

Institut für Nachrichtentechnik



# Prüfung

## Digitale Signalverarbeitung

12.03.2020

Name : \_\_\_\_\_

Vorname : \_\_\_\_\_

Matrikelnummer : \_\_\_\_\_

Studiengang : \_\_\_\_\_

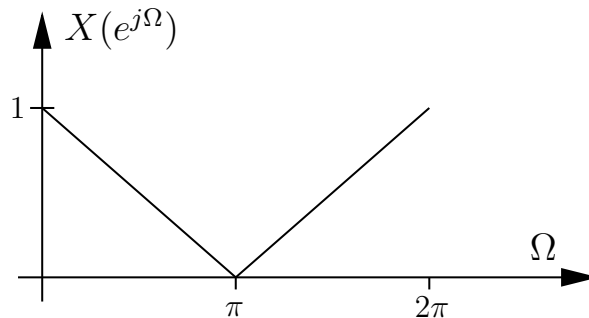
Klausurnummer : \_\_\_\_\_

Aufgabe	Punkte	
Kurzfragen	/10	
1	/9	
2	/9	
3	/11	
4	/11	
$\Sigma$	/50	
Note		

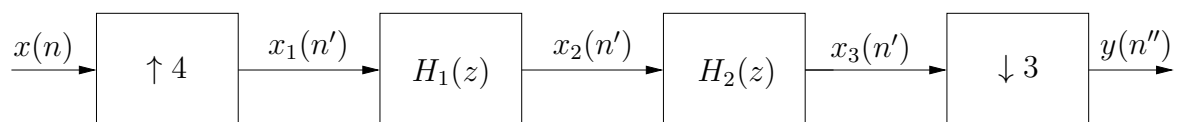
## Aufgabe 1: Abtastratenwandlung

(9 Punkte)

Gegeben sei ein Signal  $x(n)$  mit der reellwertigen Fouriertransformierten  $X(e^{j\Omega})$ , wie nachfolgend skizziert:



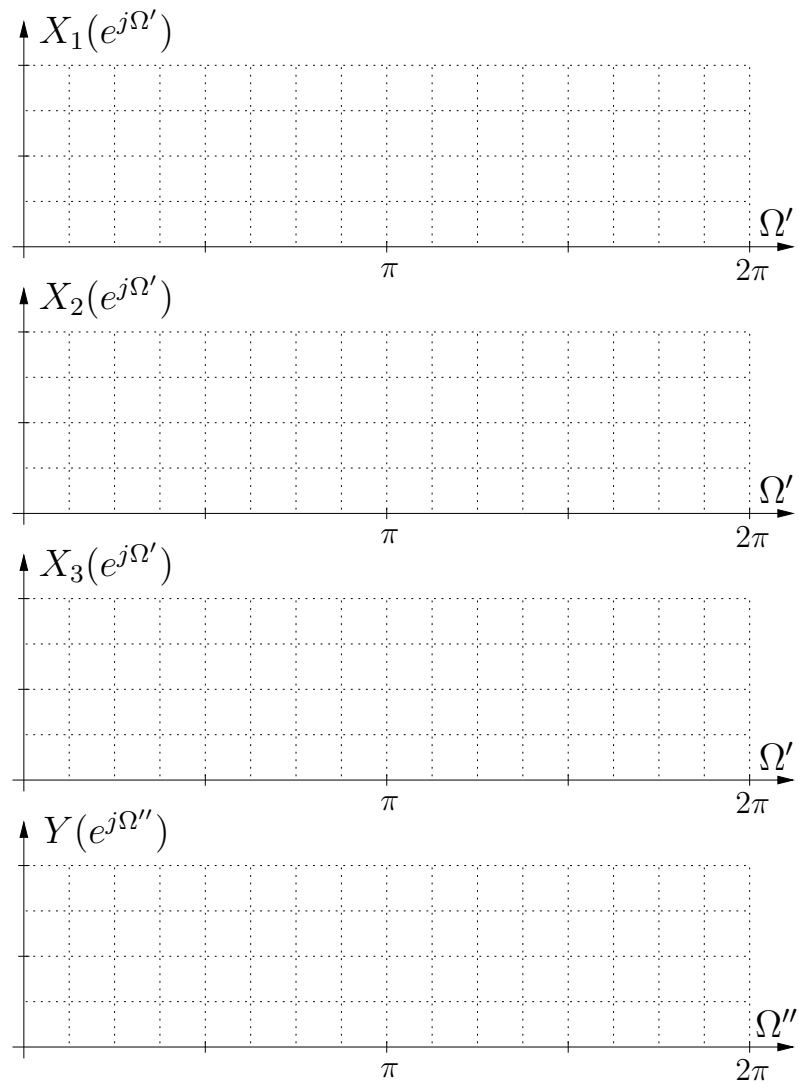
Weiterhin sei folgende Struktur gegeben:



Das Filter mit der Übertragungsfunktion  $H_1(z)$  sei ein idealer Tiefpass mit der normierten Grenzfrequenz  $\Omega'_{g1} = \frac{\pi}{4}$ . Das Filter mit der Übertragungsfunktion  $H_2(z)$  sei ein idealer Tiefpass mit der normierten Grenzfrequenz  $\Omega'_{g2} = \frac{\pi}{3}$ .

- a) Skizzieren Sie die Fouriertransformierten der Signale  $x_1(n')$ ,  $x_2(n')$ ,  $x_3(n')$  und  $y(n'')$  in die auf der nächsten Seite dargestellten vier Diagramme. Ergänzen Sie die Beschriftung der Frequenzachse in geeigneter Weise!

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)



- b) Die Filter mit den Übertragungsfunktionen  $H_1(z)$  und  $H_2(z)$  sollen nun durch ein einziges ideales Tiefpassfilter mit der Übertragungsfunktion  $H_3(z)$  und der normierten Grenzfrequenz  $\Omega'_{g3}$  ersetzt werden. Geben Sie den Wert von  $\Omega'_{g3}$  an.
- c) Das Signal  $x(n)$  habe die Abtastfrequenz  $f_s = 18 \text{ kHz}$ . Geben Sie die Abtastfrequenzen  $f'_s$  sowie  $f''_s$  an.

## Aufgabe 2: Entwurf eines FIR-Filters

(9 Punkte)

Gemäß nachfolgender Spezifikation soll ein FIR-Tiefpassfilter mit der Filterimpulsantwort  $h(n)$  entworfen werden:

$$0.9 < |H(e^{j\Omega})| < 1.1 \quad \text{für} \quad 0 \leq |\Omega| \leq 0.5\pi$$

$$|H(e^{j\Omega})| < 0.075 \quad \text{für} \quad 0.7\pi \leq |\Omega| \leq \pi$$

- a) Geben Sie die Größen  $\delta_p$ ,  $\delta_{st}$ , sowie die Grenzen des Durchlass- bzw. Sperrbereiches  $\Omega_p$ ,  $\Omega_{st}$  an.
- b) Zeichnen Sie das Toleranzschema und tragen Sie alle relevanten Größen und deren Zahlenwerte darin ein. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!
- c) Bestimmen Sie die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: *passband ripple*)  $R_p$  sowie die Sperrdämpfung  $d_{st}$ .
- d) Welche Fenster (Rechteck/Boxcar, Hann, Hamming oder Blackman) kommen bei Verwendung der modifizierten Fourierapproximation grundsätzlich in Frage? Begründen Sie Ihre Aussage!

Im folgenden wird nun die modifizierte Fourierapproximation mit einem Kaiser-Fenster betrachtet. Die Grenzfrequenz des Filters sei gegeben durch  $\Omega_c = \frac{\Omega_{st} + \Omega_p}{2}$ .

- e) Bestimmen Sie die Grenzfrequenz  $\Omega_c$  des Filters.
- f) Bestimmen Sie den Formfaktor  $\beta$  des Kaiser-Fensters.
- g) Geben Sie die minimale Filterordnung  $N_b$  bei Verwendung des Kaiser-Fensters an.

