



Technische
Universität
Braunschweig

elenia
Institut für Hochspannungstechnik
und Energiesysteme

Grundlagen der elektrischen Energietechnik

Teil 1: Grundlagen der Energieversorgung

Übung 1 - Berechnung von Sternschaltungen

Johanna Grobler, 12.04.2024

Aufgaben aus der Vorlesung

I. Welche Spannungs- und Stromsysteme gibt es in einem Drehstromsystem?

- Stern- und Dreiecksspannungen und Stern- und Dreiecksströme

II. Welche Bezeichnungen gibt es für die beiden Spannungssysteme in einem Drehstromsystem?

- Sternspannung, Leiter-Erde-Spannung, (manchmal Strangspannung), Phasenspannung
- Dreiecksspannung, Leiter-Leiter-Spannung, (Außen-)Leiterspannung, verkettete Spannung, Bemessungsspannung, Nennspannung

III. Wie groß ist die Bemessungsspannung bei einer Leiter-Erd-Spannung von 220 kV?

- $U_{\Delta} = \sqrt{3} \cdot U_{\lambda} = 1,73 \cdot 220 \text{ kV} = 381 \text{ kV} \approx 380 \text{ kV}$

Aufgaben aus der Vorlesung

IV. Bitte berechnen Sie den Scheinwiderstand für eine Impedanz, die bei 50 Hz und einer Spannung von 140 V einen Strom von 1 A mit einer Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom von 45° fließen lässt! Geben Sie den Scheinwiderstand in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten an!

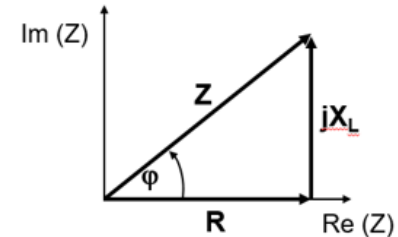
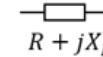
- $|\underline{Z}| = \frac{U}{I} = \frac{140 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 140 \Omega$
- $\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0^\circ - (-45^\circ) = 45^\circ$

$$\rightarrow \underline{Z} = 140 \Omega \cdot e^{j45^\circ}$$

- $\text{Re}\{\underline{Z}\} = |\underline{Z}| \cdot \cos(\varphi) = 140 \Omega \cdot \cos(45^\circ) = 98,99 \Omega$
- $\text{Im}\{\underline{Z}\} = |\underline{Z}| \cdot \sin(\varphi) = 140 \Omega \cdot \sin(45^\circ) = 98,99 \Omega$

$$\rightarrow \underline{Z} = 98,99 \Omega + j 98,99 \Omega$$

$$\underline{I} = 1 \text{ A} \cdot e^{-j45^\circ}$$
$$\underline{U} = 140 \text{ V}$$



