Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

30.07.2013

Name : ____________________

Vorname : ____________________

Matrikelnummer : ____________________

Studiengang : ____________________

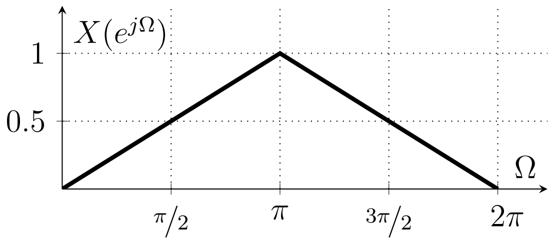
Klausurnummer : ____________________

Aufgabe	Punkte	
1	/11	
2	/15	
3	/13	
4	/11	
Σ	/50	
Note		

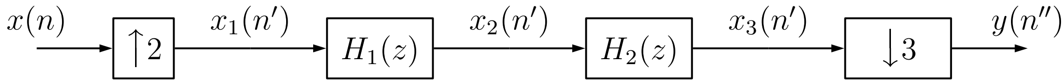
Aufgabe 1: Abtastratenwandlung

(11 Punkte)

Gegeben sei ein Signal $x(n)$ mit der reellwertigen Fouriertransformierten $X(e^{j\Omega})$, wie nachfolgend skizziert:



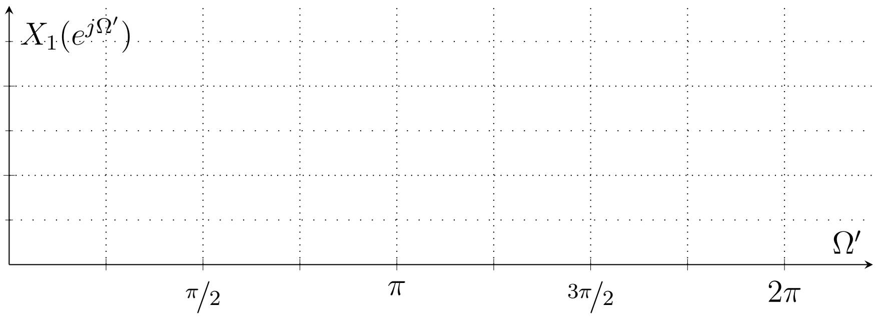
Weiterhin sei folgende Struktur gegeben:

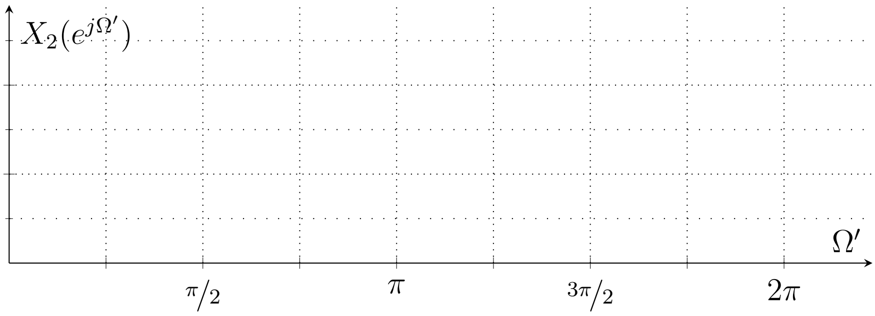


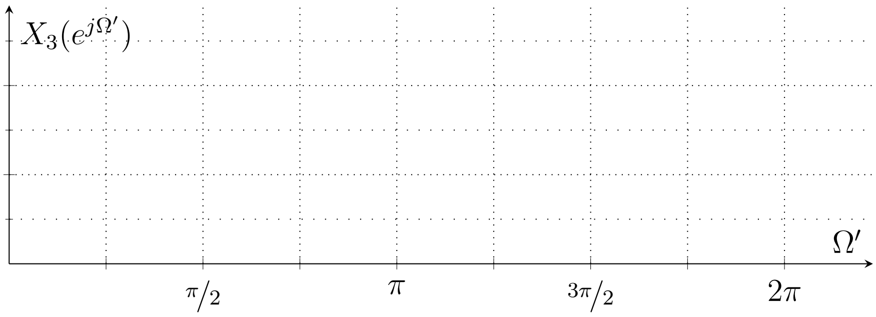
Das Filter mit der Übertragungsfunktion $H_1(z)$ sei ein idealer Tiefpass mit der normierten Grenzfrequenz $\Omega'_{g1} = \pi/2$. Das Filter mit der Übertragungsfunktion $H_2(z)$ sei ein idealer Tiefpass mit der normierten Grenzfrequenz $\Omega'_{g2} = \pi/3$.

