

# CHSH-nhspc112-PRI-editorial

derek

2023

# 主題

- $pG$ : Oranges
- $pI$ : cycles

# Oranges

# 答題人數

- 預期：所有人
- 實際：6 人

# Oranges

## 題意

選定一區間  $(l, r)$  的盤子，你可以從這些盤子各拿走  $x$  顆橘子。問最多可以拿幾顆？

- $1 \leq n \leq 10^4$
  - $1 \leq a_i \leq 10^5$
- 
- 枚舉區間  $(l, r)$ ，選定  $x = \min_{i=l}^r a_i$ ，取最大值即可
  - 複雜度： $O(n^2)$

# Cycles

# 答題人數

- 預期：0 人
- 實際：0 人

# Cycles

## 題意

給定一  $n$  點無向完全圖和  $k$  條封閉的邊，問有幾種哈密頓迴路。

- $3 \leq n \leq 300$
- $0 \leq k \leq 15$

## Subtask – 1

### 限制

- $3 \leq n \leq 10$

- 直覺：枚舉所有排序的方式，一一去檢查此迴路是否合法（是否有經過封閉的邊）。
- `std::next_permutation`
- 複雜度： $O(n!)$

# Cycles

- 想想怎麼用扣的？
- 排容原理：

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \left( \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}| \right)$$

- 那  $A_i$  是什麼？

# Cycles

- 想想怎麼用扣的？
- 排容原理：

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \left( \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}| \right)$$

- 那  $A_i$  是什麼？
- 要扣的是不合法的環，那顯然  $A_i$  這個事件就是：一個哈密頓迴路其包含第  $i$  個封閉邊

# 實作

- 假設集合  $S$  為封閉邊的集合，我們需要枚舉  $S$  的所有子集 (可以在  $O(2^k)$  內完成)。

# 實作

- 假設集合  $S$  為封閉邊的集合，我們需要枚舉  $S$  的所有子集 (可以在  $O(2^k)$  內完成)。
- 每個點可能會有以下兩種狀況：
  - 多條封閉邊可能會形成一條“鏈” ( $DFS$  或併查集判斷)
  - 一個獨立的點 (不連接任何封閉邊)

# 實作

- 假設集合  $S$  為封閉邊的集合，我們需要枚舉  $S$  的所有子集 (可以在  $O(2^k)$  內完成)。
- 每個點可能會有以下兩種狀況：
  - 多條封閉邊可能會形成一條“鏈” (*DFS* 或併查集判斷)
  - 一個獨立的點 (不連接任何封閉邊)
- 對於一個子集  $S_i$ ，他的排列數為  $(x + y - 1)! \times 2^y$ ，其中：
  - $x$  為獨立的點的個數
  - $y$  為由封閉邊形成的鏈的個數
- 有了排列數後就可以透過排容原理下去計算了！