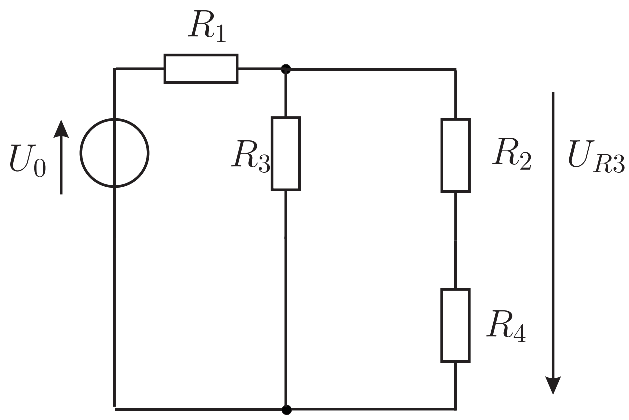
1 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 23

a)

Quellen durch Innenwiderstand ersetzen.

Quelle 1:



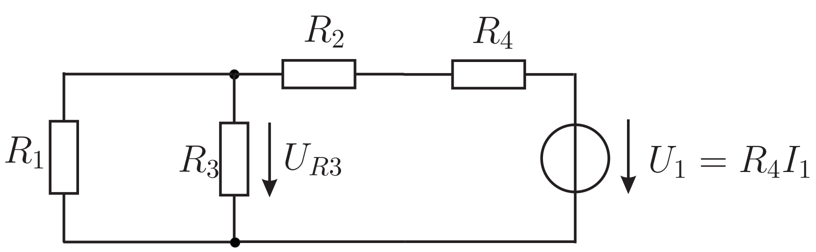
Skizze 1 Punkt

Spannungsteiler:

$$
\begin{aligned}
U_{R31} &= -U_0 \frac{(R_2+R_4)||R_3}{(R_2+R_4)||R_3+R_1} \\
&= -U_0 \frac{(R_2+R_4)R_3}{(R_2+R_4)R_3+R_1(R_2+R_3+R_4)}
\end{aligned}
$$

Ansatz und Rechnung je 1 Punkt

Quelle 2:



Skizze 1 Punkt, Quellentrafo 1 Punkt

Spannungsteiler:

$$\begin{aligned}
U_{R32} &= U_1 \frac{R_1||R_3}{R_1||R_3 + R_2 + R_4} \\
&= U_1 \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3 + (R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} \\
&= U_1 \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1(R_2 + R_3 + R_4) + (R_2 + R_4)R_3}
\end{aligned}$$

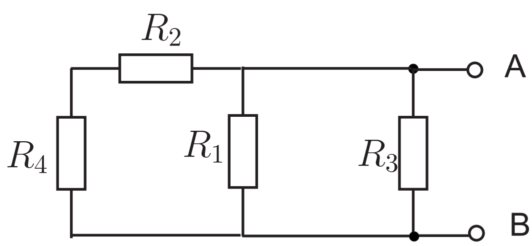
Ansatz und Rechnung je 1 Punkt

$$U_{R3} = U_{R31} + U_{R32} = R_3 \cdot \frac{-U_0(R_2 + R_4) + I_1 R_4 \cdot R_1}{(R_2 + R_4)R_3 + R_1(R_2 + R_3 + R_4)}$$

Ergebnis 1 Punkt

$\sum_a 8$

b)



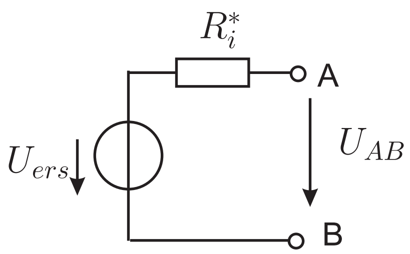
Skizze 1 Punkt

$$\begin{aligned}
\frac{1}{R_i} &= \frac{1}{R_2 + R_4} \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} \\
&= \frac{R_1 R_3 + (R_2 + R_4)R_1 + (R_2 + R_4)R_3}{(R_2 + R_4)R_3 R_1} \\
\Rightarrow R_i &= \frac{(R_2 + R_4)R_3 R_1}{R_1 R_3 + (R_2 + R_4)(R_1 + R_3)}
\end{aligned}$$

Ansatz 1 Punkt
Lösung 1 Punkt

$\sum_b 3$

c)



Skizze 1 Punkt

$U_{ers} = U_{R3}$ aus a)1 Punkt
$R_i^* = R_i$ aus b) 1 Punkt

$\sum_c 3$

d)

$\frac{U_{ers}}{R_i} = I_k$ Ansatz 1 Punkt

$$\begin{aligned} I_k &= \frac{-U_0(R_2+R_4)R_3 + I_1 R_4 R_1 R_3}{(R_2+R_4)R_1 R_3} \\ &= \frac{R_1 R_4 I_1 - U_0(R_2+R_4)}{R_1(R_2+R_4)} \\ &= \frac{-U_0}{R_1} + \frac{I_1 R_4}{R_2+R_4} \end{aligned}$$

