Modelos y Simulación para Videojuegos II

PROVISORIO

Unidad 3

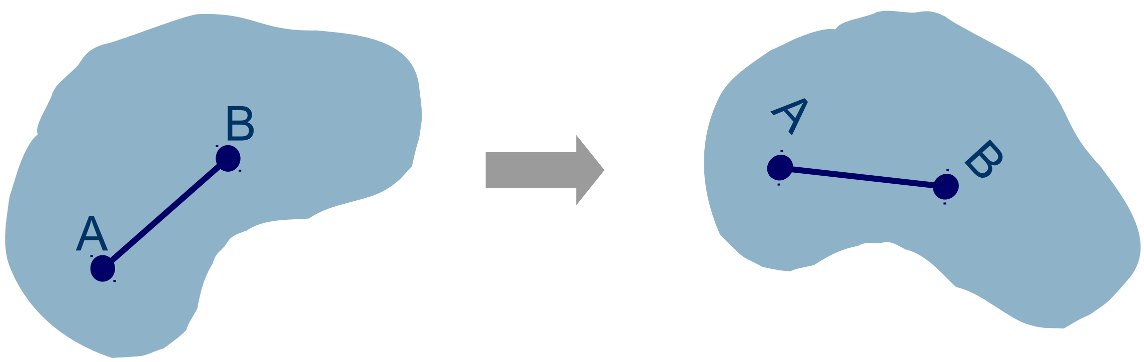
Rigid Body

Ing. Mariano Banquiero

Contenido

Introducción

El cuerpo rígido (rigid body en inglés) es una idealización del concepto de un cuerpo sólido que no se puede deformar por la acción de las fuerzas externas. Es decir las distancias entre todos los puntos que forman el cuerpo se mantienen constantes.



Rigid Body: La distancia entre cualquier par de puntos A y B se mantiene constante. El cuerpo no se deforma.

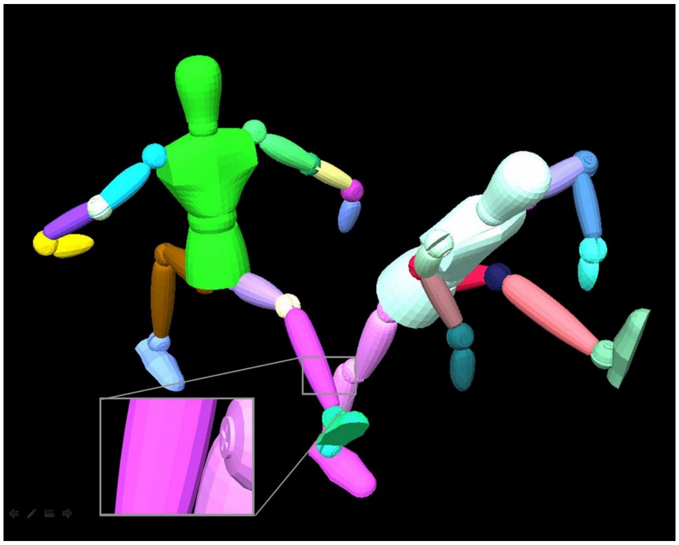
En contrapartida, un cuerpo blando o soft body es aquel que se deforma en mayor o menor medida debido a la acción de las fuerzas externas. En la vida real no existen cuerpos perfectamente rígidos, por eso decimos que el concepto de rigid body es una idealización que nos permite aproximar la realidad en el contexto de una simulación física.

Soft body. La bola se deforma al rebotar contra el piso.

Muchas veces el cuerpo se comporta como un rigid body mientras la acción de las fuerzas externas no sean lo suficientemente grandes. Cuando la fuerza externa supera cierto límite el cuerpo se rompe. Por ejemplo un automóvil se comporta como un rigid body mientras no colisione contra otro automóvil o contra alguna pared. En el caso de colisión contra otro cuerpo, el rigid body se rompe o se destruye al recibir la fuerza del impacto. La simulación de daño (damage simulation) estudia la forma en que se destruye un cuerpo rígido cuando colisiona contra otro o recibe un impacto de gran magnitud.

Simulación de Daño.

Varios cuerpos rígidos pueden estar unidos entre sí o combinados para formar una maquinaria o un cuerpo articulado. En este caso el cuerpo resultante no es un cuerpo rígido en el sentido que hemos definido (que cualquier par de puntos mantiene su distancia). Queda claro que si tomamos los centros de gravedad de cada una de las partes que componen un cuerpo articulado, sus posiciones relativas van variando al moverse sobre sus articulaciones. Si embargo si estudiamos sus partes por separado, éstas sí son cuerpos rígidos y no se deforman mientras giran o rotan sobre las articulaciones.



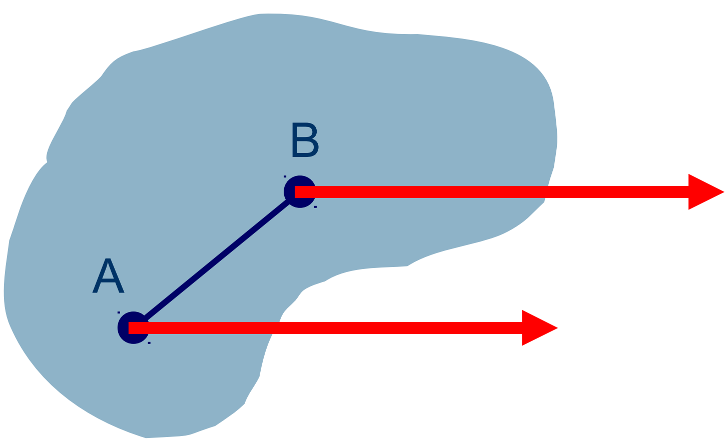
Articulated Rigid Body.

