

2024 彰中資訊夏令營 校內競賽

試場規則

賽制

- 本次競賽採 **OI** 制度，有部分分，無罰時，並取每筆提交的子題聯集為總分。
 - 例如：某題共有兩筆提交，第一筆通過子測資 $\{1,2\}$ 、第二筆通過子測資 $\{2,3\}$ ，則總分為第 $\{1,2,3\}$ 筆子測資的分數相加。
- 本次為封板賽，記分板將在比賽結束後公布。
- 競賽結束後會做一次 **System test**(系統測試)，所有成績以其為準。
- 提交的冷卻時間(CD time)為 15 秒，最後 30 分鐘不在此限。
- 對於每一題，使用者最多可以進行 100 筆提交。

系統使用說明

- 系統連結: <http://192.168.8.1>
- 競賽將在 **2024/07/12 9:00 A.M.** 開始，並於 **2024/01/26 03:10 P.M.** 結束，競賽時長為嚴格 5 小時，使用者有十分鐘的時間閱讀試場規則，確認讀畢後請按下系統上的開始鈕，以免影響競賽時間。
- 總題本在第 **A** 題的題目敘述頁面中。
- 若結果為 **Execution timed out (wall clock limit exceeded)**，則表示系統因為某筆提交繁忙中，請檢查你的程式碼使否有可能超過執行時間，並稍後再試。
- 對於每筆提交，請確認副檔名符合系統要求，詳見系統頁面。
- 如有題目問題，請使用系統提供的訊息詢問功能提問。
- 如有其他問題，如：上廁所、需要計算紙、系統使用問題等，請直接舉手向監考老師發問。

資源

- 網址：
 - [HARC Discord](#)
 - [彰中資訊社Discord](#)

A. 黑閃爆炸 *BF explode*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

揍術迴戰的主角唬障為了打敗宿攤

需要透過擊出多次黑閃恢復輸出效率

每擊出一次輸出效率就會翻倍

唬障原本的輸出效率會是1點

這時如果打出3發黑閃輸出效率會是8點

唬障共會打出 n 發黑閃

由於唬障與宿攤已經從上次 *HARC* 線上賽打到現在

n 變得極大 $0 \leq n \leq 10^{10^8}$

但宿攤在最後打出世界斬

將其輸出效率模除10

如原本16 -> 6

請你算出唬障最後的輸出效率 *Ans*

Input

n

Output

Ans

Sample Input 1

5

Sample Output 1

2

Sample Input 2

100

Sample Output 2

6

Note

$$0 \leq n \leq 10^{10^8}$$

你該不會以為是假的吧.w.

Subtask

- **subtask1:** 20% $1 \leq n \leq 10^{18}$
- **subtask2:** 80% **As statement**

B. 找數對 *Find pair*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

給定兩個由小到大的整數陣列 $nums1$ 和 $nums2$ ($num1$ $num2$ 有相同陣列大小 n)

以及一個整數 k

定義數對 (num_i, num_j) 其中第一個元素來自 $nums1$ ，第二個元素來自 $nums2$

$(0 \leq i \leq num1.size() - 1)$ 且

$(0 \leq j \leq num2.size() - 1)$

總共會有 n^2 個數對

數對的大小判斷標準如下:

1. 兩數對 $num_i + num_j$ 和 較小的視為較小的數對
2. 若兩數對 $num_i + num_j$ 和 相同，則 i 較小的視為較小的數對
3. 若兩數對 $num_i + num_j$ 和 相同，且 i 相同，則 j 較小的視為較小的數對

