

Зад. 1. ДЗ.

1) Решим систему

$$7 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{pmatrix} = 9 \cdot \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 12 \\ 11,3 & 5 \\ 25 & 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 90 \\ 63 & 108 \\ 101,7 & 45 \\ 225 & 270 \end{pmatrix}$$

2) Решим систему

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 7 \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases}$$

2.1) Решим систему:

$$\begin{cases} -2y = 7 - 3x - 5z \rightarrow y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ 7x + 4y - 8z = 3 \\ 5x - 3y - 4z = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ 7x + 4(-3,5 + 1,5x + 2,5z) - 8z = 3 \\ 5x - 3(-3,5 + 1,5x + 2,5z) - 4z = -12 \end{cases} \sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ 7x - 14 + 6x + 10z - 8z = 3 \\ 5x + 10,5 - 4,5x - 7,5z - 4z = -12 \end{cases} \sim$$

$$\sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ 13x + 2z = 17 \\ 0,5x - 11,5z = -22,5 \end{cases} \sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ 2z = 17 - 13x \\ 0,5x - 11,5z = -22,5 \end{cases} \rightarrow z = 8,5 - 6,5x$$

$$\begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ z = 8,5 - 6,5x \\ 0,5x - 11,5(8,5 - 6,5x) = -22,5 \end{cases} \sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ z = 8,5 - 6,5x \\ 0,5x - 97,75 + 74,75x = -22,5 \end{cases} \sim$$

$$\sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5x + 2,5z \\ z = 8,5 - 6,5x \\ 75,25x = 75,25 \rightarrow x = 1 \end{cases} \sim \begin{cases} y = -3,5 + 1,5 \cdot 1 + 2,5z \\ z = 8,5 - 6,5 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow z = 2$$

$$\begin{cases} y = -3,5 + 1,5 + 2,5 \cdot 2 \rightarrow y = 3 \\ z = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Она есть: 1; 3; 2

По условию требуется найти решение
 \Rightarrow решение системы

2.2) Homogeneous System

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & | & 7 \\ 7 & 4 & -8 & | & 3 \\ 5 & -3 & -4 & | & -12 \end{pmatrix} :3 \sim \begin{pmatrix} 1 & -2/3 & 5/3 & | & 7/3 \\ 7 & 4 & -8 & | & 3 \\ 5 & -3 & -4 & | & -12 \end{pmatrix} \begin{matrix} \cdot (-7) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{matrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \cdot (-7) + 4 = \frac{14}{3} + \frac{4 \cdot 3}{3} = \frac{26}{3} \\ \frac{5}{3} \cdot (-7) - 8 = -\frac{35}{3} - \frac{8 \cdot 3}{3} = -\frac{59}{3} \\ \frac{7}{3} \cdot (-7) + 3 = -\frac{49}{3} + \frac{3 \cdot 3}{3} = -\frac{40}{3} \\ -\frac{2}{3} \cdot (-5) - 3 = \frac{10}{3} - \frac{3 \cdot 3}{3} = \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} \cdot (-5) - 4 = -\frac{25}{3} - \frac{4 \cdot 3}{3} = -\frac{37}{3} \\ \frac{7}{3} \cdot (-5) - 12 = -\frac{35}{3} - \frac{12 \cdot 3}{3} = -\frac{71}{3} \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2/3 & 5/3 & | & 7/3 \\ 0 & 26/3 & -59/3 & | & -40/3 \\ 0 & 1/3 & -37/3 & | & -71/3 \end{pmatrix} : 26/3 \sim \begin{pmatrix} 1 & -2/3 & 5/3 & | & 7/3 \\ 0 & 1 & -59/26 & | & -40/26 \\ 0 & 1/3 & -37/3 & | & -71/3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow + \\ \cdot \frac{2}{3} \\ \leftarrow + \end{matrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{59}{26} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{59 \cdot 2}{26 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 26}{3 \cdot 26} = \frac{-118 + 130}{78} = \frac{12}{78} \\ -\frac{40}{26} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{3} = -\frac{40 \cdot 2}{26 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 26}{3 \cdot 26} = \frac{-80 - 182}{78} = \frac{102}{78} \\ -\frac{59}{26} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{37}{3} = \frac{59 \cdot 1}{26 \cdot 3} - \frac{37 \cdot 26}{3 \cdot 26} = \frac{59 - 962}{78} = -\frac{903}{78} \\ -\frac{40}{26} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{71}{3} = \frac{40 \cdot 1}{26 \cdot 3} - \frac{71 \cdot 26}{3 \cdot 26} = \frac{40 - 1846}{78} = -\frac{1806}{78} \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 12/78 & | & 102/78 \\ 0 & 1 & -59/26 & | & -40/26 \\ 0 & 0 & -903/78 & | & -1806/78 \end{pmatrix} : (-903/78) \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 12/78 & | & 102/78 \\ 0 & 1 & -59/26 & | & -40/26 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1806/903 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 12/78 & | & 102/78 \\ 0 & 1 & -59/26 & | & -40/26 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow + \\ \leftarrow + \\ \cdot \left(-\frac{12}{78}\right) \end{matrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \left(-\frac{12}{78}\right) + \frac{102}{78} = \frac{-24 + 102}{78} = \frac{78}{78} = 1 \\ 2 \cdot \frac{59}{26} - \frac{40}{26} = \frac{118 - 40}{26} = \frac{78}{26} = 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & | & 2 \end{pmatrix}$$