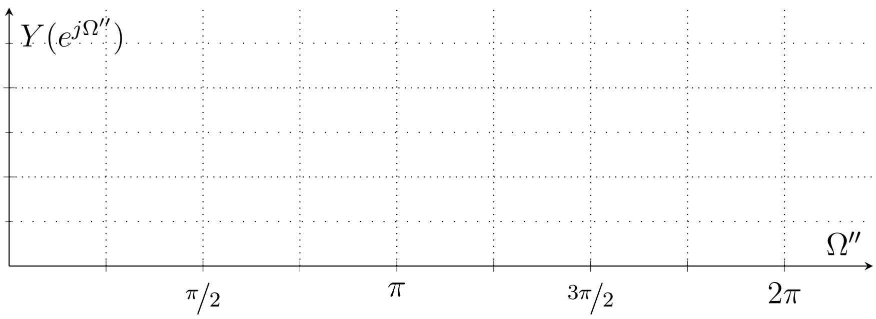
a) Skizzieren Sie die Fouriertransformierten der Signale $x_1(n')$, $x_2(n')$, $x_3(n')$ und $y(n'')$ in die auf der nächsten Seite dargestellten vier Diagramme. Ergänzen Sie die Beschriftung der Frequenzachse in geeigneter Weise!

(Fortsetzung der Aufgabe auf der nächsten Seite)









b) Die Filter mit den Übertragungsfunktionen $H_1(z)$ und $H_2(z)$ sollen nun durch ein einziges ideales Tiefpassfilter mit der Übertragungsfunktion $H_3(z)$ und der normierten Grenzfrequenz Ω'_{g3} ersetzt werden. Geben Sie den Wert von Ω'_{g3} an.

c) Das Signal $x(n)$ habe die Abtastfrequenz $f_s = 48\,\text{kHz}$. Geben Sie die Abtastfrequenzen f'_s sowie f''_s an.

d) Skizzieren Sie die Polyphasendarstellung der oben dargestellten Struktur unter Berücksichtigung des Ergebnisses von Teilaufgabe b). Nutzen Sie hierbei ausschließlich kausale Teilsysteme/Blöcke! Beschriften Sie alle Blöcke, eine Berechnung der Filter-Übertragungsfunktionen ist jedoch nicht erforderlich.

Aufgabe 2: Entwurf eines FIR-Filters

(15 Punkte)

Gemäß nachfolgender Spezifikation soll ein FIR-Tiefpassfilter mit der Filterimpulsantwort $h(n)$ entworfen werden:

$$0{,}96 < |H(e^{j\Omega})| < 1{,}04 \quad \text{für} \quad 0 \leq |\Omega| \leq 0{,}7\pi$$
$$|H(e^{j\Omega})| < 0{,}004 \quad \text{für} \quad 0{,}9\pi \leq |\Omega| \leq \pi$$

a) Geben Sie die Größen δ_p, δ_{st}, sowie die Grenzen des Duchlass- bzw. Sperrbereiches Ω_p, Ω_{st} an.

b) Zeichnen Sie das Toleranzschema und tragen Sie alle relevanten Größen und deren Zahlenwerte darin ein. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!

c) Bestimmen Sie die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: *passband ripple*) R_p sowie die Sperrdämpfung d_{st}.

d) Welche Fenster (Rechteck/Boxcar, Hann, Hamming oder Blackman) kommen bei Verwendung der modifizierten Fourierapproximation grundsätzlich in Frage? Begründen Sie Ihre Aussage!

Im folgenden wird nun die modifizierte Fourierapproximation mit einem Kaiser-Fenster betrachtet. Die Grenzfrequenz des Filters sei gegeben durch $\Omega_c = \frac{\Omega_{st}+\Omega_p}{2}$.

e) Bestimmen Sie die Grenzfrequenz Ω_c des Filters.

f) Bestimmen Sie den Formfaktor β des Kaiser-Fensters.

g) Geben Sie die minimale Filterordnung N_b bei Verwendung des Kaiser-Fensters an.

h) Wie groß wäre die minimale Filterordnung N_b, wenn man statt des Kaiser-Fensters die Chebyshev-Approximation verwenden würde?