Allgemeine Lösung 1 Punkt

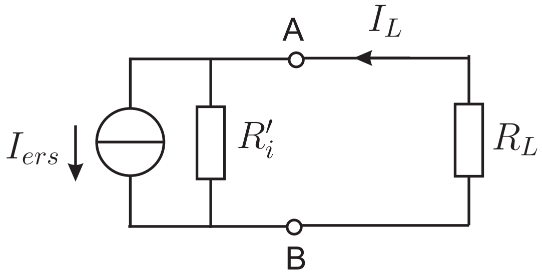
$\sum_d 2$

e)

$$\begin{aligned} I_k &\stackrel{!}{=} I_1 \\ I_k &= \frac{-U_0}{R} + \frac{I_1 R}{2R} \\ I_1 - \frac{I_1}{2} &= \frac{-U_0}{R} \\ \Rightarrow U_0 &= -\frac{RI_1}{2} \end{aligned}$$

$\sum_e 2$

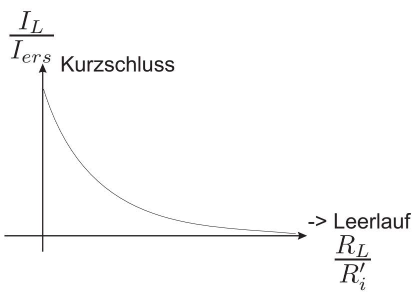
f)



Skizze 1 Punkt

$$\frac{I_L}{I_0} = \frac{R_i'}{R_i' + R_L} = \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R_i'}}$$

Herleitung 1 Punkt



Skizze 1, Kurzschluss 1, Leerlauf 1

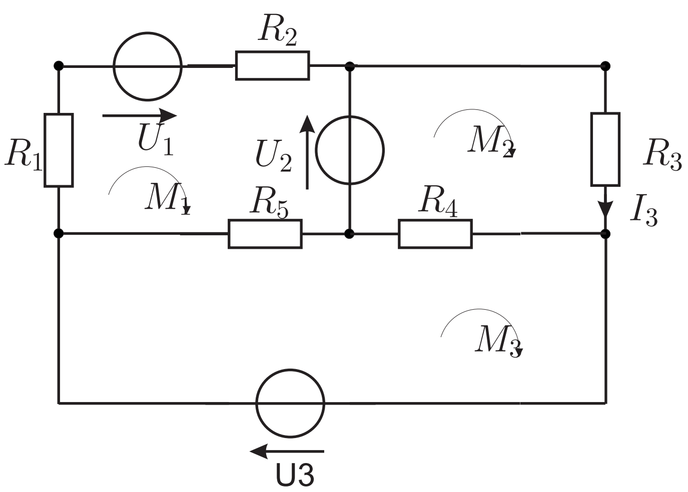
$\sum_f 5$

2 Gleichstromnetzwerk

Punkte: 23

a)

- R_6 entfällt, da in Reihe mit I_0 begründet 1 Punkt
- R_7 entfällt, da parallel zu U_2 begründet 1 Punkt
- Umwandeln von Strom- in Spannungsquelle $U_1 = I_1 \cdot R_2$ mit Angabe von U_1 1 Punkt



Skizze 1 Punkt

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_5 & 0 & -R_5 \\ 0 & R_3 + R_4 & -R_4 \\ -R_5 & -R_4 & R_4 + R_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{M1} \\ I_{M2} \\ I_{M3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 + U_2 \\ -U_2 \\ -U_3 \end{pmatrix} \quad (0.1)$$

Je Zeile 1 Punkt

$\sum_a 7$

b)

$$\begin{aligned}
det(R^*) \text{ für } I_{M2} \quad : \quad & (R_1+R_2+R_5)\left[-U_2(R_4+R_5)-(-U_3)(-R_4)\right]+ \\
+ \quad & (-R_5)\left[(-U_1+U_2)(-R_4)-(-U_2)(-R_5)\right]
\end{aligned}$$

je Term 1 Punkt (2)

$$\begin{aligned}
&= -U_2(R_1+R_2+R_5)(R_4+R_5)-U_3R_4(R_1+R_2+R_5) \\
&\quad -U_1R_4R_5+U_2R_4R_5+U_2R_5^2 \\
&= -(R_1+R_2)(R_4+R_5)U_2-R_4R_5U_1-(R_1+R_2+R_5)R_4U_3
\end{aligned}$$

Zusammenfassen und Quadrate eliminieren je 1 Punkt (2)

$$det(R) \quad : \quad (R_1+R_2+R_5)\left[(R_3+R_4)(R_4+R_5)-R_4^2\right]-R_5\left[R_5(R_3+R_4)\right]$$

je Term 1 Punkt (2)

$$\begin{aligned}
&= (R_1+R_2+R_5)\left[(R_3+R_4)R_5+R_3R_4\right]-(R_3+R_4)R_5^2 \\
&= (R_1+R_2+R_5)R_3R_4+(R_1+R_2)(R_3+R_4)R_5
\end{aligned}$$