Aufgaben aus der Vorlesung

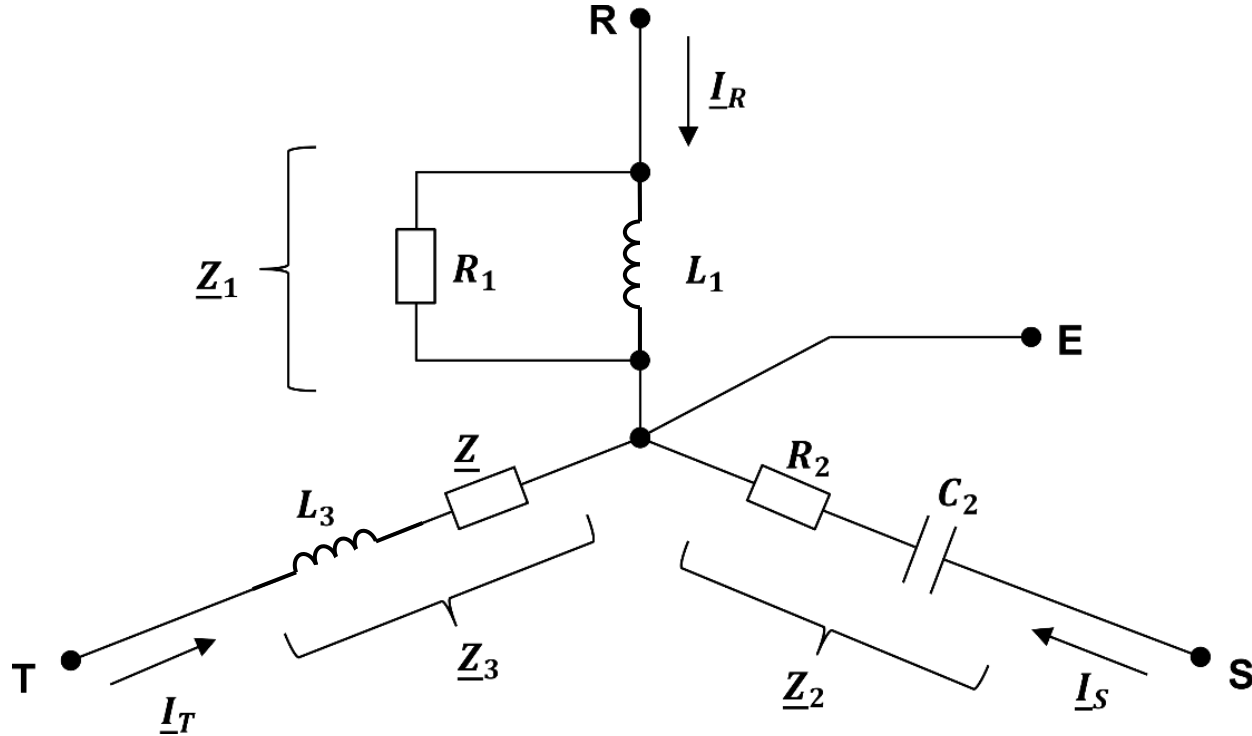
V. Welche Vorteile bietet ein Dreileitersystem in der el. Energieversorgung?

- Weniger Leiter als bei 3 Einphasensystemen (6 Leiter) bei gleicher Leistung
- Konstanter Leistungsfluss
- Symmetrischer Betrieb

VI. Welche Vorteile bietet ein Vierleitersystem in der el. Energieversorgung?

- Sternspannungen und Dreieckspannungen stehen zur Verfügung
- Für unsymmetrische (einphasige) Verbraucher in der Niederspannung

