தமிழ்நாடு அரசு

மேல்நிலை இரண்டாம் ஆண்டு

புள்ளியியல்

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

00_12th_Statistics_TM_FM.indd 1 1/28/2020 6:39:44 PM

தமிழ்நாடு அரசு

முதல்பதிப்பு – *2019*

(புதிய பாடத்திட்டத்தின்கீழ்
வெளியிடப்பட்ட நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும்
தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்
www.textbooksonline.tn.nic.in

00_12th_Statistics_TM_FM.indd 2 1/28/2020 6:39:44 PM

பொருளடக்கம்

புள்ளியியல்

6QDCLV
மின்னூல்

ILZ7BR
மதிப்பீடு

B236_12_STATISTICS_TM
இணைய வளங்கள்

QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன்பேசியில், கூகுள் playstore /ஆப்பிள் app store கொண்டு QR Code ஸ்கேனர் செயலியை இலவசமாகப் பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியைத் திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தித் திரையில் தோன்றும் கேமராவை QR Code–இன் அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம் திரையில் தோன்றும் உரலியைச் (URL) சொடுக்க, அதன் விளக்கப் பக்கத்திற்குச் செல்லும்.

இந்நூலின் சிறப்பு அம்சங்கள்

புள்ளியியல் அறிஞரை பற்றிய குறிப்பு	ஒரு புள்ளியியல் அறிஞரைப் பற்றிய சிறு குறிப்பு.
கற்றல் குறிக்கோள்கள்	கற்போரை மையப்படுத்தி அவர்களின் திறனை மேம்படுத்தும் விதமாக அமைகிறது.
உங்களுக்குத் தெரியுமா?	வியத்தகு உண்மைகள், மாணவர்களின் சிந்தனையைத் தூண்டும் வகையிலான துணுக்குகள்.
குறிப்பு	பாடம் சார்ந்த கூடுதல் செய்திகளை உள்ளடக்கியது.
செயல்பாடு	மாணவர்கள் பாடக்கருத்தை ஆராய்ச்சிகள் மூலம் புரிந்துகொள்ள செயல்பாடுகள் வழி வகுக்கின்றன.
QR GUIDE	மாணவர்கள் பாடப்பொருளை மேலும் தெளிவாகப் புரிந்துகொள்ளும் விதமாக மின்னணு பாடப் பொருள் அமைகிறது.
நினைவில் கொள்க	முக்கிய கருத்துகளின் சுருக்கம் முடிவில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
இணைய செயல்பாடு	மாணவர்களின் கணினி சார் அறிவுத்திறனை மேம்படுத்துகிறது.
மதிப்பீடு	மாணவர்களின் நினைவாற்றல், சிந்தனை மற்றும் புரிதலை மதிப்பீடு செய்கிறது.
கலைச் சொற்கள்	புள்ளியியல் சார்ந்த ஆங்கில-தமிழ் சொற்கள்.

புள்ளியியல் – பணி வாய்ப்புகள்

மேல்நிலைக்கல்வி முடிந்தபின், புள்ளியியல் பாடம் பல்வேறு இளங்கலை, முதுகலை, தொழில்சார்ந்த மற்றும் ஆராய்ச்சி படிப்புகளுக்கான பாடத்திட்டத்தில் ஒர் அங்கமாக உள்ளது.

இளங்கலை படிப்புகள்

பொருளியல்
வணிகவியல்
வணிக நிர்வாகவியல்
கணினி பயன்பாட்டியல்
கணிதம்
மருந்தியல்
கல்வியியல்
புள்ளியியல்
பொறியியல்
பட்டயப் படிப்புகள்

முதுகலை படிப்புகள்

பொருளியல்
வணிகவியல்
வணிக நிர்வாகவியல்
கணினி பயன்பாட்டியல்
கணிதம்
மருந்தியல்
கல்வியியல்
புள்ளியியல்
பொறியியல்
கணக்கியல் (C.A)
I.C.W.A
அளவீட்டு அறிவியல்

போட்டித் தேர்வுகள்

நடுவன் தேர்வாணையத் தேர்வு
மாநிலத் தேர்வாணையத் தேர்வு
ஊழியர் தேர்வாணையத் தேர்வு
இந்திய ஆட்சிப் பணித் தேர்வு
இந்திய காவல் பணித் தேர்வு
இந்திய அயலகப் பணித் தேர்வு
மற்றும் பல....

புள்ளியியலுக்கான சிறப்பு துறைகள்: கல்லூரிகள் / பல்கலைக் கழகங்கள், இந்தியப் புள்ளியியல் நிறுவனம் (ISI) பல்வேறு இளங்கலை, முதுகலை மற்றும் ஆராய்ச்சிப் படிப்புகளை வழங்குகின்றன.

தலைப்புகள்

- புள்ளியியலாளர்
- வணிக ஆய்வாளர்
- கணிதவியலாளர்
- பேராசிரியர்
- பேரிடர் ஆய்வாளர்
- தரவு ஆய்வாளர்
- பகுப்பாய்வாளர்
- புள்ளியியல் பயிற்றுநர்
- தரவியல் அறிஞர்
- ஆலோசகர்
- உயிர் புள்ளியியலாளர்
- பொருளியல் அளவீட்டாளர்

துறைகள்

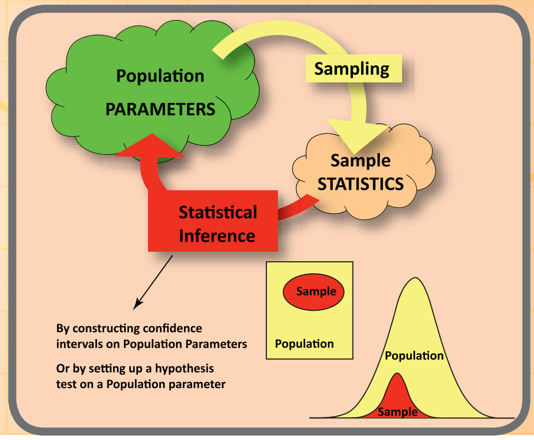
- மக்கள் தொகை
- சூழலியல்
- மருத்துவம்
- தேர்தல்
- குற்றவியல்
- பொருளியல்
- கல்வியியல்
- திரைப்படம்
- விளையாட்டு
- சுற்றுலா

புள்ளியியலாளருக்கான சிறப்புத் திறன்கள்

- கணிதப் புள்ளியியலில் வலுவான அடித்தளம்.
- தருக்க சிந்தனை மற்றும் முக்கிய கருத்துக்களைப் புரிந்து கொள்ளும் திறன்.
- பிரச்சினைகளைப் புரிந்து கொள்ள, பல்வேறு துறையினருடன் தொடர்பு கொள்வதற்கான திறன்.
- புள்ளியியல் கணிப்பில் வலுவான அடித்தளம்.
- புதிய புள்ளியியல் மென்பொருள்கள், தொழில்நுட்பங்களைக் கையாளும் திறன்.
- சூழலுக்கேற்ப பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும் பல்வகைத் திறன்.

அத்தியாயம்

1 மிகைகாண் சோதனைகள் – அடிப்படைக் கோட்பாடுகளும் பெருங்கூறு சோதனைகளும்



ஜெர்ஸி நேமன்
1894–1981

ஜெர்ஸி நேமன் (Jerzy Neyman) என்பவர் ரஷ்யாவில் பிறந்த போலந்து நாட்டவர். அவர் நவீன புள்ளியியல் உருவாக்கத்தின் முக்கிய சிற்பிகளில் ஒருவராகக் கருதப்படுகிறார். 1937 ஆம் ஆண்டில் புள்ளியியலில் 'மதிப்பீடுகளுக்கான நம்பிக்கை இடைவெளி' என்னும் கருத்தாக்கத்தை உருவாக்கினார். மேலும் புள்ளியியலில், சோதனைகள் வடிவமைப்பு, மாதிரிக் கோட்பாடுகள், கலப்புப்பரவல்கள் போன்ற பிரிவுகளிலும் தமது பங்களிப்பை நல்கியுள்ளார். பெர்க்லியில் உள்ள கலிபோர்னியோ பல்கலைக் கழகத்தில் புள்ளியியல் துறையை நிறுவியுள்ளார். அது இன்றளவும் உலக அளவில் ஒப்புயர்வுற்றதாக விளங்கி வருகிறது.

எகான் ஷார்ப் பியர்சான்
1895–1980

எகான் ஷார்ப் பியர்சான் (Egon Sharp Pearson) என்பர் இங்கிலாந்தைச் சேர்ந்தவர். அவர், புள்ளியியலாளரான பேராசிரியர் கார்ல் பியர்சானின் மைந்தராவார். அவர் பயோமெட்ரிகா (Biometrika) என்னும் புள்ளியியலுக்கான இதழின் ஆசிரியராகப் பணியாற்றியுள்ளார். இரு பகுதிகளால் ஆன 'புள்ளியியலாளருக்கான பயோமெட்ரிகா அட்டவணை' என்னும் நூலை வெளியிடுவதில் முன்னோடியாகத் திகழ்ந்தார். அவை உலக அளவில், புள்ளியியல் தரவுப்பகுப்பாய்வில் ஈடுபடும் அனைவருக்கும் குறிப்பிடத்தக்க அளவில் தற்கால நவீன கணக்கீட்டுமுறை வசதிகள் வரும் வரை பெரிதும் துணை புரிந்து வந்திருக்கின்றன.

நேமன், பியர்சான் ஆகிய இருவரும் இணைந்து சுமார் பத்தாண்டு காலம் (1928-1938) புள்ளியியலில் கருதுகோள் ஆய்வுகள் பற்றி ஆய்வு மேற்கொண்டு, நேமன் – பியர்சான் கிளைத்தேற்றம் (Neyman – Pearson Fundamental Lemma) என்பதை உருவாக்கியுள்ளனர். இத்தேற்ற உருவாக்கம், புள்ளியியல் கருதுகோள்களுக்கு அடிப்படையாக விளங்கி அனுமானப் புள்ளியியலில் ஒரு மைல்கல்லாகத் திகழ்கிறது. அந்நாட்களில் அவர் இருவரும் உருவாக்கிய கோட்பாடுகளைப் பேராசிரியர் ஆர்.ஏ. ஃபிஷர் உட்பட பலரும் திறனாய்வு செய்து கருத்துக்களை வெளியிட்டிருக்கின்றனர். இருப்பினும் அவ்விருவர் உருவாக்கிய கோட்பாடுகள் இன்றளவும் பயன்பாட்டில் இருக்கின்றன.

'எல்லா அறிவியல் கருத்துகளுக்கும் துணைநிற்கும் பணியாள் போன்று செயலாற்றுவதே புள்ளியியலின் பண்பாகும்' – ஜெர்ஸி நேமன்

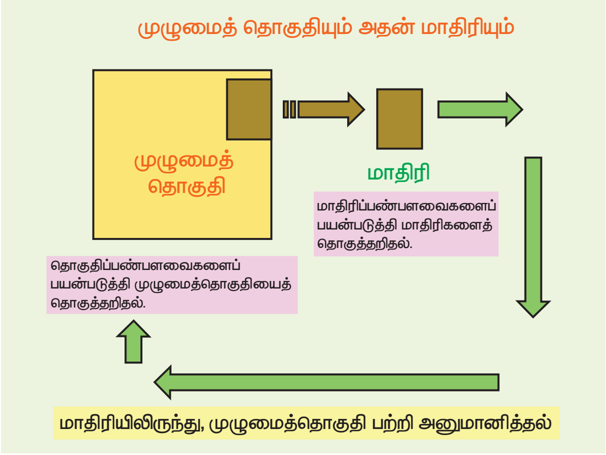
01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 1 1/28/2020 5:21:02 PM

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- ❖ கருதுகோள் சோதனையின் நோக்கங்களை அறிதல்.
- ❖ தொகுதிப்பண்பளவை, மாதிரிப்பண்பளவை ஆகியவற்றை அறிதல்.
- ❖ மாதிரிப் பரவல் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளல்.
- ❖ திட்டப்பிழையை வரையறை செய்தல்.
- ❖ பல்வகை கருதுகோள் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ கருதுகோள் சோதனையில் ஏற்படும் முதல் வகைப் பிழை, இரண்டாம் வகைப்பிழை பற்றிப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ மிகைகாண் நிலை, தீர்மானிக்கும் பகுதி, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு ஆகியவற்றைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ ஒருபக்க சோதனை, இருபக்க சோதனை ஆகியவற்றை வகைப்படுத்துதல்.
- ❖ கருதுகோள்களின்படி பெருங்கூறு சோதனைகள் செய்வதற்கான வழிமுறைகளை அறிதல்.
- ❖ பெருங்கூறுகளைக் கொண்டு, கருதுகோள்களின்படி சராசரிகளுக்கும், விகிதசமங்களுக்கும் மிகைகாண் சோதனை காணும் கணக்குகளைச் செய்தல்.

VIL21M

அறிமுகம்



முந்தைய பதினோறாம் வகுப்பு புள்ளியியல் பாடத்தில் தரவுகளைச் சேகரித்து அவற்றை வகைப்படுத்தி மையப் போக்கு அளவைகள், சிதறல் அளவைகள் ஆகியவற்றின் துணை கொண்டு பகுப்பாய்வு செய்து பல்வேறு முடிவுகளைக் கண்டிருக்கிறோம். இவ்வாறாக புள்ளியியல் தரவுகளுக்கு விளக்கம் தருவதை **விளக்கப் புள்ளியியல்** (Descriptive Statistics) என்கிறோம். இப்போது புள்ளியியல் பகுப்பாய்வின் மற்றொரு பரிமாணமான **அனுமானப் புள்ளியியல்** (Inferential Statistics) என்ற பகுதியைப் பற்றி நாம் அறிந்து கொள்வது அவசியமாகிறது. இந்நூலின் முதல் நான்கு பாடங்களில் அனுமானப் புள்ளியியலில் இடம்பெறும் கருத்துகளும், கணக்கிடும் முறைகளும் விரிவாக விளக்கப்படவிருக்கின்றன.

எந்த அறிவியல் ஆய்வு அல்லது கள ஆய்விலும் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றிய தெரியாத விவரங்கள் அல்லது பண்புகள் ஆகியவற்றைக் கண்டறிவதே நமது முதன்மை நோக்கமாகும். முழுமைத்தொகுதி முழுவதையும் ஆய்வு செய்து கண்டறிவது எப்போதும் நடைமுறைக்கு ஏற்றதாக அமையாது. ஏனெனில் அச்செயலுக்கு அதிக பொருட்செலவும் அதிக காலமும் செலவழிக்க நேரிடும். ஆனால், முழுமைத்தொகுதியில் இருந்து ஒரு சிறு பகுதியை எடுத்து ஆய்வு செய்வது எளிதான செயலாகும். அத்தகைய சிறு பகுதியை **மாதிரி** அல்லது **கூறு** (Sample) என்று அழைக்கிறோம். இம்மாதிரியில் இருந்து கிடைக்கப் பெறும் தகவல்களைக் கொண்டு முழுமைத்தொகுதியின் தெரியாத விவரங்களையும், அதன் பண்புகளையும் அனுமானித்துக் கூற இயலும்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 2 1/28/2020 5:21:02 PM

இவ்வாறாக, அனுமானப் புள்ளியியல் என்பது மாதிரிகளைப் பயன்படுத்தி சில புள்ளியியல் முறைகளைக் கொண்டு முழுமைத்தொகுதியில், நிகழ்தகவின் அடிப்படையில் தக்க அனுமானங்களைப் பெறுவதற்கும், புள்ளியியல் முடிவுகள் எடுப்பதற்கும் உருவாக்கப்படும் முறைகளைப் பற்றிக் கூறுவதாகும்.

அனுமானப் புள்ளியியல் பற்றி விரிவாகப் படிப்பதற்கு முன் சில முக்கிய வரையறைகளையும், அதில் இடம் பெறும் சொற்களையும் நாம் அறிந்துகொள்ள வேண்டும்.

1.1 முழுமைத்தொகுதிப்பண்பளவை மற்றும் மாதிரிப்பண்பளவை (Parameter and Statistic)

ஓர் ஆய்வில், முழுமைத் தொகுதி என்பது அதிலுள்ள அனைத்து எண்கள் அல்லது அலகுகள் அல்லது உறுப்புகள் ஆகியவற்றின் தொகுப்பாகும். அதன் உறுப்புகள் X என்ற வாய்ப்பு மாறியின் மதிப்புகளாகக் கருதபடுகிறது. அம்மதிப்புகளைக் கொண்டு X என்ற மாறிக்கு நிகழ்தகவு பரவல் அமைக்கலாம். (பதினோறாம் வகுப்பு பாட நூலில் பிரிவு 2.4 இல் முழுமைத் தொகுதி பற்றியும், பிரிவு 9.3 இல் வாய்ப்பு மாறி X இன் நிகழ்தகவு பரவல் பற்றியும் காணலாம்).

தொகுதிப்பண்பளவை (Parameter): பொதுவாக, முழுமைத்தொகுதிப்பண்பளவை அல்லது **தொகுதிப்பண்பளவை** (Parameter) என்பது முழுமைத்தொகுதியிலுள்ள அளவு அல்லது எண் சார்ந்த பண்பையும் அது சார்ந்த பரவலின் பண்பையும் வெளிப்படுத்தும்.

பெரும்பாலானவற்றில் புள்ளியியலின் எண் சார்ந்த பண்புகள், முழுமைத்தொகுதியின் எல்லா உறுப்புகளைக் கொண்டும் கணக்கிடப் பெற்று தொகுதிப் பண்பளவைகளாகக் கூறப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, தொகுதிசராசரி (μ), தொகுதிதிட்டவிலக்கம் (σ), தொகுதிவிகிதசமம் (P) போன்றவை சில பரவல்களுக்கு அமையும் தொகுதிப்பண்பளவைகளாகும். தொகுதிப்பண்பளவை மதிப்புகளைப் பொதுவாக **கிரேக்க** எழுத்துக்களால் குறிப்பது வழக்கம்.

குறிப்பு: X என்ற வாய்ப்பு மாறியில் அமையும் நிகழ்தகவு–திண்மைச் சார்பிலும், நிகழ்தகவு–அடர்த்திச் சார்பிலும் இடம் பெறும் தெரியாத மாறிலி மதிப்புகளை அந்தந்தப் பரவல்கள் அல்லது முழுமைத் தொகுதிகளின் பண்பளவைகள் என்று அழைக்கப்படுவதும் உண்டு. அனுமானப் புள்ளியியலில் முழுமைத்தொகுதியின் சில அல்லது எல்லா தொகுதிப்பண்பளவைகளின் மதிப்புகள் தெரியாமல் இருப்பதாகக் கருதவேண்டும்.

வாய்ப்பு மாதிரி (Random Sample): ஒரே மாதிரியான சூழ்நிலையில், சார்பற்றனவாக X என்ற வாய்ப்பு மாறியின் கணம் பெறும் மதிப்புகள் $(X_1, X_2, ..., X_n)$ ஆக இருப்பின் அக்கணம் **வாய்ப்பு மாதிரி** (Random Sample) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மாதிரிப்பண்பளவை (Statistic): ஒரு முழுமைத் தொகுதியில் $(X_1, X_2, ..., X_n)$ என்பவை வாய்ப்பு மாதிரி என்பதாக இருக்கட்டும். வாய்ப்பு மாதிரியில் உள்ள உறுப்புகளைக் கொண்டு கணக்கிடப்படும் எந்த புள்ளியியல் அளவையும் **மாதிரிப்பண்பளவை** (Statistic) அல்லது **கூறுபண்பளவை** என்று அழைக்கப்படும். மாதிரி சராசரி ($\bar{x}$), மாதிரி திட்டவிலக்கம் (s) , மாதிரி விகிதசமம் (p) போன்றவை மாதிரிப்பண்பளவைகள் என்று அழைக்கப்படும். மாதிரிப்பண்பளவைகள் **ரோமன்** எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படும். (மாதிரிப்பண்பளவையை சிலர் புள்ளியியல் அளவை என்றும் கூறளவை என்றும் கூறுவர்)

$(X_1, X_2, ..., X_n)$ என்ற வாய்ப்பு மாறிகளிலிருந்து பெறும் மதிப்புகள் $(x_1, x_2, ..., x_n)$ என்போம். இந்த $(x_1, x_2, ..., x_n)$ என்ற எல்லா உறுப்புகளையும் சேர்த்து அமையும் தொகுப்பைப் **புள்ளியியலின் கூறுவெளி** (Sample space) என்போம். அது '**S**' என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 3 1/28/2020 5:21:02 PM

குறிப்பு 1:

X என்ற வாய்ப்பு மாறியில் $x_1, x_2, \ldots, x_n$ எனும் n மாதிரி உறுப்புகளைக் கொண்டு ஒரு கணம், தெரியாத தொகுதிப்பண்பளவைகளின் மதிப்புகளை அனுமானிப்பதற்காக உருவாக்கப்படுகிறது. இங்குள்ள எண் சார்ந்த மதிப்புகளும் ஒவ்வொரு மாதிரிக்கும் வேறுபடும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும். இவ்வாறு $X_1, X_2, \ldots, X_n$ என்ற வாய்ப்பு மாறிகளிலிருந்து பெறப்படும் மதிப்புகள் சார்பற்றதாகவும், X என்ற மாதிரிப்பரவலின் தன்மைகளைக் கொண்டதாகவும் இருக்கும். இவை, சார்பற்ற, சமமான பரவல்களையுடைய வாய்ப்பு மாறிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு

மாதிரிப்பண்பளவை (Statistic) ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியாகவும், அதற்கு ஒரு நிகழ்தகவு பரவலும் அமைக்கலாம் என்பதை அறிக.

குறிப்பு 2:

அனுமானப் புள்ளியியலில் மாதிரி திட்டவிலக்கம் $S=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}$, என்றும், மாதிரி சராசரி $\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$. என்றும் குறிப்பிடப்படுகிறது. மேலும் திட்டவிலக்கம் S காணும் விதியில் n ஆல் வகுப்பதற்கு பதிலாக $(n-1)$ ஆல் வகுத்திருப்பதைக் கவனிக்க.

குறிப்பு 3:

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ என்ற மாறிகளுக்கான எண் சார்ந்த மதிப்புகளை அறியாதவரையில் மாதிரிப் பண்பளவை என்பது ஒரு வாய்ப்பு மாறியாகவே கருதப்படும். மேலும் இது ஒரு நிகழ்தகவுப் பரவலையும் பெற்றிருக்கும்.

பல்வேறு தொகுதிப்பண்பளவைகளையும் அதற்கு இசைந்த மாதிரிப் பண்பளவைகளையும் குறிக்கும் குறியீடுகளையும் அட்டவணை 1.1 இல் காணலாம், இக்குறியீடுகள் அதே பொருளைத் தரும்படியாகத் தொடர்ந்து வரும் பாடங்களிலும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

அட்டவணை 1.1

தொகுதி மற்றும் மாதிரியில் பயன்படுத்தப்படும் பண்பளவைகளின் குறியீடுகள்

புள்ளியியல் அளவைகள்	தொகுதிப்பண்பளவை	மாதிரிப் பண்பளவை	கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் மாதிரிப் பண்பளவை மதிப்பு
சராசரி	μ	$\bar{X}$	$\bar{x}$
திட்ட விலக்கம்	σ	S	s
விகித சமம்	P	p	p_0

1.2 மாதிரிப்பரவல்கள் (Sampling Distribution)

ஒரு மாதிரிப்பண்பளவையின் அல்லது கூறுபண்பளவையின் நிகழ்தகவுப் பரவல், மாதிரிப் பரவல் அல்லது **கூறு பரவல்** (Sampling Distribtution) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அதாவது, ஒரே எண்ணிக்கையைக் கொண்ட சம வாய்ப்பு கூறுபரவலின் மதிப்புகளைக் கொண்டு நிகழ்தகவுப் பரவல் அமைக்கப்படுகிறது.

இக்கருத்தைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளில் இருந்து புரிந்துகொள்ளலாம்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 4 1/28/2020 5:21:03 PM

எடுத்துக்காட்டு 1.1

ஒரு முழுமைத் தொகுதியில் 4, 8, 12, 16 எனும் நான்கு உறுப்புகள் உள்ளன. இவற்றை X என்ற வாய்ப்பு மாறியில் இடம் பெறும் உறுப்புகளாகக் கருதுவோம். மாதிரி அளவு 2 ஆகவும் அதன் உறுப்புகள் திரும்ப வைத்து எடுக்கும் முறையில் அமைவதாகவும் கொள்வோம். அவ்வாறு அமைக்கும்போது 4^2 மாதிரிகள் நமக்குக் கிடைக்கும்.

விளக்கம்:

N அளவுள்ள ஒரு முடிவுறு முழுமைத் தொகுதியில்,

n அளவு உள்ள மாதிரிகள் எடுக்கும் போது, உறுப்புகளைத்

(i) திரும்ப வைத்து எடுக்கும் முறையில் N^n மாதிரிகளும்

(ii) திரும்ப வைக்காமல் எடுக்கும் முறையில் Nc_n மாதிரிகளும் கிடைக்கும் என்பதை அறிக.

இவ்வாறு பெறும் 4^2 மாதிரிகளில், ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் x_1, x_2 எனும் இரண்டு மதிப்புகளும் சார்ந்திராத சமமான பரவல்களில் உள்ள X_1, X_2 என்ற வாய்ப்பு மாறிகளாக அமைந்திருப்பதாகக் கருதப்படுகிறது.

மேற்கூறிய முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளிலிருந்து உருவாக்கப்படும் மாதிரிகள் பின்வரும் அட்டவணை 1.2 இல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.2

உருவாகும் மாதிரிகளும் அவற்றின் சராசரிகளும்

மாதிரியின் வரிசை எண்	மாதிரி உறுப்புகள் (x_1, x_2)	மாதிரி சராசரி $\bar{x}$
1	4,4	4
2	4,8	6
3	4,12	8
4	4,16	10
5	8,4	6
6	8,8	8
7	8,12	10
8	8,16	12
9	12,4	8
10	12,8	10
11	12,12	12
12	12,16	14
13	16,4	10
14	16,8	12
15	16,12	14
16	16,16	16

அட்டவணையின் இரண்டாம் நிரலில் (column) உள்ள (x_1, x_2) என்ற வரிசைச் சோடிகளாலான மாதிரி உறுப்புகள் அனைத்தும் முழுமைத்தொகுதியின் கூறுவெளியாக உள்ளன.

இங்கு, கூறுவெளியானது:

$S = \{(4,4), (4,8), (4,12), (4,16), (8,4), (8,8), (8,12), (8,16), (12,4), (12,8), (12,12), (12,16), (16,4), (16,8), (16,12), (16,16)\}$

மாதிரி சராசரிகளைக் கொண்டு அமைக்கப் பெற்ற, $\overline{X}$ இன் மாதிரிப் பரவல்களின் நிகழ்தகவு அட்டவணை 1.3 இல் தரப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1.3

மாதிரி சராசரிகளின் மாதிரிப்பரவல்

மாதிரி சராசரி: $\bar{x}$	4	6	8	10	12	14	16	மொத்தம்
நிகழ்தகவு: $P(\overline{X}=\bar{x})$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

குறிப்பு 4: ஒரு முடிவுறு முழுமைத்தொகுதியில் திரும்ப வைத்தெடுக்கும் முறையில் பெறப்படும் வாய்ப்பு மாதிரிகள் குறிப்பு 1 இல் கூறப்பட்டுள்ள நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றுகின்றன.

குறிப்பு 5: உறுப்புகளைத் திரும்ப வைக்காமல் எடுக்கும் முறையில் மாதிரி எடுக்கப்படுமேயானால் அது பெறும் மதிப்புகளில் $X_1, X_2, \dots X_n$ இன் சாரா மதிப்புப் பண்பு நிறைவேறாது. எனவே, இம்மாதிரி ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி அன்று.

குறிப்பு 6: மாதிரி அளவு 30 அல்லது அதற்கும்மேல் இருந்தால் அம்மாதிரியைப் **பெரும்மாதிரி** அல்லது **பெருங்கூறு** (large sample) என்று கூறுவர். மேலும், மாதிரி 30 என்ற அளவிற்கும் கீழே இருந்தால் அதை **சிறுமாதிரி** அல்லது **சிறுகூறு** (small sample) என்று கூறுவர், நடைமுறையில் 30 என்ற எண்ணைப் பொறுத்து கண்டிப்பாக பெருங்கூறும், சிறுகூறும் பிரிக்கப்பட வேண்டும் என்பதில்லை. முழுமைத்தொகுதியையும் அதற்குள்ளே அமையும் மாதிரியையும் அவற்றின் தன்மைகளுக்கு ஏற்ப, பிரிக்கும் முறையைச் சற்றே மாற்றிக்கொள்வதும் உண்டு.

குறிப்பு 7: சில நிகழ்தகவுப்பரவல்கள், கூட்டல் பண்பினைப் பெற்றிருப்பதை அறியலாம். (அது பற்றிய விவரங்களைப் பதினோறாம் வகுப்பு பாட நூலில் காண்க). எடுத்துக்காட்டாக சார்ந்திராத சமமான பரவல்களையுடைய வாய்ப்பு மாறிகளான $X_1, X_2, \dots X_n$ என்பவை $N(\mu, \sigma^2)$ என்பதாக அமையுமானால், $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ மற்றும் $\overline{X}$ ஆகியவற்றின் நிகழ்தகவு பரவல்கள் முறையே $N(n\mu, n\sigma^2)$ மற்றும் $N(\mu, \sigma^2/n)$ ஆக அமையும். இவ்விரு பரவல்களும், அனுமானப் புள்ளியியல் கருத்தில், முறையே மாதிரி கூடுதலின் மாதிரிப் பரவல்களும், $N(\mu,\sigma^2)$ என்ற பரவலிருந்து பெறப்பட்ட, வாய்ப்பு மாதிரியில் உள்ள மாதிரி சராசரி ஆகும். $N(\mu,\sigma^2)$ என்ற குறியீடு, சராசரி μ, மாறுபாட்டு அளவை σ^2 என்பதைக் குறிக்கும் இயல்நிலைப்பரவல் ஆகும்.

1.3 திட்டப் பிழை (Standard Error)

ஒரு மாதிரிப்பண்பளவையைக் கொண்டு மாதிரிப்பரவல் அமைத்து அதில் காணும் திட்டவிலக்கத்தை அம்மாதிரிப் பண்பளவையின் **திட்டப் பிழை** (Standard Error) என்கிறோம். அதை S.E. என்று குறிப்பிடுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, மாதிரி சராசரி $\overline{X}$ இன் மாதிரிப் பரவல்களில் இருந்து பெறும் திட்ட விலக்கத்தை மாதிரிசராசரியின் திட்டப்பிழை என்று அழைக்கிறோம். அதை S.E $(\overline{X})$ என்று எழுதுகிறோம்.

$X_1, X_2, ..., X_n$ என்ற சார்ந்திராத தன்மையுடைய வாய்ப்பு மாறிகள் அதே பரவலில் இருப்பதால்

$$V(\overline{X}) = V\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} V(X_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma^2 = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$SE(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

மேலும், $\overline{X} = E(\overline{X}) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu = \frac{n\mu}{n} = \mu$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

எடுத்துக்காட்டு 1 இல் தரப்பட்டுள்ள மாதிரிப் பரவலுக்கு, சராசரிக்கான திட்டப்பிழையைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

இங்கு $\{4, 8, 12, 16\}$ என்பது முழுமைத் தொகுதி

முழுமைத் தொகுதியின் அளவு, $N = 4$, மாதிரியின் அளவு, $n = 2$

முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி, $\mu = (4 + 8 + 12 + 16)/4 = 40/4 = 10$

முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2$$

$$= \frac{1}{4}\left[(4-10)^2 + (8-10)^2 + (12-10)^2 + (16-10)^2\right] = \frac{1}{4}[36+4+4+36] = 20.$$

எனவே, திட்டப்பிழை $SE(\overline{X}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{20}{2}} = \sqrt{10}$

இதை, சராசரியின் மாதிரிப்பரவலிலிருந்தும் கணக்கிடலாம் (அட்டவணை 1.3 ஐப் பார்க்க)

$\overline{X}$ இன் மாறுபாட்டு அளவை $= V(\overline{X}) = \sum(\overline{x} - \mu)^2 P(\overline{X} = \overline{x})$

$$= (4-10)^2\frac{1}{16} + (6-10)^2\frac{2}{16} + (8-10)^2\frac{3}{16} + (10-10)^2\frac{4}{16}$$

$$+ (12-10)^2\frac{3}{16} + (14-10)^2\frac{2}{16} + (16-10)^2\frac{1}{16}$$

$$= \frac{1}{16}(36+32+12+0+12+32+36) = 10$$

மாதிரிப்பரவல் சராசரியின் திட்டவிலக்கம் $\overline{X} = \sqrt{10}$.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 7 1/28/2020 5:21:07 PM

அட்டவணை 1.4 இல், அதிகம் பயன்படுத்தப்படும் மாதிரிப்பண்பளவைகளின் திட்டப்பிழைகள் சிலவற்றைக் காணலாம்.

அட்டவணை 1.4

மாதிரிப் பண்பளவைகளும் அவற்றின் திட்டப்பிழைகளும்

மாதிரிப்பண்பளவை	திட்டப்பிழை
மாதிரி சராசரி $\overline{X}$	$\sigma/\sqrt{n}$ σ என்பது முழுமைத் தொகுதியின் திட்டவிலக்கம். n என்பது மாதிரியின் அளவு
மாதிரி விகிதசமம்: p	$\sqrt{\frac{PQ}{n}}$, P என்பது முழுமைத் தொகுதியின் விகிதசமம், $Q = 1 - P$.
$\overline{X}$, $\overline{Y}$ எனும் இரு சார்பிலா சராசரி மாதிரிகளின் வித்தியாசம் $\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)$	$\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{m}+\frac{\sigma_Y^2}{n}}$ m, n என்பவை மாதிரிகளின் அளவுகள். அவற்றின் முழுமைத் தொகுதிகளில் உள்ள மாறுபாட்டு அளவைகளின் மதிப்புகள் முறையே σ_X^2, σ_Y^2.
	$\sigma\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}$, σ^2 என்பது முழுமைத் தொகுதிகளின் பொதுவான மாறுபாட்டு அளவை.
p_X, p_Y எனும் இரு சார்பிலா விகிதசம மாதிரிகளின் வித்தியாசம் $(p_X - p_Y)$	$\sqrt{\frac{P_XQ_X}{m}+\frac{P_YQ_Y}{n}}$, m, n என்பவை மாதிரிகளின் அளவுகள். அவற்றின் முழுமைத் தொகுதிகளில் உள்ள விகிதசமங்கள் முறையே P_X, P_Y ஆகும். மேலும் $Q_X = 1 - P_X$, $Q_Y = 1 - P_Y$.
	$\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$, இங்கு $\hat{p}=\frac{mp_X+np_Y}{m+n}$, $\hat{q}=1-\hat{p}$, மேலும் m, n என்பவை மாதிரிகளின் அளவுகள்

1.4 இன்மை கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் (Null Hypothesis and Alternative Hypothesis)

பல்வேறு சமயங்களில், முன்பே கூறியபடி மாதிரிகளைக் கொண்டே, முழுமைத் தொகுதியின் பண்புகளைக் கணிக்க வேண்டியுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக மருத்துவ ஆய்வுகளில், ஒரு புதிய கருத்தின் அடிப்படையில் தற்போது ஒரு மருந்து உருவாக்கப்படுகிறது என்போம். அது அதற்கு முன்பே நடைமுறையில் இருந்த மருந்தைவிட குணமாக்கும் தன்மையில் சிறந்து விளங்குகிறது என்பதைப் புள்ளியியல் முறையில் சோதித்து அறிய வேண்டியிருக்கிறது. இதற்காக முழுமைத் தொகுதி முழுவதற்கும் பொருந்தும்படியாக சில கருத்துகளை நாம் உருவாக்குகிறோம். அக்கருத்துகளே, **கருதுகோள்கள்** (Hypotheses) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

ஒரு முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றி உருவாக்கப்படும் கருத்து அல்லது முழுமைத்தொகுதியின் மதிப்புகளை நிகழ்தகவுப்பரவலுடன் தொடர்பு படுத்தி உருவாக்கும் கருத்து, **கருதுகோள்** (Hypothesis) எனப்படும்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 8 1/28/2020 5:21:08 PM

சோதனைக்கு உட்படும் முழுமைத்தொகுதியில் உள்ள, முழுமைத்தொகுதியைப் பிரதிபலிக்கும் மாதிரியை எடுத்துக்கொண்டு, புள்ளியியல் கருத்துகள், கணக்கீடுகள் மூலம் கருதுகோள்களின் பொருத்தமாகும் தன்மையைச் சோதித்து அறிய வேண்டும்.

ஒரு புள்ளியியல் சோதனை என்பது வரையறுக்கப்பட்ட சில விதிகளைக் கொண்டு முறையாக பல படிகளைக் கொண்டு அமைக்கப்படுவது ஆகும். அச்சோதனை, மாதிரி மதிப்புகளைக் கொண்டு, இன்மைகருதுகோளை **மறுப்பது** அல்லது **ஏற்பது** என்ற முடிவை எடுப்பதற்கு வழிவகை செய்வதாகும்.

இவ்வழிமுறையே **புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை** (Statistical hypothesis testing) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இந்த புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை பல துறைகளில் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றது. குறிப்பாக தொழில் துறை, உயிரியல் துறை, நடத்தை அறிவியல், பொருளியல், புள்ளியியல் போன்ற துறைகளில் முக்கியத்துவம் வகிக்கின்றது. ஒவ்வொரு கருதுகோள் சோதனையிலும் இன்மை கருதுகோள், மாற்று கருதுகோள் எனும் இருவகை கருதுகோள்களை நாம் உருவாக்க வேண்டியிருக்கிறது. அவை பற்றி அடுத்துக் காண்போம்.

இன்மை கருதுகோள் (Null Hypothesis)

ஒரு மாதிரியில், ஒரு கருதுகோளின்படி சோதனை செய்யப்பட்டு அக்கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கான வாய்ப்பு இருக்குமேயானால் அக்கருதுகோள் **இன்மைகருதுகோள்** (Null Hypothesis) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அது H_0 என்று குறிக்கப்படுகிறது.

குறிப்பு

(i) பொதுவாக இன்மைகருதுகோள் என்பது, இரு பண்புகளை ஒப்பிடும் போது, அவ்விரண்டிற்கும் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை என்பதைக் குறிக்கும்.

(ii) ஒரே மாதிரியைக் கொண்ட கணக்குகளில், தொகுதிப் பண்பளவைக்கு, ஒரு மதிப்பை அளிக்கும் வகையில் அமையும்.

(iii) மாதிரி வடிவமைப்பை உருவாக்கும் சூழ்நிலையில் இது ஒரு பொருத்தமான வடிவமைப்புக்குப் பரிந்துரைக்கும்.

(iv) கைவர்க்க சோதனையைப் பொருத்த அளவில் (chi-square test) கொடுக்கப்படும் இரு பண்புகளும் ஒன்றை ஒன்று சாராததாகக் கருதப்படும்.

மாற்று கருதுகோள் (Alternative Hypothesis)

முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றிய ஒரு கருத்து, அங்குள்ள சூழ்நிலையைப் பொருத்து, இன்மை கருதுகோளை மறுக்குமானால், அக்கருதுகோள் **மாற்றுகருதுகோள்** (Alternative Hypothesis) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அக்கருதுகோள் H_1 எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி μ_0 என்ற மதிப்பைப் பெற்றிருந்தால் புள்ளியியல் சோதனையின் போது இன்மைகருதுகோள் H_0: $\mu = \mu_0$ என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. அதற்குரிய மாற்றுகருதுகோளைப் பின்வருவனவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று அமையுமாறு எழுதலாம்:

(i) $H_1: \mu \neq \mu_0$ (இருபக்க மாற்று கருதுகோள்)

(ii) $H_1: \mu > \mu_0$ (ஒருபக்க வலது மாற்று கருதுகோள்)

(iii) $H_1: \mu < \mu_0$ (ஒருபக்க இடது மாற்று கருதுகோள்)

1.5 புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையில் ஏற்படும் பிழைகள் (Errors in Statistical Hypotheses Testing)

கருதுகோள் சோதனை செய்யும் போது பெறுகின்ற புள்ளியியல் முடிவு (statistical decision) என்பது, இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐ **மறுப்பதோ** (Reject), **மறுக்காமல் இருப்பதோ** (Do not reject) ஆகும்.

புள்ளியியல் முடிவுகள் என்பவை, புள்ளியியல் கோட்பாடுகள் மூலம் சில விதிகளைக் கொண்டு **முடிவு காணும் விதிகள்** (Decision Rules) என்பவை உருவாக்கப்பெற்று இருக்கின்றன. ஒரு சோதனையில் இன்மைகருதுகோள் H_0 ஐ மறுக்கும் நிலையில் உள்ள விதி, **மறுக்கும் விதி** (Rejection Rule) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையில் இன்மைகருதுகோள் சரியாகவோ, தவறாகவோ அமையலாம். ஒவ்வொரு கருதுகோள் சோதனையிலும், முடிவெடுக்கும்போது நான்கு வகையான சூழ்நிலைகள் உருவாகுவதைக் காணலாம். அவை அட்டவணை 1.5 இல் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 1.5

முடிவுகள் பற்றிய அட்டவணை

	H_0 என்பது சரி	H_0 என்பது தவறு
H_0 மறுக்கப்படுகிறது	முதல் வகைப் பிழை	சரியான முடிவு
H_0 மறுக்கப்படுவது இல்லை	சரியான முடிவு	இரண்டாம் வகைப் பிழை

குறிப்பு

சிலர் H_0 ஐ மறுக்கப்படுவது இல்லை என்பதை **ஏற்பது** (Accept) என்றும் குறிப்பிடுவர்.

இன்மைகருதுகோளான H_0 என்பதை மறுக்கும்போதோ, H_0 என்பதை மறுக்காமல் இருக்கும்போதோ இறுதி முடிவு எடுக்கும் சமயங்களில் சில தவறுகள் ஏற்பட வாய்ப்புண்டு. அதில் H_0 என்பது சரியான கூற்றாக இருக்கும்பொழுது H_0 என்பதை மறுக்கும் பிழைக்கு **முதல்வகைப் பிழை** என்றும், H_0 என்பது தவறான கூற்றாக இருக்கும்பொழுது H_0 என்பதை மறுக்காமல் இருப்பது **இரண்டாம் வகைப் பிழை** என்றும் அழைக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.3

மென்பானம் தயாரிக்கும் ஒரு நிறுவனம் ஒரு புதுவகையான மென்பானத்தை உருவாக்கியுள்ளது. ஒரு நகரத்தில், அப்புதிய மென்பானத்தின் தினசரி விற்பனை, சராசரியாக ₹40,000 உம், திட்டவிலக்கம் ₹2,500 ஆகவும் இருக்கிறது. அந்நிறுவனத்தின் விளம்பர மேலாளர், அம்மென்பானத்தைப்பற்றி அருகமை தொலைக்காட்சி நிறுவனங்களில் விளம்பரம் செய்கிறார். பல்வேறு நாட்களில் 10 முறை இவ்வாறு விளம்பரம் செய்கிறார். அதன் பிறகு தினசரி விற்பனை அதிகரிக்கப்பட்டுள்ளதா என்பதை அறிய விரும்புகிறார். இதற்குப் பொருத்தமான இன்மை கருதுகோளையும் மாற்று கருதுகோளையும் அமைக்க. இவற்றில் ஏற்படும் முதல்வகைப் பிழை மற்றும் இரண்டாம் வகைப் பிழை என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு:

விளம்பர மேலாளர், மென்பானத்தின் தினசரி விற்பனை ₹40,000 ஐ விட அதிகரித்து இருக்கிறது அல்லது இல்லை என்பதைச் சோதனை செய்ய விரும்புகிறார். இங்கு μ என்பது விளம்பரத்துக் பிந்தைய சராசரி விற்பனை அளவு எனக் கொள்வோம்.

இன்மை கருதுகோளையும், மாற்று கருதுகோளையும் நாம் பெற்றிருக்கின்ற விவரங்களிலிருந்து பின்வருமாறு அமைப்போம்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 10 1/28/2020 5:21:08 PM

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu = 40000$

அதாவது விளப்பரத்திற்குப்பின், சராசரி விற்பனை ₹40,000 இல் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு எதுவும் இல்லை என்று கருதப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \mu > 40000$

அதாவது விளம்பரத்திற்கு பின் சராசரி விற்பனை அதிகரிப்பு குறிப்பிடத்தக்க அளவில் வேறுபட்டுள்ளது என்று கருதப்படுகிறது.

(i) இச்சோதனையில் முதல்வகைப்பிழை ஏற்பட்டால், விளம்பரத்தால் விற்பனை அதிகரித்துள்ளது என்று முடிவெடுக்க வேண்டும். ஆனால் உண்மையில் அவ்வாறு இல்லை.

(ii) இச்சோதனையில் இரண்டாம் வகைப் பிழை ஏற்பட்டால், விளம்பரத்தால் விற்பனை அதிகரிக்கவில்லை என்று முடிவெடுக்க வேண்டும். ஆனால் உண்மையில், விளம்பரத்தால் விற்பனை அதிகரித்துள்ளது.

மேலே கூறப்பட்டுள்ள தவறான முடிவுகளால் நிறுவனத்திற்கு ஏற்படும் இழப்புகள் பின்வருமாறு:

முதல்வகைப் பிழை ஏற்பட்டிருந்தால் அந்நிறுவனம் விளம்பரத்திற்காக அதிகம் செலவு செய்ய நேரிடும். அது அந்நிறுவனத்திற்கு அதிக பொருட்செலவை ஏற்படுத்தும்.

அதேசமயம் இரண்டாம் வகைப்பிழை ஏற்பட்டிருந்தால், அந்நிறுவனம் விளம்பரத்திற்காக செலவை மேற்கொள்ளாது. அதனால் அந்நிறுவனத்தின் விற்பனை, அதிகரிக்க வாய்ப்பு இல்லாமல் ஆகிவிடும்.

1.6 மிகைகாண் நிலை (Level of Significance), தீர்மானிக்கும் எல்லையின் மதிப்பு (Critical Value), தீர்மானிக்கும் பகுதி (Critical Region)

மிகைகாண் நிலை (Level of Significance): கருதுகோள் சோதனையில், முதல்வகைப்பிழையினை ஏற்கக்கூடிய அதிகபட்ச நிகழ்தகவு, அச்சோதனையின் **மிகைகாண் நிலை** அல்லது **மிகைகாண் மட்டம்** (Level of significance) என்று அழைக்கப்படுகிறது. இந்நிகழ்தகவு α என்று குறிக்கப்படுகிறது.

கருதுகோள் சோதனை செய்ய முற்படுவதற்கு முன்பாகவே மிகைகாண் நிலையைத் தீர்மானித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

பொதுவாக ஒவ்வொரு கருதுகோள் சோதனையிலும், மிகைகாண் நிலையை 0.05 (அல்லது 5%) என்றோ, 0.01 (அல்லது 1%) என்றோ எடுத்துக்கொள்வதுண்டு.

மிகைகாண் நிலை 5% என்று எடுத்துக்கொண்டால், கருதுகோள் H_0 ஐ மறுப்பதில், 100 முடிவுகளுக்குள், 5 முடிவுகள் மட்டுமே பிழையாக இருக்க வாய்ப்புள்ளன. எடுக்கப்படும் 100 மாதிரிகளும் சார்பற்ற சமமான வாய்ப்புகளைப் பெற்றிருக்கும் மாதிரிகளாக இருக்க வேண்டும்.

அதாவது H_0 என்பது உண்மையாக இருக்கும்போது, 5% மாதிரிகளில் மட்டுமே, தவறாக மறுக்கப்படுவதற்கு வாய்ப்புள்ளது. எனவே H_0 ஐ மறுத்து, சரியான முடிவெடுப்பதில் 95% நம்பிக்கையுடன் இருக்கிறோம் என்றாகிறது.

தீர்மானிக்கும் பகுதி அல்லது மறுக்கும் பகுதி (Critical Region): ஒரு கருதுகோள் சோதனையின்போது, அதற்குரிய கூறுவெளியில், H_0 என்பதை மறுக்கும் உறுப்புகளால் ஆன உட்கணப் பகுதி **தீர்மானிக்கும் பகுதி** (Critical Region) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அதாவது, இன்மைகருதுகோளை **மறுக்கும் பகுதியே** (Rejection Region), தீர்மானிக்கும் பகுதி எனப்படுகிறது. சராசரிகளின் அளவைப் பொருத்து அதன் உறுப்புகள் அதற்குரிய பரிமானத்தைப் பெறுகின்றன. அது n என்பதாக இருக்கட்டும், $n(n>1)$

$$\text{தீர்மானிக்கும் பகுதி} = \left\{ \underset{\sim}{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \,|\, H_0 \text{ என்பது மறுக்கப்படுகிறது} \right\}.$$

அதே கூறுவெளியில், H_0 என்பதை மறுக்காமல் இருக்கும் உறுப்புகளால் ஆன உட்கணத்தை, **ஏற்கும் பகுதி** (Acceptance Region) என்றும் கூறுவர். இது மறுக்கம் பகுதியின் நிரப்புகணமாக விளங்குகிறது. அதை

$$\mathbf{S} = \{\text{மறுக்கும் பகுதி}\} \cup \{\text{ ஏற்கும் பகுதி }\} \text{ என்று எழுதலாம்.}$$

ஒரு கருதுகோள் சோதனையில், பயன்படுத்தப்படும் மாதிரிப்பண்பளவை சார்பு $t(\underset{\sim}{X})$, c என்ற மாறிலியைப் பொருத்து H_0 இன் கருத்திற்கு ஒரு முடிவைத் தருகிறது. $t(\underset{\sim}{x}) > c$ எனும்போது, H_0 மறுக்கப்படுகிறது. இங்கு $t(\underset{\sim}{X})$ என்பது எண்ணளவையாகவும் அதன் பரிமாணம் ஒன்று ஆகவும் உள்ளது. அதன் மாதிரிப் பரவல் ஒரு மாறியைக் கொண்டதாக இருக்கும்.

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical Value)

$t(\underset{\sim}{x}) > c$ என்ற நிபந்தனையை நிறைவேற்றும் $t(\underset{\sim}{X})$ இன் மதிப்புகள், கூறுவெளியிலுள்ள, H_0 ஐ மறுக்கும் மாதிரிகளைக் காண உதவும். $\{t \,|\, t(\underset{\sim}{x}) > c\}$ என்பது அதற்கு உகந்த மறுக்கும் பகுதியாகும். c என்ற மதிப்பு மறுக்கும் பகுதியையும், ஏற்கும் பகுதியையும் பிரிக்கும் மதிப்பாகும். அம்மதிப்பு மறுக்கப்படும் எல்லை மதிப்பு (critical value) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அதாவது, இன்மை கருதுகோளை மறுக்கும் பகுதியையும், ஏற்கும் பகுதியையும் பிரிக்கும் எல்லை மதிப்பையே **தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு** (Critical value) அல்லது **தீர்மானிக்கும் மதிப்பு** என்று கூறப்படுகிறது. ஒரு கருதுகோள் சோதனைக்கு, ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட மறுக்கப்படும் எல்லை மதிப்புகள் இருக்கலாம். மாதிரிப் பரவல்களில், H_0 ஐப் பொறுத்து, புள்ளியியல் சோதனைக்கு ஏற்ப, மறுக்கப்படும் எல்லை மதிப்புகளைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.4

ஒரு மின்பொருள் தயாரிக்கும் தொழிலகம், அதற்குப் பயன்படும் மூலப்பொருள்களாகத் திருகு ஆணிகளைத் தொகுப்பாகப் பெற்று வருகிறது. அத்தொழிலகத்தின் உற்பத்திப்பொறியாளர், மாதிரி அளவு 2 ஆக எடுத்துக்கொண்டு, அதில் ஒன்று அல்லது இரண்டு திருகுஆணிகள் குறையுடன் இருக்கும்போது, அம்மாதிரி உள்ள தொகுப்பை மறுப்பதற்கு முடிவு செய்கிறார்.

$$X_i : \begin{cases} 1, & i \text{ ஆவது திருகுஆணி குறையுடையது} \\ 0, & i \text{ ஆவது திருகுஆணி குறையுடையது அன்று,} \end{cases} \qquad i = 1, 2$$

எனில் X_1, X_2 இரண்டும் சார்பற்ற சமமான வாய்ப்புள்ள மாறிகளாகும். அவை பெர்னொலி பரவலில் அமைந்திருக்கின்றன.

விளக்கம்:

இங்கு, $H_0 : P = \dfrac{1}{3}$, $H_1 : P = \dfrac{2}{3}$ எனில்

கூறுவெளி $\mathbf{S} = \{(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)\}$ ஆகும்.

$T(X_1, X_2)$ என்பது குறையுடைய திருகு ஆணிகளை ஒவ்வொரு மாதிரியிலும் இருப்பதாகக் கொள்வோம். மாதிரிப்பண்பளவை $T(X_1, X_2) = X_1 + X_2$, ஈருறுப்புப்பரவல் $B(2, P)$ இன்படி அமையும் வாய்ப்பு மாதிரியாகும். அதில் T பெறும் மதிப்புகள் $0, 1, 2$ ஆகும். $T(X_1, X_2)$ இன் மதிப்புகள் H_0 ஐ மறுக்கும்படியாக $\{1,2\}$ என்ற கணம் அமையும்.

ஆனால்,மறுக்கும்பகுதியின் உறுப்புகள், $T(X_1,X_2)=1$ அல்லது 2 ஆக வரையறுக்கப்படுகின்றன. எனவே 2 பரிமாணமுள்ள $\{(0,1), (1,0), (1,1)\}$ என்பதே மறுக்கும் பகுதியாகும்.

மாதிரிப் பரவல்களின், மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை Z, ஓர் இயல்நிலைப்பரவலாக அமையுமானால், அதைச் சோதனைசெய்ய, கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் 5%, 1% அளவுகளை உடைய மிகைகாண் நிலைகளும் அவற்றிற்குரிய மறுக்கும்பகுதி, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

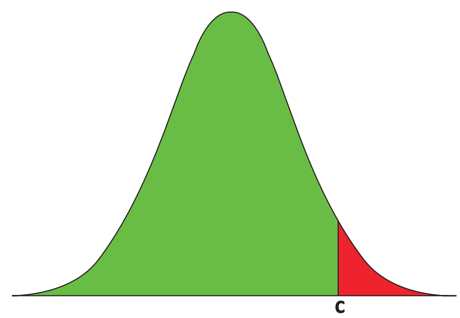
அட்டவணை 1.6

Z மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்குரிய தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள்

மாற்று கருதுகோள்	மிகைகாண் நிலை (α)	
	0.05 அல்லது 5%	0.01 அல்லது 1%
ஒருபக்க சோதனை (வலது)	$z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$	$z_\alpha = z_{0.01} = 2.33$
ஒருபக்க சோதனை (இடது)	$-z_\alpha = -z_{0.05} = -1.645$	$-z_\alpha = -z_{0.01} = -2.33$
இருபக்க சோதனை	$z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$	$z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58$

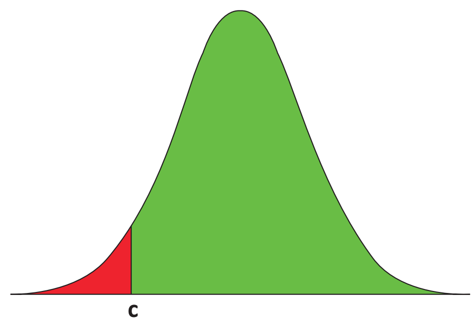
1.7 ஒருமுனை மற்றும் இருமுனை சோதனைகள் (One–Tailed and Two–Tailed Test)

சில கருதுகோள் சோதனைகளில், தீர்மானப் பகுதியில் (அல்லது மறுக்கும் பகுதியில்) உள்ள உறுப்புகள் $t(\underset{\sim}{X}) \geq c$ என்ற விதிப்படி கண்டறியப்படும். அப்போது $P(t(\underset{\sim}{X}) \geq c)$ என்ற பரப்பளவு வலதுபுறத்தில் (படம் 1.1) $t(\underset{\sim}{X})$ என்ற மாதிரிப் பரவலுக்கு உட்பட்டு அமைவதைக் காணலாம். இவ்வகையான புள்ளியியல் சோதனையை **வலதுமுனை சோதனை** (Right tailed test) என்கிறோம்.



படம் 1.1. வலதுமுனை சோதனை

அதே சமயம், மறுக்கும் விதி $t(\underset{\sim}{X}) \leq c$ இன்படி, உறுப்புகள் தீர்மானப் பகுதியில் (அல்லது மறுக்கும் பகுதியில்) அமையுமானால் $P(t(\underset{\sim}{X}) \leq c)$ என்ற பரப்பளவு இடது புறத்தில் (படம்.1.2) $t(\underset{\sim}{X})$ என்ற மாதிரிப் பரவலுக்கு உட்பட்டு அமைவதைக் காணலாம். இவ்வகையான புள்ளியியல் சோதனையை **இடதுமுனை சோதனை** (Left tailed test) என்று அழைக்கிறோம்.



படம் 1.2. இடதுமுனை சோதனை

மேற்கூறிய இரண்டும் **ஒருமுனை சோதனைகள்** (one-tailed tests) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு: $t(\underset{\sim}{X})$ என்ற மாதிரிப்பரவல் எப்போதுமே சமச்சீர் வடிவத்தைப் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பதில்லை. சில சமயங்களில் மிகையாகவோ, குறைவாகவோ கோட்ட அளவையைப் (Skewed) பெற்றுஇருக்கலாம் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

ஒரு பிட்சா உணவகம், பிட்சாவைக் கொண்டுவந்து தருவதற்கான நேரம் 30 நிமிடங்கள் ஆகும் என்று கூறுகிறது. ஆனால் 30 நிமிடங்களை விட அதிக நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும் எனக் கருதும்போது, இன்மை கருதுகோளும், மாற்று கருதுகோளும் பின்வருமாறு அமைக்கப்படுகிறது.

$H_0 : \mu = 30$ நிமிடங்கள், $H_1 : \mu > 30$ நிமிடங்கள்

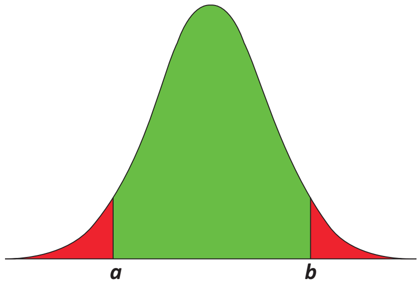
விளக்கம்:

நான்கு வெவ்வேறான சமயங்களில், அவ்வுணவகத்திலிருந்து பிட்சாவைக் கொண்டு சேர்க்கும் நேரங்களை x_1, x_2, x_3, x_4 என்போம். மாதிரிசராசரி 31 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும் போது H_0 என்பது மறுக்கப்படுவதாக இருக்கட்டும்.

$$\text{அப்போது, மறுக்கப்படும் பகுதி} = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \,|\, \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} > 31\right\}$$

இதில், $P(\bar{X} > 31)$ என்ற பகுதியின் பரப்பு வலதுமுனைப் பகுதியில் அமையும். எனவே இச்சோதனையை வலது முனைச் சோதனை எனக் குறிப்பிடலாம்.

கருதுகோள் சோதனையில், $t(\underset{\sim}{X}) \le a$ அல்லது $t(\underset{\sim}{X}) \ge b$ என்பது பொருந்தும்போது, $P(t(\underset{\sim}{X}) \le a)$, $P(t(\underset{\sim}{X}) \ge b)$ ஆகியவற்றின் பரப்பளவுகள், மாதிரிப் பரவல் களின் வலது, இடது ஆகிய இருபுறங்களிலும் அமையும் (படம் 1.3). இவ்வாறு மறுக்கும் விதி அமையும் புள்ளியியல் சோதனை, **இருமுனை சோதனை** (Two tailed test) என்று அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 1.3. இருமுனை சோதனை

எடுத்துக்காட்டு 1.6

சில எந்திரங்களில் பயன்படுத்தப்படும் சிறிய அளவிலான பந்து–தாங்கிகளை (ball-bearings) உற்பத்தி செய்யும் ஒரு தொழிலகத்தைப் பார்வையிட்டு அங்கு உற்பத்தி செய்யப்படும் ஒவொரு பந்து–தாங்கியின் விட்டமும் 5 மி.மி. அளவுடையதாக இருப்பதைப் பற்றிச் சோதனை செய்கிறார். ஒவ்வொரு பந்து–தாங்கியின் சராசரி விட்டம் 4.75 மீ.மீக்குக் குறைவாகவோ, 5.10 மீ.மீக்கு அதிகமாகவோ இருந்தால் எந்திரத்திற்குப் பழுது உண்டாகும் என்க.

விளக்கம்:

இங்கு, இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu = 5$

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu \neq 5$.

10 மாதிரி பந்துதாங்கிகளை எடுத்துக்கொள்வோம். அவற்றை X_i, $i = 1, 2, \ldots, 10$ என்று குறிப்போம். அதையொட்டி H_0 என்பதை அமைப்போம். அவ்வாறெனில் அதன் மறுக்கும் பகுதி,

$$\text{மறுக்கும் பகுதி} = \left\{(x_1, x_2, \ldots, x_{10}) \,|\, \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10} < 4.75 \text{ or } > 5.10\right\}$$

இதில் $P(\bar{X} < 4.75)$ என்பதன் பரப்பளவு இடமுனைப்பகுதியிலும் $P(\bar{X} > 5.10)$ என்பதன் பரப்பளவு வலமுனைப் பகுதியிலும் மாதிரிப்பரவலில் அமைவதைக் காணலாம். எனவே இந்த எடுத்துக்காட்டில் கூறப்பட்டது இருமுனைச் சோதனை ஆகும்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 14 1/28/2020 5:21:12 PM

1.8 கருதுகோள் சோதனை காண்பதற்கான பொதுவான வழிமுறைகள் (General Procedure for Test of Hypotheses)

பெருங்கூறுகள், சிறுகூறுகள் ஆகிய இரண்டிற்கும் பொருந்தும் படியாகவும் பொதுவானதாகவும் இருக்கும் கருதுகோள் சோதனைகளைக் காணும் வழிமுறைகள் கீழ்க்கண்டவாறு படிகளாகக் கூறப்பட்டுள்ளன.

படி 1 : முழுமைத் தொகுதியையும் அதன் தொகுதிப்பண்பளவை பற்றியும் விளக்கம் தருக. இன்மை கருதுகோள் (H_0), மாற்று கருதுகோள் (H_1) ஆகியவற்றை அமைக்க.

படி 2 : மாதிரி பற்றிக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களை எழுதுக.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையை (test statistic) குறிப்பிடுக.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச்சோதனையின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகளை, α என்பதைப் பொறுத்து அட்டவணையில் காண்க.

படி 7 : மறுக்கும் விதிப்படி, இன்மை எடுகோள் H_0 என்பதை மறுப்பது அல்லது மறுக்காமல் இருப்பது என்பதை, கணக்கிட்ட சோதனை மதிப்பையும், அட்டவணை மதிப்பையும் ஒப்பிட்டு முடிவுசெய்க.

குறிப்பு: மாதிரிப்பண்பவைச் சோதனை (Test Statistic) என்பதை கூறுபண்பளவை சோதனை என்றும், புள்ளியியியல் சோதனை என்றும் அழைப்பதுண்டு.

மேற்கண்ட வழிமுறைப்படிகளின்படி, பெருங்கூறுகளில், கருதுகோள் சோதனை செய்வதற்கான எடுத்துக்காட்டுகள் சிலவற்றை இனிக்காண்போம்.

1.9 முழுமைத்தொகுதி சராசரிக்கான கருதுகோள் சோதனை (முழுமைத்தொகுதி மாறுபாட்டு அளவை தெரிந்திருக்கும்போது)

வழிமுறை:

படி 1 : சராசரி μ, மாறுபாட்டு அளவை σ^2 என்பவை சோதனைக்கு எடுத்துக் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியில் அமைவதாக இருக்கட்டும். மேலும் முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளதாக கருதுவோம். μ இன் ஏற்கக் கூடிய மதிப்பு μ_0 எனில் இன்மை கருதுகோளை H_0: $\mu = \mu_0$ என்று எழுத வேண்டும். பின் அதற்குரிய மாற்று கருதுகோளாகக் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஒன்றினைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.

(i) H_1: $\mu \neq \mu_0$ (ii) H_1: $\mu > \mu_0$ (iii) H_1: $\mu < \mu_0$

படி 2 : முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ என்ற n உறுப்புகளால் ஆன அளவு முப்பதுக்கும் மேற்பட்ட $(n \geq 30)$ ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியை எடுத்துக்கொள்வோம். அம்மாதிரியிலிருந்து பெறப்படும் தரவுகளைக் குறிப்பிடுக.

படி 3 : இச்சோதனைக்கான மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 15 1/28/2020 5:21:12 PM

படி 4 : H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை (Test statistic) $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கருதுவோம். இங்கு $\bar{X}$ என்பது மாதிரி சராசரியைக் குறிக்கும். இதன் சராசரி பரவல் இயல்நிலை பரவல் $N(0,1)$ என்பதற்கு மிக நெருங்கியதாக அமையும்.

படி 5 : மேற்கண்ட விதிப்படி கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு $z_0 = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கணக்கிடுக.

படி 6 : மிகைகாண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதற்கு ஏற்ப பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து தீர்மானிக்கும் மதிப்பு z_e என்பதைத் தெரிவு செய்க

மாற்று கருதுகோள் (H_1) (Alternative Hypothesis)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e) (Critical Value)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1) (Alternative Hypothesis)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
மறுக்கும் விதி (Rejection Rule)	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.7

ஒரு நிறுவனம் தயாரித்த அனைத்து LED விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2000 மணிகள். அதன் திட்ட விலக்கம் 150 மணிகள். தயாரிக்கப்பட்ட விளக்குகள் அனைத்தும் பல தொகுப்புகளாக உள்ளன. சம வாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்பட்ட 100 விளக்குகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி தொகுப்பின் சராசரி ஆயுட்காலம் 1950 மணிகள். ஒவ்வொரு தொகுப்பில் உள்ள விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2000 மணிகள் என்ற கருத்திலிருந்து அவை குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசத்தைப் பெற்றிருக்கிறதா என்பதை 5% மிகை காண் நிலையில் சோதித்து அறிக.

தீர்வு:

படி 1 : முழுமைத்தொகுதியில், ஒளிரும் விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட் காலம் $\mu = 2000$ மணிகள், திட்ட விலக்கம் $\sigma = 150$ மணிகள்.

இன்மை கருதுகோள் (Null hypothesis) H_0: $\mu = 2000$ மணிகள்

ஒளிரும் விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2000 மணிகள் என்பதிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கவில்லை.

மாற்று கருதுகோள் (Alternative hypothesis) H_1 : $\mu \neq 2000$ மணிகள்

ஒளிரும் விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2000 மணிகள் என்பதிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கிறது.

இதற்கு இருபக்க மாற்று கருதுகோளின்படி முடிவெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 16 1/28/2020 5:21:12 PM

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள் (Data from sample)

மாதிரி அளவு $n = 100$, மாதிரி சராசரி $\bar{x} = 1950$ மணிகள்

படி 3 : மிகை காண் நிலை (Level of Significance)

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை (Test Statistic)

இன்மை கருதுகோள் H_0 என்பதைப் பொருத்து, $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல் (Calculation of test statistic)

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{1950 - 2000}{150/\sqrt{100}}$$

$$= -3.33$$

$$|z_0| = 3.33$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical value)

H_1 என்பது இருபக்க மாற்று கருதுகோளாக (Two sided alternative hypothesis) இருப்பதால் $\alpha = 0.05$ என்ற நிலையில் அதன் தீர்மானிக்கும் மதிப்பு $z_e = z_{0.025} = 1.96$. (அட்டவணை 1.6 இல் காண்க).

படி 7 : முடிவு (Decision)

இருபக்க மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதற்கு ஏற்ப, அதன் மறுக்கும்விதி $|z_0| \geq z_e$ என்று ஆகிறது. இங்கு $(|z_0| = 3.33) > (z_e = 1.96)$.

அதனால், இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. எனவே மாற்று எடுகோளின்படி $H_1: \mu \neq 2000$ என்பதைக் கருத வேண்டியுள்ளது.

இதிலிருந்து ஒளிரும் விளக்குகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 2000 மணிகளிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கிறது என்று அறிகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

ஒரு தயாரிப்பாளர் வழங்கியுள்ள கம்பிவடத்தின் சராசரி உடைபடும் திறன் 1900 n/m^2 அலகுகள் மற்றும் திட்டவிலக்கம் 120 n/m^2. அத்தயாரிப்பாளர், தமது புதிய தயாரிப்பில், ஒரு புதிய தொழில் நுட்பத்தைப் பயன்படுத்தித் தயாரிக்கப்பட்ட கம்பிவடத்தின் உடைபடும் திறன் அதிகரித்துள்ளதாகக் கூறுகிறார். அக்கூற்றைச் சோதனை செய்ய 60 கம்பிவடங்களைக் கொண்ட மாதிரி எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. அச்சோதனையில் சராசரி உடைபடும் திறன் 1960 n/m^2. எனக் கிடைக்கிறது. அவ்வாறெனில் 1% மிகைகாண் நிலையில் அத்தயாரிப்பாளரின் கூற்று ஏற்கப்படுமா?

தீர்வு:

படி 1 : முழுமைதொகுதியில், கம்பிவடத்தின் சராசரி உடைபடும் திறன் $\mu = 1900$ n/m^2, திட்டவிலக்கம் $\sigma = 120$ n/m^2.

இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu = 1900$

அதாவது கம்பிவடத்தின் சராசரி உடைபடும் திறன் $\mu = 1900n/m^2$. என்பதிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கவில்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\mu > 1900$

அதாவது கம்பிவடத்தின் சராசரி உடைபடும் திறன் $1900n/m^2$ என்பதிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் அதிகமாக உள்ளது.

இது ஒருபக்க வலது மாற்று கருதுகோள் என்பதை அறிக.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள்

மாதிரி அளவு $n = 60$.

மாதிரி சராசரி $\bar{x} = 1960$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 1\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

இன்மை கருதுகோள் H_0 என்பதைப் பொருத்து $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$ ஆகும்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுல்

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$z_0 = \frac{1960 - 1900}{120 / \sqrt{60}}$$

$$z_0 = 3.87$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது ஒரு பக்க (வலது) மாற்று கருதுகோளாக இருப்பதால் $\alpha = 0.01$ என்பதற்கு ஏற்ப $z_e = z_{0.01} = 2.33$ (அட்டவணை 1.6 இல் காண்க)

படி 7 : முடிவு

ஒருபக்க சோதனைக்கு ஏற்ப கருதுகோளை மறுக்கம் விதி $z_0 > z_e$ ஆகும்.

இங்கு $z_0 = 3.87 > z_e = 2.33$.

எனவே, இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. அதனால் மாற்று எடுகோளின்படி H_1: $\mu > 1900\ n/m^2$ என்பதைக் கருத வேண்டியுள்ளது.

இதிலிருந்து தயாரிப்பாளிரின் கூற்றின்படி புதிய கம்பிவடத்தின் சராசரி உடைப்படும்திறன் $H_0 : \mu = 1900$ என்பதைவிட அதிகரித்துள்ளது எனக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது.

1.10 முழுமைத் தொகுதி சராசரிக்கான கருதுகோள் சோதனை (தொகுதி மாறுபாட்டு அளவை தெரியாதபோது)

வழிமுறை:

படி 1 : சராசரி μ, மாறுபாட்டு அளவை σ^2 என்பவை சோதனைக்கு எடுத்துக் கொண்ட முழுமைத்தொகுதியில் அமைவதாக இருக்கட்டும். மேலும் மாறுபாட்டு அளவை கொடுக்கப்படவில்லை எனக் கருதுவோம்.

μ இன் ஏற்கக் கூடிய மதிப்பு μ_0 எனில் இன்மை கருதுகோளை $H_0: \mu = \mu_0$ என்று எழுத வேண்டும். பின் அதற்குரிய மாற்றுஎடுகோளாக பின்வருவனவற்றுள் ஒன்றினைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்:

(i) $H_1: \mu \neq \mu_0$ (ii) $H_1: \mu > \mu_0$ (iii) $H_1: \mu < \mu_0$

படி 2 : முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ என்ற n உறுப்புகளால் ஆன அளவு முப்பதுக்கும் மேற்பட்ட$(n \geq 30)$ ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியை எடுத்துக் கொள்வோம். அம்மாதிரியிலிருந்து பெறப்படும் தரவுகளைக் குறிப்பிடுக.

படி 3 : இச்சோதனைக்கான மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கருதுக.

இங்கு $\overline{X}$ மற்றும் S என்பது மாதிரி சராசரியை குறிக்கும். இதன் சராசரி பரவல் இயல்நிலை பரவல், $N(0,1)$ என்பதற்கு மிக நெருக்கமானதாக அமையும்.

தெரிந்து கொள்ள வேண்டியவை

ஒரு மாதிரியின் அளவு சிறிதாக $(n<30)$ இருக்கும்போது, Z இன் மாதிரிப்பரவல் ஸ்டுடென்ட் t பரவலாக (Student's t distribution), $(n-1)$ கட்டின்மை படிகளுடன் (Degrees of freedom) அமைந்திருக்கும். இந்த t பரவல் பற்றிய கருதுகோள் சோதனைகள் இரண்டாவது அத்தியாயத்தில் விரிவாக விளக்கப்பட்டுள்ளன. n பெரிதாக இருக்கும்போது t பரவல், இயல்நிலைப்பரவல் $N(0,1)$ என்பதை நோக்கி ஒருங்குகிறது (converge) என்பதை நாம் அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.

படி 5 : மேற்கண்ட விதியின்படி கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கணக்கிடுக.

படி 6 : மிகை காண் நிலை α மற்றும் மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதற்கு ஏற்ப பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைத் தெரிவு செய்க

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
மறுக்கும் விதி	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.9

கார்கள் தயாரிக்கும் ஒரு நிறுவனம், ஒரு புதியவகை காரை அறிமுகம் செய்ய உள்ளது. அந்நிறுவனம் தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரைவிட அறிமுகப்படுத்தப் போகும் காரில் எரிபொருள் குறைவாகச் செலவாகும் என்றும் அதன் சராசரி எரிபொருள் திறன் லிட்டருக்கு 27 கி.மீ என்றும் கூறுகிறது. 100 புதிய கார்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு அதன் எரிபொருள் திறன் சோதிக்கப்படுகிறது. அம்மாதிரிச் சோதனையில் புதிய கார்களின் சராசரி எரிபொருள் திறன் லிட்டருக்கு 30 கி.மீ, திட்ட விலக்கம் லிட்டருக்கு 3 கி.மீ. ஆகவும் கிடைக்கப் பெறுகிறது. நிறுவனத்தின் கூற்றை ஏற்கலாமா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதித்துக் கூறுக.