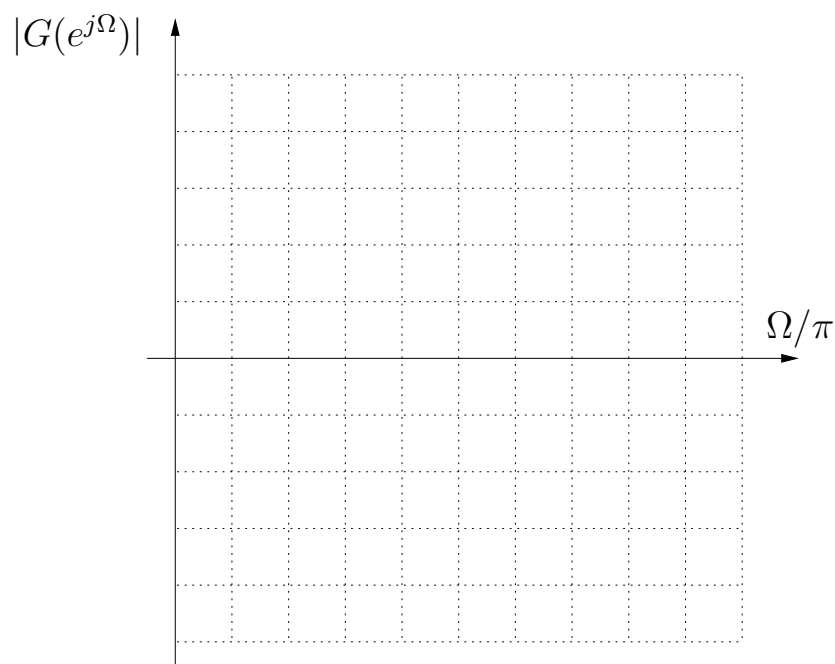
### Aufgabe 3: Analyse eines kausalen LTI-Systems

(11 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System mit der Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{(1 - 0.6z^{-1})(1 - 0.4z^{-1})}{(1 + 0.09z^{-2})(1 + 0.2z^{-1})}$$

- Geben Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems an.
- Skizzieren Sie den Amplitudengang  $|G(e^{j\Omega})|$  im Bereich  $0 \leq \Omega \leq \pi$  in das nachfolgende Diagramm und vervollständigen Sie hierbei die Beschriftung der Frequenzachse.



- Geben Sie die zu dem System gehörende Differenzengleichung an.
- Bestimmen Sie den Betrag des Frequenzgangs  $|G(e^{j\Omega})|$  sowie die Phase  $\phi(\Omega)$  des Systems jeweils für  $\Omega = \pi$ .
- Geben Sie das Konvergenzgebiet des Systems an.

Nun sei  $G(z)$  ein *nicht-kausales* System mit beidseitiger Impulsantwort.

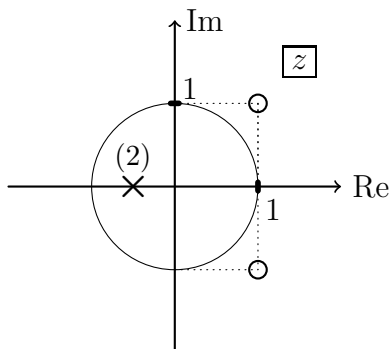
- Geben Sie nun das Konvergenzgebiet des Systems an.

## Aufgabe 4: Pol-Nullstellen-Diagramme

(11 Punkte)

Gegeben seien nachfolgend dargestellte Pol-Nullstellen-Diagramme von kausalen LTI-Systemen. Die Zahlenwerte der Pol- und Nullstellen sind jeweils unter den Diagrammen angegeben.