Всё уравнения выполнены
 \Rightarrow система разрешима

Ответ: 1; 3; 2

2.3) Методом Крамера

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 7 & 4 & -8 \\ 5 & -3 & -4 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 7 \\ 3 \\ -12 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_A = (-1)^{1+1} \cdot 3 \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot (-2) \begin{vmatrix} 7 & -8 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 5 \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(-16 - 24) + 2(-28 + 40) + 5(-21 - 20) = -120 + 24 - 205 = -301$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & -8 \\ -12 & -3 & -4 \end{vmatrix} = 7 \begin{vmatrix} 4 & -8 \\ -3 & -4 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 3 & -8 \\ -12 & -4 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -12 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 7(-16 - 24) + 2(-12 - 96) + 5(-9 + 48) = -280 - 216 + 195 = -301$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 7 & 3 & -8 \\ 5 & -12 & -4 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 3 & -8 \\ -12 & -4 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} 7 & -8 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 5 & -12 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(-12 - 96) - 7(-28 + 40) + 5(-84 - 15) = -324 - 84 - 495 = -903$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 7 & 4 & 3 \\ 5 & -3 & -12 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -12 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 5 & -12 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(-48 + 9) + 2(-84 - 15) + 7(-21 - 20) = -117 - 198 - 287 = -602$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_A} = \frac{-301}{-301} = 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_A} = \frac{-903}{-301} = 3$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_A} = \frac{-602}{-301} = 2$$

Ответ: 1; 3; 2

Во всех уравнениях линейные

\Rightarrow система линейная

③ Решить систему

$$\begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ x - y/5 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} x^2 + yx - 9 = 0 \\ y = 5x \end{cases}$$

$$x^2 + 5xx - 9 = 0$$

$$6x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$y = \pm 5\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Ответ: $(\sqrt{\frac{3}{2}}; 5\sqrt{\frac{3}{2}}); (-\sqrt{\frac{3}{2}}; -5\sqrt{\frac{3}{2}})$

1-е уравнение квадратное
2-е уравнение линейное \Rightarrow система решается

④ Площадь пола прямоугольной комнаты равна 48 м², а ее периметр равен 28 м. Найдите длину и ширину комнаты

Решение:

$$\text{Площадь} = S = 48$$

$$\text{Периметр} = P = 28$$

$$\text{Длина} = l = ?$$

$$\text{Ширина} = w = ?$$

$$S = l \cdot w$$

$$P = 2(l + w)$$

$$\begin{cases} l \cdot w = 48 \\ 2(l + w) = 28 \end{cases} \sim \begin{cases} l = \frac{48}{w} \\ 2(\frac{48}{w} + w) = 28 \end{cases} \sim \begin{cases} l = \frac{48}{w} \\ \frac{48}{w} + w = 14 \end{cases}$$

$$48 + w^2 = 14w$$

$$w^2 - 14w + 48 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -14 \\ c = 48 \end{cases}$$

$$l = \frac{14 + \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1} = \frac{14 + \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 + 2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$w = \frac{14 - \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48}}{2 \cdot 1} = \frac{14 - \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 - 2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Ответ: $l = 8; w = 6$