Dann gelten: 1) $E\,\hat{m} = m$ für alle m und
$E\,\hat{b} = b$ für alle b

d.h. $\hat{m}$ und $\hat{b}$ sind erwartungstreue Schätzer für m bzw. b.
(unverzerrte, unbiased)

2) $\operatorname{Var}\hat{m} = \frac{\sigma^2}{(n-1)s_x^2}$

3) $\hat{m} \sim \underline{\underline{N}}\left(m, \frac{\sigma^2}{(n-1)s_x^2}\right)$

r_{xy}: empirische Korrelation nach Pearson

4) $\frac{\hat{m}-m}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n-1}\,s_x}} \sim t_{n-2}$ mit $\hat{\sigma}^2 = \frac{n-1}{n-2} s_y^2 (1-r_{xy}^2)$

plausible Werte für m

5) Ein $(1-\alpha)$-KI für m lautet: $\left[\hat{m} \pm t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n-1}\,s_x}\right] =: I$

6) Ein Test z.N. α für $H: m=0$ vs. $K: m \neq 0$
($m \neq 0$ heißt X und Y sind korreliert (bzw. stoch. abhängig)
Lineares Modell $Y = \underline{\underline{m}} \cdot X + \underline{b + \varepsilon}$) lautet:

Lehne $H: m=0$ z.N. α ab, falls $I \not\ni 0$
aus (5)

s.a. VL vom 18.1.

Bsp. UN-Daten (UN data) X: Verhütungsquote (Cont) [in %]
$n = \underline{35}$ (Nationen) Y: Geburtenrate (Fert)

$r_{xy} = -0{,}879$, $s_x^2 \approx 336{,}75$, $s_y^2 \approx 1{,}4042$, $\hat{m} \approx -0{,}0568$

$(1-\alpha)$-KI lt. (5): $\left[-0.0568 \pm 2.035 \sqrt{\frac{0.3789}{(35-1)\cdot 336{,}75}}\right] = [-0.0677, -0.0459] \not\ni 0$
95%

$\boxed{\alpha = 0{,}05}$ $t_{n-2;1-\frac{\alpha}{2}} = t_{\underbrace{35-2}_{=33};0.975} \overset{\text{Tab.}}{=} 2.035$

$\overset{(6)}{\Rightarrow}$ Lehne H z.N. 0.05 ab

$\hat{\sigma}^2 = \frac{n-1}{n-2} s_y^2 (1-r_{xy}^2) = \frac{35-1}{35-2} \cdot 1{,}4042 \cdot (1 - \underbrace{(-0.879)^2}_{\approx 0.7727}) \approx 0{,}3789$

$[-0{,}0677, -0.0459] \not\ni 0$, d.h. lehne $H: m=0$ z.N 0.05 ab, also sind z.N. 0.05 Verhütungsquote und Geburtenrate signifikant stochastisch abhängig (bzw. korreliert, d.h. linear abhängig).