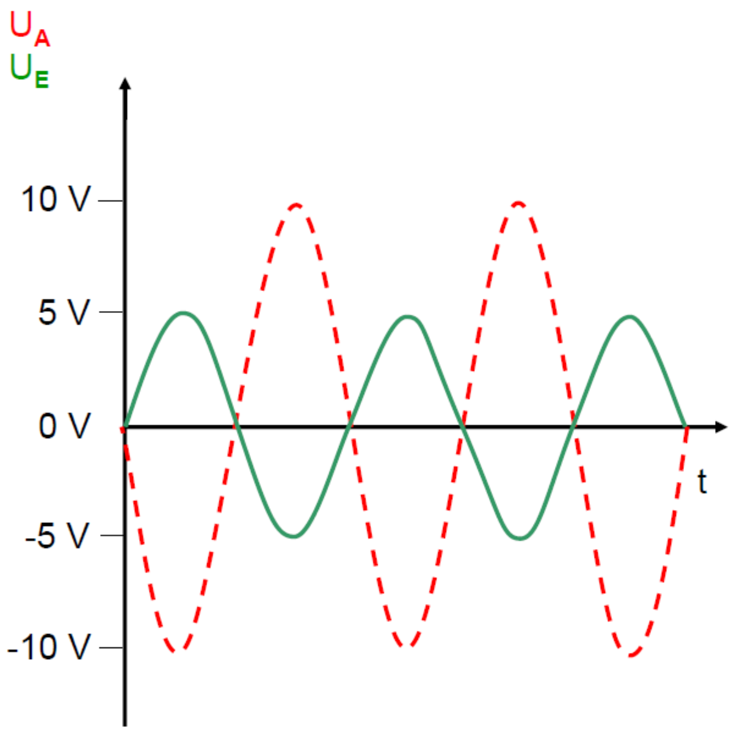
Invertierender Verstärker mit verallgemeinerten Impedanzen:

$$\boxed{\frac{U_A}{U_E} = -\frac{Z_2}{Z_1}}$$

Invertierender Verstärker – Beispiel

- **Beispiel:** $V_{max} = \pm 10\ \mathrm{V}$





Fall 1: $R_1 = 1\mathrm{k}\Omega$

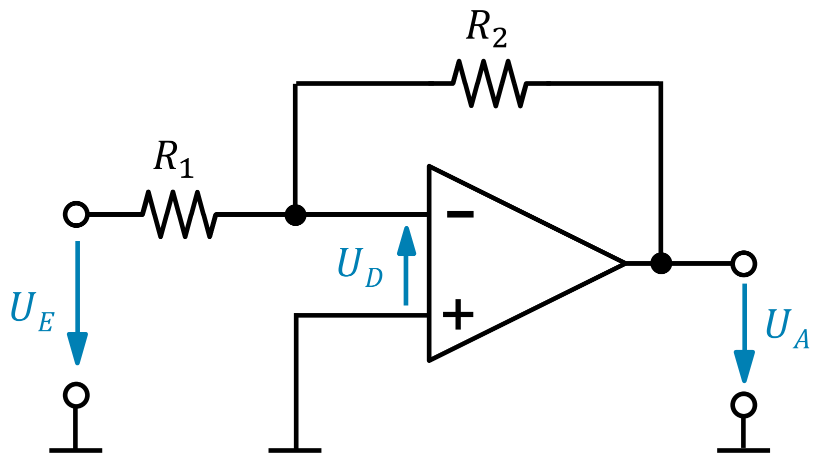
$R_2 = 2\mathrm{k}\Omega$

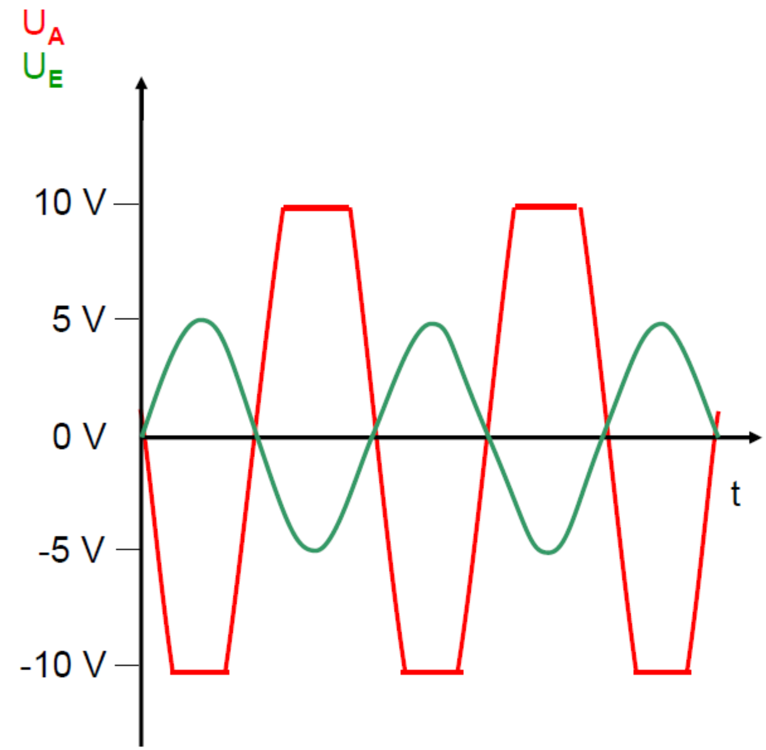
$\boldsymbol{v = -2}$

$$v = -\frac{R_2}{R_1}$$

Invertierender Verstärker – Beispiel

- **Beispiel:** $V_{max} = \pm 10\ \mathrm{V}$





Fall 1: $R_1 = 1\mathrm{k}\Omega$

$R_2 = 2\mathrm{k}\Omega$

$\boldsymbol{v = -2}$

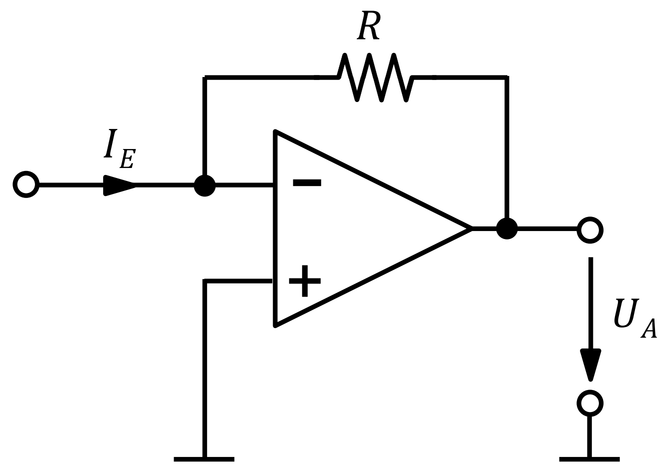
$$v = -\frac{R_2}{R_1}$$

Fall 2: $R_1 = 1\mathrm{k}\Omega$

$R_2 = 3\mathrm{k}\Omega$

$\boldsymbol{v = -3}$ ➡ Verstärker übersteuert!

Strom-Spannungs-Wandler (Transimpedanzverstärker, TIA)



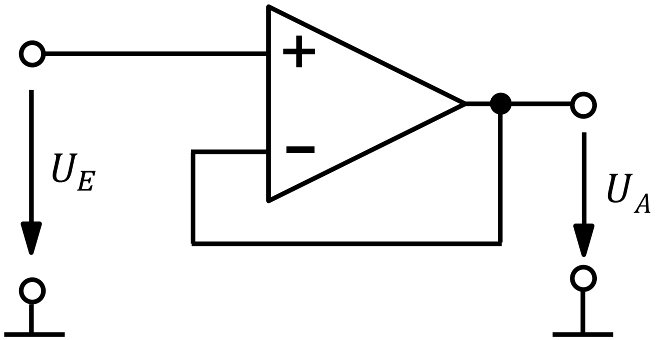
- Eingangsstrom I_E wird in proportionale Spannung U_A umgewandelt.
- Schaltung besitzt niedrigen (differentiellen) Eingangswiderstand und wird häufig zur Verstärkung von Signalen aus Stromquellen (z.B. Photodiode) verwendet
- Mit dem Widerstand R als Proportionalitätsfaktor lässt sich das Verhältnis von I_E zu U_A einstellen:

$$\boxed{U_A = -R \cdot I_E}$$

Spannungsfolger (voltage follower, buffer)

- Sonderfall des nichtinvertierenden Verstärkers bei
  $R_1 = \infty,\ R_2 = 0$

$$U_A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_E = U_E$$



- Eigenschaften der Schaltung:
  - Hoher Eingangswiderstand
  - Niedriger Ausgangswiderstand
  - Kann z.B. verwendet werden, um Spannungen an hochohmigen Quellen (z.B. Referenzelektrode) zu messen

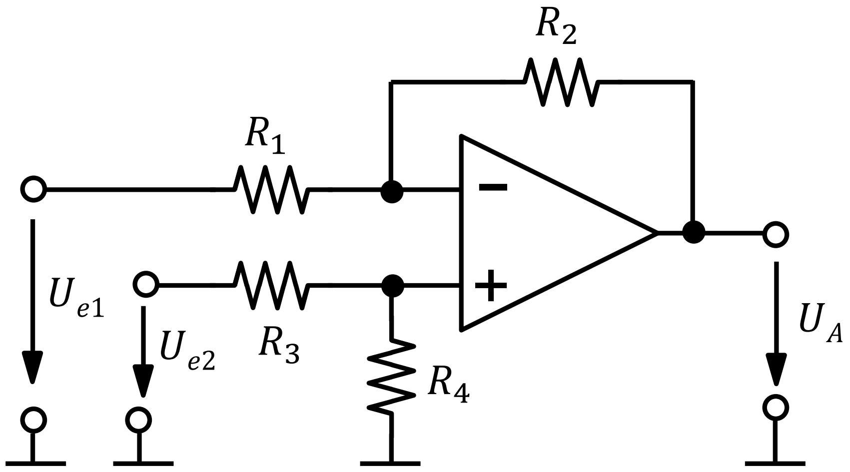
Berechnung mit dem Superpositionsprinzip:

E_1 auf Masse:

$$U_A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U_{e2}$$

E_2 auf Masse:

$$U_A = -U_{e1} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

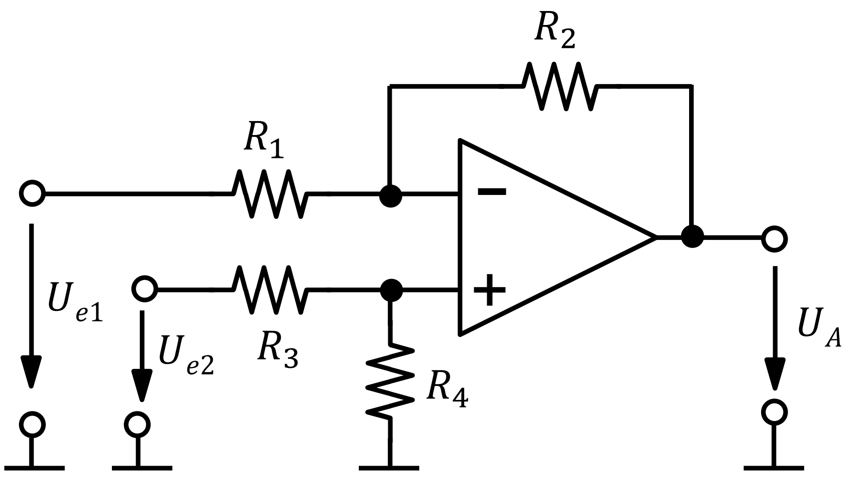


Beide Eingänge verschaltet:

$$U_A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U_{e2} - U_{e1} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Differenzverstärker

$$U_A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U_{e2} - U_{e1} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$