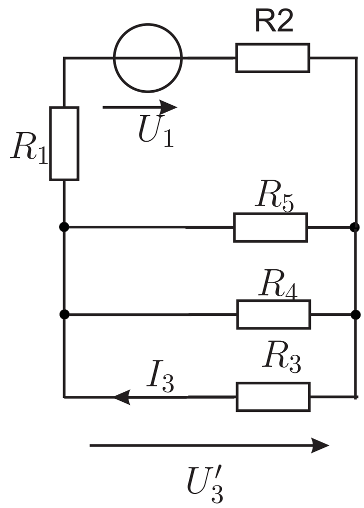
Quadrate eliminieren 1 Punkt

$$\begin{aligned}
I_3 &= \frac{det(R^*_{M2})}{det(R)} \\
&= \frac{-R_2R_4R_5I_1-(R_1+R_2)(R_4+R_5)U_2-(R_1+R_2+R_5)R_4U_3}{(R_1+R_2+R_5)R_3R_4+(R_1+R_2)(R_3+R_4)R_5}
\end{aligned}$$

Einsetzen und Zurückführen auf gegebene Größen 1 Punkt

$\sum_b 8$

c)



Skizze 1 Punkt

$$
\begin{aligned}
R_1 + R_2 + R_{345} &= R_1 + R_2 + \frac{1}{\frac{R_3R_4+R_4R_5+R_3R_5}{R_3R_4R_5}} \\
&= R_1 + R_2 + \frac{R_3R_4R_5}{R_3R_4 + R_4R_5 + R_3R_5} \\
U_3' &= U_1 \frac{R_3R_4R_5}{(R_1+R_2)(R_3R_4+R_4R_5+R_3R_5)+R_3R_4R_5} \\
I_3' &= -\frac{U_4'}{R_3} = -I_1R_2\frac{R_4R_5}{(R_1+R_2+R_5)R_3R_4+R_5(R_1+R_2)(R_3+R_4)}
\end{aligned}
$$

R_{ges} 1 Punkt
R_{ges} 1 Punkt
U_4' 1 Punkt
I_4' 1 Punkt

$\sum_c 4$

d) **Bei Zimmertemperatur** bewegen sich freie Ladungsträger in Metallen aufgrund **thermischer Energie** im Leiter. Sie **kollidieren** dabei mit anderen Teilchen, im **statistischen Mittel** ist ihre Geschwindigkeit allerdings 0.
Man spricht dann von einem Stromfluss, wenn sich aufgrund eines Potentialgefälles die Elektronen **statistisch** betrachtet **in eine Richtung bewegen**. Bei dieser Bewegung **kollidieren** sie auch weiterhin mit den starren Teilchen.

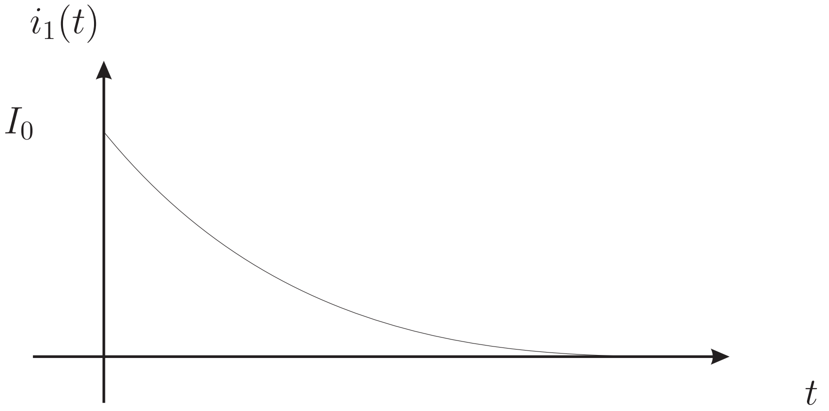
inhaltlich je Satz 1 Punkt

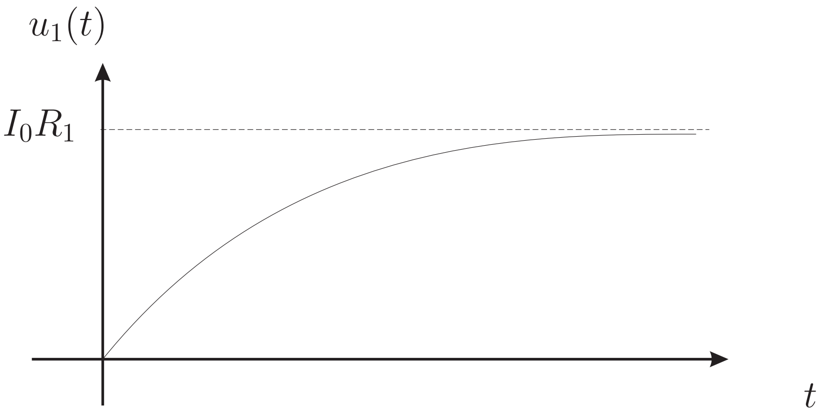
$\sum_d 4$

3 Kondensatornetzwerk

Punkte: 21

a)





je Skizze 1 Punkt

$U_1 = I_0R_1 = 1V$ 1 Punkt

$\sum_a 3$

b)