Cinemática del Cuerpo Rígido.

Como vimos en la unidad 1, la posición de una partícula puede describirse en todo momento por una función vectorial x(t), que representa la traslación de la misma con respecto al origen de coordenadas. En el caso de un cuerpo rígido la situación es un poco más complicada, porque además de los movimientos de traslación, se pueden aplicar movimientos de rotación.

Movimiento de Traslación.

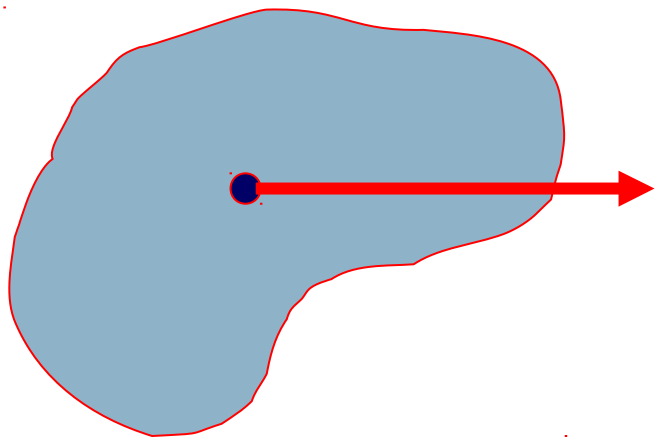
Cuando un cuerpo rígido se traslada sin rotar, todas las partículas que lo componen se mueven en trayectorias paralelas, de tal manera que no se modifican las distancias relativas entre ellas.



Movimiento de traslación de un cuerpo rígido

Como consecuencia podemos describir el movimiento de traslación de todas las partículas del cuerpo simplemente usando una sola partícula como referencia.

Una vez identificada la posición de una de las partículas el resto queda unívocamente determinado.

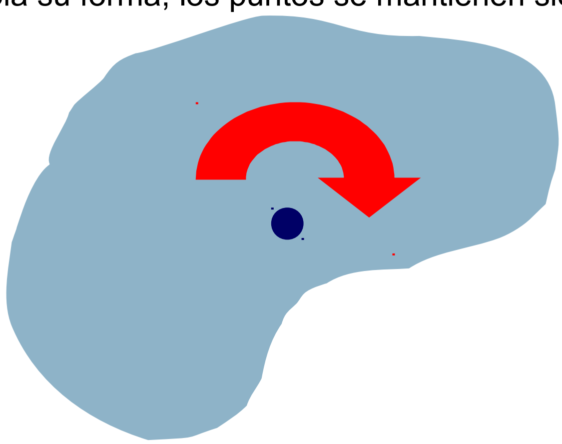


Traslación del cuerpo rígido usando el centro de masas.

En resumen para el movimiento de traslación las ecuaciones cinemáticas del cuerpo rígido son iguales a las de la partícula, con la única consideración de tomar el centro de masas como representante de todo el cuerpo.

Movimiento de Rotación.

Un cuerpo rígido que puede girar libremente, rota alrededor de un eje que pasa por su centro de masas. Durante el movimiento de rotación el cuerpo no cambia su forma, los puntos se mantienen siempre a la misma distancia entre si.



Movimiento de rotación sobre el centro de masas.

Para describir la rotación del cuerpo rígido se puede usar la orientación del cuerpo con respecto a una orientación inicial que se toma como referencia. En el caso de 2 dimensiones, la orientación es simplemente un ángulo que significa cuanto rotar el cuerpo rígido sobre su centro de masas.

El movimiento del cuerpo rígido puede estudiarse como

* un movimiento de traslación de su centro de masas.

* un movimiento de rotación alrededor de su centro de masas.

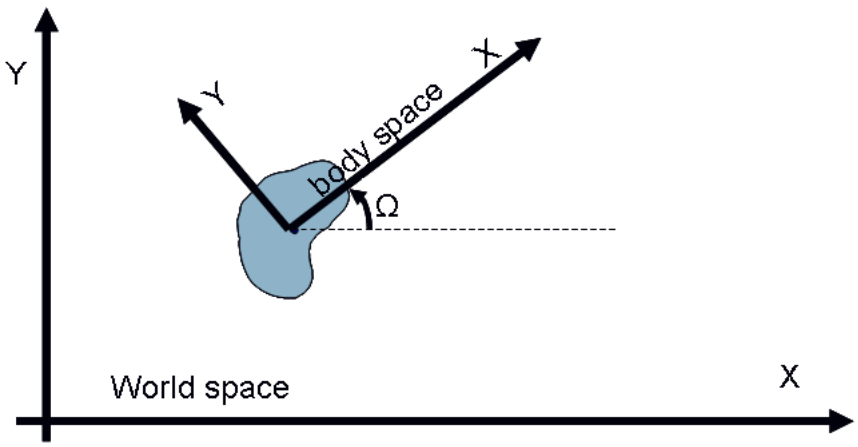
A este tipo de transformaciones se las suele llamar roto-traslaciones. Son transformaciones que respetan la forma del cuerpo, es decir que mantienen constantes las distancias entre los puntos, y por eso son de gran importancia para la simulación física, ya que son las que se pueden aplicar a las cuerpos rígidos.