Diagramm 1

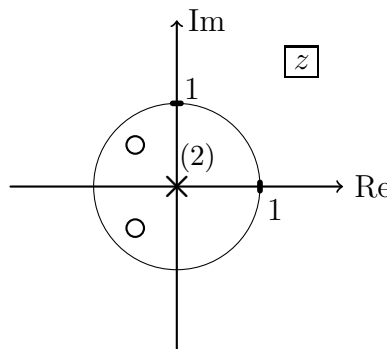


$$z_{0,1} = 1 + j$$

$$z_{0,2} = 1 - j$$

$$z_{\infty,1} = z_{\infty,2} = -0.5$$

Diagramm 2

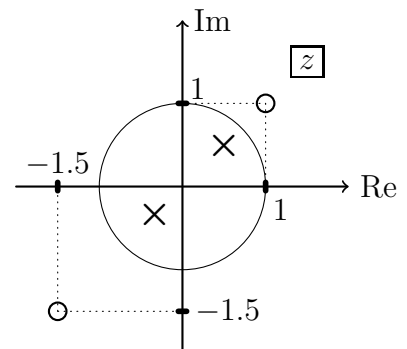


$$z_{0,1} = -0.5 + 0.5j$$

$$z_{0,2} = -0.5 - 0.5j$$

$$z_{\infty,1} = z_{\infty,2} = 0$$

Diagramm 3



$$z_{0,1} = -1.5 - 1.5j$$

$$z_{0,2} = 1 + j$$

$$z_{\infty,1} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3}j$$

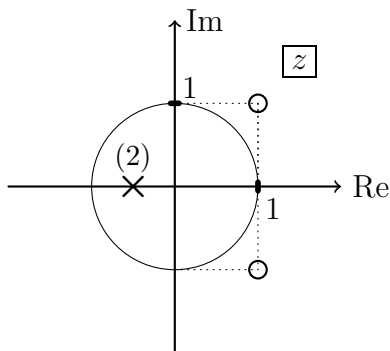
$$z_{\infty,2} = 0.5 + 0.5j$$

- Bestimmen Sie für jedes der Diagramme, ob es sich jeweils um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass oder Bandpass handelt. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung für Ihre Antwort an.
- Bestimmen Sie für jedes der in den Diagrammen dargestellten Systeme, ob dieses minimalphasig ist. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung für Ihre Auswahl an.
- Geben Sie für alle Systeme an, ob diese eine reellwertige oder eine komplexwertige Impulsantwort besitzen. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung an!

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

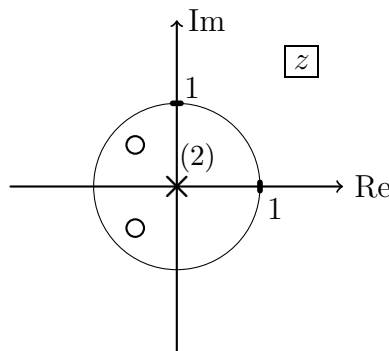
- d) Ergänzen Sie die nachfolgenden Pol-Nullstellen-Diagramme durch Einfügen weiterer Pol- und/oder Nullstellen so, dass alle Systeme eine reellwertige Impulsantwort besitzen und dabei ihre Eigenschaft aus Teilaufgabe a) beibehalten. Die bisherigen Pol- und Nullstellen bleiben alle erhalten. Vermerken Sie unter dem jeweiligen ergänzten Diagramm die Zahlenwerte der *ergänzten* Pol- und Nullstellen! Wenn nichts ergänzt werden muss, geben Sie dies bitte auch an.

Diagramm 1



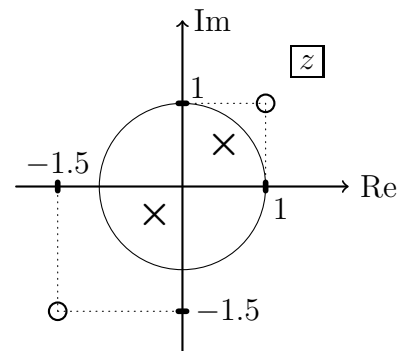
Ergänzte  
Pol- und Nullstellen:

Diagramm 2



Ergänzte  
Pol- und Nullstellen:

Diagramm 3



Ergänzte  
Pol- und Nullstellen: