

試場規則

違規事項

- 行動裝置未置於教室外、教室前後、監考老師桌上、個人電腦主機上，經監考老師發現。
- 於考試期間使用行動裝置。
- 配戴具通訊功能的穿戴裝置。
- 以任何方式使其他考生無法正常使用系統。
- 考試期間與監考老師以外之人交談。

上述行為被發現，且屢勸不聽者，將登記於考生簽到表，並在賽後系統測試時將總成績 $\times 0.0001$ 並四捨五入至個位。

賽制

- 本次競賽採 OI 制度，有部分分，無罰時，並取每筆提交的子題聯集為總分。
 - 例如：某題共有兩筆提交，第一筆通過子測資 $\{1, 2\}$ 、第二筆通過子測資 $\{2, 3\}$ ，則總分為第 $\{1, 2, 3\}$ 筆子測資的分數相加。
- 本次為封板賽，記分板將在比賽結束後公布。
- 競賽結束後會做一次 **System test**(系統測試)，所有成績以其為準。
- 提交的冷卻時間(CD time)為 15 秒，最後 30 分鐘不在此限。
- 對於每一題，使用者最多可以進行 100 筆提交。

系統使用說明

- 系統連結: <http://192.168.8.1>
- 競賽將在 **2023/08/30 1:40 P.M.** 開始，使用者有十分鐘的時間閱讀試場規則，確認讀畢後請按下系統上的開始鈕，以免影響競賽時間。
- 最晚進場時間 **2023/08/30 2:00 P.M.**
- 最早離場時間 **2023/08/30 2:30 P.M.**
- 總題本在第**A**題的題目敘述頁面中。
- 使用者允許許使用 **C/C++/C++17** 提交程式碼。
- 若結果為**Execution timed out (wall clock limit exceeded)**，則表示系統因為某筆提交繁忙中，請檢查你的程式碼是否有可能超過執行時間，並稍後再試。
- 對於每筆提交，請確認副檔名符合系統要求，詳見系統頁面。
- 如有題目問題，請使用系統提供的訊息詢問功能提問。
- 如有其他問題，如：上廁所、需要計算紙、系統使用問題等，請直接舉手向監考老師發問。

資源

- 賽後我們將會在一天內彰中資訊社群公告本次題解、總成績。
- 競賽後將擇期在 **HARC Discord** 上進行直播題解。
- 網址：
 - [彰中資訊社群](#)
 - [本次專案](#)
 - [HARC Discord](#)
 - [彰中資訊社Discord](#)

A. 二維座標 Walk

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

ysh 正在和 **Cyana** 玩一種遊戲

Cyana 一開始須站在座標 $(0, 0)$ · 每回合 **Cyana** 須向 $+x, -x, +y, -y$ 四種方向中挑一種並移動一單位。

給定一條直線 $y = ax + b, a \in -1, 1$

經過 k 個回合後 · 如果 **Cyana** 在該線上則獲勝

但是因為 **Cyana** 被 **ysh** 施加了 智商下降 的 **buff**

所以現在請你答出 k 個回合以後 · **Cyana** 是否有獲勝的可能?



有一個遊戲 · 玩家須站在座標 $(0, 0)$ · 每回合玩家須向 $+x, -x, +y, -y$ 方向移動一單位。

給定一條直線 $y = ax + b, a \in -1, 1$

現在請你答出 k 個回合以後 · 玩家是否有任何在線上的可能?

Input

a b
 m
 k_1
...
 k_m

共有 m 筆詢問。

Output

Ans

對於每筆詢問，請輸出 *Yes* 或是 *No*。

Sample Input

```
-1 40805  
12  
53624  
74024  
47730  
27351  
45806  
61246  
44756  
97828  
50519  
85755  
91912  
77507
```

Sample Output

```
NO  
NO  
NO  
NO  
NO  
NO  
NO  
NO  
YES  
YES  
NO  
YES
```