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}CU^2 \\ &= \frac{1}{2}10\mu F(1V)^2 = 5\mu J \\ Q_1 &= C_1U_1 = 10\mu F \cdot 1V = 10\mu C \end{aligned}$$

je Zeile 1 Punkt

$\sum_b 3$

c)

$$\begin{aligned} C_{ges} &= \frac{C_2C_3}{C_2+C_3} + C_1 = \frac{C_2C_3 + C_1(C_2+C_3)}{C_2+C_3} \\ &= \frac{12\cdot 60 + 10(12+60)}{12+60}\mu F = 20\mu F \end{aligned}$$

Reihen- und Parallelschaltung je 1 Punkt Ergebnis 1 Punkt

$\sum_c 3$

d) $Q_{ges} = 10\mu C$ aus b)

Q_{ges} bleibt erhalten: 1 Punkt
$U_1^* = \frac{Q_{ges}}{C_{ges}} = \frac{10\mu C}{20\mu F} = 0,5V$
Ergebnis 1 Punkt

Kapazitiver Teiler oder ausführlich:

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q_3 \\ C_2U_2^* &= C_3U_3^* \\ \frac{C_2}{C_3} &= \frac{U_3^*}{U_2^*} \quad \texttt{mit} \quad U_2^* + U_3^* = U_1^* \\ \frac{C_2}{C_3} &= \frac{U_1^* - U_2^*}{U_2^*} \\ U_1^* &= (\frac{C_2}{C_3} + 1)U_2^* \\ U_2^* &= \frac{U_1^*}{\frac{C_2}{C_3}+1} \\ &= \frac{5}{60}V = \frac{1}{12}V \\ \Rightarrow U_3^* &= \frac{25}{60}V = \frac{5}{12}V \end{aligned}$$

je Ergebnis und Lösungsansatz 1 Punkt

$\sum_d 6$

e)

$$
\begin{aligned}
W &= \frac{1}{2} C_{ges} U_1^{*2} \\
&= 0,5 \cdot 20\mu F (0,5V)^2 \\
&= 2,5\mu J
\end{aligned}
$$

$\sum_e 1$

f) Energieverlustet begründet durch Leitungsverluste während des Umladevorgangs und HF-Strahlung. 2 Punkte

$\sum_f 2$

g)

- R_1 begrenzt die Spannung am Kondensator
- $i_r = I_0$ im geladenen Zustand
- Spannung am Kondensator steigt linear an ohne Begrenzung (Bauteil wird zerstört)

je 1 Punkt

$\sum_g 3$

4 Kondensator

Punkte: 21

a) $C_{10} = \epsilon_0 \frac{A}{x_0+x}$,
$C_{02} = \epsilon_0 \frac{A}{x_0-x}$,
$C_{12} = \epsilon_0 \frac{A}{2x_0}$

$\sum_a 3$

b)

kapazitiver Teiler:
$U_{10} = U_{ges} \frac{C_{ges}}{C_{10}} = (U_1 + U_2) \frac{C_{12}}{C_{10}}$
$U_{02} = U_{ges} \frac{C_{ges}}{C_{02}} = (U_1 + U_2) \frac{C_{12}}{C_{02}}$
Ansatz 1 Punkt

$$U_{10} = (U_1 + U_2) \frac{\epsilon A}{2x_0} \frac{x_0 + x}{\epsilon_0 A} = (U_1 + U_2) \frac{x_0 + x}{2x_0}$$
$$U_{02} = (U_1 + U_2) \frac{\epsilon A}{2x_0} \frac{x_0 - x}{\epsilon_0 A} = (U_1 + U_2) \frac{x_0 - x}{2x_0}$$

je 1 Punkt

$\sum_b 3$

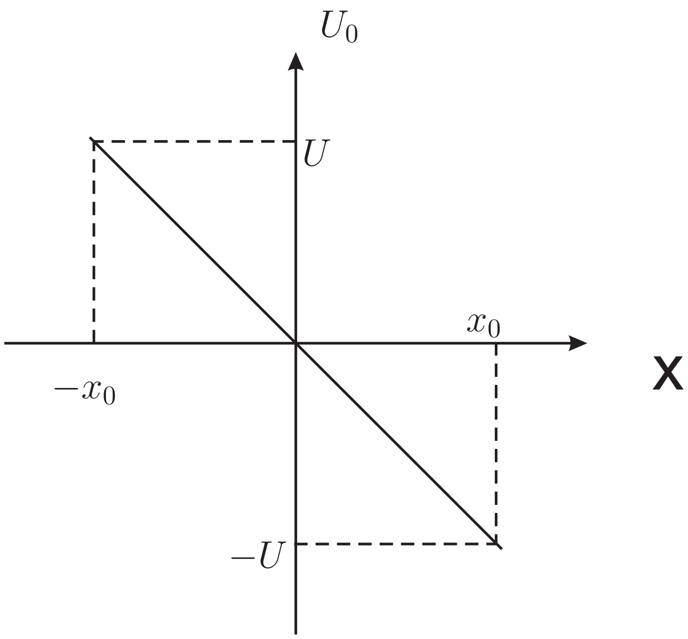
c)

$$\begin{aligned} U_0 &= U_{02} - U_2 (oder U_0 = U_1 - U_{10}) \\ &= (U_1 + U_2) \frac{x_0 - x}{2x_0} - U_2 = U_1 \frac{x_0 - x}{2x_0} + U_2 (\frac{x_0 - x}{2x_0} - 1) \\ &= U_1 \frac{x_0 - x}{2x_0} - U_2 \frac{x_0 + x}{2x_0} \end{aligned}$$

