Institut für Nachrichtentechnik

Prüfung

Digitale Signalverarbeitung

24.08.2018

Name : ______________________

Vorname : ______________________

Matrikelnummer : ______________________

Studiengang : ______________________

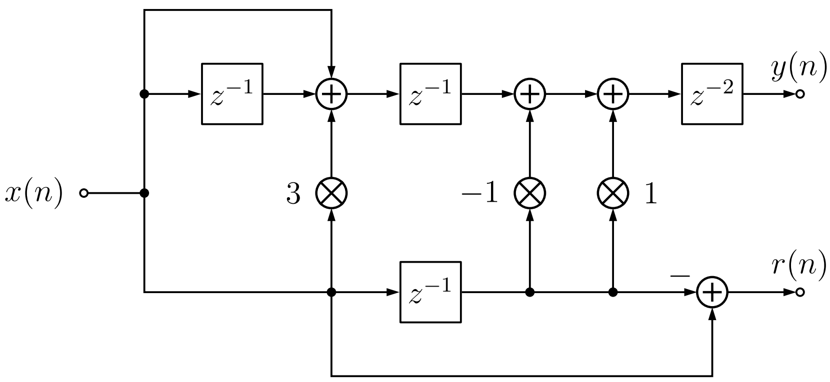
Klausurnummer : ______________________

Aufgabe	Punkte	
1	/13	
2	/14	
3	/11	
4	/12	
Σ	/50	
Note		

Aufgabe 1: Übertragungsfunktionen und Analyse von LTI-Systemen

(13 Punkte)

Ein Kollege muss für sein aktuelles Projekt ein System entwerfen. Er hat damit begonnen, das System zu entwickeln, benötigt nun aber Ihre Hilfe. Er gibt Ihnen das folgende Blockschaltbild:

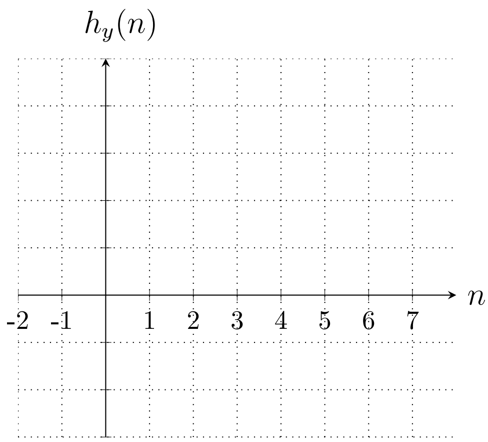


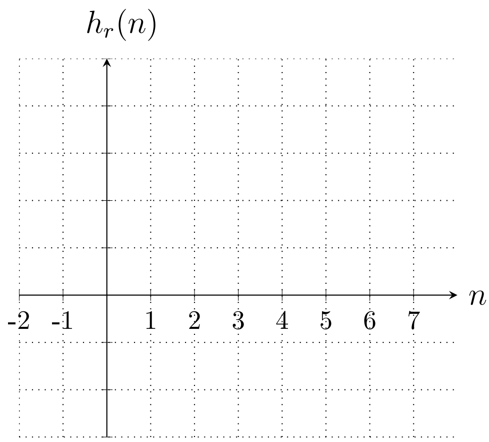
a) Vereinfachen Sie das obenstehende Blockschaltbild so weit wie möglich, ohne die Impulsantworten $h_y(n)$ und $h_r(n)$ (bezogen jeweils auf die Ausgangssignale $y(n)$ bzw. $r(n)$) des Systems zu verändern.

b) Geben Sie die Differenzengleichungen für $y(n)$ und $r(n)$ an.

