

☞ **Exercice 1** Cocher la bonne case :

Phrase	Vrais	Faux
$3 + 5 = 8$		
2 est un nombre pair		
$5 > 8$		
Salut !		

☞ **Exercice 2** On considère la proposition suivante :

$$p : \forall x \in [0, +\infty[; \sqrt{X} < X$$

1. Déterminer la proposition \bar{p} .
2. Montrer que \bar{p} est vraie.
3. p est elle vraie ?

☞ **Exercice 3** On considère la proposition :

$$p : \forall x \in \mathbb{R}^+ (\sqrt{x} \leq x \text{ et } 1+x > 0)$$

1. Déterminer \bar{p} .
2. p est elle vraie ?

☞ **Exercice 4** On considère la proposition :

$$p : \exists x \in \mathbb{R} / x^2 = -x.$$

1. Montrer que p est vraie.
2. Déterminer \bar{p} .

☞ **Exercice 5** Soit la proposition :

$$p : \forall x \in]1, +\infty[; \forall y \in]1, +\infty[\left(\frac{x}{1+x^2} = \frac{1}{1+y^2} \implies x = y \right)$$

Montrer que p est vraie.

☞ **Exercice 6** Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$

$$1 + xy = x + y \implies (x = 1 \text{ ou } y = 1).$$

☞ **Exercice 7** Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^+ (\sqrt{1+x} = 1 + \sqrt{x} \implies x = 0)$.

☞ **Exercice 8** Montrer que

$$\forall x \in [0, 1[\forall y \in \mathbb{R} (x \neq 1 \implies 1 + xy \neq x + y).$$

☞ **Exercice 9** Montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \sqrt{1+x^2} \neq 1 + \frac{x^2}{2}.$$

☞ **Exercice 10** a est un nombre réel strictement positif, Montrer par récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, (1+a)^n \geq 1 + na.$$

☞ **Exercice 11** Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \frac{n(n+1)}{2} \in \mathbb{N}.$$