தீர்வு:

படி 1 : புதிய காரின் சராசரி எரிபொருள் பயன்பாடு 27 கி.மீ/லிட்டர். இங்கு முழுமைத்தொகுதியின் திட்ட விலக்கம் தரப்படவில்லை.

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu = 27$

நிறுவனத்தின் புதிய காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டுக்கும், தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டுக்கும் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் ஏதுமில்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \mu > 27$

நிறுவனத்தின் புதிய காரின் எரிபொருள் பயன்பாடு, தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டைவிடக் குறைவாக இருக்கும். அதாவது புதியகார், தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரைவிட லிட்டருக்கு அதிக கிலோ மீட்டர் செல்லும் என்று அந்நிறுவனம் கூறுகிறது. இங்கு H_1 நிறுவனத்தின் கூற்றைக் கூறுகிறது. இது ஒரு பக்க (வலது) மாற்று கருதுகோளைக் குறிக்கின்றது.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள்

மாதிரி அளவு $(n) = 100$

மாதிரி சராசரி $(\bar{x}) = 30$

மாதிரி திட்ட விலக்கம் $s = 3$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

H_0 என்பதைப் பொருத்த சராசரிப்பண்பளவை சோதனை

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim N(0,1).$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைப்படி கணக்கிடுதல்

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$z_0 = \frac{30 - 27}{3/\sqrt{100}}$$

$$z_0 = 10.$$

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 20 1/28/2020 5:21:15 PM

படி 6 : **தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு**

H_1 என்பது ஒரு பக்க (வலது) மாற்று கருதுகோளாக இருப்பதால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.05$ என்பதற்கு ஏற்ப $z_e = z_{0.05} = 1.645$

படி 7 : **முடிவு**

ஒருபக்க வலது மாற்று கருதுகோள் (H_1) என்பதன் மறுக்கும்விதி $z_0 > z_e$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

ஆனால் இங்கு, $z_0 = 10 > z_e = 1.645$ என்பதாகிறது. இங்கு மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையில் கணக்கிட்ட மதிப்பு, அட்டவணை மதிப்பைவிட அதிகமாக உள்ளது. எனவே இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. இதனால் மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதன் மூலம் அந்நிறுவனத்தின் கூற்று சரியானது என்றாகிறது.

1.11 இரு முழுமைத்தொகுதிகளில் உள்ள சராசரிகளின் சமனித்தன்மை காணும் கருதுகோள் சோதனை (முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள மாறுபாட்டு அளவைகள் மதிப்பு தெரிந்து இருக்கும்போது)

வழிமுறை:

படி 1 : முழுமைத் தொகுதி 1 இல் உள்ள சராசரி μ_X என்றும், மாறுபாட்டு அளவை σ_X^2 என்றும், முழுமைத் தொகுதி 2 இல் உள்ள சராசரி μ_Y என்றும் அதன் மாறுபாட்டு அளவை σ_Y^2 என்றும் வைத்துக் கொள்வோம்.

இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu_X = \mu_Y$ என்றும், அதற்குரிய **மாற்று கருதுகோளாகப்** பின்வருவனவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்

(i) H_1: $\mu_X \neq \mu_Y$ (ii) H_1: $\mu_X > \mu_Y$ (iii) H_1: $\mu_X < \mu_Y$

படி 2 : $X_1, X_2, \ldots, X_m$ எனும் m உறுப்புகளைக்கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 1 இலும், $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ எனும் n உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 2 இலும் உள்ளன.

இரு மாதிரிகள் சார்பற்றதாகவும் அவற்றின் அளவுகள் $m \geq 30$, $n \geq 30$ என்பதாகவும் உள்ளன

படி 3 : மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இதற்குரிய மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$ என்பதைக் கருதுக. ஆயினும் சோதனைக் கணக்கீட்டின் போது, மேலே கூறியுள்ளவற்றிற்கு மிக நெருக்கமான மதிப்பைத் தரும் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையாக $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$ என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

அதேசமயம், $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ எனும்போது மாதிரிப்பண்பளவை அளவு $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}}$ என்பதாக அமையும்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை, சராசரிப் பண்பளவைச் சோதனை விதி $z_o = \dfrac{(\bar{x}-\bar{y})}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$. என்பதில் பிரதியிட்டு மதிப்பைக் காண்க. இங்கு மாதிரிகளில் இருந்து, $\bar{x}, \bar{y}$ என்பவை முறையே $\bar{X}, \bar{Y}$ என்பவற்றிலிருந்து பெறப்படுகின்றன.

படி 6 : α, H_1 என்பதைப் பொருத்து, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
மறுக்கும் விதி	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

தேசிய அளவிலான திறனறித் தேர்வில் பத்தாம் வகுப்பு பயிலும் மாணவர்களின் செயல் திறன் பற்றிய ஓர் ஆய்வு மேற்கொள்ளப்பட்டது. அதற்கு D_1, D_2 எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் மாணவர்களைத் தெரிவு செய்து அவர்களின் திறன் பற்றி பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டது. D_1, D_2 எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை முறையே, 500 மற்றும் 800 ஆகும். அதைப்போல அவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்களின் அளவு முறையே 58 மற்றும் 57 ஆகும். பொதுவான திட்ட விலக்கம் 2 என்பதைக் கொண்ட முற்றொருமித்த முழுமைத் தொகுதிகளிலிருந்து மேற்கூறிய இரு மாதிரிகளும் பெறப்பட்டுள்ளனவா என்பதை 5% மிகை காண் நிலையில் சோதனை செய்க.

தீர்வு:

படி 1 : μ_X மற்றும் μ_Y என்பது தேசிய அளவிலான திறனறித்தேர்வில் தேர்ச்சி பெற்ற D_1, D_2 எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்கள். இதில் இவ்விரு மாவட்டதிற்கான பொதுவான திட்டவிலக்கம் $\sigma = 2$.

இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu_X = \mu_Y$

இரண்டு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாணவர்களின் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை எனக்கருதப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\mu_X \neq \mu_Y$

இரண்டு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாணவர்களின் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உண்டு எனக் கருதப்படுகிறது. இது இருபக்க மாற்று கருதுகோள் ஆகும்.

படி 2 : தரவுகள்

முதல் மாதிரியின் அளவு $m = 500$

இரண்டாம் மாதிரியின் அளவு $n = 800$.

முதல் மாதிரியின் சராசரி $\overline{x} = 58$

இரண்டாம் மாதிரியின் சராசரி $\overline{y} = 57$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sigma\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \sim N(0,1).$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$z_0 = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sigma\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$$

$$z_0 = \frac{58 - 57}{2\sqrt{\frac{1}{500} + \frac{1}{800}}}$$

$$z_0 = 8.77$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருபக்க மாற்றுகருதுகோள். எனவே அதன் மிகைகாண் மதிப்பு $\alpha = 0.05$, $z_e = z_{0.025} = 1.96$.

படி 7 : முடிவு

இருபக்க சோதனைக்கு ஏற்ப கருதுகோளை மறுக்கும் விதி $|z_0| \geq z_e$ என்று ஆகிறது. அதாவது $(|z_0| = 8.77) > (z_e = 1.96)$ என்பதாகிறது.

எனவே, இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. அதனால் மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதன்படி இருமாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகளின் சராசரிகளிலிருந்து தேசிய அளவிலான திறனறித் தேர்வில் மாணவர்களின் செயல்திறன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்று அறிகிறோம்.

1.12 இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள சராசரிகளின் சமனித் தன்மை பற்றி அறியும் கருதுகோள் சோதனை (முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள மாறுபாட்டு அளவைகள் தெரியாமல் இருக்கும்போது)

வழிமுறை:

படி 1 : முழுமைத் தொகுதி 1 இல் உள்ள சராசரி μ_X என்றும், திட்டவிலக்கம் σ_X^2 என்றும், முழுமைத் தொகுதி 2 இல் உள்ள சராசரி μ_Y என்றும், அதன் திட்டவிலக்கம் என்றும் σ_Y^2 வைத்துக் கொள்வோம்.

இங்கு σ_X^2, σ_Y^2 என்பவை தெரியாதவை எனக்கொள்வோம்.

அதற்கிசைந்த மாற்று கருதுகோளாகப் பின்வருவனவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றைத் தெரிவு செய்க:

(i) H_1: $\mu_X \neq \mu_Y$ (ii) H_1: $\mu_X > \mu_Y$ (iii) H_1: $\mu_X < \mu_Y$

படி 2 : மாதிரியின் தரவுகள்

$X_1, X_2, \ldots, X_m$ எனும் m உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 1 இலும், $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ எனும் n உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 2 இலும் உள்ளன.

இரு மாதிரிகள் சார்பற்றதாகவும் அவற்றின் அளவுகள் $m \geq 30$, $n \geq 30$ என்பதாகவும் உள்ளன.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து, பொருத்தமான மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$ ஆக அமையும்.

மேற்கண்ட மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை, பிரிவு 1.11 இல், σ_X^2, σ_Y^2 என்பதற்குப் பதிலாக S_X^2, S_Y^2 என்பதைப் பிரதியிடக் கிடைப்பதை அறியலாம். சோதனைக் கணக்கீட்டின்போது மேலே குறிப்பிட்டதற்கு மிக நெருங்கிய மதிப்பைத் தரும் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையாக $Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}} \sim N(0,1)$ என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை, மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $z_0 = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m} + \frac{s_Y^2}{n}}}$

இல் பிரதியிட்டு மதிப்பைக்காண்க. ($\overline{x}, \overline{y}$ என்பவை மாதிரிகளின் $\overline{X}, \overline{Y}$ என்பவற்றிலும், s_X^2, s_Y^2 என்பவை மாதிரிகளின் S_X^2, S_Y^2 என்பவற்றிலும் முறையே பெறப்படுகின்றன)

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 24 1/28/2020 5:21:17 PM

படி 6 : α, H_1 என்பதைப்பொருத்து, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மைகருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
மறுக்கும் விதி	$\|z_0\| \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

12ஆம் வகுப்பு பயிலும் மாணவர்களுக்கு, புள்ளியியல் பாடத்தில் ஒரு மாதிரித் தேர்வு நடத்தப்பட்டது. ஒரு மாவட்டத்தின் மாவட்ட கல்வி அலுவலர், அத்தேர்வைக் கொண்டு ஆண், பெண் ஆகிய இருபாலரின் செயல்திறன்களில் உள்ள வேறுபாட்டைக் காண விழைகிறார். அதற்காக எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளிலிருந்த பெறப்பட்ட தரவுகள் பின்வருமாறு:

பாலினம்	மாதிரி அளவு	மாதிரி சராசரி	மாதிரி திட்ட விலக்கம்
மாணவர்	100	50	4
மாணவியர்	150	51	5

இருபாலரின் செயல்திறன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு, அவரது பாலினைப் பொறுத்து உள்ளதா என்பதை 5% மிகை காண் நிலையில் சோதனை செய்க.

தீர்வு:

படி 1 : μ_X என்பது மாணவரின் சராசரி மதிப்பாகும். μ_Y என்பது மாணவியரின் சராசரி மதிப்பாகும்.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_X = \mu_Y$

பாலினத்தைப் பொறுத்து அவர்களது செயல்திறன்களுக்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$

பாலினத்தைப் பொறுத்து அவர்களது செயல்திறன்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உண்டு எனக் கொள்வோம். இது இருபக்க மாற்று கருதுகோளில் அமைகிறது.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள்

பாலினம்	மாதிரி அளவு	மாதிரி சராசரி	மாதிரி திட்டவிலக்கம்
மாணவர்	$m = 100$	$\overline{x} = 50$	$s_X = 4$
மாணவியர்	$n = 150$	$\overline{y} = 51$	$s_Y = 5$

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 25 1/28/2020 5:21:17 PM

படி 3 : மிகை காண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து, பொருத்தமான மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}} \sim N(0,1) \text{ ஆகும்.}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$z_0 = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m} + \frac{s_Y^2}{n}}}$$

$$z_0 = \frac{50 - 51}{\sqrt{\frac{4^2}{100} + \frac{5^2}{150}}}$$

$$z_0 = -1.75$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருபக்க மாற்றுகருதுகோளாக இருப்பதால் 5% மிகைகாண் நிலைக்கு, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $z_e = z_{0.025} = 1.96$.

படி 7 : முடிவு

இந்த இருமுனைச் சோதனையில் மறுக்கும் பகுதி, மறுக்கும் விதி படி $|z_0| \geq |z_0$ ஆகும். ஆனால், இங்கு $(|z_0| = 1.75) < (z_e = 1.96)$ என்றாகிறது. எனவே இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐ மறுப்பதற்குப் போதுமான ஆதாரம் இல்லை. இதிலிருந்து இருபாலரின் செயல்திறன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்பதை இச்சோதனையின் மூலம் அறிகிறோம்.

1.13 முழுமைத்தொகுதிக்கான விகிதசமம் காணும் கருதுகோள் சோதனை (Test of Hypothesis for Population Proportion)

வழிமுறை:

படி 1 : ஒரு சோதனையில், முழுமைத் தொகுதியின் பண்பைப் பெற்றிருக்கும் அளவையின் விகிதசமம் P என்க.

P என்பதற்குப் பொருத்தமானதாக p_0 என்ற மதிப்பு அமையுமானால், அதன் இன்மை கருதுகோள், மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : P = p_0$

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 26 1/28/2020 5:21:18 PM

மாற்று கருதுகோள்

(i) $H_1: P \neq p_0$ (ii) $H_1: P > p_0$ (iii) $H_1: P < p_0$

படி 2 : மாதிரி தரவுகளை எழுதுக. p என்பது மாதிரி உறுப்புகளின் தன்மையை விளக்கும் விகித சமம் என்க. மாதிரியின் அளவுகள் $np > 5$, $n(1 - p) > 5$ என்பதோடு n இன் அளவுகள் மிக அதிகமாக இருக்க வேண்டும்.

படி 3 : மிகை காண்நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து, மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1)$ ஆகும்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை $z_0 = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 q_0}{n}}}$ என்பதற்கு ஏற்ப கணக்கிட்டு, மதிப்பைக்காண்க.

படி 6 : மிகைகாண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 ஐப் பொருத்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பை பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$P \neq p_0$	$P > p_0$	$P < p_0$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைக் காண்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$P \neq p_0$	$P > p_0$	$P < p_0$
மறுக்கும் விதி	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.12

ஒரு மாநகரில் உள்ள மக்களின், மிகவிருப்ப பானமாக தேநீர், காபி இவையிரண்டில் எது அதிகம் விருப்பமானது என்பற்கான ஒரு கள ஆய்வு மேற்கொள்ளப்பட்டு, தரவுகள் பெறப்பட்டுள்ளன. சமவாய்ப்புமுறையில் எடுக்கப்பட்ட 1000 பேர் கொண்ட ஒரு மாதிரியில் 560 பேர் தேநீர் பருகுவோராகவும், மற்றையோர் காபி அருந்துவோராகவும் உள்ளனர். நாம் பெற்ற இவ்விவரங்களிலிருந்து, அம்மாநகரில் உள்ளோரின் விருப்பபானங்களாக தேநீர், காபி இரண்டும் சம அளவில் உள்ளது என்னும் கருத்தை 1% மிகைகாண் நிலையில் முடிவெடுக்கலாமா?

தீர்வு:

படி 1 : மாநகரிலுள்ள மக்களின் விருப்பபானமாக தேநீர் விளங்குவதற்கான விகித சமம் P என்போம்.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : P = 0.5$

தேநீர், காபி ஆகிய பானங்களின் விருப்பப்பயன்பாடு சமமாக இருக்கிறது என்றும் அவற்றிற்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு ஏதுமில்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : P \neq 0.5$

தேநீர், காபி ஆகிய இரண்டிற்குமிடையே, விருப்பபானமாக இருப்பதில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்போம்.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 27 1/28/2020 5:21:18 PM

படி 2 : மாதிரியில் உள்ள தரவுகள்

மாதிரியின் அளவு $n = 1000$.

தேநீர் பருகுவோர் எண்ணிக்கை $= 560$

மாதிரி விகித சமம் $p = \dfrac{560}{1000} = 0.56$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை அளவு

$\alpha = 1\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

மாதிரிப்பரவலில், இன்மை கருதுகோள் H_0 இன் படி மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} \sim N(0,1)$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$z_0 = \frac{p-p_0}{\sqrt{\frac{p_0q_0}{n}}}$$

$$z_0 = \frac{0.56-0.50}{\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{1000}}}$$

$$z_0 = 3.79$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 இருபக்க மாற்று கருதுகோளாக உள்ளதால், 1% மிகைகாண் நிலையில், அதன் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $z_e = z_{\alpha/2} = z_{0.005} = 2.58$.

படி 7 : முடிவு

இங்கு $(|z_0| = 3.79) > (z_e = 2.58)$ என்பதால், இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்பட்டதால், மாற்று கருதுகோளின் படி, விருப்பானமாக இருப்பதில் தேநீர், காபி ஆகிய இருபானங்களுக்குமிடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்று இச்சோதனையினால் அறிகிறோம்.

1.14 இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள விகித சமங்களின் சமனித்தன்மை பற்றி அறியும் கருதுகோள் சோதனை.
(Test of Hypothesis for Equality of Proportions of Two Populations)

வழிமுறை:

படி 1 : விகித சமம் P_X என்பது முதல் முழுமைத் தொகுதியிலும், P_Y என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியிலும், அத்தொகுதிகளின் பண்பைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில் இருப்பதாகக் கொள்வோம். அவற்றிற்குத் தொடர்புடைய கருதுகோள்கள்:

இன்மை கருதுகோள்: H_0: $P_X = P_Y$

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 28 1/28/2020 5:21:19 PM

மாற்று கருதுகோள் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றினை மாற்று கருதுகோளாகத் தெரிவு செய்க.

(i) $H_1: P_X \neq P_Y$ (ii) $H_1: P_X > P_Y$ (iii) $H_1: P_X < P_Y$

படி 2 : மாதிரி பற்றிய தரவுகள்

m அளவு கொண்ட மாதிரியின் விகித சமம் p_x என்பது முதல் முழுமைத் தொகுதியிலும், n அளவு கொண்ட மாதிரியின் விகித சமம் p_y என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியிலும் எடுக்கப்படுகிறது எனக்கொள்வோம். மேலும் m, n இரண்டின் அளவுகளும் 30க்கும் மேற்பட்டவையாக இருக்க வேண்டும். அத்துடன் $mp_X > 5$, $m(1-p_X) > 5$, $np_Y > 5$, $n(1-p_Y) > 5$ என்பதோடு இரு மாதிரிகளும் சார்பற்றதாக இருக்க வேண்டும்.

படி 3 : மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 இன்படி, மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை $Z = \dfrac{(p_X - p_Y) - (P_X - P_Y)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}\right)}}$ என்பதாகவும், அதில் $\hat{p} = \dfrac{mp_X + np_Y}{m+n}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$, என்பதாகவும் அமையும். ஆயினும், சோதனைக் கணக்கீட்டின்போது, மேலே கூறியுள்ளவற்றிற்கு மிக நெருக்கமான மதிப்பைத்தரும் சராசரிப் பண்பளவைச் சோதணையாக $z_0 = \dfrac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}\right)}} \sim N(0,1)$ என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை என்பதற்கு ஏற்ப கணக்கிட்டு $z_0 = \dfrac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}\right)}}$ மதிப்பைக் காண்க.

படி 6 : மிகை காண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 ஐப் பொருத்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைப் பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$P_X \neq P_Y$	$P_X > P_Y$	$P_X < P_Y$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைக் காண்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$P_X \neq P_Y$	$P_X > P_Y$	$P_X < P_Y$
மறுக்கும் விதி	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

சுயதொழில் செய்வதில் உள்ள ஆர்வம்பற்றிய ஓர் ஆய்வு, இரு மாநகர்களில் வாழும் மக்களிடையே நடத்தப்பட்டது. முதல் மாநகரில் சமவாய்ப்பு முறையில் 500 பேர் தெரிவு செய்யப்பட்டு அவர்களில் 400 பேர் சுயதொழில் செய்வதாகக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. அதே போன்று இரண்டாவது மாநகரில், 800 பேரில், 600 பேர் சுய தொழில் செய்வதாகக் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. இவ்விரு மாநகரிலுள்ள மக்களிடையே, சுயதொழில் செய்வதிலுள்ள ஆர்வம், குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கிறதா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் ஆய்வு செய்க.

தீர்வு:

படி 1 : P_X என்பது முதல் முழுமைத்தொகுதியாக உள்ள முதல் மாநகரிலிருந்து பெறப்படும் விகித சமமாகவும், P_X என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியாக உள்ள இரண்டாவது மாநகரிலிருந்து பெறப்படும் விகித சமமாகவும் இருக்கட்டும்.

அவ்வாறாயின் அதற்குரிய கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : P_X = P_Y$

அதாவது, இரு மாநகர்களிலுள்ள மக்களிடையே, சுயதொழில் செய்வதிலுள்ள ஆர்வத்தில், அவர்கள் பெற்றுள்ள விகித சமங்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு ஏதுமில்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : P_X \neq P_Y$

அதாவது, அந்நகர்களில் சுயதொழில் செய்வதில் ஆர்வமுள்ளோர் பற்றிய விகித சமங்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்போம்.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகள்:

மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட தரவுகள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

மாநகரம்	மாதிரி அளவு	மாதிரி விகிதசமம்
முதல் மாநகர்	$m = 500$	$p_X = \frac{400}{500} = 0.80$
இரண்டாம் மாநகர்	$n = 800$	$p_Y = \frac{600}{800} = 0.75$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$ என்க.

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

இன்மை கருதுகோள் H_0 இன் படி, மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

$$Z = \frac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}}$$ இங்கு $\hat{p} = \frac{mp_X + np_Y}{m+n}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$ ஆகும்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனையைக் கணக்கிடுதல்

$$z_0 = \frac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}}.$$

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 30 1/28/2020 5:21:21 PM

$$\hat{p} = \frac{400+600}{500+800} = \frac{1000}{1300} = 0.77 \text{ and } \hat{q} = 0.23$$

$$z_0 = \frac{0.80-0.75}{\sqrt{(0.77)(0.23)\left(\frac{1}{500}+\frac{1}{800}\right)}}$$

$$z_0 = 2.0764$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருபக்க மாற்று கருதுகோளாக இருப்பதால், 5% மிகை காண் நிலை மதிப்பின்படி, $z_e = 1.96$.

படி 7 : முடிவு

இங்கு $(z_e = 2.0764) > (z_e = 1.96)$ என்பதால் H_0 மறுக்கப்படுகிறது. இதிலிருந்து சுயதொழில்பற்றிய இருநகரங்களுக்கிடையேயுள்ள விகித சமன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதாகக் கருதப்படுகிறது.

நினைவில் கொள்க

- மாதிரிப்பண்பளவை (statistic) அல்லது கூறுபண்பளவை என்பது ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியாகும். அதன் நிகழ்தகவுப் பரவல் மாதிரிப் பரவல் (sampling distribution) என்று அழைக்கப் படுகிறது.
- அனுமானப்புள்ளியியலில் (Inferential Statistics), பொதுவாக வாய்ப்பு மாதிரி உறுப்புகள், திரும்பவைத்து எடுக்கும் முறையில் எடுக்கப்படுகின்றன.
- மாதிரிப்பரவலின் திட்டவிலக்கம், திட்டப்பிழை (Standard Error) என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- கருதுகோள் (Hypothesis) என்பது, முழுமைத் தொகுதியைப்பற்றிய கூற்றாகவோ, அதன் தொகுதிப்பண்பளவையில் உள்ளவற்றின் மதிப்பாகவோ அமைக்கப்படுகிறது.
- குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை எனும் கூற்றை, அதாவது H_0 என்பதை மறுக்கும் வாயிலாக அமைக்கப்படும் கருதுகோளே இன்மைகருதுகோள் (Null hypothesis) எனப்படுகிறது.
- ஒரு புள்ளியியல் சோதனையின் முடிவு, இன்மை கருதுகோளைப் பொருத்தே அமைகிறது.
- ஒவ்வொரு புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனையிலும், ஒரு இன்மை கருதுகோளும், அதற்குரிய மாற்று கருதுகோளும் அமைக்கப்படுகிறது.
- புள்ளியியல் சோதனையில் முதல்வகைப் பிழை என்பது, சரி எனப்படும் இன்மை கருதுகோளை மறுப்பதாகும்.
- புள்ளியியல் சோதனையில்இரண்டாம் வகைப்பிழை என்பது, தவறு எனப்படும் இன்மை கருதுகோளை மறுக்காமல் இருப்பதாகும்.
- P (முதல்வகைப்பிழை) என்பதன் மேல் எல்லை, மிகைகாண் நிலை (level of significance) மதிப்பு ஆக அமையும்.
- மறுக்கும் விதியால் (Rejection rule) வரையறுக்கப்படும் கூறுவெளியின் உட்கணமாக, தீர்மானிக்கும் பகுதி (Critical region) அமையும்.
- தீர்மானிக்கும் பகுதிக்குள் உள்ள உறுப்புகளைத் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைப் (Critical value) பொருத்து அறியலாம்.

- ❖ ஒரு மாதிரியின் அளவு 30 அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட அளவைக் கொண்டிருந்தால் அது பெரும்மாதிரி அல்லது பெருங்கூறு (Large sample) என்று அழைக்கப்படும்.
- ❖ இரு மாதிரிகளைக் கொண்ட சோதனையில் இருமாதிரிகளின் அளவுகளும் 30 அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட அளவைக் கொண்டிருந்தால் மட்டுமே, பெருங்கூறுகள் என்று அழைக்கப்படும்.
- ❖ முழுமைத் தொகுதிக்கான விகிதசம சோதனயில், மாதிரிப் பரவலில் $n \geq 30$, $np > 5$, $n(1-p) > 5$ என்பதை நிறைவு செய்தால் மட்டுமே மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $N(0, 1)$ ஆக அமையும்.
- ❖ இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள விகித சமங்களின் சமனித் தன்மைபற்றி அறியும் சோதனையில், மாதிரிப் பரவலில், $m \geq 30$, $n \geq 30$, $mp_X > 5$, $m(1-p_X) > 5$, $np_Y > 5$, $n(1-p_Y) > 5$ என்பவற்றை நிறைவு செய்தால் மட்டுமே, மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $N(0, 1)$ ஆக அமையும்.

பயிற்சிகள் 1

8F7VQI

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. மாதிரி சராசரிக்கான திட்டப்பிழை

   (அ) σ^2 (ஆ) $\dfrac{\sigma}{n}$

   (இ) $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (ஈ) $\dfrac{\sqrt{n}}{\sigma}$

2. மாதிரி அளவு n பெரிதாகவும், σ^2 தெரியாமலும் இருந்தால், மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையில், σ^2 என்பதற்குப் பதிலாக இடம்பெறுவது

   (அ) மாதிரிச் சராசரி (ஆ) மாதிரி மாறுபாட்டளவை

   (இ) மாதிரி திட்டவிலக்கம் (ஈ) மாதிரி விகிதசமம்

3. ஒரு சோதனையில் தீர்மானிக்கும் பகுதி என்பது

   (அ) இன்மை கருதுகோளை மறுக்கும் பகுதி (ஆ) இன்மை கருதுகோளை ஏற்கும் பகுதி

   (இ) கூறுவெளி (ஈ) கூறுவெளியின் உட்கணம்

4. ஒரு பெருங்கூறுக்கான சோதனையில், α எனும் மிகைகாண் நிலைக்கு, இருமுனைச் சோதனைக்கான தீர்மானிக்கும் மதிப்பு (அட்டவணை மதிப்பு) ஆகக் குறிப்பிடப்படுவது

   (அ) $z_{\alpha/2}$ (ஆ) z_α

   (இ) $-z_\alpha$ (ஈ) $-z_{\alpha/2}$

5. பொதுவாக, பெரும்மாதிரிக் கோட்பாடுகள் பயன்படுத்தப்படுவது எப்போது எனில்

   (அ) $n \geq 100$ (ஆ) $n \geq 50$

   (இ) $n \geq 40$ (ஈ) $n \geq 30$

6. H_1 என்பது ஒருமுனை (வலது) மாற்றுஎடுகோளாக இருக்கும்போது, தீர்மானிக்கும் பகுதியை நிர்ணயிக்கும் சோதனை

   (அ) வல, இட இருமுனை சோதனை (ஆ) இருமுனை சோதனை அல்ல

   (இ) வலமுனை சோதனை (ஈ) இடமுனை சோதனை

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 32 1/28/2020 5:21:22 PM

7. பெருங்கூறில், 5% மிகைகாண் நிலையில் இருமுனை சோதனையின் தீர்மானிக்கும் மதிப்பு

(அ) 1.645 (ஆ) 2.33

(இ) 2.58 (ஈ) 1.96

8. $H_0: \mu = \mu_0$ என்பதற்கு ஏற்ப $H_1 : \mu < \mu_0$, எனும் ஒருசோதனையில், மிகைகாண்மதிப்பு $\alpha = 0.01$ ஆக இருக்கும்போது, அதன் தீர்மானிக்கும் மதிப்பு

(அ) 1.645 (ஆ) –1.645

(இ) –2.33 (ஈ) 2.33

9. ஒரு கருதுகோள் சோதனையில், $H_0: \mu_0 = 45, H_1: \mu_0 < 45$ என்பதற்கு ஏற்ப நடத்தப்படும் சோதனை

(அ) இடதுமுனை சோதனை (ஆ) வலதுமுனை சோதனை

(இ) இருமுனை சோதனை (ஈ) ஒருமுனை சோதனை

10. மாற்று எடுகோள் $H_1: \mu \neq \mu_0$, எனும்போது, தீர்மானிக்கும் பகுதியை நிர்ணயிப்பது.

(அ) இட, வல இருமுனை சோதனை (ஆ) இருமுனை சோதனை அல்ல

(இ) வலமுனை சோதனை (ஈ) இடமுனை சோதனை

11. சரியான கூற்றாக இருக்கும்போது, H_0 என்பதை மறுக்கும் பிழை,

(அ) முதல்வகைப் பிழை (ஆ) இரண்டாம்வகைப் பிழை

(இ) மாதிரியெடுத்தலில் பிழை (ஈ) திட்டப்பிழை

12. இன்மை கருதுகோள் H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரி விகிதசமத்தின் திட்டப்பிழை,

(அ) $\sqrt{\frac{PQ}{n}}$ (ஆ) $\sqrt{\frac{pq}{n}}$

(இ) $\frac{PQ}{n}$ (ஈ) $\frac{pq}{n}$

13. முழுமைத் தொகுதி மாறுபாட்டு அளவைகள் தெரியாத போது, இரு முழுமைத் தொகுகளிலுள்ள சராசரிகளின் சமனித்தன்மை பற்றி அறியும் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

(அ) $\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\frac{\sigma_X^2}{m}+\frac{\sigma_Y^2}{n}}$ (ஆ) $\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\frac{s_X^2}{m}+\frac{s_Y^2}{n}}$

(இ) $\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{m}+\frac{\sigma_Y^2}{n}}}$ (ஈ) $\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m}+\frac{s_Y^2}{n}}}$

14. முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் சமமாகவும், கொடுக்கப்பட்டு இருந்தால், மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sigma\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$ என்பதில் அமைக்கப்பட்டிருக்கும் இன்மை கருதுகோள்

(அ) $H_0 : \mu = \mu_0$ (ஆ) $H_0 : \mu_X = \mu_Y$

(இ) $H_0 : P_X = P_Y$ (ஈ) $H_0 : P = p_0$

15. இரு மாதிரி சமவிகிதங்களின் வித்தியாசம் $(P_X - P_Y)$ காண்பதற்கான திட்டப்பிழை

(அ) $\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$ (ஆ) $\sqrt{\hat{p}\hat{q}}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$

(இ) $\hat{p}\hat{q}\sqrt{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$ (ஈ) $\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$

16. மிகைகாண் நிலை என்பது

(அ) P (முதல் வகைப்பிழை) (ஆ) P (இரண்டாம் வகைப் பிழை)

(இ) P (முதல்வகைப்பிழை) இன், மேல்–எல்லை மதிப்பு

(ஈ) P (இரண்டாம் வகைப் பிழை) இன், மேல்–எல்லை மதிப்பு

17. முழுமைத்தொகுதியின் விகிதசமம் காணும் பெருங்கூறு சோதனை செய்வதற்குப் பொருத்தமான நிபந்தனை

(அ) n பெரிது, $n \geq 30$, $np > 5$, $n(1-p) > 5$ (ஆ) n பெரிது, $n \geq 30$, $np > 5$, $n(1-p) < 5$

(இ) n பெரிது, $n \geq 30$, $np > 5$, $np\,(1-p) > 5$ (ஈ) n பெரிது, $n \geq 30$, $np > 5$, $np(1-p) < 5$

18. பெருங்கூறுகளைக் கொண்டு, இரு மாதிரிகளின் சோதனை செய்வதற்கான நிபந்தனை

(அ) $m + n \geq 30$ (ஆ) $m \geq 30$, $n \geq 30$

(இ) $m \geq 30$, $m + n \geq 30$ (ஈ) $mn \geq 30$

19. பெருங்கூறு சோதனை, எப்போது பொருத்தமானதாக இருக்கும் எனில், அதன் முழுமைத் தொகுதியின் பரவல்

(அ) இயல்நிலைப்பரவலாக இருந்தால் மட்டும்

(ஆ) ஈருப்புப் பரவலாக இருந்தால்

(இ) பாய்சான் பரவலாக இருந்தால்

(ஈ) எந்தப் பரவலாக இருந்தாலும் பொருந்தும்

20. பெருங்கூறுகளில், இன்மை கருதுகோள் H_0 என்பதற்கு இசைந்த ஒருபக்க–இடது மாற்று கருதுகோள் அமைக்கும்போது, அதற்கான மறுக்கும் விதி (Rejection rule)

(அ) $|z_0| \geq z_{\alpha/2}$ (ஆ) $z_0 < -z_\alpha$

(இ) $z_0 \leq -z_{\alpha/2}$ (ஈ) $z_0 > z_\alpha$

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

21. அனுமானப் புள்ளியியல் (Inferential Statistics) என்பது என்ன?

22. புள்ளியியலில் கூறுவெளி என்பதை வரையறு.

23. வாய்ப்பு மாதிரி என்பது பற்றி நீ அறிவது யாது?

24. கருதுகோள் சோதனை (Testing of Hypothesis) காணும்போது ஏற்படும் பிழைகள் யாவை?

25. இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu = \mu_0$ என்பதற்கு ஏற்ப உருவாகும் எல்லா மாற்று கருதுகோள்களுக்குரிய மறுக்கும் விதிகளை எழுதுக.

26. இரு முழுமைத்தொகுதியிலுள்ள சராசரிகளின் சமனித்தன்மை காணும் சோதனைக்கு ஏற்ற மாற்று கருதுகோள்களையும் அவற்றின் மறுக்கும் விதிகளையும் (Rejection Rules) எழுதுக.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 34 1/28/2020 5:21:23 PM

27. இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள விகித சமங்களின் சமனித்தன்மை காணும் சோதனையில் உள்ள மாற்று கருதுகோள்களையும் அவற்றின் மறுக்கும் விதிகளையும் எழுதுக.

28. தொகுதிப்பண்பளவை (parameter) என்பதை வரையறு.

29. மாதிரிப்பண்பளவை (statistic) அல்லது கூறுபண்பளவை என்பதை வரையறு.

30. ஒரு மாதிரிப்பண்பளவையின் திட்டப்பிழை (Standard Error) என்றால் என்ன?

31. மாதிரிப்பண்பளவையால் ஆன மாதிரிப்பரவல்கள் (Sampling distribtuion of a statistic) பற்றி நீ அறிவது என்ன?

32. இன்மைகருதுகோள் (Null hypothesis) என்றால் என்ன?

33. இன்மை கருதுகோள், மாற்று கருதுகோள் என்பவற்றிற்கிடையேயான வேறுபாட்டை எழுதுக.

34. இன்மை கருதுகோளுக்கு எதிரான இருபக்க மாற்று கருதுகோளை உடைய ஒரு புள்ளியியல் சோதனையில், $|z_0| > z_{\alpha/2}$ என்ற கருத்திற்கு, உன்னுடைய முடிவு எது?

35. அண்மையில் ஒரு மாவட்டத்தில் நடத்திய கள ஆய்வில், சமவாய்ப்பு முறையில் 2000 பட்டதாரிகள் தெரிவு செய்யப்பட்டு, அவரிடையே 367 பேர் இந்திய ஆட்சிப்பணி தேர்வு எழுதுவதற்கு ஆர்வமுடையவராக இருக்கின்றனர் என்று கண்டறியப்பட்டுள்ளது. அவ்வாறெனின் அவரது விகிதசம மதிப்பைக் காண்க.

36. ஒரு புள்ளியியல் சோதனையில் $H_0 : \mu = 27$ என்பதற்கெதிரான $H_1 : \mu > 27$ என்ற கருதுகோளுக்கு, எவ்வகை சோதனை நடத்தப்பட வேண்டும்?

37. பதினோராம் வகுப்புமாணவர்கள், அவர்களுக்கு உரிய வேதியியல் ஆய்வகத்தில் தங்களது சோதனையை முடிக்க ஆகும் சராசரி நேரம் 30 நிமிடத்திற்கும் குறைவாக இருக்க வேண்டுமெனில், அதற்குரிய இன்மை கருதுகோளையும், மாற்று கருதுகோளையும் அமைக்க.

38. μ என்பது முழுமைத் தொகுதியின் சராசரியைக் குறிக்குமெனில், 250 உறுப்புகளைக் கொண்டு அமைக்கப்படும் ஒரு சோதனையில் $H_0: \mu = 100$, $H_1 : \mu < 100$ என்பதற்கேற்ப 5% மிகைகாண் நிலையில், அதன் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைக்காண்க.

39. ஒரு பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பில் பயிலும் மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 150 செ.மீ. அப்பள்ளியில் சமவாய்பின்படி தெரிவு செய்யப்பட்ட 15 மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 155 செ.மீ. மேற்கூறிய கூற்றிலிருந்து, தொகுதிப்பண்பளவை, மாதிரிப்பண்பளவை, அவற்றின் மதிப்புகள் ஆகியவற்றை எழுதுக.

40. ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள மாதிரியின் சராசரி 100, அதன் அளவு 64 மேலும் அதன் திட்டவிலக்கம் 24 எனில், அம்மாதிரி சராசரிக்கான திட்டப் பிழையைக் கணக்கிடுக.

41. முழுமைத் தொகுதியின் விகிதசமம் $p = 0.45$, மாதிரியின் அளவு 100 ஆக இருக்கும்போது, அம்மாதிரியின் திட்டப்பிழையைக் காண்க.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

42. ஒரு புள்ளியியல் சோதனைக்கு, முடிவைத் தரும் விதிகளை (Decision Rules) அட்டவணைப் படுத்தி விவரிக்க.

43. கருதுகோள் சோதனையில், முதல்வகைப்பிழை, இரண்டாம் வகைப்பிழை என்பவை யாவை?

44. மிகைகாண் நிலை (Level of significance) என்பதன் பொருள் யாது?

45. ஒருமுனை சோதனை, இருமுனை சோதனை என்பவை பற்றி விளக்குக.

46. தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical value) பற்றி விளக்குக.

47. ஒரு கல்வி நிறுவனத்தில் சமவாய்ப்பு முறையில் 100 மாணவர்கள் தெரிவு செய்யப்பட்டு அவர்களின் சராசரி உயரம் 163 செ.மீ, திட்டவிலக்கம் 10 செ.மீ ஆகவும் உள்ளது. $H_0 : \mu = 167.$ எனும் இன்மைகருதுகோளுக்கு ஏற்ப மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

48. இருபள்ளிகளில், மாணவர்களிடையே உடனடி புதுவகை உணவு உண்பதிலுள்ள விருப்பம் பற்றிய கள ஆய்வு ஒன்று மேற்கொள்ளப்பட்டது. சம வாய்ப்பு முறையில், முதல்பள்ளியில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 50 பேரில் 35 பேர் அவ்வகை உணவை விரும்புவதாகவும், இரண்டாம் பள்ளியில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 80 பேரில் 40 பேர் அவ்வகை உணவை விரும்புவதாகவும் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. அவ்வாறெனில் இரு மாதிரி விகிதசமங்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசத்தின் திட்டப்பிழையைக் கண்டுபிடி.

49. $m = 35$, $n = 40$, $\bar{x} = 10.8$, $\bar{y} = 11.9$, $s_X = 3$, $s_Y = 4$, எனும் வழக்கமான குறியீடுகளைக் கொண்டு $(\bar{x}, \bar{y})$ என்பதிற்கான திட்டப் பிழையைக் கணக்கிடுக.

50. n=500, np=383 என்பவற்றிற்கு, $H_0 : P = 0.68$ எனும்போது அதன் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

51. $m = 100$, $n = 150$, $mp_X = 78$, $np_Y = 100$, என்ற தரவுகளுக்கு H_0: $P_X = P_Y$ என்ற கருதுகோளுக்கு ஏற்ப மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

52. கருதுகோள் சோதனையின் போது பின்பற்றப்படும் பொதுவான வழிமுறைகளை விளக்குக.

53. முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை தெரியாதபோது, முழுமைத் தொகுதிக்கான சராசரி பற்றிய கருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழிமுறைகளை விளக்குக.

54. முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் தெரிந்திருக்கும்போது, இரு முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சமனித்தன்மைக்கான கருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழிமுறைகளை விளக்குக.

55. முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் தெரியாமல் இருக்கும்போது, இரு முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சமனித் தன்மைக்கான கருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழிமுறைகளை விளக்குக.

56. முழுமைத் தொகுதிக்கான விகிதசமம் பற்றிய கருதுகோள் சோதனை அமைப்பதில் உள்ள வழிமுறைகளைத் தருக.

57. இரு முழுமைத் தொகுதிகளின் விகித சமங்களின் சமனித்தன்மை பற்றி அறிவதற்கான கருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழி முறைகளை விளக்குக.

58. ஒரு மாவட்டத்திலுள்ள எட்டாம் வகுப்பு பயிலும் மாணவர்களுக்கு, அவர்களின் கடிதம் எழுதும் திறனை மேம்படுத்த, ஒரு சிறப்பு பயிற்சி அளிப்பதற்கு அம்மாவட்ட கல்வி அலுவலர் ஏற்பாடு செய்துள்ளார். சமவாய்ப்பு முறையில் 100 மாணவர்களைத் தெரிவு செய்து, அவர்கள் அப்புதிய பயிற்சியின் மூலம் கடிதம் எழுதும் காலம் சராசரியாக 15 நிமிடம் எனக் கணக்கிடப்பட்டது. அம்மாவட்ட மாணவர்கள் அப்பயிற்சியை முடிக்கும் காலம் சராசரியாக 13 நிமிடம் என்றும், திட்டவிலக்கம் 8 நிமிடம் எனும் போது அம்மாவட்டத்தில் உள்ள மாணவர்களுக்கும், மாதிரியில் மாணவர்களுக்கும் அப்பயிற்சியை முடிக்கும் காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதை 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 36 1/28/2020 5:21:24 PM

59. வழக்கமான குறியீடுகளுடன், கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு கருதுகோள் சோதனை செய்க. $H_0 : \mu_X = \mu_Y$, $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$, $\overline{x} = 7$, $\overline{y} = 8$, $\sigma_X = 3$, $\sigma_Y = 2$, $m = 40$, $n = 40$, $\alpha = 0.01$.

60. இரு மாவட்டங்களிலுள்ள மாணவர்களின் கணிதத்திறன் பற்றி அறிய, ஒரு முதன்மைக் கல்வி அலுவலர் விரும்புகிறார். அதற்காக சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகளின் தரவுகள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

கல்வி மாவட்டம்	மாணவர் எண்ணிக்கை	சராசரி	திட்ட விலக்கம்
A	45	62	15
B	53	60	17

5% மிகைகாண் நிலையில், மாவட்டம் A இல் உள்ள மாணவர்கள், மாவட்டம் B இல் உள்ளவர்களை விட சிறந்து விளங்குகிறார்களா என்பதைச் சோதனை செய்து காண்க.

61. A எனும் மாவட்டத்திலுள்ள நெல் விளையும் 100 பாத்திகளில் கண்ட நெல்விளைச்சல், சராசரி ஏக்கருக்கு 210 கிலோவும், திட்டவிலக்கம் ஏக்கருக்கு 10 கிலோவாகவும் உள்ளது. B எனும் மாவட்டத்தில், நெல்விளையும் 150 பாத்திகளில் கண்ட நெல் விளைச்சல், சராசரி ஏக்கருக்கு 220 கிலோகவும், திட்டவிலக்கம் ஏக்கருக்கு 12 கிலோவாகவும் உள்ளது. இரு மாவட்டங்களையும் உள்ளடக்கிய மாநிலம் முழுவதற்குமான நெல்விளைச்சலின் திட்டவிலக்கம் ஏக்கருக்கு 11 கிலோ எனில், அவ்விரு மாவட்டங்களுக்கிடையேயுள்ள விளைச்சலில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு காண முடிகிறதா என்பதை 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

62. பதினோராம் வகுப்பு மாணவர்களுக்கான ஓர் எண்–திறனறி சோதனையில், அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்ட விலக்கம் 15. ஒரு பள்ளி, மாணவர்களின் எண்ணியல் திறனை மேம்படுத்த ஒரு புதிய கற்பித்தல் முறையை உருவாக்கியுள்ளது. 99 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவை இரு வகுப்புகளாகப் பிரித்து, 50 பேர் கொண்ட முதல் குழுவில் உள்ள மாணவர்களுக்கு புதிய வகை கற்பித்தல் முறையையும், மீதியுள்ள 49 பேர் கொண்ட இரண்டாம் குழுவில் உள்ள மாணவர்களுக்கு வழக்கமான கற்பித்தல் முறையையும் செயல்படுத்த முடிவெடுக்கப்படுகிறது. ஒரு பருவம் முழுவதும் கற்பித்தல் முடிந்த பின் இரு குழுவிலுள்ள மாணவர்களுக்கும் ஒரே விதமான திறனறித்தேர்வு நடத்தப்படுகிறது. அத்தேர்வில் அவ்விரு குழுவும் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்கள் முறையே 116.0, 113.1 ஆகும். இவ்விவரங்களிலிருந்து, புதிய வகை கற்பித்தல் முறை மாணவர்களிடையே எண்திறனறிவில் உயர்வை உருவாக்கியுள்ளதா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

63. ஒரு பந்துமுனை பேனாவின் காலம், அது தொடர்ச்சியாக எழுதும் நீள அளவைப் பொருத்தது. சமவாய்ப்பு முறையில் மாதிரியாக எடுக்கப்பட்ட A வகை பேனாக்கள் 80 இன் கூடுதல் எழுதும் திறன் 96.84 கி.மீ. மற்றொரு மாதிரியான B வகை பேனாக்கள் 75 இன் கூடுதல் எழுதும் திறன் 93.75 கி.மீ. எழுதும் திறனில் இருவகை பேனாக்களிலும் ஒரு பேனாவின் திட்டவிலக்கம் 0.15 கி.மீ. எனக்கொண்டால், B வகை பேனாக்களின் சராசரி எழுதும் திறன், A வகை பேனாக்களைவிட அதிகம் உள்ளது என்ற அனுமானத்தின் பேரில், உபயோகிப்பாளர் B வகை பேனாக்களைத் தெரிவு செய்வாரா என்பதை 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

64. மாநிலங்களுக்கான தடகள விளையாட்டுப் போட்டிகளில் பங்குபெறும் இரு மாநிலங்களைச் சேர்ந்த விளையாட்டு வீரர்களின் திறனை ஒப்பிடும் ஓர் ஆய்வு நடத்தப்பட்டது. இரு மாநிலங்களிலும் அவர்கள் பெற்ற வெற்றிகளைப் பற்றிய விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன:

மாநிலம்	தடகளத்தில் வெற்றி பெற்றவர்	சராசரி	திட்ட விலக்கம்
மாநிலம் 1	300	75	10
மாநிலம் 2	400	73	11

இந்த விவரங்களைக் கொண்டு, இரு மாநிலங்களைச் சேர்ந்தவர்களிடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு காணப்படுகிறதா என்பதை 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்து முடிவினைக் கூறுக.

65. ஒரு மாவட்ட நிர்வாகம், மாணவர்களின் உதவியோடு தொற்றுநோய் பற்றிய ஒரு விழிப்புணர்வு நிகழ்ச்சியை நடத்தியது. சமவாய்ப்பு முறையில் 64 வீடுகளைத் தெரிவு செய்து, அவர்களிடம் விழிப்புணர்வு நிகழ்ச்சியில் பங்குபெற்ற மாணவர்களின் பங்கு பற்றி வினவப்பட்ட போது, 50 வீடுகளில் மாணவர்களின் பங்காற்றலைச் சிறப்பித்துக் கூறியுள்ளனர். இதன் மூலம் மாவட்ட நிர்வாகம், விழிப்புணர்வு நிகழ்ச்சிகளில் மாணவர்களைப் பங்கு பெறச் செய்வதால், நிகழ்ச்சிகள் 90% க்கு மேல் வெற்றி பெறும் என்று கருத்தை உருவாக்கிக் கொள்ளலாமா?

66. ஒரு நாணயம் 10,000 முறை சுண்டப்படும் போது 5195 முறை தலை விழுகிறது. அவ்வாறெனில், 5% மிகைகாண் நிலையில் அந்நாணயம் குற்றமற்றதா என்பதைக் காண கருதுகோள் சோதனை செய்க.

67. ஒரு மாவட்டத்தின் இரு பகுதிகளில், சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட சில குடும்பங்களில் உள்ள பெற்றோரிடம் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளை அவர்கள் பார்ப்பதால் அவர்களுடைய குழந்தைகளின் கல்வி பாதிக்கப்படுகிறதா என்பது பற்றி அறிய ஓர் ஆய்வு நடத்தப்பட்டது. அது பற்றிய விவரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

பகுதி	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	
	பங்கு பெற்றவர்	ஏற்றுக்கொண்டவர்
A	200	48
B	600	96

5% மிகைகாண் நிலையில், இரு பகுதிகளிலுள்ள குடும்பங்களின் விகிதசம வித்தியாசங்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதை சோதனை செய்து மேற்கூறிய கூற்றை அவர்கள் ஏற்றார்களா என்பதைக் கூறுக.

68. ஒரு வகை பாதுகாப்பு முறையில் வைக்கப்பட்ட 1000 ஆப்பிள்களில், 4% கெட்டுவிட்டன. மற்றொரு வகை பாதுகாப்பு முறையில் வைக்கப்பட்ட 1500 ஆப்பிள்களில், 3% கெட்டுவிட்டன. இதிலிருந்து இரண்டாவது வகை பாதுகாப்பு முறை, முதல் வகை பாதுகாப்பு முறையை விடச் சிறந்ததா என்பதைக் கருதுகோள் சோதனை மூலம் கண்டு அறிக.

69. விளையாட்டு நிகழ்வுகளில் பங்குபெறும் மாணவர்கள், திறந்தவெளி உடற்பயிற்சியில் ஈடுபடுவதைக் காட்டிலும், நவீன உடற்பயிற்சிக் கூடங்களில் பயிற்சி பெறுவதையே விரும்புவதாகத் தெரிகிறது. அதற்காக இருமாநிலங்களில் சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர்களின் விருப்பம் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மாநிலம்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	
	மாதிரி	நவீன உடற்பயிற்சிக் கூடத்தை விரும்பியவர்கள்
A	50	38
B	60	52

மேற்கண்ட இரு மாநிலங்களிடையேயுள்ள மாணவர்களின் விருப்பத்தில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 38 1/28/2020 5:21:24 PM

70. குடியிருப்புப் பள்ளிகளில் பயில்வதில் ஆர்வமுடைய 12ஆம் வகுப்பு மாணவர்களிடையே ஆய்வு ஒன்று இரு பகுதிகளில் நடத்தப்பட்டது. A பகுதியில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 300 மாணவர்களில், 34 பேர் ஆர்வம் கொண்டுள்ளனர் என்றும், B பகுதியில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 200 மாணவர்களில் 28 பேர் ஆர்வம் கொண்டுள்ளனர் எனவும் தெரிகிறது. இவ்விவரங்களைக் கொண்டு, குடியிருப்புப் பள்ளிகளில் பயில்வதில் ஆர்வமுடையோரில், B பகுதியில் உள்ள மாணவர்களைவிட, A பகுதியில் உள்ள மாணவர்கள் ஆர்வமுடன் இருக்கிறார்கள் என்பதற்கு போதுமான ஆதாரம் உள்ளதா என்பதை ஆய்வு செய்க.

குறிப்பு: ஆசிரியரும், மாணவரும் கலந்துரையாடி மேற்கண்ட பயிற்சி வினாக்களைப் போன்று, புதிய வினாக்களை உருவாக்கி, இப்பயிற்சிப் பகுதியை மேலும் விரிவாக்கம் செய்யலாம்.

செயல்பாடுகள்

1. உமது கல்வி நிலையத்தில் உள்ள விளையாட்டுத்துறைப் பகுதியிலிருந்து ஒரே வகுப்பைச் சேர்ந்த (9 ஆம் வகுப்பு என்க) மாணவர்களின் உயரம்/எடை பற்றிய தரவுகளைச் சேகரித்துக் கொள்க. பிறகு சமவாய்ப்பு முறையில் 50 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை எடுத்துக் கொண்டு, அவர்களின் உயரம்/எடை பற்றிய மாதிரி சராசரி, மாதிரி திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க. அனுமானப் புள்ளியியல் சோதனைகள் மூலம், மாதிரி சராசரிக்கும், முழுமைத் தொகுதி சராசரிக்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உள்ளதா என்பதை ஆராய்க. உம்பள்ளியில் இவ்விவரங்களைச் சோதனை மூலம் சரிபார்த்து உமது கருத்தைக் கூறுக.
2. உமது பள்ளியில் ஒரே வகுப்பைச் சேர்ந்த (10 ஆம் வகுப்பு என்க) மாணவர்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தேர்வை தமிழ், ஆங்கிலம் ஆகிய இரு மொழிகளிலும் எழுதுகிறார்கள். அந்த இருமொழி வாயிலாக எழுதுவோரிடமிருந்து இரு மாதிரிகளை எடுத்துக் கொண்டு அவற்றின் சராசரிகள், திட்டவிலக்கங்கள் ஆகியவற்றைக் காண்க. இரு மொழிவாயிலாக தேர்வெழுதும் மாணவர்களுக்கிடையே அவர்களது திறனில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைக் கருதுகோள் சோதனை மூலம் ஆய்வு செய்து உமது வகுப்பில் மாணவர்களுடன் விவாதிக்க.

விடைகள்

I.	1. (இ)	2. (ஆ)	3. (அ)	4. (அ)	5. (ஈ)
	6. (இ)	7. (ஈ)	8. (இ)	9. (அ)	10. (அ)
	11. (அ)	12.(அ)	13. (இ)	14. (ஆ)	15. (அ)
	16. (இ)	17. (அ)	18. (ஆ)	19. (ஈ)	20. (ஆ)

II. 34. H_0 மறுக்கப்படுகிறது

35. 0.1835

36. ஒரு முனை சோதனை (வலது)

37. $H_0: \mu = 30, H_1: \mu < 30$

38. -1.645

39. -1.645

39. தொகுதிப்பண்பளவை = பள்ளி மாணவரின் சராசரி உயரம் 150 செ.மீ.

மாதிரிப்பண்பளவை = மாதிரியில் உள்ள மாணவரின் சராசரி உயரம் 155 செ.மீ.

40. $SE(\bar{X}) = 3$

41. $SE(p) = 0.05$

III. 47. $z_0 = -4$

48. 0.089

49. 0.8106

50. 4.122

51. 1.937

IV. 58. $z_0 = 2.5$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

59. $z_0 = -1.75$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

60. $z_0 = 0.619$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

61. $z_0 = -7.04$; H_0 மறுக்கப்படுகிறது

62. $z_0 = 0.9619$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

63. $z_0 = -1.638$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

64. $z_0 = 2.508$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

65. $z_0 = -3.167$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

66. $z_0 = 3.90$; H_0 மறுக்கப்படுகிறது

67. $z_0 = 2.55$; H_0 மறுக்கப்படுகிறது

68. $z_0 = 1.352$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

69. $z_0 = -1.444$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

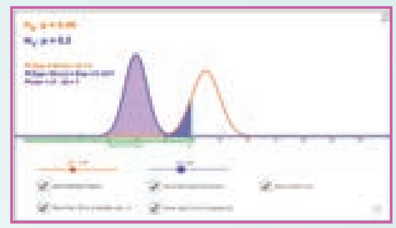
70. $z_0 = -0.886$; H_0 மறுக்கப்படவில்லை

01_12th_Statistics_TM_Unit 1.indd 40 1/28/2020 5:21:24 PM

ICT CORNER

TESTS OF SIGNIFICANCE – BASIC CONCEPTS AND LARGE SAMPLE TESTS

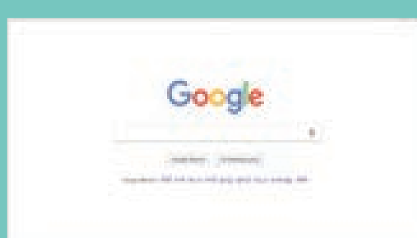
This activity helps to understand about Significance in Hypothesis Testing



Steps:

- Open the browser and type the URL given (or) scan the QR code.GeoGebra work book called "**Tests of Significance – Basic Concepts and Large Sample Tests**"will appear.
- In that Tick the square boxes for "Show Rejection Region-Show Type I Error probability-Show Alternative Distribution"
- Now If press and drag the Orange and Blue colour buttons you will get the different results.

Step-1



Step-2

Step-3

Step-4

Pictures are indicatives only*

URL:

https://www.geogebra.org/m/VzUpY5M

B236_12_STATISTICS_TM

அத்தியாயம்

2 மாதிரிப்பரவல் அடிப்படையிலான சோதனைகள் I

W.S. காஸ்ஸட்
(1876–1937)

இங்கிலாந்தில் பிறந்த W.S. காஸ்ஸட் ஆக்ஸ்போர்டு, நியூ கல்லூரியில் வேதியியல் மற்றும் கணிதத்தில் 1899 இல் பட்டம் பெற்றார். பிறகு, அவர் அயர்லாந்தில் ஒரு மதுபான தயாரிப்பு நிறுவனத்தில் சேர்ந்தார். மதுபான நிறுவனத்திற்கு உரிய பண்ணைகளில், சிறந்த வகை பார்லிகளைத் தேர்வு செய்வதற்கு காஸ்ஸட் தனது புள்ளிவிவர அறிவைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். 1906-1907 இல் கார்ல் பியர்சானின் உயிரியளவுகள் ஆய்வகத்தில் காஸ்ஸட் பலமுறை முயற்சி செய்தபின் அனுபவ வாயிலாக அவ்வறிவைப் பெற முடிந்தது. காஸ்ஸட்டிற்கும் பியர்சனுக்கும் இடையே நல்ல உறவு இருந்தது. காஸ்ஸட்டின் கணித ஆய்வுக்கட்டுரையை வெளியிடுவதற்கு பியர்சன் பெரிதும் உதவி புரிந்தார். அவர் பணிபுரிந்த மதுபான தயாரிப்பு நிறுவனம் அவரது ஆய்வுக் கட்டுரையை "ஸ்டூடண்ட்" என்ற புனைப்பெயரில் வெளியிடுவதற்கு அனுமதித்தது. எனவே, அவரது குறிப்பிடத்தக்க அச்சாதனை ஆய்வுகள் காஸ்ஸட்டின் t-பரவல் என்று அழைக்கப்படுவதை காட்டிலும், ஸ்டூடண்ட்-t சோதனை என்றே அழைக்கப்படுகிறது.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

❖ t-சோதனை மற்றும் கைவர்க்க சோதனைகளைப் பயன்படுத்துவதன் நோக்கங்களைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
❖ சிறு கூறுகளைப் பயன்டுத்தி கருதுகோள் சோதனைகளைப் பயன்படுத்தும் முறையை அறிந்துகொள்ளுதல்.
❖ t-பரவலைப் பயன்படுத்தி சராசரிகளுக்கான கருதுகோள் சோதனை சார்ந்த கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணும் முறையை அறிந்துகொள்ளுதல்.
❖ ஒரு முழுமைத்தொகுதி குறிப்பிட்ட ஒரு மாறுபாட்டைக் கொண்டுள்ளதா என்பதை அறியும் கருதுகோள் சோதனை சார்ந்த கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணல்.
❖ பண்பளவைகளின் சார்பற்ற தன்மையையும், பொருத்துதலின் செம்மைதன்மையையும் அறியும் கருதுகோள் சோதனை சார்ந்த கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணல்.

KBTQFE

அறிமுகம்

முந்தைய பாடத்தில் மிகைகாண் சோதனைகளைப் (Test of significance) பெருங்கூறுகளைக் கொண்டு திட்ட இயல்நிலைப் பரவலைப் பயன்படுத்திக் கற்றறிந்தோம். எனினும், கூறுகளின் அளவு மிகக்குறைவு எனில் ($n < 30$) புள்ளியியல் அளவைகளின் மாதிரிப் பரவல், இயல்நிலை பரவலிலிருந்து வேறுபட்டிருக்கும். மேலும் முந்தைய பாடத்தில் பின்பற்றிய முறைகளை, பிரிவு 1.8 இல் கொடுக்கப்பட்ட பொது முறைகளைத் தவிர்த்து, பயன்படுத்த இயலாது. ஆனால் இம்மாதிரியான சூழலில் திட்ட இயல்நிலைப் பரவலுக்குப் பதிலாக t-பரவல் என்றழைக்கப்படும், ஒரு நிகழ்தகவுப் பரவலானது சிறுகூறுகள் சார்ந்த சூழலை ஆய்வதற்குப் பயன்படுகிறது.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 42 1/28/2020 7:11:44 PM

2.1 ஸ்டூடன்ஸ் t-பரவல் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்

2.1.1 வரையறை

$X \sim N(0,1)$ மற்றும் $Y \sim \chi^2_n$ சார்பற்ற வாய்ப்பு மாறிகள் எனில்,

$T = \dfrac{X}{\sqrt{Y/n}}$ என்பது n கட்டின்மை கூறுகள் உடைய ஒரு t-பரவலைக் கொண்டுள்ளது என்கிறோம். இது t_n எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

குறிப்பு 1: t இன் கட்டின்மை கூறுகளும், அதன் தொடர்புடைய χ^2 வாய்ப்பு மாறியின் கட்டின்மை கூறுகளும் ஒன்றேயாகும்

குறிப்பு 2: ஒரு இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட வாய்ப்பு மாறி(கள்) யில் வரையறுக்கப்பட்ட புள்ளியியல் அளவையின் மாதிரிப்பரவலாக t-பரவல் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

i) $X_1, X_2, \ldots, X_n$ என்பது $N(\mu, \sigma^2)$ என்ற தொகுயிலிருந்து பெறப்பட்ட வாய்ப்பு மாதிரி எனில்

$$X = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1) \text{ மற்றும் } Y = \frac{\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$ என்பன சார்பற்றவைகள்.

எனவே,

$$T_1 = \frac{X}{\sqrt{Y/(n-1)}}$$

$$= \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \times \frac{\sigma\sqrt{(n-1)}}{\sqrt{\sum\left(X_i-\bar{X}\right)^2}}$$

$$= \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} \qquad \text{இங்கு } S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{(n-1)}}$$

ii) $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ மற்றும் $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ என்பன முறையே $N(\mu_X, \sigma^2)$ மற்றும் $N(\mu_Y, \sigma^2)$ என்ற முழுமை தொகுதிகளிலிருந்து பெறப்பட்ட சார்பற்ற வாய்ப்பு மாறிகள் எனில்,

$$\frac{\left(\bar{X}-\bar{Y}\right)-\left(\mu_X-\mu_Y\right)}{\sigma\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} \sim N(0,1) \text{ மற்றும் } \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(X_i-\bar{X}\right)^2+\sum_{j=1}^{n}\left(Y_j-\bar{Y}\right)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{m+n-2}$$ என்பன சார்பற்ற வாய்ப்பு மாறிகள்.

மேலும்,

$$T_2 = \frac{\left(\bar{X}-\bar{Y}\right)-\left(\mu_X-\mu_Y\right)}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} \sim t_{m+n-2}$$

இங்கு $$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}\left(X_i-\bar{X}\right)^2+\sum_{j=1}^{n}\left(Y_j-\bar{Y}\right)^2}{m+n-2}$$

குறிப்பு

கட்டின்மை கூறுகள் (Degress of Freedom)

கட்டின்மை கூறுகள் அல்லது கட்டின்மை படிகள் என்பது சார்பற்ற உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிப்பதாகும். இதனுடைய மதிப்பு சோதனையின் சூழலை பொறுத்து கணக்கிடப்படுகிறது.

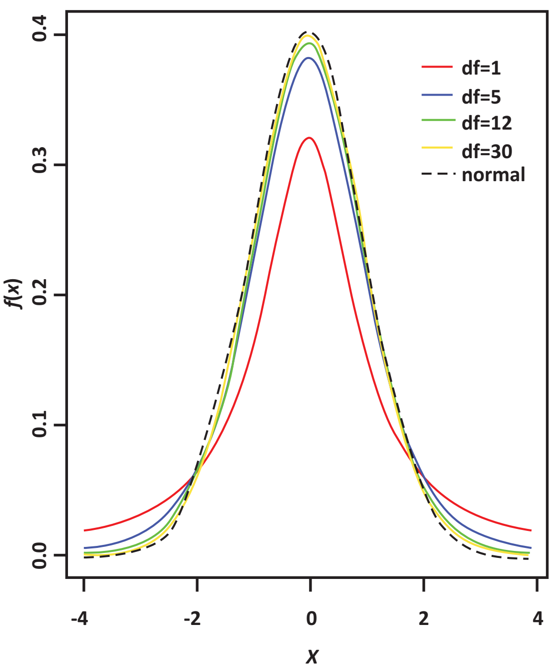
02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 43 1/28/2020 7:11:46 PM

iii) If $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$ என்பது இருமாறிகளில் இயல்நிலை முழுமை தொகுதியிலிருந்து சோடிபடுத்தப்பட்டு பெறப்பட்ட n தரவுகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி எனில் $D_i = X_i - Y_i, i = 1, 2, \ldots, n$ என்பது $N(\mu_D, \sigma_D^2)$ என்ற இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து பெற்ற வாய்ப்பு மாதிரி ஆகும். இங்கு $\mu_D = \mu_X - \mu_Y$,

$$T_3 = \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_D / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

2.1.2 t–பரவலின் பண்புகள்

1. ஆதியைப் பொறுத்து t–பரவலானது ஒரு சமச்சீர் பரவலாகும்.
2. t-பரவலின் வளைவரையானது கீழ்க்கண்ட இரண்டு காரணங்களைத் தவிர்த்து இயல்நிலைப்பரவலை ஒத்து இருக்கும்:
   i. மையப் பகுதியில் இயல் நிலைப்பரவலானது t-பரவலை விட அதிக மதிப்புடையதாக இருக்கும்.
   ii. t-பரவலானது பக்கவாட்டில் இயல் நிலைப்பரவலை விட விரிந்து காணப்படும். அதாவது t-பரவலின் முனைபகுதிகளில் அதிக பரப்புள்ளது என்பது தெளிவாகிறது.
3. X அச்சு t-பரவலுக்கு தொலைத்தொடுகோடாக அமைகிறது. அதாவது இப்பரவல் முடிவிலி வரை இருபக்கமும் நீள்கிறது.
4. கட்டின்மை கூறுகளைப் பொறுத்து t-பரவலின் வடிவம் மாறுபடும். கட்டின்மைக் கூறுகள் அதிகமாகும்போது இப்பரவல், திட்ட இயல்நிலைப் பரவலை நெருங்குகிறது. (படம் 2.1).



படம் 2.1 ஸ்டூடண்ட்-t பரவல்

5. t-பரவலானது முழுமைத் தொகுதியின் பண்பளவை சார்ந்தது அல்ல இது கட்டின்மைக் கூறுகள் $(n-1)$ ஐச் சார்ந்தது.

2.1.3 t–பரவலின் பயன்பாடுகள்

சிறு கூறுகளின் கருதுகோள் சோதனைகளில் t–பரவலானது கீழ்க்கண்ட பயன்பாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.

1. முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை தெரியாத நிலையில், முழுமைத் தொகுதியின் சராசரியின் மிகைகாண் சோதனையில் T_1 ஐப் பயன்படுத்திச் சோதனை செய்யப்படுகிறது.
2. முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாடு சமமாகவும், தெரியாத நிலையிலும் இருக்கும்போது, அத்தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சமமான நிலையைக் காணும் மிகைகாண் சோதனையில் பயன்படுகிறது. (T_2 ஐப் பயன்படுத்தி).
3. இணை t–சோதனை இரு சராசரிகளின் சமமான நிலையைக் காணும் சோதனைக்குப் பயன்படுகிறது. (T_3 ஐப் பயன்படுத்தி)

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 44 1/28/2020 7:11:46 PM

அறிந்து கொள்ள வேண்டியவை

t–பரவல் மேலும் சில பயன்பாடுகளைப் பெற்றிருந்தாலும் இந்த அத்தியாயத்தில் அவை குறிப்பிடப்படவில்லை. அவற்றை மேல் வகுப்புகளில் படித்து அறிந்துகொள்ளலாம் .

2.1.4 முழுமைத்தொகுதி சராசரியின் மிகைகாண் சோதனை (முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாட்டளவை தெரியாத நிலையில்)

வழிமுறைகள்:

படி 1 : ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி μ மற்றும் மாறுபாடு σ^2 (இங்கு σ^2 ன் மதிப்பு அறியாத நிலையில்) என்க. μ_0 என்பது μ ன் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட மதிப்பு எனில் இன்மை கருதுகோளைக் கீழ்க்காண்டவாறு வடிவமைக்கவும்.

H_0: $\mu = \mu_0$ (இன்மை கருது கோளுக்கு ஏற்ப கீழ்க்கண்டவற்றில் ஏதாவது ஒன்றை மாற்று எடுகோளாகத் தெரிவு செய்யவும்)

(i) H_1: $\mu \neq \mu_0$ (ii) H_1: $\mu > \mu_0$ (iii) H_1: $\mu < \mu_0$

படி 2 : கூறு/தரவு அளவைகளைப் பற்றி விவரிக்கவும். $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ என்பது ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட n அளவுகள் கொண்ட ஒரு சமவாய்ப்பு கூறு என்க. (இங்கு n மிகச் சிறியது, $n < 30$).

படி 3 : மிகைகாண் நிலை (Level of significance) α ஐக் குறிப்பிடுக.

படி 4 : H_0 இன் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ என எடுத்துக்கொள்க. இங்கு $\overline{X}$ மற்றும் S என்பன முறையே மாதிரி சராசரி மற்றும் மாதிரி திட்டவிலக்கம் ஆகும். H_0 ஐப் பொறுத்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் மாதிரிப் பரவலானது தோராயமாக $(n-1)$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t-பரவலாகும்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட கூறு $(x_1, x_2, \ldots x_n)$ இலிருந்து $T = \dfrac{\overline{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ எனக் கொண்டு t இன் மதிப்பை கணக்கிடுக.

இங்கு $\overline{x}$ என்பது மாதிரியின் சராசரி மேலும் $s = \sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$ என்பது மாதிரியின் திட்ட விலக்கம்.

படி 6 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து α மற்றும் H_1 ஐ சார்ந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் (Critical value) தெரிவு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (t_e)	$t_{n-1,\alpha/2}$	$t_{n-1,\alpha}$	$-t_{n-1,\alpha}$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி தகுந்த மறுக்கும் விதியைத் (Rejection Rule) தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐத் தீர்மானிக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
மறுக்கும் விதி	$\lvert t_0 \rvert \geq t_{n-1,\alpha/2}$	$t_0 > t_{n-1,\alpha}$	$t_0 < -t_{n-1,\alpha}$

எடுத்துக்காட்டு 2.1

ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வகை பற்பசையின் மாத சராசரி விற்பனை ₹ 200. தயாரிப்பு நிர்வாகத்தால் ஒரு விளம்பரம் பிரச்சராத்தைக் கையாண்டபின் 26 மாதிரி பல்பொருள் அங்காடிகளைத் தேர்வு செய்ததில் சராசரியாக ஒவ்வொரு அங்காடியிலும் குறிப்பிட்ட பற்பசையின் விற்பனை சராசரியாக ₹ 216 என்றும் திட்டவிலக்கம் ₹ 8 எனவும் கண்டறியப்பட்டது. இவ்விளம்பர பிராச்சாரம் விற்பனையை அதிகரிக்க உதவியதா என சோதித்து அறிக.

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள் (Hypotheses)

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu = 200$

அதாவது, ஒரு குறிப்பிட்ட பற்பசையின் சராசரி விற்பனை குறிப்பிடத்தக்க வகையில் ₹ 200 இலிருந்து மாறுபட்டது அல்ல.

மாற்று கருதுகோள் $H_1: \mu > 200$

அதாவது ஒரு குறிப்பிட்ட பற்பசையின் சராசரி விற்பனை ₹ 200 ஐ விட அதிகம். இது ஒரு முனை (வலமுனை) மாற்று கருதுகோள்.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு (Data from sample)

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

மாதிரியின் அளவு $(n) = 26$. (எனவே இது சிறு கூறு).

மாதிரி சராசரி $(\bar{x}) = 216$, மாதிரியின் திட்ட விலக்கம் $(s) = 8$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை (Level of significance) $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை அல்லது கூறு பண்பளவைச் சோதனை (Test statistic)

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப்பண்பளவை $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$,

n ஆனது சிறியது ஆதலால் மாதிரி பரவலானது $(n\text{-}1)$ கட்டின்மை கூறுகள் (Degrees of freedom) கொண்ட t-பரவலாகும்

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல் (Calcualtion of Test statistic)

t–இன் மதிப்பு கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் தகவலைக் கொண்டு.

$t_0 = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ என்பதன் மூலம் கணக்கிடப்படுகிறது

$$t_0 = \frac{216 - 200}{8/\sqrt{26}} = 10.20$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical values)

H_1 என்பது ஒரு முனை (வலமுனை) மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.05$ பொறுத்து $t_e = t_{n\text{-}1,\,\alpha} = t_{25,0.05} = 1.708$

படி 7 : முடிவு (Decision)

இது வலமுனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதியானது மறுக்கும் விதி $t_0 > t_e = t_{n\text{-}1,\,\alpha} = t_{25,0.05} = 1.708$ என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் தகவல்கள் H_0 ஐ ஏற்றுக் கொள்ளாததற்கு போதுமான ஆதாரங்களை கொண்டுள்ளதை குறிக்கிறது. எனவே, உற்பத்தியாளரின் விளம்பர பிரச்சாரம் பற்பசையின் விற்பனையை அதிகரிப்பதில் உதவியிருக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.2

ஒரு பள்ளியில் இருந்து 10 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 72, 82, 96, 85, 84, 75, 76, 93, 94 மற்றும் 93. இதைக் கொண்டு வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் 90 என்ற கூற்றை நாம் ஏற்று கொள்ள முடியுமா?

