



Institut für Nachrichtentechnik



Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

18.09.2014

Name : _____

Vorname : _____

Matrikelnummer : _____

Studiengang : _____

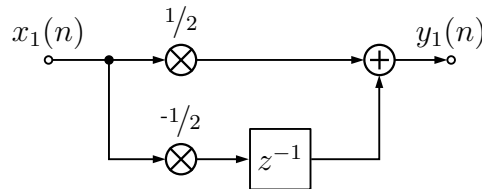
Klausurnummer : _____

Aufgabe	Punkte	
1	/14	
2	/12	
3	/11	
4	/13	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Analyse eines LTI-Systems

(14 Punkte)

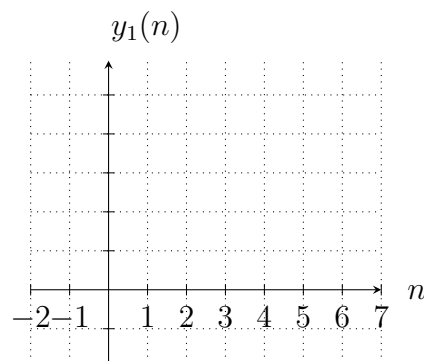
Gegeben sei das System $H_1(z)$ mit dem Eingangssignal $x_1(n]$ und dem Ausgangssignal $y_1(n]$, gemäß dem nachfolgend dargestellten Blockschaltbild:



Das Eingangssignal $x_1(n]$ des Systems $H_1(z)$ sei

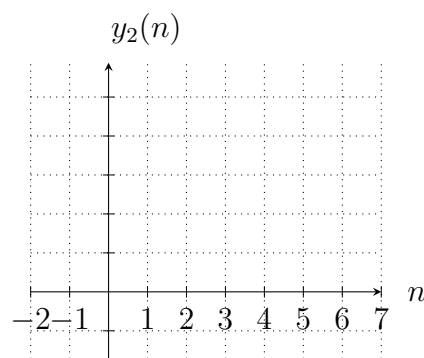
$$x_1(n] = \begin{cases} 2 & \text{für } n \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie das Ausgangssignal $y_1(n]$ und skizzieren es in folgendes Diagramm:

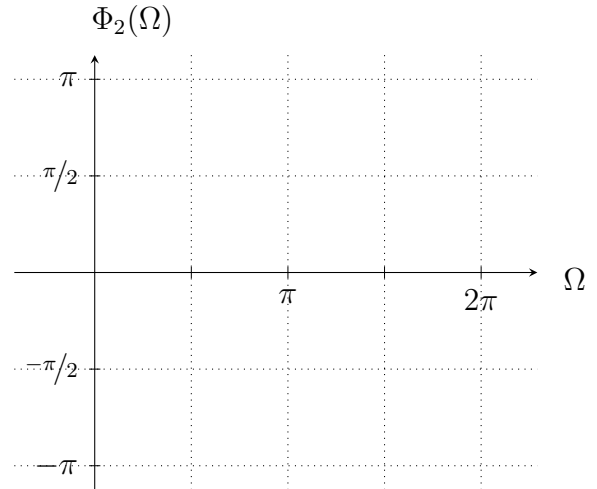
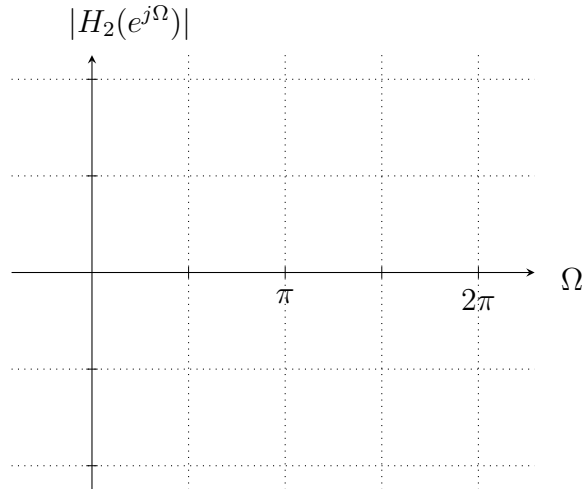


Zusätzlich gegeben sei nun das System $H_2(e^{j\Omega}) = \frac{1}{16}(1 + e^{-j\Omega})^4$, mit Eingangssignal $x_2(n]$ und Ausgangssignal $y_2(n]$.

- b) Geben Sie eine mögliche z-Transformierte $H_2(z)$ des Systems an, sowie die dazugehörige Differenzengleichung.
- c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems $H_2(z)$ in Direktform II.
- d) $H_1(z)$ und $H_2(z)$ werden nun in Reihe geschaltet, so dass gilt: $x_2(n] = y_1(n]$. Bestimmen Sie $y_2(n]$ unter Verwendung des Ergebnisses aus Unterpunkt a) und skizzieren Sie es in folgendes Diagramm:



- e) Handelt es sich bei dem Gesamtsystem um ein FIR- oder IIR-Filter? Wenn FIR, nennen Sie den Typ. Wenn IIR, nennen Sie die Filterordnung. Begründen Sie Ihre Antwort!
- f) Bestimmen Sie den Amplitudengang $|H_2(e^{j\Omega})|$ und Phasengang $\Phi_2(\Omega)$ von $H_2(e^{j\Omega})$ und skizzieren Sie diese in die nachfolgenden Diagramme.



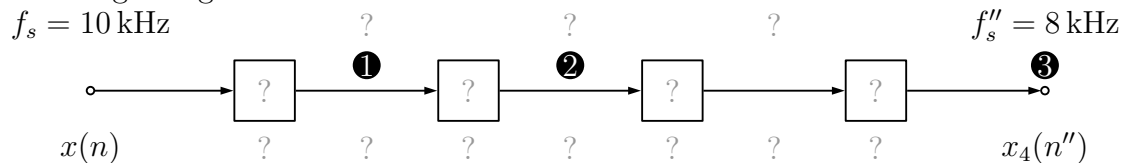
- g) Handelt es sich bei dem System $H_2(e^{j\Omega})$ um einen Hochpass, Tiefpass, Bandpass oder eine Bandsperre? Ist das System linearphasig? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

Aufgabe 2: Abtastratenwandlung

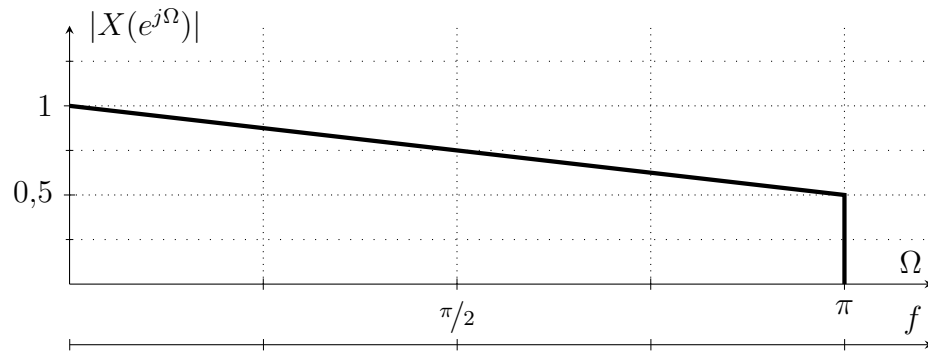
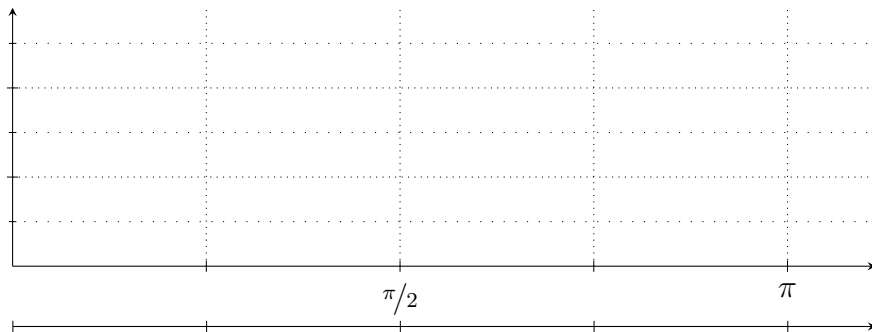
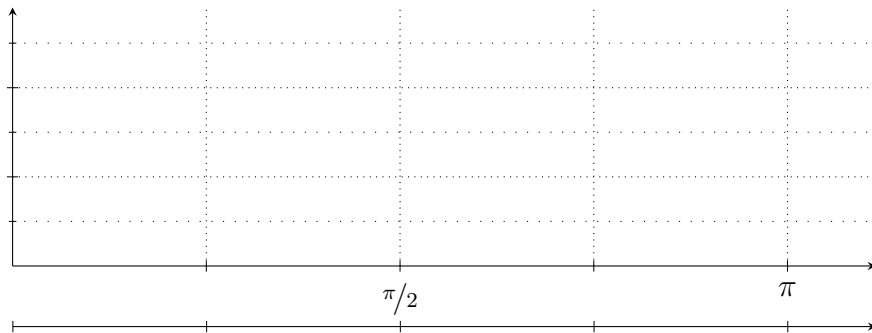
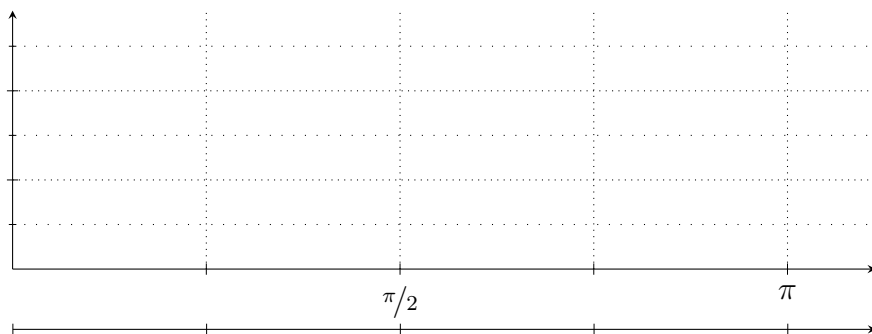
(12 Punkte)

Sie erhalten Sprachdaten einer Telefoniedatenbank. Sie enthält Aufnahmen mit der Abtastrate $f_s = 10 \text{ kHz}$. Da Sie jedoch die Aufnahmen in Ihrem Spracherkenner nutzen möchten, der mit der Abtastrate $f_s'' = 8 \text{ kHz}$ arbeitet, müssen Sie eine entsprechende Abtastratenwandlung vornehmen.

- a) Bestimmen Sie das benötigte, teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = p/q$.
- b) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate!



- c) Wie kann das obige Blockschaltbild vereinfacht werden?
- d) Vervollständigen Sie die Diagramme auf der nächsten Seite mit den entsprechenden Amplitudengängen der Signale an den Stellen ①, ② und ③ aus Aufgabenteil b). Geben Sie entscheidende Frequenzen mit Zahlenwerten an und nutzen dabei eine doppelte Frequenzachse mit der normierten Kreisfrequenz Ω und der linearen Frequenz f . Achten Sie auf ggfs. gestrichene Bezeichner und auf eine vollständige Achsenbeschriftung!
- e) Die unter Aufgabenteil c) durchgeführte Abtastratenwandlung ist nicht sehr effizient. Führen Sie daher eine Polyphasenzerlegung nach Typ II durch (effizienteres Interpolationsfilter) und zeichnen Sie das dadurch entstehende Blockschaltbild komplett, d.h. es soll die oben genannte Abtastratenwandlung damit erreicht werden. Eine zahlenmäßige Bestimmung der Teilfilterkoeffizienten ist nicht erforderlich!
- f) Schätzen Sie ab, um wie viel Prozent die Komplexität des Interpolationsfilters durch die Polyphasenzerlegung nach Aufgabenteil e) sinkt.

**①****②****③**

Aufgabe 3: Filterentwurf

(11 Punkte)

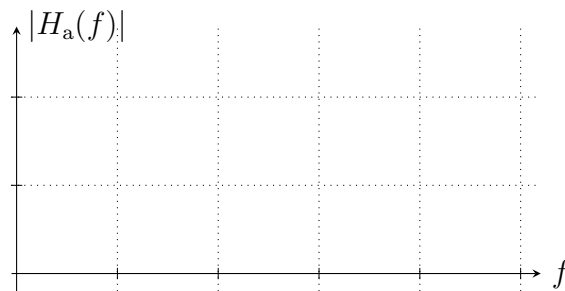
Sie sollen ein rekursives zeitkontinuierliches Filter zur Unterdrückung von hochfrequenten Störungen entwerfen, das alle unten genannten Anforderungen erfüllt:

- flaches Amplitudenspektrum im Gleichspannungsbereich
- monoton fallendes Amplitudenspektrum
- Abtastrate: 48 kHz, Eckfrequenz des Durchlassbereichs: $\frac{\pi}{6}$, Breite des Übergangsbereichs: $\frac{\pi}{4}$
- Welligkeit im Durchlassbereich: 1 dB, Dämpfung im Sperrbereich: 30 dB

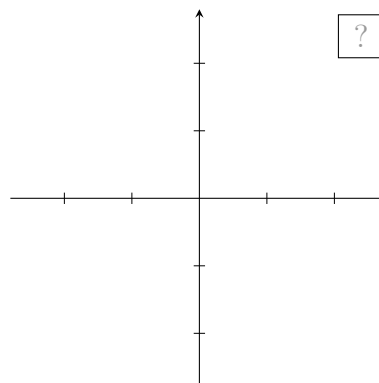
a) Für welchen Filterentwurf entscheiden Sie sich? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Vervollständigen Sie das untenstehende Toleranzschema im analogen Bereich mit allen notwendigen Parametern und Sperrbereichen der Filterspezifikation.

Nutzen Sie zur Bestimmung der spezifischen Frequenzen im Toleranzschema die bilineare Transformation. Wählen Sie $\Omega' = \Omega_p$ und $\omega' = \Omega_p/T$, mit Ω_p als Eckfrequenz des Durchlassbereichs und T als Abtastperiode.



- c) Bestimmen Sie die notwendige ganzzahlige Filterordnung N exakt.
- d) Bestimmen Sie die Grenzfrequenz f_c des Filters für den Wert der Filterordnung N aus Aufgabenteil c). Welche Dämpfung hat das Filter bei f_c ?
- e) Geben Sie die Lage aller Pole für das analoge, zugrundeliegende Filter an und zeichnen Sie sie in untenstehendes Diagramm ein. Achten Sie auf eine vollständige Beschriftung des Diagramms!



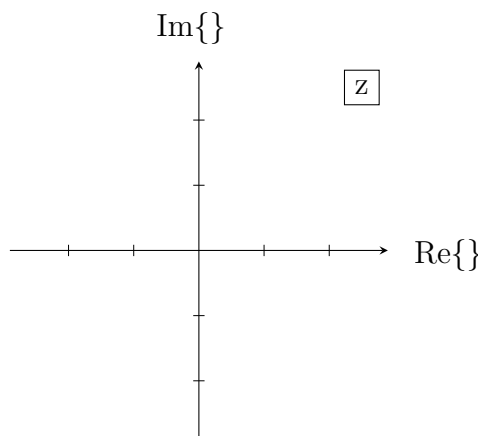
Aufgabe 4: Zerlegung eines LTI-Systems

(13 Punkte)

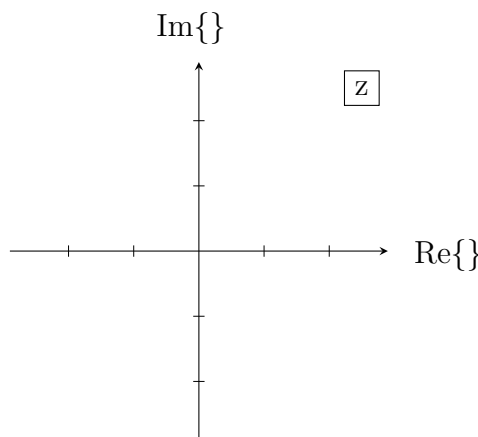
Gegeben sei ein kausales LTI-System mit der Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{(1 + 4z^{-2})(1 - (2 + 2j)z^{-1})}{(1 - 0,3jz^{-1})(1 + 0,3jz^{-1})(1 - 0,9jz^{-1})}$$

- a) Tragen Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems in das nachfolgende Diagramm ein und schraffieren Sie das Konvergenzgebiet (ROC). Geben Sie auch die Lage der Pol- und Nullstellen, sowie das ROC, exakt an!



- b) Handelt es sich um ein stabiles System? Begründen Sie Ihre Antwort!
- c) Führen Sie eine Zerlegung des Systems in ein minimalphasiges System $H_{\min}(z)$ und ein Allpass-System $H_{\text{AP}}(z)$ durch, so dass $H(z) = H_{\min}(z) \cdot H_{\text{AP}}(z)$ gilt. Geben Sie $H_{\min}(z)$ und $H_{\text{AP}}(z)$ an!
- d) Tragen Sie alle Pol- und Nullstellen von $H_{\min}(z)$ in das nachfolgende Diagramm ein und ergänzen Sie es mit der benötigten Anzahl an Pol- und Nullstellen so, dass das entstehende System eine reellwertige Impulsantwort besitzt. Achten Sie auf gleiche Pol- und Nullstellenanzahl! Geben Sie auch die Zahlenwerte aller Pol- und Nullstellen an!



- e) Geben Sie für $H(z)$ alle möglichen Konvergenzgebiete an, die zu nichtkausalen Impulsantworten gehören.