- Für $R_1 = R_3$ und $R_2 = R_4$:

  $$U_A = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_{e2} - U_{e1})$$

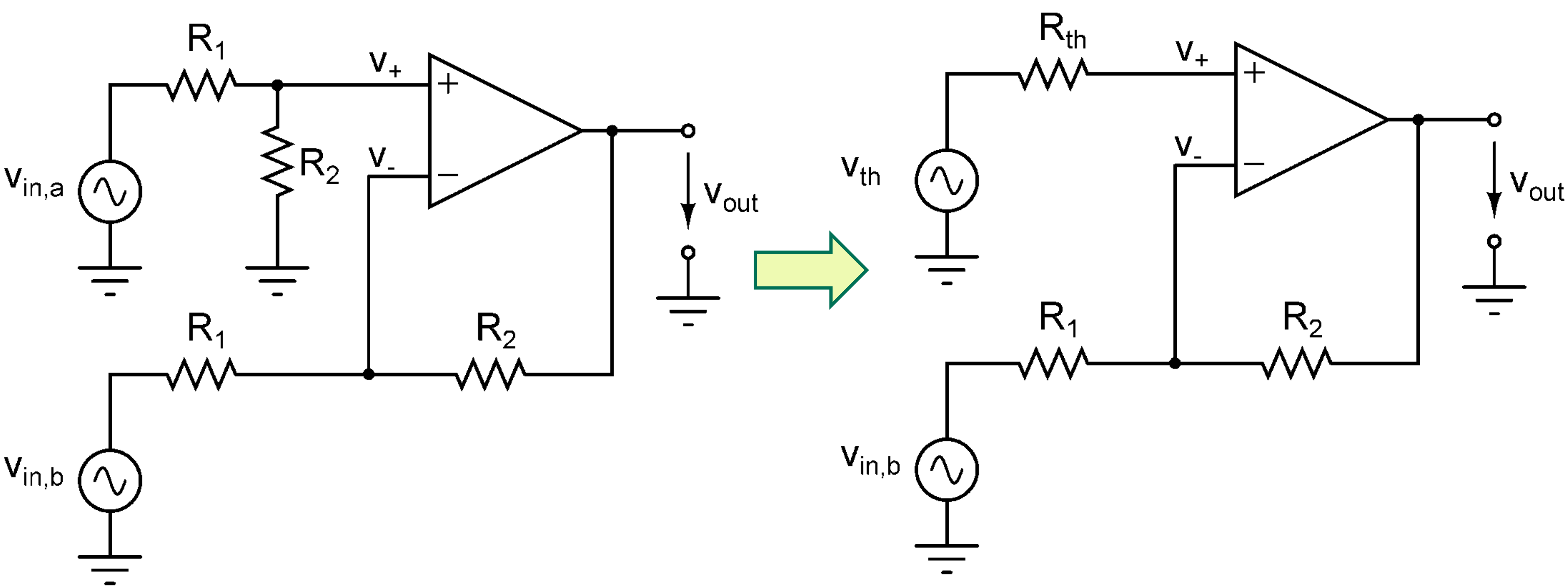
  - Differenz der Eingangssignale wird am Ausgang um R_2/R_1 verstärkt ausgegeben.

- Für $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$:

  $$U_A = U_{e2} - U_{e1}$$

  - Differenz der Eingangssignale wird am Ausgang ohne Verstärkung ausgegeben.

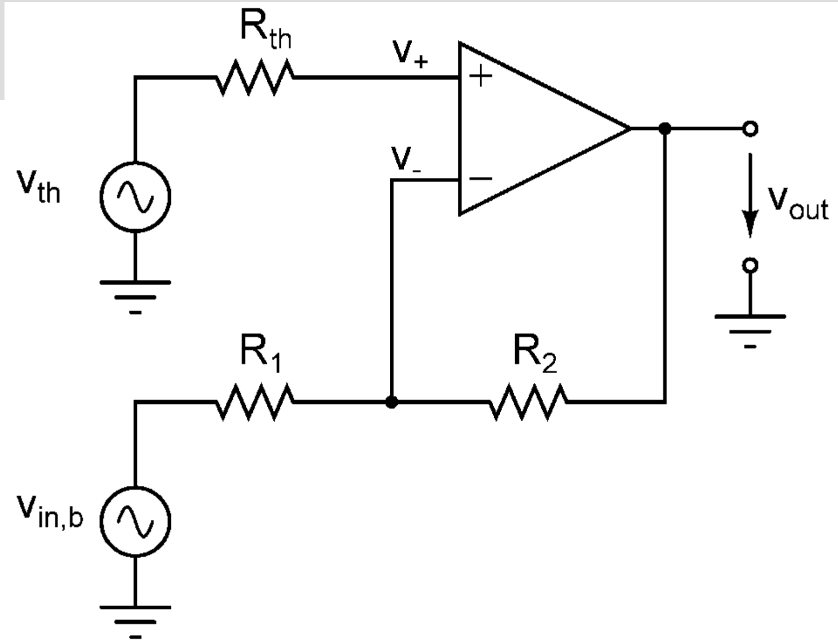
Differenzverstärker



$$v_{th} = v_{\text{in,a}} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{th} = R_1 || R_2$$

Differenzverstärker



- Mit Superposition Kombination der invertierenden und nichtinvertierenden Lösung

$$v_{\text{in},b} = 0 \;\Rightarrow\; v_{\text{out}} = v_{\text{th}}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = v_{\text{in,a}}\frac{R_2}{R_1+R_2}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = v_{\text{in,a}}\frac{R_2}{R_1}$$