Ansatz 1 Punkt Ergebnis 1 Punkt

$\sum_c 2$

d) $U_1 = U_2 = U \Rightarrow U_0 = \frac{U}{2x_0}(x_0 - x - (x_0 + x)) = -\frac{U}{x_0}x$ Ansatz 1 Punkt



neg. Gerade 1 Punkt Achsenbeschriftung und durchlaufende Punkte 1 Punkt

$\sum_d 3$

e)

a) $Q_{ges} = U_{ges}C_{ges} = (U_1 + U_2)C_{12} = const \cdot const \Rightarrow Q_{ges} = const$

b) $Q_{ges} = const$, da abgeschlossenes System

begründet je 1 Punkt

$\sum_e 2$

f)

i) $C_1 \propto \varepsilon_r \Rightarrow C_{10} \uparrow, C_{02} = const$
$U_{10} \propto \frac{C_{02}}{C_{02}+C_{10}} \Rightarrow U_{10} \downarrow$ 1 Punkt
$U_{ges} = const$ da U_1 und U_2 am Netz 1 Punkt
$U_{02} = U_{ges} - U_{10} \Rightarrow U_{02} \uparrow$ 1 Punkt
$Q_{ges} = C_{ges}U_{ges} \Rightarrow Q_{ges} \uparrow 1 Punkt$

ii) $C_1 \propto \varepsilon_r \Rightarrow C_{10} \uparrow, C_{02} = const$
$Q_{ges} = const$, da abgeschlossenes System 1 Punkt
$Q_1 = Q_2$, da Reihenschaltung $\Rightarrow Q_1 = Q_2 = const$
$U_{02} = \frac{Q_2}{C_{02}} = const$ 1 Punkt
$U_{10} = \frac{Q_1}{C_{10}} \Rightarrow U_{10} \downarrow$ 1 Punkt
$U_{ges} = U_{10} + U_{02} \Rightarrow U_{ges} \downarrow$ 1 Punkt

$\sum_f 8$

5 Elektromagnetismus

Punkte: 22

a) Allgemein $i = \frac{u_i}{R_S}$, mit
i: Strom in der geschlossenen Schleife,
u_i: Induktionsspannung,
R_S: Schleifenwiderstand

Ansatz 1 Punkt

$u_i = -N\frac{d\phi}{dt} = -A\frac{dB}{dt}$ mit
A: Schleifenfläche

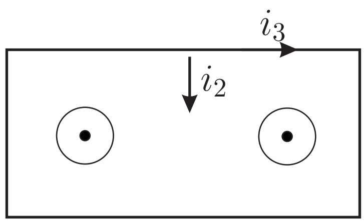
Ansatz 1 Punkt

$\frac{dB}{dt} = B_0\frac{d}{dt}(1 + \cos(\omega t)) = -\omega B_0 \sin(\omega t)$
Ansatz 1 Punkt, Ableiten 1 Punkt

$\Rightarrow i = \frac{A\omega}{R_S} B_0 \sin(\omega t)$ allgemeine Lösung 1 Punkt

$\sum_a 5$

b)



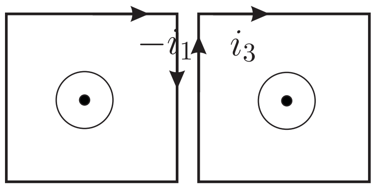
$i_1 = -i_3 = i_b$

mit $R_S = 6RundA = 2c^2$:
$i_b = \frac{c^2}{3R}\omega B_0 \sin(\omega t)$
$i_2 = 0$, da unterbrochen

je Strom 1 Punkt

$\sum_b 3$

c)



da Schleifen gleich groß: $-i_1 = i_3 = -i_c$

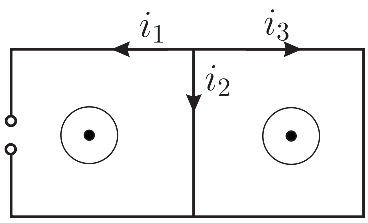
mit $R_S = 6RundA = 2c^2$:
$i_c = \frac{c^2}{3R}\omega B_0 \sin(\omega t)$

$i_2 = 0$, da Überlagerung von i_1 und i_3

je Strom 1 Punkt

$\sum_c 3$

d)



$i_1 = 0$, da unterbrochen

da Schleifen gleich groß:
$i_3 = -i_2 = -i_d$

mit $R_S = 4RundA = c^2$:
$i_d = \frac{c^2}{4R}\omega B_0 \sin(\omega t)$

je Strom 1 Punkt

$\sum_d 3$

e) An den Klemmen 1,1 liegt die induzierte Spannung der linken Schleife $U_{i11} = c^2 \omega B_0 sin(\omega t)$ an. 1 Punkt

Zusätzlich überlagert sich der Spannungsabfall am mittleren Leiter durch den Induktionsstrom in der rechten Schleife $U_{R11} = i_d R = \frac{c^2}{4} \omega B_0 \sin(\omega t)$ 1 Punkt

$$U_{11} = U_{i11} + U_{R11} = \frac{5}{4} c^2 \omega B_0 \sin(\omega t)$$

1 Punkt

$\sum_e 3$

f)

a) Verdopplung des Betrags der Spannung, da $U \propto B_0$

b) Verdopplung des Betrags der Spannung, da $U \propto \omega$

c) Verdopplung des Betrags des Stroms, da $I \propto \omega$

d) Vervierfachung des Betrags der Spannung, da $U \propto c^2$

e) Verdopplung des Betrags des Stroms, da $I \propto c^2 \cdot \frac{1}{c} = c$

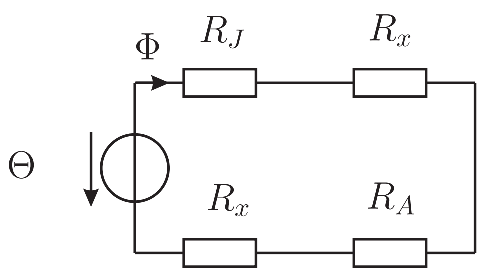
je 1 Punkt

$\sum_e 5$

6 Magnetischer Kreis

Punkte: 20

a)



Skizze 1 Punkt

$$R_J = \frac{9a}{\mu_r\mu_0 a^2} = \frac{9}{\mu_r\mu_0 a}$$
$$R_A = \frac{4a}{\mu_r\mu_0 a^2} = \frac{4}{\mu_r\mu_0 a}$$
$$R_x = \frac{x_0}{\mu_0 a^2}$$

Je Zeile 1 Punkt = 3 Punkte

$\sum_a 4$

b) $\phi = const$, da keine Streuung, $\Theta = N_1 I$ 1 Punkt

$\theta = \phi \cdot R_{m,ges} \Rightarrow \phi = \frac{\theta}{R_{m,ges}} = \frac{N_1 I}{R_{m,ges}}$ 1 Punkt

$$\begin{aligned} R_{m,ges} &= R_J + R_A + 2R_x \\ &= \frac{(9+4)a}{\mu_r\mu_0 a^2} + \frac{2x_0\mu_r}{\mu_r\mu_0 a^2} \\ &= \frac{13a + 2\mu_r x_0}{\mu_r\mu_0 a^2} \end{aligned}$$

2 Punkte

$$\phi = \frac{N_1 I \mu_r \mu_0 a^2}{13a + 2\mu_r x_0}$$

1 Punkt

$\sum_b 5$

c)

$\phi = \int \overrightarrow{B}_L d\overrightarrow{A}_L, A_L = a^2$, Da $\overrightarrow{B}$ senkrecht auf $\overrightarrow{A}$ gilt: $\phi = B_L A_L \Rightarrow B_L = \frac{\phi}{A_L}$
1 Punkt

$$B_L = \frac{N_1 I \mu_r \mu_0}{13a + 2\mu_r x_0}$$

1 Punkt

$\sum_c 2$

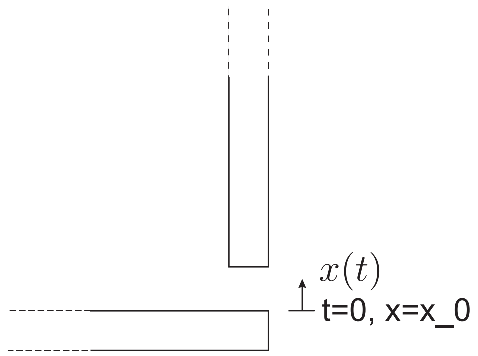
d) Für einen Luftspalt: $F_L = \frac{B_L^2}{2\mu_0} a^2$
Für zwei Luftspalte: $F = 2F_L = \frac{B_L^2}{\mu_0} a^2$ 1 Punkt

$$F = \left(\frac{N_1 I \mu_r \mu_0}{13a + 2\mu_r x_0} \right)^2 \frac{a^2}{\mu_0} = \left(\frac{N_1 I \mu_r a}{13a + 2\mu_r x_0} \right)^2 \mu_0$$

1 Punkt

$\sum_d 2$

e)



$U_2(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$ und $x = x(t) = x_0 - vt \Rightarrow \phi = \phi(t)$ 1 Punkt für den richtigen Ansatz

$$\phi = \frac{N_1 I \mu_r \mu_0 a^2}{13a + 2\mu_r (x_0 - vt)}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -N_1 I \mu_r \mu_0 a^2 \cdot \frac{-2\mu_r v}{(13a + 2\mu_r (x_0 - vt))^2}$$