Aufgabe 3: Analyse eine kausalen LTI-Systems

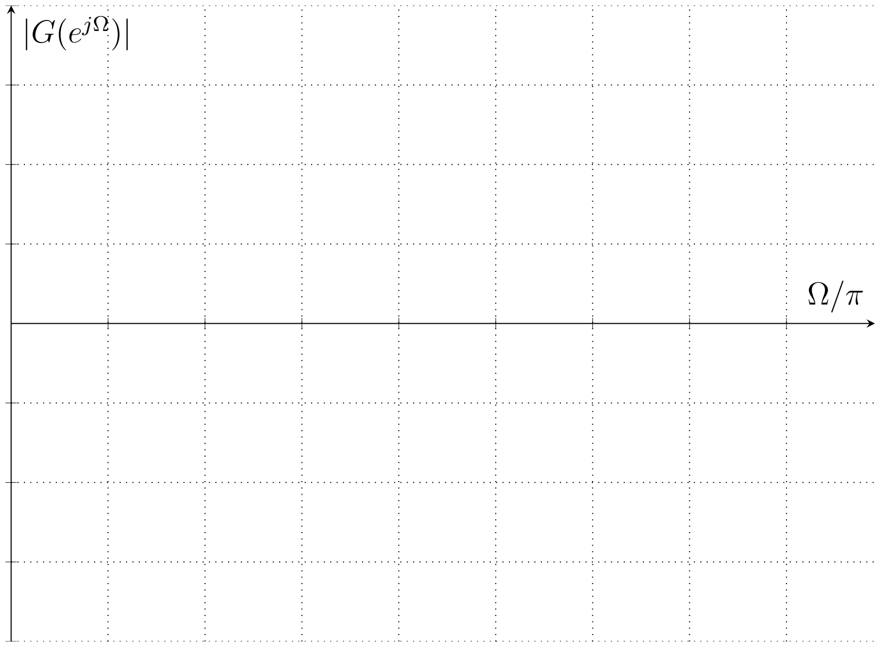
(13 Punkte)

Gegeben sei ein kausales LTI-System mit der Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{(1 + 0{,}5z^{-1})(1 + 0{,}7z^{-1})}{(1 - 0{,}36z^{-2})(1 - 0{,}5z^{-1})}$$

a) Geben Sie alle Pol- und Nullstellen des Systems an.

b) Skizzieren Sie den Amplitudengang $|G(e^{j\Omega})|$ im Bereich $0 \leq \Omega \leq \pi$ in das nachfolgende Diagramm und vervollständigen Sie hierbei die Beschriftung der Frequenzachse.



c) Geben Sie die zu dem System gehörende Differenzengleichung an.

d) Zeichen Sie das Blockschaltbild in Direktform I (DF I) und geben Sie die Zahlenwerte aller Koeffizienten an.

e) Bestimmen Sie den Betrag des Frequenzgangs $|G(e^{j\Omega})|$ sowie die Phase $\phi(\Omega)$ des Systems jeweils für $\Omega = \pi$.

f) Geben Sie das Konvergenzgebiet (ROC) des Systems an.

Nun sei $G(z)$ ein *nicht-kausales* System mit beidseitiger Impulsantwort.

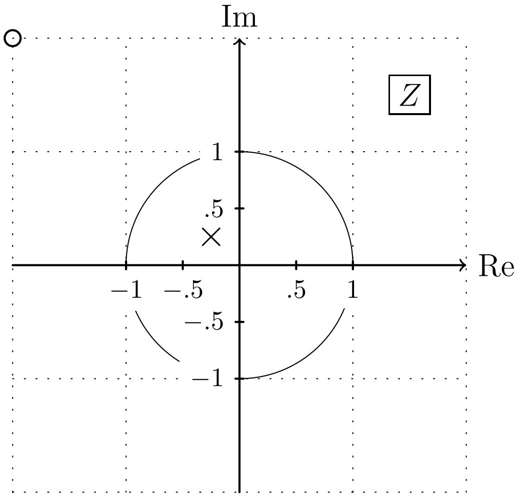
g) Geben Sie nun das Konvergenzgebiet (ROC) des Systems an.

Aufgabe 4: Pol-Nullstellen-Diagramme

(11 Punkte)

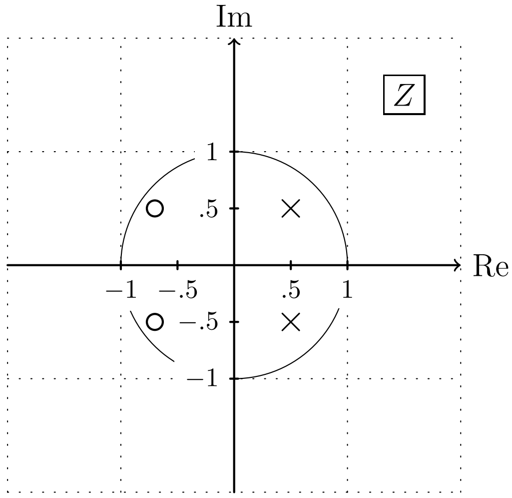
Gegeben seien nachfolgend dargestelle Pol-Nullstellen-Diagramme von kausalen LTI-Systemen. Die Zahlenwerte der Pol- und Nullstellen sind jeweils unter den Diagrammen angegeben.