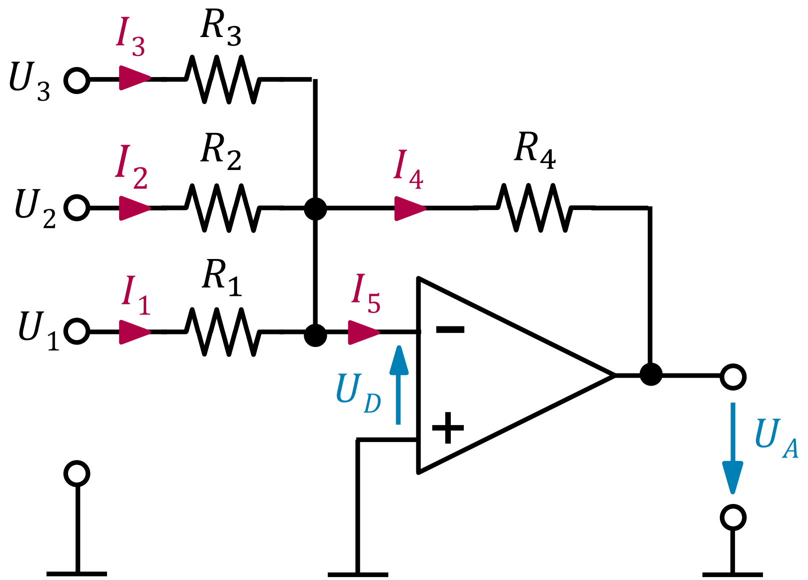
$$v_{\text{in},a} = 0 \;\Rightarrow\; v_{\text{out}} = -v_{\text{in},b}\frac{R_2}{R_1}$$

Superposition $v_{\text{out}} = v_{\text{in},a}\dfrac{R_2}{R_1} - v_{\text{in},b}\dfrac{R_2}{R_1} \Rightarrow$

$$\boxed{v_{\text{out}} = \left(v_{\text{in},a} - v_{\text{in},b}\right)\frac{R_2}{R_1}}$$

Verstärkung der Differenz zweier Signale

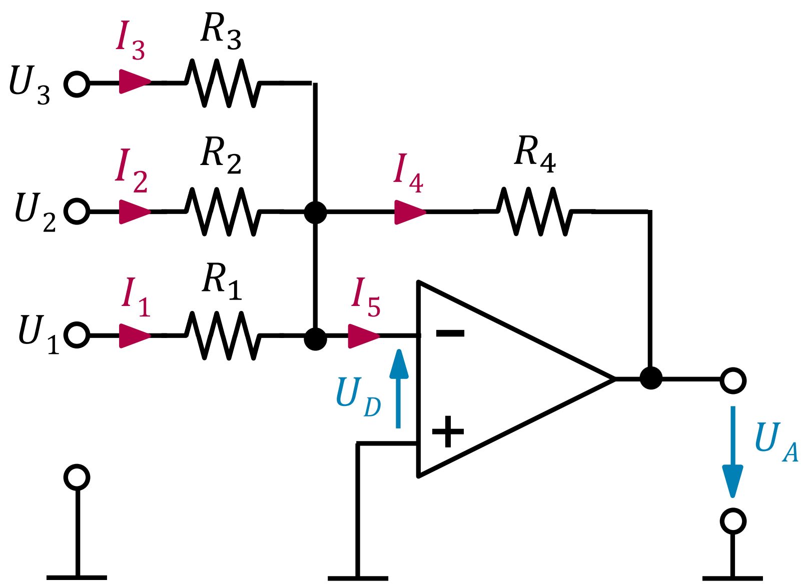
Summenverstärker (Summierer)



- Es gilt $I_5 = 0\text{A}$ und, da der OP gegengekoppelt ist, $U_D = 0\text{V}$.
- Somit folgt: $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$

  und $U_A = -I_4 \cdot R_4 = -R_4 \cdot \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}\right)$
- Falls $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, gilt $U_A = -(U_1 + U_2 + U_3)$.

Summenverstärker (Summierer)



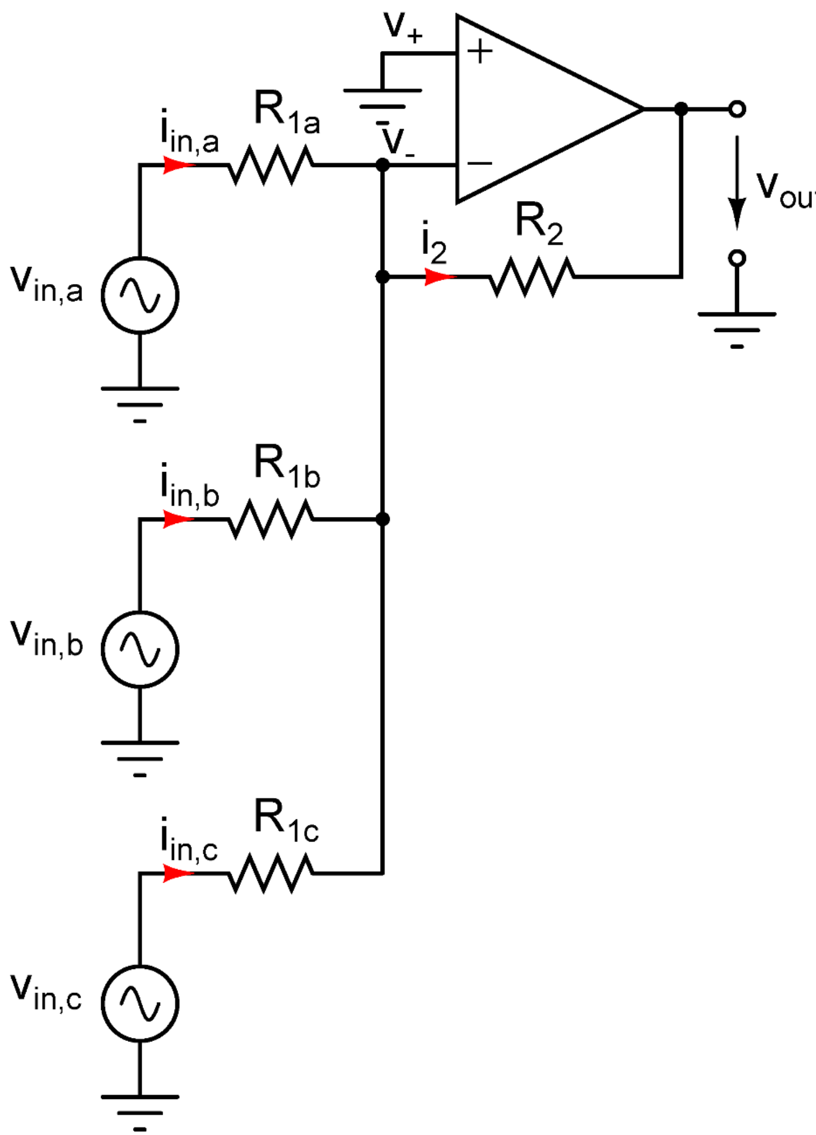
- Das Ausgangssignal ist invertiert.
- Die Schaltung des Summierers beruht auf der Schaltung des invertierenden Verstärkers.
- Beliebig viele Spannungen werden mit einem Vorwiderstand parallel geschaltet.
- Summierung der Spannungen der anliegenden Eingangspannungen und Verstärkung dieser entsprechend der Dimensionierung.