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0: \mu = 90$

அதாவது வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் 90 லிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வகையில் மாறுபடவில்லை.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu \neq 90$

அதாவது வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண் 90லிருந்து குறிப்பிடத்தக்க அளவு வேறுபடுகிறது இது ஒரு இருமுனை மாற்று கருதுகோள்.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் விவரம்

மாதிரியின் அளவு $(n) = 10 < 30$ எனவே, இது சிறு கூறு.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$

n ஆனது 30 ஐ விட குறைவாக உள்ளதால் மாதிரி பரவலானது $(n$-$1)$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட t-பரவலாகும்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

t-இன் மதிப்பு கொடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் தகவல்களைக் கொண்டு $t_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ என்க கணக்கிடப்படுகிறது.

(a) மாதிரி சராசரி ($\overline{X}$) மற்றும் (b) மாதிரியின் திட்டவிலக்கம் காணல்

x_i	$u_i = x_i - A; (A = 85)$	u_i^2
72	–13	169
82	–3	9
96	11	121
85	0	0
84	–1	1
75	–10	100
76	–9	81
93	8	64
94	9	81
93	8	64
	$\sum_{i=1}^{10} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{10} u_i^2 = 690$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 47 1/28/2020 7:11:49 PM

மாதிரி சராசரி:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{10} u_i}{n}$$ இங்கு A என்பது ஊக சராசரி

$= 85 + 0 = 85$

மாதிரி திட்டவிலக்கம்:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{10} u_i^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9} \times 690}$$

$$= \sqrt{76.67}$$

$= 8.756$

எனவே, $$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$= \frac{85-90}{8.756/\sqrt{10}} = \frac{-5}{2.77}$$

$= -1.806$ மற்றும்

$|t_0| = 1.806$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் தீர்வு கட்ட மதிப்பு $\alpha = 0.05$ ஐப் பொறுத்து $t_e = t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} = t_{9,0.025} = 2.262$

படி 7 : முடிவு

இது இருமுனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பானது, மறுக்கும் விதி $|t_0| > t_e = t_{n-1, \frac{\alpha}{2}} = t_{9,0.025} = 2.262$. என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட கூறு தகவல் $|t_0| = 1.806 < t_e = 2.262$. கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்கள் H_0 ஐ நிராகரிக்க போதுமான ஆதாரங்களை தரவில்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே வகுப்பு சராசரி மதிப்பெண்கள் 90 என்பதிலிருந்து முக்கியத்துவம் அளிக்கும் வகையில் வேறுபடவில்லை.

2.1.5 இரு முழுமைத்தொகுதிகளில் உள்ள சராசரிகளின் சமனித்தன்மை காண்பதற்கான கருதுகோள் சோதனை (சார்பற்ற வாய்ப்பு மாதிரிகள்)

வழிமுறைகள்:

படி 1 : μ_X மற்றும் μ_Y என்பவை முறையே ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட முழுமைத் தொகுதிகள் I மற்றும் II ஆகியவற்றின் சராசரிகள் என்க.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ என அமைக்க. மேலும் கீழ்க்கண்டவற்றில் இருந்து தகுந்த ஒரு மாற்று கருதுகோளைத் தெரிவு செய்க.

(i) $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$ (ii) $H_1 : \mu_X > \mu_Y$ (iii) $H_1 : \mu_X < \mu_Y$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 48 1/28/2020 7:11:49 PM

படி 2 : மாதிரி தரவுகளை விவரிக்க: $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ என்பது முழுமைத்தொகுதி I இலிருந்து வாய்ப்பு முறையில் பெறப்பட்ட m கூறுகள் கொண்ட ஒரு மாதிரி என்க. $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ என்பது முழுமைத் தொகுதி II இலிருந்து வாய்ப்பு முறையில் பெறப்பட்ட n கூறுகள் கொண்ட ஒரு மாதிரி என்க. இங்கு m மற்றும் n என்பன மிகக் குறைந்த எண்கள் அதாவது $m < 30$, மேலும் $n < 30$. இவ்விரு மாதிரிகளும் சார்பற்றவை ஆகும்.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α: (5% அல்லது 1%) என்பதை நிர்மானிக்க.

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_X-\mu_Y)}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} \text{ என}$$

H_0: $\mu_X = \mu_Y$ என்ற கருதுகோளின்படி எடுத்து கொள்க.

இங்கு

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)s_X^2+(n-1)s_Y^2}{m+n-2}}$$ என்பது ஒருங்கிணைந்த திட்டவிலக்கம்;

மேலும்

$$s_X^{\,2} = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_i-\bar{X})^2$$

$$s_Y^{\,2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2$$

இந்த மாதிரிப் பண்பளவையின் மாதிரிப் பரவல் தோரயமாக H_0 ஐப் பொறுத்து

$$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$$

என்ற $m+n-2$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t-பரவலாகும். அதாவது $t \sim t_{m+n-2}$.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட $(x_1, x_2, \ldots x_m)$ மற்றும் $(y_1, y_2, \ldots y_n)$ என்ற மாதிரிகளுக்கு $t_0 = \dfrac{(\bar{x}-\bar{y})}{s\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$ எனக்கொண்டு t இன் மதிப்பை காணவும்.

இங்கு $\bar{x}$ மற்றும் $\bar{y}$ என்பன மாதிரிகளின் சராசரிகள். $\bar{X}$ மற்றும் $\bar{Y}$ ன் மதிப்புகள் ஆகும்.

மேலும் $s_x^{\,2} = \dfrac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2$, $s_y^{\,2} = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$ என்பன மாதிரிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் ஆகும். மேலும் $s_p = \sqrt{\dfrac{(m-1)s_x^2+(n-1)s_y^2}{m+n-2}}$.

படி 6 : α மற்றும் H_1 ஐப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு t_e ஐத் தேர்ந்தெடுக்க:

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (t_e)	$t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$	$t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$	$-t_{(n-1),\alpha}$

படி 7 : தகுந்த மறுக்கும் விதியினை கீழ்க்கண்ட H_1 என்பதற்கான அட்டவணையிலிருந்து தேர்ந்தெடுத்து H_0 ஐப் பற்றி முடிவு எடுக்க.

மாற்று எடுகோள் (H_1)	$\mu_X \neq \mu_Y$	$\mu_X > \mu_Y$	$\mu_X < \mu_Y$
மறுக்கும் விதி	$\lvert t_0 \rvert \geq t_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$	$t_0 > t_{n-1,\alpha}$	$t_0 < -t_{n-1,\alpha}$

எடுத்துக்காட்டு 2.3

கீழ்க்கண்ட அட்டவணை இருபிரிவு மாணவர்கள், 15 மதிப்பெண் கொண்ட ஒரு தேர்வில் பெற்ற மதிப்பெண்களை குறிப்பதாகும்.

பிரிவு I	6	7	9	2	13	3	4	8	7	11
பிரிவு II	5	6	5	7	1	7	2	7		

இரு பிரிவு மாணவர்களும் சராசரியாக சமமான மதிப்பெண்களைப் பெற்றுள்ளனரா?

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள் μ_X மற்றும் μ_Y என்பன முறையே இரு பிரிவு மாணவர்கள் பெறும் சராசரி மதிப்பெண்கள் என்க. எனவே, இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோள் கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளன.

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_X = \mu_Y$

இரு பிரிவு மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்களின் சராசரிகள் சமம்.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu_X \neq \mu_Y$ (இருமுனை)

அதாவது இரு பிரிவு மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்கள் சமம் அல்ல.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்கள்:

பிரிவு I மாதிரியின் அளவு : $m = 10$

பிரிவு II மாதிரியின் அளவு : $n = 8$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 1\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

H_0 ஐப் பொறுத்து மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$$

H_0 ஐப் பொறுத்து t ன் மாதிரி பரவலானது $m+n-2$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t–பரவலாகும் அதாவது $t \sim t_{m+n-2}$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 50 1/28/2020 7:11:51 PM

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

மாதிரியின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் காணல்:

x_i	$u_i = x_i - \overline{x}$ $(\overline{x} = 7)$	u_i^2	y_i	$v_i = y_i - \overline{y}$ $(\overline{y} = 5)$	v_i^2
6	-1	1	5	0	0
7	0	0	6	1	1
9	2	4	5	0	0
2	-5	25	7	2	4
13	6	36	1	-4	16
3	-4	16	7	2	4
4	-3	9	2	-3	9
8	1	1	7	2	4
7	0	0			
11	4	16			
$\sum_{i=1}^{10} x_i = 70$	$\sum_{i=1}^{10} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{10} u_i^2 = 108$	$\sum_{i=1}^{8} y_i = 40$	$\sum_{i=1}^{8} v_i = 0$	$\sum_{i=1}^{8} v_i = 0$

மாதிரி சராசரி காணல்

$(x_1, x_2, ..., x_{10})$ மற்றும் $(y_1, y_2, ..., y_8)$ என்பன பிரிவு I மற்றும் II இல் உள்ள மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்கள் என்க.

x, y என்பன முறை I மற்றும் முறை II இல் உள்ள மதிப்புகள் என்க.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

இணைந்த திட்டவிலக்கம் காணல்

$$s_X^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10}(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{10} u_i^2 = \frac{108}{9} = 12$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(y_i - \overline{y})^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8} v_i^2 = \frac{38}{7} = 5.4$$

இணைந்த திட்டவிலக்கம்

$$S_p = \sqrt{\frac{(m-1)s_x^2 + (n-1)s_y^2}{m+n-2}} = \sqrt{\frac{108+38}{10+8-2}} = \sqrt{9.125} = 3.021$$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களில் இருந்து t இன் மதிப்பானது

$$t_0 = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{s_p\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} = \frac{7-5}{3.021\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{8}}} = 1.3957$$ எனக் கணக்கிடப்படுகிறது.

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இரு முனை மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.01$ ஐப் பொறுத்து $t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{16,0.005} = 2.921$

படி 7 : முடிவு

இது இரு முனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதியானது மறுக்கும் விதி $|t_0| < t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{16,0.005} = 2.921$ என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்களுக்கு $|t_0| = 1.3957 < t_e = 2.921$ கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்கள் H_0ஐ மறுப்பதற்கு போதுமான ஆதாரங்கள் தரவில்லை என்பதைக் குறிக்கிறது. எனவே இருபிரிவுகளிலும் மாணவர்கள் பெறும் மதிப்பெண்கள் சமம் என அறிகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

இருவகையான மின்கலங்களின் ஆயுட் காலத்தை (மணிகளில்) அறிந்துகொள்ள சோதனைக்கு உட்படுத்த பட்டதில் கீழ்க்கண்டத் தரவுகள் பெறப்பட்டன.

வகை	மின்கலங்களின் எண்ணிகை	சராசரி ஆயுட் காலம் (மணிகளில்)	மாதிரி திட்டவிலக்கம்
A	14	94	16
B	13	86	20

இருவகையான மின்கலங்களின் ஆயுட்காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் மாறுபாடு உள்ளதா என 5% மிகைகாண் நிலையில் காண்க.

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_X = \mu_Y$

A மற்றும் B வகை மின்கலங்களின் ஆயுட்காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க அளவில் மாற்றம் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் $H_0 : \mu_X \neq \mu_Y$

A மற்றும் B இருவகையான மின்கலங்களின் சராசரி ஆயுட்காலம் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் வெவ்வேறானவை. (இது ஒரு இரு முனை மாற்று கருதுகோள்).

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தரவுகள்:

$m = A$ வகை மின்கலங்களின் எண்ணிக்கை $= 14$

$n = B$ வகை மின்கலங்களின் எண்ணிக்கை $= 13$

$\bar{x} = A$ வகை மின்கலத்தின் சராசரி ஆயுட்காலம் (மணிகளில்) $= 94$

$\bar{y} = B$ வகை மின்கலத்தின் சராசரி ஆயுட்காலம் (மணிகளில்) $= 86$

$s_X = A$ வகை மின்கலத்தின் திட்டவிலக்கம் $=16$

$s_Y = B$வகை மின்கலத்தின் திட்டவிலக்கம் $= 20$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை:

H_0 ஐப் பொறுத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}.$$

H_0 ஐப் பொறுத்து t இன் மாதிரி பரவலானது $m+n-2$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட ஒரு t-பரவலாகும். அதாவது, $t \sim t_{m+n-2}$ ஆகும்

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

H_0 ஐப் பொறுத்து:

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$$

இங்கு இணைந்த திட்டவிலக்கம் (S_p) என்பது,

$$s_p = \sqrt{\frac{(m-1)s_X^2 + (n-1)s_Y^2}{m+n-2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(14-1)(16)^2 + (13-1)(20)^2}{14+13-2}} = \sqrt{325.12} = 18.03$$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களில் இருந்து t இன் மதிப்பானது

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s_p\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} = \frac{94-86}{18.03\sqrt{\frac{1}{14}+\frac{1}{13}}} = \frac{8}{6.944} = 1.15$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.05$ ஆனது $t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{25,\,0.025} = 2.060$.

படி 7 : முடிவு

இது ஒரு இருமுனை சோதனை என்பதால் தீர்மானிக்கும் பகுதி, மறுக்கும் விதியின்படி $|t_0| < t_e = t_{m+n-2,\frac{\alpha}{2}} = t_{25,\,0.025} = 2.060$. என்பதன் மூலம் தீர்மானிக்கப்படுகிறது கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்களுக்கு $|t_0| = 1.15 < t_e = 2.060$ மாதிரியின் தரவுகள் H_0ஐ மறுப்பதற்குப் போதுமான ஆதாரங்களைத் தரவில்லை என்பதைக் குறிக்கிறது எனவே இருவகையான மின்கலங்களின் சராசரி ஆயுட் காலத்தில் குறிப்பிடத்தக்க மாற்றம் இல்லை.

2.1.6 இரு சராசரிகளின் சமனித்தன்மையைச் சோதித்தல்–t இன் இணை சோதனை :

வழிமுறைகள்:

படி 1 : X மற்றும் Y என்பன முறையே $N(\mu_X , \sigma_X^2)$ மற்றும் $N(\mu_Y , \sigma_Y^2)$ என்ற இரு இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட ஒட்டுறவுடைய வாய்ப்பு மாறிகள் என்க. இங்கு $D = X - Y$ எனில், D என்பது $N(\mu_D = \mu_X - \mu_Y, \sigma_D^2)$ என்ற இயல் நிலைப் பரவலைப் பெற்றிருக்கும்.

கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_D = 0$

மாற்று கருதுகோளாக கீழ்க்கண்ட ஒன்றைத் தெரிவு செய்க.

(i) $H_1 : \mu_D \neq 0$ (ii) $H_1 : \mu_D > 0$ (iii) $H_1 : \mu_D < 0$

படி 2 : மாதிரித்தரவு விவரித்தல் $(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ என்பது முழுமைத் தொகுதி I இலிருந்து பெறப்பட்ட m உறுப்புகள் கொண்ட வாய்ப்பு மாதிரி மற்றும் $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_n)$ என்பது முழுமைத் தொகுதி II இலிருந்து பெறப்பட்ட n உறுப்புகள் கொண்ட வாய்ப்பு மாதிரி இவ்விரு மாதிரி உறுப்புகளும் சோடியாக ஒட்டுறவு கொண்டவை.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை: α (5% அல்லது 1%)

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\bar{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

இங்கு $\bar{D} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$; $D_i = X_i - Y_i$ மற்றும் $S = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2}{n-1}}$.

இன்மை கருதுகோளைப் பொறுத்து இந்த மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் மாதிரி பரவல் $(n-1)$ கட்டின்மை கூறு கொண்ட ஒரு t-பரவலாகும்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட தரவிற்கு t இன் மதிப்பு கணக்கிடுதல்

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

இங்கு $d_i = x_i - y_i$, மாதிரி சராசரி $\bar{d} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$

திட்ட விலக்கம் $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$

படி 6 : α மற்றும் H_1 ஐ பொறுத்து கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு t_e-ஐ தேர்வு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_D \neq 0$	$\mu_D > 0$	$\mu_D < 0$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (t_e)	$t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}$	$t_{n-1, \alpha}$	$-t_{n-1, \alpha}$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து H_1–ஐ சார்ந்த தகுந்த மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து H_0–ஐப் பற்றி முடிவெடுத்தல்.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\mu_D \neq 0$	$\mu_D > 0$	$\mu_D < 0$
மறுக்கும் விதி	$\lvert t_0 \rvert \geq t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}$	$t_0 > t_{n-1, \alpha}$	$t_0 < -t_{n-1, \alpha}$

எடுத்துக்காட்டு 2.5

ஒரு நிர்வாகம் தன்னுடைய விற்பனையாளர்களுக்கு ஒரு சிறப்பு பயிற்சி அளிக்கிறது. வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 10 விற்பனையாளர்களின் பயிற்சிக்கு முன் மற்றும் பயிற்சிக்குப்பின் பெற்ற விற்பனை மதிப்புகள் (இலட்சத்தில்) கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி விற்பனை அதிகரித்துள்ளதா என 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

விற்பனையாளர்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
பயிற்சிக்கு முன்	15	22	6	17	12	20	18	14	10	16
பயிற்சிக்குப் பின்	17	23	16	20	14	21	18	20	10	11

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_D = 0$

பயிற்சிக்குப்பின் பெறப்பட்ட சராசரி விற்பனை மதிப்பில் எந்தவித அதிகரிப்பும் இல்லை .

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \mu_D > 0$

பயிற்சிக்குப்பின் பெறப்பட்ட சராசரி விற்பனை மதிப்பில் அதிகரிப்பு உள்ளது. இது ஒரு முனை மாற்று கருதுகோளாகும்.

படி 2 : தரவு

கொடுக்கப்பட்டவை

மாதிரி அளவு $n = 10$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

இன்மை கருதுகோளின்படி, மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$T = \frac{\overline{D}}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

H_0 இன்மை கருதுகோளின்படி t-இன் மாதிரிப் பரவலானது, கட்டின்மை கூறு 9 உடைய ஒரு t-பரவலாகும்.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 55 1/28/2020 7:11:57 PM

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

$\bar{d}$ மற்றும் s காணல்:

x, y என்பன முறையே பயிற்சிக்கு முன் மற்றும் பயிற்சிக்கு பின் ஆன விற்பனை மதிப்புகள் என்க.

விற்பனையாளர்கள்	x_i	y_i	$d_i = y_i - x_i$	$d_i - \bar{d}$	$\left(d_i - \bar{d}\right)^2$
1	15	17	2	0	0
2	22	23	1	-1	1
3	6	16	10	8	64
4	17	20	3	1	1
5	12	14	2	0	0
6	20	21	1	-1	1
7	18	18	0	-2	4
8	14	20	6	4	16
9	10	10	0	-2	4
10	16	11	-5	-7	49
		மொத்தம்	$\sum_{i=1}^{n} d_i = 20$	$\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d}) = 0$	$\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2 = 140$

குறிப்பு: இங்கு $d_i = x_i - y_i$ என்பதற்கு பதிலாக $d_i = y_i - x_i$ என எளியமுறையில் கணக்கிட எடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = \frac{20}{10} = 2$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2} = \sqrt{\frac{140}{9}} = \sqrt{15.56} = 3.94$$

எனவே t_0 ன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{2}{\frac{3.94}{\sqrt{10}}} = 1.6052$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_0 என்பது ஒரு முனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் 5% மிகைகாண் நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $t_e = t_{n-1,\,\alpha} = t_{9,0.05} = 1.833$

படி 7 : முடிவு

$|t_0| = 1.6052 < t_e = t_{n-1,\,\alpha} = t_{9,0.05} = 1.833$ என்பதால் H_0 ஆனது மறுக்கப்படுவது இல்லை. எனவே பயிற்சிக்குப் பின்னர் சராசரி விற்பனையில் குறிப்பிடத்தக்க வகையில் முன்னேற்றம் இல்லை.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 56 1/28/2020 7:11:59 PM

2.2 கை–வர்க்க பரவல் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்

கார்ல் பியர்சான்
1857–1936

கார்ல் பியர்சான் என்பவர் ஓர் ஆங்கிலேய கணித வல்லுநர் மற்றும் உயிரி–புள்ளியியலாளர் ஆவார். உலகிலேயே முதல் பல்கலைகழகப் புள்ளியியல் துறையினை லண்டனில் உள்ள பல்கலைகழகக் கல்லூரியில் 1911 இல் நிறுவியவர் இவரே. கண்டெடுக்கப்பட்ட தரவுகள் ஒரு குறிப்பிட்ட நோக்கத்திற்கு சாதகமாக உள்ளதா என்பதை சோதித்தலில் முதன்மையானவர் என்பதை அவர் 1900 இல் வெளியிட்ட ஓர் ஆய்வு கட்டுரையின் மூலம் தெரியவந்தது. இச்சோதனையை அவர் கைவர்க்க செம்மைதன்மை பொருத்துதல் சோதனை என்றழைத்தார். இது அனுமானப் புள்ளியியல் ஆய்விற்கு உந்துதலாக இருந்தது. மேலும் புள்ளியியல் தனிப் பிரிவாக வளர்வதற்கு இது காரணமானது.

கார்ல் பியர்சானின் கைவர்க்க சோதனையான அனுமனாப் புள்ளியியலின் உதயம்.

– C.R ராவ்

1900–இல் வெளியிடப்பட்ட கார்ல் பியர்சானின் கைவர்க்க ஆய்வுக்கட்டுரை, புள்ளியியல் துறையில் அந்நூற்றாண்டின் இனிய தொடக்கமாகக் கருதப்படுகிறது.

– B. எஃபரன்

2.2.1 கை–வர்க்க பரவலின் வரையறை

ஒரு திட்ட இயல்நிலை மாறியின் வர்க்கமானது, கட்டின்மை கூறு உடைய ஒரு கைவர்க்க மாறி என அறியப்படுகிறது. அதாவது $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ எனில், $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ என அறிவோம். மேலும் Z^2 என்பது கட்டின்மைகூறு ஒன்று உடைய ஒரு கைவர்க்க மாறியாகும். (χ^2 என்பது கைவர்க்கம் என அழைக்கப்படுகிறது)

குறிப்பு: i) $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, எனில், $\sum_{i=1}^{n} Z_i^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \mu\right)/\sigma^2$ என்பது கட்டின்மைகூறு n உடைய ஒரு χ^2 (கைவர்க்க) மாறி ஆகும். (கைவர்க்கத்தின் கூட்டல் பண்பு)

ii) μ ஆனது $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ என்றமாறியால் மாற்றப்பட்டால் $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sigma^2}$ என்பது கட்டின்மை கூறு χ^2_{n-1} உடைய கைவர்க்க மாறியாகும்.

2.2.2 கைவர்க்க பரவலின் பண்புகள்

- இது ஒரு தொடர் பரவல்.
- இந்த பரவல் ஒரே ஒரு பண்பளவையை கொண்டுள்ளது. அதாவது n (கட்டின்மை கூறு) மட்டுமே இதன் பண்பளவை ஆகும்.
- பரவலின் வளைவரை வடிவம் அதன் கட்டின்மை கூறு சார்ந்து இருக்கிறது.
- கைவர்க்க பரவலின் சராசரி n மற்றும் அதன் திட்டவிலக்கம் $2n$ ஆகும்.
- U மற்றும் V என்ற இரு சார்பற்ற வாய்ப்பு மாதிரிகள் முறையே $\chi^2_{n_1}$ மற்றும் $\chi^2_{n_2}$ பரவல்களைப் பெற்றிருப்பின் அவற்றின் கூடுதல் $U + V$ என்பது ஒரு $\chi^2_{n_1+n_2}$ பரவலைப் பெற்றிருக்கும்.

2.2.3 கைவர்க்கப் பரவலின் பயன்பாடுகள்

- ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் மாறு பாட்டளவையை சோதித்தல் (பிரிவு 2.2.1 ஐக் காண்க)
- பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறியும் சோதனையில் பயன்படுகிறது. (பிரிவு 2.2.5 ஐக் காண்க)

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 57 1/28/2020 7:12:00 PM

- ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபட்டளவையைச் சோதித்தல். (பிரிவு 2.2.6 ஐக் காண்க)
- இவ்விரு வளைவரைகளும் மிக அதிகமாக விலகாமல் இருந்தால், பொருத்துதல் மிக நேர்த்தியாக இருக்கிறது என்று பொருள். மேற்கண்ட இருபயன்பாட்டிலுள்ள இருபுள்ளியியல் அளவையின் ஒரு கைவர்க்க சோதனை மாதிரிபரவல்.

2.2.4 இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாட்டளவைக் காண பொறுத்து கருதுகோள் சோதனை (முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி தெரியாத நிலையில்)

வழிமுறைகள்:

படி 1 : μ மற்றும் σ^2 என்பன முறையே ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு என்க. இங்கு σ^2 என்பதன் மதிப்பு தெரியாத ஒன்றாகும். σ_0^2 என்பது σ^2 ன் ஒரு அனுமதிக்கப்பட்ட மதிப்பு எனில்

இன்மை கருதுகோள்: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ என்றும்

கீழ்க்கண்டவற்றுள் தகுந்த ஒன்றை மாற்று கருதுகோளாகவும் தேர்வு செய்யவும்

(i) $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (ii) $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ (iii) $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$

படி 2 : மாதிரி/தரவுகளை விவரி மேலும் அவற்றின் விளக்க அளவுகளையும் தருக. ($X_1, X_2, \ldots, X_n$) என்பது ஒரு தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி என்க. மேலும் $n < 30$.

படி 3 : விரும்பிய மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க

படி 4 : H_0 ஐப் பொறுத்து மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ எனக் கருதுக.

H_0 ன் படி இப்புள்ளியியல் அளவையின் மாதிரிப் பரவல் தோரயமாக கட்டின்மை கூறு $(n-1)$ கொண்ட ஒரு கைவர்க்கப் பரவலாகும்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிக்கு χ^2ன் மதிப்பை $\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$ எனக் கொண்டு கணக்கிடுக.

படி 6 : α மற்றும் H_1 ஐப் பொறுத்து கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைத் தேர்வு செய்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$
தீர்வு கட்ட மதிப்பு (χ_e^2)	$\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$ மற்றும் $\chi_0^2 \leq \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{n-1,\alpha}$	$\chi^2_{n-1,1-\alpha}$

படி 7 : H_1 சார்ந்த கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையிலிருந்து தகுந்த மறுத்தளிக்கும் விதியினைத் தெரிவு செய்து H_0 ஐ பற்றி முடிவெடுக்க.

மாற்று கருதுகோள் (H_1)	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$
மறுக்கும் விதி	$\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$ மற்றும் $\chi_0^2 \leq \chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$	$\chi_0^2 > \chi^2_{n-1,\alpha}$	$\chi_0^2 < \chi^2_{n-1,1-\alpha}$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 58 1/28/2020 7:12:02 PM

குறிப்பு

முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி μ (தெரிந்த மதிப்புடையது) எனில் $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ என்ற கருதுகோளை எந்தவொரு மாற்று கருதுகோளுக்கு எதிராக சோதிக்கையில் $\chi_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{\sigma_0^2}$ என்ற கட்டின்மை கூறு n உடைய மாறியைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

ஏழாம் வகுப்பில் உள்ள 8 மாணவர்களின் எடைகள் (கி.கி) 38, 42, 43, 50, 48, 45, 52 மற்றும் 50. முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என்ற கருதுகோளை சோதிக்கவும். முழுமைத்தொகுதி இயல் நிலைதொகுதி என்றும் அதன் சராசரி μ என்பது தெரியாதது என்பதாகவும் கொள்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: $\sigma^2 = 48$ kg.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\sigma^2 \neq 48$ kg.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி. என எடுத்துக்கொள்ள முடியாது.

படி 2 : கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிப் பரவல்

மாதிரி அளவை $(n) = 8$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

அளவை, H_0 ன் படி, $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ என்பது, கட்டின்மை கூறு $(n-1)$ கொண்ட ஒரு கைவர்க்க பரவலாகும்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

$\bar{x}$ மற்றும் மாதிரியின் மாறுபாடு (s^2) காணல்

x_i	$(x_i - 46)$	$(x_i - 46)^2$
38	-8	64
42	-4	16
43	-3	9
50	4	16
48	2	4
45	-1	1
52	6	36
50	4	16
$\sum_{i=1}^{8} x_i = 368$	0	$\sum_{i=1}^{8}(x_i - \bar{x})^2 = 162$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{n} = \frac{368}{8} = 46$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i - \overline{x})^2}{(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i - 46)^2}{(8-1)} = \frac{162}{7} = 23.143.$$

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{8}(x_i - \overline{x})^2}{\sigma_0^2} = \frac{162}{48} = 3.375$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால், $\alpha = 0.05$ என்ற நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு, $\chi^2_{7,\,0.025} = 16.01$ மற்றும் $\chi^2_{7,0.975} = 1.69$.

படி 7 : முடிவு

இது ஒரு இருமுனை சோதனை என்பதால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு, $\chi_0^{\ 2} \geq \chi^{\ 2}_{n-1,\frac{\alpha}{2}}$ அல்லது $\chi_0^{\ 2} \leq \chi^{\ 2}_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}$ என்ற மறுக்கும் விதியின் கீழ் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தரவுகளின்படி மறுக்கும் விதி பூர்த்தியாகாது.

அதாவது $1.69 = \chi^2_{7,\,0.975} < \chi_0^{\ 2}\ (=3.375) < \chi^2_{7,0.025} = 16.01$.

எனவே $H_1 : \sigma^2 \neq 48$ கி.கி. என்ற கருதுகோளுக்கு சாதகமாக H_0–ஐ நிராகரிக்க முடியாது. எனவே முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 48 கி.கி என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

ஒரு இயல்நிலை தொகுதியின் சராசரி μ (தெரியாதது) மற்றும் மாறுபாடு 9. மாதிரி அளவு 9 உள்ள ஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு அதன் மாறுபாட்டு அளவையின் அளவு 5.4 எனக் கணக்கிடப்படுகிறது. H_1: $\sigma^2 > 9$ என்ற மாற்று கருதுகோளுக்கு எதிராக இன்மை கருதுகோள் H_0: $\sigma^2 = 9$ என்பதை சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: $\sigma^2 = 9$.

அதாவது, முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 9 என கருதலாம்.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\sigma^2 > 9$.

அதாவது, முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு 9 என கருது முடியாது.

படி 2 : தரப்பட்ட மாதிரி தரவு

மாதிரியின் அளவு $(n) = 9$

மாதிரியின் மாறுபாடு $(s^2) = 5.4$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

இன்மை கருதுகோள் H_0-இன் படி $\chi^{\ 2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$

என்பது கட்டின்மை கூறு $(n\text{-}1)$ கொண்ட கைவர்க்கப் பரவலாகும்.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 60 1/28/2020 7:12:07 PM

படி 5 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

H_0 ன் கீழ் கைவர்க்க மதிப்பு கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{8 \times 5.4}{9} = 4.8$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 என்பது இருமுனை மாற்று கருதுகோள் என்பதால் α $=0.05$ ன் படி தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi_e^{\ 2} = \chi^2_{8,\,0.05} = 15.507.$

படி 7 : முடிவு

இது ஒருமுனை சோதனை ஆதலால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பானது, $\chi_0^{\ 2} > \chi_e^{\ 2}$. என்ற மறுக்கும் விதியின் கீழ் தீர்மானிக்கப் படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிதரவுகளுக்கு, மறுக்கும் விதி பூர்த்தியாகாது.

அதாவது $\chi_0^{\ 2} = 4.8 < \chi^2_{8,\,0.05} = 15.507$.

எனவே H_1: $\sigma^2 \neq 9$ என்ற கருதுகோளுக்கு சாதகமாக H_0 ஐ மறுக்க முடியாது.

எடுத்துக்காட்டு 2.8

ஒரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதி சராசரி μ (தெரியாது) மற்றும் மாறுபாட்டளவை 0.018 கொண்டுள்ளது என்க. மாதிரி அளவு 20 உள்ள ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி இதிலிருந்து பெறப்பட்டு அதன் மாறுபாட்டளவை 0.024 என கணடறியப்படுகிறது H_1: $\sigma^2 < 0.018$ என்ற மாற்றுகருதுகோளுக்கு எதிராக H_0: $\sigma^2 = 0.018$ என்ற இன்மை கருதுகோளை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: $\sigma^2 = 0.018$.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவு 0.018 என கருதலாம்.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\sigma^2 < 0.018$.

அதாவது முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவு 0.018 என கருது முடியாது.

படி 2 : தரவு

மாதிரி அளவு $(n) = 20$

மாதிரியின் மாறுபாடு $(s^2) = 0.024$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

இன்மை கருதுகோளின்படி

$$\chi^{\ 2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

இது கட்டின்மை கூறு $(n-1)$ உடைய χ^2 பரவலாகும்.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 61 1/28/2020 7:12:08 PM

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் அளவு

$$\chi_0^{\;2} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{19\times 0.024}{0.018} = 25.3$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 ஆனது ஒருமுனை மாற்று எடுகோள் என்பதால் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.05$ ன் பொறுத்து $\chi_e^{\;2} = \chi^2_{19,\,0.95} = 10.117.$

படி 7 : முடிவு

இது ஒருமுனை சோதனை ஆதலால், தீர்மானிக்கும் பகுதியானது, $\chi_0^{\;2} < \chi_e^{\;2}$ என்ற மறுக்கும் விதியின்படி தீர்மானிக்கப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மாதிரிப்பரவலுக்கு மறுக்கும் விதி சரியாக இருக்காது.

ஏனெனில் $\chi_0^{\;2} = 25.3 > \chi_e^{\;2} = \chi^2_{19,\,0.95} = 10.117.$

எனவே H_0 ஆனது $2 < 0.018$ என்பதற்கு சாதகமாக மறுக்கப்படாது.

ஆதலால் முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாடு 0.018 என்று கருதலாம்.

2.2.5 பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறியும் கருதுகோள் சோதனை

பண்பு சார்ந்தவைகள்: பண்பு சார்ந்த மாறிகள் என்பன பண்பால் மட்டுமே அறியக் கூடியவை. உதாரணமாக, கல்வியறிவு எல்லை (பட்டம்), வேலைவாய்ப்பு நிலை போன்றவை. இது போன்றவைகள் மட்டம் (அல்லது) மதிப்பீடு புள்ளிகளால் எண்ணளவு ஆக்கப்படுகின்றன.

நேர்வுப்பட்டியல் அட்டவணை: பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறிதல் என்பது புள்ளியியலின் ஒரு முக்கிய பயன்பாடாகும். இம்முறையில், பண்புசார்ந்த தரவுகள் குறுக்காக பிரிக்கப்பட்டு இரு பரிமாண அட்டவனையாக கொடுக்கப்படுகிறது. ஒருவகை பண்பு சார்ந்தவைகள் நிரைகளில் பிரிக்கப்பட்டு வரிசைபடுத்தப்படுகின்றன. மற்றொரு பண்பு சார்ந்தவைகளில் நிரல்களில் பிரிக்கப்பட்டு வரிசைப்படுத்தப்படுகின்றன. இந்த அட்டவணையே நேர்வுபட்டியல் அட்டவணை எனப்படுகிறது.

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் H_0: பண்புகள் சார்பற்றவைகள்

மாற்று கருதுகோள் H_1: பண்புகள் சார்பற்றவைகள் அல்ல.

படி 2 : தரவு தொகுப்பை விளக்குதல்

நேர்வுப்பட்டியலில் உள்ள ஒவ்வொரு கட்டத்திற்குமான எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்ணை

$$E_{ij} = \frac{R_i \times C_j}{N}; \; i = 1, 2, \ldots m; \; j = 1, 2, ..n$$

என்ற விதியின்படி கணக்கிடுக

இங்கு N = மாதிரி அளவு

$R_i = i$ ஆவது நிரையின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

$C_j = j$ ஆவது நிரலின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 62 1/28/2020 7:12:08 PM

குறிப்பு

m நிரைகள் மற்றும் n நிரல்கள் உள்ள இணைப்புப் பட்டியல்.
கண்டியறிப்பட்ட தரவுகள் இணைப்பு பட்டியல் மூலம் கீழ்க்கண்டவாறு தரப்படுகிறது.

		பண்பு B						மொத்தம்
		B_1	B_2	…	B_j	…	B_n	
பண்பு A	A_1	O_{11}	O_{12}	…	O_{1j}	…	O_{1n}	R_1
	A_2	O_{21}	O_{22}	…	O_{2j}	…	O_{2n}	R_2
	:	:	:	:	:	:	:	:
	.	.	.	.	.	.	.	.
	A_i	O_{i1}	O_{i2}	…	O_{ij}	…	O_{in}	R_i
	:	:	:	:	:	:	:	:
	.	.	.	.	.	.	.	.
	A_m	O_{m1}	O_{m2}	…	O_{mj}	…	O_{mn}	R_m
மொத்தம்	C_1	C_2	…	C_j	…	C_n	$N = m \times n$	

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

விருப்பமான தீர்வு கட்டப் பகுதியை தேர்தெடுக்க α

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

இன்மை கருதுகோளின்படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை,

$$\chi_0^{\,2} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

$\chi_0^{\,2}$ இன் மதிப்பை கணக்கிடல்

(i) கண்டறியப்பட்ட மற்றும் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்கள் O_i மற்றும் E_i களுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தை ஒவ்வொரு தரவுக்கும் காண்க.

அதாவது $(O_i - E_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$ கணக்கிடுக

(ii) $(O_i - E_i)$ இன் வர்க்கம் காண்க அதாவது $(O_i - E_i)^2$ காண்க.

(iii) ஒவ்வொரு வர்க்கப்படுத்தப்பட்ட மதிப்புகளை அதற்கான எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்களால் வகுக்க, அதாவது $\dfrac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ எனக் கணக்கிடுக.

(iv) படி – (iii) இல் கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளின் கூடுதல் காண்க. இது கைவர்க்க சோதனையின் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு ஆகும்.

எனவே மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $\chi_0^{\,2} = \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 63 1/28/2020 7:12:09 PM

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பானது $(m-1)(n-1)$ கட்டின்மை கூறுகள் கொண்ட கைவர்க்க அட்டவணையிலிருந்து குறிப்பிடப்பட்ட மிகைகாண் நிலையைப் பொறுத்து பெறுகிறோம். அதாவது χ_e^2 ன் மதிப்பைப் பெறுகிறோம்

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை எடுத்துக்கொண்ட தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைப் பொறுத்து பெறப்பட்ட அட்டவணை மதிப்புடன் ஒப்பிட்டு இன்மை கருதுகோளை மறுப்பதா அல்லது மறுக்காமல் இருப்பதா என்பதை முடிவு செய்க.

குறிப்பு: மொத்த நிகழ்வெண் 50ஐ விட அதிகமாக இருக்கவேண்டும். எதிர்பார்க்கப்படும் எந்தவொரு கட்ட நிகழ்வெண்ணும் 5ஐ விட குறைவாக இருக்க கூடாது. அவ்வாறு இருந்தது எனில் அதை அதற்கு முந்தைய அல்லது பிந்தைய கட்ட நிகழ்வெண்ணோடு கூட்டி 5ஐ விட அதிகமாக மாற்ற வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையானது, வயது வாரியாகப் பிரிக்கப்பட்ட 500 மாணவர்கள் ஒரு கணிதத் தேர்வில் பெற்ற தர அட்டவணை எனில் வயது மற்றும் தேர்வில் செயல்பாடு என்ற பண்புகள் சார்பற்றவைகளா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

செயல்பாடு	வயது 20க்கு கீழ்	வயது 21–30	வயது 30க்கு மேல்	மொத்தம்
சராசரி	138	83	64	285
நன்று	64	67	84	215
மொத்தம்	202	150	148	500

தீர்வு:

படி 1 : இன்மைகருதுகள் H_0 : வயது மற்றும் செயல்பாடு சார்பற்றவை

மாற்று கருதுகோள் H_1: வயது மற்றும் செயல்பாடு சார்புடைவை

படி 2 : தரவு

நேர்வு பட்டியலில் உள்ள ஒவ்வொரு கட்டத்திற்கும் எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்ணை

$$E_{ij} = \frac{R_i \times C_j}{N} \quad i = 1,2;\ j = 1,2,3$$

என்ற விதியின் படி கணக்கிடுக

இங்கு N = மாதிரி அளவு

$R_i = i$ ஆவது நிரையின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

$C_j = j$ ஆவது நிரலின் நிகழ்வெண்களின் கூடுதல்.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 64 1/28/2020 7:12:10 PM

செயல்பாடு	சராசரிக்கும் கீழ்	சராசரி	சராசரிக்கும் மேல்	மொத்தம்
சராசரி	$\frac{285\times202}{500}=115.14$	$\frac{285\times150}{500}=85.5$	$\frac{285\times148}{500}=84.36$	285
நன்று	$\frac{215\times202}{500}=86.86$	$\frac{215\times150}{500}=64.5$	$\frac{215\times148}{500}=63.64$	215
மொத்தம்	202	150	148	500

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

கை வர்க்க சோதனை,

$$\chi_0^{\ 2} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

படி 5 : $\chi_0^{\ 2}$ இன் மதிப்பைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடுக

$$\chi_0^2 = \frac{(138-115.14)^2}{115.14}+\frac{(83-85.50)^2}{88.50}+\frac{(64-84.36)^2}{84.36}+\frac{(64-86.86)^2}{86.86}+\frac{(67-64.50)^2}{64.50}+\frac{(84-63.64)^2}{63.64}$$

$= 22.152$, கட்டின்மை கூறுகள் $(3-1)(2-1) = 2$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு χ^2 அட்டவணையிலிருந்து 5% மிகைகாண் நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^{2}_{2,0.05} = 5.991$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^{\ 2} = 22.152$ எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்பு $\chi^{2}_{2,0.05} = 5.991$ ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோள் H_0 மறுக்கப்படுகிறது எனவே பண்புகள் சார்பற்றவைகள் அல்ல

குறிப்பு

நேர்வுபட்டியல் 2 x 2 எனில் χ^2 இன் மதிப்பு கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

	A	A அல்ல	மொத்தம்
B	a	b	$a+b$
B அல்ல	c	d	$c+d$
மொத்தம்	$a+c$	$b+d$	$N=a+b+c+d$

எனில்

$$\chi_0^{\ 2} = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \sim \chi_\alpha^{\ 2}(1d.f)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.10

500 மாணவிகள் கொண்ட ஒரு குழுவில் நடத்தப்பட்ட ஓர் ஆய்வில் 60% புத்திசாலியானவர்கள் அவர்களில் 40% மாணவிகளின் தந்தையர்கள் படிப்பறிவு இல்லாதவர்கள். புத்திசாலியில்லாத

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 65 1/28/2020 7:12:15 PM

மாணவிகளில் 30% தந்தையர்கள் படித்தவர்கள். இத்தரவிலிருந்து படித்த தந்தையர்களின் குழந்தைகள் புத்திசாலியானவர்களா என்ற கருதுகோளின் முக்கியத்துவத்தைச் சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: இப்பண்புகள் சார்பற்றவை அதாவது படித்த தந்தையர்களின், குழந்தைகளின் புத்திசாலிதனத்திற்கு தொடர்பு இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1: இப்பண்புகள் சார்புடையவை. அதாவது படித்த தந்தையர்களின் குழந்தைகளின் புத்திசாலிதனத்திற்கு தொடர்பு உள்ளது.

படி 2 : தரவு தொகுப்பு

கண்டயறிப்பட்ட நிகழ்வெண்களைக் கணக்கிடல்: அதாவது (O)ஐ கணக்கிடல்

	புத்திசாலி மாணவிகள்	புத்திசாலிதனமில்லா மாணவிகள்	நிரை கூடுதல்
படித்த தந்தையர்கள்	$300-120=180$	$\frac{30}{100}\times 200=60$	240
படிப்பறிவில்லா தந்தையர்கள்	$\frac{40}{100}\times 300=120$	$200-60=140$	260
நிரலின் கூடுதல்	$\frac{60}{100}\times 500=300$	$500-300=200$	$N=500$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0 வின் படி மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை.

$$\chi_0^2 = \frac{N(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

படி 5 : χ^2 இன் மதிப்பை காணல்

இங்கு, $a = 180, b = 60, c = 120, d = 140, N = 500$

$$\chi_0^2 = \frac{500(180\times 140-60\times 120)^2}{(180+60)(120+140)(180+120)(60+140)} = 43.269$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

கைவர்க்க அட்டவணையிலிருந்து, 5% மிகைகாண் நிலையில், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{1,0.05} = 3.841$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட χ^2இன் மதிப்பு $\chi_0^2 = 43.269$

இது எதிர்ப்பார்க்கப்படும் $\chi^2_{1,0.05} = 3.841$ ஐ விட அதிகம். எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. எனவே படித்த தந்தையர்க்கும், அவர்தம் குழந்தைகளின் (மாணவிகள்) புத்திசாலித் தனத்திற்கும் தொடர்பு உள்ளது.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 66 1/28/2020 7:12:15 PM

2.2.6 பொருத்துதலின் செம்மைத்தன்மையை அறியும் சோதனைகள்

கைவர்க்க பரவலின் மற்றொரு முக்கியமான பயன்பாடு என்பது கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை ஒரு முறையோடு (அல்லது) பரவலோடு, பொருத்துதலின் செம்மைத்தன்மை அறிய ஒரு சோதனையாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. இப்பயன்பாடு கணித அறிவியலில் மிகமுக்கியமான கண்டுபிடிப்பாக இருபதாம் நூற்றாண்டுகளில் உணரப்பட்டது. பொருத்துதலின் செம்மை என்பது கண்டயறிப்பட்ட நிகழ்வெண்ணிற்கும், எதிர் பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்ணிற்கும் உள்ள நெருக்கத்தைக் குறிக்கிறது. இவ்விரு பரவல்களின் வளைவரைகள் ஒன்றோடு ஒன்று சேராமலோ அல்லது மிக விலகும் தன்மையிலோ இருப்பின், பொருத்துதல் என்பது செம்மையாக இல்லை என்பதைக் குறிக்கிறது.

இவ்விரு வளைவரைகளும் மிக அதிகமாக விலகாமல் இருந்தால், பொருத்துதல் மிக நேர்த்தியாக இருக்கிறது என்று பொருள்.

பொருத்துதலின் செம்மைத்தன்மையின் முக்கியத்துவத்தை அறியும் சோதனைக்கான வழிமுறைகள்

படி 1 : கருதுகோள்களை வடிவமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் H_0 : கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்புகளைப் பொருத்துதல் செம்மையாக உள்ளது

மாற்று கருதுகோள் H_1 : கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்புகளைப் பொருத்துதல் செம்மையாக இல்லை

படி 2 : தரவுகளின் தொகுப்பு

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு உகந்த கருத்துருபரவலான ஈருறுப்பு பரவல் (அ) பாய்ஸான் பரவல் பயன்படுத்தி எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்களைக் கணக்கிடுக.

படி 3 : தகுந்த மிகைகாண் நிலை α ஐத் தேர்ந்தெடு

படி 4 : மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

இங்கு k என்பது பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை

O_i மற்றும் E_i என்பன முறையே, i–வது பிரிவின் கண்டறியப்பட்ட மற்றும் எதிர்ப்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்பிரிவுகளாகும்.

இவை, $\sum_{i=1}^{k} O_i = \sum_{i=1}^{k} E_i$ என்ற நிபந்தனையுடன் k–1–s என்ற கட்டின்மைகூறு அளவில் பெறப்படுகின்றன.

இங்கு S என்பன தீர்மானிக்கப்படக்கூடிய பண்பளவைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் k என்பது பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை

படி 5 : கைவர்க்க மதிப்பைக் கணக்கிடல்

கைவர்க்க மதிப்பைக் கணக்கிடுதல் கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

$$\chi_0^{\,2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

கொடுக்கபட்ட மிகைகாண் நிலையில், χ^2ன் அட்டவணையிலிருந்து, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைப்பெறுக.

கட்டின்மை கூறு	ஈருறுப்பு பரவல்	பாய்ஸான் பரவல்
γ	$n-1$	$n-2$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட சோதனைபுள்ளியியலின் அளவை, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மிகைகாண் நிலையில், அட்டவணை மதிப்புபோடு ஒப்பிட்டு, இன்மை கருதுகோளை ஏற்கவோ, மறுக்கவோ முடிவெடுக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

5 நாணயங்கள் 640 முறை சுண்டப்பட்டு கீழ்க்கண்ட முடிவுகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
நிகழ்வெண்	19	99	197	198	105	22

மேற்கண்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொறுத்து, அதன் செம்மைத்தன்மையைச் சோதிக்க.

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்துதல் உகந்தது.

மாற்று கருதுகோள் H_1: கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்துவது உகந்ததல்ல.

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல்:

n = ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்பட்ட நாணயங்களின் எண்ணிக்கை = 5

N = மீண்டும், மீண்டும் நடத்தப்பட்ட சோதனைகளின் எண்ணிக்கை = 640

பரவலின் சராசரியை காண்பதற்கு

x	f	fx
0	19	0
1	99	99
2	197	394
3	198	594
4	105	420
5	22	110
Total	640	1617

சராசரி: $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1617}{640} = 2.526$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 68 1/28/2020 7:12:16 PM

ஈருறுப்பு பரவலின் நிகழ்தகவு திண்மைச்சார்பு:

$$p(x) = {}^{n}C_x\, p^x\, q^{n-x},\ x = 0,1,\dots,n \qquad (2.1)$$

ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி $\bar{x} = np$.

எனவே, $$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n} = \frac{2.526}{5} \approx 0.5$$

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} \approx 0.5$$

$x = 0$ எனும் போது சமன்பாடு 2.1 லிருந்து

$P(X = 0) = P(0) = 5c_0\,(0.5)^5 = 0.03125$

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்: $E(x) = N\,P(x)$

$x = 0$ எனும் போது

$E(0) = N \times \mathrm{P}(0)$

$= 640 \times 1/32 = 20$

மறுதரவு தொடர்பின்படி, $x+1$ இல் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்தகவு

$$E(X+1) = \frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right)E(X)$$

x	$\frac{n-x}{x+1}$	$\frac{p}{q}$	$\frac{n-x}{x+1}\left(\frac{p}{q}\right)$	எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் $E(x) = N\,P(x)$
0	5	1	5	20
1	2	1	2	100
2	1	1	1	200
3	0.5	1	0.5	200
4	0.2	1	0.2	100
5	0	1	0	20

எதிர்பார்க்கும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை (அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5	Total
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்	20	100	200	200	100	20	640

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 69 1/28/2020 7:12:17 PM

படி 5 : χ^2 மதிப்பைக் கணக்கிடல்

H_0 ஐப் பொறுத்து மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை:

$$\chi_o^{\ 2} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

கண்டெடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் (O_i)	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் (E_i)	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
19	20	–1	1	0.050
99	100	–1	1	0.010
197	200	–3	9	0.045
198	200	–2	4	0.020
105	100	5	25	0.250
22	20	2	4	0.200
			மொத்தம்	0.575

$$\chi_0^{\ 2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$
$$= 0.575$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

கட்டின்மை கூறுகள் $= k - 1 - s = 6 - 1 - 1 = 4$

5% மிகைகாண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு 4க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு 9.488 அதாவது, $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^{\ 2}(=0.575)$ ஆனது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$, ஐ விட குறைவாக இருப்பதால் நாம் இன்மை கருதுகோளை நிராகரிக்க முடியாது. எனவே ஈருறுப்பு பரவலை பொருத்துதல் சரியானதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.12

பந்து முனைப் பேனாக்கள் உள்ள 100 பெட்டிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள பழுதடைந்த பேனாக்களின் எண்ணிக்கையின் பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு தரப்பட்டுள்ளது:

x	0	1	2	3	4	5
f	61	14	10	7	5	3

கொடுக்கப்பட்ட தரவிற்கு, பாய்ஸான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்ததா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 70 1/28/2020 7:12:19 PM

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்குப் பாய்ஸான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது.

மாற்று கருதுகோள் H_1: கொடுக்கப்பட்ட தரவு தொகுப்புக்கு பொருத்தப்பட்ட பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் உகந்தது அல்ல.

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் மற்றும் சராசரி கணக்கிடல்

x	f	fx
0	61	0
1	14	14
2	10	20
3	7	21
4	5	20
5	3	15
மொத்தம்	100	90

சராசரி

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{90}{100} = 0.9$$

எனவே $m = \bar{x} = 0.9$

பாய்சான் பரவலின் நிகழ்தகவுத்திண்மை சார்பு:

$$p(x) = \frac{e^{-m} m^x}{x!};\ x = 0, 1, \ldots \tag{2.2}$$

$x = 0$ எனும் போது (2.2) லிருந்து

$$p(0) = \frac{e^{-m}\ m^0}{0!} = e^m = e^{0.9} = 0.4066 \cdot$$

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்: $E(x) = N\,P(x)$

$x = 0$ எனும்போது

$$N \times P(0)$$
$$= 100 \times 0.4066$$
$$= 40.66$$

மறுதரவு தொடர்பின்படி $x+1$ எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண் $E(x+1) = \dfrac{m}{x+1} \times E(x)$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 71 1/28/2020 7:12:22 PM

x	$\frac{m}{x+1}$	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் $E(x) = N\,P(x)$
0	0.9	40.66
1	$\frac{0.9}{2}$	36.594
2	$\frac{0.9}{3}$	16.4673
3	$\frac{0.9}{4}$	4.94019
4	$\frac{0.9}{5}$	1.1115
5	$\frac{0.9}{6}$	0.20007

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் பரவல் அட்டவணை(அருகிலுள்ள முழு எண்களுக்கு மாற்றிய பின்)

x	0	1	2	3	4	5
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்	41	37	16	5	1	0

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

படி 5 : χ^2 மதிப்பை கணக்கிடல்

கண்டெடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் (O_i)	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் (E_i)	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
61	41	20	400	9.756
14	37	-23	529	14.297
10	16	-6	36	2.250
$\left.\begin{matrix}7\\5\\3\end{matrix}\right\}15$	$\left.\begin{matrix}5\\1\\0\end{matrix}\right\}6$	9	81	13.5
			மொத்தம்	39.803

H_0 இன் கீழ் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை:

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$

குறிப்பு: மேற்கண்ட அட்டவணையில் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்களில் கட்ட நிகழ்வெண்கள் 0, 1 என்பவை 5 ஐ விடக் குறைவானது எனக் காண்கிறோம் எனவே அவற்றிற்கு முந்திய அல்லது பிந்தைய நிகழ்வெண்களோடு இணைத்து 5 ஐ விட அதிகமாக்குகிறோம். இங்கு முந்தைய கட்ட நிகழ்வெண் 5 ஐ இவைகளுடன் இணைத்து 5 ஐ விட அதிகமாக்குகிறோம். இதேபோல இவற்றிற்கு தொடர்புடைய கண்டறியப்பட்ட நிகழ்வெண்களையும் இணைக்கிறோம்.

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$
$$= 39.803$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

கட்டின்மை கூறுகள் = $(k - 1 - s) = 4 - 1 - 1 = 2$

5% மிகைகாண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு 2 க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு 5.991 அதாவது, $\chi^2_{2,0.05} = 5.991$

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட கைவர்க்க மதிப்பு $\chi_0^{\,2}(=39.803)$ என்பது 5% மிகைகாண் நிலையில் கட்டின்மை கூறு 2க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (5.991) ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் இன்மை கருதுகோளை மறுக்கிறோம். கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு பாய்சான் பரவல் பொருத்துதல் என்பது உகந்தது அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 2.13

ஒரு போட்டித்தேர்வில் 800 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவினர் பங்கு கொண்டனர். அவர்களில் 320 மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெறவில்லை, 270 மாணவர்கள் 3ஆம் தர நிலையைப் பெற்றனர் 190 மாணவர்கள் 2ஆம் தர நிலையையும் மற்றும் மீதமுள்ளவர்கள் முதல் தர நிலையையும் பெற்றனர். தர நிலைகளின் விகிதம் முறையே 4:3:2:1 என உள்ளதாக பொதுவான ஒரு கருத்து உள்ளது. தரங்களின் விகிதத்தைப் பற்றிய பொதுவான கருத்து சரியாக உள்ளதா?

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: இந்நான்கு தரநிலைகளில் உள்ள முடிவுகள் 4:3:2:1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது.

மாற்று கருதுகோள் H_1: இந்நான்கு தரநிலைகளில் உள்ள முடிவுகள் 4:3:2:1 என்ற விகிதத்தில் இல்லை.

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல்

இன்மை கருதுகோள் H_0-இன்படி இந்நான்கு தரநிலைகளின் எதிர்பபாக்கப்படும் நிகழ்வெண்கள்.

$$\frac{4}{10}\times 800 = 320\,; \frac{3}{10}\times 800 = 240; \frac{2}{10}\times 800 = 160; \frac{1}{10}\times 800 = 80$$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 73 1/28/2020 7:12:23 PM

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

H_0இன் கீழ் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$

படி 5 : H_0 இன் கீழ் மாதிரிப்பண்பளவைச்சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

கண்டெடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் (O_i)	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் (E_i)	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
320	320	0	0	0
270	240	30	900	3.75
190	160	30	900	5.625
20	80	-60	3600	45
			மொத்தம்	54.375

இங்கு கைவர்க சோதனை

$$\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$
$$= 54.375$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

5% மிகைகாண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு 3க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு 7.81 அதாவது, $\chi^2_{3,0.05} = 7.81$.

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட χ^2–இன் மதிப்பு $\chi_0{}^2(=54.375)$ என்பது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{3,0.05} = 7.81$ ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் H_0 ஐ மறுக்கிறோம்.

எனவே, முடிவுகளின் தரநிலைகள் 4:3:2:1 என்ற விகிதத்தில் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 2.14

தொலைபேசி கையேட்டில் இருந்து வாய்ப்புமுறையில் பெறப்பட்ட எண்களில் உள்ள இலக்கங்களின் பரவல் அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

இலக்கங்கள்	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
நிகழ்வெண்கள்	1026	1107	997	966	1075	933	1107	972	964	853

தொலைபேசி கையேட்டில் இருந்து எண்களைப் பெறும்போது இலக்கங்கள் சமமான எண்ணிக்கையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளனவா எனச் சோதிக்க.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 74 1/28/2020 7:12:24 PM

தீர்வு:

படி 1 : இன்மை கருதுகோள் H_0: இலக்கங்கள் தொலைபேசி கையேட்டில் சமமான எண்ணிக்கையில் நிகழ்கின்றன.

மாற்று கருதுகோள் H_1: இலக்கங்கள் தொலைபேசி கையேட்டில் சமமான எண்ணிக்கையில் நிகழவில்லை.

படி 2 : தரவு

எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் கணக்கிடல் $= \dfrac{10000}{10} = 1000$

ஒவ்வொரு இலக்கத்திற்கும் எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண்.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனை

$$\chi_0^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$

படி 5 : H_0 இன் கீழ் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடல்

கண்டெடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் (O_i)	எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் (E_i)	$O_i - E_i$	$(O_i - E_i)^2$	$\dfrac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1026	1000	26	676	0.676
1107	1000	107	11449	11.449
997	1000	3	9	0.009
966	1000	34	1156	1.156
1075	1000	75	5625	5.625
933	1000	67	4489	4.489
1107	1000	107	11449	11.449
972	1000	28	784	0.784
964	1000	36	1296	1.296
853	1000	147	21609	21.609
			மொத்தம்	58.542

இங்கு கைவர்க சோதனை

$$\chi_0^{\,2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(O_i - E_i\right)^2}{E_i}$$
$$= 58.542$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

5% மிகைகாண் நிலையில், கட்டின்மை கூறு 9க்கான தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு 16.919 அதாவது, $\chi^2_{9,0.05} = 16.919$.

படி 7 : முடிவு

கணக்கிடப்பட்ட $\chi_0^{\,2}$ (58.542) என்பது தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\chi^2_{9,0.05} = 16.919$ ஐ விட அதிகமாக இருப்பதால் H_0 ஐ மறுக்கிறோம்.

எனவே, தொலைபேசி கையேட்டில் இலக்கங்கள் சீராக நிகழவில்லை.

நினைவில் கொள்க

- கூறுகளின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 30 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பின், அக்கூறு சிறு கூறு என அழைக்கப்படும்.
- t-சோதனை நடத்துவதற்கு முழுமைத் தொகுதி(கள்) இயல்நிலை தொகுதியாக இருக்க வேண்டும். மேலும் கூறு(கள்) சிறு கூறாக இருக்க வேண்டும்.
- இரு கூறுகளுக்கான t-பரவல் சார்ந்த கணக்குகளுக்கு இரு கூறுகளின் மொத்த அளவுகள் 30 ஐ விடக் குறைவாக இருக்கவேண்டும்.
- t-பரவல் சராசரி (பூஜ்ஜியம்) ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.
- கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாகும்போது t-பரவல் $N(0, 1)$ இயல் நிலைப் பரவலை நெருங்குகிறது.
- கட்டின்மை கூறு என்பது கூறில் உள்ள சார்பற்ற உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது.
- இயல்நிலை தொகுதியின் சராசரியைப் பொறுத்த கருதுகோளை சோதிப்பதற்கான மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் மாதிரிப் பரவல் t_{n-1}. இங்கு n சிறியது மற்றும் σ தெரியாது.
- இரு இயல்நிலை தொகுதியின் சராசரிகளின் சமனித் தன்மையைச் சோதிப்பதற்கான மாதிரிப்பண்பளவையின் மாதிரிப் பரவல் t_{m+n-2}. இங்கு $m, n < 30$. மேலும் இரு முழுமைத்தொகுதிகளுக்குமான மாறுபாட்டளவை σ^2 தெரியாது.
- $Z \sim N(0,1)$ எனில் $Z^2 \sim \chi^2$ ஆகும்.
- கைவர்க்கப்பரவலின் பயன்பாடுகள் (i) பொருத்துதலின் செம்மைத் தன்மையை சோதித்தல் (ii) பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை சோதித்தல் (iii) நேர்வுப்பட்டியலில்
- எந்த ஒரு கட்டத்திலும் எதிர்பாக்கப்படும் நிகழ்வெண் 5 ஐ விடக் குறைவாக இருக்கும் எனில் அந்நிகழ்வெண் அருகில் உள்ள கட்ட நிகழ்வெண்களுடன் சேர்த்து, பெறப்படும் கட்டத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் 5ஐ விட அதிகமாக்கப்படுகிறது.
- பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையைச் சோதிக்கும் கைவர்க்க மாதிரிப்பண்பளவையின் கட்டின்மை கூறு $(m-1) \times (n-1)$
- பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை அறியும் சோதனைகளில் கட்டங்களின் எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

  $$\frac{\text{நிரையின் மொத்தம்} \times \text{நிரலின் மொத்தம்}}{\text{மாதிரி அளவு}}$$

- பொருத்துதலின் செம்மைத்தன்மை அறியும் சோதனைகளில் எதிர்பார்க்கப்படும் கட்ட நிகழ்வெண் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.
  மாதிரி அளவு × கட்டம் நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 76 1/28/2020 7:12:26 PM

பயிற்சிகள் 2

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

X8FK5A

1. ஸ்டூடன்ட் 't' பரவலை உருவாக்கியவர்

அ) கார்ல் பியர்சான் ஆ) லாப்லாஸ்

இ) ஆர். ஏ. பிஷர் ஈ) வில்லியம். எஸ். காஸட்

2. t-பரவலின் வீச்சகம்

அ) $-\infty < t \leq 0$ ஆ) $0 \leq t < \infty$ இ $-\infty < t < \infty$ ஈ) $0 \leq t \leq 1$

3. t-பரவலின் இணை சோதனை பயன்படுத்தப்பட வேண்டுமெனில், இரு மாதிரிகளின் உறுப்புகள்

அ) சோடியானவை ஆ) ஒட்டுறவானவை

இ) எண்ணிக்கையில் சமமாக ஈ) இவை அனைத்துமாக

4 $t = \dfrac{(\bar{x}-\mu)}{s/\sqrt{n}}$ என்ற மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை (Test Statistic)யின் கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை

அ) $n - 1$ ஆ) n இ) $n - 2$ ஈ) $n + 1$

5. சிறு கூறுகளைப் பொறுத்தவரையில், இரு மாதிரி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசத்தை காண்பதற்கான திட்டப்பிழை

அ) $\sigma^2\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}$ ஆ) $\dfrac{\sigma_1^2}{m}+\dfrac{\sigma_2^2}{n}$ இ) $s_p\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}$ ஈ) $\sqrt{\dfrac{\sigma_1}{m}+\dfrac{\sigma_2}{n}}$

6. மாதிரி அளவானது 30 ஐ விட அதிகமாகும்போது, t-பரவல் நெருங்குவது

அ) இயல் நிலை பரவல் ஆ) F-பரவல்

இ) கை வர்க்கப் பரவல் ஈ) பாய்ஸான் பரவல்

7. மாதிரி அளவு 10 உடைய ஒரு மாதிரியின் மாறுபாட்டளவை 324 எனில் மாதிரி சராசரிக்கான திட்ட பிழை

அ) $18/\sqrt{10}$ ஆ) $18/10$ இ) $10/18$ ஈ) $2/\sqrt{5}$

8. ஒரு இயல்நிலைதொகுதியின் சராசரியை ஒப்பிடுவதற்கான கருதுகோள் சோதனைக்காக 16 கூறுகள் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்படுகிறது.அதற்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்

அ) 14 ஆ) 15 இ) 16 ஈ) 8

9. இரு மாதிரி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசத்திற்கான திட்டபிழை

அ) $\sqrt{\dfrac{ms_1^2+ns_2^2}{m+n}}$ ஆ) $\sqrt{\dfrac{(m-1)s_1^2+(n-1)s_2^2}{m+n}}$

இ) $\sqrt{\dfrac{ms_1^2+ns_1^2}{m+n+2}}$ ஈ) $\sqrt{\dfrac{(m-1)s_1^2+(n-1)s_2^2}{m+n-2}}$

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 77 1/28/2020 7:12:27 PM

10. விற்பனையை உயர்ந்துவதற்காக ஒரு நிர்வாகம், அதன் விற்பனை பிரதிநிதிகளுக்கு ஒரு பயிற்சி அளித்தது. 6 விற்பனை பிரதி நிதிகள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு, அவர்கள் பயிற்சிக்கு முன்னும் பின்னும் செய்த விற்பனை அளவுகள் பதிவிடப்பட்டது. அவர்களின் சராசரி விற்பனை அளவு உயர்ந்துள்ளதா என்பதை சோதிப்பதற்கு உகந்த சோதனை

அ) இயல்நிலை சோதனை   ஆ) இணைந்த t-சோதனை
இ) χ^2-சோதனை   ஈ) F-சோதனை

11. 5×4 வரிசையுடைய நேர்வு பட்டியலுக்கான கைவர்க்க சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்

அ) 18   ஆ) 17   இ) 12   ஈ) 25

12. ஒரு இயல்நிலை முழுமைதொகுதியின் மாறுபாட்டளவை சார்ந்த கருதுகோளை சோதிப்பதற்கு __________ பயன்படுத்தப்படுகிறது.

அ) t-சோதனை   ஆ) F-சோதனை
இ) Z-சோதனை   ஈ) கைவர்க்க சோதனை

13. σ^2 என்பது ஒரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாடு எனில், $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ என்ற கருதுகோளை சோதிப்பதற்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையின் கட்டின்மை கூறுகள்.

அ) $n-1$ ஆ) $n+1$ இ) n ஈ) $n-2$

14. கட்டின்மை கூறுகள் n உடைய கை வர்க்க சோதனையின் மாறுபாடு மதிப்புகளின்

அ) n ஆ) n-1   இ) $2n$ ஈ) $n+1$

15. χ^2 புள்ளியியல் k பிரிவுகள் கொண்ட s எண்ணிக்கையில் பண்பளவைகளை மதிப்பிடக்கூடிய ஒரு தரவின் செம்மை தன்மையை அறிய x^2 சோதனை நடத்தப்படுகிறது எனில் அதன் கட்டினமை கூறுகள்.

அ) $k-s$ ஆ) $(k-1)(s-1)$ இ) $k-1-s$ ஈ) $k-1$

16. $m \times n$வரிசை உடைய நேர்வு பட்டியலுக்கான, χ^2-மாதிரிப் பண்பளவையானது

அ) $\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$ ஆ) $\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{k}\left[\frac{(O_i - E_i)}{E_i}\right]^2$

இ) $\chi_0{}^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i - E_i)}{E_i}$ ஈ) $\chi_c{}^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{O_i}{E_i}$

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

17. t-மாதிரிப் பண்பளவையை வரையறு.
18. கட்டின்மை கூறுகள் – வரையறு.
19. இணைந்த t-மாதிரிப் பண்பளவையை வரையறு.
20. இணைந்த t-மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையை எப்போது பயன்படுத்தலாம்?
21. மாதிரி சராசரிகளின் வேறுபாட்டின் முக்கியத்துவத்தை அறியும் மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையை எழுதுக.
22. மாதிரி சராசரிகளின் வித்தியாசத்திற்கான சோதனையின் திட்டபிழையை எழுதுக.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 78   1/28/2020 7:12:29 PM

23. கை வர்க்க மாதிரிப்பண்பளவையை வரையறு.

24. கை வர்க்க பரவலின் பயன்பாடுகளை எழுதுக.

25. கை வர்க்க சோதனைக்கு மிக குறைந்த அளவிலான தேவைகள் யாவை?

26. பண்பை (Attribute) வரையறு.

27. ஈருறுப்பு பரவலை அமைப்பதற்கான, மறுதரவு தொடர்பு சூத்திரத்தை தருக.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

28. t–பரவலின் பண்புகளைப் பட்டியலிடுக.

29. t–பரவலின் பயன்பாடுகளைக் கூறுக.

30. முழுமைத் தொகுதியின் சராசரியை சோதிப்பதற்கான, சோதனையின் செய்முறையை விவரி.

31. இரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தின் முக்கியத்துவத்தை காணும் சோதனையின், செய்முறையை விவரி.

32. 10 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு, ஒரு குறிப்பிட்ட பாடத்தில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பெறப்படுகிறது. அவற்றின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் முறையே 60 மற்றும் 6.5. அப்பாடத்தில் மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண் 55 என்ற கருதுகோளை சோதிக்க.

33. χ^2–பரவலின் பண்புகளை கூறுக.

34. நேர்வுப்பட்டியல் என்றால் என்ன?

35. முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டளவையை எவ்வாறு சோதிப்பாய்?

36. பண்புகளின் சார்பற்ற தன்மையை சோதிப்பதற்கான செய்முறைகளைத் தருக.

37. பொருத்துதலின் செம்மை தன்மையை அறியும் சோதனை பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.

38. 2×2 வரிசையுடைய நேர்வு அட்டவணைக்கான மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையைத் தருக.

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

39. 100 கிராம் என எடை குறிப்பிடப்பட்ட முந்திரி பருப்புகள் கொண்ட பத்து உறைகள் உள்ள மாதிரியில், உறைகளின் எடை 70, 120, 110, 101, 88, 83, 95, 98, 107 மற்றும் 100 என கண்டறியப்படின், முழுமை தொகுதியின் சராசரி 100 கிராம் என்ற கருது கோளை சோதிக்கவும்.

40. முந்தைய பதிவுகளின்படி ஒரு மட்டைப்பந்து விளையாட்டு வீரரின் சராசரி ஓட்டம் 80 எனத்தெரிகிறது. அண்மையில் அவர் விளையாடிய 6 சோதனை போட்டிகளில் பெற்ற ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை 84, 82, 83, 79, 83 மற்றும் 85 எனில், அவரின் சராசரி ஓட்டம் 80 ஐ விட அதிகமா என சோதிக்க.

41. ஒரு நகரம் Aஇல் உள்ள 6 மழை மரங்களின் உயரங்கள் (அடிகளில்) 30, 28, 29, 32, 31, 36 மற்றும் மற்றொரு நகரம் Bஇல் உள்ள 8 மழை மரங்களின் விவரங்கள் 35, 36, 37, 30, 32, 29, 35, 30 மழை மரங்களின் உயரங்களுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் சிறப்பு வாய்ந்ததா என அறிக.

42. இருவகையான மின் விளக்குகளின் ஆயுட் காலத்தை (மணிகளில்) சோதிப்பதற்காகப் பெறப்பட்ட இரண்டு மாதிரிகளிலிருந்து கீழ்க்கண்ட தரவுகள் பெறப்பட்டன.

	வகை-I	வகை-II
மின் விளக்குகளின் எண்ணிக்கை	8	7
மாதிரிகளின் சராசரி (மணிகளில்)	1134	1024
மாதிரிகளின் திட்டவிலக்கம் (மணிகளில்)	35	40

5% மிகைகாண் நிலையில் மாதிரிகளின் சராசரிகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என்பதை ஆய்வு செய்க.

43. 5 தட்டச்சர்கள் முற்பகலில் 1 மணி நேரத்தில் தட்டச்சு செய்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 10, 12, 13, 8, 9. மற்றும் அவர்கள் பிற்பகலில் 1 மணி நேரத்தில் தட்டச்சு செய்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 11, 15, 12, 10, 8 தட்டச்சு செய்யப்பட்ட பக்கங்களின் எண்ணிக்கையில் உள்ள வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என்பதை ஆய்வு செய்க.

44. 5 நபர்களின் நுண்ணறிவு திறனை அறிவதற்காக, சோதனைகள் ஒரு பயிற்சிக்கு முன்னும் பின்னும் நடத்தப்பட்டது. அவற்றின் முடிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு பெறப்படுகிறது.

நபர்கள்	I	II	III	IV	V
பயிற்சிக்கு முன் நுண்ணறிவு திறன்	110	120	123	132	125
பயிற்சிக்கு பின் நுண்ணறிவு திறன்	120	118	125	136	121

நுண்ணறிவு திறனில் ஏதேனும் முன்னேற்றம் உள்ளதா என 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

45. புள்ளியியல் பாடத்தில் 9 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களும், வணிக கணித பாடத்தில் 12 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களும், கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

புள்ளியியல் பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள்	65	74	64	58	60	67	71	69	75			
வணிக கணித பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள்	52	45	59	47	53	64	58	62	54	61	57	48

இம்மாணவர்கள் பாடங்களில் சராசரியாக பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கு இடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதா என 1% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

46. 6 மாணவர்க்கு ஒரு பயிற்சிக்கு முன்னும், பின்னும் நடத்தப்பட்ட தேர்வில் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பதிவிடபட்டு கீழ்க் கண்டவாறு அட்டவனைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது. இப்பயிற்சி ஆனது அவர்களின் மதிப்பெண்களை உயர்த்துவதற்கு உதவிகரமாக இருந்ததா என சோதிக்க.

