Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

10.08.2012

Name : ______________________________

Vorname : ______________________________

Matrikelnummer : ______________________________

Studiengang : ______________________________

Klausurnummer : ______________________________

Aufgabe	Punkte	
1	/16	
2	/12,5	
3	/9,5	
4	/12	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Analyse eines LSI-Systems

(16 Punkte)

Gegeben seien drei zeitdiskrete Filter mit den Übertragungsfunktionen $H_1(z)$, $H_2(z)$ und $H_3(z)$, den Impulsantworten $h_1(n)$, $h_2(n)$ und $h_3(n)$, den Eingangssignalen $x_1(n)$, $x_2(n)$ und $x_3(n)$, den Ausgangssignalen $y_1(n)$, $y_2(n)$ und $y_3(n)$, sowie den nachfolgend dargestellten Blockschaltbildern:

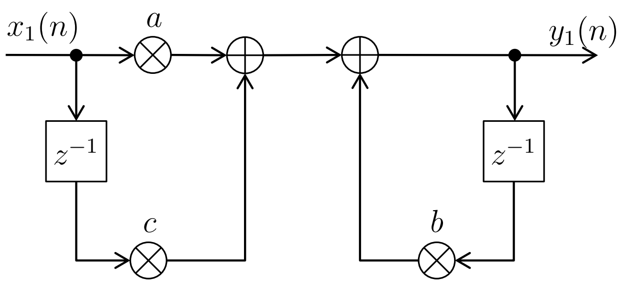


Abbildung 1: Filter $H_1(z)$

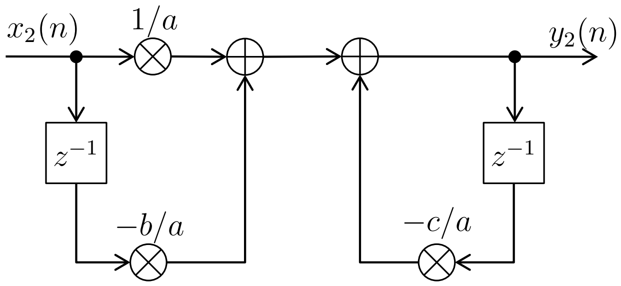


Abbildung 2: Filter $H_2(z)$

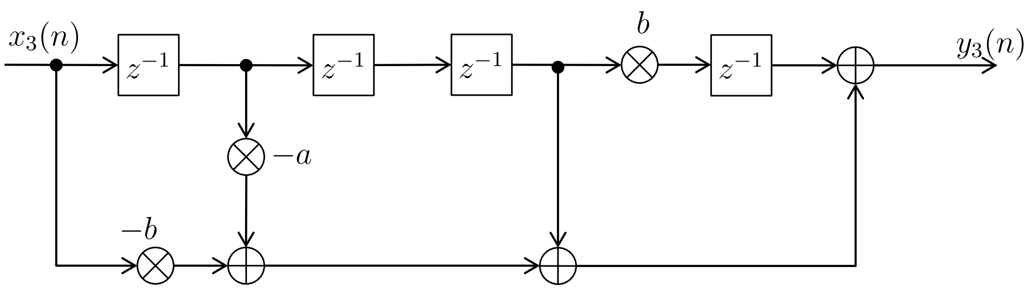


Abbildung 3: Filter $H_3(z)$

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

a) Zunächst sollen die Filter $H_1(z)$ und $H_2(z)$ in Reihe geschaltet werden. Vereinfachen Sie die Reihenschaltung so weit wie möglich und zeichnen Sie das Blockschaltbild des resultierenden Filters.

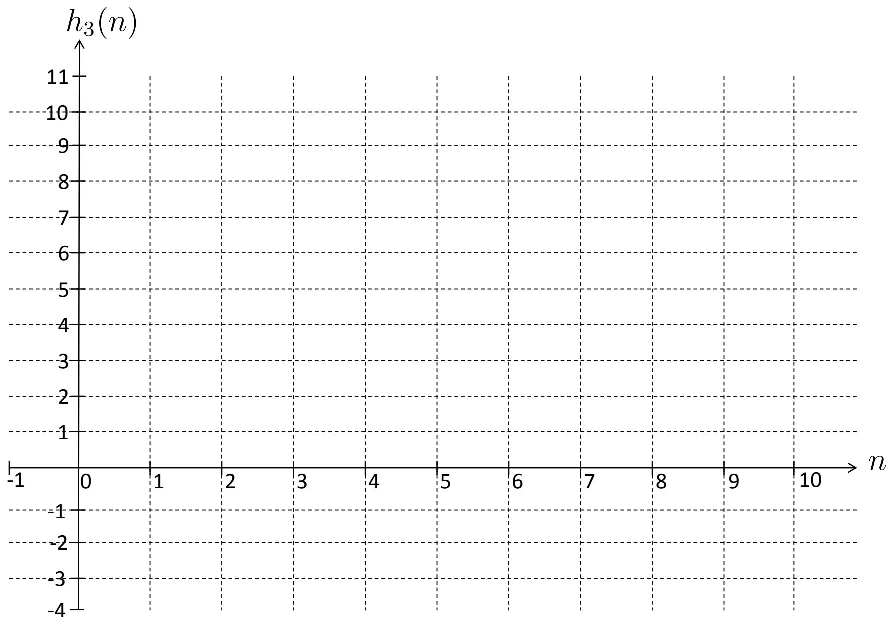
b) Handelt es sich bei dem resultierenden Filter um ein IIR- oder ein FIR–Filter? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild von $H_3(z)$ in der transponierten Direktform II.

d) Handelt es sich um ein IIR- oder ein FIR–Filter? Begründen Sie Ihre Antwort.

Nehmen Sie für die nachfolgenden Aufgaben $a = 1$ und $b = 2$ an.

e) Skizzieren Sie die Impulsantwort $h_3(n)$ des Filters $H_3(z)$ in folgendes Diagramm.



f) Geben Sie die Differenzengleichung für $y_3(n)$ an.

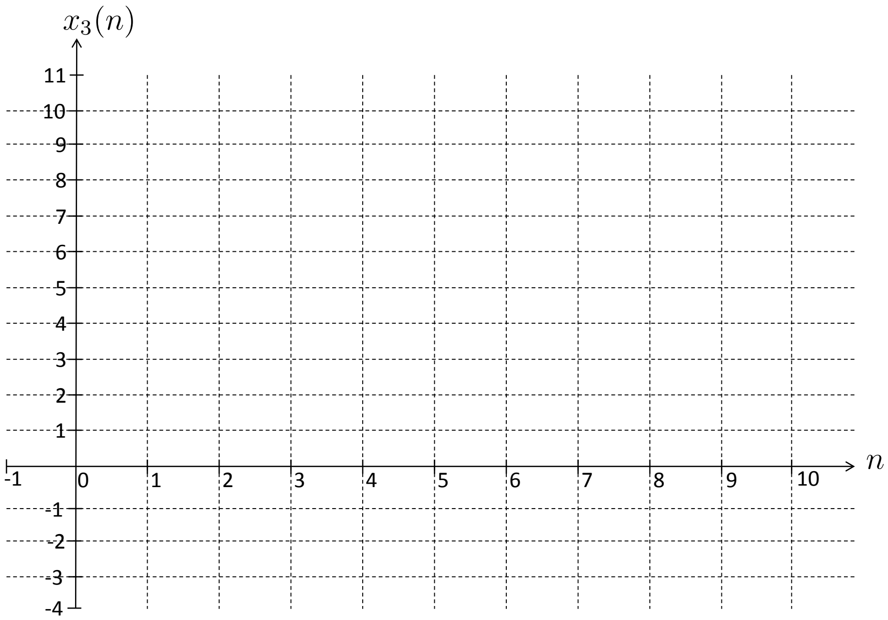
g) Ist das System linearphasig? Wenn ja, welcher Typ?

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

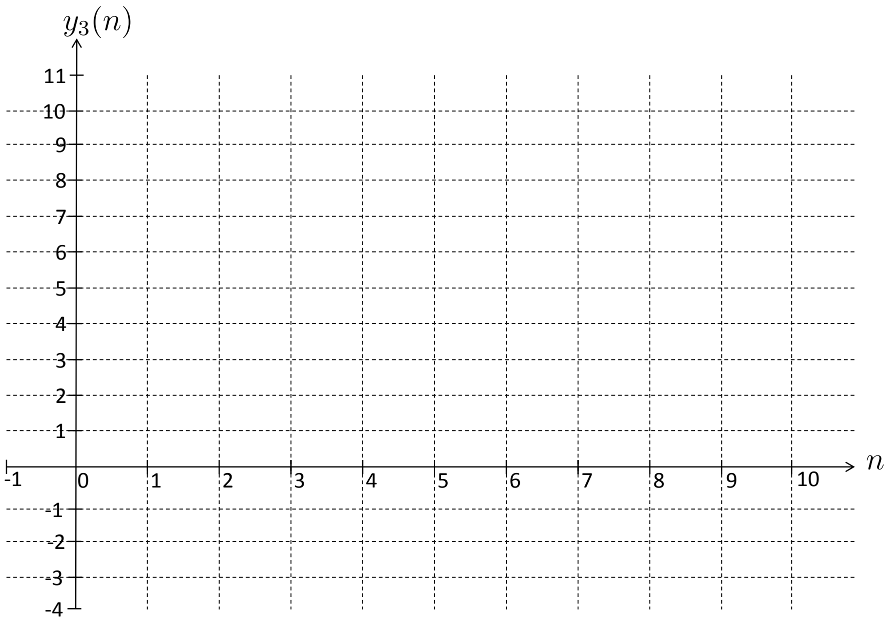
Für die nachfolgenden Aufgaben sei das Eingangssignal $x_3(n)$ gegeben durch:

$$x_3(n) = \epsilon(n) + \delta(n) - 2\epsilon(n-2) + \delta(n-2) - \delta(n-4) + \epsilon(n-5)$$

h) Skizzieren Sie das Signal $x_3(n)$ in folgendes Diagramm.



i) Skizzieren Sie das Ausgangssignal $y_3(n)$ für $n = 0,1,...,10$ in folgendes Diagramm.



j) Die Länge von $h_3(n)$ sei $N_{h_3} = 5$. Geben Sie die minimale DFT-Länge K für eine schnelle Faltung von $x_3(n)$ und $h_3(n)$ mittels Overlap–Add an, so dass sich dasselbe $y_3(n)$ ergibt wie unter j).

Aufgabe 2: Filterentwurf eines zeitdiskreten FIR-Filters

(12,5 Punkte)

Es soll ein zeitdiskretes FIR-Tiefpassfilter mit der Filterimpulsantwort $h(n)$ gemäß der folgenden Spezifikation entworfen werden (beachten Sie, dass gilt: $\Omega_\mathrm{p} < \Omega_\mathrm{c}$):

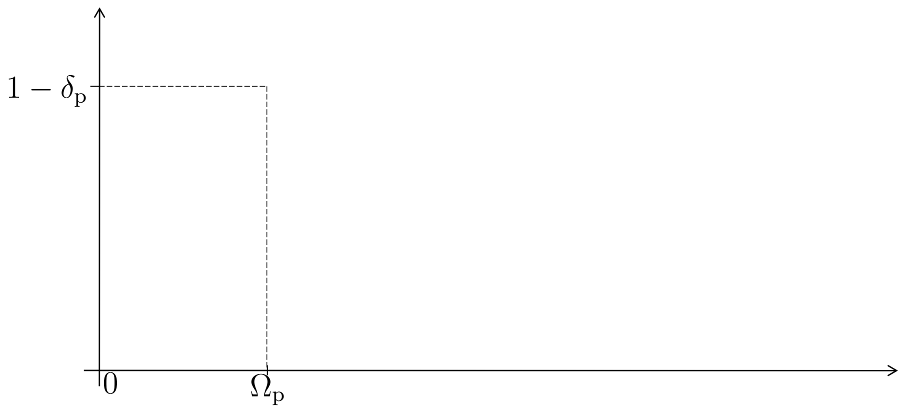
$$0{,}93 < |H(e^{j\Omega})| < 1{,}07 \qquad \text{für} \quad 0 \le |\Omega| \le 0{,}45\pi$$

$$|H(e^{j\Omega})| < 0{,}002 \qquad \text{für} \quad 0{,}75\pi \le |\Omega| \le \pi$$

$$f_\mathrm{s} = \frac{1}{T} = 8\,\mathrm{kHz}$$

a) Bestimmen Sie die Größen $\delta_\mathrm{p}, \delta_\mathrm{st}$, die Grenzen des Durchlass- bzw. Sperrbereichs $\Omega_\mathrm{p}, \Omega_\mathrm{st}$ sowie die Breite des Übergangsbereichs $\Delta\Omega$.

b) Vervollständigen Sie das folgende Toleranzschema im zeitdiskreten Bereich und tragen Sie darin alle relevanten Größen mit dazugehörenden Zahlenwerten ein. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!



c) Bestimmen Sie die Welligkeit im Durchlassbereich R_p (englisch: *passband ripple*) des zeitdiskreten Tiefpassfilters in dB sowie dessen Sperrdämpfung d_st in dB.

Im Folgenden wird der Filterentwurf nach Fourier-Approximation mit einem idealen Tiefpass mit der Impulsantwortlänge $N = 70$ betrachtet.

d) Nennen Sie den Typ (I, II, III oder IV) des daraus entstehenden linearphasigen FIR-Filters. Geben Sie eine kurze Begründung an!

e) Ist somit die Spezifikation mittels der Fourier-Approximation einzuhalten? Begründen Sie jeweils separat für den Durchlass- und Sperrbereich! (*Tipp:* Schätzen Sie das Maß des Überschwingens im Durchlassbereich ab. Wie lautet das zugrundeliegende Phänomen?)

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)

Betrachten Sie im folgenden die modifizierte Fourier-Approximation mit dem Blackman-Fenster. Die Impulsantwortlänge des Filters soll nach wie vor $N = 70$ betragen, um die algorithmische Verzögerung niedrig zu halten.

f) Schätzen Sie nun die für die modifizierte Fourier-Approximation erforderliche Dämpfung der Fensterfunktion im Durchlassbereich und die Filterdämpfung für den Sperrbereich erneut ab. Kann die Spezifikation diesbezüglich nun eingehalten werden? Begründen Sie Ihre Antwort jeweils separat für den Durchlass- und Sperrbereich!

Nun soll ein vergleichbares Verhalten mittels der modifizierten Fourier-Approximation mit dem Kaiser-Fenster erreicht werden. Es gilt noch immer $N = 70$.

g) Bestimmen Sie den minimalen Fehler d für den Durchlass-/Sperrbereich in dB.

h) Bestimmen Sie die Breite des entstehenden Übergangsbereichs $\Delta\Omega_{\text{Kaiser}}$ und vergleichen sie mit dem Wert $\Delta\Omega$ aus Aufgabenteil a).

i) Wie muss der Faktor β des äquivalenten Kaiser-Fensters bei der gegebenen Filterordnung gewählt werden?

Aufgabe 3: Pol–Nullstellen–Diagramme und Analyse eines LTI–Systems

(9,5 Punkte)

Gegeben seien die Pol–Nullstellen–Diagramme von kausalen LTI-Systemen auf Seite 8.

a) Bestimmen Sie für jedes der Diagramme, ob es sich um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass, Bandpass oder eine Bandsperre handelt.

b) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese eine reellwertige oder eine komplexwertige Impulsantwort besitzen. Geben Sie eine kurze Begründung mit an.

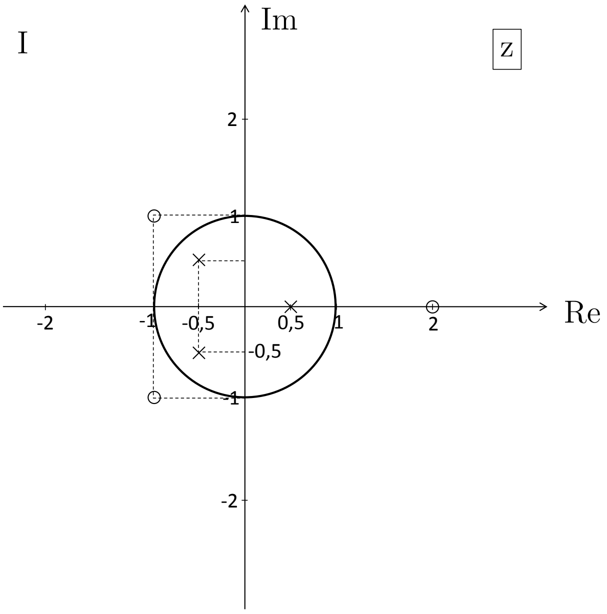
c) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese stabil sind. Geben Sie eine kurze Begründung mit an.

d) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese invertierbar sind. Geben Sie eine kurze Begründung mit an.

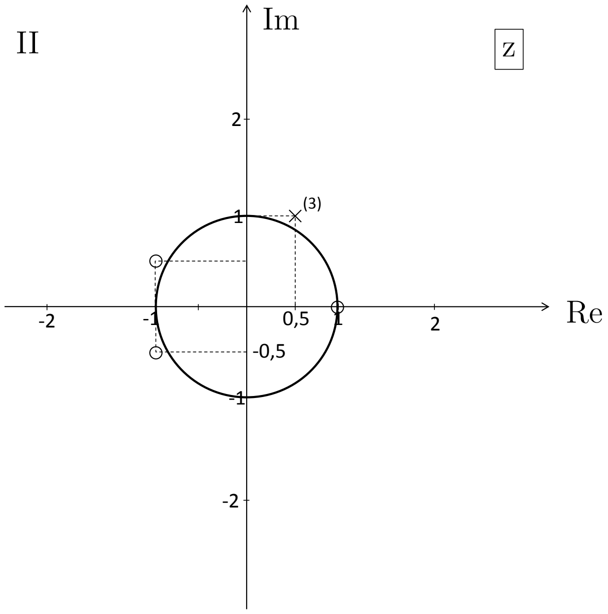
e) Geben Sie für System I an, wie viele verschiedene nicht–kausale Impulsantworten daraus abgeleitet werden könnten.

f) Geben Sie für System IV die Übertragungsfunktion $H(z)$ an.

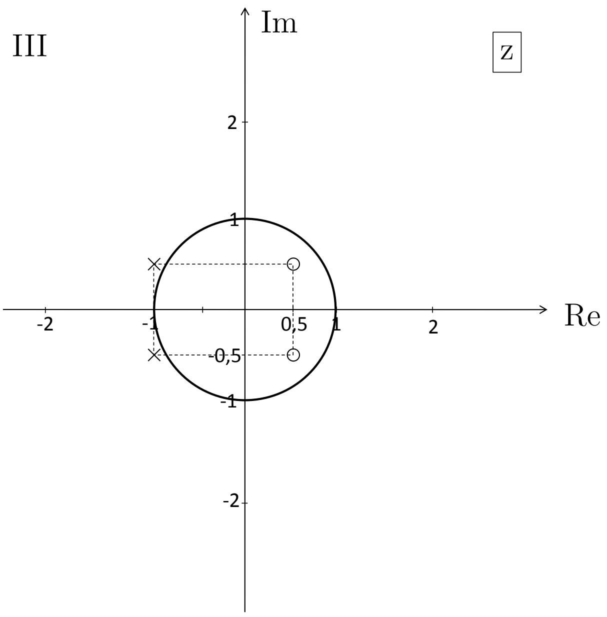
g) Zerlegen Sie das System IV in einen Allpass $H_{\mathrm{AP}}(z)$ und ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$, so dass gilt $H(z) = H_{\mathrm{AP}}(z) \cdot H_{\min}(z)$. Für den Allpass soll gelten $|H_{\mathrm{AP}}(z = e^{j\Omega})| = 3$.



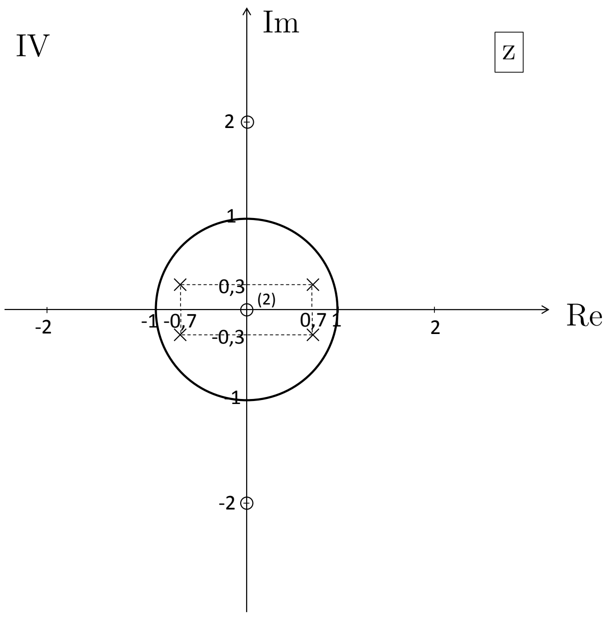
$$z_{0,1} = 2$$
$$z_{0,2} = -1 + j$$
$$z_{0,3} = -1 - j$$
$$z_{\infty,1} = 0{,}5$$
$$z_{\infty,2} = -0{,}5 + 0{,}5j$$
$$z_{\infty,3} = -0{,}5 - 0{,}5j$$



$$z_{0,1} = -1 + 0{,}5j$$
$$z_{0,2} = -1 - 0{,}5j$$
$$z_{0,3} = 1$$
$$z_{\infty,1} = z_{\infty,2} = z_{\infty,3} = 0{,}5 + j$$



$$z_{0,1} = 0{,}5 + 0{,}5j$$
$$z_{0,2} = 0{,}5 - 0{,}5j$$
$$z_{\infty,2} = -1 + 0{,}5j$$
$$z_{\infty,2} = -1 - 0{,}5j$$

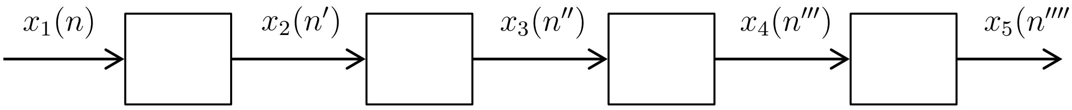


$$z_{0,1} = 2j$$
$$z_{0,2} = -2j$$
$$z_{0,3} = z_{0,4} = 0$$
$$z_{\infty,1} = 0{,}7 + 0{,}3j$$
$$z_{\infty,2} = 0{,}7 - 0{,}3j$$
$$z_{\infty,3} = -0{,}7 + 0{,}3j$$
$$z_{\infty,4} = -0{,}7 - 0{,}3j$$

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung eines Audiosignals

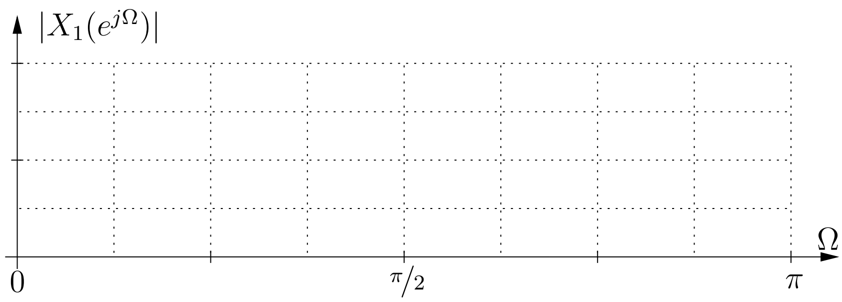
(12 Punkte)

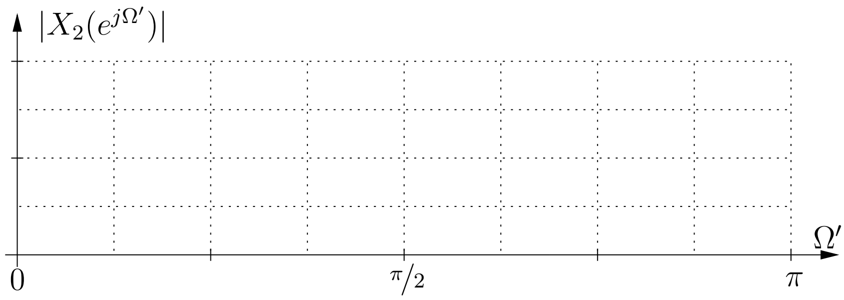
Das Audiosignal $x_1(n)$ einer DVD-Audio (DVD-A) mit der Abtastrate $f_\mathrm{s} = 48\,\mathrm{kHz}$ soll mittels Abtastratenwandlung als Signal $x_5(n'''')$ für die Archivierung mit der Abtastrate $f_\mathrm{s}'''' = 36\,\mathrm{kHz}$ gespeichert werden.
Das Spektrum $X_1(e^{j\Omega})$ des Signals $x_1(n)$ kann dabei als ideales Bandpassspektrum mit den Grenzfrequenzen $\Omega_{\mathrm{c},1}^{\mathrm{BP}} = 0{,}15\pi$ und $\Omega_{\mathrm{c},2}^{\mathrm{BP}} = 0{,}75\pi$ beschrieben werden. Es gilt $\Omega = 2\pi\frac{f}{f_\mathrm{s}}$.



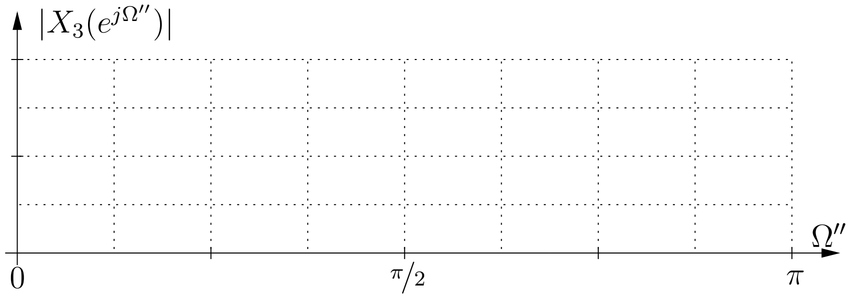
a) Vervollständigen Sie das oben stehende Blockschaltbild zur Abtastratenwandlung und vereinfachen Sie dabei so weit wie möglich. Nicht verwendete Blöcke können gestrichen werden! Bei der Verwendung von Tiefpassfiltern $H_\mathrm{i}(e^{j\Omega})$ geben Sie die optimale normierte Grenzfrequenz $\Omega_{\mathrm{c},i}$ $(i = 1{,}2,\ldots)$ an (Achten Sie auf eventuell notwendige gestrichene Bezeichner!). Gehen Sie hierbei von idealen Tiefpassfiltern aus!

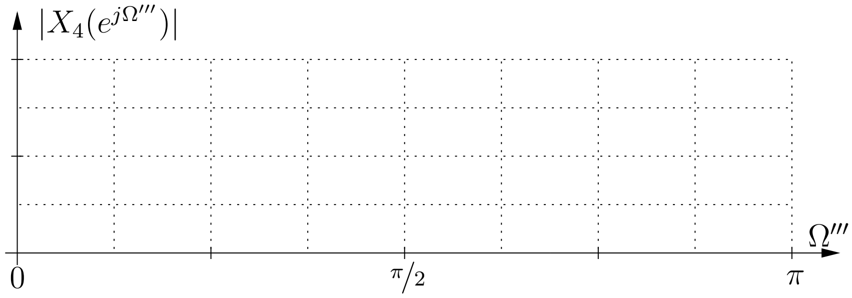
b) Zeichen Sie die Amplitudenspektren $|X_1(e^{j\Omega})|$, $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega''})|$, $|X_4(e^{j\Omega'''})|$ sowie $|X_5(e^{j\Omega''''})|$ für den Frequenzbereich von 0 bis π in die nachfolgenden Diagramme ein. Ergänzen Sie die Beschriftung der beiden Achsen in geeigneter Weise!

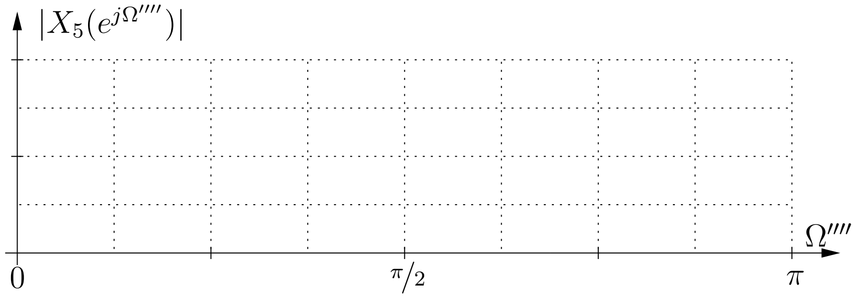




(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)







Zur effizienteren Berechnung der Abtastratenwandlung betrachten Sie nun das System in der kausalen Polyphasendarstellung <u>ohne</u> Verwendung von Kommutatoren.

c) Geben Sie die Anzahl der benötigten Verzögerungsglieder, Expander, Dezimatoren und Addierer an.

d) Wie kann bei Verwendung der Polyphasendarstellung die Effizienz weiter gesteigert werden? Bei welcher Rate (Operationen pro Sekunde) werden die Polyphasenkomponenten $R_{ij}(z)$ dann jeweils betrieben?