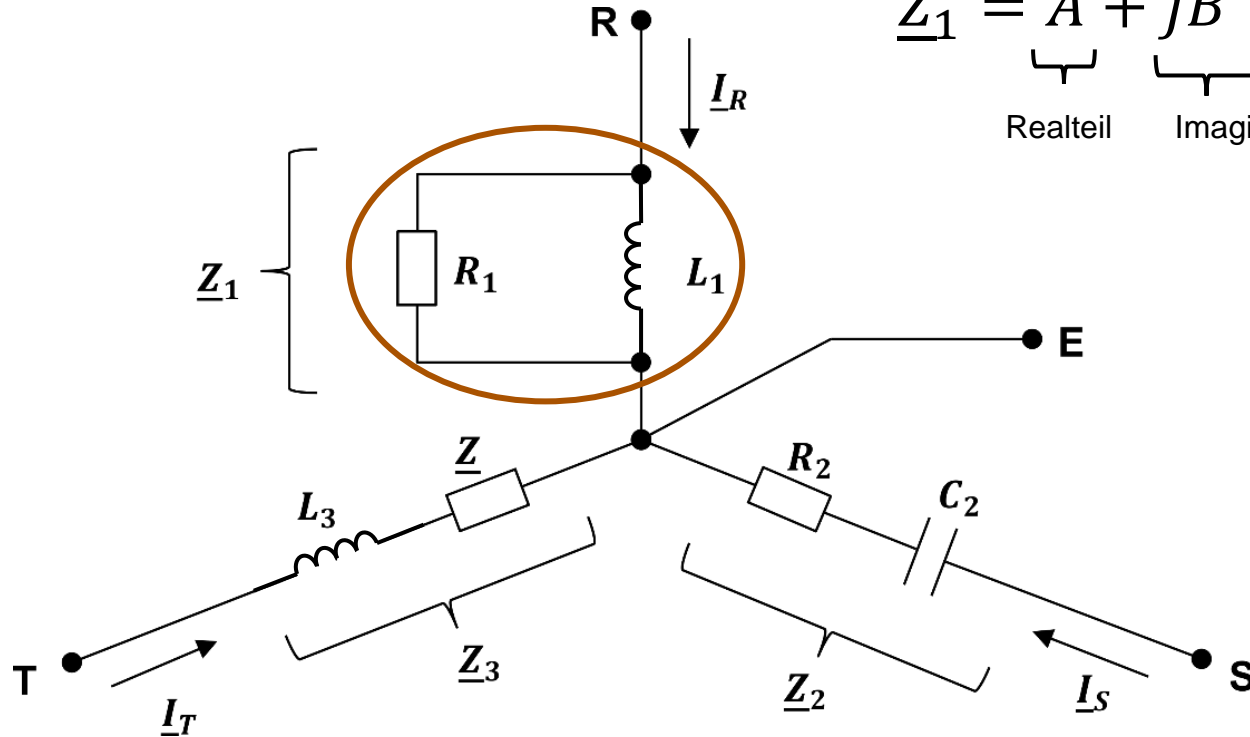
Aufgabe 1



Aufgabe 1a

\underline{Z}_1 ist allgemein in Komponentenschreibweise darzustellen.

$$\underline{Z}_1 = \underbrace{A}_{\text{Realteil}} + j \underbrace{B}_{\text{Imaginärteil}}$$



Aufgabe 1a

Parallelschaltung von R_1 und $L_1 \rightarrow$
 Ermittlung der Impedanz (Scheinwiderstand) über
 Kehrwert der Admittanz (komplexer Leitwert)

$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1}$$

Admittanzen addieren,
 dafür auf gleichen Nenner bringen

Mit j erweitern ($j \cdot j = -1$)

$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1} - j \frac{1}{\omega L_1}$$

Mit R_1 erweitern

Mit ωL_1 erweitern

$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{\omega L_1}{R_1 \omega L_1} - j \frac{R_1}{R_1 \omega L_1}$$

Zusammenziehen,
 Weil nun gleicher Nenner

$$\frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{\omega L_1 - jR_1}{R_1 \omega L_1}$$

Kehrwert bilden
 um \underline{Z}_1 zu erhalten

$$\underline{Z}_1 = \frac{R_1 \omega L_1}{\omega L_1 - jR_1}$$

konjugiert komplex erweitern
 mit $\omega L_1 + jR_1$

$$\underline{Z}_1 = \frac{(R_1 \omega L_1)(\omega L_1 + jR_1)}{(\omega L_1 - jR_1)(\omega L_1 + jR_1)}$$

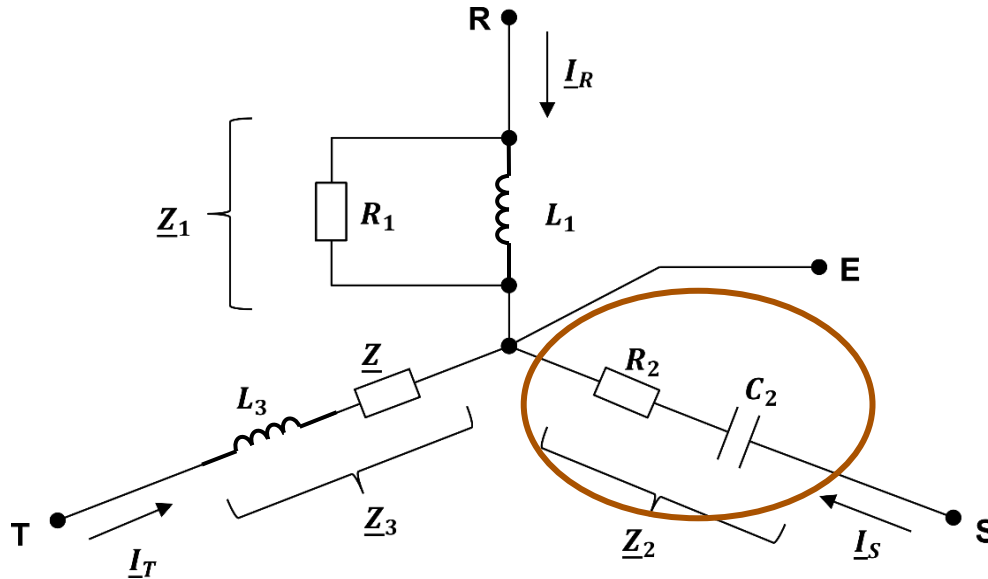
Ausmultiplizieren und aufteilen
 in Real- und Imaginärteil

$$\underline{Z}_1 = \underbrace{\frac{R_1(\omega L_1)^2}{(\omega L_1)^2 + R_1^2}}_{\text{Realteil}} + j \underbrace{\frac{R_1^2 \omega L_1}{(\omega L_1)^2 + R_1^2}}_{\text{Imaginärteil}}$$

Aufgabe 1b

\underline{Z}_2 in der Phase S-E enthält $C_2 = 20 \mu F$ und $R_2 = 105 \Omega$.