பயிற்சிக்கு முன்	100	160	113	122	120	105
பயிற்சிக்கு பின்	120	155	120	128	115	100

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 80 1/28/2020 7:12:29 PM

47. ஒரே நேரத்தில் 4 நாணயங்கள் 144 முறை சுண்டப்பட்ட சோதனையில் ஒவ்வொரு முறையும் பெறப்பட்ட தலைகளின் எண்ணிக்கை கீழ்க்கண்டவாறு பெறப்பட்டன.

தலைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
நிகழ்வெண்	10	34	56	36	8

நாணயங்கள் பிழையற்றவை என்ற அனுமானத்தின்படி ஓர் ஈருறுப்புப் பரவலைப் பொருத்த முடியுமா என சோதிக்க.

48. ஒரு வேலை நேரப்பிரிவில் தயாரிக்கப்பட்ட குறைபாடுள்ள கூர் கத்திகளின் எண்ணிக்கை, 100 வேலை நேர பிரிவுகளில் காணப்பட்டு கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

குறைபாடுள்ள கூர் கத்திகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4
வேலை நேரப் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை	12	14	23	18	33

இத்தரவு, சராசரி 0.44 உடைய ஒரு பாய்சான் பரவலாக உள்ளதா என சோதிக்க மேலும் $\alpha = 0.05$ என எடுத்துக்கொள்க.

49. இரு தொழிற்சாலைகளில் தயாரிக்கப்பட்ட மின்சாதன பொருட்கள் கொண்ட ஒரு வாய்ப்பு மாறி பெறப்படுகிறது. அவற்றின் தரப்பிரிவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தொழிற்சாலை	தரப்பிரிவுகள்				மொத்தம்
	குறை	நடுத்தரம்	நன்று	மிக நன்று	
A	136	165	151	148	600
B	31	58	55	36	180
மொத்தம்	167	223	206	184	780

தொழிற்சாலைகளுக்கும் தரப்பிரிவுகளுக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதை சோதிக்க.

50. ஒரு நகரத்தில் வாய்ப்புமுறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 2000 நபர்களுக்கு நடத்தப்பட்ட கண் பார்வை சோதனையில் கீழ்க்கண்ட தரவுகள் பெறப்பட்டன.

பாலினம்	கண்பார்வை		மொத்தம்
	குறை	நன்று	
ஆண்	620	380	1000
பெண்	550	450	1000
மொத்தம்	1170	830	2000

கண்பார்வைக்கும், பாலினத்திற்கு இடையே தொடர்பு உண்டு என்று நாம் முடிவு எடுக்க, முடியுமா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையின் கீழ்காண்க.

51. 10 மாணவர்களின் எடைகள் (கி.கி) கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது 38, 40, 45, 53, 47, 43, 55, 48, 52, 49 இப்பத்து மாணவர்கள் கொண்ட மாதிரி பெறப்பட்ட அனைத்து மாணவர்களின் நிறைகளைக் கொண்ட பரவலின் மாறுபாடு 20 கி.கி என நாம் முடிவெடுக்க முடியுமா.

52. 200 வீடுகள் கொண்டு ஒரு குடியிருப்பில் 90 பெண்கள் A மற்றும் B என்ற இரு வகையான தலைமுடித் தைலங்களைப் பயன்படுத்துகின்றனர். மேலும் 60 பெண்கள் மற்றும் 70 ஆண்கள் A வகை தலைமுடித் தைலத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர். பாலினத்திற்கும் தலை முடித்தைலத்தின் வகைக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா என்பதைச் சோதிக்க.

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 81 1/28/2020 7:12:29 PM

விடைகள்

I. 1. (ஈ) 2. (இ) 3. (ஈ) 4. (அ) 5. (இ)
6. (அ) 7. (அ) 8. (இ) 9. (ஈ) 10. (ஆ)
11. (இ) 12. (ஈ) 13. (அ) 14. (இ) 15. (இ)
16 (அ)

III. 32. $t = 2.43$, H_0 மறுக்கப்படுகிறது

IV. 39. $t = -0.6202$, H_0 நாம் மறுப்பது இல்லை

40. $t = 3.16$, H_0 மறுக்கப்படுகிறது

41. $|t| = -1.23443$, H_0 நாம் மறுப்பது இல்லை

42. $t = 5.683$, H_0 மறுக்கப்படுகிறது

43. $|t| = 1$, H_0 நாம் மறுப்பது இல்லை

44. $t = 0.8164$, H_0 நாம் மறுப்பது இல்லை

45. $t = 4.4898$, H_0 மறுக்கப்படுகிறது

46. $|t| = 0.7304$, H_0 நாம் மறுப்பது இல்லை

47. $\chi_0^2 = 0.407407$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில், வரையற்ற பாகை 4 அளவில் நாம் மறுப்பதற்கில்லை.

48. $\chi_0^2 = 35.10855$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில், வரையற்ற பாகை 4 அளவில், மறுக்கப்படுகிறது.

49. $\chi_0^2 = 5.798$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில் வரையற்றபாகை 3 அளவில் நாம் மறுப்பது இல்லை₹.

50. $\chi_0^2 = 10.09165$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில் வரையற்ற பாகை 2 அளவில் மறுக்கப்படுகிறது.

51. $\chi_0^2 = 14$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில் வரையற்ற பாகை 9 அளவில் மறுக்கப்படுவதில்லை.

52.

பாலினம்	தலைமுடித் தைலம் வகை		மொத்தம்
	A	B	
ஆண்	70	40	110
பெண்	60	30	90
மொத்தம்	130	70	200

$\chi_0^2 = 0.1998$, H_0 ஐ 5% மிகைகாண் நிலையில் வரையற்ற பாகை 2 அளவில் மறுக்கப்படுகிறது.

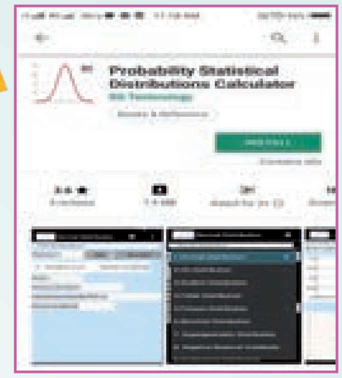
02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 82 1/28/2020 7:12:29 PM

ICT CORNER

TESTS BASED ON SAMPLING DISTRIBUTIONS I

STATS IN YOUR PALM

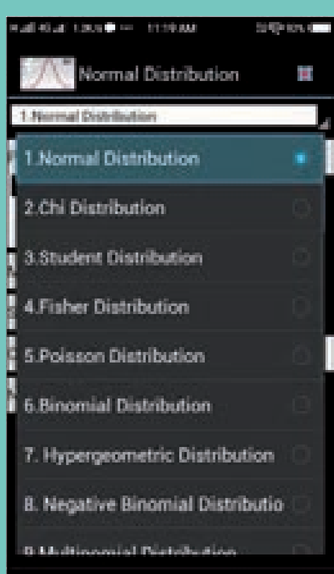
Th is activity is to calculate Chi distribution, Binomial Distribution, Students Distribution



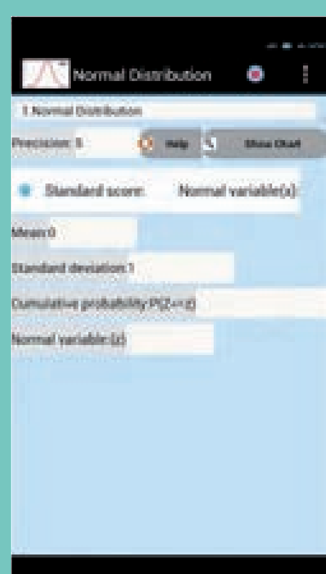
Steps:

- This is an android app activity. Open the browser and type the URL given (or) scan the QR code. (Or) search for Probability Statistical Distributions Calculator in google play store.
- (i) Install the app and open the app, (ii) click "**Menu**", (iii) In the menu page click "**Students Distribution**" menu.
- Input freedom degree and t-store, cumulative probability to get the output.

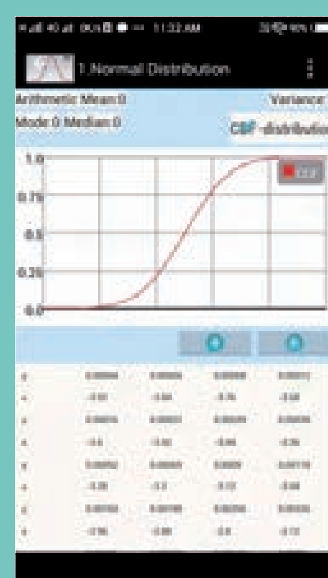
Step-1



Step-2



Step-3



Pictures are indicatives only*

URL:

URL:http://play.google.com/store/apps/details?id=net.eaglepeak.distributions_calculator

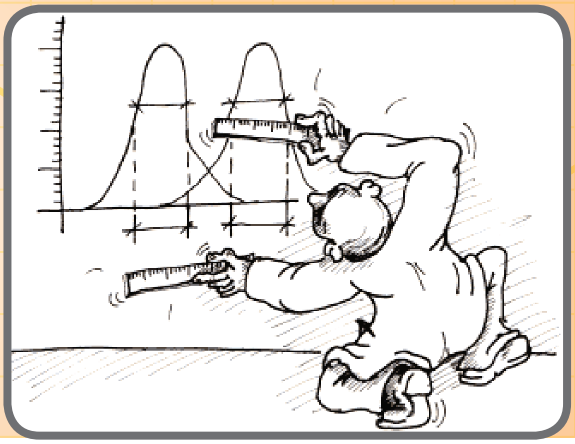
https://www.geogebra.org/m/wfencemf

B236_12_STATISTICS_TM

02_12th_Statistics_TM_Unit_2.indd 83 1/28/2020 7:12:29 PM

அத்தியாயம்

3 மாதிரிப்பரவல் அடிப்படையிலான சோதனைகள் II



சர். ரொனால்ட். A. பிஷர்
1890–1962

சர் ரொனால்ட் ஏ. ஃபிஷர் பிரிட்டனைச் சேர்ந்த புள்ளியியலாளரும், மரபியலாளருமாக விளங்கியவர் ஆவார். அவர் நவீன புள்ளியியல் அறிவியலுக்கு, தனிமனிதனாக அடித்தளம் அமைத்தவராகவும், 20ஆம் நூற்றாண்டின் மிகச்சிறந்த புள்ளியியல் மேதையாகவும் அறியப்படுகிறார். மரபியலில், மெண்டலின் மரபியல் கருத்துகளையும், இயல்பாகத் தெரிவு செய்யும் முறைகளையும் கணிதமுறையில், இணைத்து உருவாக்கிய இவரது ஆய்வுகள், 20ஆம் நூற்றாண்டின் தொடக்கத்தில டார்வினின் பரிமாணக் கொள்கையில் திருத்தம் மேற்கொள்ளும் பணிக்கு நல்ல பங்களிப்பை நல்கியுள்ளன.

"இயல்பாகத் தெரிவுசெய்தல் எனும் செயல்நுட்பம், பொருத்தமில்லாததையும் அதிக அளவில் தெரிவுசெய்து உருவாக்கிடும் வாய்ப்பைப் பெற்றுவிடும்".

"ஒரு சோதனையை முடித்தபின்பே, அச்சோதனை செய்வதற்கான காலநேரத்தைச் சரியாகத் திட்டமிட்டுக்கொள்வது சிறந்த செயலாகக் கருதப்படும்".

"மாறுபாட்டுப்பகுப்பாய்வியல் என்பது ஒரு கணித கோட்பாட்டின்படி அமைந்துள்ளது என்று கூறுவதைவிட, நம்வசதிக்கேற்ப தரவுகளை கணித முறைப்படி வரிசைப்படுத்தி அவற்றின் வேறுபடும் பண்புகளை அறிந்து கொள்ளும் வழிமுறை என்று கூறலாம்".

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- இரண்டு முழுமைத் தொகுதி மாறுபாடுகளை ஒப்பிடல்
- மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சராசரிகளைச் சோதனை செய்யும் கருதுகோள் சோதனையைப் புரிந்து கொள்ளுதல்
- நடத்துமுறைகள் மற்றும் தொகுதிகளை வேறுபடுத்துதல்
- ஒரு வழி மற்றும் இரு வழி மாறுபாட்டுப்பகுப்பாய்வினை வேறுபடுத்துதல்
- நடத்துமுறைகள் மற்றும் தொகுதிகளின் F விகிதத்தை கணக்கிடல்
- கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் அட்டவணை மதிப்பினை ஒப்பிட்டு முடிவெடுத்தல்

A52EU6

அறிமுகம்

முந்தைய பாடப்பகுதிகளில் முழுமைத்தொகுதி சராசரி தொடர்பான கருதுகோள் சோதனையில் பயன்படுத்தப்பட்ட கருத்துகள் மற்றும் கணக்குகளைப் பற்றி விவாதித்தோம். நடைமுறையில் முழுமைத்தொகுதி சராசரி மற்றும் விகிதம் தொடர்பான முடிவெடுத்தல் மட்டுமல்லாமல் முழுமைத் தொகுதி மாறுபாட்டினைப் பற்றி விவாதிப்பதும் அவசியமாகிறது. இப்பாடப்பகுதியில் நாம் (i) இரு முழுமைத்தொகுதி மாறுபாட்டின் சமத்தன்மையை சோதித்தல் (ii) ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு மற்றும் (iii) இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றைப் பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 84 1/28/2020 6:41:34 PM

3.1 F–பரவல் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்

F-மாதிரிபண்பளவையானது (F-Statistic), இரு மாதிரிகளின் சராசரிகளிலிருந்து வித்தியாசப்படும் உறுப்புகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்களால் அமையும் விகிதமாகும். இம்மாதிரிபண்பளவையின் பரவல், F-பரவல் எனப்படும்.

வரையறை: F-பரவல்

X மற்றும் Y என்பன முறையே m மற்றும் n கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட இரு சார்பற்ற χ^2 மாறிகள் எனில், என்பது (m, n) கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட F-பரவலாகும். $F = \frac{X/m}{Y/n}$ என்பது (m, n) கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட F-பரவலாகும். மேலும் இப்பரவல் சிறந்த புள்ளியியலாளர் R.A. பிஷரின் (1890-1962) பெயரால் F-பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது.

வரையறை: F-மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$X_1, X_2, \ldots, X_m$ மற்றும் $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ என்பன முறையே $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ மற்றும் $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ஆகிய முழுமைத் தொகுதிகளிலிருந்து பெறப்பட்ட சார்பற்ற வாய்ப்பு மாதிரிகள் எனில்,

$$\frac{1}{\sigma_X^2}\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 \sim \chi^2_{m-1} \text{ மற்றும் } \frac{1}{\sigma_Y^2}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_j - \overline{Y}\right)^2 \sim \chi^2_{n-1}$$

ஆகியவை சார்பற்றவையாகும்.

(1) F-மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் வரையறையானது

$$F = \frac{(m-1)S_X^2}{\sigma_X^2} \Bigg/ \frac{(n-1)S_Y^2}{\sigma_Y^2} \sim F_{m-1,n-1}$$

இங்கு,

$$S_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \overline{X}\right)^2, \quad S_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(Y_j - \overline{Y}\right)^2$$

குறிப்பு

முழுமைத் தொகுதி இயல்நிலையாக இல்லை எனில் F-சோதனையை பயன்படுத்த முடியாது.

இரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதி மாறுபாடுகளுக்கிடையேயான சோதனைக்குரிய அனுமானங்கள்

i) மாதிரிகள் இயல்நிலைப் பரவலைக் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து மட்டுமே எடுக்கப்பட்டிருக்க வேண்டும்.

ii) மாதிரிகள் ஒன்றையொன்று சாராதவையாக இருக்கவேண்டும்..

(2) F-மாதிரிபண்பளவை, இரு சராசரி வர்க்கப் பிழைகளின் விகிதம் எனவும் வரையறுக்கப்படுகிறது.

F-பரவலின் பயன்பாடுகள்

H_0 இன் படி மாதிரிப்பண்பளவையின் மாதிரிப்பரவல் F-பரவலாகும். அதன் சில முக்கிய பயன்பாடுகள் சிலவற்றைக் கீழ்க்காண்போம்.

(i) இரு இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதிகளின் மாறுபாட்டின் சமத்தன்மையை சோதித்தல். [(1) ஐப் பயன்படுத்துக]

(ii) k (>2) இயல்நிலை முழுமைத்தொகுதிகளின் சராசரிகள் சமமானவையா என சோதித்தல். [(2) ஐப் பயன்படுத்துக]

(iii) மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வினை மேற்கொள்ளல். [(2) ஐப் பயன்படுத்துக]

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 85 1/28/2020 6:41:35 PM

3.2 இரண்டு முழுமைத்தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகளுக்கிடையேயான வித்தியாசத்திற்கான சோதனை

சோதனைக்கான வழிமுறைகள்

$N(\mu_X, \sigma_X^2)$ மற்றும் $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ என்ற இரண்டு சார்பற்ற இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகளை இச்சோதனை ஒப்பிடுகிறது.

படி 1 : கருதுகோள்கள் (Hypotheses)

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$

இரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதி மாறுபாட்டு அளவைகளுக்கிடையே வித்தியாசம் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஏதுவான ஒன்றினை தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும்.

(i) $H_1 : \sigma_X^2 < \sigma_Y^2$ (ii) $H_1 : \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$ (iii) $H_1 : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$

படி 2 : தரவு (Data from sample)

$X_1, X_2,\ldots, X_m$ மற்றும் $Y_1, Y_2,\ldots, Y_n$ என்பன முறையே இரு சார்பற்ற n_1 மற்றும் n_2 எண்ணிக்கைகொண்ட இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரிகள் ஆகும்.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை (Level of significance) α

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை (Test statistic)

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$ இன்மை கருதுகோள் H_0–இன் படி மாதிரிப்பரவலானது $F_{(m\text{-}1,\, n\text{-}1)}$.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல் (Calculation of test statistic)

மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $F_0 = \dfrac{s_X^2}{s_Y^2}$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள் (Critical values)

H_1	$\sigma_X^2 < \sigma_Y^2$	$\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$	$\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள் f_e (Critical values)	$f_{(m-1,\, n-1),1-\alpha}$	$f_{(m-1,\, n-1),\, \alpha}$	$f_{(m-1,\, n-1),1-\alpha/2}$ மற்றும் $f_{(m-1,\, n-1),\, \alpha/2}$

படி 7 : முடிவு (Decision)

H_1	$\sigma_X^2 < \sigma_Y^2$	$\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$	$\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$
மறுக்கும் விதி (Rejection Rule)	$F_0 \leq f_{(m-1,\, n-1),\, 1-\alpha}$	$F_0 \geq f_{(m-1,\, n-1),\, \alpha}$	$F_0 \leq f_{(m-1,\, n-1),\, 1-\alpha/2}$ அல்லது $F_0 \geq f_{(m-1,\, n-1),\, \alpha/2}$

குறிப்பு 1: $f_{(m-1,\ n-1),\ 1-\alpha}$ F-அட்டவணையில் கொடுக்கப்படாததால், இதனை $f_{(n-1,\ m-1),\alpha}$இன் தலைகீழியாக கணக்கிடலாம்.

அதாவது $$f_{(m-1,\, n-1),\, 1-\alpha} = \frac{1}{f_{(n-1,\, m-1),\, \alpha}}$$

குறிப்பு 2: F-சோதனை மாறுபாட்டின் விகிதத்தைப் பொறுத்து அமைவதால் இதனை மாறுபாட்டு விகித சோதனை என்கிறோம்.

குறிப்பு 3: μ_X மற்றும் μ_Y இன் மதிப்புகள் தெரிந்த நிலையில், இரு இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைககள் சமமானவையா என சோதிப்பதற்கான மாதிரிபண்பளவையானது,

$$F = \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \mu_X)^2}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu_Y)^2}$$ மற்றும் H_0 இன் படி $F_{m,\,n}$ பரவலைத் தழுவுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

9 மற்றும் 8 எண்ணிக்கையுடைய மாதிரிகளின் சராசரியிலிருந்து பெறப்பட்ட விலக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் முறையே 160 அங்குலம்^{2} மற்றும் 91 அங்குலம்^{2} எனில் இரு மாதிரிகளும் ஒரே மாறுபாட்டு அளவையைக் கொண்ட இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்டவை எனக் கொள்ளலாமா?

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \sigma_X^{\,2} = \sigma_Y^{\,2}$

முழுமைத்தொகுதி மாறுபாட்டுஅளவைகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கது இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \sigma_X^{\,2} \neq \sigma_Y^{\,2}$

முழுமைத் தொகுதி மாறுபாடுகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கது.

படி 2 : தரவு

$m = 9, n = 8$

$$\sum_{i=1}^{9}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = 160 \qquad \sum_{j=1}^{8}\left(y_j - \bar{y}\right)^2 = 91$$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 10\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $F = \dfrac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$ மற்றும் $$s_Y^2 = \frac{1}{n\ -1}\sum_{j=1}^{n}\left(y_j - \bar{y}\right)^2$$

$$s_X^2 = \frac{160}{8} = 20 \qquad s_Y^2 = \frac{91}{7} = 13$$

$$F_0 = \frac{s_X^2}{s_Y^2} = \frac{20}{13} = 1.54$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

H_1 ஆனது இரு முனை மாற்று கருதுகோள், எனவே ஒத்த தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகளானது.

$f_{(8,\,7),0.05} = 3.73$ மற்றும் $f_{(8,\,7),0.95} = \dfrac{1}{f_{(7,8),0.05}} = \dfrac{1}{3.5} = 0.286$

படி 7 : முடிவு

$f_{(8,\,7),0.95} = 0.286 < F_0 = 1.54 < f_{(8,\,7),0.05} = 3.73$, இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கான ஆதாரம் இல்லை மற்றும் முழுமைத் தொகுதி மாறுபாட்டு அளவைகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கது இல்லை எனலாம்.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 87 1/28/2020 6:41:39 PM

குறிப்பு 4: $\alpha = 0.05$–ல் F–இன் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள் 0.025 மற்றும் 0.975–ல் கண்டறியப்படவேண்டும் அவை அட்டவணையில் கிடைக்கப்பெறாததால் α–இன் மதிப்பு 0.1 என இந்த எடுத்துக்காட்டில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

ஒரு மருத்துவ ஆராய்ச்சியாளர் புகைபிடிப்பவர்களின் இருதயத் துடிப்பின் மாறுபாட்டை (துடிப்பு/நிமிடம்) விட புகைபிடிக்காதவர்களின் இருதயத் துடிப்பின் மாறுபாடு (துடிப்பு/நிமிடம்) அதிகமாக உள்ளதா என அறிய விரும்புகிறார். அவர் சேகரித்த இரு தரவு மாதிரிகள் கீழ்க்கண்டவாறு. $\alpha = 0.05$, என்பதைப் பயன்படுத்தி மருத்துவ ஆராய்ச்சியாளரின் கூற்றினை ஏற்றுக்கொள்ள போதுமான சான்று உள்ளதா எனக்காண்.

புகைபிடிப்பவர்கள்	புகை–பிடிக்காதவர்கள்
$m = 25$	$n = 18$
$s_1^2 = 36$	$s_2^2 = 10$

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$

முழுமைத்தொகுதிகளின் மாறுபாட்டுஅளவைகளுக்கிடையே எந்த வித்தியாசமும் இல்லை

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \sigma_1{}^2 > \sigma_2{}^2$

புகைப்பிடிப்பவர்களின் இதயதுடிப்பு புகை பிடிக்காதவர்களின் இதயதுடிப்பைவிட அதிகம்

படி 2 : தரவு

புகைபிடிப்பவர்கள்	புகை–பிடிக்காதவர்கள்
$m = 25$	$n = 18$
$s_1^2 = 36$	$s_2^2 = 10$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$F_0 = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{36}{10} = 3.6$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$$f_{(m\text{-}1,n\text{-}1),0.05} = f_{(24,17),0.05} = 2.19$$

படி 7 : முடிவு

$F_0 = 3.6 > f_{(24,17),0.05} = 2.19$ எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. இதிலிருந்து புகைபிடிப்பவர்களின் இருதய துடிப்பின் மாறுபாடானது புகை பிடிக்காதவர்களின் இருதய துடிப்பின் மாறுபாட்டைவிட அதிகம் எனலாம்.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 88 1/28/2020 6:41:40 PM

எடுத்துக்காட்டு 3.3

பள்ளி A மற்றும் B யிலிருந்து வாய்ப்புமுறையில் பெறப்பட்ட மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு

பள்ளி A	63	72	80	60	85	83	70	72	81
பள்ளி B	86	93	64	82	81	75	86	63	63

பள்ளி A மாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் மாறுபாட்டு அளவை, பள்ளி B மாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் மாறுபாட்டு அளவையை விடக் குறைவானதா? $\alpha = 5\%$ என்க.

தீர்வு:

தொகுப்பு A மற்றும் தொகுப்பு B இரண்டும் ஒன்றையொன்று சாரா இயல்நிலைப் பரவல்கள் (அனுமானம்)

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் $H_1 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$

முழுமைத்தொகுதிகளின் மாறுபாட்டுஅளவைகளுக்கிடையே எந்த வித்தியாசமும் இல்லை

மாற்று கருதுகோள் $H_1 : \sigma_X^2 < \sigma_Y^2$

பள்ளி A யிலிருந்து பெறப்பட்ட மதிப்பெண்களின் மாறுபாட்டு அளவை பள்ளி B யிலிருந்து பெறப்பட்ட மதிப்பெண்களின் மாறுபாட்டு அளவையை விடக் குறைவானது.

படி 2 : தரவு

$X_1, X_2, \ldots, X_m$ பள்ளி A யிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகள்

$Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ பள்ளி B யிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகள்

படி 3 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(y_j - \bar{y}\right)^2$$

படி 4 : கணக்கிடும் முறை

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_i	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
63	-11	121	86	9	81
72	-2	4	93	16	256
80	6	36	64	-13	169
60	-14	196	82	5	25
85	11	121	81	4	16
83	9	81	75	-2	4
70	-4	16	86	9	81
72	-2	4	63	-14	196
81	7	49	63	-14	196
666		628	693		1024

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 89 1/28/2020 6:41:40 PM

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m} = \frac{666}{9} = 74$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{693}{9} = 77$$

$$s_X^2 = \frac{1}{9-1} \times 628 \quad = \frac{1}{8} \times 628 = 78.5$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{9-1} \times 1024 = \frac{1}{8} \times 1024 = 128$$

$$F_0 = \frac{78.5}{128} = 0.613$$

படி 5 : **மிகைகாண் நிலை**

$\alpha = 5\%$

படி 6 : **தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு**

$$f_{(9\text{-}1,9\text{-}1),0.95} = \frac{1}{f_{(8,8),0.05}} = \frac{1}{3.44} = 0.291$$

படி 7 : **முடிவு**

$F_0 = 0.613 > f_{(8,8),0.95} = 0.291$, இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கான ஏதுவான ஆதாரம் இல்லை மேலும் பள்ளி B-யிலிருந்து பெறப்பட்ட மதிப்பெண்களுக்கிடையேயான மாறுபாட்டுஅளவையானதுபள்ளிA-யிலிருந்துபெறப்பட்டமதிப்பெண்களுக்கிடையேயான மாறுபாட்டு அளவையை விட அதிகம் எனலாம்.

3.3 மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு

பாடம் 2இல் இரு சார்பற்ற இயல்நிலை முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகள் சமமானவையா என சிறுகூறுகளுக்கு விவாதிக்கப்பட்டது. முழுமைத்தொகுதிகளின் எண்ணிக்கை 2 ஐ விட அதிகம் எனில் இம் முறைகளைப் பயன்படுத்த இயலாது

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு ஒரே நேரத்தில் இரண்டிற்கு மேற்பட்ட முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகள் சமமானவையா எனக்காண பயன்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் மூலமாக, பலவிதமான பயிர்களின் சராசரி விளைச்சல்கள் அல்லது வெவ்வேறு வகையான கார்களின் சராசரி ஓடும் தொலைவு போன்றவற்றை ஒப்பிட்டுக் காணலாம்.

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வினை எல்லா சூழ்நிலையிலும், அனைத்து விதமான மாறிகளுக்கும் பயன்படுத்த இயலாது. இதைச் சில அனுமானங்களைக் கொண்டு பயன்படுத்த இயலும்.

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் பயன்படும் அனுமானங்கள்:

1. கண்டறிந்த மாதிரி மதிப்புகள் இயல்நிலைப்பரவலைப் பின்பற்றுகின்றன.
2. கண்டறிந்த மாதிரி மதிப்புகள் யாவும் சார்பற்றவை.
3. முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் (தெரியாத நிலையில்) சமம் அல்லது ஏறத்தாழ சமமானவை என அனுமானிக்கப்படுகிறது.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 90 1/28/2020 6:41:42 PM

R.A. ஃபிஷரின் கூற்றுப்படி "மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வானது ஒரு குழு காரணங்களைச் சார்ந்த மாறுபாடுகளை மற்ற குழு (group) காரணங்களைச் சார்ந்த மாறுபாடுகளினின்று பிரித்தெடுக்கும் முறையாகும்".

ஒரு காரணியின் வெவ்வேறு நிலை அல்லது இருகாரணிகளின் வெவ்வேறு நிலையைப் பொறுத்து தரவுகள் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன.

முதலில் கூறுப்பட்டது ஒரு வழி வகைப்படுத்தப்பட்டதரவு எனவும், பின்னர் கூறப்பட்டது இருவழி வகைப்படுத்தப்பட்டதரவு எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. இவ்வகையான தரவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு முறை கீழ்க்கண்ட பகுதிகளில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

3.3.1 ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு என்பது மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முழுமைத் தொகுதி சராசரிகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாட்டினைக் காணப்பயன்படும் புள்ளியியல் நுட்பமாகும்.

ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு, சராசரியில் ஒரு காரணி ஏற்படுத்தும் விளைவினை ஆராய்கிறது. இந்த வகை மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு k–வெவ்வேறு நிலையிலான காரணியிலிருந்து (நடத்துமுறைகள்) பெறப்பட்ட சார்பற்ற வாய்ப்பு மாதிரிகளை அடிப்படையாகக் கொண்டதாகும்.

ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் கீழ்க்காணும் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படுகிறது. தரவுகள் கீழ்க்காணும் அட்டவணை வடிவில் குறிப்பிடப்படுகின்றது.

நடத்துமுறைகள்					மொத்தம்
நடத்துமுறை 1	x_{11}	x_{12}	$\ldots$	x_{1n_1}	$x_{1.}$
நடத்துமுறை 2	x_{21}	x_{22}	$\ldots$	x_{2n_2}	$x_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ldots$	$\vdots$	$\vdots$
நடத்துமுறை k	x_{k1}	x_{k2}	$\ldots$	x_{kn_k}	$x_{k.}$

x_{ij} - i ஆவது நடத்துமுறையின் j ஆவது மாதிரி மதிப்பு, $j = 1, 2, \ldots, n_i$, $i = 1, 2, \ldots, k$

k - ஒப்பிடப்படும் நடத்துமுறைகளின் எண்ணிக்கை.

$x_{i.}$ - i ஆவது மாதிரி நடத்துமுறையின் சராசரி.

n_i - i ஆவது நடத்துமுறையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை.

இங்கு $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$

உறுப்புகள் x_{ij} இன் மொத்த வேறுபாடுகள் கீழ்க்கண்ட இரண்டு பிரிவுகளாக பிரிக்கப்படுகின்றன.

i) நிலைகளுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு அல்லது வேறுபட்ட அடிப்படைகள் கொண்ட வகைபாடுகளால் உண்டாகும் வேறுபாடு ஆகியவை நடத்துமுறைகள் எனப்படும்.

ii) நடத்துமுறைகளுக்குள்ளேயே இருக்கும் வேறுபாடு அதாவது கண்டறிந்த மதிப்புகளுக்குள் இயற்கையாகவே உள்ளடங்கிய வேறுபாடுகள்.

முதல் வகை வேறுபாடுகளில் ஏற்படும் காரணங்கள் குறிப்பிடத்தக்க காரணங்கள் எனவும் இரண்டாம் வகை வேறுபாடுகளில் ஏற்படும் காரணங்கள் வாய்ப்பு காரணங்கள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

குறிப்பிடத்தக்க காரணங்களால் ஏற்படும் வேறுபாடுகள் கண்டுபிடிக்கப்பட்டு அவற்றை நம்மால் தடுக்க இயலும். ஆனால் வாய்ப்பு காரணங்களால் ஏற்படும் வேறுபாடுகளைக் களைவது மனித முயற்சிக்கு அப்பாற்பட்ட செயலாகும்.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 91 1/28/2020 6:41:42 PM

3.3.2 சோதனை வழிமுறைகள்

i ஆவது நடத்துமுறையில் $N(\mu_i, \sigma^2)$ பரவலைத் தழுவிய முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்ட கண்டறிந்த மதிப்புகள் x_{ij}, $j = 1, 2, \ldots, n_i$ மற்றும் $i = 1, 2, \ldots, k$, σ^2 (தெரியாத நிலை).

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

கொடுக்கப்பட்ட தொகுதிகளின் முழுமைத்தொகுதிகளின் சராசரிகளுக்கிடையே எந்தவொரு வேறுபாடும் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள்

$H_1: \mu_i \neq \mu_j$ ஏதாவதொரு (i,j); $i, j = 1,2,\ldots,k$; $i \neq j$

ஏதாவதொரு ஜோடி முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகள் வெவ்வேறானவை.

படி 2 : தரவு

தரவுகள் சென்ற பகுதியில் விவரித்தபடி அட்டவணை வடிவில் வழங்கப்படலாம்.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F = \frac{MST}{MSE} \sim F_{(k\text{-}1,\, n\text{-}k)}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை செய்வதற்குக் கீழ்க்கண்டஇடைநிலை மதிப்புகளைக் காண வேண்டும்.

(i) திருத்தக் காரணி: $C.F = \dfrac{G^2}{n}$ G - அனைத்து உறுப்புகளின் கூடுதல் $= \displaystyle\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$

(ii) மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \displaystyle\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - C.F$

(iii) நடத்து முறைகளுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் கூடுதல்:

$$SST = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_{i.}^2}{n_i} - C.F,$$

அதாவது $x_{i.} = \displaystyle\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, k$

$x_{i.}$ – i ஆவது நடத்து முறையின் கூடுதல்

n_i – i ஆவது நடத்து முறையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

(iv) பிழையால் ஏற்படும் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS - SST$

கட்டின்மை கூறுகள் (d.f)

மூலம்	கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை (d.f.)
மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்	$n-1$
நடத்து முறைகளுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் கூடுதல்	$k-1$
பிழையின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்	$n-k$

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 92 1/28/2020 6:41:44 PM

வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி

நடத்து முறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி: $MST = \dfrac{SST}{k-1}$

பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி:

$$MSE = \frac{SSE}{n-k}$$

(iv) இடைநிலை மடிப்புகளைக் கண்டறிந்தவுடன் அட்டவணைப்படுத்தி F விகிதம் காணுதல்

ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு அட்டவணை

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்து முறைகள்	k-1	SST	$MST = \dfrac{SST}{k-1}$	$F_0 = \dfrac{MST}{MSE}$
பிழை	n-k	SSE	$MSE = \dfrac{SSE}{n-k}$	
மொத்தம்	n-1	TSS		

படி 6 : F-பரவலின் அடிப்படையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$f_e = f_{(k\text{-}1,\, n\text{-}k),\alpha}$.

படி 7 : முடிவு

$F_0 < f_{(k\text{-}1,\, n\text{-}k),\alpha}$ எனில் H_0 மறுக்கப்படலாம்.

3.3.3 ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் நிறைகளும் குறைகளும்

நிறைகள்

- கட்டமைப்பது எளிதாகவும், எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் வகையிலும் உள்ளது.
- ஒவ்வொரு நடத்து முறையிலும் உள்ள சோதனை அலகுகள் வேறுபடுவதால், அதிக அலகுகள் உள்ள நடத்து முறையிலிருந்து மதிப்பிட்டுச் சோதனை செய்து, மற்றவற்றைக் காட்டிலும் அதிக துல்லிய மதிப்பைப் பெறலாம்.

குறைகள்

- தொகுதி மாறுபாட்டளவைகளின் சோதனை அலகுகள் (உறுப்புகள்) ஒரே தன்மையுடையனவாக இருக்கவேண்டும்.
- மாதிரிகளின் இயல்நிலைத் தன்மை பற்றிய அனுமானத்தைச் சரிபார்ப்பது கடினமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

தனிநபர்களின் உயர் இரத்த அழுத்தத்தைக் குறைப்பதற்காக அவர்களுக்கு மூன்று வெவ்வேறு நுட்பங்கள் முறையே மருந்தளித்தல், உடற்பயிற்சி மற்றும் சிறப்பு உணவு ஆகியவை வாய்ப்பு முறையில் அளிக்கப்படுகின்றது. நான்கு வாரங்களுக்குப்பிறகு அவர்களின் இரத்த அழுத்தம் பரிசோதிக்கப்பட்டு பதிவு செய்யப்பட்டு கீழ்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மூன்று வெவ்வேறு நுட்பங்களினால் தனிநபர்களின் இரத்த அழுத்த சராசரிகளுக்கிடையே ஏதேனும் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் ஏற்பட்டுள்ளதா என 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதிக்க.

மருந்தளித்தல்	10	12	9	15	13
உடற்பயிற்சி	6	8	3	0	2
சிறப்பு உணவு	5	9	12	8	4

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

மூன்று வெவ்வேறு நுட்பங்களினால் ஏற்பட்ட இரத்த அழுத்த சராசரி மதிப்புகளுக்கிடையே வித்தியாசம் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $\mu_i \neq \mu_j$, (i, j); $i, j = 1, 2, 3$; $i \neq j$.

ஒரு சோடி நடத்துமுறைகளிலாவது இரத்த அழுத்த சராசரி மதிப்புகளுக்கிடையே வித்தியாசம் உள்ளது.

படி 2 : தரவு

மருந்தளித்தல்	10	12	9	15	13
உடற்பயிற்சி	6	8	3	0	2
சிறப்பு உணவு	5	9	12	8	4

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 0.05$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F_0 = \frac{MST}{MSE}$$

படி 5 : கணக்கிடும் முறை

						மொத்தம்	வர்க்கம்
மருந்தளித்தல்	10	12	9	15	13	59	3481
உடற்பயிற்சி	6	8	3	0	2	19	361
சிறப்பு உணவு	5	9	12	8	4	38	1444
						G = 116	5286

வர்க்கங்கள்

மருந்தளித்தல்	100	144	81	225	169
உடற்பயிற்சி	36	64	9	0	4
சிறப்பு உணவு	25	81	144	64	16

$$\sum\sum x_{ij}^2 = 1162$$

1. திருத்தகாரணி: $CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(116)^2}{15} = \frac{13456}{15} = 897.06$

2. மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \sum\sum x_{ij}^2 - C.F$

$= 1162 - 897.06 = 264.94$

3. நடத்துமுறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SST = \frac{\sum x_i^2}{n_i} - C.F$

$= \frac{5286}{5} - 897.06$

$= 1057.2 - 897.06$

$= 160.14$

4. பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS - SST$

$= 264.94 - 160.14 = 104.8$

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு அட்டவணை

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்து முறைகளுக்கிடையே	3 – 1 = 2	160.14	80.07	$F_o = \frac{80.07}{8.73} = 9.17$
பிழைகளுக்கிடையே	12	104.8	8.73	
மொத்தம்	$n - 1 = 15 - 1 = 14$	264.94		

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

$f_{(2,\ 12),0.05} = 3.8853.$

படி 7 : முடிவு

$F_0 = 9.17 > f_{(2,\ 12),0.05} = 3.8853$, எனவே இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. ஏதேனும் ஒரு சோடி நடத்துமுறைகளிலாவது இரத்த அழுத்த சராசரிகளின் மதிப்பில் வித்தியாசம் உள்ளது என முடிவு செய்யப்படலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.5

ஓர் ஆய்வுக் கட்டுரையில் மாணவர்கள் ஏற்படுத்திய எழுத்துப்பிழையினை மூன்று அமைப்பு பயிற்றுநர்கள் பதிவு செய்த விவரம் பின்வருமாறு. மூன்று வகுப்புகளிலும் ஏற்பட்ட எழுத்துப்பிழைகளின் சராசரிகளுக்கிடையே வித்தியாசம் உள்ளதா என $\alpha = 5\%$ மிகைகாண் நிலையில் ஆராய்க.

பயிற்றுநர் 1	2	3	5	0	8		
பயிற்றுநர் 2	4	6	8	4	9	0	2
பயிற்றுநர் 3	5	2	3	2	3	3	

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 95 1/28/2020 6:41:46 PM

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

மூன்று வகுப்பு மாணவர்கள் ஏற்படுத்திய எழுத்துபிழைகளின் சராசரிகளுக்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள்

$H_1 : \mu_i \neq \mu_j, (i, j); i,j = 1,2,3; i \neq j.$

ஏதேனும் ஒரு சோடி வகுப்பு மாணவர்கள் இடையே ஏற்பட்ட எழுத்துபிழைகளின் சராசரிகள் வெவ்வேறானவை

படி 2 : தரவு

பயிற்றுநர் 1	2	3	5	0	8		
பயிற்றுநர் 2	4	6	8	4	9	0	2
பயிற்றுநர் 3	5	2	3	2	3	3	

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 0.05$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F_0 = \frac{MST}{MSE}$$

படி 5 : கணக்கிடும் முறை

								மொத்தம்	வர்க்கம்
பயிற்றுநர் 1	2	3	5	0	8			18	324
பயிற்றுநர் 2	4	6	8	4	9	0	2	33	1089
பயிற்றுநர் 3	5	2	3	2	3	3		18	324
								69	

வர்க்கங்கள்

பயிற்றுநர் 1	4	9	25	0	64		
பயிற்றுநர் 2	16	36	64	16	81	0	4
பயிற்றுநர் 3	25	4	9	4	9	9	

$$\sum\sum x_{ij}^2 = 379$$

திருத்தக்காரணி: $CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(69)^2}{18} = \frac{4761}{18} = 264.5$

மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \sum\sum x_{ij}^2 - C.F$

$= 379 - 264.5 = 114.5$

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 96 1/28/2020 6:41:47 PM

நடத்து முறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SST = \frac{\sum x_i^2}{n_i} - C.F$

$$= \left(\frac{324}{5} + \frac{1089}{7} + \frac{324}{6}\right) - 264.5$$
$$= (64.8 + 155.6 + 54) - 264.5$$
$$= (274.4) - 264.5$$
$$= 9.9$$

பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS - SST$

$$= 114.5 - 9.9$$
$$= 104.6$$

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு அட்டவணை

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்து முறைகளுக்கிடையே	$3 - 1 = 2$	9.9	$\frac{9.9}{2} = 4.95$	$F_0 = \frac{4.95}{6.97} = 0.710$
பிழைகளுக்கிடையே	15	104.6	$\frac{104.6}{15} = 6.97$	
மொத்தம்	$n - 1 = 18 - 1 = 17$			

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $= f_{(15, 2), 0.05} = 3.6823$.

படி 7 : முடிவு

$F_0 = 0.710 < f_{(15, 2), 0.05} = 3.6823$ என்பதில், இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கு ஏதுவான ஆதாரம் இல்லை. அதாவது, மூன்று வகுப்பு மாணவர்கள் மேற்கொண்ட பிழைகளின் சராசரிகள் சமமானவை என முடிவு செய்யலாம்.

3.4 இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு

இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் ஒரு மாறி கட்டுப்படுத்தப்பட்டு மற்றொரு மாறியின் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட குழுக்கள் ஒப்பிடப்படுகிறது. இரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் குழுக்கள் ஒரு காரணியாகவும் மற்றும் கட்டுபாடுகள் மற்றொரு காரணியாகவும் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது. குழுக்கள் நடத்துமுறைகள் எனவும், கட்டுப்பாடுகள் தொகுதிகள் எனவும் வழங்கப்படுகிறது.

இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வைவிட துல்லியமான முடிவினைப் பெற முடியும். ஏனெனில் பிழையின் மாறுபாட்டினைக் குறைக்க தொகுதிகள் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் தரவுகள் கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணையில் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 97 1/28/2020 6:41:47 PM

தொகுதிகள்

குழுக்கள் (அ) நடத்து முறைகள்

	1	2	3	…	m	$x_{i.}$
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	…	x_{1m}	$x_{1.}$
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	x_{2m}	$x_{2.}$
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	x_{3m}	$x_{3.}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	x_{k1}	x_{k2}	x_{k3}	…	x_{km}	$x_{k.}$
$x_{.j}$	$x_{.1}$	$x_{.2}$	$x_{.3}$	…	$x_{.m}$	G

நாம் கீழ்காணும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

x_{ij} - j ஆவது தொகுதியில் i ஆவது நடத்துமுறை மதிப்பு, $i = 1,2, ..., k; j = 1,2, ..., m$.

i ஆவது நடத்து முறைகளின் மொத்தம் - $x_{i.} = \sum_{j=1}^{m} x_{ij},\ i = 1, 2, ..., k$

j ஆவது தொகுதியின் மொத்தம் - $x_{.j} = \sum_{i=1}^{k} x_{ij},\ j = 1, 2, ..., m$

இங்கு $k \times m = n$, m = தொகுதிகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் k–நடத்துமுறைகளின் (குழுக்கள்) எண்ணிக்கை n = ஆய்வில் மொத்த கண்டறிந்த மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை

கண்டறிந்த மதிப்புகள் விவரங்கள் x_{ij} இல் உள்ள வேறுபாடு மொத்தம், கீழ்க்கண்ட மூன்று பிரிவுகளாக பிரிக்கப்படுகின்றன.

i) நடத்து முறைகளுக்கு இடையே காணப்படும் வேறுபாடுகள் (குழுக்கள்).

ii) தொகுதிகளுக்கு இடையே காணப்படும் வேறுபாடுகள்.

iii) நடத்து முறைகளுக்கும், தொகுதிகளுக்கும் இடையே, அல்லது குறிப்பிட்ட அமைப்பில் உள்ளடங்கிய வேறுபாடுகள்.

3.4.1 சோதனை வழிமுறைகள்

இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்விற்கான படிகள் பின்வருமாறு

படி 1 : இருவழி பகுப்பாய்வில் நடத்து முறைகள் மற்றும் தொகுதிகள் ஆகியவற்றிற்காக இரு வகையான கருதுகோள்கள் உள்ளன.

கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள்கள்

H_{01}: நடத்து முறைகளின் முழுமைத் தொகுதி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதல்ல

H_{02}: தொகுதிகளின் முழுமைத் தொகுதி சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்கதல்ல

மாற்று கருதுகோள்கள்

H_{11}: ஏதாவது ஒரு சோடி நடத்து முறைகளின் சராசரிகள் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றுள்ளன.

H_{12}: ஏதாவது ஒரு சோடி தொகுதிகளின் சராசரிகள் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றுள்ளன.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 98 1/28/2020 6:41:48 PM

படி 2 : மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு காண, சென்ற பிரிவில் கூறியவாறு தரவுகளை அட்டவணை வடிவில் அமைக்கப்படலாம்.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F_{0t}\text{(நடத்துமுறைகள்)} = \frac{MST}{MSE}$$

$$F_{0b}\text{(தொகுதி)} = \frac{MSB}{MSE}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை செய்வதற்குக் கீழ்க்கண்ட இடைநிலை மதிப்புகளை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

i) திருத்தக்காரணி: $C.F = \frac{G^2}{n}, \; G = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{k} x_{ij}$

ii) மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2 - C.F$

iii) நடத்துமுறைகளுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SST = \sum_{i=1}^{k} \frac{x_{i.}^2}{m} - C.F$

iv) தொகுதிகளுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSB = \sum_{j=1}^{m} \frac{x_{.j}^2}{k} - C.F$

v) பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS\text{-}SST\text{-}SSB$

vi) கட்டின்மை கூறுகள்

மூலம்	கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை (d.f.)
மொத்த வர்க்கங்களின் (TSS) கூடுதல்	$n-1$
நடத்து முறைகளுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் (SST) கூடுதல்	$k-1$
பிழையின் வர்க்கங்களின் (SSB) கூடுதல்	$m-1$
பிழையின் வரையற்ற பாகை	$(m-1)(k-1)$

vii) வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி

நடத்துமுறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி: $MST = \frac{SST}{k-1}$

தொகுதிகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி : $MSB = \frac{SSB}{m-1}$

பிழையின் வர்க்கங்களின் கூடுதலின் சராசரி: $MSE = \frac{SSE}{(k-1)(m-1)}$

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 99 1/28/2020 6:41:49 PM

(viii) இடைநிலை மதிப்புகளைக் கண்டறிந்தவுடன், அவற்றை அட்டவணைப்படுத்தி, F விகிதங்களைக் காணவேண்டும்

இரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு அட்டவணை

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்துமுறைகள்	k-1	SST	MST	$F_{0t} = \frac{MST}{MSE}$
தொகுதிகள்	m-1	SSB	MSB	$F_{0b} = \frac{MSB}{MSE}$
பிழைகள்	$(k$-1$)(m$-1$)$	SSE	MSE	
மொத்தம்	n-1	TSS		

படி 6 : **தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு**

நடத்து முறைகளின் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $= f_{(k-1,(m-1)(k-1)),\alpha}$

தொகுதிகளின் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $= f_{(m-1,\,(m-1)(k-1)),\alpha}$

படி 7 : **முடிவு**

கணக்கிடப்பட்ட F_{0t} இன் மதிப்பு, அட்டவணை மதிப்பு f_e ஐ விட அதிகமாக இருப்பின் இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது எனலாம். மேலும் ஒரு சோடி நடத்து முறைகளின் சராசரிகளாவது வெவ்வேறானவை எனலாம்.

கணக்கிடப்பட்ட F_{0b} இன் மதிப்பு, அட்டவணை மதிப்பு f_e ஐ விட அதிகமாக இருப்பின் இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படலாம். மேலும் ஒரு சோடி தொகுதிகளின் சராசரிகளாவது வெவ்வேறானவை எனலாம்.

குறிப்பு 1: F சோதனையில் முழுமைத் தொகுதி மாறுபாட்டின் இரண்டு வேறுபட்ட மதிப்பீடுகள் காணப்படுகின்றன. முதல் மதிப்பீடு, தொகுப்புகளின் சராசரிகளுக்கிடையே ஏற்படும் தொகுப்பு மாறுபாடாகும். இரண்டாம் மதிப்பீடு, தொகுப்புகளின் சராசரிகளுக்குள்ளேயே காணப்படும் மாறுபாடாகும். இவ்வகை மாறுபாடுகாண அனைத்து தரவுகளும் பயன்படுத்திப்படுகிறது மற்றும் சராசரிகளுக்கிடையேயான வேறுபாட்டால் இவை பாதிக்கப்படுவதில்லை.

குறிப்பு 2: சராசரிகளுக்கிடையே வித்தியாசம் இல்லை எனில், தொகுதிகளுக்கிடையேயான மாறுபாடு மற்றும் தொகுதிகளுக்குள்ளான மாறுபாடு ஆகியவை ஏறத்தாழ சமமாக இருக்கும் மேலும் F சோதனை மதிப்பு தோராயமாக 1க்கு சமமாக இருக்கும்.

3.4.2 இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் நிறைகள் மற்றும் குறைகள்

நிறைகள்

- இருவழி பாகுபாட்டில் எந்த எண்ணிக்கையில் வேண்டுமானாலும் நடத்து முறைகள் மற்றும் தொகுதிகள் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- ஒவ்வொரு நடத்துமுறையும் அனைத்து தொகுதிகளிலும் பிரதிபலிக்கவேண்டும்.
- இவ்வடிவமைப்பு ஆராய்ச்சியின் பல்வேறு பகுதிகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

குறைகள்

- நடத்து முறைகளின் எண்ணிக்கை மிக அதிகமாக இருப்பின் தொகுதிகளுக்கிடையே ஒத்ததன்மையைப் பராமரிப்பது கடினமானதாகும்.
- விடுபட்ட மதிப்பினை ஒதுக்க இயலாது. விடுபட்ட மதிப்பு ஏற்கனவே உள்ளமதிப்புகளின் பகுப்பாய்வில் சில மாற்றங்களைச் செய்து பயன்படுத்தப்படுகிறது. எனவே, பகுப்பாய்வு செய்வது சற்று கடினமானதாகும்.

ஒருவழி மற்றும் இருவழி பாகுபாய்வின் ஒப்பீடு

ஒப்பீட்டின் அடிப்படை	மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு	
	ஒரு வழி	இரு வழி
சார்பற்ற மாறிகள்	ஒன்று	இரண்டு
ஒப்பிடுதல்	ஒரு காரணியின் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிலைகள்	இரு காரணிகளின் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிலைகள்
உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	அனைத்து நடத்துமுறைகளின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்க வேண்டியதில்லை	அனைத்து நடத்து முறைகளின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்க வேண்டும்

எடுத்துக்காட்டு 3.6

இந்தியாவில் உள்ள ஒரு பிரபலமான மார்க்கெட்டிங் நிறுவனம் மூன்று வெவ்வேறான பயிற்சி வகுப்புகளை விற்பனை பிரதிநிதிகளுக்கு நடத்துகிறது. பயிற்சி வகுப்புகள் முறையே A, B, C எனக் குறியிடப்படுகிறது. பயிற்சியின் வெற்றியினைக் கண்டறிய ஒவ்வொரு பயிற்சி வகுப்புகளுக்கும் 4 விற்பனை பிரதிநிதிகள் அனுப்பப் படுகின்றனர். அவர்களின் விற்பனை முன்னேற்றம் கீழ்க்கண்டவாறு.

விற்பனை பிரதிநிதி	பயிற்சி முறைகள்		
	A	B	C
1	4	6	2
2	6	10	6
3	5	7	4
4	7	5	4

பயிற்சி முறைகள் மற்றும் விற்பனை பிரதிநிதிகளின் திறன் சராசரிகள் சமமாக உள்ளதா எனச் சோதிக்க

தீர்வு:

படி 1 : **கருதுகோள்கள்**

இன்மைகருதுகோள்கள் $H_{01} : \mu_{M_1} = \mu_{M_2} = \mu_{M_3}$ (நடத்து முறைகள்)

மூன்றுவிதமான விற்பனை பயிற்சி வகுப்புகளிற்கிடையேயான சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டினைப் பெற்றிருக்கவில்லை.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 101 1/28/2020 6:41:49 PM

$$H_{02}: \mu_{S_1} = \mu_{S_2} = \mu_{S_3} = \mu_{S_4} \text{ (தொகுதிகள்)}$$

விற்பனையாளர்களின் திறன் சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டினைப் பெற்றிருக்கவில்லை.

மாற்று கருதுகோள்கள்

H_{11} : ஒருசோடி விற்பனை பயிற்சி வகுப்பு சராசரிகளாவது வெவ்வேறானவை.

H_{12} : ஒரு சோடி விற்பனையாளர்களின் திறன் சராசரிகளாவது வெவ்வேறானவை.

படி 2 : தரவு

விற்பனை பிரதிநிதிகள்	பயிற்சி முறைகள்		
	A	B	C
1	4	6	2
2	6	10	6
3	5	7	4
4	7	5	4

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$F_{0t}\text{(நடத்துமுறைகள்)} = \frac{MST}{MSE}$$

$$F_{0b}\text{(தொகுதி)} = \frac{MSB}{MSE}$$

படி 5 : கணக்கிடும் முறை

விற்பனை பிரதிநிதிகள்	பயிற்சி முறைகள்			மொத்தம் $x_{i.}$	$x_{i.}^2$
	A	B	C		
1	4	6	2	12	144
2	6	10	6	22	484
3	5	7	4	16	256
4	7	5	4	16	256
x_i	22	28	16	66	1140
$x_{i.}^2$	484	784	256	1524	

வர்க்கங்கள்

16	36	4
36	100	36
25	49	16
49	25	16
		$\sum\sum x_{ij}^2 = 408$

திருத்த காரணி: $CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(66)^2}{12} = \frac{4356}{12} = 363$

மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \sum\sum x_{ij}^2 - C.F$

$= 408 - 363 = 45$

நடத்துமுறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SST = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_{.j}^2}{k} - C.F$

$= \frac{1140}{3} - 363$

$= 380 - 363 = 17$

தொகுதிகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSB = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_{.j}^2}{k} - C.F$

$= \frac{1524}{4} - 363$

$= 381 - 363$

$= 18$

பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS - SST - SSB$

$= 45 - 17 - 18 = 10$

வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி: $MST = \frac{SST}{k-1} = \frac{17}{2} = 8.5$

$MSB = \frac{SSB}{m-1} = \frac{18}{3} = 6$

$MSE = \frac{SSE}{(k-1)(m-1)} = \frac{10}{6} = 1.67$

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு அட்டவணை

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்துமுறைகள் (பயிற்சி முறைகள்)	2	17	8.5	$F_{ot} = \frac{8.5}{1.67} = 5.09$
தொகுதிகள் (விற்பனை பிரதிநிதிகள்)	3	18	6	$F_{ob} = \frac{6}{1.67} = 3.59$
பிழைகள்	6	10	1.67	
மொத்தம்	11			

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள்

(i) $f_{(2, 6),0.05} = 5.1456$ (நடத்து முறைகள்)

(ii) $f_{(3, 6),0.05} = 4.7571$ (தொகுதிகள்)

படி 7 : முடிவு

i) கணக்கிடப்பட்ட $F_{0t} = 5.09 < f_{(2,\ 6),0.05} = 5.1456$, இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கான ஏதுவான ஆதாரம் இல்லை. ஆகவே விற்பனையை மேம்படுத்த விற்பனையாளர்களுக்கு கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சி வகுப்பிற்கான முறைகளின் சராசரிகள் வெவ்வேறு அல்ல என முடிவு செய்யப்படலாம்.

ii) கணக்கிடப்பட்ட $F_{0b} = 3.59 > f_{(3,6),0.05} = 4.7571$, இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. ஆகவே விற்பனையாளர்களின் விற்பனை சராசரிகளுக்கிடையே வித்தியாசம் சிறப்பு வாய்ந்தது எனலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7

ஒரு நகரில் நுண்ணியிரிகளால் எற்படும் உடல்நலக்குறைவால் உணவகங்களின் தூயமை மதிப்பீடு நிலையானது அல்ல என பரிசோதிக்க விரும்பி இயக்குநர் 5 உணவக ஆய்வாளர்களைக் கொண்டு 3 உணவகங்களின் தரம் குறித்து விசாரணை செய்ய விரும்புகிறார். அதன் முடிவுகள் பின்வருமாறு:

ஆய்வாளர்	உணவகம்		
	I	II	III
1	71	55	84
2	65	57	86
3	70	65	77
4	72	69	70
5	76	64	85

மிகைகாண் நிலை 5% இல் இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு சோதனை செய்க.

தீர்வு:

படி 1 : கருதுகோள் அமைத்தல்

இன்மை கருதுகோள்கள்

$H_{0I} : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$ (ஆய்வாளர்கள் – நடத்து முறைகள்)

உணவகத்தை ஆய்வு செய்பவர்களின் ஆய்வு முறை சராசரிகளுக்கிடையே எந்த வேறுபாடும் இல்லை

$H_{0R} : \mu_{\mathrm{I}} = \mu_{\mathrm{II}} = \mu_{\mathrm{III}}$ (உணவகங்கள் – தொகுதிகள்)

உணவகங்களின் தூய்மை அளவின் சராசரிகளுக்கிடையே எந்த வேறுபாடும் இல்லை.

மாற்று கருதுகோள்கள்

H_{1I}: ஆய்வு செய்பவர்களின் ஆய்வு முறை சராசரிகளில் ஒரு சராசரியாவது வேறுபாடானது

H_{1R}: உணவகங்களின் தூய்மை அளவின் சராசரிகளில் ஒரு சராசரியாவது வேறுபாடானது.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 104 1/28/2020 6:41:53 PM

படி 2 : தரவு

ஆய்வாளர்	உணவகம்		
	I	II	III
1	71	55	84
2	65	57	86
3	70	65	77
4	72	69	70
5	76	64	85

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

ஆய்வாளர்கள்: F_{0t} (நடத்து முறைகள்) = $= \dfrac{MST}{MSE}$

உணவகங்கள்: F_{0b} (தொகுதிகள்) $= \dfrac{MSB}{MSE}$

படி 5 : கணக்கிடும் முறை

ஆய்வாளர்	உணவகம்			மொத்தம் $x_{i.}$	$x_{i.}^2$
	I	II	III		
1	71	55	84	210	44100
2	65	57	86	208	43264
3	70	65	77	212	44944
4	72	69	70	211	44521
5	76	64	85	225	50625
$x_{.j}$	354	310	402	1066	
$x_{.j}^2$	125316	96100	161604		

வர்க்கங்கள்

5041	3025	7056
4225	3249	7396
4900	4225	5929
5184	4761	4900
5776	4096	7225
		$\sum\sum x_{ij}^2 = 76988$

திருத்த காரணி: $CF = \frac{G^2}{n} = \frac{(1066)^2}{15} = \frac{1136356}{15} = 75757.07$

மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $TSS = \sum\sum x_{ij}^2 - C.F$

$= 76988 - 75757.07 = 1230.93$

நடத்துமுறைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SST = \frac{\sum_{j=1}^{l} x_{i.}^2}{l} - C.F$

$= \frac{227454}{3} - 75757.07$

$= 75818 - 75757.07$

$= 60.93$

தொகுதிகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSB = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_{.j}^2}{k} - C.F$

$= \frac{383020}{5} - 75757.07$

$= 76604 - 75757.07$

$= 846.93$

பிழையின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்: $SSE = TSS - SST - SSB$

$= 1230.93 - 60.93 - 846.93$

$= 323.07$

வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி

$$MST = \frac{SST}{k-1} = \frac{60.93}{4} = 15.23$$

$$MSB = \frac{SSB}{m-1} = \frac{846.93}{2} = 423.47$$

$$MSE = \frac{SSE}{(k-1)(m-1)} = \frac{323.07}{8} = 40.38$$

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு

மாறுபாட்டின் மூலம்	கட்டின்மை கூறுகள்	வர்க்கங்களின் கூடுதல்	வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	F-விகிதம்
நடத்து முறைகளுக்கிடையே	4	60.93	15.23	$F_{0I} = \frac{15.23}{40.38} = 0.377$
தொகுதிகளுக்கிடையே	2	846.93	423.47	$F_{0R} = \frac{423.47}{40.38} = 10.49$
பிழை	8	323.07	40.38	
மொத்தம்	14	1230.93		

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 106 1/28/2020 6:41:53 PM

படி 6 : **தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்புகள்**

(i) $f_{(4,\ 8),0.05} = 3.838$ (ஆய்வாளர்கள்)

(ii) $f_{(2,\ 8),0.05} = 4.459$ (உணவகங்கள்)

படி 7 : **முடிவு**

i) $F_{0I} = 0.377 < f_{(4,\ 8),0.05} = 3.838$, இன்மை கருதுகோள் மறுப்பதற்கான ஆதாரம் இல்லை எனவே, உணவகத்தை ஆய்வு செய்பவர்களின் ஆய்வு முறை சராசரிகளுக்கிடையே எந்த வேறுபாடும் இல்லை எனலாம்.

ii) $F_{0R} = 10.49 > f_{(2,\ 8),0.05} = 4.459$, இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்படுகிறது. ஆகவே உணவகங்களின் தூய்மை அளவின் சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் சிறப்பு வாய்ந்தது எனலாம்.

நினைவில் கொள்க

❖ F-மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை இரு சார்பற்ற வாய்ப்பு மாறிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகளின் விகிதம் ஆகும்

❖ X மற்றும் Y என்பன முறையே m மற்றும் n கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட இரு சார்பற்ற χ^2 மாறிகள் எனில், $F = \dfrac{X/m}{Y/n}$ என்பது (m, n) கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட F-பரவலாகும்.

❖ m மற்றும் n எண்ணிக்கை கொண்ட இரு சார்பற்ற வாய்ப்பு மாதிரிகள் இயல்நிலை பரவலிலிருந்து எடுக்கப்படுகின்றன எனில், மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $F = \dfrac{s_X^2}{s_Y^2}$ ஓர் F-பரவலை தழுவும் $m-1, n-1$ கட்டின்மை கூறுகளைக் கொண்ட வாய்ப்பு மாறியாகும்.

❖ R.A. ஃபிஷரின் கூற்றுப்படி "மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வானது ஒரு குழு காரணங்களைச் சார்ந்த மாறுபாடுகளை மற்ற குழு (group) காரணங்களைச் சார்ந்த மாறுபாடுகளினின்று பிரித்தெடுக்கும் முறையாகும்".

❖ ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட குழுக்களுக்கிடையே சராசரிகளை ஒப்பிடப்பயன்படுகிறது.

❖ இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் ஒரு மாறி கட்டுப்படுத்தப்பட்டு மற்றொரு மாறியின் மூன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட குழுக்கள் ஒப்பிடப்படுகிறது.

❖ மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் பயன்படும் அனுமானங்கள்

- கண்டறிந்த மாதிரி மதிப்புகள் இயல்நிலைப்பரவலைப் பின்பற்றுகின்றன.
- நடத்துமுறைகளுக்கு வாய்ப்பு முறையில் சோதனை அலகுகள் ஒதுக்கப்படுகின்றன.
- கண்டறிந்த மாதிரி மதிப்புகள் யாவும் சார்பற்றவை.
- முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபட்டு அளவைகள் (தெரியாத நிலையில்) சமம் அல்லது ஏறத்தாழ சமமானவை என அனுமானிக்கப்படுகிறது.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 107 1/28/2020 6:41:53 PM

பயிற்சிகள் 3

3R85FW

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு முறைகளை விரிவுபடுத்தியவர்

(அ) S.D. பாய்சான் (ஆ) கார்ல்–பியர்சான்

(இ) R.A. ஃபிஷர் (ஈ) W.S. காசெட்

2. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு முறை தொடங்கப்பட்ட களமானது

(அ) தொழில் (ஆ) விவசாயம் (இ) மருத்துவம் (ஈ) மரபியல்

3. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்விற்குரிய அனுமானங்களில் ஒன்றான எடுக்கப்பட்ட கூறுகள் பெறப்பட்ட முழுமைத் தொகுதியானது

(அ) ஈருறுப்பு (ஆ) பாய்சான் (இ) கைவர்க்கம் (ஈ) இயல்நிலை

4. ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் மொத்த மாறுபாட்டின் பிரிவுகளின் எண்ணிக்கையானது ––––

(அ) இரண்டு (ஆ) மூன்று (இ) நான்கு (ஈ) ஒன்று

5. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் இன்மை எடுகோளில் அனைத்து முழுமைத்தொகுதிகளின் சராசரிகளும்

(அ) சமம் (ஆ) மாறிகள் (இ) சமமல்ல (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

6. 30 கண்டறிந்த மதிப்புகள் மற்றும் 5 நடத்து முறைகளும் கொண்ட ஒரு வழி பாகுபாட்டில் SSE க்குரிய கட்டின்மை கூறுகள்

(அ) 29 (ஆ) 4 (இ) 25 (ஈ) 150

7. இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் TSS =

(அ) $SST+SSB+SSE$ (ஆ) $SST\text{-}SSB+SSE$

(இ) $SST+SSB\text{-}SSE$ (ஈ) $SST+SSB$

8. இரு வழி மாறுபாட்டு பாகுப்பாய்வில் $TSS = 210, SST = 32, SSB = 42,$ எனில் SSE என்பது

(அ) 126 (ஆ) 74 இ) 136 (ஈ) 178

9. 5 நடத்து முறைகளும் மற்றும் *4* தொகுதிகளும் கொண்ட இருவழி பாகுபாட்டில் SSE க்குரிய கட்டின்மை கூறுகளின் எண்ணிக்கை

(அ) 12 (ஆ) 19 (இ) 16 (ஈ) 15

10. ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சராசரிகளை ஒப்பிடும் சூத்திரம்

(அ) $F = \frac{MST}{MSE}$ (ஆ) $F = \frac{TSS}{SST}$

(இ) $F = \frac{MSB}{MST}$ (ஈ) $F = \frac{MST}{MSB}$

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 108 1/28/2020 6:41:53 PM

11. __________ சோதனை மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சராசரிகளை ஒப்பிட உதவுகிறது

(அ) t (ஆ) χ^2 (இ) F (ஈ) Z

12. மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சராசரிகளுக்கிடையே வித்தியாசம் ஏதுமில்லை எனில் F மதிப்பு __________ க்கு அருகில் இருக்கும்

(அ) 0 (ஆ) –1 (இ) 1 (ஈ) ∞

13. F-சோதனை __________ சோதனை எனப்படும்

(அ) சராசரி சோதனை (ஆ) மாறுபாட்டு விகித சோதனை
(இ) மாறுபாட்டு சோதனை (ஈ) மேற் கூறிய ஏதுமில்லை

14. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு என்பது மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முழுமைத் தொகுதி __________ சோதனை செய்ய சிறந்த வழியாகும்

(அ) மாறுபாட்டு அளவைகளை (ஆ) விகிதங்களை
(இ) சராசரிகளை (ஈ) விவரங்களை

15. m நடத்து முறைகளும் மற்றும் n தொகுதிகளும் கொண்ட இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் பிழைக்கான வரையற்ற பாகைகளானது __________

(அ) mn-1 (ஆ) m-1 (இ) n-1 (ஈ) $(m$-1$)(n$-1$)$

16. கணக்கிடப்பட்ட F ன் மதிப்பு நிர்ணயிக்கப்பட்ட மிகைகாண் நிலையில் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைவிட அதிகமாக இருப்பின் H_0 __________

(அ) மறுக்கப்படுகிறது (ஆ) மறுக்கப்படுவதில்லை
(இ) மாறிலி (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

17. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் __________ மற்றும் __________ காரணிகள் சாணப்படுகின்றன

(அ) வாய்ப்பு, பிழை (ஆ) பிழை, தொகுதி
(இ) குறிப்பிடத்தக்க, வாய்ப்பு (ஈ) குறிப்பிடத்தக்க, பிழை

18. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் மாதிரி விவரங்கள்

(அ) ஒன்றை ஒன்று சார்ந்தவை (ஆ) சார்பற்றவை
(இ) சமம் (ஈ) சமமற்றவை

19. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் திருத்தக்காரணி

(அ) $\dfrac{\sum T_{ij}^2}{n}$ (ஆ) $\dfrac{\sum T_{i.}^2}{n}$

(இ) $\dfrac{G^2}{n}$ (ஈ) $\dfrac{\sum T_{i.}}{n}$

20. வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி என்பது வர்க்கங்களின் கூடுதல் மற்றும் அதன் __________ன் விகிதமாகும்

(அ) தொகுதிகளின் எண்ணிக்கை (ஆ) நடத்துமுறைகளின் எண்ணிக்கை
(இ) கட்டின்மை கூறுகள் (ஈ) மொத்த வர்க்கங்களின் கூடுதல்

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

21. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு என்றால் என்ன?
22. F-மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையின் பயன்பாடுகளை எழுதுக?
23. மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் அனுமானங்கள் யாவை?
24. வரையறு: குழுக்களுக்கிடையேயான மாறுபாடு, குழுக்களுக்குள்ளேயான மாறுபாடு.
25. ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் பயன்படுத்தப்படும் எடு கோளை கூறு?
26. இரு வழி மாறுபாட்டு பாகுப்பாய்வின் பிரிவுகள் யாவை?
27. மாறுபாட்டின் காரணிகளை பெயரிடுக?

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

28. ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் நன்மை, குறைகளை எழுதுக?
29. ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் கட்டமைப்பை விளக்குக?
30. ஒருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையை கணக்கிட பயன்படும் அளவைகள் யாவை?
31. இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் நன்மை, குறைகளை எழுதுக?
32. இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் கட்டமைப்பை விளக்குக?
33. இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வின் பிரிவுகள் யாவை?
34. இருவழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வில் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையை கணக்கிடப் பயன்படும் அளவைகள் யாவை?
35. ஒருவழி மற்றும் இரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வினை ஒப்பிடுக?

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

36. 8 உறுப்புகளுள்ள ஒரு மாதிரி சராசரியிலிருந்து உறுப்புகளின் விலக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 84.4 ஆகும். 10 உறுப்புகளுள்ள மற்றொரு மாதிரியில் இம்மதிப்பு 102.6 ஆகும். முழுமைத் தொகுதி மாதிரிகளின் மாறுபாடுகளுக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் சிறப்பு வாய்ந்தது என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க .
37. இரண்டு வாய்ப்பு மாதிரிகளில் பெறப்பட்ட மதிப்புகள் பின்வருமாறு

மாதிரி	அளவு	மாதிரிசராசரி	சராசரியிலிருந்து பெறப்பட்ட விலக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்
I	10	15	90
II	12	14	108

இரண்டு மாதிரிகளும் சம மாறுபாடு கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து பெறப்பட்டவையா என 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க. $F_{5\%}(9, 11) = 2.90$, $F_{5\%}(11, 9) = 3.10$)

38. இரண்டு சம பரப்பு கொண்ட விவசாய பிரிவு நிலங்கள் A மற்றும் Bல் பெறப்பட்ட கோதுமை விளைச்சல் (குவிண்டாலில்) கீழே தரப்பட்டுள்ளது

	விவசாயபிரிவு நிலங்களின் எண்ணிக்கை	சராசரி விளைச்சல்	மாதிரியின் மாறுபாடு
தொகுதி A	8	60	50
தொகுதி B	6	51	40

தொகுதி A விளைச்சலின் மாறுபாடு, தொகுதி B-இன் விளைச்சலின் மாறுபாட்டைவிட அதிகமாக இருக்கமா? 5% மிகைகாண் மட்டத்தில் சோதனையிடுக.

39. தேசிய அளவிலான இரண்டு நிறுவனங்களில் தயாரிக்கப்படும். ஐஸ்கிரீம்களில் 1/2 கோப்பையில் உள்ள கலோரியின் அளவு பின்வருமாறு.

A வகை	330	310	300	310	300	350	380	300	300
B வகை	300	300	270	290	310	370	300	310	250

5% மிகைகாண் நிலையில், A வகை ஜஸ்கிரீமின் கலோரியின் மாறுபாடானது B வகை ஜஸ்கிரீமின் கலோரியின் மாறுபாட்டைவிட குறை வானது என முடிவெடுக்க போதுமான ஆதாரம் உள்ளதா?

40. வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சாக்லேட் சுவை மற்றும் சாக்லேட் சுவை அல்லாத மிட்டாய்களில் உள்ள கார்போ ஹைட்ரேட் அளவு (கிராமில்) கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பபட்டுள்ளது இரண்டு விதமான சுவைகளிலும் கார்போஹைட்ரேட் அளவின் மாறுபாடுகள் வெவ்வேறானவை எனக் கூறுவதற்கு ஏதுவான ஆதாரம் உள்ளதா என சோதிக்க. $\alpha = 2\%$.

சாக்லெட் சுவை உள்ளது	29	25	18	40	41	25	32	30	38	34	25	28
சாக்லெட் சுவையற்றது	39	39	37	29	30	38	39	10	29	55	29	

41. ஒரு தோட்டக்காரர் நான்கு விதமான உரங்களைப் பயன்படுத்தி தக்காளி விளைச்சலைக் காணவிழைகிறார். 5% மிகைகாண் நிலையில் A, B, C, D உரங்களை பயன்படுத்துகூதுழலு சமமான விளைச்சல் உள்ளதா எனச் சோதனை செய்க

A	14	10	12	16	17
B	9	11	12	8	10
C	16	15	14	10	18
D	10	11	11	13	8

42. X, Y மற்றும் Z என்ற மூன்று விதமான செய் முறைகளின் வெளியீடுகள் சமமானவையா என சோதிக்க, கீழ்காணும் வெளியீடு விவரங்கள் கண்டறியப்பட்டன.

X	10	13	12	11	10	14	15	13
Y	9	11	10	12	13			
Z	11	10	15	14	12	13		

மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு சோதனை நடத்தி முடிவெடுக்கவும்.

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 111 1/28/2020 6:41:54 PM

43. ஒரு நகரில் உள்ள மூன்று பள்ளிகளில் பயிலும் 12 ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் வாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு பள்ளியிலும் 5 பேர் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு தேர்வு நடத்தப்பெற்றது. அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண் பின்வருமாறு

பள்ளி I	9	7	6	5	8
பள்ளி II	7	4	5	4	5
பள்ளி III	6	5	6	7	6

ஒரு வழி மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு செய்க.

44. ஒரு விவசாயி மூன்று விதமான உரங்களை நான்கு விதமான விவசாய பிரிவு நிலங்களில் (Plot) பயன்படுத்துகிறார். ஒவ்வொரு ஏக்கரிலும் பெறப்பட்ட விளைச்சல் பின்வருமாறு

பிரிவு நிலங்கள் / உரங்கள்	விளைச்சல்			
	A	B	C	D
நைட்ரஜன்	6	4	8	6
பொட்டாஷ்யம்	7	6	6	9
பாஸ்பேட்	8	5	10	9

விவசாயநிலங்களின் வகைகளில் சராசரி விளைச்சலில் குறிப்பிடத்தக்க மாற்றம் உள்ளதா எனவும் உரங்களின் வகைகளில் சராசரி விளைச்சலில் ஏதேனும் வித்தியாசம் உள்ளதா என சோதனை செய்க.

45. 4 இயக்குபவர்களின் திறன், அவர்கள் இயக்கும் 5 வெவ்வேறான இயந்திரங்களிலிருந்து தயாரிக்கப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு சோதிக்கப்படுகிறது. 5% மிகைகாண் நிலையில் இயக்குபவர்களின் திறன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உள்ளதா என சோதனை செய்க.

$(F(3, 12) = 3.49, F(4, 12) = 3.26)$

இயக்குபவர்கள்	இயந்திரங்களின் வகை				
	A	B	C	D	E
I	8	10	7	12	6
II	12	13	8	9	12
III	7	8	6	8	8
IV	5	5	3	5	14

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 112 1/28/2020 6:41:54 PM

விடைகள்

I. 1. (இ) 2. (ஆ) 3. (ஈ) 4. (அ) 5. (அ)

6. (இ) 7. (அ) 8. (இ) 9. (அ) 10. (அ)

11. (இ) 12. (இ) 13. (ஆ) 14. (இ) 15. (ஈ)

16. (அ) 17. (இ) 18. (ஆ) 19. (இ) 20. (இ)

III. 36. $F_0 = 1.06$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

37. $F_0 = 1.02$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

38. $F_0 = 1.25$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

39. $F_0 = 1.34$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

40. $F_0 = 2.52$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

41. $F_0 = 4.59$, H_0 மறுக்கப்படுகிறது

42. $F_0 = 1.097$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

43. $F_0 = 3.33$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

44. $F_0 =2.39$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை $F_0 = 3.59$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

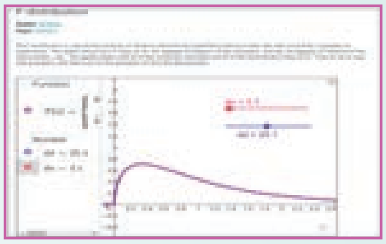
45. $F_0 = 2.53$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை $F_0 = 1.24$, H_0 மறுக்கப்படுவதில்லை

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 113 1/28/2020 6:41:54 PM

ICT CORNER

TESTS BASED ON SAMPLING DISTRIBUTIONS – II

This activity helps to understand about *F*-DISTRIBUTION

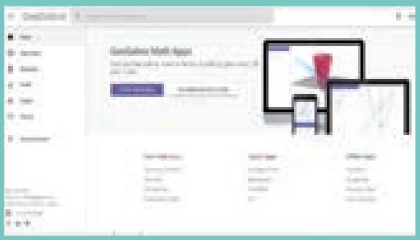


Steps:

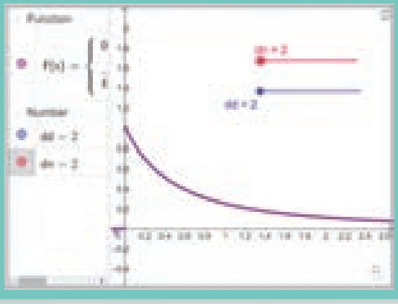
- Open the browser and type the URL given (or) scan the QR code. GeoGebra work book called "***F*-Distribution**" will appear.
- In this several work sheets for statisticsare given, open the worksheet named "*F*-Distribution"
- Drag and move the Red colour and Blue colour button or type the values in the left side box for result

Step-1

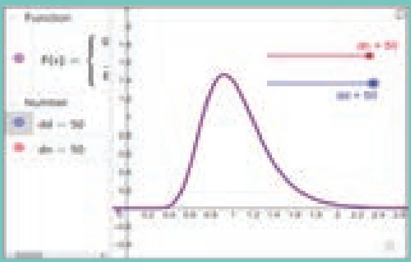
Step-2



Step-3



Step-4



Pictures are indicatives only*

URL:

https://www.geogebra.org/m/A45YdMfJ

B236_12_STATISTICS_TM

03_12th_Statistics_TM_Unit_3.indd 114 1/28/2020 6:41:54 PM

அத்தியாயம்

4 ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு

கார்ல் பியர்சான் (1857–1936)

கார்ல் பியர்சான் (Karl Pearson), இங்கிலாந்தைச் சேர்ந்த கணித மேதையும் புள்ளியியலாளரும் ஆவார். அவர் உலகின் முதல் புள்ளியியல் துறையை லண்டனில் உள்ள பல்கலைக்கழகக்கல்லூரியில் 1911 ஆம் ஆண்டு தோற்றுவித்தார். அவர் உருவாக்கிய நேரிய ஒட்டுறவுக்கெழு என்ற கருத்து, அவரது பெயரிலேயே பியர்சானின் விலக்கப்பெருக்க ஒட்டுறவுக்கெழு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது ஃபிரான்சிஸ் கால்ட்டன் என்பருடைய கருத்துடன் தொடர்புடையதாகும். இந்த ஒட்டுறவுக்கெழு முறை முதன்முதலில் உருவாக்கப்பட்டாலும், பரவலாகப் பயன்படுத்தும் முறையாக விளங்குகிறது.

சார்லஸ் எட்வர்ட் ஸ்பியர்மான் (1863–1945)

சார்ல்ஸ் எட்வர்ட் ஸ்பியர்மான் (Charles Edoward Spearman) இங்கிலாந்து நாட்டைச் சேர்ந்த உளவியலாளர் ஆவார். பதினைந்து ஆண்டுகள் இராணுவத்தில் பணியாற்றியபின், செய்முறை உளவியல் படிப்பில் சேர்ந்து 1906 ஆம் ஆண்டு முனைவர் பட்டம் பெற்றார். இவர் கால்ட்டன் ஆய்வுகளால் ஈர்க்கப்பட்டு அதன் மூலம் தர ஒட்டுறவு என்னும் கருத்தை 1904 ஆம் ஆண்டு உருவாக்கினார். அத்துடன் காரணிப்பகுப்பாய்வியல் என்ற பிரிவை உருவாக்குதலிலும் முன்னோடியாகத் திகழ்ந்தார்.

தொடர்பு என்பது, அளவைப்பொறுத்து இருக்கும்போது அவற்றின் உறவைக் கண்டுபிடித்து, அது எவ்வாறு தீவிரமாக தொடர்பு கொண்டுள்ளது என்பதைக் காண உதவும் சரியான புள்ளியியல் கருவி ஒட்டுறவாகும்.

—கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன்

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

FMTZ5S

- ❖ ஒட்டுறவின் பொருள், வரையறை மற்றும் பயன்பாடுகளைப் பற்றி தெரிந்து கொள்ளுதல்
- ❖ ஒட்டுறவின் வகைகளைக் கண்டறிதல்.
- ❖ பல்வேறு வகையான அளவீட்டளவைகளின் ஒட்டுறவுக்கெழுவைப் பற்றி புரிந்து கொள்ளுதல்
- ❖ சிதறல் விளக்கப்படத்தைப் பயன்படுத்தி பல்வேறு வகையான ஒட்டுறவை வேறுபடுத்த அறிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழு, ஸ்பியர்மானின் தர ஒட்டுறவு, மற்றும் யூலின் தொடர்புக் கெழுவைக் கணக்கிடும் முறை அறிதல்.
- ❖ ஒட்டுறவுக்கெழுவின் உதவியுடன் கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைப்பற்றி விளக்கமளிக்க அறிந்து கொள்ளுதல்

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 115 1/28/2020 6:42:53 PM

அறிமுகம்

"உங்களால் இயன்றவரை ஆராய்ந்து பின் தீர்ப்பளியுங்கள்"

இதுவரை ஒரு மாறிக்குப் பயன்படுத்தப்படும் புள்ளியியல் நுட்பங்கள் விளக்கப்பட்டன. பல ஆராய்ச்சி சூழல்களில் ஒருவர் இரு மாறிகளுக்கான நேர்கோட்டுத் தொடர்பினை அறிய இரண்டு மாறிகளையும் ஒரே நேரத்தில் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். அவ்வாறு இருப்பின் அவற்றிற்கு இடையே எவ்வகையான தொடர்பு உள்ளது என்பதைக் காண வேண்டும். இந்த இருமாறி தரவுப் பகுப்பாய்வு என்பது ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்விற்கு வழிவகுக்கிறது. இரண்டு அளவைகளுக்கு இடையே ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பு (அல்லது) ஒட்டுறவு உள்ளது எனில், வரைபடத்தில் ஒரு மாறி மேல்நோக்கி அல்லது கீழ்நோக்கி நகர்ந்தால் மற்றொரு மாறியும் மேல்நோக்கி அல்லது கீழ்நோக்கி நகரும்.

ஒட்டுறவுக் கருத்து பின்வரும் பல்வேறு வகையான வினாக்களுக்கு விடையளிக்க உதவும்.

- கற்கும் நேரத்திற்கும் (மணியில்) தேர்வில் பெறப்படும் மதிப்பெண்களுக்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?
- விளம்பரத்திற்கு செலவு செய்தல் விற்பனையை அதிகரிக்க உதவுகிறதா?
- X என்பது பெண்களின் வயதையும், Y என்பது அவரின் உயர் இரத்த அழுத்தத்தையும் குறிக்கட்டும். வயதிற்கும், இரத்த அழுத்தத்திற்கும் தொடர்பு உள்ளதா?
- கணவனின் வயதிற்கும் மனைவியின் வயதிற்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?
- பொருட்களின் விலைக்கும், தேவைக்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?
- மழை அளவிற்கும், நெல் உற்பத்திக்கும் இடையே தொடர்பு உள்ளதா?

4.1 ஒட்டுறவின் வரையறை

இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட மாறிகளில் ஒன்றுக்கொன்று இடையேயான தொடர்பினை ஆராய்வதற்குப் பயன்படும் புள்ளியியல் அளவை ஒட்டுறவு ஆகும். இப்பாடத்தில் இரண்டு மாறிகளைப் பற்றி மட்டுமே எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளது.

1. A.M. டட்டில் ஒட்டுறவை இவ்வாறு வரையறுக்கிறார். (A.M. Tuttle)

   "இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையேயான மாறுபாட்டினை ஆய்வதே ஒட்டுறவு ஆகும்."

2. யா–குன்–சௌவின் வரையறை: (Ya-Kun-Chou)

   மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவை அறிய எடுக்கும் முயற்சியே ஒட்டுறவாகும்.

இரண்டு தொடர்புடைய மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் தீவிரத்தை அறியும் முறையே ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வு ஆகும். மாறிகளுக்கு இடையே அதிக நேர்கோட்டுத் தொடர்பு இருந்தால் அவற்றிற்கு இடையே அதிக ஒட்டுறவு உள்ளது என்றும் மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு மிக மிகக் குறைவு எனில் அவற்றிக்கு இடையே குறைவான ஒட்டுறவு உள்ளது எனலாம். ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வு மூலம் ஒட்டுறவின் வகை மற்றும் தீவிரத்தை அறிந்துகொள்ளலாம். ஒட்டுறவுக் கெழு அல்லது ஒட்டுறவுக் குறியீடு என்பது ஒட்டுறவின் அளவையாகும். இது ஒரு முழுமையான அளவை ஆகும்.

ஒட்டுறவின் பயன்கள்

- இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையேயான தொடர்பின் வகைகள் மற்றும் தீவிரத்தை அறிய ஒட்டுறவு பயன்படுகிறது.
- மாறிகளுக்கு இடையேயான தொடர்பைப் பற்றிய தீர்க்கமான அறிவால், அறிவியல் மற்றும் தத்துவம் போன்ற துறைகளில் அதிகமாகப் பயன்படுத்தப்பெறும் வளர்ச்சியைப் பெற்றிருக்கிறது.

4.2 ஒட்டுறவின் வகைகள்

1. **எளிய ஒட்டுறவு:** (நேர்கோட்டு ஒட்டுறவு) எளிய ஒட்டுறவு என்பது இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பை குறிப்பதாகும் இது r_{xy} எனக் குறிக்கப்படுகிறது.
2. **பகுதி ஒட்டுறவு:** பகுதி ஒட்டுறவு என்பது இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட மாறிகளில், மற்ற மாறிகளின் தாக்கத்தை நீக்கிய பின் ஏதேனும் இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பைக் குறிப்பதாகும். $r_{xy.z\,...}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.
3. **பல்சார் ஒட்டுறவு:** பல்சார் ஒட்டுறவு என்பது ஒரு குழுவாக உள்ள மாறிகளுக்கும், அந்த குழுவில் இல்லாத ஒரு மாறிக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் குறிப்பதாகும். $R_{y.(xz...)}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

இப்பாடத்தில் எளிய ஒட்டுறவைப் பற்றி மட்டும் அறிந்துக் கொள்ளலாம். மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் தொடர்புடைய பல்சார் மற்றும் பகுதி ஒட்டுறவுகள் பற்றி மேல் வகுப்புகளில் படித்து அறியலாம்.

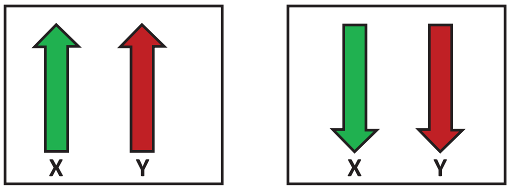
4.2.1 எளிய ஒட்டுறவு (நேர்கோட்டு ஒட்டுறவு)

இங்கு நாம் தரவுகளாக எடுத்துக் கொள்ளும் இரண்டு தொடர்புடைய மாறிகளில் ஒன்றின் மதிப்பு பொதுவாக 'x' என்றும் மற்ற மாறியின் மதிப்பு 'y' என்றும் குறிக்கப்படுகிறது.

எளிய ஒட்டுறவு ஐந்து வகைப்படும். அவை

1. மிகை ஒட்டுறவு (நேர் ஒட்டுறவு)
2. குறை ஒட்டுறவு (எதிர் ஒட்டுறவு)
3. ஒட்டுறவின்மை
4. முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு
5. முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு

மிகை அல்லது நேர்ஒட்டுறவு



பொருட்கள் ஒரே திசையில் நகர்த்தல்

1) மிகை ஒட்டுறவு (நேர் ஒட்டுறவு) Positive correlation: (Direct correlation)

x என்ற மாறியின் பெரிய மதிப்புகள் y என்ற மாறியின் பெரிய மதிப்புகளுடன் தொடர்புடையதாகவும் மற்றும் x என்ற மாறியின் சிறிய மதிப்புகள் y என்ற மாறியின் சிறிய மதிப்புகளுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால் அவ்விரு மாறிகளுக்கு இடையே மிகை ஒட்டுறவு உள்ளது எனலாம். மாறாக, இரு மாறிகளும் ஒன்றாக **ஒரே திசையில்** நகர்ந்தால் அந்த உறவு நேர் ஒட்டுறவு எனப்படும். அதாவது, நேர் ஒட்டுறவு என்பது ஒரு மாறி அதிகரிக்கும் பொழுது மற்ற மாறியும் அதிகரிக்கும் (சராசரியாக) அல்லது ஒரு மாறி குறையும் பொழுது மற்ற மாறியும் குறையும் (சராசரியாக)

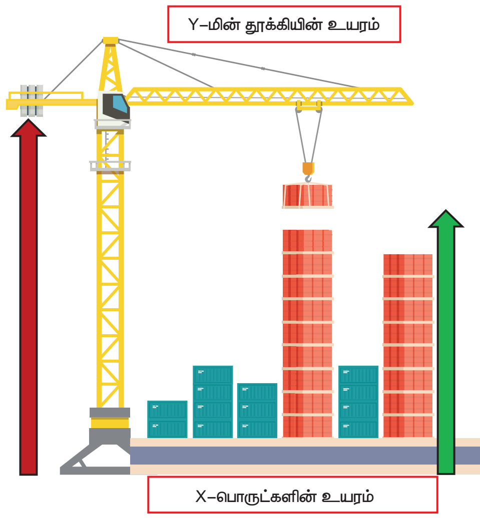
எடுத்துக்காட்டாக:

(i) வருமானம் மற்றும் சேமிப்பு

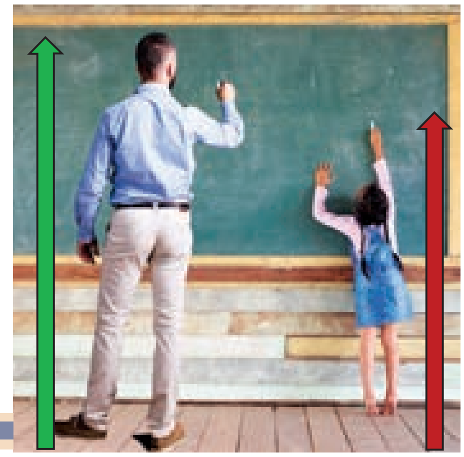
(ii) கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல் மதிப்பெண்கள்

(அதாவது நேர் உறவு உடையது)

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 117 1/28/2020 6:42:53 PM



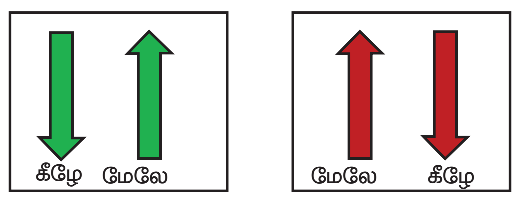
பொருட்களின் உயரம் அதிகரிப்பு / குறைவு என்பதை பொறுத்து மின் தூக்கியின் உயரம் அதிகரிக்கும் / குறையும்



எழுதுபவரின் உயரத்தைப் பொறுத்து எழுதும் இடத்தின் தொடக்கம் அமையும்.

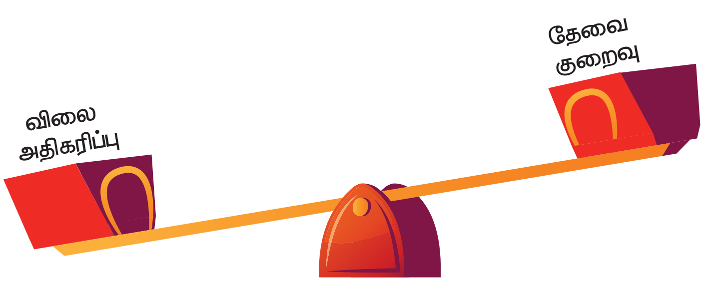
2) குறை ஒட்டுறவு (எதிர் ஒட்டுறவு) (Inverse correlation)

குறை அல்லது எதிர் ஒட்டுறவு



பொருட்கள் ஒரே எதிரெதிர் திசையில் நகர்த்தல்

x இன் சிறிய மதிப்புகள் y இன் பெரிய மதிப்புகளுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால் அவ்விரு மாறிகளுக்கு இடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது எனக் கூறலாம். அதாவது மாறிகள் **எதிரெதிர் திசையில்** நகர்ந்தால் அம்மாறிகளுக்கிடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது எனப்படும். அதாவது, கூறின் ஒரு மாறி அதிகரிக்கும் பொழுது மற்ற மாறி குறைகிறது என்றும், ஒரு மாறி குறையும் பொழுது மற்ற மாறி அதிகரிக்கும் என்றும் கூறலாம்.



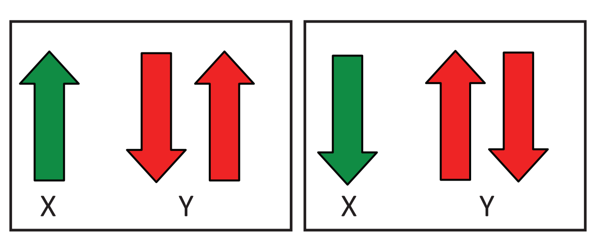
எடுத்துக்காட்டாக:

i) விலை மற்றும் தேவை

ii) வேலையின்மை மற்றும் வாங்கும்திறன் (எதிர் ஒட்டுறவு உடையது)

3) ஒட்டுறவின்மை

x இன் சிறிய மதிப்புகள் y இன் சிறிய அல்லது பெரிய மதிப்புகளுடன் தொடர்புடையதாகவும் மற்றும் x இன் பெரிய மதிப்புகள் y இன் பெரிய அல்லது சிறிய மதிப்புகளுடன் தொடர்புடையதாக இருந்தால் மாறிகளை ஒட்டுறவு அற்றது (ஒட்டுறவின்மை) எனக் கூறலாம். இங்கு $r = 0$.



04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 118 1/28/2020 6:42:54 PM

முக்கிய குறிப்பு: ஒட்டுறவின்மை என்பது சார்பற்றதைக் குறிக்காது 'இரண்டு மாறிகள் சார்பற்றது எனக் கூறாமல் இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே ஒரு குறிப்பிட்ட நேர்கோட்டு தொடர்பு இல்லை ஆனால் வளை கோட்டு தொடர்பு இருக்கலாம் எனக் கூறவேண்டும்' (specific linear pattern exists but there may be non linear relationship.)

4) முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு

x மற்றும் y என்ற மாறிகளின் மதிப்புகள் **விகிதாசார அடிப்படையில்** அதிகரித்தாலோ, குறைந்தாலோ அவ்விரு மாறிகளுக்குடையே முழுமையான நேர் உறவு உள்ளது எனக் கூறலாம்

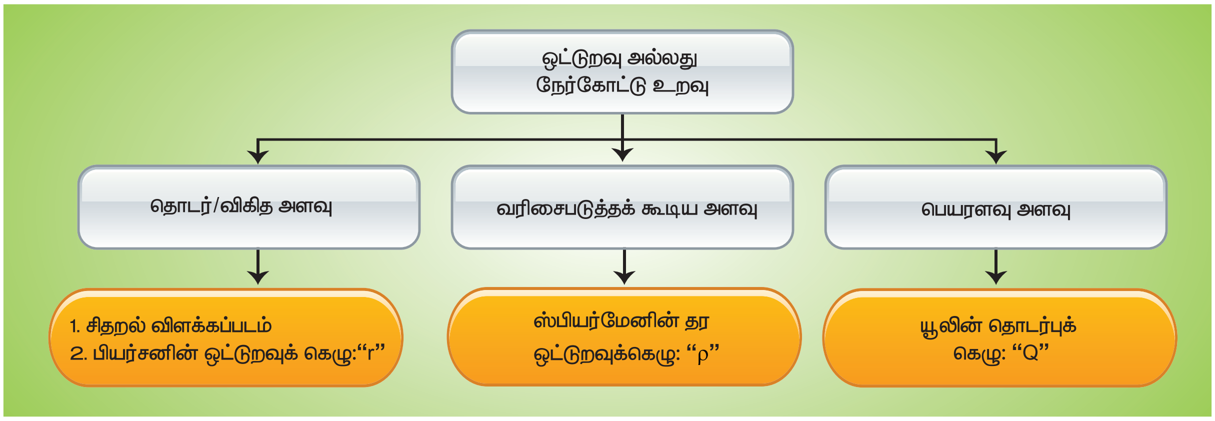
5) முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு

x மாறியின் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது y இன் மதிப்பு விகிதாசார அடிப்படையில் குறைந்தாலோ, x இன் மதிப்பு குறையும்போது y இன் மதிப்பு விகிதாசார அடிப்படையில் அதிகமானாலோ இருமாறிகளுக்கிடையே முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது எனக் கூறலாம்.

ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு

மாறிகளுக்கிடையே உள்ள நேர் கோட்டு உறவைக் காண்பதே ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வின் நோக்கமாகும். ஒட்டுறவுக் கெழு கணக்கிடும் முறையானது அளவீட்டு அளவைகளான விகித அளவு அல்லது வரிசைப்படுத்தக்கூடிய அளவு அல்லது பெயரளவு அளவு ஆகியவற்றைச் சார்ந்திருக்கும்.

புள்ளியியல் கருவியை தேர்வு செய்தல்



ஒட்டுறவு காணும் முறைகள்:

1. சிதறல் விளக்கப்படம்
2. கார்ல் பியர்சானின் விலக்கப் பெருக்கு ஒட்டுறவுக்கெழு : 'r'
3. ஸ்பியர்மானின் தர ஒட்டுறவுக்கெழு: 'ρ'
4. யூலின் தொடர்புக் கெழு: 'Q'

குறிப்பு

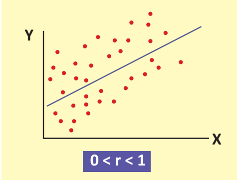
உயர்வரிசை பரிமாணமுள்ள பெயரளவு மாறிகளுக்கு சார்பற்ற பண்புகள் பற்றி அறிய, கைவர்க்க சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. (பாடம் 2 ஐப் பார்க்கவும்)

4.3 சிதறல் விளக்கப்படம்

சிதறல் விளக்கப்படம் என்பது இரு மாறிகளைக் கொண்ட தரவுகளைப் படங்கள் மூலம் விளக்கும் எளிய முறையாகும். ஒரு மாறியை X–அச்சிலும் மற்ற மாறியை Y–அச்சிலும் குறிக்க வேண்டும். புள்ளிகள் வரிசை சோடிகளாக இருபரிமான வரைபடத்தில் குறிக்கப்படுகின்றன. இவ்வாறு குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளின் படம் சிதறல் விளக்கப்படம் எனப்படும். இப்புள்ளிகளின் போக்கு திசை, இருமாறிகளுக்கு இடையேயான ஒட்டுறவின் வகைகளைக் காட்டுகிறது.

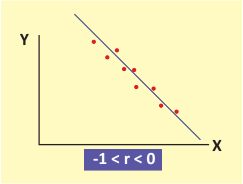
04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 119 1/28/2020 6:42:54 PM

1) நேர் ஒட்டுறவு (மிகை ஒட்டுறவு)



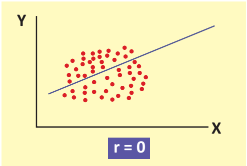
ஒரு தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் அனைத்தும் இடது கீழ் முனையிலிருந்து வலது மேல் முனை நோக்கி பட்டை போன்ற அமைப்பில் அமைந்திருந்தால் அந்த இரு மாறிகளுக்கு இடையே நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது எனக் கூறலாம்.

2) எதிர் ஒட்டுறவு (குறை ஒட்டுறவு)



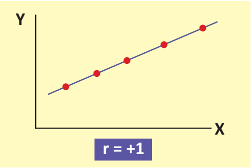
ஒரு தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் அனைத்தும் இடதுமேல் முனையிலிருந்து வலது கீழ் முனை நோக்கி பட்டை போன்ற அமைப்பில் அமைந்திருந்தால் அந்த இரு மாறிகளுக்குகிடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது எனக் கூறலாம்.

3) ஒட்டுறவின்மை



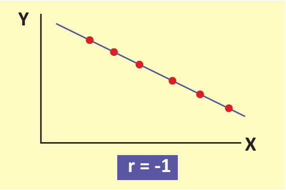
தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் அனைத்தும் தளம் முழுவதும் சிதறி இருக்குமானால் அவ்விரு மாறிகளுக்கிடையே ஒட்டுறவு இல்லை எனக் கூறலாம்.

4) முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு:



தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் அனைத்தும் கீழ் இடது முனையிலிருந்து மேல் வலது முனை வரையிலும் ஓர் நேர்கோட்டின் மேல் அமைந்திருந்தால் இரு மாறிகளுக்கிடையே முழுமையான நேர் உறவு உள்ளது எனக் கூறலாம்.

5) முழுமையான எதிர்உறவு



தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் அனைத்தும் இடது மேல் முனையிலிருந்து வலது கீழ் முனை வரை ஓர் நேர் கோட்டின் மேல் அமைந்திருந்தால் இரு மாறிகளுக்கிடையே முழுமையான எதிர் உறவு உள்ளது எனக்கூறலாம்.

4.3.1 சிதறல் விளக்கப்படத்தின் நிறைகள்

நிறைகள்

- இரு மாறிகளுக்கிடையே ஒட்டுறவைப் பற்றி அறிய இது எளிய மற்றும் கணக்கிட வேண்டியிராத முறையாகும்.
- இது விளிம்பு மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.
- இரு மாறிகளுக்கிடையேயான தொடர்பைக் காண்பதில் இது முதல் படியாகும்.
- பார்த்த மாத்திரத்திலேயே இது நேர் ஒட்டுறவா, எதிர் ஒட்டுறவா, அல்லது ஒட்டுறவின்மை உடையதா என தோராயமாக அறிய இயலும்.

குறைகள்

- முன்னால் குறிப்பிட்டது போன்று நாம் ஒட்டுறவின் திசையைப் பற்றிய அறிவை பெறமுடியும். ஆனால் இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பின் தீவிரத்தை அறிய இயலாது.
- கணித சூத்திரம் எதையும் பெற்றிருக்கவில்லை.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 120 1/28/2020 6:42:55 PM

4.4 கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழு

இரு மாறிகளுக்கிடையே ஒரு தொடர்பு இருக்குமெனில் அந்த தொடர்பின் அளவு ஒட்டுறவு கெழுவினைப் பயன்படுத்தி அளவிடப்படுகிறது.

உடன் மாறுபாட்டளவை (covariance)

X,Y என்ற மாறிகளுக்கிடையேயான உடன்மாறுபாட்டளவை (X,Y) ஓர் இருமாறி இயல்நிலை வாய்ப்பு மாறிகளின், $V(X)$ மற்றும் $V(Y)$ இன் மதிப்புகள் உள்ளது எனில் X மற்றும் Y–க்கு இடையேயான உடன் மாறுபாட்டளவை

$$\text{cov}(X,Y) = E[(X-E(X))(Y-E(Y))] = E(XY) - E(X)E(Y)$$

(x_i,y_i), $i=1,2, \ldots, n$ என்பன (X,Y) பெறும் n மதிப்புகள் எனில் X மற்றும் Y இடையேயான மாதிரி மதிப்புகளின் உடன்மாறுபாட்டளவை இவ்வாறு கணக்கிடப்படலாம்.

$$\text{cov}\left(X,Y\right)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\bar{x}\,\bar{y}$$

4.4.1 கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழு (Karl Pearson's coefficient of correlation)

X மற்றும் Y என்பன நேர்கோட்டுடன் தொடர்புடையவையாகவும் (X, Y) என்பன ஈருறுப்பு இயல்நிலைப் பரவலையுடையதாகவும் உள்ளது எனில் X மற்றும் Y இடையேயான மாதிரி மதிப்புகளின் ஒட்டுறவுக்கெழு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$r\left(X,Y\right)=\frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$$

இது கார்ல் பியர்சான் என்பவரால் வரையறுக்கப்பட்ட விலக்கப்பெருக்கு ஒட்டுறவுக்கெழு (Karl Pearson's product moment correlation) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட (x_i,y_i), $i=1,2, \ldots n$ என்ற n சோடி வாய்ப்பு மதிப்புகளுக்கு, X மற்றும் Y க்கு இடையேயான ஒட்டுறவுக் கெழுவை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்

$$r\left(X,Y\right)=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\bar{x}\,\bar{y}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\bar{x}^2}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\bar{y}^2}}$$

அல்லது அதற்குச் சமமான,

$$r\left(X,Y\right)=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2}}$$

4.4.2 பண்புகள்

1. x, y இன் ஒட்டுறவுக் கெழுவும், y, x இன் ஒட்டுறவுக் கெழுவும் சமம். அதாவது, $r_{xy} = r_{yx}$.
2. ஒட்டுறவுக் கெழுவானது X, Y இன் அலகுகளைச் சார்ந்திராது.

3. ஒட்டுறவுக் கெழுவானது ஆதிமாற்றத்தாலோ அல்லது அளவு மாற்றத்தாலோ பாதிக்கப்படுவதில்லை.

$u_i = \dfrac{x_i - A}{c}$, $v_i = \dfrac{y_i - B}{d}$ மேலும் $c \neq 0, d \neq 0$ i=1,2, ..., n எனில்

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} u_i v_i - \sum_{i=1}^{n} u_i \sum_{i=1}^{n} v_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} v_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} v_i\right)^2}}$$

இங்கு A, B என்பது உத்தேச மதிப்புகளாகும்.

குறிப்பு: பிரிவின் இடைவெளி அளவுகள் சமமில்லை எனில் $c = 1, d = 1$ என எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும்.

விளக்கம்

ஒட்டுறவுக் கெழு -1 க்கும் $+1$ க்கும் இடையே அமையும் அதாவது, $-1 \leq r \leq 1$

- r ஒரு மிகை மதிப்பு எனில் நேர் ஒட்டுறவைக்குறிக்கும் (மிகை ஒட்டுறவு).
- r ஒரு குறை மதிப்பு எனில் எதிர் ஒட்டுறவைக் குறிக்கும் (குறை ஒட்டுறவு)
- $r = +1$, எனில் அது முழுமையான நேர் ஒட்டுறவைக் குறிக்கும்
- $r = -1$, எனில் அது முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவைக் குறிக்கும்.
- $r = 0$, மாறிகளுக்கிடையே ஒட்டுறவின்மையை குறிக்கும்.
- $|r| \geq 0.7$ எனில் ஒட்டுறவு அதிக அளவு உள்ளது எனக் கூறலாம். விளக்கமளிக்கும் பொழுது "அதிகமானது" என்ற உரிச்சொல்லைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- X மற்றும் Y சார்பற்றவை எனில் $r_{xy} = 0$ எனலாம். ஆனால் மறுதலையானது உண்மை இல்லை என்பதனைக் கருத்தில் கொள்ளவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.1

பின் வரும் தரவுகளில் தந்தை மற்றும் மகனின் உயரங்கள் (அங்குலம்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தந்தை மற்றும் மகனின் உயரங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினை கார்ல் பியர்சான் ஒட்டுறவுக் கெழு முறையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தந்தையின் உயரம்	65	66	67	67	68	69	70	72
மகனின் உயரம்	67	68	65	68	72	72	69	71

தீர்வு:

x = தந்தையின் உயரம்

y = மகனின் உயரம்.

தரவுகள் விகித அளவில் உள்ளது (ratio scale). எனவே, நாம் கார்ல் பியர்சான் முறையை பயன்படுத்துகிறோம்.

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}}$$

கணக்கீடு

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
65	67	4225	4489	4355
66	68	4356	4624	4488
67	65	4489	4225	4355
67	68	4489	4624	4556
68	72	4624	5184	4896
69	72	4761	5184	4968
70	69	4900	4761	4830
72	71	5184	5041	5112
544	552	37028	38132	37560

$$r=\frac{8\times 37560-544\times 552}{\sqrt{8\times 37028-(544)^2}\ \sqrt{8\times 38132-(552)^2}}=0.603$$

விளக்கம்: தந்தை, மகனுக்கு இடையே உள்ள உயரம் நேர் உறவு உடையது. அதாவது சராசரியாக தந்தை உயரமாக இருந்தால் மகனும் உயரமாக இருக்கலாம் மற்றும் தந்தை குள்ளமாக இருந்தால் மகனும் குள்ளமாக இருக்கலாம்.

சுருக்குமுறை

$A = 68$, $B = 69$, $c = 1$, $d = 1$

x_i	y_i	$u_i = (xi - A)/c = xi - 68$	$v_i = (y_i - B)/d = y_i - 69$	u_i^2	v_i^2	u_iv_i
65	67	-3	-2	9	4	6
66	68	-2	-1	4	1	2
67	65	-1	-4	1	16	4
67	68	-1	-1	1	1	1
68	72	0	3	0	9	0
69	72	1	3	1	9	3
70	69	2	0	4	0	0
72	71	4	2	16	4	8
மொத்தம்		0	0	36	44	24

$$r=\frac{n\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-\sum_{i=1}^{n}u_i\sum_{i=1}^{n}v_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}u_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}u_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}v_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}v_i\right)^2}}$$

$$r=\frac{8\times 24-0\times 0}{\sqrt{8\times 36-(0)^2}\ \sqrt{8\times 44-(0)^2}}$$

$$r=\frac{8\times 24}{\sqrt{8\times 36}\ \sqrt{8\times 44}}=0.603$$

குறிப்பு: நேரடிமுறை மற்றும் சுருக்குமுறை இரண்டிலும் ஒட்டுறவுக் கெழுவின் மதிப்புகள் சமம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.2

ஒரு பாடத்தில் இரண்டு தேர்வில் 7 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தரவுகளுக்கான ஒட்டுறவுக் கெழுவைக் கணக்கிட்டு விளக்கம் அளிக்கவும்.

தேர்வு 1 (x)	12	9	8	10	11	13	7
தேர்வு 2 (y)	14	8	6	9	11	12	3

தீர்வு:

x–தேர்வு 1-ன் மதிப்பெண்கள் மற்றும் y–தேர்வு 2-ன் மதிப்பெண்கள்

	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
	12	14	144	196	168
	9	8	81	64	72
	8	6	64	36	48
	10	9	100	81	90
	11	11	121	121	121
	1	12	169	144	156
	7	3	49	9	21
மொத்தம்	70	63	728	651	676

$$r=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i=70 \quad \sum_{i=1}^{n}x_i^2=728 \quad \sum_{i=1}^{n}x_iy_i=676$$

$$\sum_{i=1}^{n}y_i=63 \quad \sum_{i=1}^{n}y_i^2=651 \quad n=7$$

$$r=\frac{7\times 676-70\times 63}{\sqrt{\left[7\times 728-70^2\right]}\times\sqrt{\left[7\times 651-63^2\right]}}$$

$$=\frac{4732-4410}{\sqrt{[5096-4900]}\times\sqrt{[7\times 651-3969]}}$$

$$=\frac{322}{\sqrt{196}\times\sqrt{588}}=\frac{322}{14\times 24.25}=\frac{322}{339.5}=0.95$$

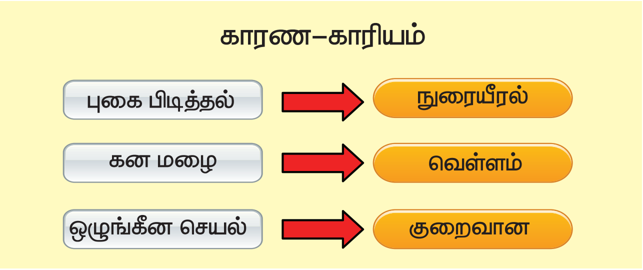
விளக்கம்: தேர்வு-1, மற்றும் தேர்வு-2 இவற்றிற்கிடைய அதிகமான நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது. முதல் தேர்வை நன்றாக செய்துள்ள மாணவர் தேர்வு 2 ஐயும் நன்றாகச் செய்துள்ளார். மற்றும் தேர்வு-1 ஐ நன்றாகச் செய்யாத மாணவர் தேர்வு 2 ஐயும் நன்றாகச் செய்யவில்லை.

மேலும் மாணவர்கள் இத்தீர்வினை சுருக்கு முறையைப் பயன்படுத்தியும் சரிபார்க்கலாம்.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 124 1/28/2020 6:42:58 PM

4.4.3 ஒட்டுறவுக்கெழுவின் வரம்புகள்

ஒட்டுறவு ஒரு சக்திவாய்ந்த கருவி எனினும், அதைப் பயன்படுத்துவதில் சில வரம்புகள் உள்ளன.



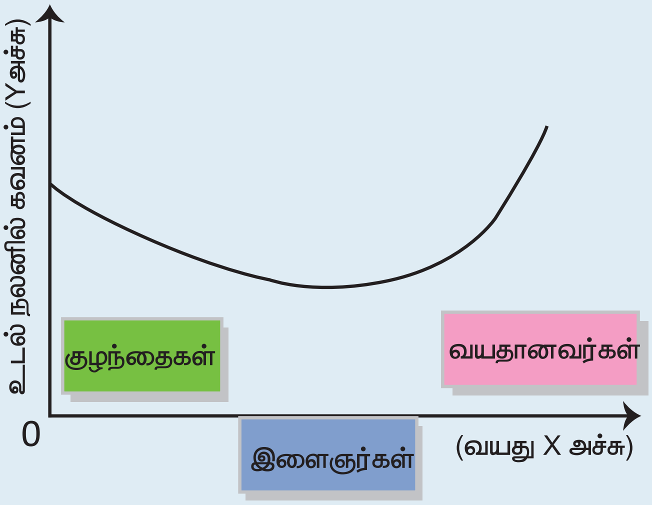
1. விளிம்பு மதிப்புகள் ஒட்டுறவுக் கெழுவை அதிகமாக பாதிக்கிறது. நாம் தரவுகளில் விளிம்பு மதிப்புகள் ஏதேனும் இருந்தால், r இன் மதிப்பைக் கொண்டு முடிவெடுப்பதில் கவனமாக இருக்க வேண்டும். பொருத்தமான முடிவெடுக்க வேண்டும் எனில் விளிம்பு மதிப்புகளை நீக்கியபின் கணக்கீடு செய்ய வேண்டும்.

2. ஒட்டுறவு என்பதை சாதாரண தொடர்பு எனக் கூற இயலாது. ஒரு மாறியில் ஏற்படும் மாற்றம் மற்ற மாறியில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்துவதாகும்.

குறிப்பு

1. ஒட்டுறவின்மை $(r = 0)$ என்பது "நேர்கோட்டுத் தொடர்பின்மை"யை குறிக்கும். ஆனால் வளைகோட்டு தொடர்பு இருக்கலாம்.

   எடுத்துக்காட்டு: வயதும், உடல்நலனில் கவனமும் தொடர்புடையதாகும். நடுத்தர வயதுடையவர்களை விட, குழந்தைகளுக்கும் வயதானவர்களுக்கும் உடல்நலனில் அதிக கவனம் தேவை. இதைப் பின்வரும் படத்தில் காணலாம்.



   எனினும் இத்தரவிற்கு நேர்க்கோட்டு ஒட்டுறவு r கணக்கிட்டால் அதன் மதிப்பு பூச்சியமாக இருக்கலாம். அதன்படி வயது மற்றும் உடல்நலனுக்கிடையே ஒட்டுறவின்மையை குறிக்கிறது, ஆனால் இவற்றிற்கிடையே வளைகோட்டு தொடர்பு இருக்கும்.

2. **ஸ்பூரியஸ் ஒட்டுறவு:** '**ஸ்பூரியஸ்**' என்ற லத்தீன் சொல்லிற்கு '**தவறு**' அல்லது 'ஒழுங்கற்றது' என்று பொருள். 'ஸ்பூரியஸ் ஒட்டுறவு' என்பது உண்மையான தொடர்பு இல்லாதபோது ஒட்டுறவுக்கெழுவிலிருந்து பெறப்பட்ட தொடர்பாகும்.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 125 1/28/2020 6:42:59 PM

4.5 ஸ்பியர்மான் தர ஒட்டுறவுக்கெழு

தரவானது வரிசை அளவில் (Ordinal Scale) இருந்தால் ஸ்பியர்மானின் தர ஒட்டுறவுக்கெழு பயன்படுத்தப்படுகிறது. இது கிரேக்க எழுத்து ρ (ரோ) எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

போட்டிகளில் அகமதிப்பிடல் (Subjectivity) தரவுகளுக்கு ஸ்பியர்மேனின் ஒட்டுறவு கணக்கிடப்படலாம். தரவுகளுக்கு (Data), தரத்தை (rank) ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்குவரிகையிலோ குறிக்க வேண்டும்.

ஸ்பியர்மேனின் தர ஒட்டுறவுக் கெழு வாய்ப்பாடு

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n\left(n^2-1\right)}$$

இங்கு $D_i = R_{1i} - R_{2i}$

R_{1i} = முதல் தரவின் i-வது தரம்

R_{2i} = இரண்டாவது தரவின் i-வது தரம்

n = ஜோடி மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை

விளக்கம்

ஸ்பியர்மானின் ஒட்டுறவுக் கெழு என்பது ஜோடித் தரவுகளின் (paired data) ஓரியல்பு தொடர்பின் வளமையை அறியும் புள்ளியியல் கருவியாகும். இதன் விளக்கம், பியர்சானின் விளக்கத்தை ஒத்திருக்கும். ρ வின் மதிப்பு ± 1க்கு அருகில் இருந்தால் ஓரியல்பு தொடர்பு தீவிரமாக உள்ளது எனலாம்.

மிகை வீச்சு	குறை வீச்சு
0.01 விருந்து 0.19 வரை: "மிகவும் பலவீனமான உடன்பாடு"	(-0.01) விருந்து (-0.19) வரை: "மிகவும் பலவீனமான கருத்து வேறுபாடு/முரண்பாடு"
0.20 விருந்து 0.39 வரை: "பலவீனமான உடன்பாடு"	(-0.20) விருந்து (-0.39) வரை: "பலவீனமான கருத்து வேறுபாடு/முரண்பாடு"
0.40 விருந்து 0.59 வரை: "மிதமான உடன்பாடு"	(-0.40) விருந்து (-0.59) வரை: "மிதமான கருத்து வேறுபாடு/முரண்பாடு"
0.60 விருந்து 0.79 வரை: "அதிகமான உடன்பாடு"	(-0.60) விருந்து (-0.79) வரை: "அதிகமான கருத்து வேறுபாடு/முரண்பாடு"
0.80 விருந்து 1.0 வரை: "மிகவும் அதிகமான உடன்பாடு"	(-0.80) விருந்து (-1.0) வரை: "மிகவும் அதிகமான கருத்து வேறுபாடு/முரண்பாடு"

எடுத்துக்காட்டு 4.3

10 வகைப் பூக்களுக்கான அழகுப்போட்டியில் இரண்டு நடுவர்களின் தரங்கள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

நடுவர் A	1	6	5	10	3	2	4	9	7	8
நடுவர் B	6	4	9	8	1	2	3	10	5	7

இரண்டு நடுவர்களுக்கு இடையேயான உடன்பாட்டின் தீவிரத்தை, தர ஒட்டுறவுக் கெழுவைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 126 1/28/2020 6:43:00 PM

தீர்வு:

நடுவர் A அளிக்கும் தரம் (R_{1i})	நடுவர் B அளிக்கும் தரம் (R_{2i})	$D_i = R_{1i} - R_{2i}$	D_i^2
1	6	-5	25
6	4	2	4
5	9	-4	16
10	8	2	4
3	1	2	4
2	2	0	0
4	3	1	1
9	10	-1	1
7	5	2	4
8	7	1	1
$n = 10$	$n = 10$		$\sum_{i=1}^{n} D_i^2 = 60$

இங்கு $n = 10$ மற்றும் $\sum_{i=1}^{n} D_i^2 = 60$

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n\left(n^2-1\right)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 60}{10\left(10^2-1\right)} = 1 - \frac{360}{10(99)} = 1 - \frac{360}{990} = 0.636$$

விளக்கம்: நடுவர்கள் A, B க்கு இடையேயான உடன்பாட்டின் மதிப்பு 0.636. நடுவர்களுக்கு இடையே பூக்களை மதிப்பிடுதலில் "அதிகமான உடன்பாடு" உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 4.4

பின் வரும் தரவுகளுக்கு, ஸ்பியர்மான் தர ஒட்டுறவுக் கெழு காண்க.

மாணவர்கள்	1	2	3	4	5
தமிழ் மதிப்பெண்	75	40	52	65	60
ஆங்கில மதிப்பெண்	25	42	35	29	33

தீர்வு:

தமிழ்		ஆங்கிலம்		$D_i = R_{1i} - R_{2i}$	D_i^2
மதிப்பெண்	தரம் (R_{1i})	மதிப்பெண்	தரம் (R_{2i})		
75	1	25	5	-4	16
40	5	42	1	4	16
52	4	35	2	2	4
65	2	20	4	-2	4
60	3	33	3	0	0
					40

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 127 1/28/2020 6:43:01 PM

இங்கு $\sum_{i=1}^{n} D_i^2 = 40$ மற்றும் $n = 5$

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)} \quad = 1 - \frac{6\times 40}{5(5^2-1)} = 1 - \frac{240}{5(24)} = -1$$

விளக்கம்: இந்த முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு (-1) ஆனது இரண்டு பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் முழுமையாக முரண்படுவதைக் காட்டுகிறது. தமிழில் மிக அதிக மதிப்பெண் பெற்ற மாணவன் ஆங்கிலத்தில் மிகக் குறைந்த மதிப்பெண் பெற்றுள்ளான். மேலும் தமிழில் மிக குறைந்த மதிப்பெண் பெற்ற மாணவன் ஆங்கிலத்தில் மிக அதிக மதிப்பெண் பெற்றுள்ளான்.

எடுத்துக்காட்டு 4.5

ஒரு கூட்டு பங்கு நிறுவனத்தின் சாதாரண பங்குகளின் விலைகள், முன்னுரிமைப் பங்குகளின் விலைகளின் குறியீட்டெண்கள் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆண்டுகள்	2013	2014	2015	2016	2017	2008	2009
சாதாரண பங்குகள்	97.5	99.4	98.6	96.2	95.1	98.4	97.1
முன்னுரிமைப் பங்குகள்	75.1	75.9	77.1	78.2	79	74.6	76.2

தர ஒட்டுறவு முறையைப் பயன்படுத்தி சாதாரண பங்குகளுக்கும் முன்னுரிமைப் பங்குகளுக்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

தீர்வு:

சாதரண பங்குகள்	முன்னுரிமைப் பங்குகள்	R_{1i}	R_{2i}	$D_i = R_{1i} - R_{2i}$	D_i^2
97.5	75.1	4	6	−2	4
99.4	75.9	1	5	−4	16
98.6	77.1	2	3	−1	1
96.2	78.2	6	2	4	16
95.1	79.0	7	1	6	36
98.4	74.6	3	7	−4	16
97.1	76.2	5	4	1	1
					$\sum_{i=1}^{n} D_i^2 = 90$

இங்கு $n = 7$ மற்றும் $\sum_{i=1}^{n} D_i^2 = 90$ தர ஒட்டுறவுக் கெழு.

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6\times 90}{7(7^2-1)} = 1 - \frac{540}{7\times 48} = 1 - \frac{540}{336} = 1 - 1.6071 = -0.6071$$

விளக்கம்: சாதாரண பங்குகளுக்கும், முன்னுரிமை பங்குகளுக்கும் இடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது. சாதாரண பங்குகளுக்கும், முன்னுரிமை பங்குகளுக்கும் இடையே அதிகமான முரண்பாடு உள்ளது.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 128 1/28/2020 6:43:03 PM

4.5.1 சமமான தரங்கள் (அல்லது) மீண்டும் மீண்டும் வரும் தரவுகள்

இரண்டு (அல்லது) அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு சமமான மதிப்புகள் இருப்பின், தரம் அளித்தல் என்பது கடினமானது. அப்பொழுது, அம்மதிப்புகளுக்கு சமமான தரம் இல்லாதபோது கொடுக்கும் தரங்களின் சராசரியைத் தரமாக குறிப்பிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு மதிப்புகளுக்கு 8 ஆம் இடம் அளித்தால், $\frac{8+9}{2}=8.5$ என பொதுவான தரம் அம்மதிப்புகளுக்கு அளிக்க வேண்டும். அடுத்த தரம் 10 ஆகும். மூன்று மதிப்புகளின் தரம் 8 எனில் அவற்றிற்கு $\frac{8+9+10}{3}=9$ என பொதுவான தரம் அளிக்க வேண்டும். அடுத்த தரம் 11 ஆகும். ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு சமமான மதிப்புகள் இருப்பின் வேறுவிதமான வாய்பாட்டை பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$\rho = 1-6\left[\frac{\sum D_i^2 + \frac{1}{12}\left(m_1^3 - m_1\right) + \frac{1}{12}\left(m_2^3 - m_2\right) + \ldots}{n\left(n^2-1\right)}\right]$$

இங்கு m_i என்பது சம தரங்கள் பெற்ற உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4.6

பின்வரும் தரவுகள், 8 மாணவர்கள் வணிகவியல் மற்றும் கணிதவியல் பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்களைக் குறிக்கிறது. இவற்றின் தர ஒட்டுறவுக்கெழுவைக் கணக்கிடுக.

வணிகவியல் மதிப்பெண்கள்	15	20	28	12	40	60	20	80
கணிதவியல் மதிப்பெண்கள்	40	30	50	30	20	10	30	60

தீர்வு:

வணிகவியல் மதிப்பெண்கள் (X)	தரவு (R_{1i})	கணிதவியல் மதிப்பெண்கள் (Y)	தரவு (R_{2i})	$D_i = R_{1i} - R_{2i}$	D_i^2
15	2	40	6	-4	16
20	3.5	30	4	-0.5	0.25
28	5	50	7	-2	4
12	1	30	4	-3	9
40	6	20	2	4	16
60	7	10	1	6	36
20	3.5	30	4	-0.5	0.25
80	8	60	8	0	0
				மொத்தம்	$\sum D^2 = 81.5$

$$\rho = 1 - 6\left[\frac{\sum D_i^2 + \frac{1}{12}\left(m_1^3 - m_1\right) + \frac{1}{12}\left(m_2^3 - m_2\right) + \ldots}{n\left(n^2 - 1\right)}\right]$$

திரும்பவும் வரும் தரங்கள்

வணிகவியலில் 20 என்பது 3 மற்றும் 4 வது தரத்திற்கு இரண்டு முறை மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது. ஆகையால் அத்தரங்களுக்குச் சராசரியான 3.5 ஒதுக்கப்படவேண்டும் மேலும் m_1=2.

$$\text{அத்தரங்களின் சராசரி} = \frac{3+4}{2} = 3.5$$

$$m_1 = 2$$

கணிதத்தில் (Y) 30 என்பது 3,4,5 தரத்திற்கு 3 முறை வந்துள்ளதால் அதன் சராசரியான 4 ஐ மூன்று தரத்திற்கு வழங்கவேண்டும் மேலும் $m_2 = 3 = \frac{3+4+5}{3} = 4$

$$\rho = 1 - 6\left[\frac{81.5 + \frac{1}{12}\left(2^3 - 2\right) + \frac{1}{12}\left(3^3 - 3\right)}{8\left(8^2 - 1\right)}\right]$$

$$= 1 - 6\frac{\left[81.5 + 0.5 + 2\right]}{504} = 1 - \frac{504}{504} = 0$$

விளக்கம்: வணிகவியல் மற்றும் கணித பாடங்களின் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே ஒட்டுறவு இல்லை.

4.6 யூலின் தொடர்புக் கெழு

யூலின் தொடர்புக் கெழு என்பது இரு நிலைகளைக் கொண்ட இரு பண்புகள் A, B க்கு இடையே உள்ள தொடர்பினைக் கணக்கிடப் பயன்படுகிறது. பண்புகளுக்கான எடுத்துக்காட்டு: மது அருந்துதல், புகைபிடித்தல், குருட்டுத்தன்மை, நேர்மை முதலியன.

உட்னி யூல்
(1871–1951)

உட்னியூல் (Udny Yule) ஒரு இங்கிலாந்து நாட்டைச் சேர்ந்த புள்ளியியலாளர். இவர் வின்செஸ்டர் கல்லூரியிலும், இலண்டனில் உள்ள பல்கலைக்கழகக் கல்லூரியிலும் கல்வி கற்றார். செய்முறை இயற்பியலில் ஒரு வருட நீண்ட ஆராய்ச்சிக்குப்பின் இவர் மீண்டும் 1893 இல் பல்கலைக்கழகக் கல்லூரியில் கார்ல் பியர்சானுக்கு செய்முறையாளராக பணிபுரியச் சென்றார். பியர்சான் புள்ளியியலில் பணி புரியத்துவங்கினார். யூலும் அவரை இப்புதியபுலத்தில் பின்பற்றினார். யூல் ஓர் அருமையான எழுத்தாளர் மற்றும் ராயல் புள்ளியியல் சமூகத்தில் செயலாற்றி சிறந்த தங்கப்பதகத்தினை 1911 இல் பெற்றார். அதன் தலைவராக 1924-26 இல் பணியாற்றினார். தொடர்புகளுக்கிடையேயான கருத்துகளுக்கு காரணமானவராக விளங்கினார்.

தொடர்புக்கெழு

யூலின் தொடர்புக்கு பண்புகளுக்கிடையேயான தொடர்பின் தீவிரம் மற்றும் திசையினை அளக்கிறது. தொடர்பு என்பது பண்புகளுக்கிடையேயான உடன்பாட்டின் அளவைக்குறிப்பதாகும்.

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 130 1/28/2020 6:43:03 PM

இரு மாறிகளின் 2×2 நேர்வுப் பட்டியல் வடிவம்

பண்பு A ⇩	பண்பு B		மொத்தம்
	உண்டு B	இல்லை β	
உண்டு A	(AB)	$(A\beta)$	(A)
இல்லை α	(αB)	$(\alpha\beta)$	(α)
மொத்தம்	(B)	(β)	N

யூலின் தொடர்புக் கெழு: $Q = \dfrac{(AB)(\alpha\beta)-(A\beta)(\alpha B)}{(AB)(\alpha\beta)+(A\beta)(\alpha B)}$

குறிப்பு 1: மிகைகாண் நிலை α வுடன் இந்த α வினை ஒப்பிடக்கூடாது.

குறிப்பு 2: (AB): AB பண்பளவையின் எண்ணிக்கையாகும்.

கெழுவின் வீச்சு -1 இலிருந்து $+1$ வரை இருக்கும். -1 இலிருந்து 0 வரை உள்ள மதிப்புகள், மாறிகளின் எதிரிடைத் தொடர்பை குறிக்கின்றன. 0 இலிருந்து $+1$ வரை உள்ள மதிப்புகள் மாறிகளின் நேரிடை தொடர்பை குறிக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 4.7

1800 மாணவர்கள் கலந்துக் கொண்ட ஒரு போட்டித் தேர்வில் 625 பேர் வெற்றி பெற்றனர். தனிப் பயிற்சி பெற்ற 300 பேரில் 180 பேர் வெற்றி பெற்றனர். தனிப்பயிற்சியின் பயன்பாட்டை மதிப்பிடுக.

தீர்வு:

$N = 1800$

A: வெற்றி பெற்ற மாணவர்கள்,

α: தோல்வியுற்ற மாணவர்கள்

B: தனிபயிற்சி பெற்ற மாணவர்கள்,

β: தனிபயிற்சி பெறாத மாணவர்கள்

$(A) = 625, \ (B) = 300, \ (AB) = 180$

	B	β	மொத்தம்
A	180	445	625
α	120	1055	1175
மொத்தம்	300	1500	$N = 1800$

யூலின் தொடர்புக் கெழு: $Q = \dfrac{(AB)(\alpha\beta)-(A\beta)(\alpha B)}{(AB)(\alpha\beta)+(A\beta)(\alpha B)}$

$$= \frac{180 \times 1055 - 445 \times 120}{180 \times 1055 + 445 \times 120}$$

$$= \frac{189900 - 53400}{189900 + 53400}$$

$$= \frac{136500}{243300}$$

$$= 0.561 > 0$$

விளக்கம்: தேர்வில் வெற்றி பெற்றமைக்கும் தனிபயிற்சி வகுப்பிற்கும் இடையே நேரிடைத் தொடர்பு உள்ளது. தனிபயிற்சி வகுப்பு தேர்விற்கு பயனுள்ளதாக உள்ளது.

குறிப்பு: நேர்வு பட்டியலைப் பயன்படுத்தி தரவுகளின் பொருத்தமுடைமையை அறிதல்

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு 2×2 நேர்வு பட்டியலை அமைக்கவும். ஏதேனும் ஒரு கட்ட நிகழ்வெண் குறையெண்ணாக இருந்தால் கொடுக்கப்பட்ட தரவுகள் பொருத்தமுடையவை அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 4.8

பொருத்தமுடைமையைச் சரிபார்: $N = 100, (A) = 75, (B) = 60, (AB) = 15.$

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கீழ்க்கண்ட நேர்வு பட்டியலில் குறிக்கவும்.

	B	β	மொத்தம்
A	15	60	75
α	45	-20	25
மொத்தம்	60	40	$N = 100$

இங்கு $(\alpha\beta) = -20$

விளக்கம்: நேர்வு பட்டியலில் ஒரு கட்ட நிகழ்வெண் குறையெண்ணாக உள்ளது. எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகள் பொருத்தமுடையது அல்ல.

நினைவில் கொள்க

- ஒட்டுறவு என்பது இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள நேர்கோட்டுத் தொடர்பை பற்றிக் கற்பதாகும். ஒட்டுறவு என்பது "காரணம்" அல்ல சில நேரங்களில் ஒட்டுறவு என்பது "ஸ்பூரியஸ்" ஆகவும் இருக்கலாம்.
- ஒட்டுறவுக் கெழு -1க்கும் $+1$க்கும் இடையே அமையும்.
- பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழுவானது விகித அளவில் உள்ள தரவுகளின் தொடர்பின் வகைகளைப் பற்றியும் தொடர்பின் தீவிரத்தையும் அளிக்கிறது.
- ஸ்பியர்மான் ஒட்டுறவு இரண்டு வரிசை அளவு மாறிகளின் (ordinal variables) தொடர்பைக் கணக்கிடுகிறது.
- 2×2 நேர்வு பட்டியலில் உள்ள தொடர்பு பண்புகளை அறிய யூலின் தொடர்புக் கெழு பயன்படுகிறது

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 132 1/28/2020 6:43:04 PM

பயிற்சிகள் 4

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் உடன்மாறுபாட்டளவை காண உதவும் புள்ளியியல் கருவி

   (அ) மாறுபாட்டளவை (ஆ) நிகழ்தகவு
   (இ) ஒட்டுறவுக் கெழு (ஈ) கோட்டக் கெழு

2. "ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு என்பது இரு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பின் அளவை அளவிடும் முயற்சி" என்ற வரையறையை கூறியவர்.

   (அ) ஏ.எம். டட்டில் (ஆ) யா–குன்–சௌ
   (இ) ஏ.எல். பௌளி (ஈ) கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன்

3. இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே நேர்கோட்டு உறவு இல்லை என்பதைப் பின்வருமாறு கூறலாம்.

   (அ) நேர்ஒட்டுறவு (ஆ) எதிர் ஒட்டுறவு
   (இ) ஒட்டுறவின்மை (ஈ) ஸ்பூரியஸ் ஒட்டுறவு

4. குறிக்கப்பட்ட எல்லா புள்ளிகளும் இடது மேல் முனையிலிருந்து வலது கீழ்முனை வரை ஒரு நேர் கோட்டில் அமைந்திருந்தால் அதனை பின்வருமாறு கூறலாம்

   (அ) முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு (ஆ) முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு
   (இ) நேர் ஒட்டுறவு (ஈ) எதிர் ஒட்டுறவு

5. $r = +1$ எனில் இந்த ஒட்டுறவைப் பின்வருமாறு கூறலாம்

   (அ) முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு (ஆ) முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு
   (இ) நேர் ஒட்டுறவு (ஈ) எதிர் ஒட்டுறவு

6. ஒட்டுறவுக்கெழு அமையும் இடைவெளி

   (அ) $-1 \le r \le 0$ (ஆ) $-1 < r < 1$ (இ) $0 \le r \le 1$ (ஈ) $-1 \le r \le 1$

7. தர ஒட்டுறவுக்கெழு

   (அ) $1+\dfrac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n^3-n}$ (ஆ) $1-\dfrac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n^3-n}$ (இ) $1-\dfrac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n^3+n}$ (ஈ) $1-\dfrac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^3}{n\left(n^2-1\right)}$

8. $\sum D^2 = 0,$ எனில் தர ஒட்டுறவு

   (அ) 0 (ஆ) 1 (இ) 0.5 (ஈ) -1

9. தர ஒட்டுறவை உருவாக்கியவர்

   (அ) பியர்சான் (ஆ) ஸ்பியர்மான்
   (இ) யூல் (ஈ) ஃபிஷர்

10. விலக்கப் பெருக்கு ஒட்டுறவுக் கெழு என்பது

   (அ) $r = \dfrac{\sigma_x \ \sigma_y}{\operatorname{cov}(x,y)}$ (ஆ) $r = \sqrt{\sigma_x \ \sigma_y}$ (இ) $r = \dfrac{\operatorname{cov}(x,\ y)}{\sigma_x \ \sigma_y}$ (ஈ) $r = \dfrac{\operatorname{cov}(x,\ y)}{\sigma_{xy}}$

11. சிறந்த செயற்பாட்டினைப் பாதிக்கக்கூடிய காரணிகளைக் கண்டு அதைக் கட்டுப்படுத்துதல் __________ ன் நோக்கமாகும்.

(அ) சராசரி (ஆ) ஒட்டுறவு (இ) திட்ட விலக்கம் (ஈ) கோட்ட அளவை

12. ஒரு குழுவில் உள்ளவர்களின் உயரம் மற்றும் எடை என்பது ________ ஒட்டுறவு.

(அ) நேர் (ஆ) எதிர்

(இ) பூஜியம் (ஈ) நேர் மற்றும் எதிர் இரண்டும்

13. வரிசை அளவு (ordinal scale) உடைய இருமாறிகளுக்கிடையேயான தொடர்பு பற்றியது

(அ) எ.எம். டட்டில் தர ஒட்டுறவு (ஆ) கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன் தர ஒட்டுறவு

(இ) கார்ல் பியர்சனின் தர ஒட்டுறவு (ஈ) ஸ்பியர்மேனின் தர ஒட்டுறவு

14. இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள அளவையியல் தொடர்பின் வரைபட விளக்கம்______ ஆகும்.

(அ) சிதறல் விளக்கப்படம் (ஆ) பட்டை விளக்கப்படம்

(இ) பெரிட்டோ வரைபடம் (ஈ) வட்ட விளக்கப்படம்

15. ______ இரு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பின் அளவை அளப்பது.

(அ) திட்ட விலக்கம் (ஆ) ஒட்டுறவு

(இ) விலக்கப் பெருக்குத் தொகை (ஈ) இடைநிலை அளவு

16. மாறிகள் x மற்றும் y ன் ஒட்டுறவுக் கெழுக்கள் சமச்சீர் எனில்

(அ) $r_{xy} = r_{yx}$ (ஆ) $r_{xy} > r_{yx}$ (இ) $r_{xy} < r_{yx}$ (ஈ) $r_{xy} \neq r_{yx}$

17. $\text{cov}(x, y) = 0$ எனில் இதன் விளக்கம்

(அ) x மற்றும் y க்கு கிடையே நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது

(ஆ) x மற்றும் y க்கு கிடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது

(இ) x மற்றும் y க்கு கிடையே ஒட்டுறவு இல்லை

(ஈ) இவற்றில் எதுவும் இல்லை

18. தரவுகள் ______ அளவையில் இருந்தால் தர ஒட்டுறவு பயன்படுத்தப்படும்.

(அ) விகித (ஆ) வரிசை (இ) பெயர் (ஈ) விகிதம் மற்றும் பெயர்

19. $r = 0$ எனில் $\text{cov}(x, y) =$

(அ) 0 (ஆ) +1 (இ) −1 (ஈ) α

20. $\text{cov}(x, y) = \sigma_x \sigma_y$ எனில்

(அ) $r = 0$ (ஆ) $r = -1$ (இ) $r = +1$ (ஈ) $r = \alpha$

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 134 1/28/2020 6:43:07 PM

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

21. ஒட்டுறவு என்றால் என்ன?
22. 'ஏ.எம். டட்டில்' இன் ஒட்டுறவு பற்றிய வரையறையை எழுதுக.
23. ஒட்டுறவின் பல்வேறு வகைகளை எழுதுக?
24. எளிய ஒட்டுறவின் வகைகளை எழுதுக?
25. ஒட்டுறவின்மை பற்றி நீவீர் அறிவதுயாது?
26. ஸ்பூரியஸ் ஒட்டுறவு பற்றி நீவீர் அறிவது யாது.
27. சிதறல் விளக்கப்படம் என்றால் என்ன?
28. உடன் மாறுபாட்டளவையை வரையறு.
29. தர ஒட்டுறவை வரையறு.
30. $\sum D^2 = 0$ எனில் ஸ்பியர் மேனின் தர ஒட்டுறவுக் கெழுவின் முடிவினை விளக்குக.
31. எடுத்துக்காட்டு தருக (i) நேர் ஒட்டுறவு (ii) எதிர் ஒட்டுறவு (iii) ஒட்டுறவின்மை
32. இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே ஒட்டுறவு இல்லை எனில் r இன் மதிப்பு என்ன?
33. ஒட்டுறவுக் கெழுவின் மதிப்பு $+1$ என இருப்பின் உனது விளக்கத்தைக் கூறுக.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

34. ஒட்டுறவின் எவையேனும் மூன்று பயன்களை எழுதுக
35. கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழுவை வரையறு.
36. ஒட்டுறவுக் கெழுவின் மதிப்பு 0 மற்றும் $+1$க்கு இடையில் அமையும் பொழுது அதன் விளக்கத்தை எழுதுக.
37. ஒட்டுறவின் ஏதேனும் மூன்று பண்புகளை எழுதுக.
38. தர ஒட்டுறவுக் கெழு $r = 0.8$, $\sum D^2 = 3$ எனில் n இன் மதிப்புகாண்க
39. சிதறல் விளக்கப்படத்தில் ஏதேனும் மூன்று நிறைகளை எழுதுக.
40. $\text{cov}(x, y) = 18.6$, x இன் மாறுபாடு $= 20.2$, y-ன் மாறுபாடு $= 23.7$ எனில் r இன் மதிப்பு காண்க.
41. வழக்கமான குறியீடுகளில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களின் பொருத்தமுடைமையை ஆராய்க. $N = 1000$, $(A) = 600$, $(B) = 500$, $(AB) = 50$.

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

42. ஒட்டுறவின் பல்வேறு வகைகளை விவரி.
43. சிதறல் விளக்கப்படத்தை விவரி.
44. பின் வரும் தரவுகளுக்கு கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழுவை கணக்கிட்டு விளக்கம் தருக.

x	9	8	7	6	5	4	3	2	1
y	15	16	14	13	11	12	10	8	9

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 135 1/28/2020 6:43:07 PM

45. பின்வரும் தரவுகளுக்கு கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவுக் கெழுவை கணக்கிடுக.

கூலி	100	101	102	102	100	99	97	98	96	95
வாழ்க்கைச் செலவு	98	99	99	97	95	92	95	94	90	91

கூலியும் வாழ்க்கைச் செலவும் எவ்வாறு தொடர்புடையது எனக் காண்க.

46. 6 மாணவர்களின் புள்ளியியல் மற்றும் கணிதவியல் பாடங்களின் மதிப்பெண்களுக்குகிடையே உள்ள (மொத்த மதிப்பெண் 10) கார்ல் பியர்சான் ஒட்டுறவுக் கெழுவை கணக்கிடுக.

மாணவர்	1	2	3	4	5	6
புள்ளியியல்	7	4	6	9	3	8
கணிதவியல்	8	5	4	8	3	6

47. ஒரு நகரத்தில் சந்தை ஆய்வில் தரத்தின் அடிப்படையில் தேநீர் மற்றும் காப்பியின் விலை நிலவரம் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவற்றின் விலைகளுக்கு இடையிலான தர ஒட்டுறவைக் காண்க.

தேநீர் விலை	88	90	95	70	60	75	50
காப்பியின் விலை	120	134	150	115	110	140	100

48. பின்வரும் விலை மற்றும் அளிப்பு பற்றிய தரவுகளுக்கு ஸ்பியர்மானின் தர ஒட்டுறவை கணக்கிடுக.

விலை	4	6	8	10	12	14	16	18
அளிப்பு	10	15	20	25	30	35	40	45

49. சம வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 5 கல்லூரி மாணவர்களின் தமிழ், ஆங்கில மதிப்பெண்கள் பின் வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஸ்பியர்மேனின் தர ஒட்டுறவை காண்க.

தமிழ்	85	60	73	40	90
ஆங்கிலம்	93	75	65	50	80

50. பின்வரும் தரவுகளுக்கு ஸ்மேனின் தர ஒட்டுறவைக் காண்க.

x	53	98	95	81	75	71	59	55
y	47	25	32	37	30	40	39	45

51. பின்வரும் தரவுகளுக்கு தரமுறையைப் பயன்படுத்தி ஒட்டுறவுக் கெழுவை கணக்கிடுக.

தமிழ் மதிப்பெண்	29	24	25	27	30	31
ஆங்கில மதிப்பெண்	29	19	30	33	37	36

52. பின்வரும் தரவுகளுக்கு தர ஒட்டுறவுக்கெழுவை கணக்கிடுக.

x	49	34	41	10	17	17	66	25	17	58
y	14	14	25	7	16	5	21	10	7	20

53. பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து ஹெப்பாடிட்டிஸ் B (Hepatitis B) என்ற நோயை தடுக்க தடுப்பூசி, தடுப்பு முறையாக ஏற்றுக்கொள்ளலாமா? "1500 பேர் கொண்ட பகுதியில் 400 பேரை ஹெப்பாடிட்டிஸ் B என்ற நோய் தாக்கியது. 750 பேர் தடுப்பூசி போட்டுக் கொண்டனர் அவர்களில் 75 பேரை அந்த நோய் தாக்கியது".