Summenverstärker (Summierer)

$$i_2 = i_{\mathrm{in,a}} + i_{\mathrm{in,b}} + i_{\mathrm{in},c}$$

$$-\frac{v_{\mathrm{out}}}{R_2} = \frac{v_{\mathrm{in,a}}}{R_{1\mathrm{a}}} + \frac{v_{\mathrm{in,b}}}{R_{1\mathrm{b}}} + \frac{v_{\mathrm{in,c}}}{R_{1\mathrm{c}}}$$

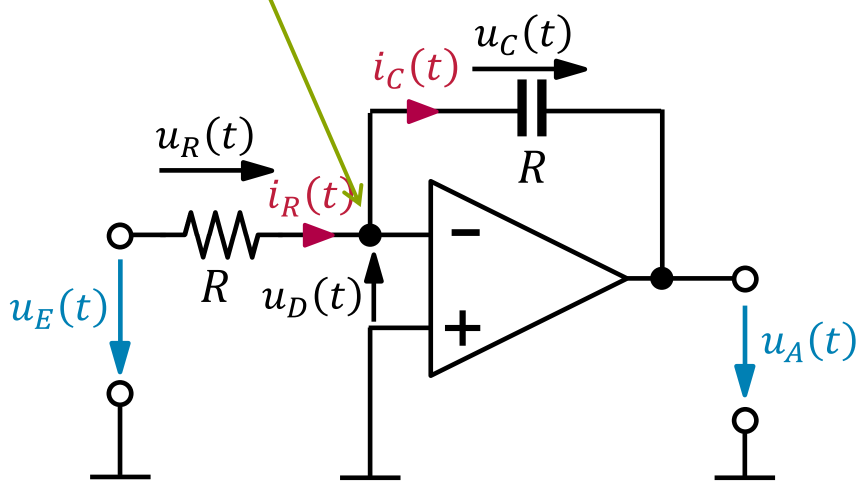
$$\boxed{v_{\mathrm{out}} = -\left(\frac{R_2}{R_{1\mathrm{a}}} v_{\mathrm{in,a}} + \frac{R_2}{R_{1\mathrm{b}}} v_{\mathrm{in,b}} + \frac{R_2}{R_{1\mathrm{c}}} v_{\mathrm{in,c}}\right)}$$



- Output: skalierte Summe der Inputs
- Skalierung steuerbar durch Verhältnis der Widerstände

Integrator

Virtuelle Masse: → $i_R(t) = i_C(t)$ und $u_D(t) = 0$



Anwendungen:
als Teil eines Funktions-generators in der Regelungstechnik (z.B. PID-Regler)

Es gilt: $$u_E(t) = u_R(t) - u_D(t) = u_R(t)$$

$$u_E(t) = i_R(t) \cdot R \Rightarrow i_R(t) = \frac{u_E(t)}{R}$$

$u_E(t)$: Eingangsspannung
$u_A(t)$: Ausgangsspannung

Integrator

- Außerdem gilt mit $u_C(t) + u_A(t) = 0$:

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = -C\frac{du_A(t)}{dt}$$

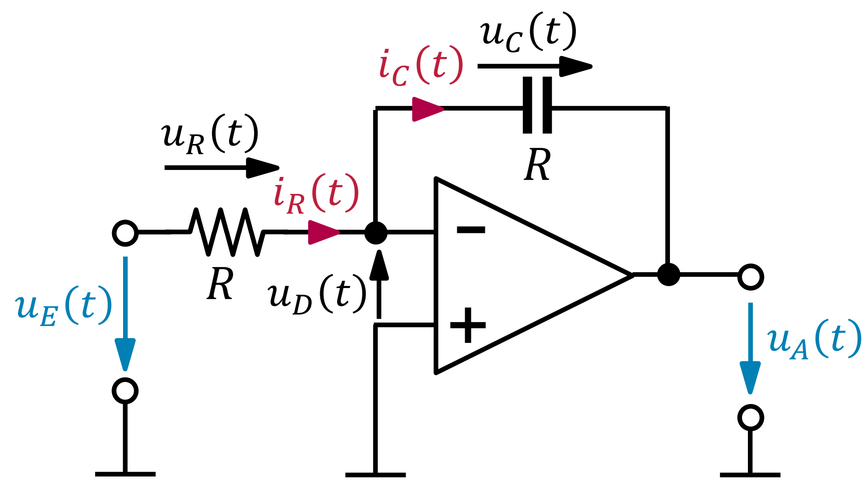
- Somit gilt wegen $i_R(t) = i_C(t)$:

$$-C\frac{du_A(t)}{dt} = \frac{u_E(t)}{R}$$

$$\boxed{u_A(t) = u_A(0) - \frac{1}{R \cdot C}\int_0^t u_E(t')dt'}$$

$\tau = RC$ heißt Zeitkonstante

charakterisiert Integrator

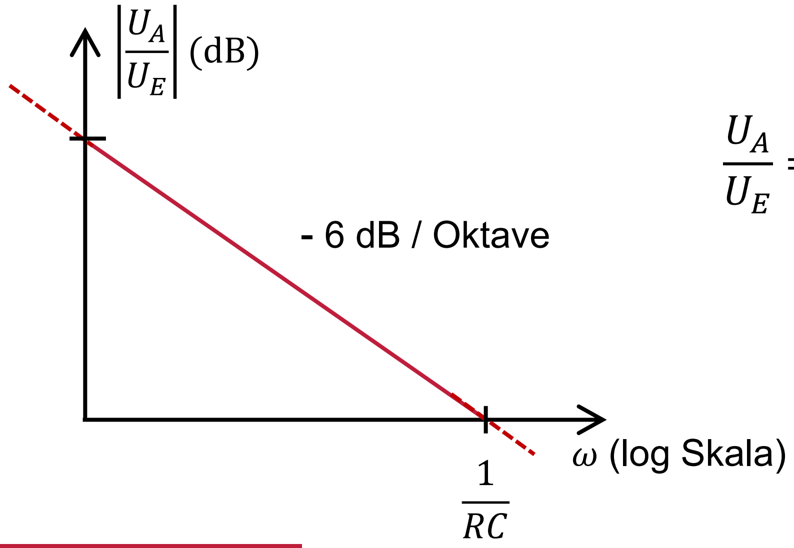


$u_E(t)$: Eingangsspannung

$u_A(t)$: Ausgangsspannung

Integrator

- Frequenzabhängige Gegenkopplung (Kapazität)
- Kapazität: analoger Speicher → Eingangssignal wird über die Zeit aufintegriert
- U_E konstant negativ → U_A steigt linear bis max. zur Betriebsspannung an.
- U_E konstant positiv → U_A sinkt mit zunehmender Zeit. Begrenzung durch Betriebsspannung.
- Bei Gleichspannungsanregung: Kapazität → Leerlauf ⇒ kein negativer Feedback. Auch kleine Gleichspannungskomponente im Inputsignal erzeugt theoretisch ∞ großen Output. (DC-Problem)

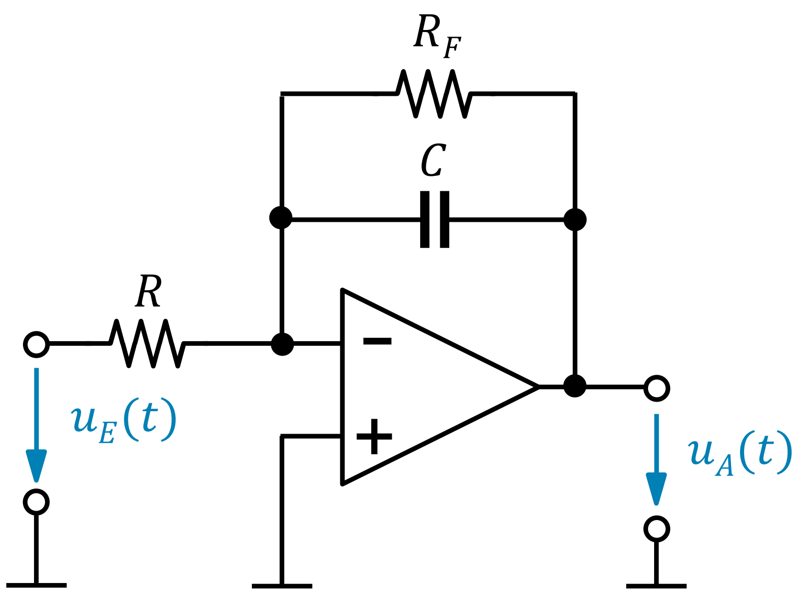


$$\frac{U_A}{U_E} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

(vgl. invertierender Verstärker mit verallgemeinerten Impedanzen)

Miller Integrator

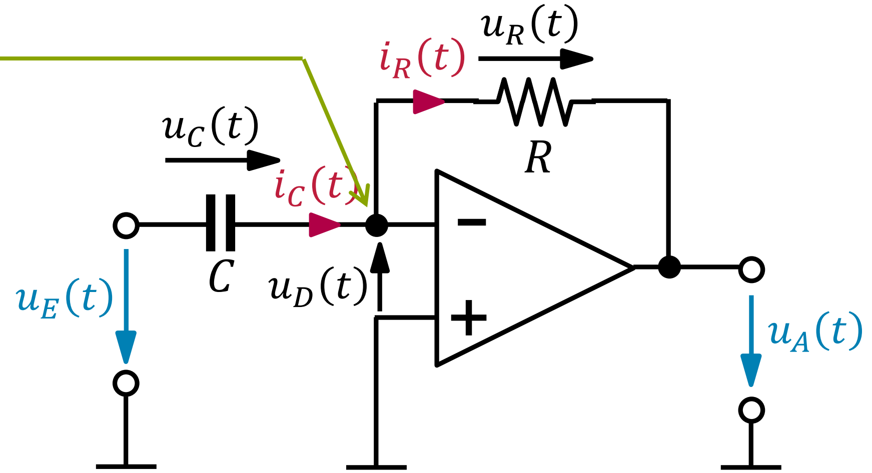
- Vermeidung des DC-Problems:
- Großer Widerstand R_F parallel zur Kapazität C ⇒ negativer Feedback ⇒ endliche Verstärkung bei Gleichspannung



$$\frac{U_A(s)}{U_E(s)} = -\frac{R_F/R}{1 + sCR_F}$$

Differentiator

- Virtuelle Masse: $\rightarrow$ $i_R(t) = i_C(t)$ und $u_D(t) = 0$



- Es gilt:

$$u_E(t) = u_C(t) - u_D(t) = u_C(t)$$

$$u_R(t) + u_A(t) = 0$$

- Somit gilt:

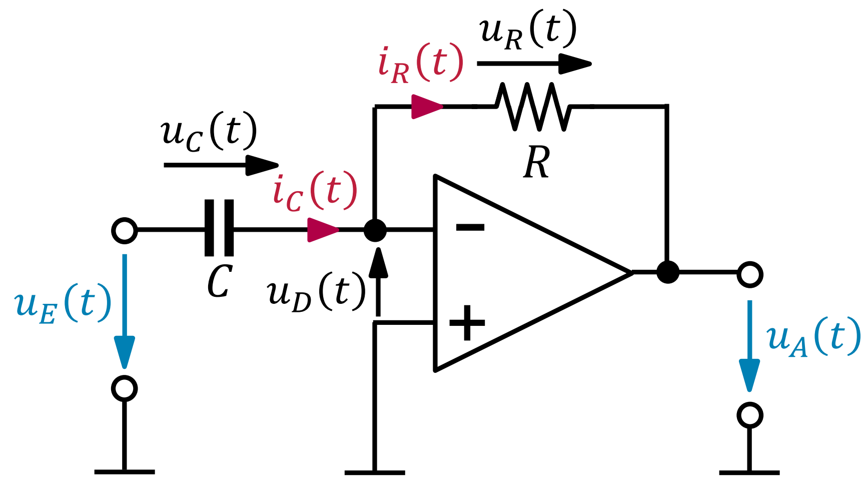
$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot \frac{du_E(t)}{dt}$$

$$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R} = -\frac{u_A(t)}{R}$$

- Mit $i_R(t) = i_C(t)$ folgt:

$$-\frac{u_A(t)}{R} = C \cdot \frac{du_E(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_A(t) = -R \cdot C \cdot \frac{du_E(t)}{dt}}$$

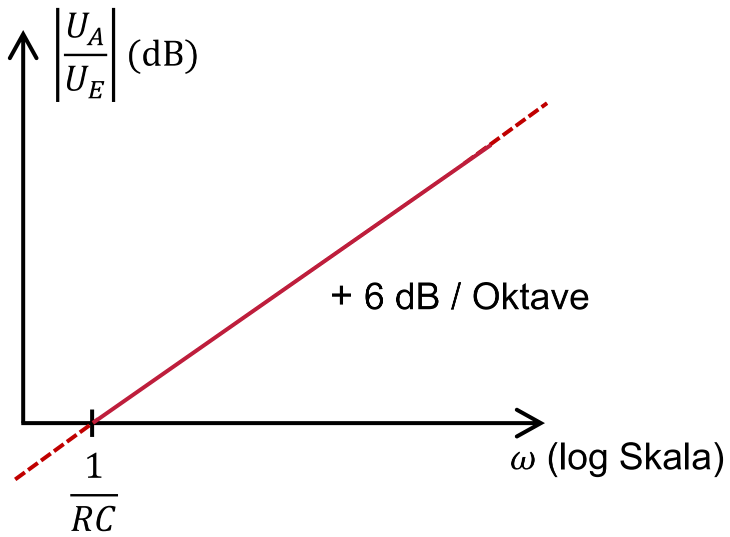
Differentiator



$$i_C(t) = C\frac{du_E(t)}{dt}$$

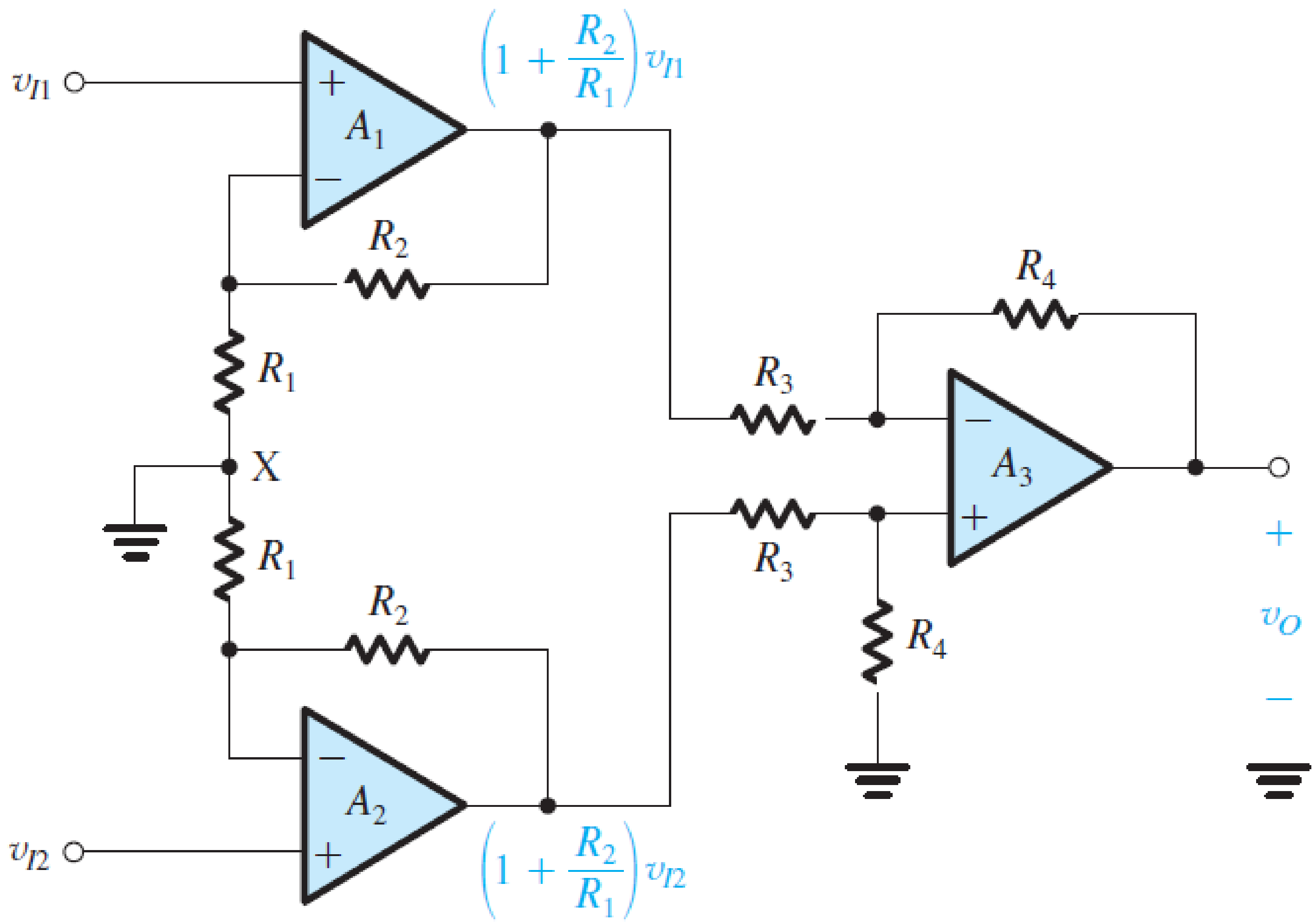
$$u_A(t) = -RC\frac{du_E(t)}{dt}$$

$$\frac{U_A(s)}{U_E(s)} = -sCR$$

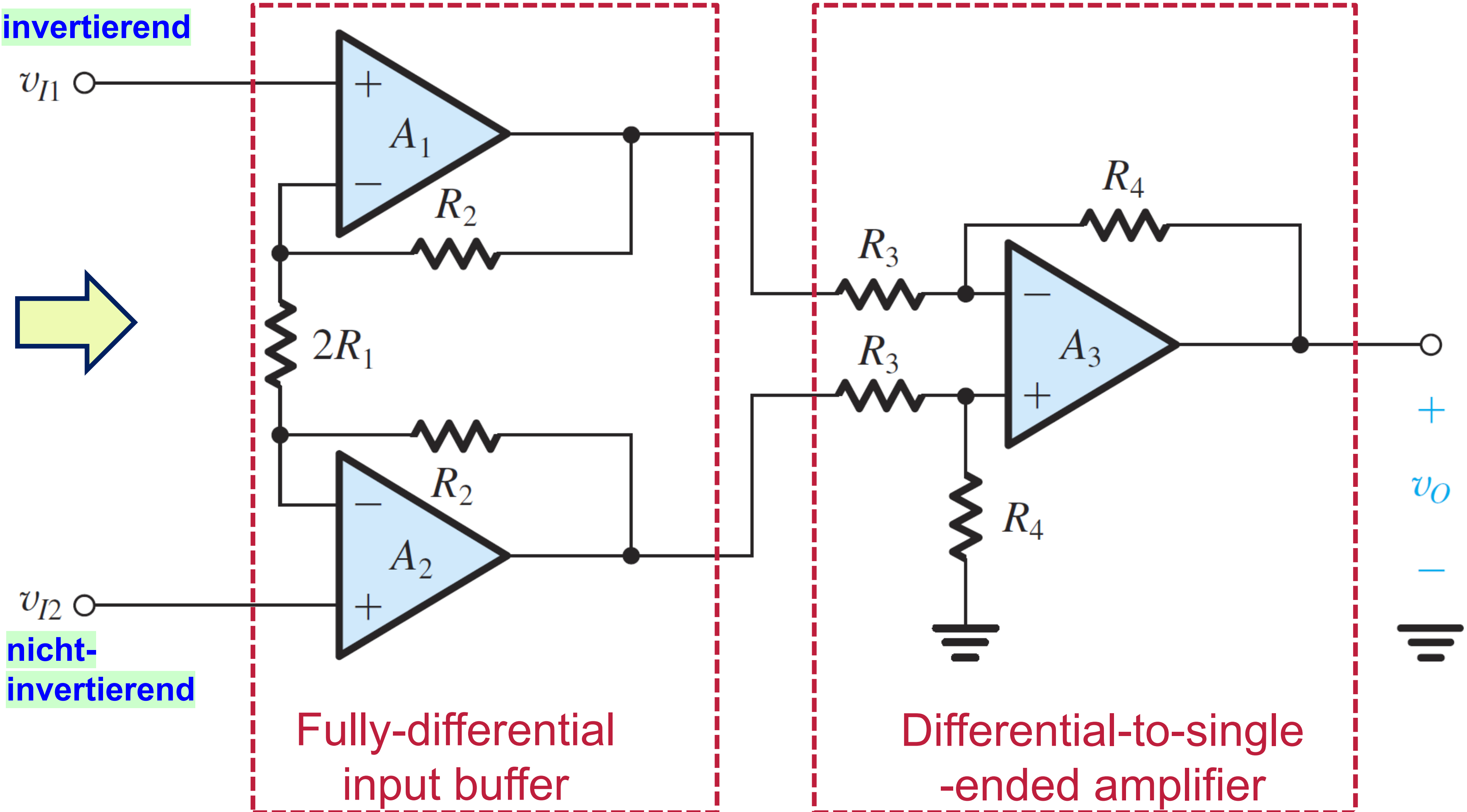


CR: Zeitkonstante des Differentiators

Instrumentenverstärker



Instrumentenverstärker



Instrumentenverstärker

$$v_{O2} - v_{O1} = \left(1 + \frac{2R_2}{2R_1}\right) v_{Id} \qquad v_O = \frac{R_4}{R_3}(v_{O2} - v_{O1})$$

$$\boxed{A_d \equiv \frac{v_O}{v_{Id}} = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$