Welchen Ausdruck (exponentielle Schreibweise) nimmt \underline{Z}_2 an und wie groß ist der Betrag von \underline{I}_S ?



$$\varphi = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{Z}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{Z}\}}\right) \quad \text{für Quadrant I und IV}$$

$$\varphi = \pi + \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{Z}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{Z}\}}\right) \quad \text{für Quadrant II}$$

$$\varphi = -\pi + \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{\underline{Z}\}}{\operatorname{Re}\{\underline{Z}\}}\right) \quad \text{für Quadrant III}$$

\arctan auf Taschenrechner oft als \tan^{-1} dargestellt

$\operatorname{Re} > 0, \operatorname{Im} > 0 \rightarrow \text{Quadrant I}$

$\operatorname{Re} < 0, \operatorname{Im} > 0 \rightarrow \text{Quadrant II}$

$\operatorname{Re} < 0, \operatorname{Im} < 0 \rightarrow \text{Quadrant III}$

$\operatorname{Re} > 0, \operatorname{Im} < 0 \rightarrow \text{Quadrant IV}$

Aufgabe 1b

Reihenschaltung von R_2 und $C_2 \rightarrow$
Ermittlung der Impedanz über Summation von
Wirkwiderstand und Reaktanz (Blindwiderstand))

Exponentielle Schreibweise/Polarkoordinaten:
 $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$$

Impedanzen addieren

Mit j erweitern, ($j \cdot j = -1$)
 $\omega = 2\pi f$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j \frac{1}{2\pi f C_2}$$

einsetzen

$$\underline{Z}_2 = 105 \, \Omega - j \frac{1}{2\pi \cdot 50 \, \frac{1}{s} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \, \frac{As}{V}}$$

$$\underline{Z}_2 = 105 \, \Omega - j 159,2 \, \Omega \quad \text{Realteil} > 0, \text{Imaginärteil} < 0 \\ \rightarrow 4. \text{ Quadrant}$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(-\frac{159,2}{105}\right) = -56,6^\circ \quad \text{Phasenwinkel berechnen}$$

$$|\underline{Z}_2| = Z = \sqrt{(105 \, \Omega)^2 + (159,2 \, \Omega)^2} = 190,7 \, \Omega \quad \text{Betrag von } \underline{Z}_2 \text{ berechnen}$$

$$\underline{Z}_2 = 191 \, \Omega \cdot e^{-j 56,6^\circ}$$

Berechnung von I_S über die Beträge U_{SE} und Z_2 :

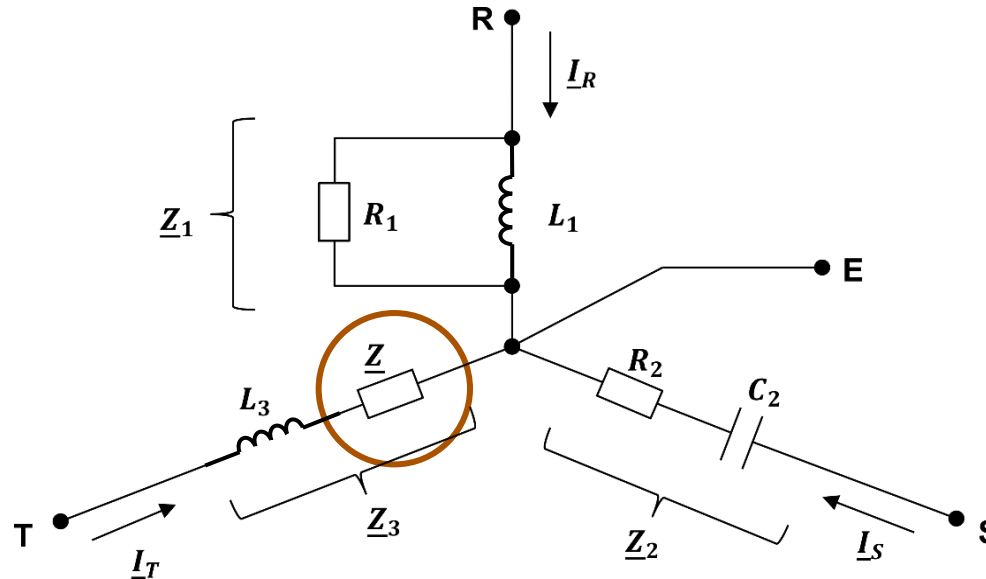
$$|\underline{I}_S| = I_S = \frac{U_{SE}}{Z_2} = \frac{230 \, V}{190,7 \, \Omega} = 1,2 \, A$$