請找到 $num_i + num_j$ 第 k 小的數對

並輸出 $Ans = num_i + num_j$

範例

$n = 3$

$num1 = [1, 7, 11]$

$nums2 = [2, 4, 6]$

$k = 3$

共有9個數對 $(1, 2)(1, 4)(1, 6)(7, 2)(7, 4)(7, 6)(11, 2)(11, 4)(11, 6)$

取 u, v 和第 k 小 $(1, 6)$

則 $Ans = 7$

Input

n k

$num1_0 \sim num1_{n-1}$

$num2_0 \sim num2_{n-1}$

Output

Ans

Sample Input 1

```
3 3
1 7 11
2 4 6
```

Sample Output 1

```
7
```

Sample Input 2

```
2 2
1 2
1 2
```

Sample Output 2

```
3
```

Note

$1 \leq n \leq 10^4$
 $0 \leq \text{nums1}[i], \text{nums2}[i] \leq 10^9$
 $1 \leq k \leq \min(n * n, 10^4)$

Subtask

- **subtask:** 100% **As statement**

C. 翻數字 *Flip*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

$$\begin{aligned} n &= r \pmod{a} \\ &= s \pmod{b} \end{aligned}$$

請找出 $\min(n)$ ，也就是 n 的最小值，其中 $0 \leq n, n \in \mathbb{Z}^+$

Input

r a

s b

Output

n

若 n 無解，即不存在 $0 \leq n, n \in \mathbb{Z}^+$ 能夠達成上述條件，則輸出 **-1**。

Sample Input

3 5

2 7

Sample Output

23

Note

- $1 \leq a \leq 10^6$
- $1 \leq b \leq 10^9$
- $0 \leq r < a$
- $0 \leq s < b$

Subtask

- **subtask1:** 10% $a, b \leq 10$
- **subtask2:** 10% $a, b \leq 100$
- **subtask3:** 10% $a, b \leq 10^3$
- **subtask4:** 20% $a \leq 10^3, b \leq 10^4$
- **subtask5:** 20% $a \leq 10^3, b \leq 10^7$
- **subtask6:** 30% **As statement**

D. 星際旅行 *Interstellar Travel*

time limit 2s

memory limit 256MB

Statement

在西元 4202 年，人類成功利用傳送門實現星際旅行。由於一次傳送費用不小，所以 *MelonWalker* 想知道兩顆行星之間所需最少傳送次數。不過因為 *MelonWalker* 很懶，於是他想寫一個程式來自動得出答案，但他懶到連程式都懶得寫了，所以他將這份工作外包給你。

第一行為兩個整數 N Q 代表行星數目與詢問次數，並且行星以編號 $1, 2, \dots, N$ 表示。

接下來有 $N - 1$ 行，每行以 U_i V_i 表示，代表行星 U_i 與行星 V_i 之間有一座傳送門連接，傳送門為雙向可通行。

最後有 Q 筆詢問，每筆詢問以 A_i B_i 表示，代表詢問行星 A_i 到行星 B_i 最少傳送次數為何？

這裡保證任意兩星球皆可透過一個或多個傳送門到達。

Input

```
 $N$   $Q$ 
 $U_1$   $V_1$ 
 $U_2$   $V_2$ 
.
.
.
 $U_{N-1}$   $V_{N-1}$ 
 $A_1$   $B_1$ 
 $A_2$   $B_2$ 
.
.
.
 $A_q$   $B_q$ 
```

Output

```
 $Ans_1$ 
 $Ans_2$ 
.
.
.
 $Ans_3$ 
```

Sample Input

```
5 3
1 2
1 3
3 4
3 5
1 3
2 5
1 4
```

Sample Output

```
1
3
2
```

Note

- $1 \leq N, Q \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq A_i, B_i \leq n$

Subtask

- **subtask1:** 20% $N, Q \leq 10$
- **subtask2:** 80% **As statement**

E. 迴文 *Palindrome*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

給定一棵以0為根的樹，每個邊上都會有一個小寫字母，求有幾個點對 (u, v) 使得：

- $u < v$
- 出現在 u 到 v 的簡單路徑的字母經由隨意排列後可以組成迴文

Input

n

p_1, \dots, p_{n-1}

s

- n 為樹的節點數量
- p_i 為點 i 的父節點
- s 為一字串
 - s_i 為 (i, p_i) 之間所連的邊的小寫字母
 - 0 為根，因此可直接忽略 s_0