Note

$a \in -1, 1$

$-10^{18} \leq b, k_i \leq 10^{18}, \forall 1 \leq i \leq m$

$1 \leq m \leq 10^5$

Subtask

- **subtask1:** 10% $|b|, |k_i| \leq 10^5, m \leq 100$
- **subtask2:** 10% $|b|, |k_i| \leq 10^5, m \leq 10^3$
- **subtask3:** 10% $|b|, |k_i| \leq 10^9, m \leq 10^4$
- **subtask4:** 10% $|k_i| \leq 10^{18}, b = 0, m \leq 10^5$
- **subtask5:** 10% $|b|, |k_i| \leq 10^9, m \leq 10^5$
- **subtask6:** 50% **As statement**

B. 專賣店 Vendor

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

因為 **Mingyee** 訂冰炫風的時候沒有準備 **ysh** 的份，
所以 **ysh** 打算把所有口味一次訂來炫耀給 **Mingyee** 看。

而每間專賣店都販售自己的獨家口味，也就是說，找不到另一間專賣店與任何一家專賣店口味相同。

為了達成目標，**ysh** 整理好了附近所有專賣店的位置，將這 n 家專賣店繪於二維平面，並對第 i 間專賣店賦予座標 (x_i, y_i) ，其中 $1 \leq i \leq n$ 。

不過可悲的是因為他沒有駕照，只能訂外送，於是決定移動到某個點 (x, y) , $x, y \in Z$ ，並一次下訂這 n 家冰炫風，運送到目前位置。

假設目的地座標為 (a, b) ，專賣店位置為 (c, d) ，則外送的運費為 $\sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$ 。

但是 **ysh** 錢包裡的錢比某 **HARC** 線上賽題目給的記憶體還少，所以請你幫他找出 **運費最低** 的目的地。

註：外賣系統很厲害，可以收取小數的金額，而且精度達到了驚人的 10^{-19} ，雖然這並沒甚麼用



Input

n

$x_1 \ y_1$

...

$x_n \ y_n$

Output

$x \ y$

Sample Input 1

```
1  
20 23
```

Sample Output 1

```
20 23
```

Sample Input 2

```
3  
-15 -93  
55 51  
95 73
```

Sample Output 2

```
55 51
```

Sample Input 3

```
4  
-47 13  
-20 35  
1 21  
-76 -100
```

Sample Output 3

```
-28 16
```

Note

Input Restriction

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5$$

$$-10^6 \leq x_i, y_i \leq 10^6, \forall 1 \leq i \leq n$$

Output Restriction

$$-10^6 \leq x, y \leq 10^6$$

$$x, y \in Z$$

只要你的答案合法(如上)且 你的答案所成的距離總和 – 官解的距離總和 < 1, 答案將被判定為 **答案正確**

若答案並不符合上述規則 · 你有可能獲得

- 輸出格式錯誤
- 答案錯誤

Subtask

- **subtask1:** 1% $n \leq 1, -10^2 \leq x_i, y_i \leq 10^2$
- **subtask2:** 2% $n \leq 2, -10^2 \leq x_i, y_i \leq 10^2$
- **subtask3:** 3% $n \leq 3, -10^2 \leq x_i, y_i \leq 10^2$
- **subtask4:** 4% $n \leq 10, -10^2 \leq x_i, y_i \leq 10^2$
- **subtask5:** 20% $n \leq 10^3, -10^3 \leq x_i, y_i \leq 10^3$
- **subtask6:** 10% $(x_i \in r | r = x_1, 1 \leq i \leq n) \vee (y_i \in r | r = y_1, 1 \leq i \leq n)$
- **subtask7:** 30% $n \leq 2 \times 10^4$
- **subtask8:** 30% **As statement**

C. E班的復仇 *The revenge of class E*

time limit 2s

memory limit 256MB

Statement

這次的期末考數學科有史以來範圍最多，題目最難，只有淺野跟赤羽有能力奮戰到最後一題，然而最後一題卻極其毒瘤有100個小題每一題都是以下形式

你有 a, b, c 三個介於 1~9 的位數 (digit)，利用這三個數字和 $+, -, *$ 運算子組成運算式請問可以產生多少不一樣的非負整數？

注意！位數(digit)是可以合併再一起的，兩個1可以組成11

由於淺野的計算速度非常快，你可以寫個程式幫助赤羽讓他能贏下這場考試嗎？

現在給你一個正整數 T 代表有 T 筆測資

每筆測資有三個正整數 a, b, c

請對於每筆測資回答可以產生多少不一樣的非負整數





Input

T
 $a_1 \ b_1 \ c_1$
 $a_2 \ b_2 \ c_2$

\cdot
 \cdot
 \cdot
 $a_T \ b_T \ c_T$

Output

ans_1
 ans_2
 \cdot
 \cdot
 \cdot
 ans_T

Sample Input

```
2
1 1 1
2 1 2
```

Sample Output

```
7
13
```

$1 \leq a, b, c \leq 9$
 $1 \leq T \leq 729$

第一筆測資可以組成運算結果非負的運算式:

$$1 + 1 + 1 = 3$$

$$1 + 1 - 1 = 1$$

$$1 + 1 \times 1 = 2$$

$$1 - 1 + 1 = 1$$

$$1 - 1 \times 1 = 0$$

$$1 \times 1 + 1 = 2$$

$$1 \times 1 - 1 = 0$$

$$1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$1 + 11 = 12$$

$$1 \times 11 = 11$$

$$11 + 1 = 12$$

$$11 - 1 = 10$$

$$11 \times 1 = 11$$

共有7個不同的答案

第二筆測資可以組成運算結果非負的運算式(由於太多對於結果一樣的只列出一次):

$$1 + 2 + 2 = 5$$

$$1 + 2 - 2 = 1$$

$$1 - 2 + 2 = 3$$

$$1 \times 2 + 2 = 4$$

$$1 \times 2 - 2 = 0$$

$$1 + 22 = 23$$

$$1 \times 22 = 22$$

$$12 + 2 = 14$$

$$12 - 2 = 10$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$21 - 2 = 19$$

$$21 \times 2 = 42$$

$$22 - 1 = 21$$

共有13個不同的答案

Subtask

$a, b, c \leq X$	分數
$X = 1$	1%
$X = 2$	2%
$X = 3$	3%
$X = 4$	5%
$X = 5$	7%
$X = 6$	9%
$X = 7$	11%
$X = 8$	15%
$X = 9$	47%

D. 守護城牆 *Protection*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

那一天人類再度回想起了被巨人支配的恐懼...

城牆被巨人入侵了，米卡莎為了協助人民們撤退到內層城牆，在前方與 N 隻巨人奮鬥，身為第一名畢業的訓練兵，沒有一隻巨人是他的對手，但擊敗一隻身高為 h_i 巨人需要 h_i 秒的時間，而所有巨人現在正以每秒 1 單位的速度移動過來，現在你知道每隻巨人離人民的距離 d_i 和每隻巨人的身高 h_i ，米卡沙一定會用最優的順序擊殺巨人，到底米卡莎能否成功守護所有人民呢？如果可以請輸出 *Yes* 否則輸出 *No*





Input

N
 $d_1 \ d_2 \ \dots d_N$
 $h_1 \ h_2 \ \dots h_N$

Output

ans

Sample Input 1

```
1
1
1
```

Sample Output 1

```
Yes
```

Sample Input 2

```
5
1 3 10 7 5
1 2 3 3 1
```

Sample Output 2

```
Yes
```

Sample Input 3

```
7
10 2 4 8 9 3 5
1 1 1 1 1 3 1
```

Sample Output 3

```
No
```

Note

$$\begin{aligned}1 &\leq N \leq 10^5 \\1 &\leq d_i \leq 10^6 \\1 &\leq h_i \leq 10^4\end{aligned}$$

巨人在被攻擊時還是會持續移動

如果巨人在被解決時剛好抵達，則算是米卡莎守護成功巨人不會對人民造成危害

Subtask

- **subtask1:** 21% $1 \leq N \leq 10$, $h_i = 1$
- **subtask2:** 79% **As statement**

E. 文字獄 *Literary prison*

time limit 2s

memory limit 256MB

Statement

文字獄，是中國專制統治者對文人的一種政治迫害，《漢語大詞典》定義為「舊時謂統治者為迫害知識份子，故意從其著作中摘取字句，羅織成罪」

大民皇帝很討厭拐杖糖，覺得很難吃，因為7跟拐杖糖長得很像，所以每當有文人寫7就會被皇帝派人抓走。

身處於文字獄時代的文人因為怕被皇帝大民無辜定罪，因此決定從新定義正整數，把有任何一個位數 (digit) 出現 7 的數字都要被移除。

一般大家所共同約定的正整數數列為

[...6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17...]