Aufgabe 1c

Für die Impedanz der Phase T-E gilt $\underline{Z}_3 = 175 \Omega \cdot e^{j80^\circ}$ und $L_3 = 0,2 \text{ H}$.

Wie groß muss \underline{Z} sein (exponentielle Schreibweise), damit die angegebenen Werte erreicht werden?

Wie groß ist der Betrag von \underline{I}_T ?



Aufgabe 1c

Reihenschaltung aus L_3 und Z :

$$\underline{Z}_3 = j\omega L_3 + \underline{Z} \quad \text{Umstellen nach } \underline{Z}$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_3 - j\omega L_3$$

Zunächst Darstellung von \underline{Z}_3 in kartesischen Koordinaten zur einfachen Addition
→ $\text{Re}\{\}$ und $\text{Im}\{\}$ berechnen

Realteil von \underline{Z}_3 berechnen u. einsetzen

$$\text{Re}\{\underline{Z}_3\} = 175 \, \Omega \cdot \cos 80^\circ = 30,4 \, \Omega$$

Imaginärteil von \underline{Z}_3 berechnen u. einsetzen

$$\text{Im}\{\underline{Z}_3\} = 175 \, \Omega \cdot \sin 80^\circ = 172,3 \, \Omega$$

$$\underline{Z}_3 = 30,4 \, \Omega + j 172,3 \, \Omega \quad \underline{Z}_3 \text{ in kartesischer Form}$$

Impedanz der Induktivität L_3 berechnen

$$j\omega L_3 = 2\pi \cdot 50 \, \text{Hz} \cdot 0,2 \, \text{H} = j \cdot 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,2 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = j \cdot 62,8 \, \Omega$$

\underline{Z} berechnen:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_3 - j\omega L_3 = 30,4 \, \Omega + j 172,3 \, \Omega - j 62,8 \, \Omega = \mathbf{30,4 \, \Omega + j 109,5 \, \Omega}$$

Betrag und Phase von \underline{Z} berechnen (1. Quadrant)

$$\underline{Z} = \sqrt{(30,4 \, \Omega)^2 + (109,5 \, \Omega)^2} \cdot e^{j \arctan \frac{109,5}{30,4}} = \mathbf{113,6 \, \Omega \cdot e^{j 74,5^\circ}}$$

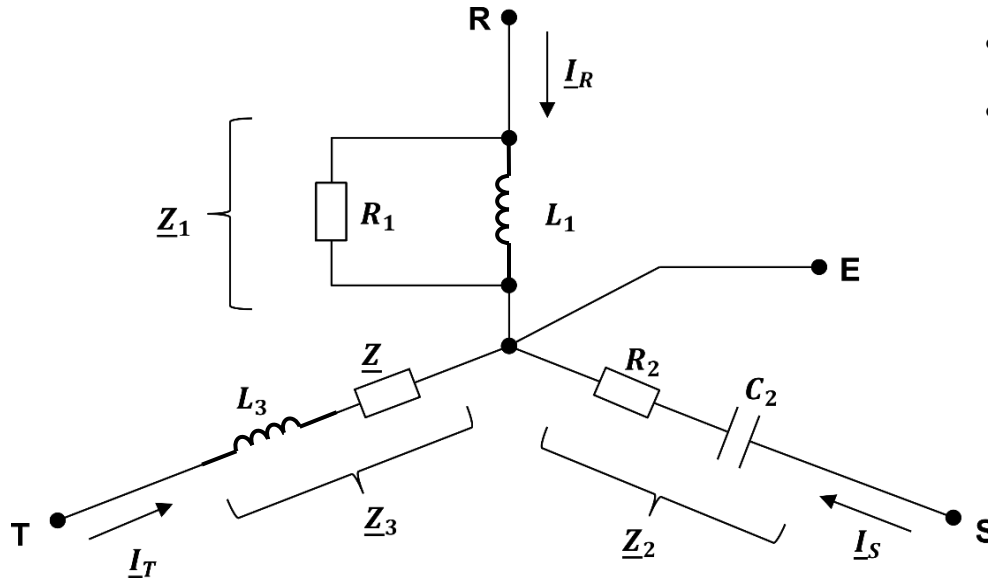
Berechnung von I_T über die Beträge U_{TE} und den Betrag der Gesamtimpedanz \underline{Z}_3 :

