Урок 8. ДЗ

① Решить линейную систему

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot x = \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Решим методом Крамера, нравится он мне ☺

$$\Delta \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 1(0\cdot9-6\cdot8)-2(4\cdot9-6\cdot7)+3(4\cdot8-0\cdot7) =$$

$$= -48 - 72 + 84 + 96 = 60$$

$$\Delta_x \begin{vmatrix} 12 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 12\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 12(0\cdot9-6\cdot8)-2(2\cdot9-6\cdot1)+3(2\cdot8-0\cdot1) =$$

$$= 0 - 576 - 36 + 12 + 48 = -552$$

$$\Delta_y \begin{vmatrix} 1 & 12 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 7 & 1 & 9 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} - 12\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 1(2\cdot9-6\cdot1)-12(4\cdot9-6\cdot7)+3(4\cdot1-2\cdot7) =$$

$$= 18 - 6 - 432 + 504 + 12 - 42 = 54$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 12 \\ 4 & 0 & 2 \\ 7 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + 12\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 1(0\cdot1-2\cdot8)-2(4\cdot1-2\cdot7)+12(4\cdot8-0\cdot7) =$$

$$= -16 - 8 + 28 + 384 = 388$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-552}{60} = -\frac{46\cdot\cancel{12}}{5\cdot\cancel{12}} = -\frac{46}{5} = -9,2$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{54}{60} = \frac{9\cdot\cancel{6}}{10\cdot\cancel{6}} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{388}{60} = \frac{97\cdot\cancel{4}}{15\cdot\cancel{4}} = \frac{97}{15} = \frac{6\cdot15+7}{15} = 6\frac{7}{15} = 6,46(6)$$

Ответ: $(-9,2,\ 0,9,\ 6,46(6))$

② - в файле

③ Сколько решений имеет линейная система

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \cdot x = \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Если ноль, то измените вектор правой части так, чтобы система стала совместной, и решите её

Для решения находим ранг заданной матрицы и ранг расш. м.

расширенной матрицы, образованной присоединением к основной матрице вектора из правой части.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 4 & 5 & 6 & 2 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix}$$

$$R(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \times 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \times 7 \Rightarrow \begin{vmatrix} 7 & 14 & 21 \\ 0 & -3 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & -12 \end{vmatrix} :-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -6 & 12 \end{vmatrix} \times(-6) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & 12 \\ 0 & -6 & 12 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

ненулевых строк 2 $\Rightarrow R(A) = 2$

$$R(C) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 4 & 5 & 6 & 2 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} \times 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 8 & 12 & 48 \\ 4 & 5 & 6 & 2 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -3 & -6 & -46 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} \times 7 \Rightarrow \begin{vmatrix} 7 & 14 & 21 & 84 \\ 0 & -3 & -6 & -46 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -3 & -6 & -46 \\ 0 & -6 & -12 & -83 \end{vmatrix} :(-3) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 2 & 46/3 \\ 0 & -6 & -2 & -83 \end{vmatrix} \times -6 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -6 & -12 & -92 \\ 0 & -6 & -12 & -83 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 2 & 46/3 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -3 & -6 & -46 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

ненулевых строк 3 $\Rightarrow R(C) = 3$

т.к. $R(A) \neq R(C)$, то система не имеет решений, т.к. она несовместная.

Пусть вектор правой части $\boxed{B = \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{vmatrix}}$, найдем ранг расширенной матрицы с новым вектором.

$$R(C') = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 9 & 8 \end{vmatrix} \times 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 8 & 12 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 9 & 8 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & -6 & -3 \\ 7 & 8 & 9 & 8 \end{vmatrix} \times 7 \Rightarrow \begin{vmatrix} 7 & 14 & 21 & 14 \\ 0 & -3 & -6 & -3 \\ 7 & 8 & 9 & 8 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & -6 & -3 \\ 0 & -6 & -12 & -6 \end{vmatrix} :(-3) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -6 & -12 & -6 \end{vmatrix} \times(-6) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -6 & -12 & -6 \\ 0 & -6 & -12 & -6 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & -6 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

ненулевых строк 2 $\Rightarrow R(C') = 2$

т.к. $R(A) = R(C')$, то новая система имеет решение

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ -3x_2 - 6x_3 = -3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_2 = 1 - 2x_3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 = 2 - 2x_2 - 3x_3 \\ x_2 = 1 - 2x_3 \end{cases} \sim$$

$$\sim \begin{cases} x_1 = 2 - 2(1 - 2x_3) - 3x_3 \\ x_2 = 1 - 2x_3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 1 - 2x_3 \end{cases}$$

Ответ: при $B = \begin{vmatrix} 12 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ решения нет

при $B = \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{vmatrix}$ $X = \begin{vmatrix} x_3 \\ 1 - 2x_3 \\ x_3 \end{vmatrix}$

(4) В файле

(5) В файле

(6) В файле