2 Punkte

$$U_2(t) = - \cdot \frac{2 N_1 N_2 I \mu_0 \mu_r^2 a^2 v}{(13a + 2\mu_r (x_0 - vt))^2}$$

1 Punkt

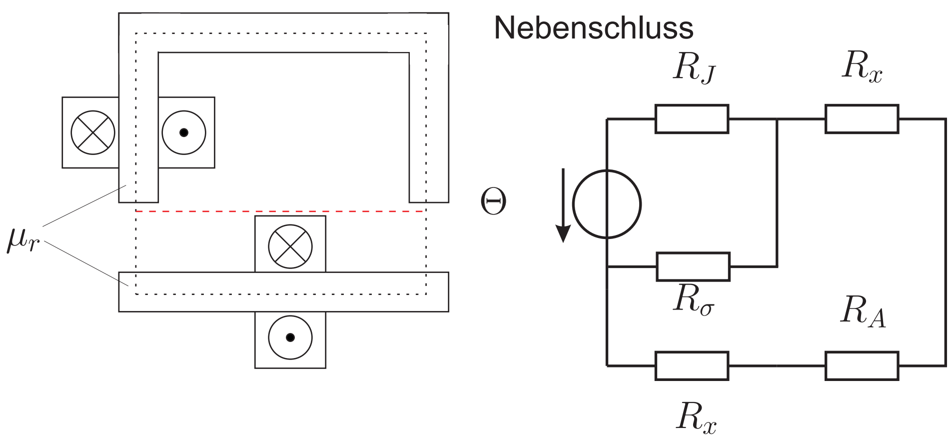
$\sum_e 4$

f)

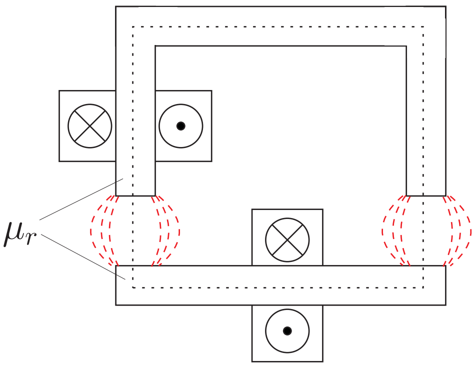
Für $x = const \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow U_2 = 0$ 1 Punkt

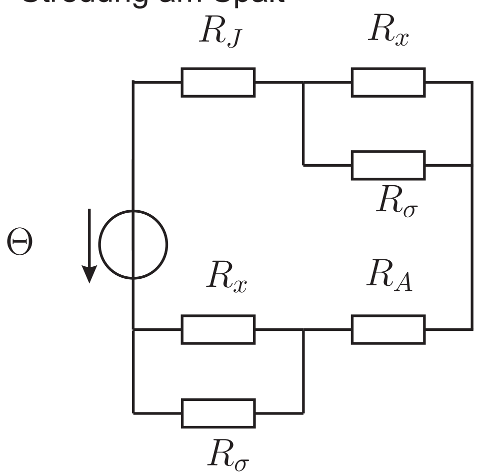
$\sum_f 1$

g)



oder:





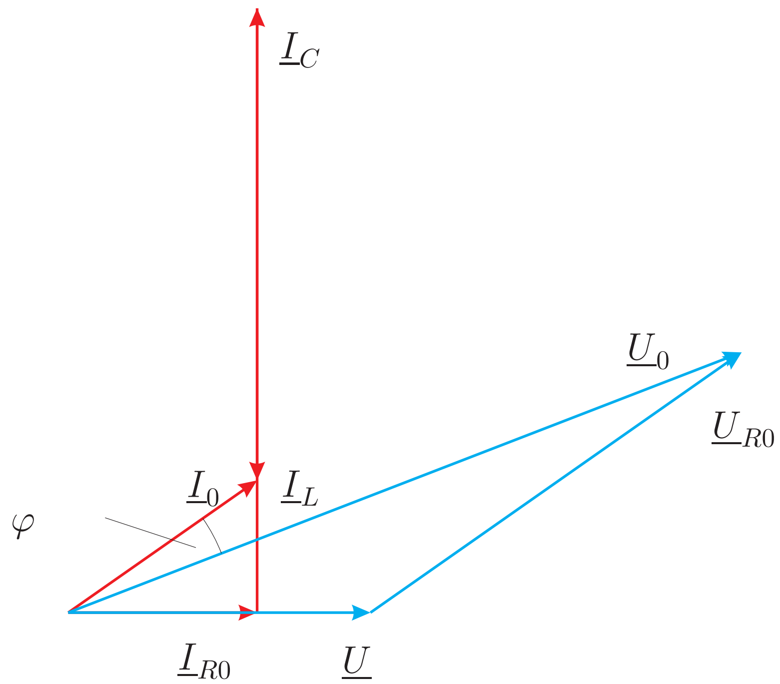
je Skizze und richtige Modellierung 1 Punkt