但文字獄時代的正整數數列為

[...6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 19...]

也就是說7在文字獄時代要寫為8

那8在文字獄時代呢？

沒錯是要寫為9喔，因為8已經被使用了

以此類推17要寫為19

現在給你一個正整數 T 代表有 T 筆測資

每筆測資有一個正整數 N 請對於每筆測資輸出一個正整數 M 代表 N 在文字獄時代要寫作什麼

Input

T

N_1

N_2

.

.

.

N_T

Output

M_1

M_2

.

.

.

M_T

Sample Input

```
10
1
3
5
22
10
100
913
45284234
4584589124
12345678910
```

Sample Output

```
1
3
5
24
11
121
1224
104190255
12844636965
34881513601
```

Note

$$1 \leq T \leq 10^5$$
$$1 \leq N \leq 10^{12}$$

Subtask

- **subtask1:** 4% $1 \leq N \leq 50$
- **subtask2:** 17% $1 \leq N \leq 10^5$
- **subtask3:** 79% **As statement**

F. 練習時間 Practice

time limit 1s

memory limit 512MB

Problem

lingling是一位熱衷於練習的天才小提琴家，他每天練習40小時，因此在三歲時獲得人生中第一個冠軍，四歲時拿下全國冠軍，五歲時拿下世界冠軍，六歲時取得醫師和律師執照(?)

最近他卻發現如果連續兩天練習小提琴，效率會下降，但又無法忍住自己的「琴癮」，於是決定，在 n 天內，必需「恰巧」出現一次「連續練習兩天」的狀況，且除了這兩天，任兩次練習必相隔至少一天。

然而**lingling**並不擅長算術，因此請你幫他算出在這 n 天中，共有幾種可能的練習排程方式。



Input

n

其中 n 代表**lingling**打算預先進行排程的天數。

Output

Ans

其中 Ans 代表符合**lingling**預期的排程方法數。

由於答案可能很大，所以請將 Ans 對 $10^9 + 7$ 取餘數。

Note

$$2 \leq n \leq 10^6$$

以下以**T**代表當天有練習，**F**代表當天休息。

在範例1中，符合預期的方法為**[T,T]**，因此只有一種。

在範例2中，符合預期的方法為**[T,T,F],[F,T,T]**，因此為兩種。

在範例3中，符合預期的方法為**[T,T,F,F,F],[T,T,F,F,T],[T,T,F,T,F],[F,T,T,F,F],[F,T,T,F,T],[F,F,T,T,F],[F,F,F,T,T],[T,F,T,T,F],[T,F,F,T,T],[F,T,F,T,T]**，因此共10種。

Sample input/output

<i>input1</i>	<i>input2</i>	<i>input3</i>	<i>input4</i>
2	3	5	81
<i>output1</i>	<i>output2</i>	<i>output3</i>	<i>output4</i>
1	2	10	906166588

Subtask

- **subtask1** : 9% $n \leq 10$
- **subtask2** : 51% $n \leq 100$
- **subtask3** : 40% **As statement**

G. 橘子 *Oranges*

time limit 1s

memory limit 1024MB

Statement

現在有 n 個盤子，第 i 個盤子上有 a_i 橘子。
你可以選擇任意一個數對 (l, r, x) 滿足以下條件：

- $1 \leq l \leq r \leq n$
- $1 \leq x$
- $x \leq a_i$ · 其中 $l \leq i \leq r$

你可以從 l 到 r 的盤子上各拿走 x 棵橘子來吃。

請問你最多可以吃到幾顆橘子？

Input

n

a_1, a_2, \dots, a_n

- n 為盤子的數量
- a_i 為第 i 個盤子的橘子數量

Output

Ans

- 你可以吃到的橘子數量的最大值

Sample Input 1

```
6
2 4 4 9 4 9
```

Sample Output 1

```
20
```

Sample Input 2

```
6
200 4 4 9 4 9
```

Sample Output 2

```
200
```

Note

$$1 \leq n \leq 10^4$$
$$1 \leq a_i \leq 10^5$$

H. 最淺樹 *Minimum Height Trees*

time limit 1s

memory limit 1024MB

Statement

給定一棵樹，你可以選擇任意一點作為此樹的根。

現在定義 h_i 為：當以結點 i 為根時的高度

請你求出 $\min_{i=1}^n h_i$

- 一棵有根樹的高度定義為根和所有葉節點的距離中的最大值

Input

n

u_1, v_1

u_2, v_2

...