Diagramm I



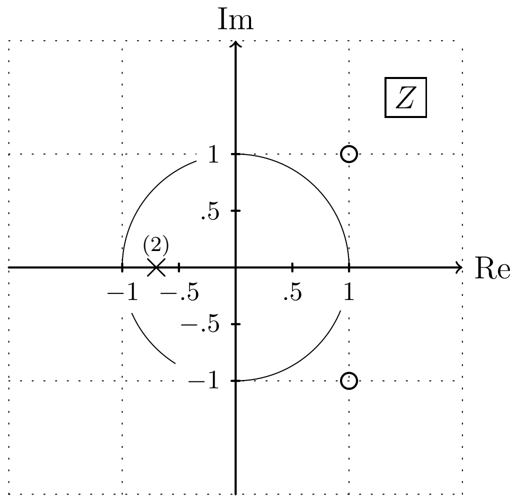
$$z_0 = -2 + 2j$$
$$z_\infty = -0.25 + 0.25j$$

Diagramm II



$$z_{0,1} = -0{,}7 + 0{,}5j$$
$$z_{0,2} = -0{,}7 - 0{,}5j$$
$$z_{\infty,1} = 0{,}5 + 0{,}5j$$
$$z_{\infty,2} = 0{,}5 - 0{,}5j$$

Diagramm III



$$z_{0,1} = 1 + j$$
$$z_{0,2} = 1 - j$$
$$z_{\infty,1,2} = -0{,}7$$

a) Bestimmen Sie für jedes der Diagramme, ob es sich jeweils um einen Allpass, Tiefpass, Hochpass oder Bandpass handelt. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung für Ihre Antwort an.

b) Bestimmen Sie für jedes der in den Diagrammen dargestellen Systeme, ob dieses minimalphasig ist. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung für Ihre Auswahl an.

c) Geben Sie für alle Systeme an, ob diese eine reellwertige oder eine komplexwertige Impulsantwort besitzen. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung an!

d) Ergänzen Sie die nachfolgenden Pol-Nullstellen-Diagramme (die Positionen der vorgegebenen Pol- und Nullstellen sind identisch mit den oben genannten Werten) so, dass <u>alle</u> Systeme eine reellwertige Impulsantwort besitzen <u>und</u> dabei ihre Eigenschaft aus Teilaufgabe a) beibehalten. Vermerken Sie die Zahlenwerte der Pol- und Nullstellen auf Ihrem Lösungsblatt!

Diagramm I

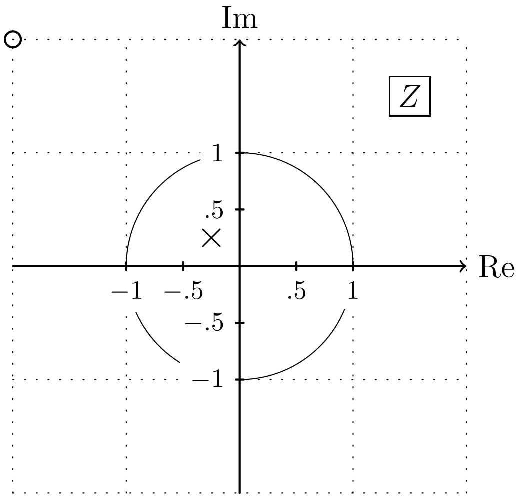


Diagramm II

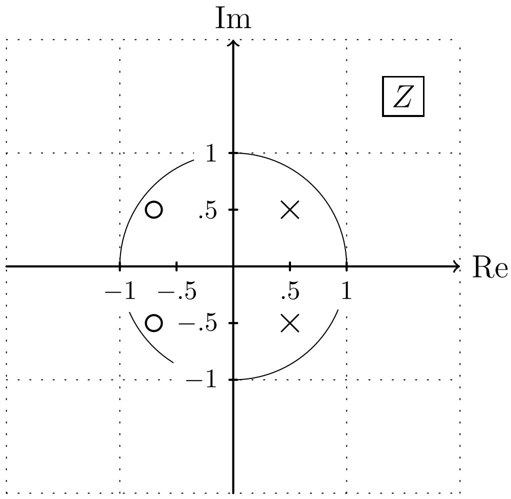


Diagramm III