Урок 1. ДЗ.

① Из колоды в 52 карты случайным образом 4 карты.

а) Найти вероятность того, что все карты – крести.

Решение классической вероятностью:

События зависимые – они вытянут друг на друга. =>

$$P = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} = \frac{17160}{6497400} = 0{,}0026$$

Решение комбинаторикой:

$$P = \frac{C_{13}^{4}}{C_{52}^{4}} = \frac{\frac{13!}{4!\cdot 9!}}{\frac{52!}{4!\cdot 48!}} = \frac{10\cdot 11\cdot 12\cdot 13}{49\cdot 50\cdot 51\cdot 52} = \frac{17160}{6497400} = 0{,}0026$$

Ответ: $P = 0{,}0026$

б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

Решение классической вероятностью.

События зависимые – они вытянут друг на друга. Решаем от обратного =>

$$P = 1 - \frac{48}{52} \cdot \frac{47}{51} \cdot \frac{46}{50} \cdot \frac{45}{49} = 1 - \frac{4669920}{6497400} = 1 - 0{,}7187 = 0{,}2813$$

Решение комбинаторикой:

$$P = 1 - \frac{C_{52-4}^{4}}{C_{52}^{4}} = \frac{\frac{48!}{4!\cdot 44!}}{\frac{52!}{4!\, 48!}} = 1 - \frac{45\cdot 46\cdot 47\cdot 48}{49\cdot 50\cdot 51\cdot 52} = 1 - \frac{4669920}{6497400} = 1 - 0{,}7187 = 0{,}2813$$

Ответ: $P = 0{,}2813$

② На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Решение классической вероятностью:

События зависимые – они вытянут друг на друга. Плюс нужно учесть все варианты нажатия на 3 кнопки, для этого используем формулу перестановки: $P_n = n!$, тогда:

$$P = 3! \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{6}{720} = 0{,}0083$$

Решение комбинаторикой:

$$P = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{3!\cdot 7!}{10!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{8\cdot 9\cdot 10} = \frac{6}{720} = 0{,}0083$$

Ответ: $P = 0{,}0083$

③ В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлечённые детали окрашены?

Решение классической вероятностью:
События зависимые - они влияют друг на друга =>

$$P = \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} = \frac{504}{2730} = 0,1846$$

Решение комбинаторикой:

$$P = \frac{C_9^3}{C_{15}^3} = \frac{\frac{9!}{3!\,6!}}{\frac{15!}{3!\cdot 12!}} = \frac{7\cdot 8\cdot 9}{13\cdot 14\cdot 15} = \frac{504}{2730} = 0,1846$$

Ответ: $P = 0,1846$

(4) В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретённых билета окажутся выигрышными?

Решение классической вероятностью.
События зависимые - они влияют друг на друга =>

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(B_2|B_1) = \frac{2}{100}\cdot\frac{1}{99} = \frac{1}{4950} = 0,0002$$

Решение комбинаторикой:

$$P = \frac{C_2^2}{C_{100}^2} = \frac{1}{\frac{100!}{2!\,98!}} = \frac{1\cdot 2}{99\cdot 100} = \frac{1}{4950} = 0,0002$$

Ответ: $P = 0,0002$

(5) На соревновании по биатлону один из трёх спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0,9, для второго - 0,8, для третьего - 0,6. Найти вероятность того, что выстрел произведён: а) первым спортсменом, б) вторым спортсменом, в) третьим спортсменом.

A - попадание в мишень
B_i - спортсмен, тогда:

$P(A|B_1) = 0,9$

$P(A|B_2) = 0,8$

$P(A|B_3) = 0,6$

$$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A|B_1) + P(B_2)\cdot P(A|B_2) + P(B_3)\cdot P(A|B_3)$$

Считаем по формуле Байеса: $P(B_i|A) = \dfrac{P(B_i)\cdot P(A|B_i)}{P(A)}$

а) Для первого спортсмена:

$$P(B_1|A) = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{10}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{8}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10}} = \frac{\frac{9}{30}}{\frac{23}{30}} = \frac{9}{23} = 0,3913$$

б) Для второго спортсмена:

$$P(B_2|A) = \frac{8}{23} = 0,3478$$

в) Для третьего спортсмена:

$$P(B_3|A) = \frac{6}{23} = 0,2609$$

Проверка:

$$P(B_1|A) + P(B_2|A) + P(B_3|A) = 0,3913 + 0,3478 + 0,2609 = \underline{1}$$

Ответ: Для первого спортсмена $P(B_1|A) = 0,3913$

Для второго спортсмена $P(B_2|A) = 0,3478$

Для третьего спортсмена $P(B_3|A) = 0,2609$