Output

ans

- 符合上述條件的點對數量

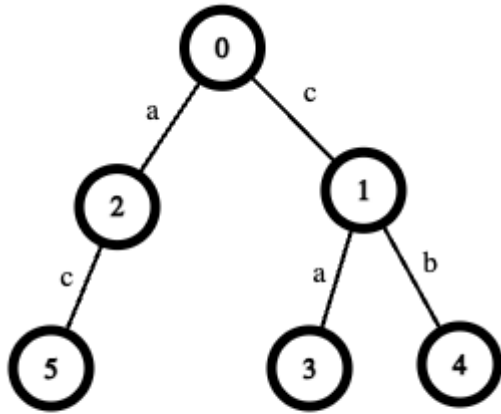
Sample Input

```
6
0 0 1 1 2
acaabc
```

Sample Output

```
8
```

Explanation



- 點對(3,5)即為答案之一，因為字串"acac"可以重新排列成迴文字串"acca"

Note

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $0 \leq p_i \leq n - 1$
- $|s| = n$, 且只包含小寫字母

Subtask

- **subtask1:** 5% $n \leq 10^2$
- **subtask2:** 15% $n \leq 10^3$
- **subtask3:** 80% **As statement**

F. 鐵軌 *Railway*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

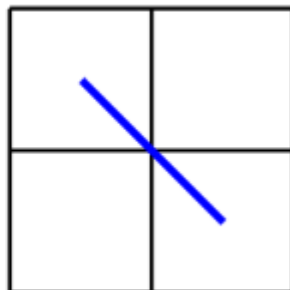
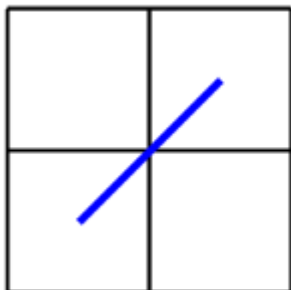
ysh 來到了一個荒涼的都市 -- **Tanan** 市

這個城市竟然沒有捷運!
而且公車從來沒準時過!

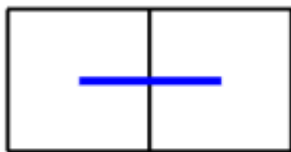
在這雙重打擊之下，**ysh** 決定來蓋捷運.....

首先，**ysh** 把這個城市分成 $2 \times n$ 個區塊，
打算使用兩種鐵道來建造捷運：

- 斜鐵道



- 直鐵道

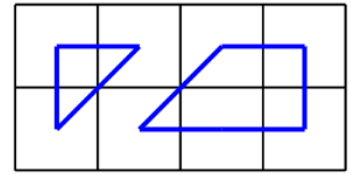
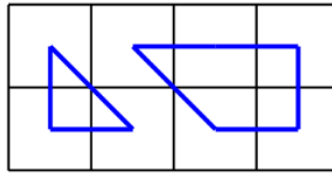
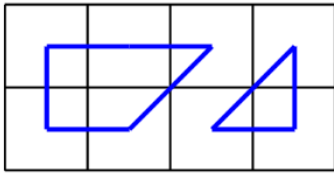
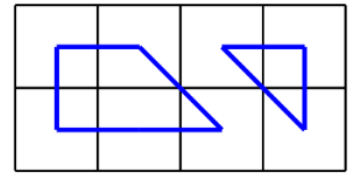
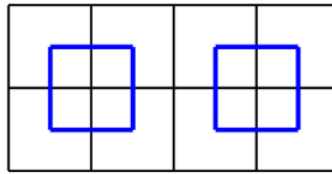
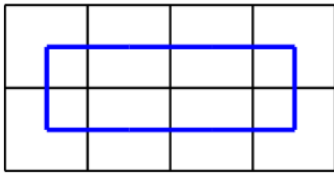


並且制定了以下規則：

- 每個城市皆必須至少有一條鐵路經過
- 鐵路不可以斷掉，也不可以分岔
- 鐵路們不可以交叉
- 鐵路必須形成一個環，即沿著鐵路走會回到原點
- 對於每條鐵路路線，只能使用一次斜鐵路