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 136 1/28/2020 6:43:07 PM

விடைகள்

I	1. (இ)	2. (ஆ)	3. (இ)	4. (ஆ)	5. (அ)
	6. (ஈ)	7. (ஆ)	8. (ஆ)	9. (ஆ)	10. (ஆ)
	11. (ஆ)	12. (அ)	13. (ஈ)	14. (அ)	15. (ஆ)
	16. (அ)	17. (இ)	18. (ஆ)	19. (அ)	20. (இ)

II 30. $r = 1$

III 38. $n = 10$

40. $r = 0.85$

41. $(\alpha\beta) = -50$, கொடுக்கப்பட்ட தரவுகள் பொருத்தமுடையன அல்ல

IV 44. $r = 0.95$ அதிக நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது

45. $r = 0.847$ கூலிக்கும், வாழ்க்கைச் செலவுக்கும் இடையே அதிக நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது.

46. $r = 0.8081$. புள்ளியியல் மற்றும் கணிதவியல் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே அதிக நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது.

47. $\rho = 0.8929$ தேநீர் மற்றும் காபியின் விலைகளுக்கு இடையே அதிக நேர் ஒட்டுறவு உள்ளது.

48. $\rho = 1$ (முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு)

49. $\rho = 0.8$

50. $\rho = -0.905$ x மற்றும் y க்கு இடையே அதிக எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது.

51. $\rho = -0.78$ தமிழ் மற்றும் ஆங்கில மதிப்புபெண்களுக்கு இடையே எதிர் ஒட்டுறவு உள்ளது.

52. $\rho = +0.733$

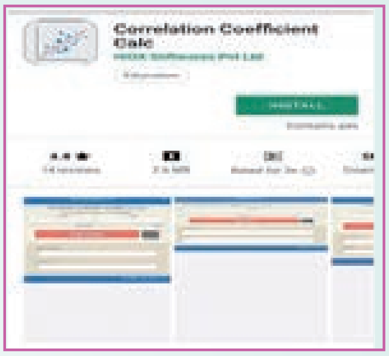
53. தடுப்பூசி போட்டமைக்கும், நோய் தாக்கப்பட்டதற்கும் இடையே எதிரிடைத் தொடர்பு உள்ளது. தடுப்பூசி போடாமல் இருப்பதற்கும், நோய் தாக்கப்படாமல் இருப்பதற்கும் இடையே நேரிடைத் தொடர்பு உள்ளது. எனவே ஹெப்பாடிட்டிஸ் B யை தடுக்கும் முறையாக தடுப்பூசி போடுதலை எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

ICT CORNER

CORRELATION ANALYSIS

STATS IN YOUR PALM

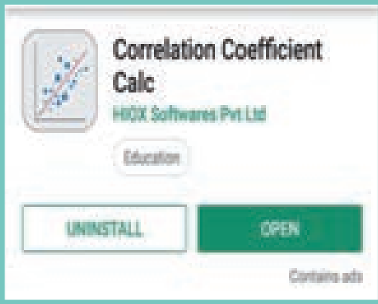
This activity is to calculate Correlation Coefficient



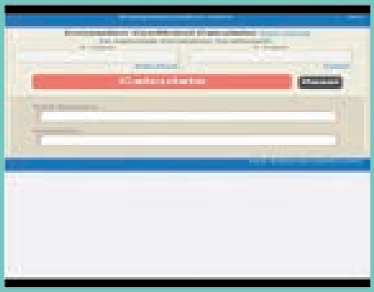
Steps:

- This is an android app activity. Open the browser and type the URL given (or) scan the QR code. (Or) search for "**Correlation Coefficient**" in google play store.
- (i) Install the app and open the app, (ii) To calculate Correlation Co-efficient in put the the values of *X* and *Y* in the given box (iii) Then click "**CALCULATE**" we will get the result.

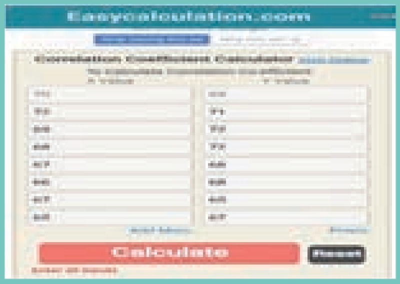
Step-1



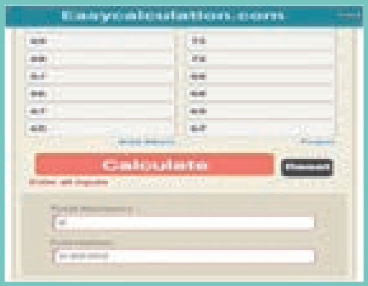
Step-2



Step-3



Result



Pictures are indicatives only*

URL:

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hiox.CreliCoefficientCalcul

B236_12_STATIST ICS_TM

04_12th_Statistics_TM_Unit_4.indd 138 1/28/2020 6:43:07 PM

அத்தியாயம்

5 உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு

ஃபிரான்ஸிஸ் கால்டன்
(1822–1911)

ஃபிரான்ஸிஸ் கால்ட்டன் ஒரு வசதி மிக்க குடும்பத்தில் பிறந்த ஒன்பது குழந்தைகளுள் இளையவராவார். அவர் மிகவும் புத்திசாலி குழந்தையாக விளங்கினார். ஆனால், அவரது கல்விப்பருவம் அவ்வளவு எளியதாக அமையவில்லை. அவர் முதலில் மருத்துவம் படிக்க விரும்பியிருந்தாலும், அவருக்கிருந்த சூழ்நிலையில், கேம்பிரிட்ஜ் பல்கலைக்கழகத்தில் கணிதம் படிக்க நேர்ந்திருக்கிறது. ஆயினும், கணிதம் பயில்வதில் அவருக்கிருந்த குறைகள், தரவுகள் பற்றிய அபாரமான புரிதலால் நிவர்த்தியானது. இப்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் பல்வேறு புள்ளியியல் சொற்களையும் உருவாக்கியவர் இவர்தான். எடுத்துக்காட்டாக, ஒட்டுறவு, உடன்தொடர்பு, கால்மானம், பதின்மானம், நூற்றுமானம் போன்றவற்றின் கருத்துக்களையும் இடைநிலையளவு பரவலின் மையத்தில் அமைந்துள்ளது என்பதையும் கூறியுள்ளார்.

உடன்தொடர்பு என்ற கருத்து மரபியலிலிருந்து தோன்றியது என்பதை சர் ஃபிரான்சிஸ் கால்ட்டன் 19 ஆம் நூற்றாண்டின் இறுதியில் பிரபலப்படுத்தியுள்ளார். கால்ட்டன், பெற்றோரிடமிருந்து சில பண்புகள் (எடுத்துக்காட்டாக உயரம்) மரபு வழியே அவர்களது குழந்தைகளிடம் இல்லை என்பதைக் கவனித்துள்ளார்.

சர் ஃபிரான்சிஸ் கால்ட்டன், கார்ல் பியர்சான் போன்றவரின் வெளியீடுகளிலிருந்து ஆய்வு செய்தபோது, கால்ட்டனின் ஆய்வில் பச்சைப்பட்டாணியின் மரபியல் பண்புகளில், நேர்க்கோட்டு உடன்தொடர்புக் கருத்துக்கள் உள்ளடங்கியுள்ளதைக் கண்டறிந்துள்ளார். அதன் தொடர்ச்சியாக கால்ட்டனும், பியர்சானும் பல உடன்தொடர்பு பிணைப்புகள், ஒட்டுறவுக் கெழுக்கள் பற்றிய நுட்பங்களை நமக்கு அளித்துள்ளனர்.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

❖ உடன்தொடர்பின் கருத்து, அதன் வகைகள் மற்றும் அவற்றின் பயன்பாட்டை அறிந்து கொள்ளுதல்.

❖ உடன்தொடர்பு கோட்டை, புள்ளியியல் மாறிலிகள் (சராசரி, மாறுபாடு மற்றும் ஒட்டுறவு) பயன்படுத்தி பொருத்துதல்.

❖ உடன்தொடர்புப் போக்குக் கெழுவைக் கணக்கிட்டு விளக்கமளித்தல்.

❖ உடன்தொடர்புப் போக்குக் கெழுக்களின் பயன்பாட்டை அறிந்து கொள்ளுதல்.

❖ ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வு மற்றும் உடன்தொடர்புப் போக்கு பகுப்பாய்விற்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை அறிந்து கொள்ளுதல்.

5G2NJJ

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 139 1/28/2020 6:43:35 PM

அறிமுகம்

இரு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள நேர்க்கோட்டுத் தொடர்பின் தீவிரத்தை (மிதமான அல்லது அதிகமான), அதன் வகைகள் (மிகை அல்லது குறை அல்லது ஒட்டுறவின்மை) பற்றி அறிய உதவும் புள்ளியியல் கருவி ஒட்டுறவு கெழுவாகும். ஆனால் அது முன்கூட்டியே கணிக்க உதவும் கணிதவியல் தொடர்பைத் தருவதில்லை. உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வானது ஒரு சார்பற்ற மாறிக்கும், ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்புடைய மாறிக்கும் உள்ள செயல் கருவியாகும். குறிப்பாக உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வானது, ஏதாவது ஒரு சார்பற்ற மாறியின் மாற்றமும், மற்ற சார்பற்ற மாறிகள் நிலையாக இருக்கும்போது எவ்வாறு சார்புடைய மாறியின் உகந்த மதிப்பை மாற்றுகிறது என அறிந்துகொள்ள முடிகிறது. இது சார்பற்ற மாறி, சார்புடைய மாறியை எவ்வாறு பாதிக்கிறது என அறிய பயன்படுகிறது. முன்கூட்டி கணிக்கவும், முன் அறிவிப்பு செய்யவும் உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு பெரிதும் பயன்படுகிறது.

5.1 வரையறை

சார்பற்ற மாறிகளுக்கும், சார்புடைய மாறிக்கும் இடையே உள்ள கணித செயல் தொடர்பினைக் காண்பது உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு ஆகும்.

உடன்தொடர்பின் வகைகள்

இரு அடிப்படை நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பின் வகைகள்

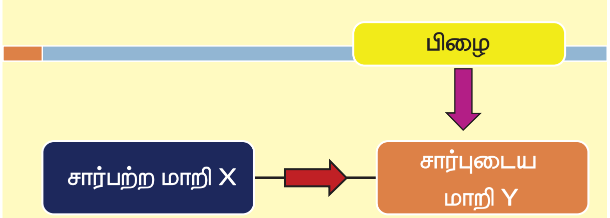
(i) எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு

(ii) பல்சார் நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு

மிகவும் சிக்கலான தரவுகளுக்கும், பகுப்பாய்விற்கும் நேர்கோடற்ற உடன்தொடர்பு முறைகள் உள்ளன.

5.1.1 எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு

இது பரவலாக அறிந்த ஒரு மாதிரி வடிவமைப்பு வினைத்திறனாகும். இம்முறையில், சார்புடைய மாறி தொடர்ச்சியானது. சார்பற்ற மாறி(கள்) தொடர்ச்சியானதாகவோ அல்லது தொடர்ச்சியற்றதாகவோ இஇருக்கும் மற்றும் உடன்தொடர்பு கோட்டின் தன்மை நேர்கோடாகும். இந்த தொடர்பின் உகந்த நேர்கோட்டு வடிவமானது எல்ல தனித்தரவுப் புள்ளிகளின் உத்தேசமான சிறந்த அளவையாகும். நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு என்பது ஒரு சார்புடைய மாறி (Y)க்கும், ஒரு சார்பற்ற மாறி (X)க்கும் இடையே அமையும் சிறந்த பொருத்தமான நேர்க்கோட்டு தொடர்பை காண்பதாகும்.



உடன்தொடர்பு கோடு, Y=a+bX+e

குறிப்பு

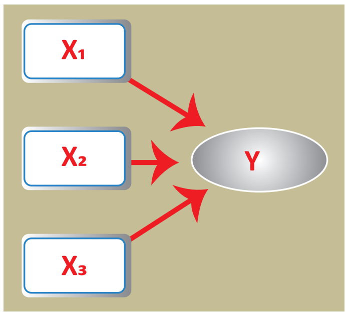
இப்பொழுது பிழை உறுப்பை ஒதுக்கிவிடலாம். உடன்தொடர்பு என்பது மிகச் சரியானது எனக் கூற இயலாது என்பது உண்மை. பிழை உறுப்பு 'e' இல்லாத மாதிரி சமன்பாட்டைப் பற்றிக் காணலாம். எனவே இனிமேல் $Y = a + b\,X$ எனக் கொள்ளலாம்.

இதை, $Y = a + bX + e$, எனக் குறிக்கலாம். இங்கு 'X' என்பது சார்பற்ற மாறி, 'Y' என்பது சார்புடைய மாறி, 'a' என்பது வெட்டுத்துண்டு, 'b' என்பது கோட்டின் சாய்வு மற்றும் 'e' என்பது பிழை உறுப்பு. இந்த சமன்பாடு கொடுக்கப்பட்ட கணிக்கப்பட்ட மாறி(களின்)யின் அடிப்படையில் கணிக்க வேண்டிய இலக்கு மாறியின் மதிப்பை கணிக்க வேண்டும்.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 140 1/28/2020 6:43:35 PM

5.1.2 பல்சார் நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு

பல சார்பற்ற மாறிகளின் உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு என்பது வெவ்வேறு அளவுகளில் கணக்கிடப்பட்ட சார்பற்ற மாறிகளின் பாதிப்பை ஒப்பிட உதவுகிறது. உதாரணமாக, விலையில் ஏற்படும் மாற்றமானது விற்பனையை அதிகரிக்கச் செய்யும் நடவடிக்கைகளின் எண்ணிக்கையை சார்ந்திருக்கும்.



பல்சார் நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு போக்கு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்பற்ற மாறிகளைப் பயன்படுத்தி விளைவை கணிக்கிறது.

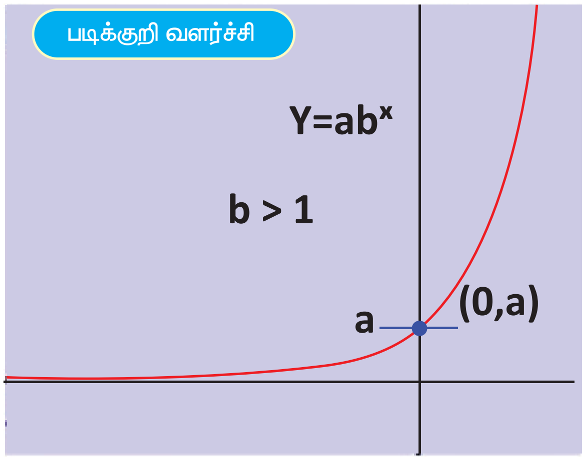
பல்சார் நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு: $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \ldots + b_tX_t + e$

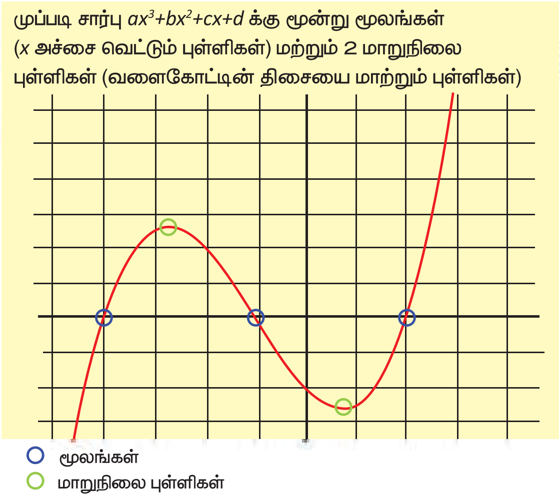
பொருள் (Y) என்பதை விற்பனை செய்ய, விற்பனையை அதிகரிக்கச் செய்யும் நடவடிக்கள் (X_1 தள்ளுபடி, X_2 தவணைத் திட்டம், X_3 இலவசமாக பொருத்துதல்)

இதன் பலன்கள், விற்பனை ஆராய்ச்சியாளர்கள்/தரவுபகுப்பாளர்கள்/தரவு விஞ்ஞானிகளுக்குக் தேவையற்றதை நீக்கவும், சிறந்த மாறிகள் குழுவைக் கொண்டு கணிப்பு மாதிரியை உருவாக்கவும் பயன்படுகிறது.

5.1.3 வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு (நேர்கோடற்ற உடன்தொடர்பு)

உடன்தொடர்பு என்பது நேர்கோடல்லாத வேறு வடிவில் உள்ளது எனில் அதை வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு எனலாம். சில நேர்கோடற்ற வளைகோடுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.





5.2 உடன்தொடர்பின் பயன்கள்

உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு பயன்படுத்துவதின் பலன்கள் பின்வருமாறு.

1. சார்பற்ற மாறி (X) மற்றும் சார்புடைய மாறி (Y)க்கு இடையே உள்ள குறிப்பிடத்தக்க கணித்தொடர்பினை குறிக்கிறது. அதாவது, மாதிரி கட்டமைப்பு
2. சார்புடைய மாறியின் மீது சார்பற்ற மாறி(களின்)யின் தாக்கத்தின் வலிமை (β)வை குறிக்கிறது. அதாவது, "சார்புடைய மாறியின்மீது சார்பற்ற மாறியின் தாக்கம்" பற்றி கற்றல்.

குறிப்பு

பல்சார் நேர்கோட்டு ஒட்டுறவு மற்றும் வளைகோட்டு தொடர்புகள் (நேர்கோடற்ற உடன்தொடர்பு) நம் பாடப்பகுதிக்கு அப்பாற்பட்டது. அதிகமாக அறிந்துகொள்ளும் பொருட்டு இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 141 1/28/2020 6:43:35 PM

3. இது முன்னறிவிப்பிற்கும், காலத் தொடர்வரிசை மாதிரிக்கும் மற்றும் மாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள காரண காரிய தொடர்பினை அறியவும் பயன்படுகிறது. அதாவது, முன்கணிப்பு/ முன்னறிவிப்பு.

4. உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு என்பது பல சார்பற்ற மாறிகள் இருக்கும்போது எம்மாறிகளால் தாக்கம் ஏற்படுகிறது என்பதை கணிதமுறையில் காண்பதாகும். (பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடைதருகிறது, எக்காரணியால் அதிக பாதிப்பு ஏற்படுகிறது? எவற்றை நாம் நீக்கிவிடலாம்? எவ்வாறு காரணிகள் ஒன்றுடன் ஒன்று தொடர்பு கொண்டுள்ளது? எனினும் மிகவும் முக்கியமானது என்னவெனில், நாம் அனைத்து காரணிகளின் தாக்கத்தை பற்றி உறுதியாக கூறலாமா?)

5.3 ஏன் இரு உடன்தொடர்பு கோடுகள் உள்ளன?

சில குறிப்பிட்ட சூழ்நிலைகளில் இரு உடன் தொடர்பு கோடுகள் இருக்கும். காரண காரியத்துடன் தொடர்புள்ள X மற்றும் Y ஐ பரிமாற்றம் செய்தால்; X ஐ சார்பற்ற மாறியாகவும், Y ஐ சார்புடைய மாறியாகவும் (அல்லது) Y ஐ சார்பற்ற மாறியாகவும், X ஐ சார்புடைய மாறியாகவும் கருதலாம். இதனால் நாம் பெறுவது

(1) X இன் மீதான Y இன் உடன்தொடர்பு கோடு

(2) Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்பு கோடு

இரண்டுமே ஏற்புடைய உடன்தொடர்பு கோடுகளாகும். ஆனால் இதைப் படிப்பவர்கள் கொடுக்கப்பட்ட சூழ்நிலைக்கு ஏற்ற ஒரு உடன்தொடர்பு சமன்பாட்டைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

குறிப்பு: Y நடைபெறுவதற்கு X மட்டும் காரணம் எனில் X இன் மீதான Y என்ற ஒரே ஒரு உடன்தொடர்பு கோடு இருக்கும்.

5.3.1 எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு: (கணிதவியல் முறை)

எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு இரு வகைப்படும்.

X இன் மீதான Y இன் உடன்தொடர்புக் கோட்டின் பொது வடிவம்

இதன் சமன்பாடு $Y = a + b\,X$ இங்கு 'a' மற்றும் 'b' என்பன தெரியாத மாறிலிகள். அவற்றை உடன் தொடர்புக்கெழுக்கள் என்று அழைப்போம். 'a' என்பது Y வெட்டுத்துண்டு (நேர் கோடு அச்சை வெட்டும் புள்ளி). அதாவது, $E(Y|X = 0)$. X ஓரலகு அதிகரிக்கும் பொழுது சராசரியாக Yயும் அதிகரிக்கிறது. 'b' என்பது நேர்கோட்டின் சாய்வு.

(X, Y) என்பது (x_i, y_i), $i = 1, 2, ...,$ எனும் n இணை உறுப்புகளால் அமைக்கப்படும் எனில், மேற்கண்ட உடன்தொடர்புக் கோட்டை அமைப்பது என்பது 'a' 'b' என்பனவற்றின் மதிப்பீட்டு மதிப்புகளான $\hat{a}$, $\hat{b}$ என்பதைக் காண்பதைப் பொறுத்ததாகும். அத்தகைய மதிப்பீட்டு மதிப்புகள் கீழ்க்கண்ட அனுமானங்களைக் கொண்டு மதிப்பிடப்படுகின்றன.

i) Y,X இவற்றிற்கிடையேயான தொடர்பு நேர்கோடானது சார்ந்ததாக இருக்கவேண்டும்.

ii) பிழை 'e' ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியாகும்.அதன் சராசரி பூச்சியமாகும்.

iii) பிழை 'e' நிலையான வேறுபாட்டளவையைக் கொண்டிருக்கும்.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 142 1/28/2020 6:43:35 PM

மேலும், உடன் தொடர்பு கோட்டு வடிவம் அமைப்பதற்கு முன்பாகப் பின்வருவன பற்றி மனதில் கொள்ளவேண்டும்.

- சார்பற்றமாறி மற்றும் சார்புடைய மாறிகளைக் குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியில் கணக்கிடவேண்டும். மேலும் மாறிகள் நேர்க்கோட்டுடன் தொடர்பில் இருக்க வேண்டும்.
- சார்புடைய மாறி சார்பற்றமாறி இவற்றிற்கிடையே ஒருநேர் கோட்டுத் தொடர்பு இருக்கவேண்டும்.
- நேர்கோட்டு உடன் தொடர்பு எல்லைகடந்த மதிப்புகளால் மாற்றமடைகிறது. இது உடன்தொடர்பு நேர்கோட்டையும் முன்னறிவிப்பு மதிப்புகளையும் பெரிதும் பாதிக்கிறது.

நேர்கோட்டின் செம்மைப்பொருத்தம் (Line of best fit) என்பதன் பொருள்

மேற்கூறிய அனுமான (ii) இன்படி, Y மாறியும் சராசரியுடனோடு சமவாய்ப்பு மாறியாகவும், $E(Y|X=x) = a + bx$ என்பதாகவும் அமையும். உடன் தொடர்புப் பகுப்பாய்வில், நேர்க்கோட்டின் செம்மைப் பொருத்தம் கண்டு, அதன் மூலம் X இன் மீது, Y இன் உடன் தொடர்புக் கோட்டை அமைப்பதே முக்கிய குறிக்கோளாகும். நேர்க்கோட்டின் செம்மைப் பொருத்தம் காணும்போது, சாராத மாறியான X இன் வீச்சக மதிப்புகளுக்கேற்ப, சார்ந்த மாறியான Y இல் காணும் மதிப்புகளில் ஏற்படும் பிழைகளைக் குறைக்க இயலும்.

$E(Y|X=x) = a + bx$ என்ற உடன் தொடர்புச் சமன்பாடானது a, b என்ற மாறிகளின் பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு ஒரு நேர்கோட்டு குடும்பத்தை அமைக்கிறது. a, b ஆகியவற்றின் மதிப்பீட்டு மதிப்புகளைக் கண்டறிந்து Y இன் மதிப்பைக்காண நேர்கோட்டுச் செம்மைப் பொருத்தம் அமைக்கப்படுகிறது.

5.4 மீச்சிறு வர்க்கமுறை

பெரும்பாலான நிலைகளில் தரவு புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் பொருந்துவதில்லை (அதிக ஒட்டுறவின்மை) அச்சூழ்நிலையில் இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொடர்பான வெவ்வேறு கோடுகளைக் கொண்டு விளக்கப்படுகிறது. ஏதாவது ஒரு கோட்டினைத் தேர்ந்தெடுக்கும்போது, சில புள்ளிகள் அக்கோட்டிற்கு நெருக்கமாகவும், சில புள்ளிகள் அக்கோட்டிற்குத் தொலைவிலும் அமையும். ஆய்வாளர் அக்கோடு சிறந்த பொருத்தமான நேர்கோடா அல்லது பொருத்தமான நேர்க்கோடில்லையா எனத் தீர்மானிக்க இயலாது.

பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் மிகக் குறைவானதாக இருக்கும்போது உடன்தொடர்பு கோடு சிறந்த பொருத்தமான கோடாகும். அந்நிலையில் சிறந்த பொருத்தமான நேர்கோட்டைப் பொருத்த மீச்சிறு வர்க்கமுறை பயன்படுகிறது. கண்டறியப்பட்ட தரவுகளுக்குச் சிறந்த பொருத்தமான நேர்கோட்டை, ஒவ்வொரு தரவு புள்ளிக்கும் நேர்கோட்டிற்கும் உள்ள செங்குத்து விலக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் சிறுமமாக இருக்குமாறு மீச்சிறு வர்க்க முறையில் கணக்கிடப்படுகிறது.

5.4.1 மீச்சிறு வர்க்க முறை

a, b எனும் கெழுக்களின் மதிப்பைப்பெற, மீச்சிறு வர்க்க முறையில் இரு எண்களின் வித்தியாசங்களின் (மிகை அல்லது குறை) வர்க்கங்களின் கூடுதல் சிறுமம் ஆக்கப்படுகிறது. i ஆவது தரவில், கண்டறியப்பட்ட y_i மதிப்பிற்கும், மதிப்பீட்டு மதிப்பான $\hat{y}_i$ என்பதற்கு உள்ள வித்தியாசம் e_i என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. அதாவது $e_i = y_i - \hat{y}_i$, $i = 1, 2, ..., n$ மீச்சிறு வர்க்க முறையில், கீழ்க்கண்டவாறு இரு நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்வதன் மூலம் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைப் பெறலாம்.

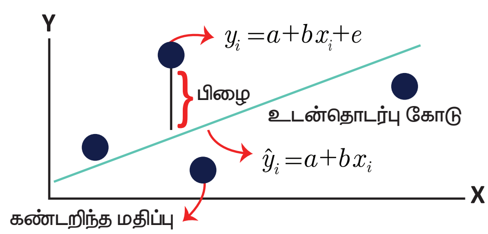
05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 143 1/28/2020 6:43:35 PM

- கண்டறியப்பட்ட y மதிப்பிற்கும், மதிப்பிட்டு மதிப்பான $\hat{y}$ என்பதற்கும் இடையிலுள்ள வித்தியாசங்களின் கூடுதல் பூச்சியமாகும் அதாவது $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i) = 0$.
- அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல், மீச்சிறும மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும். அதாவது $E(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ என்று மீச்சிறுமம்

5.4.2 உடன் தொடர்புச் சமன்பாட்டுக்கோடு பொருத்துதல்

எளிய உடன்தொடர்பு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாடு $y = a + b\,x$ இல் உள்ள a,b இன் மதிப்பீட்டு மதிப்புகளை (x_1,y_1), (x_2,y_2), ..., (x_n,y_n) என்ற கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டின் மீச்சிறும மதிப்புகளைக் காண்பதன் மூலம் பெறலாம்.

எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு வடிவம்



$$E(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

அதாவது, $E(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)^2$.

இங்கு $\hat{y}_i = a + bx_i$ என்பது, கொடுக்கப்பட்ட x_i மதிப்பிற்கு உரிய எதிர்பார்க்கும் மதிப்பாகும்.

எதிர்பார்க்கும் மதிப்பு $\hat{y}_i$, கண்டறியப்பட்ட மதிப்பு y_i ஐ நெருங்கி இருக்கும்போது அவற்றின் வித்தியாசம் மிகவும் குறைவாக இருக்கும். எனவே வித்தியாச மதிப்புகள் a,b ஐக் காண்பதிலிருந்து பெறலாம். மேலும் $E(a,b)$ இன் வித்தியாசங்களுக்கிடையேயான வர்க்கங்களின் கூடுதல் மீச்சிறுமமாக அமைத்து அதிலிருந்து a,b க்களின் எதிர்பார்க்கும் மதிப்புகளைப் பெறலாம்.

$E(a,b)$ ஐ a ஐப் பொருத்தும், b ஐப் பொருத்தும் வகையிட்டு, அதை பூச்சியத்துடன் சமன்பாடாக்கி, இரு சமன்பாடுகளைப் கீழ்க்கண்டவாறு பெறுகிறோம்.

$$\frac{\partial E(a,b)}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\frac{\partial E(a,b)}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}x_i(y_i - a - bx_i) = 0$$

இவற்றிலிருந்து

$$na + b\sum_{i=1}^{n}x_i = \sum_{i=1}^{n}y_i$$

$a\sum_{i=1}^{n}x_i + b\sum_{i=1}^{n}x_i^2 = \sum_{i=1}^{n}x_i y_i$ என்ற சமன்பாட்டைப் பெறுகிறோம்.

இச்சமன்பாடுகள், இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இச்சமன்பாடுகளின் தீர்வைக்காண்பதன் மூலம், a,b என்பவற்றின் மதிப்பீட்டு மதிப்புகளான $\hat{a}$, $\hat{b}$

அது $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$, $\hat{b} = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2}$ என்பதாகும்.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 144 1/28/2020 6:43:35 PM

b இன் மதிப்பீட்டு மதிப்பான $\hat{b}$ என்பதிலுள்ள பகுதியும், தொகுதியும், x,y இவற்றிற்கிடையேயுள்ள துணை மாறுபாட்டளவையாக அமைந்திருப்பதைக் காணலாம். எனவே, அதை $\hat{b} = \dfrac{Cov(X,Y)}{V(X)}$ என்றும் குறிப்பிடலாம்.

மேலும், வேறுபாட்டளவை $V(x)$ என்பது மாதிரி வேறுபாட்டளவையாக இருப்பின், $V(x) = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}^2\right)$ என்று அத்தியாயம் 1 இல் குறிப்பிடப்பட்டதைப்போன்று இருக்க வேண்டும்.

அத்தியாயம் 4 இல் உள்ளதைபோல், ஒட்டுறவுக் கெழுவைப் பயன்படுத்திக் காண வேண்டுமென்றால்,

$\hat{b} = r_{XY}\dfrac{SD(Y)}{SD(X)}$ என்று கணக்கிடவேண்டும்.

உடன் தொடர்புச் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தும்போது கருதவேண்டியவை

1. உடன்தொடர்புச்சமன்பாடு, இருமாறிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொடர்பை மட்டுமே வெளிப்படுத்தும். அதைப்பயன்படுத்துவதால், காரணம் மற்றும் விளைவு பற்றிய ஆய்வைப் பயன்படுத்தி விளக்கம் பெற இயலாது.
2. உடன்தொடர்புச் சமன்பாடுகளைப் பொருத்த அளவில், கொடுக்கப்பட்ட வீச்சக மதிப்புகளுக்கு எற்ப முன்னறிதல் காண்பதற்கு இச்சமன்பாடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இதன் மூலம், இடைக்கணிப்பு (Interpolation) செய்வதற்கு மட்டுமே இச்சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தவேண்டும். வெளிக்கணிப்பு (Extrapolation) செய்வதற்கு இச்சமன்பாடுகள் பொருத்தமானதாக இருக்காது.

எடுத்துக்காட்டு 5.1

$n = 7$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 113$, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 1983$, $\sum_{i=1}^{n} y_i = 182$ மற்றும் $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 3186$ எனில் X இன் மீது Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாட்டின் வடிவம்

$$\hat{Y} = a + bx \tag{1}$$

என்பன இரு மாறிலிகள். இவற்றின் மதிப்புகளை கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாதிரி தரவுகளிலிருந்து இயல் நிலைச் சமன்பாடுகளை பயன்படுத்தி கணக்கிடப்படுகிறது.

இயல் நிலை சமன்பாடுகள்

$$na + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{2}$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \tag{3}$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 145 1/28/2020 6:43:37 PM

தேவையான மதிப்புகளை (2), (3) சமன்பாடுகளில் பிரதியிட நமக்கு கிடைப்பது

$$7\,a + 113\,b = 182 \qquad (4)$$

$$113\,a + 1983\,b = 3186 \qquad (5)$$

$$(4) \times 113 \Rightarrow 791\,a + 12769\,b = 20566$$

$$(5) \quad \times 7 \Rightarrow 791\,a + 13881\,b = 22302$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$-1112\,b = -1736$$

$$\Rightarrow b = \frac{1736}{1112} = 1.56$$

$$b = 1.56$$

$b = 1.56$ என (4) இல் பிரதியிட நமக்கு கிடைப்பது

$$7\,a + 113 \times 1.56 = 182$$

$$7\,a + 176.28 = 182$$

$$7\,a = 182 - 176.28$$

$$= 5.72$$

$$a = 0.82$$

$\therefore$ X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு

$$Y = a + b\,X$$

$$Y = 0.82 + 1.56\,X$$

எடுத்துக்காட்டு 5.2

பணி நேரமும் அதன் தொடர்புடைய உற்பத்தியும் (அலகுகளில்) கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மீச்சிறுவர்க்க முறையில் $\hat{Y} = a + bx$ என்ற நேர் கோட்டு சமன்பாட்டை பொருத்துக.

பணி நேரம்	3.6	4.8	7.2	6.9	10.7	6.1	7.9	9.5	5.4
உற்பத்தி (அலகுகளில்)	9.3	10.2	11.5	12	18.6	13.2	10.8	22.7	12.7

தீர்வு:

நேர்க் கோட்டின் சமன்பாட்டின் வடிவம்

$$\hat{Y} = a + bx$$

இங்கு, a, b என்பவற்றின் மதிப்பீட்டு மதிப்புகள், மீச்சிறு வர்க்க முறையில் கணக்கிடப்படுகின்றன

$\hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x}$ என்பதில்,

$$\hat{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i - \hat{b}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\hat{b} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - (\overline{x} \times \overline{y})}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \overline{x}^2}$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 146 1/28/2020 6:43:37 PM

அல்லது, $\hat{b}=\dfrac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\times\sum_{i=1}^{n}y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு, $n=9$ என்று எடுத்துக்கொண்டு கணக்கிடுக.

பணி நேரம் x_i	உற்பத்தி (அலகுகளில்) y_i	x_i^2	x_iy_i
3.6	9.3	12.96	33.48
4.8	10.2	23.04	48.96
7.2	11.5	51.84	82.8
6.9	12	47.61	82.8
10.7	18.6	114.49	199.02
6.1	13.2	37.21	80.52
7.9	10.8	62.41	85.32
9.5	22.7	90.25	215.65
5.4	12.7	29.16	66.42
$\sum_{i=1}^{9}x_i=62.1$	$\sum_{i=1}^{9}y_i=121$	$\sum_{i=1}^{9}x_i^2=468.97$	$\sum_{i=1}^{9}x_iy_i=894.97$

$\hat{a}$, $\hat{b}$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகின்றன.

$$\hat{b}=\frac{(9\times 894.97)-(62.1\times 121)}{(9\times 468.97)-(62.1)^2}$$

$$=\frac{8054.73-7514}{4220.73-3856.41}$$

$$=\frac{540.73}{364.32}$$

$$\hat{b}=1.48.$$

$$\hat{a}=\frac{121}{9}-\left(1.48\times\frac{62.1}{9}\right)$$

$$= 13.40 - 10.21$$

$$\hat{a} = 3.19$$

எனேவ, பொருத்தப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\hat{Y}=3.19+1.48x$

Y பெறும் மதிப்புகள் x இன் வீச்சு எல்லைகள் (3.6, 10.7) என்பதற்குள் அமையும் என்பதைக் கவனிக்க.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 147 1/28/2020 6:43:38 PM

X இன் மீது அமையும் Y இன் நேரிய உடன் தொடர்புச் சமன்பாட்டின் மதிப்பிட்டு வடிவம்

$$\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}x \text{ என்க}$$

மதிப்பீடுகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட, $\hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x}$ எனக் கிடைக்கும்.

பிறகு, உடன் தொடர்புச் சமன்பாடுகள்

$$\hat{Y} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x} + \hat{b}x$$
$$\hat{Y} - \overline{y} = \hat{b}(x - \overline{x})$$

என்பதாக அமையும்.

இதிலிருந்து X இன் மீது அமையும் Yஇன் நேரிய உடன்தொடர்புச் சமன்பாட்டில், சாய்வு $\hat{b}$ ஆகவும், சராசரிகள் $(\overline{x}, \overline{y})$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதுமாக அமைவதைக் காணலாம். இது ஆயத்தொலைவு வடிவ கணித்ததில் உள்ள சாய்வு– புள்ளி நேர்க்கோட்டு வடிவத்தை ஒத்திருப்பதை அறியலாம். உடன் தொடர்புக்கு $\hat{b}$, சராசரிகள் $(\overline{x}, \overline{y})$ கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், உடன்தொடர்புச் சமன்பாட்டை அமைப்பதற்கு மேற்கண்ட விதியைப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம்.

பிரிவு 5.3 இல் கூறியுள்ளபடி இரு எளிய உடன்தொடர்புச் சமன்பாடுகள் இருப்பதைக் கண்டிருக்கிறோம். அவற்றிற்கு இரு வேறுவேறான உடன் தொடர்புக்கெழுக்கள் இருப்பதையும் குறிப்பிட்டுள்ளோம். X இன் மீது அமையும் Yஇன் நேரிய உடன்தொடர்புக் கெழுவை b_{XY} என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

அதே கருத்துகளுடன், Xஇன் மீது அமையும் Yஇன் நேரிய உடன்தொடர்புச் சமன்பாடு அமைப்பதற்கான செம்மைப்பொருத்தம் $\hat{X} = \hat{c} + b_{XY}y$ ஆக இருக்கும்

இங்கு $\hat{c} = \overline{x} - b_{XY}\overline{y}$, $b_{XY} = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \overline{xy}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \overline{y}^2}$

சாய்வு புள்ளி வடிவச் சமன்பாடு, $\hat{X} - \overline{x} = b_{XY}(y - \overline{y})$ ஆகும்.

மேலும் கார்ல் பியர்சானின் ஒட்டுறவைப் பயன்படுத்தும் உடன்தொடர்புக்கெழு

$$b_{XX} = r_{XY}\frac{SD(X)}{SD(Y)} \quad b_{YX} = r_{XY}\frac{SD(Y)}{SD(X)} \text{ என்று குறிப்பிடப்படும்.}$$

5.5 உடன் தொடர்புக்கெழுவின் பண்புகள்

1. ஒட்டுறவுக்கெழுவானது உடன் தொடர்புக்கெழுக்களின் பெருக்குச் சராசரி ஆகும்.

$$r_{XY} = \sqrt{b_{XY} \times b_{YX}}$$

2. இரு உடன் தொடர்புக்கெழுக்களும் ஒரே மாதிரியான குறியைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அதாவது அவை மிகை அல்லது குறையாக இருக்கலாம். (r இன் மதிப்பு கணக்கிட்ட பின்பு அதற்கு குறிப்பிட்ட குறியை இட வேண்டும்)
3. ஒரு உடன் தொடர்புக் கெழு ஒன்றைவிட அதிகமாக இருந்தால், மற்றொன்று ஒன்றைவிடக் குறைவாக இருக்கும்.
4. ஒட்டுறவுக் கெழுவின் குறி உடன் தொடர்புக் கெழுவின் குறியோடு ஒத்திருக்கும்.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 148 1/28/2020 6:43:38 PM

5. உடன் தொடர்புக் கெழுக்களின் கூட்டுச் சராசரி ஒட்டுறவுக் கெழுவை விட பெரியதாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.

$$\text{அதாவது } \frac{b_{XY} + b_{YX}}{2} \geq r_{XY}$$

6. உடன் தொடர்புக் கெழுக்கள் ஆதி மாற்றத்தால் பாதிக்கப்படுவதில்லை ஆனால் அலகு மாற்றத்தால் பாதிக்கப்படும்.

உடன் தொடர்பு சமன்பாட்டின் பண்புகள்

1. $r = 0$, எனில் மாறிகளுக்கிடையே ஒட்டுறவு இல்லை உடன் தொடர்புக் கோடுகள் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தாக இருக்கும்.
2. $r \pm 1$, எனில் இரு உடன்தொடர்புக்கோடுகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று இணையும் அல்லது இணை கோடுகளாக இருக்கும்.
3. இரு உடன்தொடர்புக்கோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம் $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right)$ இங்கு m_1, m_2 என்பன முறையே Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்புக் கோடு மற்றும் X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்புக் கோடு ஆகியவற்றின் சாய்வுகள் ஆகும்.
4. இரு உடன் தொடர்புக் கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம், இரு மாறிகளுக்கு இடையே உள்ள சார்ந்திருக்கும் அளவைக் காட்டுகிறது.
5. உடன் தொடர்புக் கோடுகள் $(\overline{X}, \overline{Y})$ என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.3

பின்வரும் தரவுகளுக்கு Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்பு சமன்பாடுகளை X, Y இன் சராசரி விலக்க முறையில் கணக்கிடுக.

x	12	14	15	14	18	17
y	42	40	45	47	39	45

$X = 25$ எனில் Y இன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

	x_i	$u_i = x_i - 15$	u_i^2	y_i	$v_i = y_i - 43$	v_i^2	$u_i v_i$
	12	-3	9	42	-1	1	3
	14	-1	1	40	-3	9	3
	15	-0	0	45	2	4	0
	14	-1	1	47	4	16	-4
	18	3	9	39	-4	16	-12
	17	2	4	45	2	4	4
மொத்தம்	90	0	24	258	0	50	-6

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{6} x_i / 6 = \frac{90}{6} = 15$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 149 1/28/2020 6:43:40 PM

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{6} y_i / 5 = \frac{258}{6} = 43$$

V இன் மீது அமையும் U இன் உடன்தொடர்புக் கோடு அமைப்பதற்கு கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\hat{b}_{UV} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} u_i v_i - \sum_{i=1}^{n} u_i \sum_{i=1}^{n} v_i}{n\sum_{i=1}^{n} v_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} v_i\right)^2} = \frac{6(-6)}{6\times 50} = -0.12$$

$$\hat{a} = \bar{u} - \hat{b}_{UV}\,\bar{v} = 0$$

V இன் மீது அமையும் U இன் உடன்தொடர்புக் கோடு, $U = \hat{b}_{UV}\, v + \hat{a} = -0.12v$

Y இன் மீது அமையும் X இன் உடன்தொடர்புக் கோடு, $(Y-43) = -0.25(x-15)$

$x = 25$ எனில், $y - 43 = -0.25\ (25-15)$

$$y = 40.5$$

முக்கிய குறிப்பு: $\bar{X}$, $\bar{Y}$ முழு எண்கள் இல்லை எனில் மேலே குறிப்பிட்ட முறை மிகவும் கடினமானது. மேலும் b_{YX} மற்றும் கணக்கிடுவதற்கு அதிக நேரம் தேவைப்படும். பின்வரும் வாய்ப்பாடு மூலம் இதனை எளிமையாக செய்யலாம்.

$$b_{YX} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b_{XY} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.4

பின்வரும் தரவுகள் இயந்திரம் இயக்குபவரின் அனுபவம் மற்றும் செய்திறன் மதிப்பீட்டை 50 துண்டுகளிலிருந்து உற்பத்தி செய்யப்படும் நல்ல பாகங்களின் எண்ணிக்கை மூலம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இயக்குபவர்	1	2	3	4	5	6	7	8
அனுபவம் (X)	8	11	7	10	12	5	4	6
மதிப்பீடு (Y)	11	30	25	44	38	25	20	27

உடன் தொடர்பு சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும் அனுபவம் $X = 15$ என இருக்கும் பொழுது மதிப்பீட்டை (Y) ஐக் கணக்கிடுக.

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 150 1/28/2020 6:43:40 PM

தீர்வு:

	x_i	y_i	x_iy_i	x_i^2	y_i^2
	8	11	88	64	121
	11	30	330	121	900
	7	25	175	49	625
	10	44	440	100	1936
	12	38	456	144	1444
	5	25	125	25	625
	4	20	80	16	400
	6	27	162	36	729
மொத்தம்	63	220	1856	555	6780

X இன் மீது Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு

$$\hat{Y} - \bar{y} = b_{YX}\left(x - \bar{x}\right)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{63}{8} = 7.875$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{220}{8} = 27.5$$

மேற்கண்ட இரண்டு சராசரிகளும் $(\bar{X}, \bar{Y})$ தசம இடத்தில் இருப்பதால் எளிமையாகக் கணக்கிட நாம் b_{YX} என்ற வாய்ப்பாட்டை பயன்படுத்தலாம்.

$$b_{YX} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$= \frac{8 \times 1856 - 63 \times 220}{8 \times 555 - 63 \times 63}$$

$$= \frac{14848 - 13860}{4440 - 3969}$$

$$= \frac{988}{471}$$

$$b_{YX} = 2.098$$

X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு

$$\hat{Y} - \bar{y} = b_{YX}\left(x - \bar{x}\right)$$

$$\hat{Y} - 27.5 = 2.098\ (x - 7.875)$$
$$\hat{Y} - 27.5 = 2.098\ x - 16.52$$
$$\hat{Y} = 2.098x + 10.98$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 151 1/28/2020 6:43:44 PM

$X = 15$ எனில்

$$\hat{Y} = 2.098 \times 15 + 10.98$$
$$\hat{Y} = 31.47 + 10.98$$
$$= 42.45$$

Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்புச் சமன்பாடு

$$\hat{X} - \bar{x} = b_{XY}\left(y - \bar{y}\right)$$

$$b_{XY} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}$$

$$= \frac{8\times1856 - 63\times220}{8\times6780 - 220\times220}$$

$$= \frac{14848 - 13860}{54240 - 48400}$$

$$= \frac{988}{5840}$$

$$b_{XY} = 0.169$$

Y இன் மீது அமையும் X இன் உடன்தொடர்புச் சமன்பாடு,

$$\hat{X} - 7.875 = 0.169\ (y - 27.5)$$
$$\hat{X} - 7.875 = 0.169y - 0.169 \times 27.5$$
$$\hat{X} = 0.169y + 3.2275$$

எடுத்துக்காட்டு 5.5

சம வாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 5 மாணவர்களின் புள்ளியியல் மற்றும் கணக்கு பதிவியல் மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு.

புள்ளியியல்	85	60	73	40	90
கணக்கு பதிவியல்	93	75	65	50	80

இரு உடன் தொடர்பு கோடுகளைக் காண்க.

தீர்வு

இரண்டு உடன் தெடர்பு கோடுகள்

(i) X இன் மீதான Y இன் உடன்தொடர்பு சமன்பாடு

$$\hat{Y} - \bar{y} = b_{YX}\left(x - \bar{x}\right)$$

(ii) Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்பு சமன்பாடு

$$\hat{X} - \bar{x} = b_{XY}\left(y - \bar{y}\right)$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 152 1/28/2020 6:43:46 PM

	x_i	y_i	$u_i = x_i - A$ $= x_i - 60$	$v_i = x_i - B$ $= x_i - 75$	$u_i v_i$	u_i^2	y_i^2
	85	93	25	18	450	625	324
	60 A	75 B	0	0	0	0	0
	73	65	13	–10	–130	169	100
	40	50	–20	–25	500	400	625
	90	80	30	5	150	900	25
Total	348	363	48	12	970	2094	1074

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{348}{5} = 69.6$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{363}{5} = 72.6$$

சராசரிகள் $\overline{x}$, $\overline{y}$ முழு எண்கள் அல்ல. மேலும் தரவுகளின் மதிப்புகள் பெரிய எண்களாக உள்ளது. எனவே x, y இன் ஆதிகளை தேர்வு செய்து பின்னர் கணக்கை தீர்க்கலாம்.

X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு போக்கு சமன்பாடு

$$\hat{Y} - \overline{y} = b_{YX}\left(x - \overline{x}\right)$$

b_{YX} கணக்கிடுதல்

$$b_{YX} = b_{VU} \frac{n\sum_{i=1}^{n} u_i v_i - \sum_{i=1}^{n} u_i \sum_{i=1}^{n} v_i}{n\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2}$$

$$= \frac{5 \times 970 - 48 \times 9(-12)}{5 \times 2094 - (48)^2}$$

$$= \frac{4850 + 576}{10470 - 2304}$$

$$= \frac{5426}{8126} = 0.664$$

$$b_{YX} = b_{VU} = 0.664$$

$$\hat{Y} - 72.6 = 0.664\ (x - 69.6)$$

$$\hat{Y} - 72.6 = 0.64x - 46.214$$

$$\hat{Y} = 0.664x + 26.386$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 153 1/28/2020 6:43:48 PM

Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்பு சமன்பாடு

$$\hat{X} - \bar{x} = b_{XY}\left(y - \bar{y}\right)$$

b_{XY} கணக்கிடுதல்

$$b_{XY} = b_{UV}\frac{n\sum_{i=1}^{n} u_i v_i - \sum_{i=1}^{n} u_i \sum_{i=1}^{n} v_i}{n\sum_{i=1}^{n} v_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} v_i\right)^2}$$

$$= \frac{5\times 970 - 48\times(-12)}{5\times 1074 - (-12)^2}$$

$$= \frac{4850 + 576}{5370 - 144} = \frac{5426}{5226}$$

$$b_{UV} = 1.038$$

$$\hat{X} - 69.6 = 1.038\ (y - 72.6)$$

$$\hat{X} - 69.6 = 1.038y - 75.359$$

$$\hat{X} = 1.038y - 5.759$$

எடுத்துக்காட்டு 5.6

கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு உடன்தொடர்பு கோட்டுக்கான தரவில் ஏதேனும் பிழை உள்ளதா? $Y = -1.5\ X + 7$, மற்றும் $X = 0.6\ Y + 9$? உன் விடைக்கான காரணத்தை கூறுக.

தீர்வு:

X இன் மீதான Y இன் உடன்தொடர்பு கெழு $b_{YX} = -1.5$

Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்பு கெழு $b_{XY} = 0.6$

இரண்டு உடன்தொடர்பு கெழுக்களும் வெவ்வேறு குறி கொண்டுள்ளது. இது முரண்பாடாகும். எனவே கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகள் உடன்தொடர்பு கோடுகள் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 5.7

	சராசரி	திட்ட விலக்கம்
கோதுமை விளைச்சல் (கி.கி/ஒரு சதுர அலகு)	10	8
ஓராண்டு மழை அளவு (செ.மீ)	8	2

ஒட்டுறவுக் கெழு 0.5

மழை அளவு 9 செ.மீ ஆக இருக்கும் போது விளைச்சலைக் காண்க.

தீர்வு:

விளைச்சலை, சார்புள்ள மாறி Y எனவும்; மழை அளவை, சார்புடைய மாறி X எனவும் குறிக்கவும்.

X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு

$$Y - \bar{y} = r_{XY}\frac{SD(Y)}{SD(X)}(x - \bar{x})$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 154 1/28/2020 6:43:49 PM

$\overline{x} = 8,\ SD(X) = 2, \overline{y} = 10,\ SD(Y) = 8, r_{XY} = 0.5$

$$Y - 10 = 0.5 \times \frac{8}{2}(x - 8)$$
$$= 2\ (x - 8)$$

$x = 9$, எனில்

$$Y - 10 = 2\ (9 - 8)$$
$$Y = 2 + 10$$
$$= 12 \text{ கி.கி (ஒரு சதுர அலகிற்கு)}$$

மழை அளவு 9 செ.மீ ஆக இருக்கும் போது விளைச்சல் 12 கி.கி (ஒரு சதுர அலகிற்கு)

எடுத்துக்காட்டு 5.8

50 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு வகுப்பில் கணக்குப்பதிவியல் மதிப்பெண் (Y) இன் மீதான புள்ளியியல் மதிப்பெண்ணின் (X) உடன்தொடர்பு சமன்பாடு $3Y - 5X + 180 = 0$. கணக்குப்பதிவியலின் சராசரி மதிபெண் 50 மற்றும் புள்ளியலின் மாறுபாட்டளவை, கணக்குப்பதிவியலின் மாறுபாட்டளவையைப் போல $\frac{16}{25}$ மடங்காகும். Y இன் மாறுபாட்டளவை 25 எனில் புள்ளியியலின் சராசரி, இரு பாடங்களுக்கு இடையேயுள்ள ஒட்டுறவுக் கெழுவையும் காண்க.

தீர்வு:

Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்பு போக்கு கோடு $3Y - 5X + 180 = 0$

$\overline{y} = 50$, $V(X) = \frac{16}{25} V(Y)$, மற்றும் $V(Y) = 25$.

எனில் (i) $\overline{x}$, (ii) r_{XY} மதிப்பு காண வேண்டும்.

(i) $\overline{x}$ யை கணக்கிடல்:

இரு உடன் தொடர்புக் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி $\overline{x}, \overline{y}$

$\therefore \overline{x}, \overline{y}$ ஆனது உடன் தொடர்பு கோடு $3Y - 5X + 180 = 0$ இன் மீது அமையும்.

$$3\overline{y} - 5\overline{x} + 180 = 0$$
$$3(50) - 5\overline{x} + 180 = 0$$
$$-5\overline{x} = -180 - 150$$
$$= -330$$
$$\overline{x} = \frac{-330}{-5} = 66$$
$$\overline{x} = 66$$

(ii) ஒட்டுறவுக்கெழுவினைக் கணக்கிடல்:

$$3Y - 5\ X + 180 = 0$$
$$-5X = -180 - 3Y$$
$$X = 36 + 0.6\ Y$$
$$b_{XY} = 0.6$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 155 1/28/2020 6:43:53 PM

மேலும் $b_{XY} = r_{XY}\dfrac{SD(X)}{SD(Y)}$

$$0.6 = r_{XY}\frac{SD(X)}{SD(Y)}$$

$$r_{XY} = \frac{0.6 \times SD(Y)}{SD(X)}$$

$$r_{XY}^2 = 0.36 \times \frac{V(Y)}{V(X)} \qquad (1)$$

$V(Y) = 25$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$V(X) = \frac{16}{25}V(Y)$$

$$= \frac{16}{25} \times 25$$

$$V(X) = 16$$

(1) இல் பிரதியிட

$$r_{XY}^2 = \frac{0.36 \times 25}{16}$$

$$r_{XY} = \sqrt{\frac{0.36 \times 25}{16}} = 0.75$$

எடுத்துக்காட்டு 5.9

இரு உடன்தொடர்புக்கோடுகளின் கெழுக்கள் $b_{YX} = \frac{5}{6}$ மற்றும் $b_{XY} = \frac{9}{20}$ எனில், r_{XY} இன் மதிப்பு காண்க

தீர்வு:

ஒட்டுறவுக் கெழு $r_{XY} = \pm\sqrt{(b_{YX})(b_{XY})}$

$$= \pm\sqrt{\frac{5}{6} \times \frac{9}{20}} = \sqrt{0.375} = 0.6124$$

உடன் தொடர்பு கெழுக்கள் b_{YX} மற்றும் b_{XY} இரண்டுமே மிகையாக இருப்பதால் r மிகையாகும்.

$\therefore$ X மற்றும் Y க்கு இடையே நேரிடை ஒட்டுறவு உள்ளது.

குறிப்பு

ஒட்டுறவுக் கெழுவின் குறியும் உடன் தொடர்புக்கெழுவின் குறியும் ஒன்றாகவே இருக்கும் .

எடுத்துக்காட்டு 5.10

$b_{YX} = -\frac{8}{7}$ மற்றும் $b_{XY} = -\frac{5}{6}$. எனில் r இன் மதிப்பு காண்க

தீர்வு:

$$r_{XY} = \pm\sqrt{(b_{YX})(b_{XY})}$$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 156 1/28/2020 6:43:58 PM

$$= \sqrt{-\frac{8}{7} \times -\frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{20}{21}} = -0.9759.$$

உடன் தொடர்பு கெழுக்கள் b_{YX} மற்றும் b_{XY} குறை எண்ணாக இருப்பதால் r ஒரு குறை எண்ணாகும். X மற்றும் Yக்கு இடையே எதிரிடை ஒட்டுறவு உள்ளது.

5.6 ஒட்டுறவிற்கும் உடன் தொடர்புக்கும் உள்ள வேறுபாடுகள்

ஒட்டுறவு	உடன் தொடர்பு
1. ஒட்டுறவு என்பது, அதன் தன்மையையும், எந்த அளவுக்கு தொடர்பைப் பெற்றுள்ளது என்பதையும் குறிக்கும்.	உடன் தொடர்புப் பகுப்பாய்வு என்பது சார்பற்ற மாறியானது, சார்புடைய மாறியின் மீது ஏற்படுத்தும் தாக்கத்தைப் பற்றிய அறிதலாகும். இது முன்கணிப்பு செய்யப்படுகிறது.
2. ஒட்டுறவுக் கெழுவானது மிகை/குறை எனில், இரு மாறிகளுக்கிடையே மிகை/குறை ஒட்டுறவு உள்ளது என்று கூறலாம்.	உடன் தொடர்புக்கெழு மிகை எனில் x இல் ஏற்படும் ஒவ்வொரு அலகு அதிகரிப்பதற்கும், அதற்கு உகந்த y இன் சராசரி அதிகரிப்பு b_{YX} ஆகும். இதேபோல், உடன்தொடர்புக்கெழு குறை எனில் x இல் ஏற்படும் ஒவ்வொரு அலகு அதிகரிப்புக்கும், அதற்குகந்த இன் சராசரி குறைவு b_{YX} ஆகும்.
3. ஒரு மாதிரியை x எனவும் மற்றொரு மாதிரியை y எனவும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்.	காரணமாக கருதப்படுவதை சார்பற்ற மாறி x ஆகவும், காரியமாகக் கருதப்படும் சார்புடைய மாறி y ஆகவும் எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். மாறிகளை மாற்றி எடுத்துக் கொள்ளக்கூடாது.
4. இது x, y இல் சமச்சீர் மதிப்பைப் பெற்றிருக்கும். அதாவது, $r_{XY}=r_{YX}$	இது சமச்சீராக இருப்பதில்லை, b_{XY}, b_{YX} ஆகியவை வெவ்வேறு விளக்கத்தையும் அளிக்கின்றன.

நினைவில் கொள்க

- ❖ உடன்தொடர்பில் பலவகைகள் உள்ளன. அவை எளிய உடன்தொடர்பு, பலநேரிய உடன் தொடர்பு, நேர்கோடற்ற உடன்தொடர்பு ஆகும்
- ❖ எளிய உடன்தொடர்பில், X இன் மீது Y, Y இன்மீது X எனும் இரு உடன்தொடர்பு நேர்க்கோடுகள் உள்ளன.
- ❖ நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு $Y = a + bX + e$ என்பதில் X சாராத மாறி, Y சார்ந்த மாறி, a என்பது Y வெட்டுத்துண்டு, b என்பது சாய்வு, e என்பது பிழை உறுப்பு ஆகும்.
- ❖ உடன்தொடர்புக் கோடுகள் வழியே $(\overline{X},\overline{Y})$ செல்லும்.
- ❖ மீச்சிறுவர்க்க முறைமூலம் , ஒரு கோட்டின் செம்மைப் பொருத்தத்தைப் பெறலாம்.
- ❖ இரு உடன்தொடர்புக் கோடுகளும்,மிகை அல்லது குறை ஆகியவற்றுள் ஏதேனும் ஒரு குறியை மட்டுமே பெற்றிருக்கும்.
- ❖ உடன்தொடர்புக்கெழுவின் குறியும், ஒட்டுறவுக் கெழுவின் குறியும் ஒன்றாகவே இருக்கும்.

பயிற்சிகள் 5

HCNI9F

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. கணித்தல் மற்றும் முன் அறிவித்தலுக்குப் பெரிதும் பயன்படுவது

   அ) உடன் தொடர்பு பகுப்பாய்வு　　ஆ) ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வு

   இ) மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு　　ஈ) உடன் மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு

2. எளிய உடன்தொடர்பு பகுப்பாய்வு ______ வகைப்படும்

   அ) 4　　ஆ) 3　　இ) 2　　ஈ) மேற்குறிப்பிட்டவற்றில் ஏதும் இல்லை

3. $Y = a + bx$ என்ற நேர் கோடு _____ உடன் தொடர்பு கோடு என அழைக்கப்படுகிறது.

   அ) Y இன் மீதான X ன்　　ஆ) X இன் மீதான Y ன்

   இ) X மற்றும் Y க்கு இடையே　　ஈ) b இன் மீது a இன்

4. உடன் தொடர்பு சமன்பாடு $X = a + by + e$ இல், b என்பது

   அ) X இன் மீதான Y இன் ஒட்டுறவுக் கெழு

   ஆ) Y இன் மீதான X இன் ஒட்டுறவுக் கெழு

   இ) X இன் மீதான Y ன் உடன் தொடர்புக் கெழு

   ஈ) Y இன் மீதான X ன் உடன் தொடர்புக் கெழு

5. b_{YX} என்பது

   அ) $r_{XY}\dfrac{SD(X)}{SD(Y)}$　　ஆ) $r_{XY}\dfrac{SD(Y)}{SD(X)}$　　இ) $\dfrac{SD(X)}{SD(Y)}$　　ஈ) $\dfrac{SD(Y)}{SD(X)}$

6. $b_{XY} > 1$ எனில் b_{YX} என்பது

   அ) 1　　ஆ) 0　　இ) > 1　　ஈ) < 1

7. இதில் $\hat{Y} - \overline{y} = r_{XY}\dfrac{SD(Y)}{SD(X)}\left(x - \overline{x}\right)$, $r_{XY}\dfrac{SD(Y)}{SD(X)}$ என்பது

   அ) b_{YX}　　ஆ) b_{XY}　　இ) r_{XY}　　ஈ) $\text{cov}(X, Y)$

8. உடன் தொடர்புக் கெழுவைப் பயன்படுத்தி _______ ஐ கணக்கிடலாம்.

   அ) cov(X, Y)　　ஆ) $SD(X)$　　இ) ஒட்டுறவுக் கெழு　　ஈ) மாறு பாட்டுக் கெழு

9. உடன் தொடர்புக் கெழுவின் கூட்டு சராசரி என்பது

   அ) $> r_{XY}$　　ஆ) $\geq r_{XY}$　　இ) $\leq r_{XY}$　　ஈ) $< r_{XY}$

10. உடன் தொடர்பு பகுப்பாய்வு _____ மாறிகளுளக்கிடையே உள்ள கணிதவியல் தொடர்பை அளிக்கிறது.

    அ) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட　　ஆ) இரு மாறிகள்

    இ) மூன்று மாறிகள்　　ஈ) இவற்றில் ஏதும் இல்லை

11. உளச் சோதனையின் (mental test) தந்தை என்று அழைக்கப்படுபவர்

    அ) R.A. ஃபிஷர்　　ஆ) கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன்

    இ) பிரான்ஸிஸ் கல்டன்　　ஈ) A.L. பௌளி

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 158 1/28/2020 6:44:01 PM

12. ஒட்டுறவுக் கெழு என்பது உடன்தொடர்புக்கெழுக்களின் _______ ஆகும்.

அ) கூட்டுச் சராசரி ஆ) பெருக்குச் சராசரி

இ) இசைச்சராசரி ஈ) இவற்றில் ஏதும் இல்லை

13. இரு உடன்தொடர்புக்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில் r_{XY} என்பது

அ) 0 ஆ) +1 இ) –1 ஈ) 2

14. இரு உடன்தொடர்புக்கோடுகளும் ஒன்றொரு ஒன்று இணையும் அல்லது இணைக் கோடுகளாக இருக்கும் எனில் r_{XY} என்பது

அ) $r_{XY} = 0$ ஆ) $r_{XY} = +1$ இ) $r_{XY} = -1$ ஈ) $r_{XY} = \pm 1$

15. உடன் தொடர்புக் கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள கோணம்

அ) $\tan^{-1}\left(\frac{m_1+m_2}{1-m_1m_2}\right)$ ஆ) $\tan^{-1}\left(\frac{m_1 m_2}{1+m_1 m_2}\right)$

இ) $\tan^{-1}\left(\frac{m_1-m_2}{1+m_1\ m_2}\right)$ ஈ) இவற்றில் ஏதும் இல்லை

16. b_{XY} என்பது

அ) $r_{XY}\frac{SD(Y)}{SD(X)}$ ஆ) $r_{XY}\frac{SD(X)}{SD(Y)}$

இ) $r_{XY} SD(X)\ SD(Y)$ ஈ) $\frac{1}{b_{YX}}$

17. Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு

அ) $Y = a + b_{YX}x + e$ ஆ) $Y = b_{XY}x + a + e$

இ) $X = a + b_{XY}y + e$ ஈ) d) $X = b_{YX}y + a + e$

18. $2\hat{Y} = 0.605x + 351.58$ என்ற உடன் தொடர்பு சமன்பாட்டில், X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்புக் கெழு

அ) $b_{XY} = 0.3025$ ஆ) $b_{XY} = 0.605$

இ) $b_{YX} = 175.79$ ஈ) $b_{YX} = 351.58$

19. $b_{XY} = 0.7$ மற்றும் 'a' = 8 எனில் Y இன் மீதான X இன் உடன்தொடர்புச் சமன்பாடு

அ) $Y = 8 + 0.7\ X$ ஆ) $X = 8 + 0.7\ Y$

இ) $Y = 0.7 + 8\ X$ ஈ) $X = 0.7 + 8\ Y$

20. உடன் தொடர்பு கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி

அ) $(\overline{X}, \overline{Y})$ ஆ) (X, Y) இ) $(0, 0)$ ஈ) $(1, 1)$

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

21. உடன் தொடர்பை வரையறு.

22. உடன் தொடர்பின் வகைகள் யாவை?

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 159 1/28/2020 6:44:02 PM

23. இரண்டு உடன் தொடர்பு சமன்பாடுகளை எழுதுக.

24. இரு உடன் தொடர்புக் கெழுக்களை எழுதுக.

25. Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்புக் கெழு 16 மற்றும் X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்புக் கெழு 4 எனில் ஒட்டுறவுக் கெழு காண்க.

26. $V(X)$ இன் மாறுபாடு 36, $b_{XY} = 0.8$, $r_{XY} = 0.5$ எனில் Y ன் திட்ட விலக்கம் காண்க.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

27. வரையறு: எளிய நேர் கோட்டு உடன் தொடர்பு மற்றும் பல்சார் உடன் தொடர்பு.

28. நேர்க் கோடு மற்றும் வளை கோட்டு உடன் தொடர்பு – வேறுபடுத்துக.

29. Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு மற்றும் அதன் இயல் சமன்பாடுகளை ஆகியவற்றை எழுதுக.

30. X இன் மீதான Y ன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு மற்றும் அதன் இயல் சமன்பாடுகள் ஆகியவற்றை எழுதுக.

31. உடன் தொடர்பின் எவையேனும் மூன்று பண்புகளை எழுதுக.

32. உடன் தொடர்பின் எவையேனும் மூன்று பயன்பகளை எழுதுக.

33. ஒட்டுறவிற்கும், உடன் தொடர்பிற்கும் இடையே உள்ள மூன்று வேறுபாடுகளை எழுதுக.

34. உடன் தொடர்பு சமன்பாடுகள் $\hat{X} = 64 - 0.95y$, $\hat{Y} = 7.25 - 0.95x$ எனில் ஒட்டுறவுக் கெழு கணக்கிடுக.

35. $8X - 10Y + 66 = 0$, $40X - 18Y = 214$ என்ற உடன் தொடர்பு கோட்டிற்கு X மற்றும் Y இன் சராசரிகளை கணக்கிடுக.

36. $\bar{x} = 90$, $\bar{y} = 70$, $b_{XY} = 1.36$, $b_{YX} = 0.61$ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $y = 50$ எனில் X இன் மிகச் சரியான மதிப்பைக் காணக்கிடுக.

37. பின் வரும் தரவுகளுக்கு இரு உடன் தொடர்பு சமன்பாடுகளை கணக்கிடுக.

x	1	2	3	4	5
y	3	4	5	6	7

$X = 3.5$ எனில் $\hat{Y}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

38. உடன் தொடர்பின் பண்புகளை விரிவாக எழுதுக.

39. உடன் தொடர்பு பகுப்பாய்வின் பயன்களை விரிவாக எழுதுக.

40. ஒட்டுறவு மற்றும் உடன் தொடர்பை வேறுபடுத்துக.

41. கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களிலிருந்து விளக்கம் அளிக்கவும். கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான எளிய உடன் தொடர்பு கோடு பொருத்தப்பட்டு அதிலிருந்து சாய்வு = 3 மற்றும் வெட்டுத்துண்டு = 2 என காணப்படுகிறது. $y = a + bx$ என்ற வடிவில் உடன் தொடர்பு கோடு உருவாக்குக. அதிலிருந்து 'a' மற்றும் 'b'க்கு விளக்கம் அளிக்கவும். X இன் மதிப்பு 1 இருந்து 2க்கு அதிகரிக்கும் பொழுது Y இல் ஏற்படும் அதிகரிப்பு காண்க. மேலும் X என்பது 2 இருந்து 5க்கு அதிகரித்தால் Y இன் அதிகரிப்பு காண்க. உனது விடையை கணிதவியல் முறையில் விளக்குக.

42. மீச்சிறு வர்க்கமுறையை பயன்படுத்தி Y இன் மீதான X ன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு மற்றும் X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க. மற்றும் $Y = 16$ எனில் X இன் மதிப்பு காண்க.

x	10	12	13	17	18
y	5	6	7	9	13

மேலும் ஒட்டுறவு கெழுவின் மதிப்பைக் காண்க.

43. பின்வரும் அட்டவணை 8 நபர்களின் வயது (X) மற்றும் சிஸ்டாலிக் இரத்த அழுத்தம் (Systolic blood pressure) (Y) ஆகியவற்றைக் காட்டுகிறது.

வயது (X)	56	42	60	50	54	49	39	45
இரத்த அழுத்தம் (Y)	160	130	125	135	145	115	140	120

X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு மாதிரியைப் பொருத்துக மேலும் 60 வயது உடைய நபரின் இரத்த அழுத்தத்தைக் கணக்கிடுக.

44. $n = 5, \sum x = 30, \sum y = 40, \sum xy = 214, \sum x^2 = 220, \sum y^2 = 340$ எனில் $X = a + bY$ என்ற வடிவில் Y இன் மீது X இன் உடன் தொடர்பு சமன் பாட்டை காண்க.

45. புள்ளியியலின் சராசரி மதிப்பெண் 80, ஆங்கிலத்தின் சராசரி மதிப்பெண் 50, புள்ளியியலின் திட்ட விலக்க மதிப்பெண் 15 ஆங்கிலத்தின் திட்ட விலக்க மதிப்பெண் 10 மற்றும் ஒட்டுறவுக் கெழு 0.4 என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஆங்கிலத்தில் 60 மதிப்பெண் பெறும் மாணவன் புள்ளியியலில் பெறும் மதிப்பெண்ணைக் காண்க.

46. பின்வரும் அட்டவணையில் 7 கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு விளைச்சலின் அளவு (X) மீதான புழுக்களின் சதவீதத்திற்கு (Y) உடன் தொடர்பு சமன்பாடு காண்க.

விளைச்சலின் அளவு (X)	16	15	11	27	39	22	20
புழுக்களின் சதவீதம் (Y)	24	25	34	40	35	20	23

47. உற்பத்தி X மற்றும் பொருளின் விலை Y இவற்றைப் பற்றிய ஒட்டுறவு பகுப்பாய்வில் கிடைக்கப் பெற்ற விவரங்கள் பின்வருமாறு.

X இன் மாறுபாடு $= 36$

உடன் தொடர்பு சமன்பாடுகள்

$12X - 15Y + 99 = 0$

$60X - 27Y = 321$

(அ) X மற்றும் Y இன் சராசரி மதிப்பு காண்க

(ஆ) X மற்றும் Y இன் ஒட்டுறவுக்கெழு காண்க.

விடைகள்

I.	1. (அ)	2. (இ)	3. (ஆ)	4. (ஈ)	5. (ஆ)
	6. (ஈ)	7. (அ)	8. (இ)	9. (ஆ)	10. (அ)
	11. (இ)	12. (ஆ)	13. (அ)	14. (ஈ)	15. (இ)
	16. (ஆ)	17. (இ)	18. (அ)	19. (ஆ)	20. (அ)

II. 25) $r_{XY} = 8$

26) $SD(Y) = 3.75$

III. 34) $r_{XY} = -0.95$

35) $\overline{X} = 13$, $\overline{Y} = 17$

36) $\hat{X} = 62.8$

37) Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு Y: $\hat{X} = Y - 2$
X இன் மீதான Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு X: $\hat{Y} = X + 2$
$X = 3.5$ எனில் $\hat{Y} = 5.5$

IV. 41) (1) X ஒரு அலகு அதிகரித்தால் Y 3 அலகு அதிகரிக்கும்.
(2) X 3 அலகுகள் அதிகரித்தல் Y 9 அலகுகள் அதிகரிக்கும்.

42) (1) Y இன் மீது X உடன் தொடர்பு சமன்பாடு $X = Y + 6$, $Y = 16$, $X = 22$
(2) X இன் மீது Y இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு $Y = 0.89\,X - 2.59$
(3) $b_{xy} = 1$, $b_{yx} = 0.87$, $r = 0.93$

43) $Y = 0.45\,X + 111.53$, வயது 60 ஆண்டுகள் எனில் $Y = 138.53$.

44) $a = 16.4$, $b = -1.3$
Y இன் மீதான X இன் உடன் தொடர்பு சமன்பாடு $X = 16.4 - 1.3Y$

45) $X = 86$ எனில் $Y = 60$ ஆங்கிலத்தில் 60 மதிப்பெண் பெறும் மாணவர் புள்ளியியலில் 86 மதிப்பெண் பெறுவார்.