Nota. La transformación de reflexión (espejado), que también respeta las distancias entre todos los puntos, muchas veces no se la considera una transformación de cuerpo rígido. En la vida real los cuerpos rígidos no se pueden transformar en su "imagen especular", por ejemplo un guante izquierdo jamás se puede transformar en uno derecho.

Transformación de Reflexión.

World Space vs Body Space.

Se llama world space al sistema de referencia global de toda la escena. Si bien es arbitrario, una vez que esta definido, es el mismo para todos los objetos que componen la escena. Para describir el movimiento de un cuerpo rígido puede ser útil trabajar en otro sistema de referencia donde el centro del universo coincida con el centro de masas del cuerpo. De esta forma se simplifican notoriamente las ecuaciones del movimiento. Este sistema de referencia se llama body space o model space. Queda claro que mientras que el word space es único para toda la escena, el body space es específico para cada cuerpo o modelo en la simulación. Usualmente todos los modelos se trabajan en el model space y luego como último paso se transforman al world space justo antes de dibujarse.

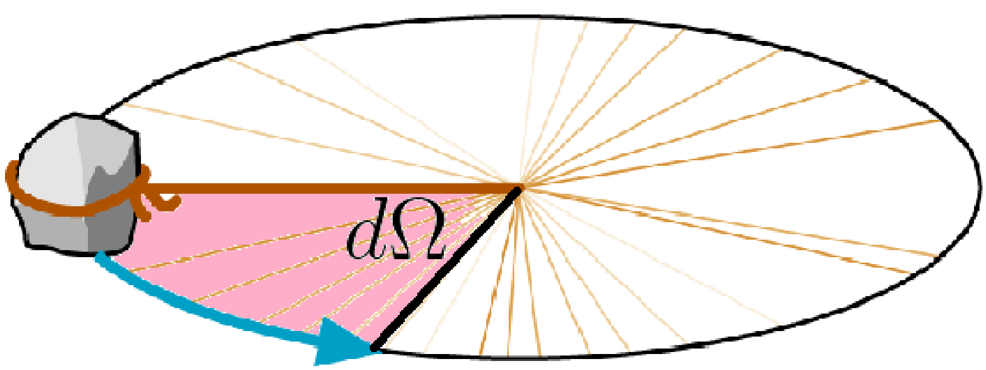


World space y Body Space.

Movimiento Circular Uniforme

Para estudiar la rotación del cuerpo rígido antes vamos a introducir un nuevo tipo de movimiento: el movimiento circular uniforme, o MCU.

En física, el movimiento circular uniforme (también denominado movimiento uniformemente circular) describe el movimiento de un cuerpo atravesando, con rapidez constante, una trayectoria circular. Aunque la rapidez del objeto es constante, su velocidad no lo es: La velocidad, una magnitud vectorial, tangente a la trayectoria, en cada instante cambia de dirección. Esta circunstancia implica la existencia de una aceleración que, si bien en este caso no varía al módulo de la velocidad, sí varía su dirección.



Movimiento Circular Uniforme: la piedra recorre ángulos iguales en tiempos iguales.

Como el cuerpo describe una trayectoria circular, es conveniente usar como centro de coordenadas el centro del círculo o sea el punto alrededor del cual gira. La distancia a dicho punto es el radio de la circunferencia y entonces la posición de la partícula esta dada por:

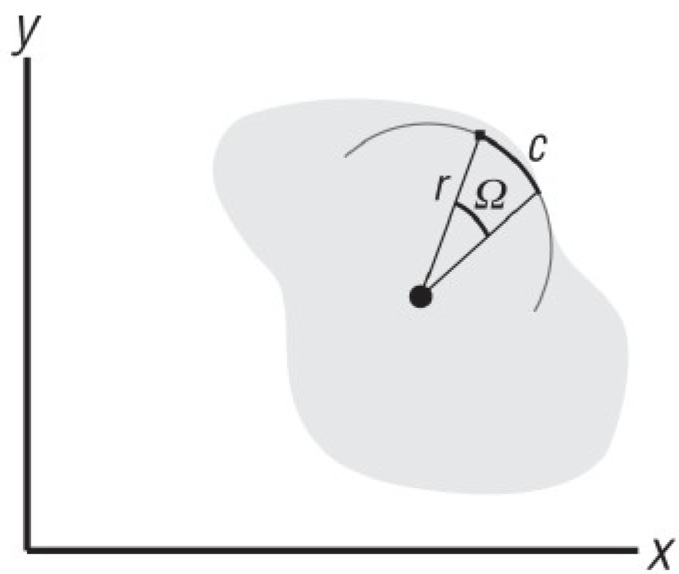
$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$$

Ángulo y velocidad angular

El ángulo Ω abarcado en un movimiento circular es igual al cociente entre la longitud del arco de circunferencia recorrida y el radio.

La longitud del arco y el radio de la circunferencia son magnitudes de longitud, por lo que el desplazamiento angular es una magnitud adimensional, llamada radián. Un radián es un arco de circunferencia de longitud igual al radio de la circunferencia, y la circunferencia completa tiene 2π, radianes. La velocidad angular w es la variación del desplazamiento angular por unidad de tiempo:

$$w = \frac{d\Omega}{dt} \quad (1)$$

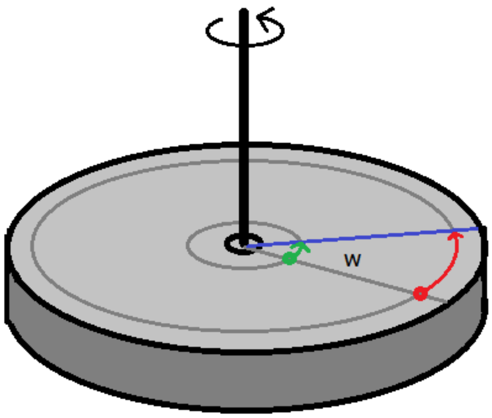


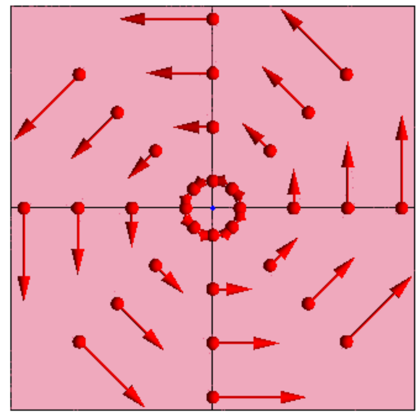
Movimiento circular que describen las partículas de un rigid body que esta rotando sobre su CM.

Un cuerpo rígido rota un ángulo Ω alrededor de su centro de masas. Todas las partículas del cuerpo describen trayectorias circulares alrededor del centro de masas y a la misma velocidad angular, pero cuanto más alejada este la partícula del centro de masas mayor será la distancia recorrida.

$$C = r\Omega \quad (2)$$

La distancia recorrida es igual a la longitud del arco. Si bien el ángulo es el mismo para todas las particulares, el arco depende del radio o sea de la distancia al centro de masas.



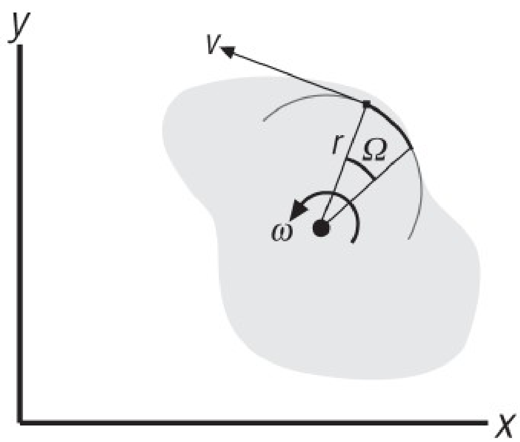


La partícula roja recorre mayor distancia que la partícula verde que esta más cerca del eje de rotación. A la izquierda se muestra una representación del campo de velocidades. El tamaño de las flechas representa la magnitud de la velocidad tangencial.

A medida que nos alejamos del centro de masas la distancia recorrida por unidad de tiempo es cada vez mayor. En contrapartida al acercarse al eje de rotación la distancia recorrida es cada vez menor, hasta que llegamos al centro de masas, donde no se experimenta cambio alguno. El centro de rotación es el único punto de cuerpo que permanece fijo en el movimiento de rotación.

Velocidad Tangencial.

La velocidad tangencial es la distancia que recorre la partícula por unidad de tiempo. Por lo tanto para distintos radios y a la misma velocidad angular, las partículas se desplazan a distintas velocidades tangenciales.



Velocidad lineal debida a la rotación.

Podemos deducir la ecuación de la velocidad tangencial a partir de la ecuación de la distancia recorrida o longitud de arco, derivando con respecto al tiempo :

La distancia recorrida viene dada por esta ecuación (2):

$$C = r\Omega$$

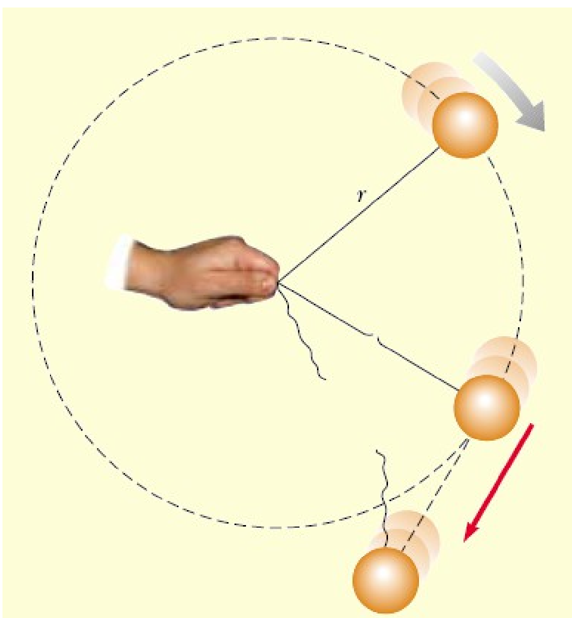
Derivando con respecto al tiempo y usando la ecuación (1)

$$v = \frac{dC}{dt} = r\frac{d\Omega}{dt} = rw \quad (3)$$

La ecuación (3) formaliza el hecho que cuanto más alejado del centro de rotación mayor será la velocidad de la partícula. Este hecho es conocido de la experiencia diaria, por ejemplo en el juego del "Zamba", se experimenta mayor velocidad al estar lejos del centro del disco que esta girando. Para lograr mayor estabilidad es conveniente pararse cerca del centro del disco donde no hay velocidad tangencial.

Ubicado sobre el centro del disco no se experimenta velocidad tangencial.

La velocidad tangencial es un vector cuya dirección es tangente a la trayectoria circular que describe la partícula que rota sobre el centro de masas.