$\sum_g 2$

7 Komplexe Wechselstromrechnung

Punkte: 22

a)



a) $\underline{I}_R$ einzeichnen

b) $|\underline{U}| = |\underline{U}| \cdot R = 4V$ in Phase zu $\underline{I}_R$ einzeichnen

c) $|\underline{I}_C| = \omega C|\underline{U}| = 80kHz \cdot 50nF \cdot 4V = 16mA$ einzeichnen $90°$ voreilend

d) $|\underline{I}_L| = \frac{1}{\omega L}|\underline{U}| = \frac{4V}{80kHz \cdot 4mH} = 12,5mA$ einzeichnen $90°$ nacheilend

e) I_0 einzechnen und ablesen: 6 mA aus ZD

f) $U_{R0} = I_0 \cdot R_0 = 6V$ einzeichnen parallel zu I_0 an $\underline{U}$

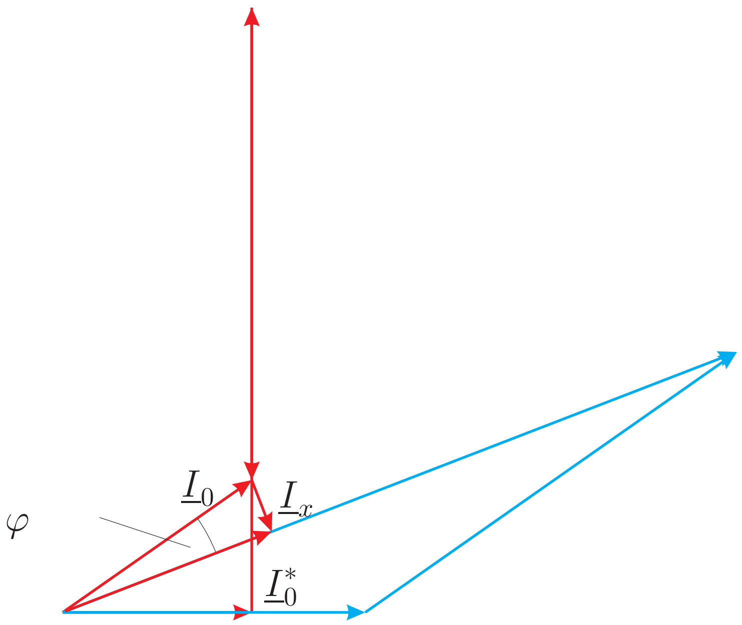
g) U_0 einzeichnen und ablesen: 9,6V aus ZD

h) Phasenwinkel ablesen: $\varphi = 14°$

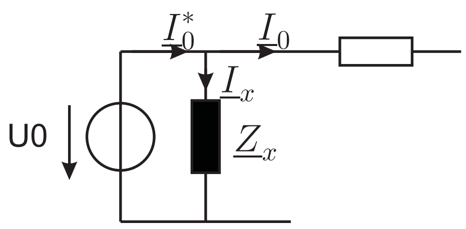
je gezeichneter/ermittelter Komponente 1 Punkt

$\sum_a 8$

b) Schaltung ist kapazitiv, da I_0 voreilend vor U_0 1 Punkt
$\Rightarrow$ induktives Element: $Z_x = \omega L$ 1 Punkt



$\underline{I}_0^* = \underline{I}_0 + \underline{I}_x$ 1 Punkt



aus ZD: $|\underline{I}_x| = 1,5mA$ 1 Punkt

$\omega L = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_x|}$ Ansatz 1 Punkt

$L = \frac{|\underline{U}_0|}{|\underline{I}_x|\omega} = \frac{9{,}6V}{1{,}5mA \cdot 80kHz} = 80mH$

$\sum_b 5$

c) Parallelschwingkreis, Resonanzfrequenz wird gesperrt.2 Punkt

Resonanz tritt auf für $img(Y) = img(\frac{1}{Z}) \rightarrow min = 0.$1 Punkt

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{Z} &= \frac{1}{j\omega_0 L} + j\omega_0 C \\
0 &= \frac{1}{j\omega_0 L} + j\omega_0 C \\
\omega_0 C &= \frac{1}{\omega_0 L} \\
\Rightarrow \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}} \\
&= \sqrt{\frac{1}{4mH \cdot 50nF}} \\
&= \frac{1}{10\sqrt{2}} 10^6 Hz \\
&\approx 70kHz
\end{aligned}
$$

Ansatz 1 Punkt
Allgemeine Lösung 1 Punkt
Ergebnis 1 Punkt

$\sum_c 6$

d)

- $\omega = 0 \rightarrow \omega L = 0 \rightarrow \underline{U} = 0 \Rightarrow \frac{\underline{U}}{\underline{U}_0} = 0$
- $\omega = \omega_0 \rightarrow ohmscher Spannungsteiler \frac{\underline{U}}{\underline{U}_0} = \frac{R}{R+R_0} = 800/1800 = \frac{4}{9}$
- $\omega = \infty \rightarrow \frac{1}{\omega C} = 0 \rightarrow \underline{U} = 0 \Rightarrow \frac{\underline{U}}{\underline{U}_0} = 0$

$\sum_d 3$