46) $Y = 0.32\,X + 21.84$

47) (அ) X இன் சராசரி = 13 மற்றும் Y இன் சராசரி = 17. (ஆ) $r = 0.6$

05_12th_Statistics_TM_Unit_5.indd 162 1/28/2020 6:44:02 PM

அத்தியாயம்

6 குறியீட்டு எண்கள்

இர்வின் பிஷர்
1867–1947

இர்வின் பிஷர் நியுயார்க்கில் பிறந்த ஓர் அமெரிக்க புள்ளியியலாளர். மேலும் அவர் தந்தை ஓர் ஆசிரியர். குழந்தைப் பருவத்திலேயே குறிப்பிட்டுக் கூறும்படியான கணிதத் திறனைப் பெற்றிருந்தார். மேலும் புதியன கண்டுப்பிடிப்பதில் ஆர்வமாக இருந்தார். 1891 இல் பிஷர் பொருளியியலில் தனது முதல் முனைவர் பட்டத்தை யேல்பல்கலைகழத்திலிருந்து பெற்றார். பிஷர் கணிதத்தில் திறம்பட விளங்கினார். மேலும் அதில் மிகுந்த ஈடுபாடும் காட்டினார். ஆனால் அவருடைய குறிக்கோளுக்கும் சமுதாய நிலைக்கும் பொருளியல் தகுந்த வாய்பை அளித்தது. பொருளியியல் மற்றும் குறியீட்டு எண்கள் ஆகியவற்றின் கருத்துருக்களுக்கு மிகமுக்கிய பங்களித்திருக்கிறார். 1896 முதல் 1910 வரை யேல் ரிவியூ (Yale Review) என்ற இதழில் ஆசிரியராப்க பணி புரிந்தார். மேலும் கற்றோர் மன்றங்கள், கல்வி நிறுவனங்கள் மற்றும் நலவாழ்வு நிறுவனங்கள் போன்றவற்றில் தீவிர ஈடுபாட்டுடன் செயல்பட்டரர். அமெரிக்க பொருளியல் மன்றத்திற்குத் தலைவராக பொறுப்பேற்றிருந்தார். 1947–ல் அவர் தனது 80 வது வயதில் நியுயார்க் நகரத்தில் மறைந்தார்.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

U9ACYB

- ❖ குறியீட்டு எண்களின் கருத்துருக்கள் மற்றும் நோக்கங்களைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ விலை மற்றும் அளவுகளில் ஒரு கால அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தினை அளவிடும் குறியீடுகளைக் கணக்கிடுதல்.
- ❖ ஒரு விழுமிய குறியீட்டு எண் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய சோதனைகளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ குறியீட்டு எண்களை வடிவமைப்பதில் உள்ள எல்லைகளை புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ நுகர்வோர் விலைக்கு குறியீட்டு எண்ணைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.

அறிமுகம்

குறியீட்டு எண்கள் என்பது ஒரு மாறி அல்லது ஒரு குழுவிலுள்ள மாறிகளில், காலம், இடம் அல்லது மற்ற குணங்களைப் பொறுத்து ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடக்கூடிய ஒரு முறையாகும். இது மிகப்பரவலாக பயன்படுத்தப்படுகிற புள்ளியியல் கருவிகளில் ஒன்றாகும்.

குறியீட்டு எண் என்பது ஒரு மாறிகளின் தொகுப்பில் உள்ள மாறிகளில் ஒரு கால இடைவெளியில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அளவிட சிறப்பாக வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு சராசரியாகும். உதாரணமாக, 2010 இல் பருத்தியின் விலையை 2000 இல் அதன் விலையைப் பொறுத்து ஆராயப்பட்டது. இது பொருளாதாரத்தின் துடிப்பை உணர்வதற்குப் பயன்பட்டது. மேலும் இது

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 163 1/28/2020 6:44:19 PM

பணவீக்கம் மற்றும் பண இழப்பு போக்கினை வெளிக் கொணர்கிறது. உண்மையில், பொருளதார செயல்பாடுகளை அறியும் அளவீடாக நோக்கப்படுகிறது, ஏனெனில் ஒருவர் பொருளாதார நிகழ்வுகளைப்பற்றி ஒரு முடிவெடுப்பதற்கு, விவசாய உற்பத்தி குறியீட்டு எண்கள்,தொழில் உற்பத்தி குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் வணிக செயல்பாடுகளின் குறியீட்டு எண்கள் போன்ற பலவற்றை அவர் சோதிக்க வேண்டியிருக்கிறது. பல விதமான குறியீட்டு எண்களும் உள்ளன. மேலும் அவற்றைப் பற்றி மாணவர்கள் இப்பாடத்தில் கற்க இருக்கிறார்கள்.

6.1 குறியீட்டு எண்களின் வரையறை மற்றும் அதன் பயன்கள்

6.1.1 வரையறை

குறியீட்டெண் என்பது காலம் புவியமைப்பு மற்றும் பிரகாரணிகளால் இரு தொடர்புடைய மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை ஒப்பிட்டு அளக்கும் புள்ளியியல் அளவையாகும்

மாஸ்லோவின் கருத்துப்படி, "குறியீட்டு எண்ணானது பலவித பொருளாதார சூழல்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் அல்லது தளத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அளவிடக்கூடிய ஒரு எண் மதிப்பாகும்."

"ஒரு குறியீட்டு எண்ணானது ஒரு மாறியில் அல்லது ஒரு தொகுப்பில் உள்ள தொடர்புடைய மாறிகளில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தை அல்லது இடத்தை அல்லது மற்ற ஏதாவது ஒன்றை அடிப்படையாக்கொண்டு ஏற்படும் மாற்றத்தை அளவிடுவதற்கு வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு புள்ளியியல் அளவை ஆகும்" என ஸ்பீகல் (Spiegal) வரையறுக்கிறார்.

கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன் (Crosodan and cowton) அவர்களின் கருத்துப்படி, "குறியீட்டு எண்களானது ஒரு தொகுப்பில் உள்ள தொடர்புடைய மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிட வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு கருவியாகும்."

"சில அளவுளின் நகர்வின் போக்கையும், ஏற்ற இறக்கங்களையும் பிரதிபலிக்கக்கூடிய ஒரு தொடரே குறியீட்டு எங்களுக்கும்" என பௌலி விவரிக்கிறார்.

6.1.2 பயன்பாடுகள்

குறியீட்டு எண்களின் பல்வேறு வகையான பயன்கள் என்பன:

பொருளாதார பண்பளவைகள்

குறியீட்டு எண்கள் பொருளாதாரத்தின் துடிப்பை உணர்வதற்கான முக்கியமான கருவிகளுள் ஒன்று. இது பண மதிப்பு அதிகமாதல் மற்றும் பண மதிப்பு குறைதல் போக்கினை சுட்டிக்காட்டும் கருவியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.

போக்கினை அளவிடும் அளவை

குறியீட்டு எண்கள், அடுத்தடுத்த காலங்களில் ஏற்படும் தொடர்புடைய மாற்றங்களை அளவிட பயன்படுத்தப்படுகிறது. இது பொதுவான போக்கினை தீர்மானிக்க உதவுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, விலை, மக்கள் தொகை, உற்பத்தி மற்றும் பலவற்றில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் நிலையை ஒரு குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் பகுத்தாய்கிறது.

ஒப்பிடுவதற்கு பயன்படுதல்

குறியீட்டு எண்கள் சதவீதத்தில் தரப்படுகின்றன. எனவே அது ஒப்பிடுவதற்குப் பயன்படுகிறது. மேலும் இரு கால நிலைகளில் ஏற்படும் மாற்றத்தைப் புரிந்து கொள்வதை எளிதாக்குகிறது.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 164 1/28/2020 6:44:19 PM

ஏற்ற கொள்கை முடிவுகள் வடிவமைக்க உதவுதல்

குறியீட்டு எண்கள் பொருளாதார கொள்கைகள் மற்றும் வணிகக்கொள்கைகள் போன்றவற்றை வடிவமைக்க பயன்உள்ளதாக இருக்கின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, நுகர்வோர் விலைகுறியீட்டு எண்கள், அகவிலைப்படி தீர்மானித்தலில் மிக உதவிகரமாக உள்ளன.

பண மதிப்பு குறைவதை மதிப்பீடு செய்வதில் உதவுதல்

விலைக்குறியீட்டு எண்கள், உண்மையான தரவுகளை, விலைகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களோடு தொடர்பு படுத்த உதவுகிறது. விலைகுறியீட்டு எண்கள், பண அலகின் நுகரும் திறனை அறிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

வாழ்க்கைத் தரத்தை ஒப்பிடப் பயன்படுதல்

பல்வேறு காலங்களில் மற்றும் பல்வேறு இடங்களில் உள்ள வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண்கள், மக்களின் வாழ்க்கைத்தர நிலையை அறிந்து கொள்ள உதவுகிறது. ஆதலால் ஏற்ற சமுக நலபணிகளை அரசு மேற்கொள்வதற்கு இது ஏதுவாக உள்ளது.

சிறப்பு வகையான சராசரிகள்

சராசரிக்கான அனைத்து அடிப்படை கருத்துகளும் குறியீட்டு எண்களைக் கட்டமைப்பதில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. சராசரி காண்பதில், தரவுகள் ஒருமை தன்மை உடையதாக இருக்கின்றன. (ஒரே அலகு உள்ளவைகள்) ஆனால் குறியீட்டு எண் சராசரியில் மாறிகள் வெவ்வேறு அளவீட்டு அலகுகளைப் பெற்றுள்ளன. எனவே இது ஒரு தனித்துவமான (சிறப்பு) சராசரி ஆகும்.

6.2 குறியீட்டு எண்களின் வகைகள்

(i) விலைக்குறியீட்டு எண்கள் (Price Index number)

விலைக்குறியீட்டு எண்கள் (Price Index number) என்பது ஒரு சிறப்பு வாய்ந்த சராசரி. இது வெவ்வேறு அலகுகளிலுள்ள பொருட்களின் விலை தொகுப்பில் ஏற்படும், தொடர்புடைய மாற்றங்களை ஆய்வு செய்கிறது. இங்கு ஒப்பிடுதல் என்பது பொருட்களின் விலையைப் பொறுத்து செய்யப்படுகிறது. விலைக்குறியீட்டு எண்கள், மொத்த விற்பனை விலைக் குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் சிறு விற்பனை விலைகுறியீட்டு எண்கள் என இருவகைகள் உண்டு.

(ii) அளவு குறியீட்டு எண்கள் (Quantity index number)

அளவு குறியீட்டு எண்கள் (Quantity index number) உற்பத்தி செய்யப்பட்ட, வாங்கப்பட்ட அல்லது நுகரப்பட்ட பொருட்களின் அளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதே அளவு குறியீட்டு எண்கள் எனப்படும். இங்கு ஒப்பிடுதல் என்பது பொருட்களின் அளவுகளைப் பொறுத்தே அமைகிறது.

(iii) மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள் (Value index Number)

மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள் (Value index number) ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தின் மொத்த மதிப்பை அடிப்படையாக கொண்டு மற்றொரு காலத்தின் மொத்த மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதே மதிப்பு குறியீட்டு எண்களாகும். எடுத்துக்காட்டாக இருப்பு மதிப்பு, விற்பனை மதிப்பு, விற்பனை இலாப மதிப்பு போன்றவைகள் இக்குறியீட்டு எண்களில் ஆய்வு செய்யப்படுகிறது.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 165 1/28/2020 6:44:19 PM

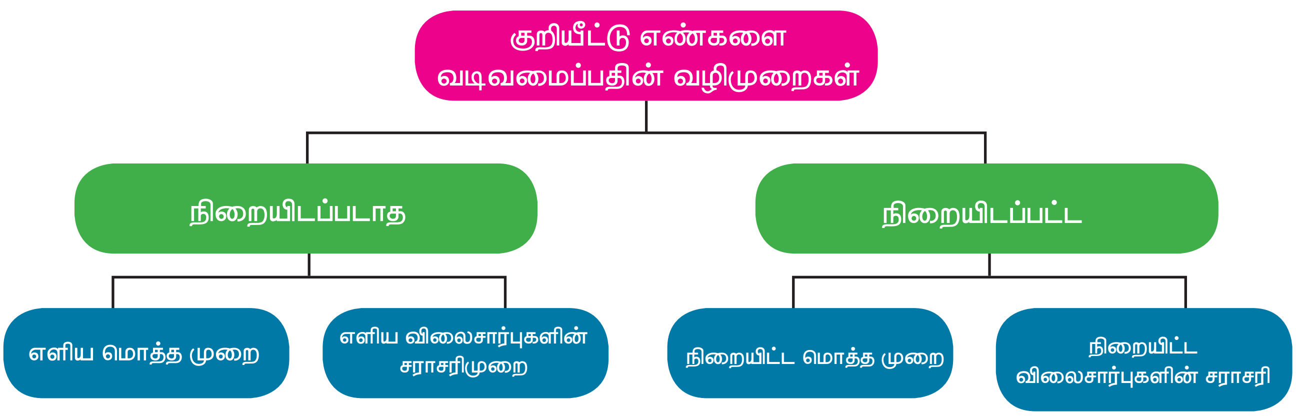
குறிப்பு

குறியீட்டு எண்களை கட்டமைப்பதில் உள்ள பிரச்சனைகள் (அல்லது) குறியீட்டு எண்களை அமைக்கும் போது கவனிக்கப்பட வேண்டியவைகள்.

- நோக்கத்தைத் தீர்மானித்தல்
- அடிப்படை ஆண்டை தீர்மானித்தல்
- சேர்க்கப்படும் பொருட்களின் (உள்ளடக்க பொருட்களின்) தேர்வு
- பொருட்களின் விலை மதிப்பை தேர்ந்தெடுத்தல்
- சரியான நிறையை தேர்ந்தெடுத்தல்
- சரியான சராசரியை தேர்ந்தெடுத்தல்
- சரியான சூத்திரத்தை தேர்ந்தெடுத்தல்

6.3 குறியீட்டு எண்களை வடிவமைக்கும் வழிமுறைகள்

குறியீட்டு எண்களின் வடிவமைக்கும் வழி முறைகளை (விலை/அளவு/மதிப்பு) கீழ்க்கண்ட வரைபடத்தில் உள்ளவாறு வகைப்படுத்தலாம்.



6.3.1 நிறையிடப்படாதகுறியீட்டு எண்கள்

நிறையிடப்படாத குறியீட்டு எண்கள் என்பது இரு காலங்களுக்கு இடையில் ஒரு பொருளின் அல்லது ஒரு தொகுப்பிலுள்ள பொருட்களின் விலையில் ஏற்படும் சதவீத மாற்றத்தைக் கொடுப்பதாகும்.

இக்குறியீட்டு எண்கள் அமைக்கும் முறையில், ஆய்வுக்கு எடுத்துக் கொள்ளப்படும் அனைத்துப் பொருட்களும் சம மதிப்புடையதாகும். இதில் இரண்டு முறைகள் உள்ளன.

(i) **எளிய மொத்த முறை:**

இம்முறையில் குறியீட்டு எண்ணானது, நடப்பு ஆண்டில் உள்ள பொருட்களின் விலையைக் கூட்டி, மொத்த மதிப்பை அடிப்படை ஆண்டின் விலைகளின் மொத்த மதிப்பால் வகுத்து, 100 ஆல் பெருக்கிப் பெறப்படுகிறது. இது எளிய மொத்த முறை குறியீட்டு எண் ஆகும். அதாவது நடப்பாண்டிலுள்ள அனைத்து பொருட்களின் மொத்த விலையானது அடிப்படை ஆண்டில் மொத்த விலையின் சதவீதமாக தரப்பட்டிருக்கிறது. இதைக் குறியீட்டில்,

$$P_{01} = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} \times 100$$ என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 166 1/28/2020 6:44:20 PM

p_1 என்பது நடப்பாண்டின் ஒவ்வொரு பொருளின் விலை

p_0 என்பது அடிப்படை ஆண்டின் ஒவ்வொரு பொருளின் விலை

P_{01} என்பது விலைகுறியீட்டு எண்

குறிப்பு

எந்த காலத்தைப் பொறுத்து ஒப்பீடு செய்யப்படுகிறதோ, அந்த காலம் அடிப்படை காலம் எனப்படும்.

எளிய மொத்த முறையின் வரம்புகள்:

(i) பொருட்களின் தொடர்புடைய முக்கியத்துவத்தைக் கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளாதது.

(ii) விலையுள்ள பொருட்கள் குறியீட்டு எண்ணை மாற்றும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.1

கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து 1997 ஆம் ஆண்டிற்கு நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்ணை 1996 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக்கொண்டு காண்க.

பொருட்கள்	1996 ஆம் ஆண்டில் விலை (₹)	1997 ஆம் ஆண்டில் விலை (₹)
அரிசி	130	115
கோதுமை	80	65
சர்க்கரை	75	70
கேழ்வரகு	95	90
எண்ணெய்	105	105
பருப்பு	35	20

தீர்வு:

குறியீட்டு எண் கணக்கிடல்:

பொருட்கள்	1996 ஆம் ஆண்டில் விலை(₹) (p_0)	1996 ஆம் ஆண்டில் விலை (₹) (p_1)
அரிசி	130	115
கோதுமை	80	65
சர்க்கரை	75	70
கேழ்வரகு	95	90
எண்ணெய்	105	105
பருப்பு	35	20
	$\sum p_0 = 520$	$\sum p_1 = 465$

$$P_{01} = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} \times 100$$

$$= \frac{465}{520} \times 100 = 89.42$$

1996 ஆம் ஆண்டோடு ஒப்பிடுகையில் 1997 ஆம் ஆண்டுக்கான விலைகுறியீடு 10.58 சதவீதம் குறைந்துள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 6.2

கீழ்க்கண்ட தரவிலிருந்து ,எளிய மொத்த முறையில் 2015 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 2016 ஆம் ஆண்டிற்கான குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	விலை/கி.கி	
	2015	2016
ஆப்பிள்	100	140
ஆரஞ்சு	30	40
மாதுளை	120	130
கொய்யாப்பழம்	40	50

தீர்வு:

பொருட்கள்	2015 (p_0)	2016 (p_1)
ஆப்பிள்	100	140
ஆரஞ்சு	30	40
மாதுளை	120	130
கொய்யாப்பழம்	40	50
மொத்தம்	290	360

விலைகுறியீட்டு எண்: $P_{01} = \frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$

$$= \frac{360}{290} \times 100$$

$$= \frac{3600}{29}$$

$$P_{01} = 124.13\%$$

2016 ஆம் ஆண்டுக்கான விலைகுறியீடு, 2015 ஐ ஆண்டை பொறுத்து 24.13 சதவீதம் அதிகமாகி உள்ளது.

2. எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி குறியீட்டு எண்:

இம்முறையில் வெவ்வேறு பொருட்களுக்கான, விலை சார்புகள் பெறப்பட்டு, அவைகளின் சராசரியை கூட்டு சராவரியாகவோ அல்லது பெருக்கு சராசரியாகவோ பெறுகிறோம். விலைசார்பு என்பது, நடப்பாண்டின் விலையை அடிப்படை ஆண்டு விலையின் சதவீதமாக கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பு ஆகும்.

கூட்டுசராசரி மற்றும் பெருக்கு சராசரி முறைகளில், இக்குறியீட்டு எண்ணைப் பெறும் சூத்திரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

(i) $P_{01} = \dfrac{\sum \frac{p_1}{p_0} \times 100}{N}$ (கூட்டு சராசரி முறையில்)

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 168 1/28/2020 6:44:21 PM

(ii) P_{01} = எதிர் மடக்கை $\dfrac{\sum \log\left(\dfrac{p_1}{p_0}\times 100\right)}{N}$ (பெருக்கு சராசரி முறையில்)

குறிப்பு: விலைசார்புகள் என்பதை விலை விகிதங்கள் எனக் கூறலாம்.

சராசரி விலை குறியீட்டு எண்களின் சிறப்புகள்

- எல்லை மதிப்புகளால் (மிக குறைந்த அல்லது மிக அதிக மதிப்புகள்) இது பாதிக்கப்படுவதில்லை ஏனெனில் அனைத்து பொருட்களுக்கும் சம முக்கியத்துவம் தரப்பட்டிருக்கிறது.
- விலை சார்புகள் அலகில்லா எண்கள், எனவே சராசரி விலை சார்புகளின் விலைக் குறியீட்டு எண்களின் மதிப்பு பொருட்களின் அளவைகளில் உள்ள அலகுகளினால் பாதிக்கப்படுவதில்லை.

வரம்புகள்

- குறியீட்டில் (எண்களில்) உள்ள பொருட்கள் அனைத்தும் சமநிறையில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுவதால், ஒவ்வொரு விலை சார்புகளுக்கும் சம முக்கியத்துவம் கொடுக்கப்படுகிறது. ஆனால் இயல்பான நடைமுறையில் இது உண்மை அல்ல.
- விலை சார்புகளின் சராசரியை காண்பதற்கு பொதுவாக கூட்டு சராசரியே பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஆனால் இது சில குறைபாடுகளை உடையது. மேலும் பெருக்கு சராசரியை பயன்படுத்தி கணக்கிடுவது மிக நீளமான முறையை உடையது.

எடுத்துக்காட்டு 6.3

எளிய விலை சார்புகளின் சராசரியை கூட்டுசராசரி மற்றும் பெருக்கு சராசரியினைப் பயன்படுத்தி விலைகுறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடுக.

உறுப்புகள்	2001-ல் விலை (₹)	2002-ல் விலை (₹)
A	6	10
B	2	2
C	4	6
D	10	12
E	8	12

தீர்வு:

எளிய விலை சார்புகளின் சராசரியைக் கொண்டு விலைக்குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடுதல்:

உறுப்புகள்	2001-ல் விலை(₹) p_0	2002-ல் விலை(₹) p_1	$p = \frac{p_1}{p_0}\times 100$	$\log p$
A	6	10	166.7	2.2219
B	2	2	100.0	2.0000
C	4	6	150.0	2.1761
D	10	12	120.0	2.0792
E	8	12	150.0	2.1761
			$\sum p = 686.7$	$\sum \log p = 10.6533$

(i) கூட்டு சராசரியின்படி விலை சார்புகளின் சராசரி:

$$P_{01} = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} \times 100}{N} = \frac{\sum p}{N} = \frac{686.7}{5} = 137.34$$

(ii) பெருக்கு சராசரியின்படி விலை சார்புகளின் சராசரி:

$$P_{01} = \text{எதிர்மடக்கை} \left(\frac{\sum \log p}{N} \right) = \text{எதிர்மடக்கை} \left(\frac{10.6533}{5} \right)$$

$$= \text{எதிர்மடக்கை } (2.13066)$$

$$= 135.1$$

எனேவ, கூட்டுசராசரி மற்றும் பெருக்கு சராசரியைக் கொண்டு பெறப்பட்ட குறியீட்டு எண்கள் முறையே 137.34 மற்றும் 135.1v ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.4

2012 ஆம் ஆண்டிற்கு 2010 ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு, கூட்டுச்சராசரியைப் பயன்படுத்தி, எளிய சார்புகளின் சராசரி முறையில் விலைகுறியீட்டு எண்ணை ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் விற்கப்பட்ட பல்வேறு பொருட்களிலிருந்து பெற்ற இலாபத்தைக் குறிக்கின்ற கீழ்கண்ட தரவிலிருந்து கணக்கிடுக.

இலாபம் (ஒவ்வொரு வாரத்திற்கும்)	2010	2012
மளிகைப் பொருட்கள்	150600	170800
அழகு சாதனப்பொருட்கள்	70000	82000
எழுதுபொருட்கள்	12000	10800
பயன்படும் பாத்திரங்கள்	20000	18600

தீர்வு: விலைசார்ப்பிகள் கூட்டு சராசரியைக் கொண்டு பெறப்படும் குறியீட்டு எண்

இலாபம் (ஒவ்வொரு வாரத்திற்கும்)	2010-ஆம் ஆண்டின் இலாபம் (p_0)	2012-ஆம் ஆண்டின் இலாபம் (p_1)	p_1/p_0 x 100
மளிகைப் பொருட்கள்	150600	170800	$\frac{170800}{150600} \times 100 = 11341$
அழகு சாதனப்பொருட்கள்	70000	82000	$\frac{82000}{70000} \times 100 = 117.14$
எழுதுபொருட்கள்	12000	10800	$\frac{10800}{12000} \times 100 = 90.00$
பயன்படும் பாத்திரங்கள்	20000	18600	$\frac{18600}{20000} \times 100 = 93.00$
		மொத்தம்	413.55

கூட்டு சராசரியின்படி விலை சார்புகளின் சராசரி= $P_{01} = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} \times 100}{N}$

$$= \frac{413.55}{4} = 103.3875$$

$$P_{01} = 103.39$$

2012 ஆம் ஆண்டிற்கு, விலை சார்பின் சராசரியை கூட்டு சராசரி முறை மூலம் கண்டு பெறப்பட்ட குறியீட்டு எண் 103.39 ஆகும்.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 170 1/28/2020 6:44:23 PM

எடுத்துக்காட்டு 6.5

பெருக்கு சராசரியைப் பயன்படுத்தி 2014 ஐ அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 2015 ஆம் ஆண்டுக்கான, குழந்தைகளின் வெவ்வேறு பிரிவுகளின் படிப்பிற்கான செலவுகளின் கீழ்க்கண்ட தரவிற்கு, எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பிரிவுகளுக்கு ஒவ்வொரு ஆண்டுக்கான செலவு	2014	2015
பி.எஸ்ஸி (B.Sc)	24000	26000
பி.காம் (B.Com)	20000	22000
பி.இ (B.E)	108000	120000
எம்.பி.பி.எஸ் (M.B.B.S)	150000	168000

தீர்வு:

பிரிவுகளுக்கு ஒவ்வொரு ஆண்டுக்கான செலவு	2014 (p_0)	2015 (p_1)	$P = (p_1/p_0) \times 100$	log P
பி.எஸ்ஸி (B.Sc)	24000	26000	$\frac{26000}{24000} \times 100 = 108.33$	2.0346
பி.காம் (B.Com)	20000	22000	$\frac{22000}{20000} \times 100 = 110.00$	2.0414
பி.இ (B.E)	108000	120000	$\frac{120000}{108000} \times 100 = 111.11$	2.0457
எம்பி.பி.எஸ் (M.B.B.S)	150000	168000	$\frac{168000}{150000} \times 100 = 112.00$	2.0492
				$\sum \log P = 8.1709$

P_{01} = எதிர்மடக்கை $\left(\frac{\sum \log P}{N}\right)$

= எதிர்மடக்கை $\left(\frac{8.1709}{4}\right)$

= எதிர்மடக்கை (2.04275)

= எதிர்மடக்கை (2.0428)

= 110.4

2015 ஆம் ஆண்டிற்கான, பெருக்கு சராசரியை பயன்படுத்தி பெறப்பட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி குறியீட்டு எண் 110.4 ஆகும்

6.4 நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்கள்

பொருட்களின் பொருளாதார முக்கியத்துவத்தை வெளிக்கொணரவே, அவைகளுக்கு நிறைகள் கொடுக்கப்படுகின்றன. பொதுவாக நுகர்வு அளவு அல்லது மதிப்பு நிறைகளாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்களும் இருவகைகளாகும். அவை

(i) நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்

(ii) நிறையிட்ட சார்புகளின் சராசரி

6.4.1 மொத்த நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்கள்

இம்முறையில் பொருட்களின் விலைக்கு அடிப்படை ஆண்டிலோ அல்லது நடப்பு ஆண்டிலோ சந்தைப்படுத்தப்பட்ட அளவினை நிறைகளாக எடுக்கப்படுகின்றது.

நிறைகளை ஒதுக்குவதில் வெவ்வேறு முறைகள் உள்ளதால், குறியீட்டு எண்களை கட்டமைப்பதில் வெவ்வேறு முறைகள் உள்ளன. இம்முறைகளில் பயன்படுத்தப்படும் சில முக்கிய சூத்திரங்களாவன

அ) லாஸ்பியரின் குறியீடு (Laspeyre's Index) ($P_{01}{}^{L}$)

ஆ) பாஷியின் குறியீடு (Paasche's Index) ($P_{01}{}^{P}$)

இ) டார்பிஸ் பௌலியின் குறியீடு (Dorbish and Bowley's Index) ($P_{01}{}^{DB}$)

ஈ) பிஷரின் குறியீடு (Fisher's Ideal Index) ($P_{01}{}^{F}$)

உ) மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் குறியீடு (Marshall-Edgeworth Index) ($P_{01}{}^{Em}$)

ஊ) கெல்லீஸின் குறியீடு (Kelly's Index) ($P_{01}{}^{K}$)

அ) லாஸ்பியரின் குறியீடு

இந்த முறையில் அடிப்படை ஆண்டின் அளவுகள் நிறைகளாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. இதன் சூத்திரம் என்பது

$$P_{01}^{L} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

ஆ) பாசியின் குறியீடு

இந்த முறையில், நடப்பாண்டின் அளவுகள் நிறைகளாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. இங்கு தொடர்ச்சியாக மாற்றியமைக்கப்பட்ட நிறைகளையே பயன்படுத்துவதால், பொருட்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும் பட்சத்தில், இந்த முறை அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

இதன் சூத்திரம்

$$P_{01}^{P} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 172 1/28/2020 6:44:24 PM

இ) டார்பீஸ்–பௌலியின் குறியீடு

அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளின் தாக்கத்தை கணக்கில் கொண்டு லாசபியர் மற்றும் பாசியின் குறியீட்டு எண்களின் சராசரியாக இக்குறியீட்டு எண் பெறப்படுகிறது

இதை காணும் விதி

$$P_{01}^{DB} = \frac{P_{01}^{L} + P_{01}^{P}}{2}$$

இங்கு $P_{o1}^{\ L}$ என்பது லாஸ்பியரின் குறியீட்டு எண் மேலும் $P_{o1}^{\ P}$ என்பது பாசியின் குறியீட்டு எண் ஆகும். (அல்லது)

$$P_{01}^{\ DB} = \frac{\dfrac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} + \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}{2} \times 100$$

ஈ) பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்

இது லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் குறியீட்டு எண்களின் பெருக்கு சராசரி ஆகும். எனவே

$$\begin{aligned} P_{01}^{F} &= \sqrt{P_{01}^{L} \times P_{01}^{L}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100 \end{aligned}$$

உ) மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் குறியீடு

இம்முறையில் அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளின் விலை மற்றும் அளவுகள் கருத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன.

எனவே இக்குறியீட்டு எண்

$$\begin{aligned} P_{01}^{ME} &= \frac{\sum p_1(q_0 + q_1)}{\sum p_0(q_0 + q_1)} \times 100 \\ &= \frac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1} \times 100 \end{aligned}$$

ஊ) கெல்லீஸ் குறியீடு

கெல்லீஸ் குறியீட்டு எண் என்பது

$$P_{01}^{K} = \frac{\sum p_1q}{\sum p_0q} \times 100, \qquad q = \frac{q_0 + q_1}{2}$$

இங்கு q என்பது ஒரு காலத்தின் அளவு ஆகும். அது அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளின் அளவுகளின் சராசரியாக இருக்கவேண்டும் என்ற அவசியமில்லை. இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட ஆண்டுகளின் அளவுகளின் சராசரியை நிறையாக எடுத்துக்கொள்ள வாய்ப்புகள் உள்ளது. நிலைத்த நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண் என்றும் இது அறியப்படுகிறது.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 173 1/28/2020 6:44:25 PM

எடுத்துக்காட்டு 6.6

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, கீழ்க்கண்ட முறைகளில் நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்களைக் காண்க.

1. லாஸ்பியர் முறை
2. பாசியின் முறை
3. டார்பீஸ் பௌலியின் முறை
4. பிஷரின் விழுமிய முறை
5. மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த்முறை

பொருட்கள்	2016–இல் விலை	அளவு	2017–இல் விலை	அளவு
A	2	8	4	6
B	5	10	6	5
C	4	14	5	10
D	2	19	2	13

தீர்வு:

வெவ்வேறான குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடல்

பொருட்கள்	2016		2017		p_1q_0	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1
	விலை p_0	அளவு q_0	விலை p_1	அளவு q_1				
A	2	8	4	6	32	16	24	12
B	5	10	6	5	60	50	30	25
C	4	14	5	10	70	56	50	40
D	2	19	2	13	38	38	26	26
					$\sum p_1q_0 = 200$	$\sum p_0q_0 = 160$	$\sum p_1q_1 = 130$	$\sum p_0q_1 = 103$

(1) லாஸ்பியரின் குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{L} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times 100$$

$$= \frac{200}{160} \times 100 = 125$$

(2) பாசியின் குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{P} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times 100$$

$$= \frac{130}{103} \times 100 = 126.21$$

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 174 1/28/2020 6:44:26 PM

(3) டார்பீஸ்–பௌலியின் முறை

$$P_{01}^{DB} = \frac{P_{01}^{L} + P_{01}^{P}}{2} = \frac{125+126.21}{2}$$

$= 125.6$

(4) பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{F} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{200}{160} \times \frac{130}{103}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.578} \times 100 = 1.2561 \times 100$$

$= 125.61$

(5) மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் முறை

$$P_{01}^{ME} = \frac{\sum p_1q_0 + \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 + \sum p_0q_1} \times 100$$

$$= \frac{200+130}{160+103} \times 100 = \frac{330}{263} \times 100$$

$= 125.48$

எடுத்துக்காட்டு 6.7

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, 2010 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக்கொண்டு (1) லாஸ்பியர் முறை (2) பாசி முறை மற்றும் (3) பிஷரின் விழுமிய முறையில் விலைகுறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடுக

பொருட்கள்	2010		2011	
	விலை	அளவுகள்	விலை	அளவுகள்
A	20	10	25	13
B	50	8	60	7
C	35	7	40	6
D	25	5	35	4

தீர்வு:

p_0	q_0	p_1	q_1	$p_0 q_0$	$p_0 q_1$	$p_1 q_0$	$p_1 q_1$
20	10	25	13	200	260	250	325
50	8	60	7	400	350	480	420
35	7	40	6	245	210	280	240
25	5	35	4	125	100	175	140
				970	920	1185	1125

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 175 1/28/2020 6:44:26 PM

(1) லாஸ்பியரின் குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{L} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{1185}{970} \times 100$$

$$= 122.16$$

(2) பாசியின் குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{p} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{11254}{920} \times 100$$

$$= 122.28$$

(3) பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{F} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{1185}{970} \times \frac{1125}{920}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.2216 \times 1.2228} \times 100$$

$$= \sqrt{1.49377} \times 100$$

$$= 1.2222 \times 100$$

$$= 122.22$$

எடுத்துக்காட்டு 6.8

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, 2014–ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு , டார்பீஸ்–பௌலியின் முறையில் விலைகுறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	2014		2015	
	விலை/கி.கி	அளவுகள் (கொள்முதல்)	விலை/கி.கி	அளவுகள் (கொள்முதல்)
எண்ணெய்	80	3	100	4
பருப்பு வகைகள்	35	2	45	3
சர்க்கரை	25	2	30	3
அரிசி	50	30	54	35
தானியங்கள்	35	2	40	3

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 176 1/28/2020 6:44:30 PM

தீர்வு: டார்பீஸ்–பௌலியின் முறைப்படி விலைக் குறியீடு

p_0	q_0	p_1	q_1	$p_0\,q_0$	$p_0\,q_1$	$p_1\,q_0$	$p_1\,q_1$
80	3	100	4	240	320	300	400
35	2	45	3	70	105	90	135
25	2	30	3	50	75	60	90
50	30	54	35	1500	1750	1620	1890
35	2	40	3	70	105	80	120
				1930	2355	2150	2635

$$P_{01}^{DB} = \frac{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} + \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}}{2} \times 100$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{2150}{1930} + \frac{2635}{2355}\right] \times 100$$

$$= \frac{1}{2}\left[1.1139 + 1.1188\right] \times 100$$

$$= \frac{1}{2}\left[2.2327\right] \times 100$$

= 1.1164 x 100 = 111.64

எடுத்துக்காட்டு 6.9

2016 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் முறைப்படி கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு விலை குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக

ஆண்கள் ஆடையகத்தில் விற்கப்பட்ட பொருட்கள்	2016		2017	
	விலை	அளவுகள்	விலை	அளவுகள்
சட்டைகள்	700	150	900	175
முழுநீள கால்சட்டைகள்	1000	100	1200	150
காலணிகள்	500	70	600	100
ஷூக்கள்	1500	50	1800	60
பெல்ட்	400	100	600	150
கைக்கடிகாரங்கள்	1200	300	1500	250

தீர்வு: மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் முறைப்படி விலைக் குறியீட்டு எண்

p_0	q_0	p_1	q_1	$p_0\,q_0$	$p_0\,q_1$	$p_1\,q_0$	$p_1\,q_1$
700	150	900	175	105000	122500	135000	157500
1000	100	1200	150	100000	150000	120000	180000
500	70	600	100	35000	50000	42000	60000
1500	50	1800	60	75000	90000	90000	108000
400	100	600	150	40000	60000	60000	90000
1200	300	1500	250	360000	300000	450000	375000
				715000	772500	897000	970500

மார்ஷல்–எடஜ்வொர்த்தின் விலை குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{ME} = \frac{\sum p_1 q_0 + \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 + \sum p_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{897000 + 970500}{715000 + 772500} \times 100$$

$$= \frac{1867500}{1487500} \times 100$$

$$= 125.55$$

எடுத்துக்காட்டு 6.10

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்குத் தகுந்த விலைக் குறியீட்டு எண்ணைக்கணக்கிடுக

பொருட்கள்	அளவுகள்	விலை	
		2007	2010
X	25	3	4
Y	12	5	7
Z	10	6	5

தீர்வு:

இக்கணக்கில் அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளுக்கு ஒரே அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால், கெல்லீயின் விலை குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுகிறோம்.

பொருட்கள்	q	p_0	p_1	$p_0 q$	$p_1 q$
X	25	3	4	75	100
Y	12	5	7	60	84
Z	10	6	5	60	50
				195	234

கெல்லீயின் விலை குறியீட்டு எண்:

$$P_{01}^{K} = \frac{\sum p_1 q}{\sum p_0 q} \times 100$$

$$= \frac{234}{195} \times 100$$

$$= 120$$

6.4.2 நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி

நிறையிட்ட விலைசார்புகளின் சராசரியானது நிறையிடப்படாத விலை சார்புகளுக்கு நிறையிட்டு (நிறையை அறிமுகம் படுத்தி) கணக்கிடப்படுகிறது. இங்கு நாம் கூட்டுசராசரியோ அல்லது பெருக்கு சராசரியோ பயன்படுத்தலாம்.

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் கூட்டுசராசரி:

$p = \frac{p_1}{p_0} \times 100$ என்பது விலைசார்பு மற்றும் $w = p_0 q_0$ என்பது பொருளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட நிறை எனில் நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி.

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 178 1/28/2020 6:44:34 PM

$$P_{01} = \frac{\sum \left[\frac{p_1}{p_0} \times 100 \right] \times p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \; ; \quad P_{01} = \frac{\sum wp}{\sum w}$$

பெருக்கு சராசரியை பயன்படுத்தி, நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி, கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தை கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது.

$$P_{01} = \text{antilog}\left(\frac{\sum w \log p}{\sum w} \right)$$

எடுத்துக்காட்டு 6.11

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி முறையில் விலைகுறியீட்டு எண்ணை கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு i) கூட்டு சராசரி மற்றும் ii) பெருக்கு சராசரியைப் பயன்படுத்திக்காண்க.

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1
கோதுமை	3.0	20 kg	4.0
மாவு	1.5	40 kg	1.6
பால்	1.0	10 kg	1.5

தீர்வு:

(i) கூட்டுச்சராசரியை பயன்படுத்தி நிரையிட்ட விலைசராசரிகளின் குறியீட்டு எண்ணைக் காணல்

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	w	p	$\log p$	wp	$w \log p$
கோதுமை	3.0	20	4.0	60	133.3	2.1249	7998	127.494
மாவு	1.5	40	1.6	60	106.7	2.0282	6402	121.692
பால்	1.0	10	1.5	10	150.0	2.1761	1500	21.761
				$\sum w = 130$			$\sum wp = 15900$	$\sum w \log p = 270.947$

$$P_{01} = \frac{\sum wp}{\sum w} = \frac{15,900}{130} = 122.31$$

அடிப்படை ஆண்டிலிருந்து 22.31 சதவீதம் பொருட்களின் விலை உயர்ந்திருக்கிறது என்பதை இது உணர்த்துகிறது.

(ii) பெருக்கு சராசரியைப் பயன்படுத்தி நிறையிட்ட விலைசராசரிகளின் விலைகுறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுதல்

$$P_{01} = \text{எதிர்மடக்கை } \frac{\sum w \log p}{\sum w} = \text{எதிர்மடக்கை } \frac{270.947}{130}$$

$$= \text{எதிர்மடக்கை } (2.084) = 121.3$$

அடிப்படை ஆண்டிலிருந்து விலையானது 21.3% அளவு உயர்ந்துள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ள முடிகிறது.

6.4.3 அளவு குறியீட்டு எண்

அளவு குறியீட்டு எண் என்பது ஓர் ஆண்டில் நுகரப்பட்ட, உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அல்லது விநியோகிக்கப்பட்ட அளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அடிப்படை ஆண்டு என கருதப்படும் மற்றொரு ஆண்டினைப் பொறுத்து அளவிடுவது என்பதாகும்.

லாஸ்பியரின் அளவு குறியீடு

$$Q_{01}^{L} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times 100$$

பாசியின் அளவு குறியீடு

$$Q_{01}^{P} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \times 100$$

பிஷரின் அளவு குறியீடு

$$Q_{01}^{F} = \sqrt{Q_{01}^{L} \times Q_{01}^{P}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}} \times 100$$

இச்சூத்திரங்கள் அளவு குறியீட்டு எண்களைக் குறிக்கின்றன. இவற்றில் வெவ்வேறான பொருட்களின் அளவுகள் அவற்றின் விலையினால் நிறையிடப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 6.12

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, கீழ்க்கண்ட அளவு குறியீட்டு எண்களை காண்க.

i) லாஸ்பியரின் அளவுகுறியீட்டு எண் ii) பாசியின் அளவுகுறியீட்டு எண் iii) பிஷரின் அளவு குறியீட்டு எண்

பொருட்கள்	1970		1980	
	விலை	மொத்த மதிப்பு	விலை	மொத்த மதிப்பு
A	10	80	11	110
B	15	90	9	108
C	8	96	17	340

தீர்வு:

மதிப்பு மற்றும் விலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால், பொருட்களின் மதிப்புகளை அதனதன் விலையால் வகுத்து, அளவு எண்களைப்பெறலாம்.

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
A	10	8	11	10	80	88	100	110
B	15	6	9	12	90	54	180	108
C	8	12	17	20	96	204	160	340
	மொத்தம்				266	342	440	558

(i) லாஸ்பியரின் அளவுகுறியீட்டு எண்

$$Q_{01}^{L} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times 100$$

$$= \frac{440}{266} \times 100$$

$$= 165.4$$

(ii) பாசியின் அளவுகுறியீட்டு எண்

$$Q_{01}^{P} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} \times 100$$

$$= \frac{558}{342} \times 100$$

$$= 163.15$$

(iii) பிஷரின் அளவு குறியீடு

$$Q_{01}^{F} = \sqrt{Q_{01}^{L} \times Q_{01}^{P}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{440}{266} \times \frac{558}{342}} \times 100$$

$$= 1.6428 \times 100$$

$$= 164.28$$

6.4.4 குறியீட்டு எண்களுக்கான சோதனைகள்

பிஷர், ஒரு குறியீட்டு எண் ஒரு செழுமையான குறயீட்டெண்ணாக இருப்பதற்கான சில அடிப்படைப் பண்புகளை வகுத்துள்ளார். அவையாவன (i) கால மாற்று சோதனை (ii) காரணி மாற்று சோதனை (iii) சுழல் சோதனை

பிஷர், அவரது குறியீட்டு எண்ணை இம்மூன்று நிபந்தனைகளையும் பூர்த்தி செய்யுமாறு வடிவமைத்துள்ளார். எனவே இக்குறியீட்டு எண் பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண் என அழைக்கப்படுகிறது.

கால மாற்று சோதனை

குறியீட்டிற்குரிய சூத்திரமானது காலத்தைப் பொறுத்து முன்னோக்கியோ அல்லது பின்னோக்கியோ கணக்கிடும் போது கால ஒருங்கமைவை பெற்றிருக்கவேண்டும். இது கால மாற்றுசோதனை என்றழைக்கப்படும்.

பிஷர் இதைக் கீழ்க்கண்டவாறு விவரிக்கிறார்.

"குறியீட்டு எண் காண்பதற்கான சூத்திரம் என்பது ஒரு காலத்தை பொறுத்துப் மற்றொரு காலத்திற்கு பெறப்பட்ட குறியீட்டெண், எக்காலத்தை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டபோதும் சமமான விகிதங்களைத் தரவேண்டும். மற்றொரு முறையில் சொல்வதாயின் முன்னோக்கிப் பெறப்பட்ட குறியீட்டெண்ணானது பின்னோக்கிப் பெறப்பட்டகுறியீட்டு எண்ணின் தலைகீழியாக

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 181 1/28/2020 6:44:36 PM

இருக்கவேண்டும். ஒரு செழுமையான குறியீட்டு எண் காலமாற்றுச்சோதனையைப் பூர்த்தி செய்யவேண்டும்." இக்கூற்று கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டின் வடிவில் தரப்படுகிறது.

$$P_{01} \times P_{10} = 1.$$

இங்கு

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_1q_1} \times \frac{\sum p_0q_0}{\sum p_1q_0}} \times 100$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_1q_1} \times \frac{\sum p_0q_0}{\sum p_1q_0}}$$

எனவே, $P_{01} \times P_{10} = \sqrt{1} = 1$

காரணி மாற்று சோதனை

இச்சோதனையும் பிஷர் அவர்களாலேயே பரிந்துரைக்கப்பட்டது. இச்சோதனையின்படி, விலைகுறியீட்டு எண் மற்றும் அளவு குறியீட்டு எண் ஆகியவற்றின் பெருக்குத்தொகை அவைதொடர்பான மதிப்பு குறியீட்டு எண்ணுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்

பிஷரின் கூற்றுப்படி, எப்படி ஒவ்வொரு சூத்திரமும் ஒவ்வாத முடிவை தராத வகையில் இருகாலங்களை மாற்றுவற்கு அனுமதிக்கின்றதோ, அதைபோலவே ஒவ்வாத முடிவை தராதவகையில் விலையையும் அளவையும் மாற்றுவதற்கு அனுமதிக்கவேண்டும். அதாவது இவ்விரு முடிவுகளும் சேர்ந்து பெருக்கப்படும் போது, சரியான விகிதத்தை தரவேண்டும்.

இக்கூற்றானது கீழ்க்கண்டவாறு விளக்கப்படுகிறது.

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_1q_0}} \times 100$$

எனவே, $P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_1q_0}}$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}}$$

$$= \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 182 1/28/2020 6:44:37 PM

சுழல் சோதனை

இது விரிவாக்கப்பட்ட காலமாற்று சோதனை ஆகும். காலமாற்று சோதனையில் இரண்டு ஆண்டுகள் மட்டுமே கவனத்தில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டன. இச்சுழல் சோதனை இப்பண்பை எந்தவொரு இரு ஆண்டுகளுக்கும் எதிர் பார்க்கிறது ஒரு குறியீட்டு எண் சுழல் சோதனையைப் பூர்த்திசெய்யவேண்டும் எனில், எந்தவொரு மூன்று வருடங்களுக்கும் இது பொருந்துவதாக இருக்கவேண்டும்.

குறியீட்டளவில்

P_{01}, P_{12}, P_{20}, என்ற குறியீட்டு எண்கள் சுழல் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது எனில் $P_{01} \times P_{12} \times P_{20} = 1$ என இருக்க வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.13

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில், அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளில் ஐந்து பொருட்களுக்கான விலையும், அதற்கான அளவுகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வட்டவணையைப் பயன்படுத்தி, பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண் காலமாற்று சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறதா என்பதை சரிபார்க்கவும்.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	ஒரு அலகின் விலை (₹)	அளவு	ஒரு அலகின் விலை (₹)	அளவு
A	4	40	5	60
B	5	50	10	70
C	8	65	12	80
D	6	20	6	90
E	7	30	10	75

தீர்வு:

பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண் முறைப்படி,

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	4	40	5	60	160	240	200	300
B	5	50	10	70	250	350	500	700
C	8	65	12	80	520	640	780	960
D	6	20	6	90	120	540	120	540
E	7	30	10	75	210	525	300	750
					1260	2295	1900	3250

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{1900}{1260} \times \frac{3250}{2295}} \times 100$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_1 p_1} \times \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_1 p_0}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{2295}{3250} \times \frac{1260}{1900}} \times 100$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\frac{1900}{1260} \times \frac{3250}{2295} \times \frac{2295}{3250} \times \frac{1260}{1900}}$$

$$= \sqrt{1} = 1$$

எனவே பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண், காலமாற்று சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 6.14

கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, விலைகுறியீட்டு எண் மற்றும் அளவு குறியீட்டு எண்ணை பிஷரின் விழுமிய சூத்திரத்தின் படி கணக்கிடு மேலும் இக்குறியீட்டு எண்கள் காரணி மாற்று சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கின்றது. என்பதை சரிபார்க்கவும்.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை (₹)	அளவு (`000 டன்களில்)	விலை (₹)	அளவு (`000 டன்களில்)
A	40	70	40	32
B	50	84	30	80
C	60	58	25	50

தீர்வு:

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1	p_1q_1	p_1q_0	p_0q_0	$p_0\,q_1$
A	40	70	40	32	1280	2800	2800	1280
B	50	84	30	80	2400	2520	4200	4000
C	60	58	25	50	1250	1450	3480	3000
					5930	6770	10480	8280

காரணி மாற்று சோதனை: $P_{01} \times Q_{01} = \dfrac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}} \times 100$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}} \times 100$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times \frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0} \times \frac{\sum q_1p_1}{\sum q_0p_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{6770}{10480} \times \frac{5930}{8280} \times \frac{8280}{10480} \times \frac{5930}{6770}}$$

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 184 1/28/2020 6:44:37 PM

$$= \left(\sqrt{\frac{5930}{10480}}\right)^2$$

$$= \frac{5930}{10480}$$

$$= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

எனவே, பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண் காரணி மாற்று சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது என்பது தெளிவாகிறது.

6.5 நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்கள்

நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு என்பது விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்கள், மக்கள் நுகர்வோராக, இருப்பதால் அவர்களிடம் எந்த தாக்கத்தைத்தை ஏற்படுத்துகிறது என்பதை அறிவதற்காகக் கணக்கிடப்படுகிறது. அடிப்படை ஆண்டில் உள்ள வாழ்க்கை தரத்தையே நீட்டிக்க வேண்டும் எனில், சராசரியாக அதிகமாகும் செலவு எவ்வளவு ஆகும் என்பதையே இந்நுகர்வோர் விலை குறியீடு கூறுகிறது. பொதுவாக, குறியீட்டு எண்கள், விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்கள், வெவ்வேறு பிரிவு மக்களிடம், வாழ்க்கைத் தரத்தைத் தொடர்வதில் எவ்வகையான தாக்கத்தை ஏற்படுத்தும் என்பதைப் பற்றிய ஒரு முடிவைப் பெறுவதில் பொய்த்து விடுகின்றன. ஏனெனில் விலையில் ஏற்படும் மாற்றம் வெவ்வேறு வகையான மக்களிடம் வெவ்வேறு விதமான தாக்கத்தை ஏற்படுத்துகின்றன.

நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்களின் பயன்பாடுகள்

நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்கள் மிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. அதனை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு தருகிறோம்.

1. இது ஊதியம் தீர்மானத்தலில், ஊதிய ஒப்பந்தத்திற்கு, அகவிலைப்படியைத் தீர்மானித்தல் போன்றவற்றிற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக பல நாடுகளில் பின்பற்றப்படுகிறது.
2. அரசாங்க நிலையில், குறியீட்டு, எண்கள், ஊதியக்கொள்கை, விலைக் கொள்கை, வாடகைக்கட்டுப்பாடு, வரிவிதிப்பு மற்றும் பொதுவான பொருளாதார கொள்கைகள் போன்றவற்றில் பயன்படுகிறது.
3. பணத்தின் வாங்கும் திறனில் உள்ள மாற்றம் மற்றும் உண்மையான வரவு போன்றவைகளை அளவிட பயன்படுகிறது.
4. ஒருகுறிப்பிட்ட வகை பொருளின் சந்தை மதிப்பு மற்றும் சேவைகள் பற்றிய பகுப்பாய்வில் குறியீட்டு எண்கள் பயன்படுகிறது.

குறிப்பு: விலை குறியீட்டு எணகள், வாழக்கை தர குறியீட்டு எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

நுகர்வோர் குறியீட்டு எண்கள் கட்டமைக்கும் முறை

நுகர்வோர் குறியீட்டு எண்ணைக் காண இருமுறைகள் உள்ளன. அவை

1. மொத்த செலவின முறை (அல்லது) மொத்த முறை
2. குடும்ப வரவு செலவு திட்டமுறை (அல்லது) நிறையிடப்பட்ட சார்புகள் முறை

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 185 1/28/2020 6:44:37 PM

1. மொத்த செலவின முறை

இம்முறையானது, லாஸ்பியரின் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டது. அடிப்படை ஆண்டில், ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவால் வாங்கப்பட்ட பொருட்களின் அளவே நிறைகளாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. எனவே

நுகர்வோர் விலைகுறியீட்டு எண் $= \dfrac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

2. குடும்ப வரவு–செலவு திட்ட முறை அல்லது நிறையிட்ட சார்புகளின் முறை

இம்முறையானது, ஒரு சராசரி குடும்பமானது, வெவ்வேறு பொருட்களை வாங்குவதற்கான மொத்த செலவின் தோராயமதிப்பை அறியப்பயன்படும் இது நிறையிடப்பட்டது. இது கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தின்படிக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டு எண் $= \dfrac{\sum wp}{\sum w}$

இங்கு

$p = \dfrac{p_1}{p_0} \times 100$ ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் $w = p_0 q_0$

இக்குடும்ப வரவு– செலவு திட்டமுறையானது, நிறையிட்ட விலைசார்புகளின் சராசரி முறையாகும். இது ஏற்கனவே அறிந்த ஒரு குறியீட்டு எண் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.15

2000 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 2015 –ஆம் ஆண்டிற்கு (1) மொத்த செலவினமுறை (2) குடும்ப வரவு செலவு திட்டமுறை (அ) நிறையிட்ட விலைசார்புகளின் சராசரி முறையை பயன்படுத்தி நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்களை கீழ்க் கண்ட தரவுகளுக்கு காண்க.

பொருட்கள்	அளவு	விலை	
		2000	2015
கோதுமை	20	15	20
அரிசி	8	20	24
நெய்	2	160	200
சர்க்கரை	4	40	40

தீர்வு:

(i) வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண்ணை மொத்த செலவான முறைப்படி காணல்.

பொருட்கள்	q_0	p_0	p_1	$p_0 q_0$	$p_1 q_0$
கோதுமை	20	15	20	300	400
அரிசி	8	20	24	160	192
நெய்	2	160	200	320	400
சர்க்கரை	4	40	40	160	160
மொத்தம்				940	1152

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 186 1/28/2020 6:44:37 PM

2015 ஆம் ஆண்டிற்கான நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{1152}{940} \times 100$$

$$\approx 112.6$$

(ii) குடும்ப வரவு–செலவு திட்ட முறைப்படி நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்ணை (அ) நிறையிடப்பட்ட சார்புகளின் வாயிலாகக் கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	q_0	p_0	p_1	$p = \frac{p_1}{p_0} \times 100$	$w = p_0 q_0$	wp
கோதுமை	20	15	20	400/3	300	40000
அரிசி	8	20	24	120	160	19200
நெய்	2	160	200	125	320	40000
சர்க்கரை	4	40	40	100	160	16000
					940	115200

2015 ஆம் ஆண்டிற்கான நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\sum wp}{\sum w} = \frac{115200}{940}$$

$$\approx 122.6$$

நினைவில் கொள்க

- ❖ குறியீட்டு எண்கள் பொருளாதாரத்தினை அளவிடும் கருவிகளாகும்.
- ❖ காலத்தைப்பொறுத்து ஒரு குழுவிலுள்ள மாறிகளின் மதிப்பில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தை அளவிடுவதற்கு வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு சிறப்பான சராசரி குறியீட்டு எண்களாகும்.
- ❖ விலைக்குறியீட்டு எண்கள், அளவு குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள், குறியீட்டு எண்களின் வெவ்வேறு வகைகளாகும்.
- ❖ குறியீட்டு எண்கள், எளிய மொத்த மற்றும் நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்கள் என இருவகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.
- ❖ அடிப்படை ஆண்டானது இயற்கை இடர்பாடுகளினால் பாதிக்கப்படாததாக இருக்கவேண்டும்.
- ❖ லாஸ்பியர்ஸ், பாசிஸ், டார்பீஸ்–பௌலி, பிஷரின் விழுமிய மற்றும் கெல்லியின் குறியீட்டு எண்கள், நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்களாகும்.
- ❖ குறியீட்டு எண்கள் பொதுவாக மூன்று சோதனைகளைப் பூர்த்தி செய்கின்றன. அவைகள் காலம் மாற்று சோதனை, காரணி மாற்று சோதனை மற்றும் சுழல் சோதனைகள் ஆகும்.
- ❖ பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்கள் காலமாற்று சோதனை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனைகளைப் பூர்த்தி செய்கிறது.
- ❖ பல குறியீட்டு எண்கள் சுழல் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்வதில்லை.
- ❖ வாழ்க்கைதர குறியீட்டு எண்கள், அரசின் திட்டங்கள், வடிவமைப்பு போன்ற பலவற்றிற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

பயிற்சிகள் 6

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. எளிய மொத்த முறைபடி, கொடுக்கப்பட்ட ஆண்டின் அனைத்து பொருட்களின் விலைகளின் மொத்தம் அதே போன்ற எதன் மொதத்தின் சதவீதமாக கொடுக்கப்படுகிறது.
   அ) நடப்பு ஆண்டு   ஆ) அடிப்படை ஆண்டு
   இ) காலாண்டு   ஈ) அரையாண்டு

2. 1980 ஐப் பொறுத்து 1990 ஆம் ஆண்டிற்கு குறியீட்டு எண் 250 எனில் 1990 ஆம் ஆண்டைப் பொறுத்து 1980 ஆம் ஆண்டிற்கான குறியீட்டு எண்
   அ) 4   ஆ) 400   இ) 40   ஈ) 4000

3. லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் விலைக்குறியீட்டு எண்கள் முறையே 324 மற்றும் 144 எனில் பிஷிரின் விழுமிய குறியீட்டு எண் என்பது
   அ) 234   ஆ) 243   இ) 261   ஈ) 216

4. காரணி மாற்று சோதனையை பூர்த்தி செய்யும் குறியீட்டு எண் என்பது
   அ) பாசியின் குறியீட்டு எண்   ஆ) லாஸ்பியரின் குறியீட்டு எண்
   இ) பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டெண்   ஈ) வால்ஸ் விலைக்குறியீட்டு எண்

5. டார்பிஸ்–பௌலியின் விலைக் குறியீட்டு எண் என்பது
   அ) லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் குறியீடுகளின் பெருக்கு சராசரியாகும்
   ஆ) லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் குறியீடுகளின் கூட்டுசராசரியாகும்
   இ) நிறையிடப்பட்ட லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் விலைகுறியீட்டு எண் ஆகும்.
   ஈ) நிறையிடப்பட்ட லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் அளவு குறியீட்டு எண்ணாகும்

75W7N7

6. வழக்கமான குறியீடுகளின்படி காலம் மாற்று சோதனை பூர்த்தி செய்வதற்கு ஆன நிபந்தனை
   அ) $P_{01} \times P_{10} = 1$ ஆ) $P_{01} - P_{10} = 1$ இ) $P_{01} + P_{10} = 1$ ஈ) $P_{01}/P_{10} = 1$

7. லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் விலைகுறியீடுகளின் பெருக்கு சராசரி என்பது கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஒன்றாகவும் அறியப்படுகிறது.
   அ) டார்பீஸ்– பொலியின் விலைகுறியீடு   ஆ) கெல்லியின் விலைகுறியீடு
   இ) பிஷரின் விலைகுறியீடு   ஈ) வால்ஷ் விலைகுறியீடு

8. 1980 ஆம் ஆண்டை பொறுத்து 1985ஆம் ஆண்டிற்கான குறியீடு 125 மற்றும் 1985ஆம் ஆண்டை பொறுத்து 1980 ஆம் ஆண்டிற்கான குறியீட்டு 80 எனில் இக்குறியீடுகள், எச்சோதனையை நிறைவு செய்கிறது.
   அ) சுழல் சோதனை   ஆ) காரணி மாற்று சோதனை
   இ) காலம் மாற்று சோதனை   ஈ) மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் சோதனை

9. 1974ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 1981ஆம் ஆண்டிற்கான நுகர்வோர் விலைக்குறியீட்டு எண்கள் 320 மற்றும் 400 ஆகும் எனில், 1982ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 1981 ஆம் ஆண்டிற்கான நுகர்வோர் விலைக்குறியீட்டு எண்.
   அ) 80   ஆ) 128   இ) 125   ஈ) 85

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 188   1/28/2020 6:44:39 PM

10. 2000 ஆம் ஆண்டில் நுகர்வோர் விலைகுறியீடு, 1990 ஆம் ஆண்டோடு ஒப்பிடும்போது 80% சதவீதம் உயர்கிறது. மேலும் 1990 ஆம் ஆண்டு ரூ. 60000 ஒரு ஆண்டிற்கு பெறுகிறார் எனில் 2000 ஆம் ஆண்டில் அவர் எவ்வளவு பெறுவார்.
அ) ரூ.1,08,000 ஆண்டிற்கு ஆ) ரூ. 1,02,000 ஆண்டிற்கு
இ) ரூ. 1.18,000 ஆண்டிற்கு ஈ) ரூ. 1,80,000 ஆண்டிற்கு

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

11. குறியீட்டு எண்ணை வரையறு
12. குறியீட்டு எண்களின் பயன்களை தருக
13. அடிப்படை ஆண்டை வரையறு
14. குறியீட்டு எண்களின் வகைகளைக் கூறுக
15. நிறையிட்ட மற்றும் நிறையிடப்படாத குறியீட்டு எண்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடுகளைக் குறிப்பிடுக
16. நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்களை வரையறு
17. சுழல் சோதனை என்றால் எனை?
18. நுகர்வோர் விலைகுறியீட்டு எண்ணை கட்டமைக்கும் முறைகளைக் கூறுக

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

19. குறியீட்டு எண்களின் வெவ்வேறு வகைளை வரைபட வடிவில் தருக
20. சராசரி விலைக் குறியீட்டு எண்ணின் சிறப்புகளைத் தருக
21. நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்களின் முறைகளை கூறுக
22. விலைகுறியீட்டு மற்றும் அளவு குறியீட்டு எண்களுக்கு இடையேயான வேறுபாடு தருக
23. நுகர்வோர் விலைகுறியீட்டு எண்களைப் பற்றி சிறு குறிப்பு வரைக.
24. 2015 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாக கொண்டு கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு எளியமொத்த முறையில் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக

பொருட்கள்	அலகுகள்	விலை கி/கி	
		2015	2016
கோதுமை	குவிண்டால்	200	250
அரிசி	குவிண்டால்	300	400
பருப்பு வகைகள்	குவிண்டால்	400	500
பால்	லிட்டர்	2	3
துணிமணிகள்	மீட்டர்	3	5

25. கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு, 2010 ஆம் ஆண்டிற்கான அ) லாஸ்பியர்ஸ் ஆ) பாசியின் குறியீட்டு எண் காண்க

பொருட்கள்	விலை		அளவு	
	2002	2010	2002	2010
A	4	6	8	7
B	3	5	10	8
C	2	4	14	12
D	5	7	19	11

26. கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	2000		2001	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	7	3	5
B	5	11	6	10
C	3	14	5	11
D	4	16	4	18

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

27. 2012 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 2013 மற்றும் 2014 ஆம் ஆண்டுகளுக்கு எளிய மொத்த குறியீட்டு எண் கணக்கிடுக

பணியாளரின் பிரிவுகள்	மாத சம்பளம்		
	2012	2013	2014
A	6000	6500	7200
B	12000	14000	16000
C	50000	64000	80000
D	70000	78000	84000

28 2010 ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக் கொண்டு லாஸ்பியர்ஸ், பாசியின் மற்றும் பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்களைக் காண்க

பொருட்கள்	2010		2011	
	விலை (₹)	அளவு	விலை (₹)	அளவு
A	15	15	22	12
B	20	5	27	4
C	4	10	7	5

29. 2014 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக்கொண்டு கீழ் கண்ட தரவுகளுக்கு அ) லாஸ்பியர்ஸ் குறியீடு ஆ) பாசியின் குறியீடு இ) மார்ஷல்–எட்ஜ்வொர்த் குறியீடு மற்றும் பிஷர் விழுமிய குறியீடு கணக்கிடுக

பொருட்கள்	வருடம் 2014		வருடம் 2015	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	6	50	10	56
B	2	100	2	120
C	4	60	6	60
D	10	30	12	24
E	8	40	12	36

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 190 1/28/2020 6:44:39 PM

30. மார்ஷல்-எட்ஜ்வொர்த் விலைகுறியீட்டு எண்ணைக் கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு 2016ஆம் ஆண்டை அடிப்படையாகக்கொண்டு கணக்கிடுக.

பொருட்கள்	வருடம் 2016		வருடம் 2017	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	4	58500	6	62000
B	3.5	15630	5.5	13050
C	3	26230	5	25000
D	2.5	11360	4	10000
E	2	30000	3	31500

31. ஒரு பிரபல தொழிலாளர் குடியிருப்பில் உள்ள நுகர்வோர் கூட்டுறவு அங்காடி வாங்கப்பட்ட சில குறிப்பிட்ட பொருட்களின் அளவு மற்றும் விலைப்பற்றி மாதாந்திர தரவுகளை கீழ்க்கண்டவாறு தந்துள்ளது என்க.

பொருட்கள்	ஜனவரி 2015		ஜனவரி 2018	
	விலை ₹	விற்பனை அளவு (கிகி)	விலை ₹	விற்பனை அளவு (கிகி)
தாவர எண்ணெய்	26	40	31	45
சர்க்கரை	28	90	32	100
அசிரி	16	120	19	20
கோதுமை	15	110	18	130

2015 ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு, 2018 ஆம் அண்டிற்கான

அ) லாஸ்பீயரின் விலைகுறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக

ஆ) பாசியின் விலைகுறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக

32. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு கீழ் கண்டவற்றை கணக்கிடுக

அ) லாஸ்பியரிஸ் அளவு குறியீட்டை 2018 ஆம் ஆண்டிற்கு 2015 ஆண்டைப் பொறுத்து கணக்கிடுக

ஆ) பாசியின் அளவு குறியீட்டை 2018ஆம் ஆண்டிற்கு 2015 ஆம் ஆண்டைப் பொறுத்துக் கணக்கிடுக

இ) பிஷரின் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக மேலும் அது காலம் மாற்றுச்சோதனை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனைகளைப்பூர்த்தி செய்கிறது என்பதை காண்பி.

பொருட்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	10	12	12	15
B	7	15	5	20
C	5	24	9	20
D	16	5	14	5

33. கீழ்க்கண்ட தரவிலிருந்து 2015 ஆம் ஆண்டுக்கான நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்ணை அ) சராசரி செலவின முறை ஆ) குடும்ப வரவு-செலவு திட்டமுறைப்படி காண்க.

பொருட்கள்	2014ஆம் வாங்கப்பட்ட அளவு	விலை 2014	விலை 2015
A	6 குவிண்டால்	5	6
B	6 குவிண்டால்	6	7
C	1 குவிண்டால்	5	6
D	6 குவிண்டால்	6	7
E	4 கி.கி	7	8
F	6 கி.கி	8	9

34. இந்தியாவில் உள்ள ஒரு நகரத்தில் உள்ள நடுத்தர குடும்பங்களின் வரவு.செலவு திட்டத்தை ஆய்வு 'நடத்தியதில் கீழ்க்கண்ட தரவுகள் பெறப்பட்டிருக்கின்றன எனில் 2015 ஆண்டில் வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண்களை 2014-ஆம் ஆண்டோடு ஒப்பிடுகையில் என்ன மாற்றங்களை ஏற்பட்டிருக்கின்றன எனக்காண்க.

செலவினங்கள்	உணவு	வாடகை	துணிமணிகள்	எரிபொருள்	தானியங்கள்
	35%	15%	20%	10%	20%
2014-விலை	450	90	225	75	120
2015-விலை	435	90	195	69	135

35. குடும்ப வரவு-செலவு திட்ட முறைப்படி 2014 ஆம் ஆண்டிற்கான வாழ்க்கைதரக் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக

செலவினங்கள்	%	அடிப்படைஆண்டு 2000	நடப்பு ஆண்டு 2004
உணவு	40	150	174
வாடகை	15	50	60
உடை	15	100	125
எரிபொருள்	10	20	25
சோளம்	20	60	90

36. (அ) சராசரி முறை மற்றும் (ஆ)பெருக்கு சராசரி முறையைக் கொண்டு கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக.

செலவினங்கள்	விலை (₹) அடிப்படை ஆண்டு 2014	விலை (₹) நடப்பு ஆண்டு 2015
A	6	10
B	2	2
C	4	6
D	10	12
E	8	12

06_12th_Statistics_TM_Unit_6.indd 192 1/28/2020 6:44:39 PM

37. நிறையிட்ட விலைசார்புகளின் சராசரி முறைப்படி அ) கூட்டுசராசரி மற்றும் ஆ) பெருக்கு சராசரியைப் பயன்படுத்தி விலைக்குறியீட்டு எண்ணைக் காண்க

பொருட்கள்	விலை ₹(2006 இல்)	விலை ₹(2007 இல்)	அளவு (2006 இல்)
A	2	2.5	40
B	3	3.25	20
C	1.5	1.75	10

விடைகள்

I. **1.** (ஆ) **2.** (இ) **3.** (ஈ) **4.** (இ) **5.** (ஆ)

6. (அ) **7.** (இ) **8.** (இ) **9.** (அ) **10.** (அ)

II. 24. 127.96%

25. $P_{01}^{L} = 155.14$, $P_{01}^{P} = 158.01$

26. $P_{01}^{F} = 124.33$

III. 27. 2013 ஆம் ஆண்டின் விலை குறியீட்டு எண் = 117.75,
2014 ஆம் ஆண்டின் விலை குறியீட்டு எண் = 135.65

28. $P_{01}^{L} = 146.5$ $P_{01}^{P} = 145.35$, $P_{01}^{F} = 145.96$

29. $P_{01}^{L} = 139.7$, $P_{01}^{P} = 139.8$, $P_{01}^{ME} = 139.8$, $P_{01}^{F} = 139.8$

30. $P_{01}^{ME} = 154.18$

31. $P_{01}^{L} = 117.53$ $P_{01}^{p} = 117.22$

32. a) $Q_{01}^{L} = 110.58$ b) Q_{01}^{p} 104.95 c) $Q_{01}^{F} = 107.73$, இது காலமாற்று சோதனை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனையைப் பூர்த்தி செய்கிறது.

33. (i)115.84 (ii) 115.84

34. வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண் 96.43% இது 2014 ஆம் ஆண்டோடு ஒப்பிடுகையில் 3.57% சதவீதம் குறைகிறது என்பதைக் காட்டுகிறது.

35. 122.12

36. $P_{01} = 137.34$, $P_{01} = 134.99$

37. $P_{01} = 117.74$, $P_{01} = 117.4$

அத்தியாயம்

7 காலத் தொடர்வரிசையும் முன்கணிப்பும்

G.E.P பாக்ஸ்
1919–2013

G.E.P பாக்ஸ், E.S. பியர்சானின் மேற்பார்வையின் கீழ் இலண்டன் பல்கலைக்கழகத்தில் முனைவர் பட்டம் பெற்ற பிரிட்டிஷ் புள்ளியியலாளர் மற்றும் 20ஆவது நூற்றாண்டின் சிறந்த புள்ளியியலாளர்களில் ஒருவராவார். இவர் 1978 ஆம் ஆண்டு அமெரிக்கன் புள்ளியியல் சங்கம் மற்றும் 1979 ஆம் ஆண்டு கணித நிறுவனம் ஆகியவற்றின் தலைவராகப் பணியாற்றினார். பாக்ஸ்– காக்ஸி மாற்றங்கள் காலத்தொடர் வரிசையில் பாக்ஸ்–ஜென்கின்ஸ் மாதிரிகள் ஆகியவற்றோடு இவருடைய பெயர் தொடர்புடையதாகும்.

G.M ஜென்கின்ஸ்
1932–1982

G.M ஜென்கின்ஸ் பிரிட்டிஷ் புள்ளியியலாளர் தன்னுடைய முனைவர் பட்டத்தினை இலண்டன் பல்கலைக் கல்லூரியில் F.N டேவிட் மற்றும் N.L ஜான்சன் ஆகியோரின் மேற்பார்வையின் கீழ் பெற்றார். இவர் 1960ஆம் ஆண்டுகளில் ஆராய்ச்சி பிரிவுக் குழு மற்றும் ராயல் புள்ளியியல் சமூகச்சபையில் பணியாற்றினார். இவர் கணித புள்ளியியல் நிறுவனத்திலும் உறுப்பினராக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டார்.

பாக்ஸ் மற்றும் ஜென்கின்ஸ் இருவரும் நகரும் சராசரி (Auto regressive) மாதிரிகளுக்குப் பெரும் பங்காற்றியுள்ளதால் (Auto-regressive model) அவர்கள் பெயராலேயே பாக்ஸ்–ஜென்கின்ஸ் மாதிரிகள் என அழைக்கப்படுகிறது.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- ❖ காலத்தொடர் வரிசையைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ மேல்நோக்கு மற்றும் கீழ்நோக்கு போக்கினை அறிந்து கொள்ளுதல்.
- ❖ அரைசராசரி மற்றும் நகரும் சராசரியை பயன்படுத்தி போக்கினைக் கணக்கிடுதல்.
- ❖ மீச்சிறு வர்க்க முறையில் போக்கினைக் காணுதல்.
- ❖ பருவகால குறியீடுகளைக் கணக்கீடு செய்தல்.
- ❖ சுழல் மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் குறித்து தெரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ முன்கணிப்பினைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளுதல்.