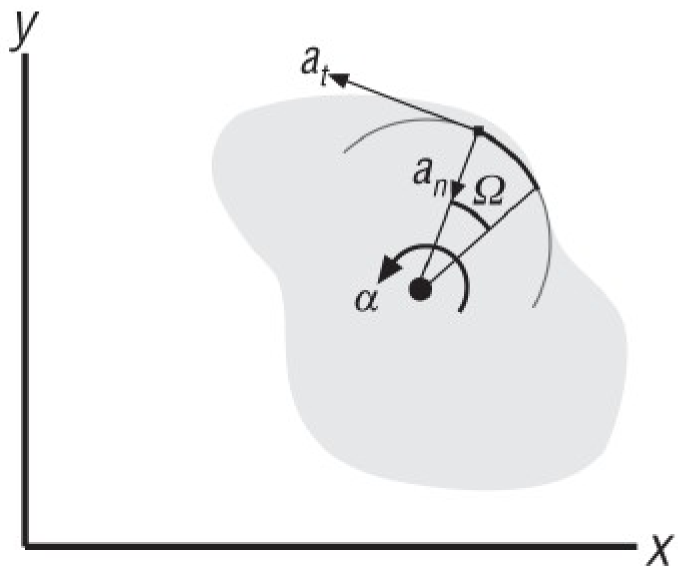
Imaginemos un piedra atada a un hilo que sostenemos con la mano y hacemos girar como indica la figura de la izquierda. Si en algún punto el hilo se rompe, la piedra saldrá disparada en la dirección tangente a la circunferencia. Esa es la misma dirección que tiene la velocidad tangencial. De hecho la velocidad tangencial representa la velocidad lineal que tiene la partícula debido a su movimiento de rotación. Esa velocidad lineal se tiene que sumar a la velocidad lineal de todo el cuerpo rígido (o sea del centro de masas) para calcular la velocidad lineal total de cada partícula. Esto es de suma importancia, por ejemplo, para calcular con exactitud la colisión de un cuerpo rígido contra otro.

Aceleración Tangencial y Normal.

Derivando nuevamente la ecuación (3) con respecto al tiempo, llegamos a la fórmula de la aceleración tangencial en función de la aceleración angular α

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{dw}{dt} = r\alpha$$

Además hay otro componente de aceleración producto de que el cuerpo rígido esta rotando. Esa componente que es normal a la trayectoria circular que describe la partícula mientras esta rotando alrededor del CM, se llama aceleración centrípeta. Esta aceleración está dirigida hacia el centro de masas, y es la responsable que la partícula no salga disparada en dirección tangencial. En el ejemplo de la piedra girando, la tensión del hilo representa la fuerza centrípeta que mantiene la piedra sobre la trayectoria circular. Al cortarse el hilo desaparece la fuerza centrípeta y por ese motivo la piedra sale disparada en la dirección tangencial.



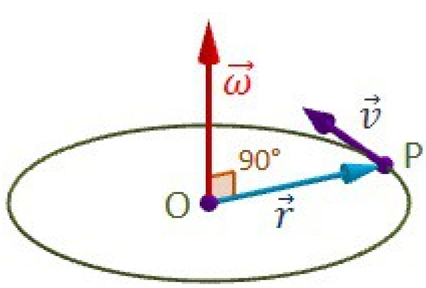
Aceleración Tangencial y Normal.

La velocidad es una cantidad vectorial, eso quiere decir que hay 2 formas en que es posible cambiar la velocidad. Una es un cambio en la magnitud, es decir, un cambio en la rapidez, y la otra forma es un cambio en la dirección. El cambio en la magnitud es producido por la componente tangencial de la aceleración, mientras que el cambio en la dirección es producido por el componente normal.

La fórmula para computar la aceleración normal o centrípeta viene dada por

$$a_n = rw^2$$

Mientras trabajemos en 2 dimensiones se pueden usar las ecuaciones vistas como escalares y teniendo en cuenta que la dirección de la velocidad tangencial es siempre tangente a la trayectoria circular. Sin embargo en 3 dimensiones, y para generalizar estas fórmulas, es conveniente usar ecuaciones vectoriales, que al mismo tiempo nos den la magnitud y la dirección de la velocidad y la aceleración.



Para poder trabajar con vectores, tenemos que definir la velocidad angular como un vector paralelo al eje de rotación. El vector w será perpendicular al plano que contiene los vectores r (posición) y v (velocidad tangencial). El módulo será el valor de w y sentido se suele determinar con la regla de la mano derecha.

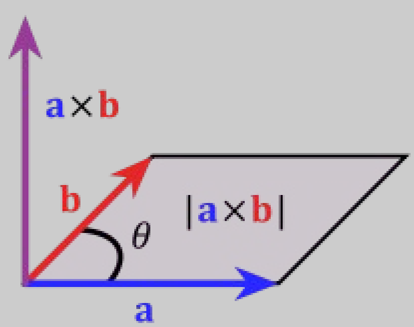
Definir la velocidad angular como un vector puede llegar a parecer extraño, pero nos permite calcular la velocidad tangencial usando esta simple ecuación:

$\vec{v} = \vec{w} \times \vec{r}$ (4)

En la ecuación 4, tanto la velocidad angular ($\vec{w}$) como la posición de la partícula ($\vec{r}$) son vectores y el símbolo $\times$ representa el "cross product" o producto vectorial.

Regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector w en base al sentido del giro.

Nota: En matemáticas, el producto vectorial o producto cruz es una operación binaria entre dos vectores en un espacio tridimensional. El resultado es un vector perpendicular a los vectores que se multiplican, y por lo tanto normal al plano que los contiene. Debido a su capacidad de obtener un vector perpendicular a otros dos vectores, cuyo sentido varía de acuerdo al ángulo formado entre estos dos vectores, esta operación es aplicada con frecuencia para resolver problemas matemáticos, físicos o de ingeniería.