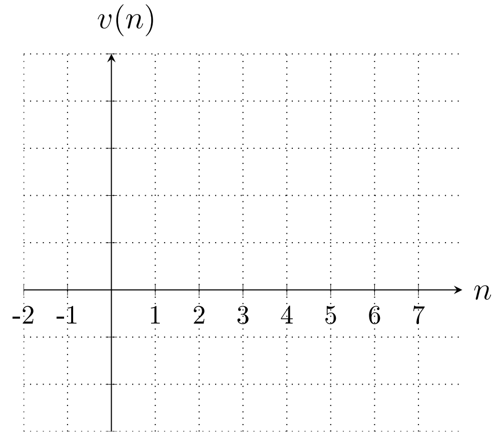
c) Das System erfüllt noch nicht die gewünschte Aufgabe. Sie überlegen, die beiden Ausgangssignale in einem weiteren Schritt miteinander zu verknüpfen. Geben Sie dazu die Systemfunktion $H(z) = \frac{Y(z)-R(z)}{X(z)}$ an.

d) Auch die Verknüpfung der Signale aus Aufgabenteil c) stellt Sie nicht zufrieden. Sie gehen gedanklich einen Schritt zurück und betrachten das System noch einmal in Ruhe: Geben Sie die Impulsantworten $h_y(n)$ und $h_r(n)$ zu $y(n)$ bzw. $r(n)$ an, und zeichnen Sie diese in die nachfolgenden Diagramme ein:





e) Durch das Aufzeichnen der Impulsantworten kommen Sie auf die Lösung des Problems. Die Aufgabe des Systems kann erfüllt werden, indem Sie die beiden Ausgangssignale miteinander falten! Skizzieren Sie das Ergebnis der linearen Faltung $v(n) = h_y(n) * h_r(n)$ in das nachfolgende Diagramm:



Hinweis: *Folgende Aufgaben sind ohne vorherige Ergebnisse lösbar!*
Gegeben ist ein System mit der Impulsantwort

$$g(n) = \cos(n\cdot\pi)\cdot\epsilon(n) - \cos(n\cdot\pi)\cdot\epsilon(n-2) + 3\cdot\epsilon(n-1) - 3\cdot\epsilon(n-2) + \alpha\cdot\delta(n-2)$$

f) Vereinfachen Sie $g(n)$ in der Form

$$g(n) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu \cdot \delta(n-\nu),$$

indem Sie alle von Null verschiedenen Vorfaktoren a_ν angeben.

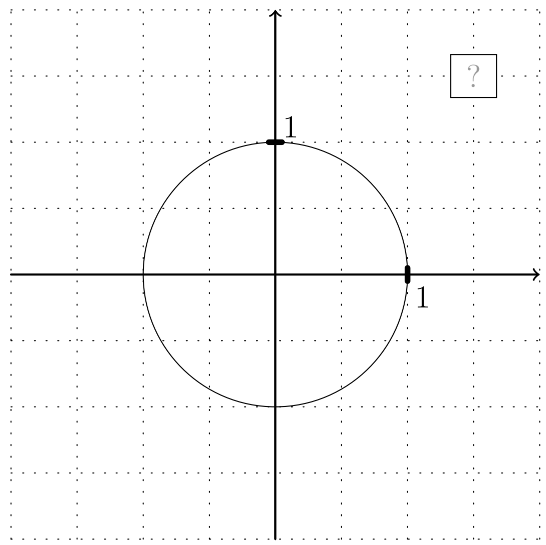
g) Bestimmen Sie α so, dass $G(e^{j\frac{\pi}{2}}) = -\frac{1}{16} - 2j$ gilt.

Wählen Sie α für *alle* folgenden Aufgaben entsprechend Ihres Ergebnisses in Teilaufgabe g).

h) Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen von

$$H_2(z) = \frac{G(z)}{z - \frac{3}{4}e^{j2\pi}}$$

und zeichnen Sie diese in das nachfolgende Diagramm ein. Achten Sie auf vollständige Beschriftung des Diagramms.



i) Hat $H_2(z)$ Hochpass-, Bandpass-, Tiefpass- oder Bandsperren-Charakteristik? Begründen Sie Ihre Antwort.

j) Geben Sie das zugehörige Konvergenzgebiet an, unter der Annahme, dass $h_2(n)$...

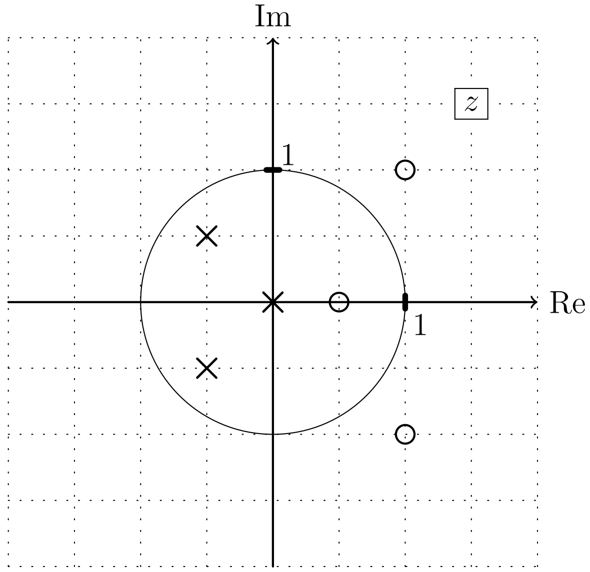
   1) ... eine beidseitige Sequenz ist.

   2) ... eine rechtsseitige Sequenz ist.

Aufgabe 2: Zerlegung eines LTI-Systems

(14 Punkte)

Gegeben sei nachstehendes Pol-Nullstellen-Diagramm eines kausalen LTI-Systems:



$$z_{0,1} = 0{,}5$$
$$z_{0,2} = 1 + j$$
$$z_{0,3} = 1 - j$$
$$z_{\infty,1} = 0$$
$$z_{\infty,2} = -0{,}5 + 0{,}5j$$
$$z_{\infty,3} = -0{,}5 - 0{,}5j$$

Das Eingangssignal des Systems sei als $x(n)$ und das Ausgangssignal als $y(n)$ bezeichnet.

a) Ist das System stabil? Begründen Sie!

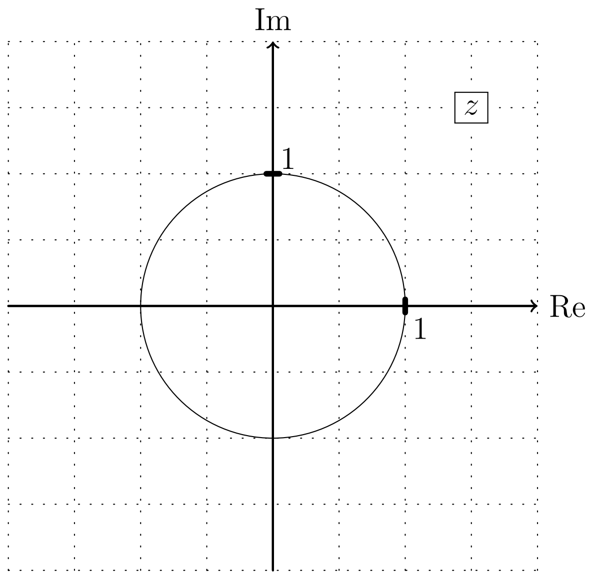
b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems, so dass gilt: $G(z = 1) = 1$.

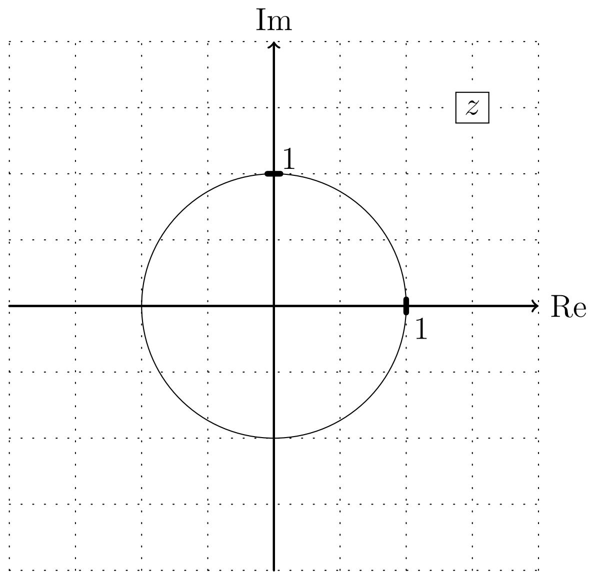
c) Geben Sie die Differenzengleichung für das Ausgangssignal $y(n)$ an.

d) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems als Direktform I. Achten Sie auf vollständige Beschriftung (inklusive Zahlenwerte der Koeffizienten).

e) Führen Sie eine Zerlegung des Systems $G(z)$ in ein minimalphasiges System $G_{\min}(z)$ und einen Allpass $G_{\mathrm{AP}}(z)$ durch, so dass gilt: $G(z) = G_{\min}(z) \cdot G_{\mathrm{AP}}(z)$.

f) Zeichnen Sie die Pol-Nullstellen-Diagramme des minimalphasigen Systems und des Allpasses in folgende Diagramme ein. Achten Sie auf vollständige Beschriftung der Diagramme.





g) Geben Sie die Differenzengleichung für das Ausgangssignal $y_{\min}(n)$ des minimalphasigen Systems an.

h) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des minimalphasigen Systems als Direktform II. Achten Sie auf vollständige Beschriftung (inklusive Zahlenwerte der Koeffizienten).

i) Welche Übertragungscharakteristik (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre) weist das durch $G(z)$ beschriebene System auf? Begründen Sie Ihre Antwort kurz!

Aufgabe 3: Entwurf eines FIR-Filters

(11 Punkte)

Gemäß nachfolgender Spezifikation soll ein FIR-Tiefpassfilter mit der Filterimpulsantwort $h(n)$ entworfen werden:

$$\begin{array}{lll} 0{,}89 < |H(e^{j\Omega})| < 1{,}11 & \text{für} & 0 \leq |\Omega| \leq 0{,}5\pi \\ |H(e^{j\Omega})| < 0{,}02 & \text{für} & 0{,}6\pi \leq |\Omega| \leq \pi \end{array}$$

a) Geben Sie die Größen δ_p, δ_{st}, sowie die Grenzen des Durchlass- bzw. Sperrbereiches Ω_p, Ω_{st} an.

b) Ist das hier gegebene Filter stabil? Begründen Sie ihre Antwort kurz.

c) Zeichnen Sie das Toleranzschema und tragen Sie alle relevanten Größen und deren Zahlenwerte darin ein. Achten Sie auf die vollständige Beschriftung des Diagramms!

d) Bestimmen Sie die Welligkeit im Durchlassbereich (Englisch: *passband ripple*) R_p sowie die Sperrdämpfung d_{st}.

e) Welche Fenster (Rechteck/Boxcar, Hann, Hamming oder Blackman) kommen bei Verwendung der modifizierten Fourierapproximation für das oben beschriebene Filter in Frage? Begründen Sie Ihre Aussage!

Im Folgenden wird nun die modifizierte Fourierapproximation mit einem Kaiser-Fenster betrachtet.

f) Bestimmen Sie den Formfaktor β des Kaiser-Fensters.

g) Geben Sie die minimale Filterordnung N_b bei Verwendung des Kaiser-Fensters an.

Aufgabe 4: Abtastratenwandlung

(12 Punkte)

Auf einem alten Speichermedium finden Sie eine Minute Nintendo-Sounds, die mit 8 Bit pro Abtastwert PCM-codiert abgespeichert wurden. Die Aufnahme nimmt auf dem Speichermedium 7.680.000 Bit ein.

a) Geben Sie die Abtastrate f_s an, mit der das Signal abgespeichert wurde.

Die Aufnahme soll nun bei einem Auftritt per Tastendruck von einem Samplepad abgespielt werden. Das Samplepad bietet pro Wiedergabeeinheit 38.400.000 Bit Speicherplatz und arbeitet mit 16 Bit pro Abtastwert. Um die Aufnahme entsprechend vorzubereiten, wandeln Sie zunächst jeden Abtastwert auf 16 Bit um und wollen anschließend die Aufnahme mit größtmöglicher Abtastrate auf dem Speicherplatz (38.400.000 Bit) des Zielmediums speichern.

b) Welches ist die maximale Abtastrate f_s'' für die Aufnahme, mit der Sie das Zielmedium voll ausnutzen?

Sie wollen nun die Abtastratenwandlung von f_s auf f_s'' durchführen.
(*Falls* von Teilaufgabe b) kein Ergebnis vorliegt, arbeiten Sie mit $f_s'' = 20\,\text{kHz}$ weiter.)

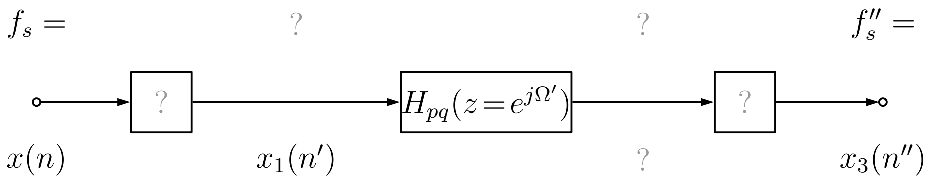
c) Nennen Sie das teilerfremde Abtastratenverhältnis $r = \frac{p}{q}$ für die Abtastratenwandlung.

d) Wie lautet die Grenzfrequenz $f_{c,p}$ für das ideale Antialiasing-Filter $H_p(z = e^{j\Omega'})$, das zur Expansion um den Faktor p genutzt werden kann?

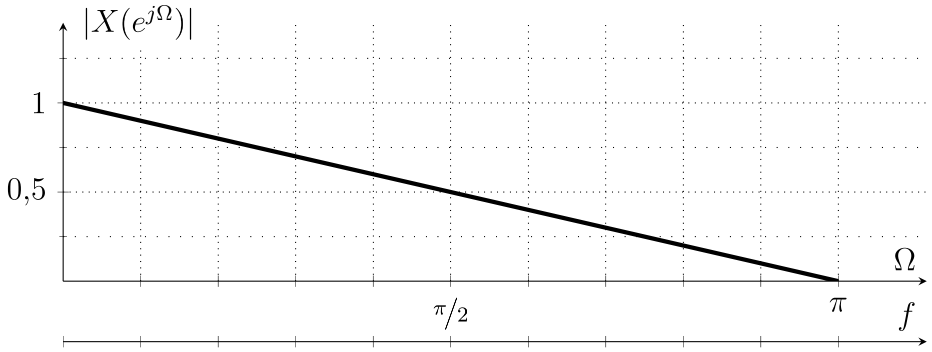
e) Wie lautet die normierte Grenzfrequenz $\Omega_{c,q}$ für das ideale Antialiasing-Filter $H_q(z = e^{j\Omega'})$, das zur Dezimation um den Faktor q genutzt werden kann?

f) Nennen Sie die normierte Grenzfrequenz $\Omega_{c,pq}$ des Filters $H_{pq}(z = e^{j\Omega'})$, welches als gemeinsames ideales Antialiasing-Filter für die Expansion und Dezimation genutzt werden kann.

g) Vervollständigen Sie das nachfolgende Blockschaltbild, um die gewünschte Abtastratenwandlung zu erreichen. Beschriften Sie alle Signale, Abtastraten, Blöcke und ggfs. benötigte Grenzfrequenzen. Nutzen Sie alle gezeigten Blöcke und achten Sie auf die korrekte Verwendung von gestrichenen Größen nach einem Wechsel der Abtastrate! Das Filter $H_{pq}(z = e^{j\Omega'})$ ist als ideal anzunehmen.

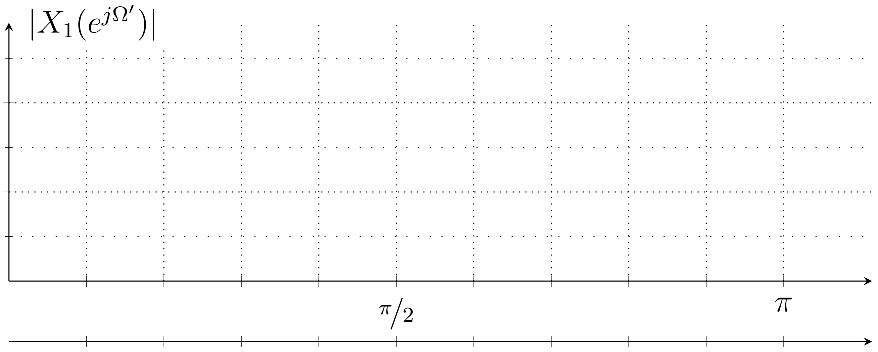


h) Zeichnen Sie die Betragsspektren $|X_1(e^{j\Omega'})|$, $|X_2(e^{j\Omega'})|$, $|X_3(e^{j\Omega''})|$ in die dafür vorgesehenen Diagramme ein. Achten Sie auf eine korrekte und vollständige Beschriftung aller Achsen, sowie der Amplitudenwerte.



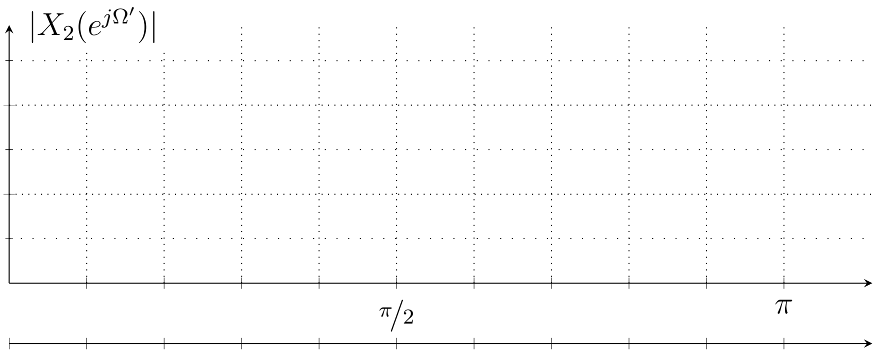
$|X(e^{j\Omega})|$
1
0,5
Ω
$\pi/2$
π
f

❶



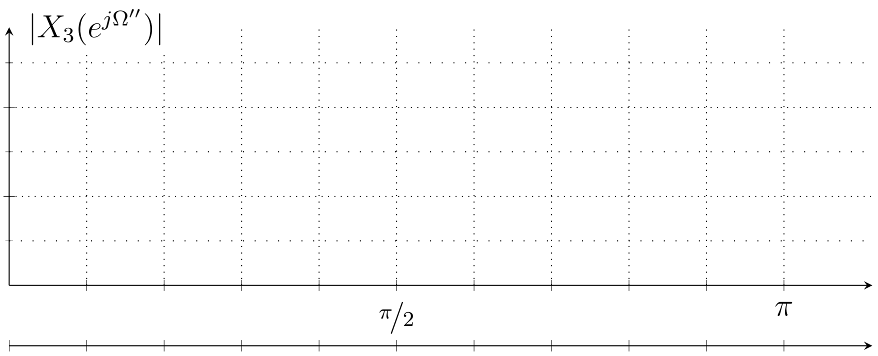
$|X_1(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π

❷



$|X_2(e^{j\Omega'})|$
$\pi/2$
π

❸



$|X_3(e^{j\Omega''})|$
$\pi/2$
π