① Случайная непрерывная величина A имеет равномерное распределение на промежутке (200, 800]. Найдите её среднее значение и дисперсию.

$$M(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{200+800}{2} = 500$$

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(800-200)^2}{12} = 30000$$

Ответ: $M(x) = 500$, $D(x) = 30000$

② О случайной непрерывной равномерно распределённой величины B известно, что её дисперсия равна 0,2. Можно ли найти правую границу величины B и её среднее значение зная, что левая граница = 0,5? Если да, найдите её.

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} \Rightarrow 0,2 = \frac{(b-0,5)^2}{12} \Rightarrow 0,2 = \frac{b^2 - 2 \cdot b \cdot 0,5 + 0,5^2}{12} \Big| \times 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2 - b + 0,25 = 2,4 \Rightarrow b^2 - b - 2,4 + 0,25 \Rightarrow b^2 - b - 2,15 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2,15) = 1 + 8,6 = 9,6$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9,6}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3,1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2,05 \\ x_2 = -1,05 \end{cases}$$

ОДЗ: т.к. $b > a \Rightarrow b = 2,05$

$$M(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{0,5 + 2,05}{2} = 1,275$$

Ответ: $B = 2,05$, $M(x) = 1,275$

③ Непрерывная случайная величина X распределена нормально и задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{32}}$

Найти $M(x)$, $D(x)$, σ

Ответ: $M(x) = -2$, $D(x) = 16$, $\sigma = 4$

④ Рост взрослого населения города X имеет нормальное распределение. Причём, средний рост равен 174 см, а среднее квадратическое отклонение равно 8 см. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный взрослый человек имеет рост:
а) больше 182 см

$\mu = 174$
$\sigma = 8$
$x = 182$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{182 - 174}{8} = 1.$$

$$P(Z = 1) = 0,8413 \Rightarrow P(A) = 1 - P(Z = 1) = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

Ответ: 0,1587

б) больше 190 см

$$Z = \frac{190-174}{8} = 2$$

$P(Z=2) = 0,9772 \Rightarrow P(A) = 1 - P(Z=2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$

Ответ: 0,0228

в) от 166 см до 190 см

$$Z_1 = \frac{166-174}{8} = -1 \Rightarrow P(Z=-1) = 0,1587 \Rightarrow 1 - 0,1587 = 0,8413$$

$$Z_2 = \frac{190-174}{8} = 2 \Rightarrow P(Z=2) = 0,9772 \Rightarrow 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$P(A) = P(Z_1) - P(Z_2) = 0,8413 - 0,0228 = 0,8185$

Ответ: 0,8185

г) от 166 см до 182 см

$P(A) = 1 - P(x \geqslant 166) - P(x \geqslant 182) = 1 - P(Z=-1) - P(Z=-1) =$

$= 1 - 0,1587 - 0,1587 = 0,6826$

Ответ: 0,6826

д) от 158 см до 190 см

$$Z_1 = \frac{158-174}{8} = -2 \Rightarrow P(Z_1) = 0,0228$$

$$Z_2 = \frac{190-174}{8} = 2 \Rightarrow P(Z_2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

$P(A) = 1 - P(Z_1) - P(Z_2) = 1 - 0,0228 - 0,0228 = 0,9544$

Ответ: 0,9544

е) не выше 150 см или не ниже 190 см

$$Z_{x \leqslant 150} = \frac{150-174}{8} = -3 \Rightarrow P(Z_{x \leqslant 150}) = 0,0014$$

$P(Z_{x \leqslant 190}) = 1 - 0,9772 = 0,0228$

$P(A) = P(Z_{\leqslant 150}) + P(Z_{\geqslant 190}) = 0,0014 + 0,0228 = 0,0242$

Ответ: 0,0242

ё) не выше 150 см или не ниже 198 см

$P(Z_{x \leqslant 150}) = 0,0014$

$$Z_{x \geqslant 198} = \frac{198-174}{8} = 3 \Rightarrow P(Z_{x \geqslant 198}) = 1 - 0,9986 = 0,0014$$

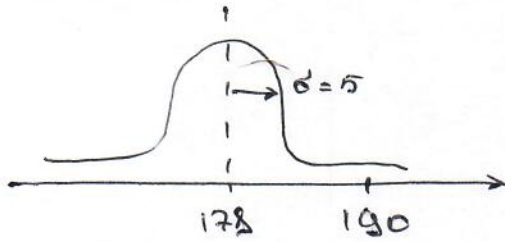$P(A) = P(Z_{\leqslant 150}) + P(Z_{\geqslant 198}) = 0,0014 + 0,0014 = 0,0028$

Ответ: 0,0028

и) ниже 166 см

$$Z = \frac{166-174}{8} = -1 \Rightarrow P(Z) = 0,1587$$

Ответ: 0,1587

⑤ На сколько сигм (средних квадратичных отклонений) отклоняется рост человека, равный 190 см, от математического ожидания роста в популяции, в которой $M(x) = 178$ и $D(x) = 25 см^2$?

$$\sigma = \sqrt{D(x)} = 5$$

$$Z = \frac{190 - 178}{5} = 2{,}4$$

Ответ: на 2,4 сигмы