Cross product entre los vectores a y b

El producto vectorial puede definirse de una manera más compacta de la siguiente manera:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin\theta)\ \hat{\mathbf{n}}$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario y ortogonal a los vectores a y b y su dirección está dada por la regla de la mano derecha y θ es el ángulo entre a y b. A la regla de la mano derecha se la llama a menudo también regla del sacacorchos.

Ojo!. Hay que tener presente que el producto vectorial no es conmutativo y tener en cuenta el orden preciso w por r y no al revés, en cuyo caso estaría dando el sentido incorrecto.

Aplicando el mismo razonamiento para la aceleración, llegamos a la fórmula vectorial de la aceleración normal:

$$\vec{a_n} = \vec{w} \times (\vec{w} \times r) \quad (5)$$

Período y Frecuencia.

El MCU es un movimiento que se denomina periódico ya que para cada punto de la trayectoria el cuerpo pasa reiteradamente a intervalos regulares de tiempo. En dicho punto la velocidad del cuerpo es siempre la misma, en módulo, dirección y sentido.

En este tipo de movimiento se llama período (T) al tiempo empleado en efectuar un giro completo. Es decir el período es un unidad de tiempo y usualmente se mide en segundos.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{(período)}$$

Por otro lado se conoce como frecuencia (f) al número de vueltas que da la partícula por unidad de tiempo. Como un giro requiere un tiempo igual a un período, se tiene que

$$f = \frac{1}{T} \qquad \text{(frecuencia)}$$

Si el tiempo se mide en segundos (s), la frecuencia se mide en 1/segundos = s^{-1}, que se llaman Hertz y se abrevia Hz.

Otra unidad muy común para la frecuencia es el r.p.m. o revoluciones por minuto.

$$1rpm = \frac{1}{60}Hz$$

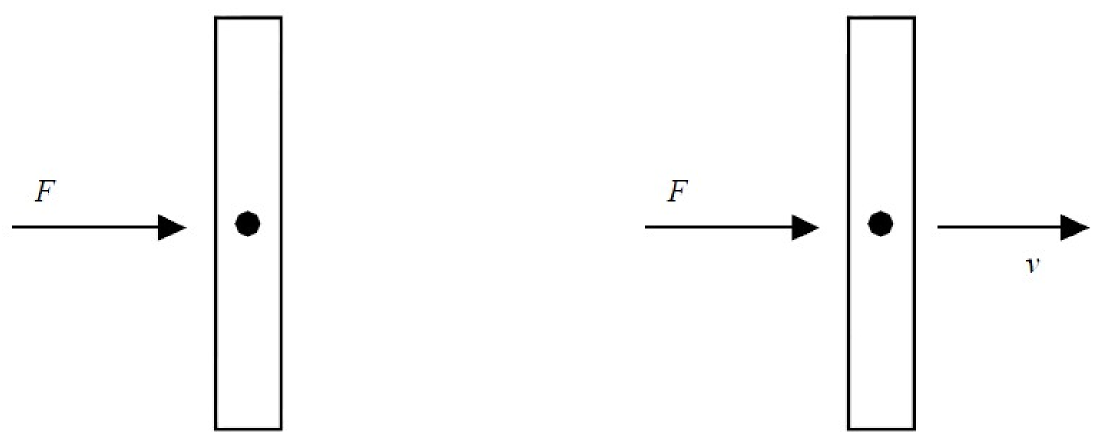
Por último podemos expresar la velocidad angular w en función de la frecuencia usando esta equivalencia

$$w = 2\pi f$$

Fuerza y Torque.

Sabemos que la segunda ley de Newton establece que toda fuerza aplicada sobre un cuerpo produce un aceleración. Pero entonces, si toda fuerza produce una aceleración, que es lo que causa una rotación? La respuesta es el momento de una fuerza o torque. Veamos que ocurre con un cuerpo rígido cuando sobre el actúa una fuerza externa en distintos casos:

Si se aplica una fuerza F sobre un cuerpo rígido en una línea que pasa por el centro de masas, el cuerpo solo experimentará un movimiento de traslación. Es decir no se produce ninguna rotación.



Una fuerza aplicada sobre una línea de acción que pasa por el CM solo produce un movimiento de traslación, es decir una cambio en la velocidad lineal del cuerpo rígido.

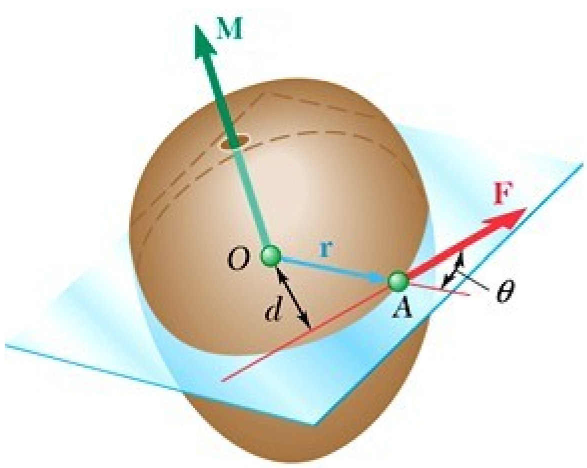
Si aplicamos una fuerza sobre una línea que no pasa por el centro de masas, el cuerpo rígido tiende a rotar sobre el su CM, es decir se produce un movimiento de rotación además del movimiento de traslación.

Una fuerza aplicada sobre una línea de acción que no pasa por el CM produce un movimiento de rotación. Es decir se produce una aceleración angular además de la aceleración lineal.

La segunda la ley de Newton establece la fórmula precisa de la aceleración en función de la masa y la fuerza: F = ma. Nuestro objetivo es deducir una fórmula similar para la rotación. Para ello introducimos el concepto de torque o momento de una fuerza.

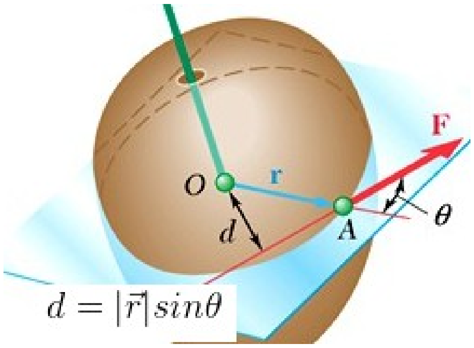
Se denomina momento de una fuerza (respecto a un punto dado) a una magnitud vectorial, obtenida como producto vectorial del vector de posición del punto de aplicación de la fuerza (con respecto al punto al cual se toma el momento) por el vector fuerza, en ese orden. Escrito en términos vectoriales:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad (1)$$



Momento M de una fuerza F con respecto a un punto O. La fuerza esta aplicada sobre el punto A, sobre una línea de acción que no pasa por el centro de masas O

De la ecuación (1) se deduce que el momento es perpendicular al plano donde viven los vectores de posición (el punto donde se aplica la fuerza) y el vector de la fuerza. El sentido del momento se suele determinar con la regla de la mano derecha (de la misma manera que hicimos con la velocidad angular).



La magnitud del momento se puede calcular usando esta fórmula :

$$|\vec{M}| = |\vec{r}||\vec{F}|sin\theta$$

Por otra parte vemos que el término $|\vec{r}|sin\theta$ corresponde a la distancia del punto medida sobre la recta de acción, con lo cual la ecuación se puede escribir como

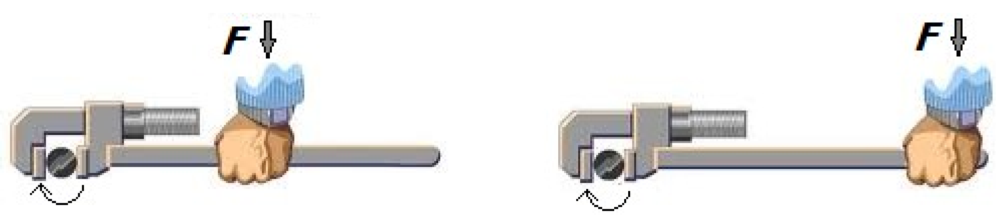
$$|\vec{M}| = |\vec{F}|d$$

A la distancia *d* se la llama brazo de la fuerza.

Es decir que la magnitud del momento no solo depende de la magnitud de la fuerza si no también del punto de aplicación y la dirección. Así si la fuerza pasa por el Centro de Masas, el ángulo θ es cero y la fuerza no tiene momento, es decir no produce una rotación. El momento es mayor cuando en ángulo θ es de 90grados, en ese caso toda la fuerza se transforma en rotación.

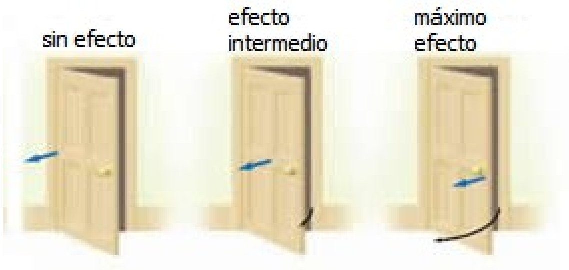
El momento de una fuerza nos permite conocer la capacidad de dicha fuerza para cambiar el estado de rotación del cuerpo alrededor de un eje de rotación que pase por dicho punto. Para cambiar dicho estado el momento, o alguna de sus componentes, debe actuar en la dirección del eje de rotación.

El concepto de momento de la fuerza permite explicar porque es más fácil aflojar una tuerca con la pinza cuando más largo es el brazo de la herramienta.



La misma fuerza (en intensidad y dirección) aplicada en 2 puntos diferentes. La fuerza de la izquierda tiene mayor momento y por ende producirá más rotación.

De la misma manera explica porque es más fácil abrir o cerrar una puerta aplicando la fuerza sobre la manija y no sobre el centro de la puerta. En el caso extremo que se aplique la fuerza sobre la bisagra no se producirá rotación alguna de la puerta.



La misma fuerza aplicada sobre distintos puntos de la puerta.

Además de la distancia al eje de rotación, también es importante el ángulo con que se aplica la fuerza. Un ángulo de 90 grados produce el máximo efecto, mientras que un ángulo de 0 grados no produce efecto alguno.

La misma intensidad de fuerza aplicada sobre la manija en distintos ángulos.

Dinámica del cuerpo rígido.

En la dinámica de la partícula vimos como la ecuación principal que se utiliza es la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

Cuando hablamos de cuerpos rígidos, tenemos que considerar, que las fuerzas pueden producir un movimiento de rotación, además del movimiento de traslación.

Si bien la deducción de la siguiente ecuación, a partir de las leyes de Newton y de la dinámica de la rotación no es para nada sencilla, si lo es la ecuación en sí (como sucede muchas veces en física)

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} \qquad (2)$$

Donde $\vec{M}$ es la suma (vectorial) de todos los momentos de las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo, $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular y I es el tensor del momento de inercia del cuerpo.