$$I_T = \frac{U_{TE}}{Z_3} = \frac{230 \, \text{V}}{175 \, \Omega} = \mathbf{1,3 \, \text{A}}$$

Aufgabe 1d

Wie groß sind Schein-, Wirk- und Blindleistung im Zweig R-E?

Gegeben sind $R_1 = 125 \, \Omega$ und $L_1 = 637 \, \text{mH}$.



- Wirkleistung: $P = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}} \cdot \cos \varphi$
- Blindleistung: $Q = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}} \cdot \sin \varphi$
- Scheinleistung: $\underline{S} = P + j Q$
 $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_{\text{Eff}} \cdot I_{\text{Eff}}$

Aufgabe 1d

U_{eff} und I_{eff} bestimmen

$I_{\text{eff}} = I_R$, $\varphi = \varphi_{\text{RE}}$ unbekannt

Bestimmung über Z_1 (aus Teil a):

Impedanz von L_1 bestimmen:

$$\omega L_1 = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 637 \text{ mH} = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 637 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 200,1 \Omega$$

Einsetzen in die Gleichung für \underline{Z}_1 :

$$\underline{Z}_1 = \frac{R_1(\omega L_1)^2}{(\omega L_1)^2 + R_1^2} + j \frac{R_1^2 \omega L_1}{(\omega L_1)^2 + R_1^2} = \frac{125 \Omega \cdot (200,1 \Omega)^2}{(200,1 \Omega)^2 + (125 \Omega)^2} + j \frac{(125 \Omega)^2 \cdot 200,1 \Omega}{(200,1 \Omega)^2 + (125 \Omega)^2}$$

$$\underline{Z}_1 = \mathbf{89,9 \Omega + j 56,2 \Omega}$$

$$\underline{Z}_1 = \sqrt{(89,9 \Omega)^2 + (56,2 \Omega)^2} \cdot e^{j \tan^{-1} \frac{56,2}{89,9}} = \mathbf{106 \Omega \cdot e^{j 32^\circ}}$$

Aufgabe 1d

I_R berechnen (Betrag) über Gesamtimpedanz und Zweigspannung

$$I_R = \frac{U_{RE}}{Z_1} = \frac{230 \text{ V}}{106 \Omega} = 2,2 \text{ A}$$

Leistungen berechnen:

Wirkleistung: $P = U_{RE} \cdot I_R \cdot \cos \varphi_{RE} = 230 \text{ V} \cdot 2,2 \text{ A} \cdot \cos 32^\circ = 429,1 \text{ W}$

Blindleistung: $Q = U_{RE} \cdot I_R \cdot \sin \varphi_{RE} = 230 \text{ V} \cdot 2,2 \text{ A} \cdot \sin 32^\circ = 268,1 \text{ var}$

Scheinleistung: $\underline{S} = P + j Q = (429,1 + j 268,1) \text{ VA}$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(429,1)^2 + (268,1)^2} \text{ VA} = 505,97 \text{ VA}$$

Aufgabe 1e

Ein Zeigerdiagramm aller Spannungen und Ströme ist zu zeichnen.

Gegeben ist: $\underline{U}_{RE} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j 90^\circ}$. (Maßstab: 23 V/cm, 1 A/cm)

Phasenfolge: R-S-T, jeweils -120° verschoben

$$\underline{U}_{RE} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j 90^\circ} = 230 \text{ V} \cdot e^{j 270^\circ} \triangleq 10 \text{ cm}$$

$$\underline{U}_{SE} = 230 \text{ V} \cdot e^{j 150^\circ} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j 210^\circ}$$

$$\underline{U}_{TE} = 230 \text{ V} \cdot e^{j 30^\circ} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j 330^\circ}$$