舉個例子，

當 $n = 4$ 時，只有以下共 6 種建造方法是合理的:



現在 **ysh** 非常好奇總共有幾種方法可以建造鐵路，請你計算出方法數除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

Input

n

Output

Ans

其中 Ans 為總方法數除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

Sample Input 1

3

Sample Output 1

3

Sample Input 2

10

Sample Output 2

686

Sample Input 3

327

Sample Output 3

265488547

Note

- $1 \leq n \leq 10^{18}$

Subtask

- **subtask1:** 5 $n \leq 10$
- **subtask2:** 5 $n \leq 10^3$
- **subtask3:** 10 $n \leq 10^5$
- **subtask4:** 10 $n \leq 10^7$
- **subtask5:** 20 $n \leq 10^9$
- **subtask6:** 50 **As statement**

G. 總和 $Sum = 1$

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

給定一個由正整數組成的數組 A 。你的任務是從 A 中選擇一些元素的子集，將每個元素乘以一個整數並將所有這些數字相加。如果你可以通過任何可能的子集和乘數獲得總和為 1，則稱該數組為「好的」。

Input

N

A_1, A_2, \dots, A_N

Output

如果存在滿足條件的子集和乘數，則輸出 **Yes**；否則輸出 **No**

Sample Input 1

```
4
12 5 7 3
```

Sample Output 1

```
Yes
```

Explanation

- 可以選定 5, 7 兩個數字並分別呈上 3 和 -2 , 總和為 $5 \times 3 - 7 \times (-2) = 1$

Sample Input 2

```
3
3 6 9
```

Sample Output 2

```
No
```

Note

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $1 \leq A_i \leq 10^9$

Subtask

- **subtask1:** 1% A_i 皆為偶數
- **subtask2:** 99% **As statement**

H. 火車 *Train*

time limit 1s

memory limit 256MB

Statement

倉鼠帝國有 N 座城市，編號為 1 到 N ，還有 M 條鐵路，編號為 1 到 M 。

鐵路 i 連接城市 A_i 和城市 B_i ，並且是雙向可通行。在時間點 0、 K_i 的倍數時，兩個城市都會有一列火車發車，前往另一個城市。這些火車到達目的地所需的時間是 T_i 。

hamster 住在城市 X ，並每天搭火車到城市 Y 上學。假設出發時間點為 0，請輸出 *hamster* 到達城市 Y 的最早時間點。如果無法到達城市 Y ，請輸出 -1 。

hamster 有瞬間搭火車的超能力，所以轉乘所需的時間可以忽略。

Input

$N\ M\ X\ Y$

$A_1\ B_1\ T_1\ K_1$

$A_2\ B_2\ T_2\ K_2$

.

.

.

$A_M\ B_M\ T_M\ K_M$

Output

Ans

Sample Input 1

```
3 2 1 3
1 2 2 3
2 3 3 4
```

Sample Output

7

在時間點 0 時，*hamster* 透過鐵路 1 從城市 1 出發，並在時間點 2 時，抵達城市 2。

在時間點 4 時，他再透過鐵路 2，從城市 2 前往城市 3。最後會在時間點 7 時，抵達城市 3。

Sample Input 2

```
3 2 3 1
1 2 2 3
2 3 3 4
```

Sample Output 2

5

Sample Input 3

```
3 0 3 1
```

Sample Output 3

-1

Sample Input 4

```
9 14 6 7
3 1 4 1
5 9 2 6
5 3 5 8
9 7 9 3
2 3 8 4
6 2 6 4
3 8 3 2
7 9 5 2
8 4 1 9
7 1 6 9
3 9 9 3
7 5 1 5
8 2 9 7
4 9 4 4
```

Sample Output 4

```
26
```

Note

- $2 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq M \leq 10^5$
- $1 \leq X, Y \leq N$
- $X \neq Y$
- $1 \leq A_i, B_i \leq N$
- $A_i \neq B_i$
- $1 \leq T_i, K_i \leq 10^9$
- 輸入皆為整數

Subtask

- **subtask:** 100% *As statement*