Las ecuaciones (1) y (2) son llamadas colectivamente ecuaciones del movimiento y permiten describir todo el comportamiento dinámico de los cuerpos en las simulaciones físicas basadas en mecánica clásica.

La ecuación (2) es muy similar a la ecuación (1), es como si fuese el equivalente de la segunda ley de Newton pero aplicada a la rotación en lugar de a la traslación. Así el para la rotación se reemplaza la fuerza por el momento de las fuerzas, la masa por el tensor de inercia es similar, y la aceleración lineal por la aceleración angular. Y podemos ver la gran similitud entre ambas ecuaciones. Vamos a estudiar detenidamente la ecuación (2).

Momento de Inercia.

Al analizar el movimiento de traslación de un objeto, se debe considerar la masa como una medida de su inercia. Es más fácil cambiar el estado de movimiento de un cuerpo que tiene menos masa que uno que tiene mas masa, ya que tiene menos inercia, es decir opone menos resistencia a ser acelerado.

Análogamente, para el movimiento de rotación también rige el primer principio de Newton. Existe entonces una resistencia de los cuerpos a cambiar su estado de movimiento rotacional, llamada inercia rotacional, que se relaciona también con su masa. Esta inercia rotacional se manifiesta por la tendencia de los cuerpos a mantener su velocidad angular, mientras no actúen fuerzas externas que produzcan cambios en la rotación.

Tanto la inercia lineal como la rotacional dependen de la masa del objeto, sin embargo, la inercia rotacional depende además de la distribución de la masa con respecto al eje de giro. Así, cuanto mayor sea la distancia entre el eje de giro y la masa de interés, mayor será la inercia rotacional.

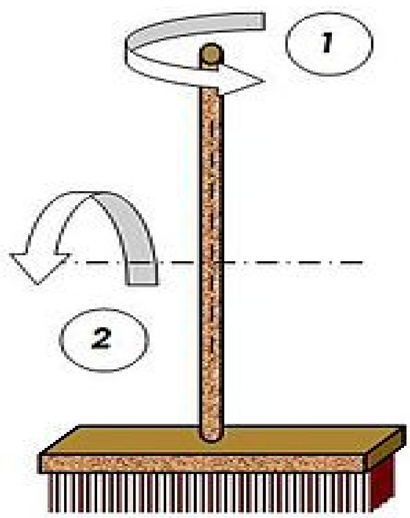
Si un cuerpo posee una distribución de su masa en la que gran parte de ella esta ubicada muy lejos del centro de rotación, entonces la inercia rotacional será muy alta y costará hacerlo girar o detener su rotación, como el caso de un cuerpo atado a una cuerda. Por el contrario, si la masa está cerca del centro de rotación, la inercia es menor y será más fácil hacerlo girar o detenerlo como los pedales de una bicicleta.

La forma en que se distribuye la masa de un cuerpo en relación con su eje de giro se conoce como momento de inercia (simbolizado con la letra I), que indica una medida de la dificultad que el cuerpo opone para cambiar su estado de movimiento rotacional, tal como la masa en el caso del movimiento lineal.

Pero, como se calcula el momento de inercia? Dado un sistema de partículas y un eje arbitrario, el momento de inercia del mismo se define como la suma de los productos de las masas de las partículas por el cuadrado de la distancia r de cada partícula a dicho eje. Matemáticamente se expresa como:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

A diferencia de la masa, que es un valor único, asociado al cuerpo, el momento de inercia depende del eje que se tome. Es decir no se puede almacenar como un valor único asociado al cuerpo si no que depende del eje de rotación, que puede ser arbitrario. Este tipo de cantidades, que dependen de una dirección, en física se llaman tensores.



Aplicando la fórmula anterior se puede calcular el tensor de inercia para distintas figuras y ejes específicos. Pero tiene que quedar claro que el valor depende no solo del objeto, si no del eje en consideración, lo cual explica porque puede resultar más fácil girar un objeto en algún sentido que en otro.

Por ejemplo girar la escoba alrededor del eje (1) es mas fácil que sobre el eje (2). Pues gran parte de la masa esta ubicada sobre la parte inferior, bastante alejada del eje (2).

Para el caso de 2 dimensiones el momento de inercia se reduce a un único valor asociado al objeto al igual que la masa, pues solo hay un eje posible por donde puede girar el cuerpo rígido, el eje Z que pasa por el centro de masas. Para el caso que estemos trabajando en 3 dimensiones, el cuerpo puede girar sobre un número infinito de ejes arbitrarios que pasan por su centro de masas. Por suerte existen formas de computar el tensor de inercia para un eje arbitrario como una combinación lineal de los tensores de inercia sobre los 3 ejes principales. Estos tensores se pueden calcular o configurar al principio de la simulación para cada cuerpo rígido y luego permanecerán constantes durante el resto de la misma.

Tabla : Analogías entre el movimiento lineal y el rotacional

Denominación	representación	Denominación	Representación
distancia	s	ángulo	θ
Velocidad lineal	v	Velocidad angular	ω
Aceleración lineal	a	Aceleración angular	α
Fuerza	F	Torque	τ
Masa	m	Momento de inercia	I
2da ley de Newton	F = ma	2da ley de Newton	$\tau = I\,\alpha$

Tabla: Conversiones entre parámetros lineales y angulares.

Desplazamiento:	$s = \theta R$	$\theta = \dfrac{s}{R}$
Velocidad:	$v = \omega R$	$\omega = \dfrac{v}{R}$
Aceleración:	$v = \alpha R$	$a = \dfrac{\alpha}{R}$