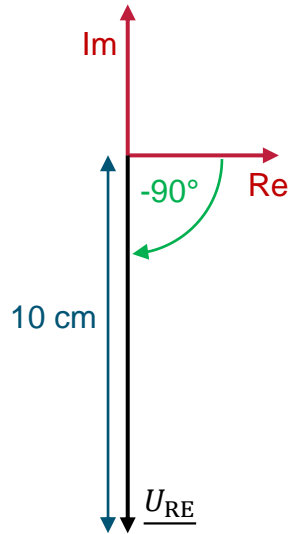
Bestimmung der Ströme in Polarkoordinaten:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_{RE}}{\underline{Z}_1} = \frac{230 \text{ V} \cdot e^{-j 90^\circ}}{106 \Omega \cdot e^{j 32^\circ}} = 2,2 \text{ A} \cdot e^{-j 122^\circ} \triangleq 2,2 \text{ cm}$$

$$\underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{SE}}{\underline{Z}_2} = \frac{230 \text{ V} \cdot e^{j 150^\circ}}{191 \Omega \cdot e^{-j 56,6^\circ}} = 1,2 \text{ A} \cdot e^{j 207^\circ}$$

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{U}_{TE}}{\underline{Z}_3} = \frac{230 \text{ V} \cdot e^{j 30^\circ}}{175 \Omega \cdot e^{j 80^\circ}} = 1,3 \text{ A} \cdot e^{-j 50^\circ}$$

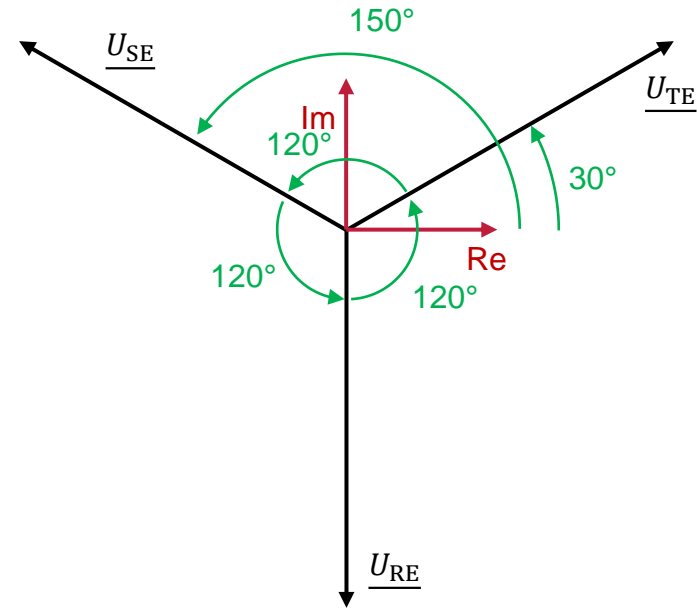
Aufgabe 1e



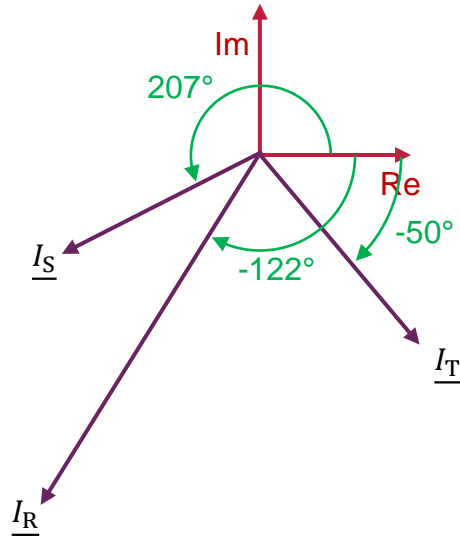
$$\underline{U}_{RE} = 230 \text{ V} \cdot e^{-j 90^\circ} \triangleq 10 \text{ cm}$$

$$\underline{U}_{SE} = 230 \text{ V} \cdot e^{j 150^\circ}$$

$$\underline{U}_{TE} = 230 \text{ V} \cdot e^{j 30^\circ}$$



Aufgabe 1e



5-Fach vergrößert

$$\underline{I}_R = 2,2 \text{ A} \cdot e^{-j 122^\circ} \triangleq 2,2 \text{ cm}$$

$$\underline{I}_S = 1,2 \text{ A} \cdot e^{j 207^\circ}$$

$$\underline{I}_T = 1,3 \text{ A} \cdot e^{-j 50^\circ}$$