u_{n-1}, v_{n-1}

- n 為樹的節點數
- u_i, v_i 為一條相連兩點的樹邊

Output

H

- $H = \min_{i=1}^n h_i$

Sample Input 1

```
4
1 2
2 3
2 4
```

Sample Output 1

```
1
```

Sample Input 2

```
6
4 1
4 2
4 3
4 5
6 5
```

Sample Output 2

```
2
```

Note

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5$$
$$1 \leq u_i, v_i \leq n$$

Subtask

- **subtask1:** 7% 紿定的樹為一條鏈
- **subtask2:** 22% $1 \leq n \leq 10^4$
- **subtask3:** 71% As statement

I. 環 Cycles

time limit 1s

memory limit 1024MB

Statement

給定一個 n 點的無向完全圖和 k 個封閉的邊。

現在需要你求出在不使用任何封閉的邊的情況下，共有幾條哈密頓迴路(Hamiltonian cycle)。哈密頓迴路為一個環，其剛好經過每一個點各一次。注意到，擁有相同邊集合的環只會被計算一次。舉個例子，環 $\{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1\}$ 和 $\{1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1\}$, $\{2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2\}$ 皆相同，但和 $\{1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1\}$ 不同。

因為答案很大，所以請輸出答案除以9901的餘數。

- 無向完全圖：對於圖中任意相異兩點皆存在一條無向邊

Input

n, k

u_1, v_1

u_2, v_2

...

u_k, v_k

- n 為無向完全圖點的數量
- k 為封閉邊的數量
- u_i, v_i 代表這兩點相連的邊為封閉邊

Output

$Ans \% 9901$

Sample Input 1

```
4 1  
1 2
```

Sample Output 1

```
1
```

Sample Input 2

```
8 4  
1 2  
2 3  
4 5  
5 6
```

Sample Output 2

```
660
```

Note

$3 \leq n \leq 300$
 $0 \leq k \leq 15$
 $1 \leq u_i, v_i \leq n$

Subtask

- **subtask1:** 10% $3 \leq n \leq 10$
- **subtask2:** 90% **As statement**

J. 氣球 Balloon

time limit 1s
memory limit 256MB

Statement

給你共 n 個氣球，玩第 i 個能獲得 a_i , $1 \leq i \leq n$ 的快樂度，但因為太快樂了，所以最讓人快樂的氣球會破掉。

於是聰明的你想了個辦法，你只挑一個區間的氣球玩，具體來說，你選了兩個整數 l, r ， $1 \leq l \leq r \leq n$ ，並且把編號 $[l, r]$ 的氣球帶回家玩。

現在請問你能獲得最大的快樂度。

換句話說，即是：

給你有 n 項的數列 $a_i, 1 \leq i \leq n$

請找出

$$\max_{1 \leq l \leq r \leq n \wedge l, r \in N} \left(\sum_{k=l}^r f_k \right) - \max_{t=l}^r f_t$$

Input

n

$a_1 \ a_2 \dots a_n$

Output

Ans

Sample Input

```
10
7 10 -4 6 6 10 3 3 -5 7
```

Sample Output

```
33
```

Note

$1 \leq n \leq 10^5$
 $10^{-9} \leq a_i \leq 10^9, \forall 1 \leq n$

Subtask

- **subtask1:** 3% $n \leq 100$

- **subtask2:** 7% $n \leq 10^3$
- **subtask3:** 20% $n \leq 10^5$, $-30 \leq a_i \leq 30$, $\forall 1 \leq i \leq n$
- **subtask4:** 10% $n \leq 10^5$, $0 \leq a_i \leq 10^9$, $\forall 1 \leq i \leq n$
- **subtask5:** 60% **As statement**