ZS2X9X

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 194 1/28/2020 6:45:01 PM

அறிமுகம்

நவீன யுகத்தில் நம்மைச் சுற்றிலும் நாம் தரவுகளைக் காண்கிறோம். கடந்த காலத்தினை மதிப்பிடுவதற்கும் வருங்காலத்தினுள் செல்வதற்கும் தரவு சேகரிப்பு மற்றும் தொகுப்பு தேவையாகிறது. அழுத்தமாகக் கூறுகையில் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் நேரம் என்பது விரிவான பல வழிகளில் மிக முக்கியமான ஒன்றாகும் காலப்போக்கில் சில காரணிகள் மாற்றமடைகின்றன அவற்றின் மதிப்புகளும் மாறிக்கொண்டே செல்கின்றன. சில நேரங்களில் கண்டறிந்த மதிப்புகள் காலப்போக்கில் மாறுவதில்லை. எனினும் சமகால இடைவெளியில் எடுக்கப்படும் அளவைகள் காலத்தொடர் வரிசை தரவுகளாக உள்ளன. அடுத்தடுத்த கால இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்டு, கண்டறிந்து, பதியப்பட்ட புள்ளியியல் தரவுகள் பொதுவாக காலத்தொடர் வரிசை எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது. காலத்தொடர்வரிசையில் கடந்த கால மற்றும் தற்கால தரவுகள் ஒப்பிடப்படுகின்றன. இது மேலும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொடர் வரிசையை ஒப்பிடுகின்றது. காலத்தொடர்வரிசையின் முக்கிய நோக்கமானது கால மாறுபாட்டினை அளவிடுவதாகும்.

எப்பொழுதும் மாறிக்கொண்டிருக்கும் வணிக மற்றும் பொருளாதார சூழலில், எதிர்கால நிகழ்வுகளின் போக்கு குறித்த யோசனை தேவையாகிறது. மேலும் பொருத்தமான காலத்தொடர்வரிசை பகுப்பாய்வு இதை அடைவதற்கு உதவுவதோடு எதிர்கால வணிக முன்கணிப்பிற்கு வழிவகுக்கிறது. இத்தகைய முன்கணிப்புகள் போட்டி உத்திகளின் திட்டமிடல் மற்றும் திட்டமிடல் வளர்ச்சிக்கு முக்கிய உள்ளீடுகளாகப் பணியாற்றுகிறது.

7.1 வரையறை

காலத்தொடர் வரிசை என்பது ஒழுங்கான இடைவெளியில் சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத் தொகுப்பு ஆகும். இவ்வகை சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களில் ஏற்படும் மாற்றத்தினைக் கணக்கிட காலத்தொடர் வரிசை பயன்படுகிறது.

7.1.1 வரையறைகள்

மூரிஸ் ஹம்பர்க்கன் கூற்றுப்படி "காலத்தொடர் வரிசை என்பது காலவாரியாக ஒழுங்கு படுத்தப்பட்ட புள்ளியியல் விவரங்கள்" ஆகும்.

யா–லூன்–சோ காலத்தொடர் வரிசையை "பொருளியியல் மாறி அல்லது கூட்டு மாறிகளின் வெவ்வேறு கால இடைவெளிகளில் நடைபெற்ற அளவீடுகளின் தொகுப்பு" என வரையறுக்கிறார்.

W.Z. ஹிர்ச் "காலத்தொடர் வரிசை பகுப்பாய்வின் முக்கிய நோக்கம் பொருளாதார நிகழ்வுகளின் போக்கை புரிந்து கொண்டு, எதிர்காலத்தில் போக்கின் தன்மையை விளக்க, மதீப்பீடு செய்வதாகும்" என்கிறார்.

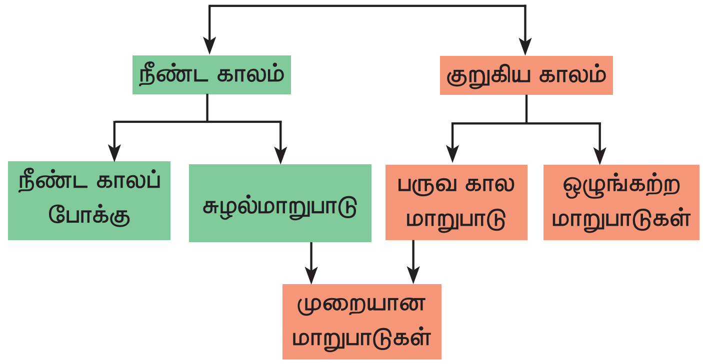
7.1.2 காலத்தொடர்வரிசையின் பயன்பாடுகள்

- ஏற்கனவே கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து எதிர்காலத்தின் மதிப்பினை யூகிக்கப் பயன்படுகிறது.
- பொருளாதாரம் மற்றும் வர்த்தகத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் காணப்பயன்படுகிறது.
- சாதனைகளை மதிப்பிட உதவுகிறது.
- மாதிரி வகை அறிதல் (pattern recognition), குறிப்பலை செயலாக்கம் (Signal processing), வானிலை முன்கணிப்பு (Weather Forecasting), நிலநடுக்கம் குறித்து யூகித்தல் (Earthquake prediction) போன்ற இடங்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

காலத்தொடர் வரிசை என்பது வணிக நிர்வாகிகளின் விற்பனை, விலை, கொள்கை மற்றும் உற்பத்தி ஆகியவற்றை மேம்படுத்த பயன்படும் ஒரு சிறந்த கருவி ஆகும்.

7.2 காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள்

காலத்தொடர் வரிசையில் மாற்றங்களை ஏற்படுத்தும் காரணிகளைக் காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள் என்கிறோம்.



காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன

1. நீண்ட காலப் போக்கு (T)
2. பருவ கால மாறுபாடு (S)
3. சுழல் மாறுபாடுகள் (C)
4. ஒழுங்கற்ற (வாய்ப்பு) மாறுபாடுகள் (R)

காலத்தொடர் வரிசை பிரிவுகளுக்கிடையேயான அணுகுமுறைகள்

காலத்தொடர் வரிசைத் தரவுகளைப் பிரித்தெடுக்க இருஅணுகுமுறைகளைக் கையாளலாம்.

(i) கூட்டல் அணுகுமுறை (ii) பெருக்கல் அணுகுமுறை

மேற்கூறிய இரு முறைகளும் நான்கு தரவுகளைப் பிரித்தெடுப்பது, நான்கு பிரிவுகளுக்கிடையே உள்ள உறவின்தன்மையைப் பொறுத்து அமைகிறது.

கூட்டல் அணுகுமுறை

காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சாராத நிலையில் கூட்டல் அணுகுமுறை பயன்படுகிறது. சார்பற்றவை என்பது பிரிவுகளின் அளவோ, அவற்றிற்கிடையே உள்ள இயக்கங்களோ (நகருதலின் தன்மை) மற்ற பிரிவுகளைப் பாதிப்பதில்லை என்பதாகும். இந்த யூகத்தின் அடிப்படையில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு நான்கு பிரிவுகளின் தனித்தனித் தாக்கங்களின் கூடுதலாகும்.

$$Y = T + C + S + R$$

இங்கு Y – காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு

T = போக்கு மதிப்பு, C = சுழல் மாறுபாடு, S = பருவ கால மாறுபாடு, R = ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

கூட்டல் அணுகுமுறையில் அனைத்து நான்கு பிரிவுகளும் ஒரே அலகைப் பெற்றிருக்கும்.

பெருக்கல் அணுகுமுறை

காலத்தொடர் வரிசை பிரிவுகள் நான்கும் ஒன்றையொன்று சார்ந்தவையாக இருக்கும் நிலையில் பெருக்கல் அணுகுமுறை பயன்படுகிறது. இந்த யூகத்தின் அடிப்படையில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவானது நான்கு பிரிவுகளின் பெருக்குத் தொகையாகும்.

$$Y = T \times C \times S \times R$$

இரு அணுகுமுறைகளுக்கிடையேயான வேறுபாடு

பெருக்கல் அணுகுமுறை	கூட்டல் அணுகுமுறை
(i) காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சார்ந்தவை	காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சாராதவை
(ii) பிரிவுகளின் மடக்கை மதிப்புகள் கூட்டல் அணுகுமுறையுடையவை	பிரிவுகள் கூட்டல் அணுகு முறையுடையவை

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 196 1/28/2020 6:45:01 PM

7.3 காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன

(i) நீண்ட காலப் போக்கு

இவ்வகைப்போக்கு,தரவுகளின் நீண்ட காலப்போக்கின் மேல்நோக்கிய அல்லது கீழ்நோக்கிய திசையில் நகரும் தன்மையைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக உற்பத்தியில் மாற்றங்கள், மூலதன அமைப்பு விகிதத்தின் ஏற்றம், மக்கள் தொகை பெருக்கம் போன்றவை, ஏறுமுகம் கொண்ட போக்கினையும், மருத்துவ வசதி அதிகரித்துள்ளதாலும் சுகாதார சூழ் நிலையாலும் இறப்பு விகிதம் இறங்கு முகம் கொண்ட போக்கினையும் குறிக்கிறது. மேற்கூறிய போக்குகள் மெதுவாக நடைபெற்று காலத்தொடர் வரிசையில் படிப்படியாக மாற்றத்தை செயல்படுத்துகின்றன.

போக்கினை அளவிடும் முறைகள்

போக்கு கீழ்க்கண்ட கணித முறைகளில் அளவிடப்படுகிறது.

1. வரைபட முறை
2. அரை சராசரி முறை
3. நகரும் சராசரி முறை
4. மீச்சிறு வர்க்க முறை

7.3.1 வரைபட முறை

வரைபட முறையில் போக்கை அளப்பது மிகவும் எளிமையானதாகும். இம்முறையில் காலத்தொடர் வரிசையின் காலம் X அச்சிலும், மதிப்புகள் Y அச்சிலும் எடுக்கப்பட்டு வரைபடதாளில் குறிக்கப்படுகின்றன. பின்னர் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளைக் கையால் இணைத்து வளைவரை வரைய வேண்டும். வரையப்பட்ட போக்குகோடு முன்கணிப்பு மதிப்பு காண விரிவுபடுத்தப்படலாம்.

போக்குக்கோட்டை வரையும் பொழுது கீழ்க்கண்ட முக்கிய கருத்துக்களைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

(i) வளைவரை சீராக இருக்க வேண்டும்.

(ii) கோடு அல்லது வளைவரையின் மேல் மற்றும் கீழ் உள்ள புள்ளிகள் சம எண்ணிக்கையில் இருக்க வேண்டும்.

(iii) போக்குக்கோட்டின் மேலே உள்ள புள்ளிகளிலிருந்து போக்கு கோட்டிற்கு உள்ள செங்குத்து தூர வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதல், போக்குக் கோட்டின் கீழ் உள்ள புள்ளிகளிலிருந்து போக்குக் கோட்டிற்கு உள்ள செங்குத்து தூர வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

நிறைகள்:

- இது மிகவும் எளிதாக கணக்கிடப்படும் போக்கு முறையாகும்.
- கணித கணக்கீடு தேவை இல்லை.
- நேரிய போக்கு இல்லையெனினும் இம்முறை பயன்படுத்தப்படலாம்.

குறைகள்:

- இது மிகவும் சார்புடையது
- வெவ்வெறு புள்ளியியலாளர்களால் கண்டறியப்படும் போக்கு மதிப்புகள் வெவ்வேறானவை. எனவே நம்பகத்தன்மை அற்றதாகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 197 1/28/2020 6:45:01 PM

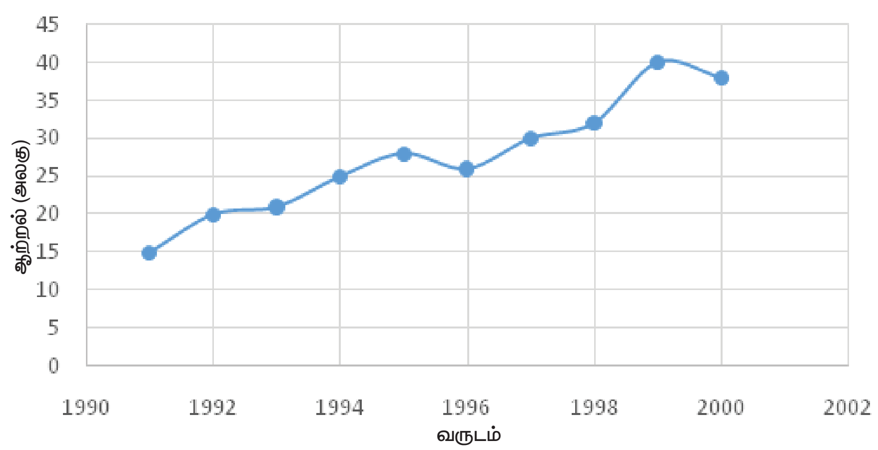
எடுத்துக்காட்டு 7.1

ஒரு பகுதியில் வீடுகளில் ஓராண்டிற்குப் பயன்படுத்தப்படும் மின் தேவையின் அளவு பின்வருமாறு:

வருடம்	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
ஆற்றல் (அலகுகள்)	15	20	21	25	28	26	30	32	40	38

மேற்காண் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைக.

தீர்வு:



7.3.2 அரைசராசரி முறை

இம்முறையில் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் இரு அரை பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு அதன் சராசரி கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களின் மத்தியில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

(i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் இரட்டை எண்ணிக்கையில் இருந்தால் விவரங்கள் இரு சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்படுகிறது. இரு பகுதிகளின் சராசரிகளும் கண்டறியப்பட்டு பின் ஒவ்வொரு பகுதியின் மத்திய வருடத்தில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் ஒற்றை எண்ணிக்கையில் இருந்தால் விவரங்களை இரு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்க இயலாது. நடுவில் உள்ள வருடத்தினை விலக்கிவிடலாம். இருசமபகுதிகளாகப் பிரித்தபின் ஒவ்வொரு பகுதியின் சராசரியும் கண்டறியப்படுகிறது. இவ்வாறு அரை சராசரி கிடைக்கப்பெறுகிறது.

(ii) வருடாந்திர போக்கு மதிப்பினை மைய வருட போக்கு மதிப்புடன் கூட்டுவதாலோ அல்லது கழிப்பதாலோ பிந்தைய அல்லது முந்தைய வருடங்களின் போக்கு மதிப்பினைப் பெறலாம்.

நிறைகள்

- இம்முறை மிகவும் எளிமையானது மற்றும் புரிந்து கொள்வது எளிது.
- கணித கணக்கீடு அதிகமற்றது.

குறிப்பு

அரை சராசரி முறையில் சராசரிகளின் வித்தியாசம் குறை எண் எனில் போக்கு மதிப்புகள் இறங்கு வரிசையில் இருக்கும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 198 1/28/2020 6:45:01 PM

குறைகள்

- நேரிய போக்கிற்கு மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும்.
- கூட்டு சராசரி பயன்படுத்தப்படுவதால் விளிம்பு மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படக்கூடியது.

எடுத்துக்காட்டு 7.2

வனத்துறையில் பெறப்படும் வருமான விவரத்திற்கு அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	2008	2009	2010	2011	2012	2013
வருமானம் (கோடியில்)	46.17	51.65	63.81	70.99	84.91	91.64

ஆதாரம்: முதன்மை தலைமைக்காப்பாளர், வனத்துறை, சென்னை-15. (பக்கம். 231)

தீர்வு:

வருடம்	வருமானம்	அரைப்பகுதியின் மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
2008	46.17			44.332
2009	51.65	161.63	53.877	53.877
2010	63.81			63.422
2011	70.99			72.968
2012	84.91	247.54	82.513	82.513
2013	91.64			92.052

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 2012 – 2009 = 3

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 82.513 – 53.877 = 28.636

அதிகரிக்கும் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பு = $\frac{28.636}{3} = 9.545$

மைய ஆண்டின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய வருடங்களின் போக்கு மதிப்புகள் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பினை அரைசராசரியுடன் முறையே கழித்தும், கூட்டியும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.3

தொடர்ச்சியான 7 ஆண்டு கணக்கெடுப்பில் இந்திய மக்கள் தொகை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விவரங்களுக்கு அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

கணக்கெடுப்பு ஆண்டு	1951	1961	1971	1981	1991	2001	2011
மக்கள் தொகை (இலட்சங்களில்)	301.2	336.9	412.0	484.1	558.6	624.1	721.4

தீர்வு:

அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் பின்வருமாறு:

கணக்கெடுப்பு ஆண்டு	மக்கள் தொகை (இலட்சங்களில்)	அரை மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
1951	301.2			278.86
1961	336.9	1050.1	350.03	350.03
1971	412.0			421.2
1981	484.1			492.37
1991	558.6			563.54
2001	624.1	1904.1	634.7	634.71
2011	721.4			705.88

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 2001 – 1961 = 40

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் = 634.7 – 350.03 = 284.67

அதிகரிக்கும் பத்தாண்டு போக்கு மதிப்பு = $\frac{284.67}{4} = 71.17$

எடுத்துக்காட்டாக, 1951 ஆம் வருட மக்கள்தொகை = 350.03 – 71.17 = 278.86

2011 ஆம் வருட மக்கள் தொகை = 634.7 + 71.17 = 705.87

மைய ஆண்டின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய ஆண்டுகளின் போக்கு மதிப்புகள், பத்தாண்டு போக்கு மதிப்பினை அரைசராசரியுடன் முறையே கழித்தும், கூட்டியும் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

அரைசராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் விவரங்களுக்கு போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
வெளுக்கும் தூள் (Bleaching powder) உற்பத்தி (டன்னில்)	7.4	10.8	9.2	10.5	15.5	13.7	16.7	15

தீர்வு:

அரை சராசரி முறைப்படி போக்கு மதிப்புகள்

வருடம்	வெளுக்கும் தூள் உற்பத்தி	அரை மொத்தம்	அரை சராசரி	போக்கு மதிப்புகள்
1965	7.4			7.315
1966	10.8	37.9	9.475	8.755
1967	9.2			10.195
1968	10.5			11.635
1969	15.5			13.075
1970	13.7	60.9	15.225	14.515
1971	16.7			15.955
1972	15			17.395

மைய ஆண்டுகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் $= 1970.5 - 1966.5 = 4$

அரை சராசரிகளுக்கிடையேயான வித்தியாசம் $= 15.225 - 9.475 = 5.75$

அதிகரிக்கும் வருடாந்திர போக்கு மதிப்பு $= \dfrac{5.75}{4} = 1.44$

அரைவருட அதிகரிக்கும் போக்கு மதிப்பு $= \dfrac{1.44}{2} = 0.72$

1967 ம் வருட போக்கு மதிப்பு 0.72 ஐ 1966.5 இன் போக்கு மதிப்பினைக் கூட்டக்கிடைக்கும்

$$9.475 + 0.72 = 10.195$$

1968-ன் போக்கு மதிப்பு, $1968 = 10.195 + 1.44 = 11.635$

இவ்வாறு மற்ற போக்கு மதிப்புகளைத் தேவையான வருடங்களுக்கு ஏற்பக் கணக்கிடலாம்.

7.3.3 நகரும் சராசரி முறை

தொடர் முறையில் (Sequence) உள்ள மாறுபட்ட மதிப்புகளின் கூட்டு சராசரியின் தொடர் வரிசை (Series) நகரும் சராசரியாகும். கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களுக்கு சீரான வளைவரையை வரையும் மற்றொரு முறையாகும்.

நகரும் சராசரி பருவகால சராசரியைக் காண அதிகளவில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. காலத்தொடர் வரிசையின் சுழல், பருவகால மற்றும் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகளை நீக்கி போக்கு மதிப்புகளைக்காண நகரும் சராசரி முறை உதவுகிறது. தரவுகளின் எண்ணிக்கையை பொறுத்து நகரும் சராசரியின் கால அளவு இருக்கும்.

இம்முறையைப் பயன்படுத்தும் போது நகரும் சராசரியின் கால அளவைத் தேர்ந்தெடுப்பது முக்கியமான முடிவாகும். நகரும் சராசரி முறையில் மாறுபாட்டினை சீரானதாக்குவதில் கால அளவு குறிப்பிடத்தக்கதாகும். பொதுவாக வருடங்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருப்பின் போக்கு வளைவரை சீரானதாக இருக்கும்.

நிறைகள்

- எளிதாகப் பயன்படுத்த முடியும்
- கால நிலை, ஏற்ற இறக்கத்தொடர் வரிசையில் பயன்படுத்தப்படலாம்.
- முடிவுகளின் தன்மை வெவ்வேறு நபர்கள் கண்டறிந்தாலும் மாறாத் தன்மையுடையது.
- இம்முறையினைக் கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய வருடங்களின் போக்கினைக் காணப் பயன்படுத்தலாம்.

குறைகள்

- காலத்தொடர் வரிசையில் முறையான கால இடைவெளி இருந்தால் மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும்.
- நகரும் சராசரியைக் காண சரியான கால அளவை அல்லது கால இடைவெளியைத் தேர்ந்தெடுப்பது கடினமாகும்.
- முதல் மற்றும் கடைசியில் சில வருடங்களுக்கு, போக்கு மதிப்பினைக் காண இயலாது.

நகரும் சராசரி – வருடங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில் (3 வருடங்கள்)

3 வருட நகரும் சராசரியைக் காண கீழ்க்காணும் படிகளைக் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

1. முதல் மூன்று வருடங்களுக்கான மதிப்புகளைக் கூட்டி மைய வருடத்திற்கு நேராக இடம்பெறச் செய்யவேண்டும். (இக்கூடுதல் மதிப்பு நகரும் மொத்தம் எனப்படும்).
2. முதல் மதிப்பை விடுத்து அடுத்த மூன்று வருட மதிப்புகளைக்கூட்டி அம்மூன்று வருடங்களுக்கு மைய வருடத்திற்கு நேராக இடம்பெறச் செய்யவேண்டும்.
3. இதே செயல்முறை கொடுக்கப்பட்ட கடைசி வருடத்திற்கான மதிப்பு கணக்கிடும் வரை தொடர வேண்டும்.
4. 3 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகள் 3 ஆல் வகுக்கப்பட்டு 3 வருட நகரும் சராசரி கிடைக்கப்பெறும். இம்மதிப்புகளே தேவையான போக்கு மதிப்புகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.5

பண்ணைத்துறை அல்லாத/சிறிய அளவிலான தொழில்களுக்கு கூட்டுறவு வங்கிகள் வழங்கும் கடன் தொகை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 3 வருட நகரும் சராசரி காண்.

வருடம்	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10	2010-11	2011-12	2012-13	2013-14	2014-15
மாவட்ட மைய கூட்டுறவு வங்கி வழங்கிய கடன் தொகை (கோடியில்)	41.82	40.05	39.12	24.72	26.69	59.66	23.65	28.36	33.31	31.60	36.48

தீர்வு:

மூன்று ஆண்டுகளுக்கான நகரும் சராசரியைக் கடைசி நிரலில் காணலாம்.

வருடம்	மாவட்ட மைய கூட்டுறவு வங்கி வழங்கிய கடன் தொகை	3 வருட நகரும் மொத்தம்	3 வருட நகரும் சராசரி
2004-05	41.82	-	-
2005-06	40.05	120.99	40.33
2006-07	39.12	103.89	34.63
2007-08	24.72	90.53	30.18
2008-09	26.69	111.07	37.02
2009-10	59.66	110	36.67
2010-11	23.65	111.67	37.22
2011-12	28.36	85.32	28.44
2012-13	33.31	93.27	31.09
2013-14	31.60	101.39	33.80
2014-15	36.48	-	-

நகரும் சராசரி – வருடங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் எனில் (4 வருடங்கள்)

1. முதல் நான்கு வருடங்களுக்கான மதிப்புகளைக் கூட்டி அதனை 2 வது மற்றும் 3 வது வருட மையத்தில் எழுதவேண்டும். (இக்கூடுதல் 4 வருட நகரும் மொத்தம் எனப்படும்)

2. முதல் மதிப்பை விடுத்து இரண்டாவது வருடத்திலிருந்து அடுத்த வருட மதிப்புகளைக் கூட்டி நான்கு வருடங்களுக்கும் மையத்தில் எழுத வேண்டும்.
3. இதே செயல் முறை கொடுக்கப்பட்ட கடைசி வருட மதிப்புகள் எடுக்கப்படும் வரை தொடர வேண்டும்.
4. 4 வருட நகரும் மொத்தத்தில் இரு மதிப்புகளைக்கூட்டி 3 ஆவது வருடத்திற்கு நேரே எழுத வேண்டும்.
5. முதல் 4 வருட நகரும் மொத்தத்தை விடுத்து அடுத்த 4 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகளைக்கூட்டி 4 வது வருடத்திற்கு நேரே எழுத வேண்டும்.
6. இச்செயல்முறை 4 வருட நகரும் மொத்த மதிப்புகள் அனைத்தும் கூட்டப்பட்டு மையப்படுத்தும் வரை தொடர வேண்டும்.
7. 4 வருட நகரும் மொத்த மைய மதிப்புகள் 8 ஆல் வகுக்கப்பட்டு நகரும் சராசரி பெறப்படுகிறது. இம்மதிப்பே தேவையான போக்கு மதிப்பாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.6

கொடுக்கப்பட்ட தொடர் வரிசை 4 வருட சுழற்சியில் உள்ளது எனக்கொண்டு நகரும் சராசரி கணக்கிடுக.

வருடம்	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
ஆண்டு மதிப்பு	154.0	140.5	147.0	148.5	142.9	142.1	136.6	142.7	145.7	145.1	137.8

தீர்வு:

4 ஆண்டுகளுக்கான நகரும் சராசரியைக் கடைசி நிரலில் காணலாம்.

வருடம்	ஆண்டு மதிப்பு	4 வருட நகரும் மொத்தம்	மைய நிலைப் படுத்தப்பட்ட நகரும் மொத்தம்	போக்கு மதிப்புகள்
1998	154.0			
		-		
1999	140.5		-	
		590.0		
2000	147.0		1168.9	146.11
		578.9		
2001	148.5		1159.4	144.93
		580.5		
2002	142.9		1150.6	143.83
		570.1		
2003	142.1		1134.4	141.8
		564.3		
2004	136.6		1131.4	141.43
		567.1		
2005	142.7		1137.2	142.15
		570.1		
2006	145.7		1141.4	142.68
		571.3		
2007	145.1		-	
		-		
2008	137.8			

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 203 1/28/2020 6:45:03 PM

7.3.4 மீச்சிறு வர்க்க முறை

காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளில் நீண்ட காலப் போக்கு, நீண்ட காலத்தின் போக்கு திசையினை குறிக்கிறது. போக்கு மதிப்பினைக் கணித நுட்பத்தின் உதவியுடன் காணும் ஒரு முறை மீச்சிறு வர்க்க முறையாகும். இம்முறை மிகவும் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இம்முறையில் உண்மையான மற்றும் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்புகளின் வித்தியாசங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் மீச்சிறு மதிப்பாகும். எனவே இம்முறையில் கண்டறியப்படும் போக்கு கோடு மிகப் பொருத்தமான நேர்க்கோடு என அழைக்கப்படுகிறது.

வருங்கால மதிப்பீட்டிற்கும் முன் கணிப்பிற்கும் இது பெரிதும் உதவுகிறது. பொருளாதார மற்றும் வணிக காலத்தொடர் வரிசைகளின் போக்கு மதிப்புகளைக் காண்பதில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

மீச்சிறு வர்க்க முறையில் போக்கு மதிப்புகளைக் காணல்.

மீச்சிறு வர்க்கமுறை, கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்குப் பொருத்தமான சமன்பாட்டினைக் காணும் ஒரு சிறந்த கருவியாகும்.

n சோடி மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டு அத்தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான கோடு தேவைப்படுகிறது எனில் பொதுவான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடானது

$y = a + bx$ ஆகும்.

இதில் a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலியாகும். a மற்றும் b இன் எந்தவொரு மதிப்புக்கும் ஒரு நேர்க்கோடு கிடைக்கும் மற்றும் அம்மதிப்புகள் கிடைக்கப்பெற்ற பின் x இன் மதிப்புகளை பிரதியிட்டு y இன் மதிப்புகளைக் கண்டறியலாம். $y = a + b\,x$ என்ற சமன்பாடு x மற்றும் y –க்கு இடையேயான நேரிய உறவினை வெளிப்படுத்தும் ஒரு சிறந்த சமன்பாடாக இருக்க வேண்டுமெனில் y_i இன் எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள் $\hat{y}_i$ கண்டறிந்த மதிப்புகளுக்கு வெகு அருகில் இருக்கவேண்டும் $y_i = 1, 2, \ldots, n$. மீச்சிறு வர்க்கமுறையின் கொள்கைப்படி பொருத்தமான சமன்பாடு கண்டறிந்த மற்றும் எதிர்ப்பார்க்கப்படும் மதிப்புகளுக்கு இடையேயான வித்தியாசத்தின் வர்க்கத்தினை மீச் சிறியதாக்கும்போது கிடைப்பதாகும். அதாவது $\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2$ ஐ மீச்சிறு மதிப்பாக்கவேண்டும்.

$\sum\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - a - bx_i\right)^2$ ஆனது மீச்சிறுமதிப்பாகும். இம்முறை இரு இயல்நிலை சமன்பாடுகளைப் பெற்றுத்தரும்.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{7.1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \tag{7.2}$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க a மற்றும் b இன் மதிப்புகள் கிடைக்கும் மற்றும் போக்கு சமன்பாட்டின் பொருத்தலானது, (பொருத்தமான கோடு)

$$y = a + bx \tag{7.3}$$

x_i இன் கண்டறிந்த மதிப்புகளை 7.3இல் பிரதியிட y_i போக்கு மதிப்புகள் கிடைக்கும் $i = 1, 2, \ldots, n$.

குறிப்பு: பொதுவாக நேர அலகு சீரான கால இடைவெளியிலும் மற்றும் அடுத்தடுத்த எண்களாகவும் இருக்கும். எனவே மையவருடம் ஆதியாக எடுக்கப்படும்போது நேரமாறி x_i–ன் கூடுதல் பூச்சியமாக குறைக்கப்படுகிறது $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i = 0\right)$.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 204 1/28/2020 6:45:05 PM

எனவே நமக்கு (7.1) மற்றும் (7.2) ஐ சுருக்கும்போது

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \text{ மற்றும் } b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2} \text{ என கிடைக்கிறது.}$$

கால இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் அல்லது இரட்டை எண்ணாக இருப்பின் அதற்கு தகுந்தவாறு போக்கு மதிப்புகளை மீச்சிறு வர்க்கமுறை பயன்படுத்தி கணக்கிடலாம்.

நிறைகள்

- மீச்சிறு வர்க்க முறை சொந்த விருப்பு, வெறுப்புகளை முழுவதுமாக நீக்குகிறது.
- கொடுக்கப்பட்ட காலத்திற்கான போக்கு மதிப்புகள் அனைத்தையும் பெறலாம்.
- இம்முறையில் வருங்கால போக்கு மதிப்புகளை முன்கணிப்பு செய்ய இயலும்.

குறைகள்

- இம்முறையில் கணக்கிடுவது மற்ற முறைகளைவிட மிகவும் கடினமாகும்.
- புதிய மதிப்புகளை சேர்க்கும் போது கணக்கீடுகளை மீண்டும் செய்யவேண்டும்.
- இது சுழல், பருவகால மற்றும் முறையற்ற மாறுபாடுகளை கருத்தில் கொள்வதில்லை
- போக்கு மதிப்புகளை உடன் வருகின்ற சில காலங்களுக்கு மட்டுமே மதிப்பிட இயலும், நீண்ட கால அளவிற்கு மதிப்பிட இயலாது

மீச்சிறு வர்க்கமுறையை பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பினைக் காண்பதற்கான படிகள்

வருடங்களின் எண்ணிக்கை (n) **ஒற்றை எண்** எனில்

i) எல்லா வருடங்களிலும் முதல் வருடத்தை கழிக்கவும் (x)

ii) மைய மதிப்பு (A) எடுக்கவும்

iii) $u_i = x_i - A$ கணக்கிடுக

iv) u_i^2 மற்றும் $u_i y_i$ காண்க

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மீச்சிறு வர்க்க முறையின் போக்கு கோடு மிகப் பொருத்தமான நேர்க்கோடு ஆகும்.

இயல்நிலை சமன்பாடுகளை பயன்படுத்த:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} u_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} u_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} u_i + b\sum_{i=1}^{n} u_i^2$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \text{ மற்றும் } b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} \text{ காண்}$$

மிகப்பொருத்தமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$y = a + b\,u = a + b\,(x - A)$$

எடுத்துக்காட்டு 7.7

கீழ்காணும் தொழில் துறை தொழிலாளர்களின் நுகர்வோர் விலை குறியீட்டு எண்களுக்கு மீச்சிறு வர்க்கமுறையில் போக்கு கோடு பொருத்துக.

வருடம்	2010	2011	2012	2013	2014
குறியிட்டு எண்	166	177	198	221	225

தீர்வு:

வருடம்	குறியீட்டு எண்	$X = x_i - 2010$	$u_i = X - A = X - 2$	u_i^2	$u_i y_i$	போக்கு மதிப்புகள்
2010	166	0	–2	4	–332	165
2011	177	1	–1	1	–177	181.2
2012	198	2	0	0	0	197.4
2013	221	3	1	1	221	213.6
2014	225	4	2	4	450	229.8
	$\sum_{i=1}^{5} y_i = 987$		$\sum_{i=1}^{5} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{5} u_i^2 = 10$	$\sum_{i=1}^{5} u_i y_i = 162$	

நேர்க் கோட்டின் சமன்பாடு $y = a + bx$

$= a + bu$, இங்கு $u = X - 2$

இயல்நிலை சமன்பாடுகளிலிருந்து:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{987}{5} = 197.4$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} = \frac{162}{10} = 16.2$$

$$y = 197.4 + 16.2\,(X - 2)$$
$$= 197.4 + 16.2\,X - 32.4$$
$$= 16.2\,X + 165$$

அதாவது, $y = 165 + 16.2X$

போக்கு மதிப்புகளைக் காண $X = 0, 1, 2, 3, 4$ என பிரதியிட வேண்டும்.

$X = 0, y = 165 + 0 = 165$

$X = 1, y = 165 + 16.2 = 181.2$

$X = 2, y = 165 + 32.4 = 197.4$

$X = 3, y = 165 + 48.6 = 213.6$

$X = 4, y = 165 + 64.8 = 229.8$

எனவே, 2010, 2011, 2012, 2013 மற்றும் 2014 இன் போக்கு மதிப்புகள் முறையே 165, 181.2, 197.4, 213.6 மற்றும் 229.8 ஆகும்.

மீச்சிறு வர்க்கமுறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகளைக் காண்பதற்கான படிகள்: வருடங்களின் எண்ணிக்கை (n) **இரட்டை எண்** எனில்.

i) எல்லா வருடங்களிலும் முதல் வருடத்தைக் கழிக்கவும் (x)

ii) $u_i = 2X - (n-1)$ காண்க

iii) u_i^2 மற்றும் $u_i y_i$ காண்க

சென்ற முறைக்குப் பயன்படுத்திய அதே வழிமுறைகளைப் பின்பற்ற போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.8

6 வருடங்களில் தமிழ்நாட்டிற்கு வரும் வெளிநாட்டு சுற்றுலா பயணிகளின் எண்ணிக்கை கீழ்காணும் அட்டவனையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. போக்கு மதிப்புகளை மீச்சிறு வர்க்கமுறையைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுக.

வருடம்	2005	2006	2007	2008	2009	2010
வருகை எண்ணிக்கை (இலட்சங்களில்)	12	13	18	20	24	28

தீர்வு:

வருடம் x	வருகை எண்ணிக்கை y_i	$X = x_i - 2005$	$u_i = 2X - 5$	u_i^2	$u_i y_i$
2005	12	0	–5	25	–60
2006	13	1	–3	9	–39
2007	18	2	–1	1	–18
2008	20	3	1	1	20
2009	24	4	3	9	72
2010	28	5	5	25	140
	$\sum_{i=1}^{6} y_i = 115$		$\sum_{i=1}^{6} u_i = 0$	$\sum_{i=1}^{6} u_i^2 = 70$	$\sum_{i=1}^{6} u_i y_i = 115$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = a + bx$

$= a + bu$ இங்கு $u = 2X - 5$

இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை பயன்படுத்தி

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{115}{6} = 19.17$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} = \frac{115}{70} = 1.64$$

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 207 1/28/2020 6:45:14 PM

$$y = a + bu$$
$$= 19.17 + 1.64\,(2X - 5)$$
$$= 19.17 + 3.28X - 8.2$$
$$= 3.28X + 10.97$$

அதாவது, $y = 10.97 + 3.28X$

தேவையான வருடங்களுக்கு போக்கு மதிப்புகள் பெற $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ என சமன்பாட்டில் பிரதியிடவும். மேலும்,

$X = 0, y = 10.97 + 0 = 10.97$

$X = 1, y = 10.97 + 3.28 = 14.25$

$X = 2, y = 10.97 + 6.56 = 17.53$

$X = 3, y = 10.97 + 9.84 = 20.81$

$X = 4, y = 10.97 + 13.12 = 24.09$

$X = 5, y = 10.97 + 16.4 = 27.37$

$\therefore$ 2005,2006,2007,2008,2009 மற்றும் 2010 ன் போக்கு மதிப்புகள் 10.97, 14.25, 17.53, 20.81, 24.09 மற்றும் 27.37 ஆகும்.

(ii) பருவ கால மாறுபாடுகள்

பருவ கால மாறுபாடுகள் என்பது ஒரு வருடத்திற்குள் பருவத்திற்கேற்ப ஏற்படக்கூடிய ஏற்ற இறக்கங்களாகும்.

பருவ கால மாறுபாடுகளைக் காண காலத்தொடர் வரிசையின் இயல்பிற்கேற்ப தரவுகள் காலாண்டு, மாத, வார அல்லது நாள் அடிப்படையில் பதிவு செய்யப்பட வேண்டும். பருவ கால மாற்றத்திற்கான முக்கிய காரணமானது பருவகாலம், தட்ப வெப்பநிலை மற்றும் சமூக காட்சிகளால் மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களேயாகும்.

பருவ கால மாறுபாட்டின் முக்கிய நோக்கம் அதன் விளைவைப் படிப்பதோடு, போக்குகளிலிருந்து தனிமைப் படுத்துவதும் ஆகும்.

பருவ கால குறியீடுகள் காண்பதற்கான முறைகள்

பருவ கால குறியீடுகளை நான்கு முறைகளில் காணலாம்.

1. எளிய சராசரி முறை
2. போக்கு விகித முறை
3. சதவீத நகரும் சராசரி முறை
4. தொடர் உறவு முறை

மேலே குறிப்பிட்டவற்றில் பருவகால குறியீடுகளைக்காண நாம் முதலில் எளிய சராசரி முறையைப் பற்றி விவாதிப்போம்.

7.3.5 எளிய சராசரி முறை

இந்தமுறையில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டின் ஒவ்வொரு 4 பருவத்திற்கான காலத் தொடரின் தரவு, வருடத்தின் பருவ கால சராசரியின் சதவீதங்களாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது.

எளிய சராசரி முறையில் வருடங்களின் பல்வேறு பருவங்களின் சதவீதங்களின் சராசரி காணப்படுகிறது. பருவங்கள் ஒவ்வொன்றின் சதவீதமும் பருவ காலக்குறியீடு ஆகும்.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 208 1/28/2020 6:45:14 PM

பருவகால குறியீடு காண்பதற்கான முறைகள்

i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைப் பருவ வாரியாக வரிசைப்படுத்துக.

ii) அனைத்து வருடங்களின் பருவங்களின் தரவுகள் கூட்டப்பட்டு பருவகால சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.

iii) பருவகால சராசரியின் சராசரி கணக்கிடப்படுகிறது.
(மொத்த சராசரி = பருவகால சராசரியின் மொத்தம் / 4).

iv) ஒவ்வொரு பருவகால சராசரியும் மொத்த சராசரியால் வகுத்து, சதவீதமாக குறிப்பிடப்படுவது பருவக்காலக் குறியீடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.9

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தமிழ்நாட்டில் பதிவான மழை (மி.மீ) விவரத்திற்கு பருவகால குறியீடுகளை எளிய சராசரி முறையில் காண்

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2001	118.4	260.0	379.4	70
2002	85.8	185.4	407.1	8.7
2003	129.8	336.5	403.1	12.0
2004	283.4	360.7	472.1	14.3
2005	231.7	308.5	828.8	15.9

தீர்வு:

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2001	118.4	260.0	379.4	70
2002	85.8	185.4	407.1	8.7
2003	129.8	336.5	403.1	12.0
2004	283.4	360.7	472.1	14.3
2005	231.7	308.5	828.8	15.9
பருவகால மொத்தம்	849.1	1451.1	2490.5	120.9
பருவகால சராசரி	169.82	290.22	498.1	24.18
பருவகால குறியீடு	69	118	203	10

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{\text{பருவகால சராசரியின் மொத்தம்}}{4}$$

$$= \frac{169.82 + 290.22 + 498.1 + 24.18}{4}$$

$$= \frac{982.32}{4} = 245.58$$

$$\text{பருவகால குறியீடு} = \frac{\text{பருவ கால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{I பருவகால குறியீடு} = \frac{169.82}{245.58} \times 100 = 69.15 \approx 69$$

$$\text{II பருவகால குறியீடு} = \frac{290.22}{245.58} \times 100 = 118.18 \approx 118$$

$$\text{III பருவகால குறியீடு} = \frac{498.1}{245.58} \times 100 = 202.83 \approx 203$$

$$\text{IV பருவகால குறியீடு} = \frac{24.18}{245.58} \times 100 = 9.85 \approx 10$$

குறிப்பு

பருவகலக்குறியீடுகளின் கூடுதல் 400 ஆக இருக்க வேண்டும் என்பதனை கவனத்தில் கொள்ளவேண்டும்

எடுத்துக்காட்டு 7.10

இந்தியாவில் பதிவான மழை (மி.மீ) விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது அவ்விவரத்திற்கு பருவகால குறியீடு காண்க.

வருடம் / பருவங்கள்	2009	2010	2011	2012
I	38.2	38.5	55	50.5
II	166.8	250.9	277.7	197
III	612.6	773.1	717.8	706.1
IV	72.2	153.1	65.8	101.1

தீர்வு:

வருடம்	பருவங்கள்			
	I	II	III	IV
2009	38.2	166.8	612.6	72.2
2010	38.5	250.9	773.1	153.1
2011	55	277.7	717.8	65.8
2012	50.5	197	706.1	101.1
பருவகால மொத்தம்	182.2	892.4	2809.6	392.2
பருவகால சராசரி	45.55	223.1	702.4	98.05
பருவகால குறியீடு	17	83	263	37

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{\text{பருவகால சராசரி மொத்தம்}}{4}$$

$$= \frac{45.55 + 223.1 + 702.4 + 98.05}{4}$$

$$= \frac{1069.10}{4} = 267.28$$

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 210 1/28/2020 6:45:14 PM

$$\text{பருவகால குறியீடு} = \frac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{I பருவகால குறியீடு} = \frac{45.55}{267.28} \times 100 = 17.04 \approx 17$$

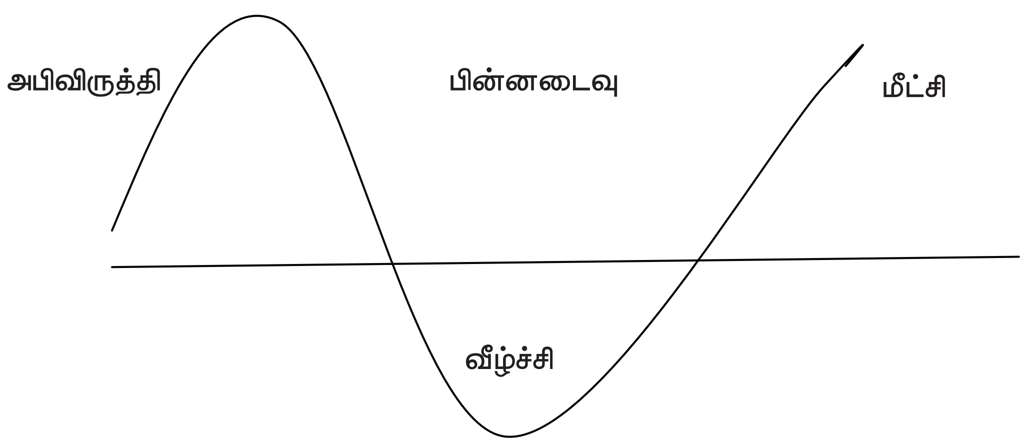
$$\text{II பருவகால குறியீடு} = \frac{223.1}{267.28} \times 100 = 83.47 \approx 83$$

$$\text{III பருவகால குறியீடு} = \frac{702.4}{267.28} \times 100 = 262.80 \approx 263$$

$$\text{IV பருவகால குறியீடு} = \frac{98.05}{267.28} \times 100 = 36.69 \approx 37$$

(iii) சுழல் மாறுபாடுகள்

காலத்தொடர் வரிசையின் போக்குக் கோட்டின் ஏற்றத்தாழ்வுடைய காலநிலை இயக்கங்கள் சுழல் மாறுபாடுகளாகும். இவை நீண்ட கால அடிப்படையில் சுழற்சி முறையில் ஏற்படுகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக வணிகச் சூழல் என்பது.



காலத்தொடர்வரிசையின் சுழல் முறையானது வணிகத்தில் ஏற்படும் அபிவிருத்தி மற்றும் பின்னடைவு, உயர்வு மற்றும் தாழ்வு, ஏற்றம் மற்றும் வீழ்ச்சியைக் குறிப்பிடுகிறது. பெரும்பாலான வணிகத்தில் சில சமயம் ஒரு மேல் நோக்குப் போக்கும், பின் இறங்கும் போக்கும் ஏற்பட்டு தாழ்ந்த நிலையை அடையும்.மீண்டும் ஏற்றமடைந்து அதிகபட்ச நிலையை அடையும். இவ்வாறு தொடர்ச்சியாக ஏற்படும் அபிவிருத்தி மற்றும் வீழ்ச்சி ஆகியவை இயற்கையான நிகழ்வாக கருதப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

வணிக சுழற்சியால் சுழற்சி இயக்கங்கள் (சுழல் மாறுபாடுகள்) ஏற்படுகின்றன.

(iv) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

நடைமுறையில் சுழல் மாறுபாடுகள் அல்லது பருவகால மாறுபாடுகள் அல்லது நீண்டகாலப்போக்கின் தன்மைக்கு காரணமாக இருக்க இயலாத கூறுகள் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் என வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

குறிப்பு

முறையற்ற மாறுபாடுகளை அளவிடவோ, தனித்துப் பிரித்துக் கூறவோ எந்தவித புள்ளியியல் முறைகளும் இல்லை.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 211 1/28/2020 6:45:15 PM

பேட்டர்சனின் கூற்றுப்படி, "காலத்தொடர் வரிசையின் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகளானது போக்கு, சுழல் மற்றும் பருவ காலமாறுபாடு ஏற்பட இயலாத அசாதாரண (அரிய) சூழ்நிலையில் நிகழ்வதாகும்"

ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் ஏற்படுவதையோ அதனால் ஏற்படும் விளைவினையோ முன்னரே கணிக்க இயலாததால் இதனை கணக்கிட எந்த நிலையான முறையும் உருவாக்கப்படவில்லை. காலத்தொடர் வரிசையில் நீண்ட காலப் போக்கு, பருவகால மற்றும் சுழல் மாறுபாடுகளை கணக்கிட்ட பிறகு விடுபட்ட எஞ்சிய பகுதியை ஒழுங்கற்ற மாறுபாடாக கொள்ளப்படுகிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள், முறையற்ற மாறுபாடுகள் எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

7.4 முன்கணிப்பு

புள்ளிவிவர பின்னணி இல்லாமல் தன்னிச்சையான முன்கணிப்புக்கிடையே நம்பகத்தன்மை கொண்டமுன் கணிப்பிற்கு எந்த அளவிற்கு அடித்தளமாக விளங்குகிறது என்பதே புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம் ஆகும்.

முன்கணிப்பு என்பது வணிகம் மற்றும் வர்த்தகத்தின் எதிர்கால நிலை குறித்த நிச்சயமற்ற தன்மையை குறைப்பதேயாகும். யூகித்தலை மட்டும் நம்பியிராமல் ஒரு தொழிலதிபர் தன் வருங்கால தொடர் நடவடிக்கைகளுக்குக் காலூன்றுவதற்கு முன்கணிப்பு உதவுகிறது.

7.4.1 வரையறை

"முன்கணிப்பு என்பது கடந்த கால மற்றும் தற்போதைய விவரங்களைப் பகுத்தாய்ந்து வருங்கால நிலையின் கடினமான மதிப்பீட்டினைத் தருவதாகும்".

T.S. லேவிஸ் மற்றும் R.A. ஃபாக்ஸ் (T.S. Levis and R.A. Fox) ஆகியவர்களின் கூற்றுப்படி "கடந்த கால விவரங்களில் இருந்து வருங்காலத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை மதிப்பீடு செய்வதே முன்கணிப்பு ஆகும்".

குறிப்பு

1. நீண்ட கால போக்கில், நீண்ட கால முன்கணிப்பினை கண்டறியலாம்.
2. பருவ கால மாறுபாட்டில், குறுகிய கால முன்கணிப்பினை கண்டறியலாம்.

வணிகம் மற்றும் தொழில், அரசாங்கம், பொருளாதாரம், சூழ்நிலை அறிவியல், மருத்துவம், சமூக அறிவியல், அரசியல் மற்றும் நிதி ஆகிய துறைகளில் பரவியுள்ள முக்கியமான சிக்கல் முன் கணிப்பு ஆகும்.

முன்கணிப்பினை குறுகிய கால, நடுத்தர கால, நீண்ட கால முன்கணிப்பு என வகைப்படுத்தலாம்.

சில குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு (நாட்கள், வாரங்கள், மாதங்கள்) வருங்காலத்தைப் பற்றி முன் கூட்டியே யூகித்தல் குறுகிய கால முன் கணிப்பு ஆகும்.

ஒன்று அல்லது இரண்டு வருடங்களுக்கு விரிவாக்கி வருங்காலத்தைப்பற்றி முன்கூட்டி யூகிப்பது நடுத்தர கால முன்கணிப்பு ஆகும்.

பல வருடங்களுக்கு விரிவாக்கி பெறப்படுவது நீண்டகால முன்கணிப்பு ஆகும்.

செயல்பாட்டு மேலாண்மையிலிருந்து வரவு செலவு திட்டம், மற்றும் புதிய ஆராய்ச்சிக்கான தேர்வு மற்றும் மேம்பாட்டு திட்டங்கள் ஆகிய செயல் பாடுகளுக்கு குறுகிய மற்றும் நடுத்தர கால முன் கணிப்புகள் தேவைப்படுகின்றன. நீண்டகால முன் கணிப்புகள் திட்டமிடலில் (யுக்தி) முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 212 1/28/2020 6:45:15 PM

நினைவில் கொள்க

- ❖ காலத்தொடர் வரிசை என்பது காலவாரியாக ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட விவரங்களாகும்.
- ❖ காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகளாவன: நீண்ட காலப்போக்கு, பருவகால மாறுபாடுகள், சுழல் மாறுபாடுகள் மற்றும் ஒழுங்கற்ற (முறையற்ற) மாறுபாடுகள்.
- ❖ நீண்ட காலப் போக்கினைக் கணக்கிடும் முறைகளாவன: வரைபடமுறை, அரை சராசரிமுறை, நகரும் சராசரி முறை மற்றும் மீச்சிறு வர்க்க முறை.
- ❖ மீச்சிறு வர்க்க முறையில் பெறப்பட்ட கோடு $y = a + b\,x$ மிகப்பொருத்தமான நேர்க்கோடு எனப்படும்.
- ❖ மீச்சிறு வர்க்க முறையில் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

- ❖ பருவ கால குறியீடுகளை எளிய சராசரிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பெறலாம்.
- ❖ "முன்கணிப்பு என்பது கடந்த கால மற்றும் தற்போதைய விவரங்களைப் பகுத்தாய்ந்து வருங்கால நிலையின் கடினமான மதிப்பீட்டினைத் தருவதாகும்".
- ❖ முன்கணிப்பின் முறைகள் குறுகிய காலம், நடுத்தரகாலம் மற்றும் நீண்டகாலமாக இருக்கலாம்.

CNNRYT

பயிற்சிகள் 7

I. மிகச் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. காலத்தொடர் வரிசையில் எழுச்சி அல்லது வீழ்ச்சியின் ஒட்டுமொத்த போக்கு

   (அ) பருவகால மாறுபாடுகள் (ஆ) நீண்ட காலப் போக்கு

   (இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

2. காலத்தொடர் வரிசையில் குறுகிய கால மாறுபாடு தொடர்புடைய பிரிவானது

   (அ) சுழல் மாறுபாடு (ஆ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

   (இ) பருவகால மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட காலப் போக்கு

3. சுழல் மாறுபாடுக்கான காரணங்கள்

   (அ) போக்குவிகிதம் (ஆ) பருவகாலம்

   (இ) போக்கு (ஈ) வணிகச்சுழல்

4. ஒரு நிறுவனத்தின் பத்தாண்டு கால வருடாந்திர வருவாய் தகவல்கள் குறிப்பது

   (அ) காலத்தொடர் வரிசை (ஆ) குறியீட்டெண்கள்

   (இ) முன்கணிப்பு (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 213 1/28/2020 6:45:15 PM

5. காலத்தொடர் வரிசையில் நீண்ட கால மாறுபாடு தொடர்புடைய பிரிவானது

(அ) சுழல் மாறுபாடு (ஆ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

(இ) பருவகால மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட கால போக்கு

6. காலத்தொடர்வரிசையில் தரவுகள் பதிவு செய்யப்படுகிறது

(அ) குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் (ஆ) சம கால இடைவெளியில்

(இ) அடுத்தடுத்த நேரங்களில் (ஈ) மேற் கூறிய அனைத்தும்

7. காலத்தொடர் வரிசையில் ______ கூறுகள் உள்ளன.

(அ) இரண்டு (ஆ) மூன்று

(இ) நான்கு (ஈ) இவற்றில் ஏதுமில்லை

8. காலத்தொடர் வரிசையில் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் ஏற்படுவதற்கான காரணம்

(அ) நீண்ட கால போக்கு (ஆ) பருவ கால மாறுபாடுகள்

(இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) கணிக்க முடியாத காரணிகள்

9. அபிவிருத்தி, பின்னடைவு, வீழ்ச்சி மற்றும் மீட்சி ஆகியவை தொடர்புடையது

(அ) நீண்ட கால போக்கு (ஆ) பருவ கால மாறுபாடுகள்

(இ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஈ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்

10. காலத்தொடர் வரிசையின் கூறுகள் T, S, C மற்றும் I உள்ளடக்கிய கூட்டு வடிவமைப்பு

(அ) $Y = T \times S \times C \times I$ (ஆ) $Y = T + S + C + I$

(இ) $Y = T \times S + C \times I$ (ஈ) $Y = T \times S \times C + I$

11. நவம்பர் முதல் மார்ச் வரையிலான காலகட்டத்தில் ஐஸ்கிரீம் விற்பனை அளவின் வீழ்ச்சியோடு தொடர்புடையது

(அ) பருவகால மாறுபாடு (ஆ) சுழல் மாறுபாடு

(இ) ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு (ஈ) நீண்ட காலப் போக்கு

12. வணிக முன்கணிப்பு மேற்கொள்ள அடிப்படையானது

(அ) எதிர்கால விவரங்கள் (ஆ) கடந்த கால விவரங்கள்

(இ) வரி முறைப்படுத்துதல் (ஈ) அரசாங்க கொள்கைகள்

13. பெருக்கல் வடிவமைப்பில் காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு கூறுகளும்

(அ) சார்பற்றவை (ஆ) ஒன்றையொன்று சார்ந்தவை

(இ) மாறிலி (ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

14. மீச்சிறு வர்க்க முறையில் கண்டறிந்த மற்றும் எதிர்பார்க்கபடும் மதிப்புகளின் வித்தியாசத்தின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் ஆனது

(அ) பூச்சியம் (ஆ) மீச்சிறு மதிப்பு

(இ) மாறிலி (ஈ) மீப்பெரு மதிப்பு

15. ______ அளவிடுவதற்கு அல்லது தனிமைப்படுத்துவதற்கு புள்ளியியல் யுத்தி எதுவும் இல்லை.

(அ) சுழல் மாறுபாடுகள் (ஆ) பருவகால மாறுபாடுகள்

(இ) முறையற்ற மாறுபாடுகள் (ஈ) நீண்ட கால போக்கு

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 214 1/28/2020 6:45:15 PM

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

16. காலத்தொடர் வரிசை என்றால் என்ன?
17. காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள் யாவை?
18. போக்கினை அளவிடும் முறைகளைப் பெயரிடுக.
19. ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் குறித்து சிறுகுறிப்பு வரைக.
20. பருவகால குறியீடுகள் காணப் பயன்படுத்தப்படும் முறைகளை குறிப்பிடுக?
21. நகரும் சராசரிமுறையின் குறைகள் யாவை?
22. மீச்சிறு வர்க்க முறையின் நிறைகள் யாவை?
23. மீச்சிறு வர்க்க முறையில் பயன்படுத்தப்படும் இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.
24. முன்கணிப்பு என்பதை வரையறு
25. மூன்று முன்கணிப்பு முறைகள் யாவை?
26. குறுகியகால முன்கணிப்பு என்பது யாது?

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

27. காலத்தொடர் வரிசையின் பயன்களை எழுதுக.
28. அரைசராசரி முறையை விவரி?
29. நகரும் சராசரி முறையின் நிறைகளை எழுதுக.
30. சுழல் மாறுபாடுகள் என்றால் எள்ள?
31. பருவகால மாறுபாடுகள் என்றால் என்ன?
32. நடுத்தர மற்றும் நீண்டகால முன்கணிப்புகள் யாவை?
33. பருவகால குறியீடுகள் காணும் முறையினை விவரி?
34. பின்வருவன காலத்தொடர்வரிசையின் எந்தவகைப் பிரிவினைச் சாரும்.
    (i) வணிக செயலில் ஏற்படும் ஏற்ற இறக்கங்கள்.
    (ii) ஒரு தொழிற்சாலையில் தீவிபத்தினால் ஏற்படும் நட்டம்.
    (iii) பொதுவாக அதிகரிக்கும் தொலைக் காட்சி பெட்டி விற்பனை.
35. 1990–97 இல் ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வரைபட முறையை பயன்படுத்தி போக்கு கோடு வரைக.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
ஏற்றுமதி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை (ஆயிரத்தில்)	12	13	13	16	19	23	21	23

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 215 1/28/2020 6:45:15 PM

36. கீழ்காணும் விவரத்திற்கு காலத்தொடர் வரிசை வரைபடம் வரைந்து போக்கினைக் காண்

வருடம்	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
உற்பத்தி (மில்லியன் டன்)	40	44	42	48	51	54	50	56

37. அரை சராசரி முறையை பயன்படுத்தி போக்கு கோடு வரைக

வருடம்	1992	1993	1994	1995	1996	1997
இரும்பு உற்பத்தி (மில்லியன் டன்)	21	23	25	23	26	25

38. ஒரு காரிப்பருவத்தில் இந்தியாவில் நிலக்கடலை விளைச்சல் பின்வருமாறு அதன் 3 வருட நகரும் சராசரியைக் கணக்கிடுக

வருடம்	2003-04	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10
விளைச்சல் (கிகி/ஹெக்டேர்)	1320	909	1097	689	1386	1063	835

39. பருவ கால மாறுபாடுகள் பற்றி நீவிர் அறிவன யாவை?

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

40. மீச்சிறு வர்க்க முறையை விவரி.

41. 1995-2001 வருடங்களில் ATM மையங்களின் எண்ணிக்கை விவரம் பின்வருமாறு.

வருடம்	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ATM மையங்களின் எண்ணிக்கை	50	63	75	100	109	120	135

அரை சராசரியை பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்

42. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

வருடம்	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
பருத்தி உபயோக அளவு (ஆயிரம் உருண்டை)	677	696	747	755	766	777	785	836

அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்துக

43. 2000-01 முதல் 2009-10 வரையிலான இந்தியாவின் உணவு உற்பத்தி விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 4 வருட நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்

வருடம்	2000-01	2001-02	2002-03	2003-04	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10
விளைச்சல் (கிகி/ ஹெக்டேர்)	1626	1734	1535	1727	1652	1715	1756	1860	1909	1798

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 216 1/28/2020 6:45:15 PM

44. கீழ்காணும் தரவுகளுக்கு மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி 1995 ஆம் வருடத்திற்கான உற்பத்தியைக் கணக்கிடுக.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994
உற்பத்தி (ஆயிரம் டன்)	70	72	88	90	92

45. 2000 ஆம் வருடத்திற்கான தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண கீழ்க்கண்டவற்றைக் கண்டறிக.

(1) மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி நேர்க்கோட்டினைப் பொருத்துக.

(2) போக்கு மதிப்புகளைக் காண்க.

வருடம்	1990	1991	1992	1993	1994	1995
தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கை (நூறுகளில்)	20	21	23	25	27	29

46. ஒரு நிறுவனத்தின் ஏற்றுமதி அளவு கீழ்க்கண்டவாறு.

வருடம்	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
ஏற்றுமதி (மில்லியனில்)	12	13	13	16	16	19	23

நேர்க்கோட்டினைப் பொருத்தி 2005 ஆம் வருடத்திற்கான ஏற்றுமதிப்பினை கணக்கிடுக.

47. மழை விவரத்தரவுகளுக்கு பருவகாலக் குறியீட்டினை எளிய சராசரி முறையில் கணக்கிடுக.

காலாண்டு / வருடம்	I	II	III	IV
2000-01	314.5	335.6	16.8	118.4
2001-02	260.0	379.4	70.0	85.8
2002-03	185.4	407.1	8.7	129.8
2003-04	336.5	403.1	12.0	283.4
2004-05	360.7	472.1	14.3	231.7

48. தமிழ்நாட்டில் பெய்த மழை விவரங்களுக்கு (மிமீல்) பருவகால குறியீடுகள் காண்க

காலாண்டு / வருடம்	2009	2010	2011	2012
I	38.2	38.5	55	50.5
II	166.8	250.9	277.7	197
III	612.6	773.1	717.8	706.1
IV	72.2	153.1	65.8	101.1

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 217 1/28/2020 6:45:15 PM

49. கீழ்காணும் அட்டவணை சில வருடங்களில் ஏற்பட்ட காலாண்டு செலவினங்களைக் (1 இலட்சங்களில்) குறிக்கிறது. அவ்விவரங்களுக்கு பருவகால குறியீடுகள் காண்க.

வருடம் / பருவம்	2000	2001	2002	2003
I	78	84	92	100
II	62	64	70	81
III	56	61	63	72
IV	71	82	83	96

50. தமிழ்நாட்டில் கேழ்வரகு உற்பத்திக்காக பயன்படுத்தப்படும் நிலபரப்பு அளவின் (ஆயிரம் ஹெக்டேரில்) விவரம் பின்வருமாறு:

வருடம்	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
பரப்பு (ஆயிரம் ஹெக்டேர்)	118	109	100	95	94	90	82	76

அவற்றிற்கு அரை சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகள் காண்க.

விடைகள்

I **1.** (ஆ) **2.** (இ) **3.** (ஈ) **4.** (அ) **5.** (ஈ)

6. (ஈ) **7.** (இ) **8.** (ஈ) **9.** (இ) **10.** (ஆ)

11. (அ) **12.** (ஆ) **13.** (ஆ) **14.** (ஆ) **15.** (இ)

III **34.** i) சுழல் மாறுபாடுகள் ii) ஒழுங்கற்றமாறுபாடு iii) நீண்டகாலப்போக்கு

37. 22.44, 23, 23.56, 24.11, 24.67, 25.22

38. –, 108.67, 898.33, 1057.33, 1046, 1094.67, –

IV **41.** 48, 63, 77, 92, 107, 121, 136

42. 691.66, 709.72, 727.78, 745.84, 763.91, 781.97, 800.03, 818.09

43. –, –, 1658.75, 1659.625, 1684.875, 1729.125, 1777.875, 1820.375, –, –

44. 70, 76.2, 82.4, 88.6, 94.8, 101

45. 19.52, 21.38, 23.24, 25.1, 26.95, 28.81

2000 ஆம் வருடத்தில் தொலைபேசிகளின் எண்ணிக்கை 3812

46. 10.86, 12.57, 14.29, 16, 17.71, 19.42, 21.14

2005 ஆம் வருடத்திற்கான ஏற்றுமதி 27.97 மில்லியன்கள்.

47. 132, 181, 11, 77

48. 17, 83, 263, 37

49. 117, 91, 83, 109

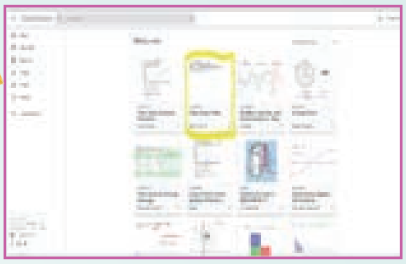
50. 113, 108, 103, 98, 93, 88, 83, 78

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 218 1/28/2020 6:45:15 PM

ICT CORNER

TIME SERIES AND FORECASTING

This activity helps to
Understand about
Times Series and Forecasting

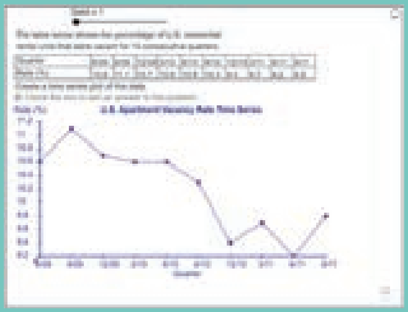


Steps:

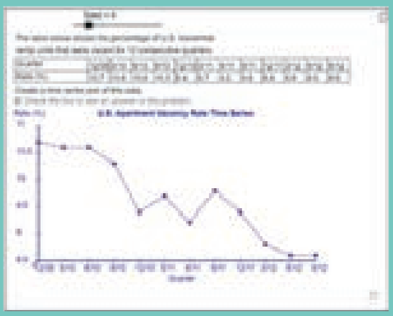
- Open the browser and type the URL given (or) scan the QR code.
- GeoGebra work book called "**Time Series Plot**" will open.
- Move the "seed" slider to select a new sample.
- Put the Tick Mark in the Check box to see an answer to the problem.

Step-1

Step-2



Step-3



Pictures are indicatives only*

URL:

https://www.geogebra.org/m/Cd6dvjMV

B236_12_STATISTICS_TM

07_12th_Statistics_TM_Unit_7.indd 219 1/28/2020 6:45:15 PM

அத்தியாயம் 8

வாழ்நிலைப் புள்ளியியலும் நிர்வாகப் புள்ளியியலும்

வில்லியம் ஃபார்
1807–1883

வில்லியம் ஃபார் (William Farr) என்பவர் பிரிட்டனைச் சேர்ந்த நோய்த்தொற்று அறிவியலார். மருத்துவப் புள்ளியியலைத் தோற்றுவித்தவர்களில் அவரும் ஒருவராவார். பிரிட்டனின் வாழ்நிலைப் புள்ளியியலை முறையாகத் தொகுத்தும் பகுப்பாய்வு செய்தும் வெளியிட்டதால், ஃபார், 'நவீன வாழ்நிலைப் புள்ளியியலின் தந்தை' என்று அழைக்கப்படுகிறார். லண்டனில் உள்ள சுகாதாரம் மற்றும் வெப்பமண்டல மருத்துவத்திற்கான கல்வி நிறுவனத்தின் வாயிலில், அவரது பணியைப் பெருமை படுத்தும் விதமாக, அவரது பெயர் பொறிக்கப்பட்டுள்ளதைக் காணலாம். கெப்பல் தெருவில் 1926 ஆம் ஆண்டு அந்நிறுவனக் கட்டிடம் கட்டப்பட்டது. அதில் சுகாதாரம் மற்றும் தொற்று நோய் மருத்துவ அறிவியலுக்குப் பணியாற்றிய 23 பேர்களின் பெயர்களும் பொறிக்கப்பட்டுள்ளன.

பி.சி. மஹலானோபிஸ்
1893–1972

பி.சி. மஹலானோபிஸ் (P.C. Mahalanobis), நிர்வாகப் புள்ளியியல் முறையை இந்தியாவில் உருவாக்குவதில் முன்னோடியாகத் திகழ்ந்தார். அவர், இந்திய அரசுக்கான முதல் கௌரவ புள்ளியியல் ஆலோசகர் ஆவார். தற்போதைய மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம், தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் ஆகியவற்றை அமைப்பதில் கருவியாகத் திகழ்ந்திருக்கிறார். இவர், கொல்கத்தாவிலுள்ள, உலகப்புகழ் பெற்ற இந்திய புள்ளியியல் நிறுவனத்தைத் (ISI) தோற்றுவித்தார். அந்நிறுவனத்தின் துணைமையங்கள் இந்தியாவில் பல்வேறு பகுதிகளில் உள்ளன. இந்நிறுவனம், புள்ளியியல் மட்டுமின்றி, நில அமைப்பியல், சமூகவியல், கணினி அறிவியல், கணினி அறிவியல், இயற்பியல் கோட்பாட்டியல் போன்ற துறைகளிலும் பங்காற்றி வருவது குறிப்பிடத்தக்கதாகும்.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- ❖ வாழ்நிலைப் புள்ளியியலின் முக்கியத்துவத்தைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ பல்வேறு இறப்பு விகிதங்கள் பற்றி அறிதல்.
- ❖ பல்வேறு பிறப்பு விகிதங்கள் பற்றி அறிதல்.
- ❖ வாழ்நிலை அட்டவணையில் உள்ளவற்றைப்பற்றி அறிதல்.
- ❖ வாழ்நிலை அட்டவணையை அமைத்தல்
- ❖ இந்திய புள்ளியியல் முறைமை பற்றி அறிதல்.
- ❖ நிர்வாகப் புள்ளியியலின் பங்கு பற்றி அறிதல்
- ❖ CSO, NSSO ஆகியவற்றையும், அதன் பிரிவுகளையும் அறிதல்.
- ❖ தற்போதைய இந்திய புள்ளியியல் முறை, செயல்படுத்தப்படும் விதம் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளுதல்.

PKALNP

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 220 1/28/2020 6:45:53 PM

8.1 வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் (Vital Statistics)

அறிமுகம்

மக்கள் தொகையியல் (Demography) என்பது, பொதுவில் மனிதஇனத்திற்கான மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு, சமூகம் சார்ந்த, இடம் சார்ந்த மக்களிடையே ஏற்படும் மாற்றங்கள் பற்றிய கணக்கெடுப்புகள் நடத்தி, அவற்றைப்பற்றிக் கூறுவதாகும்.

வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் (Vital Statistics) என்பது மக்கள் தொகையியலின் (Demograhpy) ஒரு பகுதியாகக் கருதப்படுகிறது. வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் என்பது, மனித வாழ்க்கையில் நிகழும் பிறப்புகள், இறப்புகள், திருமணங்கள், இடம்பெயர்தல் போன்றவற்றைப் பற்றிப் பகுப்பாய்வு செய்து விளக்கம் தரும் அறிவியல் முறையாகும்.

வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் பற்றிய வரையறைகள் சிலவற்றைக் கீழ்க்காண்போம்:

'பரம்பரைத்தன்மை அல்லது சூழ்நிலை சார்ந்துள்ள மானுடம் பற்றிய ஆய்ந்தறிதலில் பெறும் முடிவுகளை, எண்கணித முறையில் தொகுத்துக் கூறலாம்.'

–ஆர்தர் நியூஸ்ஹோம்.

வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் என்பது, பிறப்புகள், நோயுற்றல், இறப்புகள், திருமணங்கள் போன்றவற்றைப் பதிவு செய்யும் வழக்கமான பதிவேடுகளிலிருந்து பெறப்படும் தரவுகளைக் கொண்டது. அதிலிருந்து ஒரு சமூகத்தின் சுகாதாரம், வளர்ச்சி போன்றவை அறியப்படுகிறது.

–பெஞ்சமின்

ஒரு சமூகத்தின் அல்லது ஒரு பகுதியில் உள்ளோரின் வாழ்க்கையைப் பற்றி, அப்பகுதியிலிருந்து பெறப்படும் எண் சார்ந்த தரவுகளை அறிவியல் முறைப்படி கூறுவதே, வாழ்நிலைப் புள்ளியியலாகும்.

8.1.1 வாழ்நிலைப் புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம் (Importance of Vital Statistics)

வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் என்பது எண்சார்ந்த அளவுகளான, பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை, இறப்புகள், கருவில் இறப்புகள், குழவி இறப்புகள், கருவுறுதல் போன்றவற்றைக் கொண்டதாகும். அதன் முக்கியத்துவத்தைக் கீழ்க்காண்போம்.

- ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு, ஒரு மனித சமூகத்திற்கான மக்கள் தொகையியல் ஆய்வுக்கு வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் தரவுகள் அவசியமாக விளங்குகின்றன.
- ஒரு நாட்டின் வளர்ச்சியில், குறிப்பாக, மக்களின் உடல் நலம் பேணுவதில் வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் முக்கியத்துவம் வகிக்கிறது.
- சமூக – பொருளாதாரம், பொது சுகாதாரம் போன்றவற்றிற்கும், திட்டமிடுவதற்கும், முன்னேற்றத்திற்கான மதிப்பீடு காண்பதற்கும் வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் பயன்படுகிறது.
- பிறப்பு விகிதங்கள், இறப்பு விகிதங்கள் இவற்றிற்கிடையேயுள்ள ஏற்றதாழ்வுகள் ஏற்படுவதற்கான காரணங்களை அறிவதற்குப் பயன்படுகிறது.
- ஒரு நாட்டின் 'உடல் நலம் பேணல்' பற்றிய கருத்து அந்நாட்டிலுள்ள தாய்–சேய் இறப்பு விகிதம் சார்ந்ததாகும். இத்தரவுகளைக் கொண்டு உடல்நலம் பேணுதலின் தரத்தை உயர்த்துவதற்கு வேண்டிய திட்டங்களைத் தீட்ட வேண்டுவதற்கு வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் பயன்படுகிறது.
- இதிலுள்ள தரவுகளைக் கொண்டு, தேசிய, அயல் நாட்டுக் குறியீடுகளை ஒப்பிட முடிகிறது.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 221 1/28/2020 6:45:54 PM

- மருத்துவம், மக்கள்தொகையியல், காப்பீட்டு அறிவியல் ஆய்வு போன்ற துறைகளுக்குப் பயன்படுகிறது.
- அரசால் செயல்படுத்தப்பட்ட குடும்பநலத்திட்டங்களால் மக்களுக்கு ஏற்பட்ட பயன்கள் பற்றிய மதிப்பீட்டைச் செய்வதற்குப் பயன்படுகிறது.
- ஒரு பகுதியில் அல்லது சமூகத்தில் அல்லது நாட்டில், வாழ்நிலை நிகழ்வுகளால், மக்கள் தொகையில் ஏற்பட்ட மாற்றம் பற்றி வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் மூலம் கண்டறிய முடிகிறது.
- வாழ்நிலை நிகழ்வுகள் மூலம், மக்களின் உடல்நலம் பேணும்முறையை, இரு சமூகங்களுக்கோ, இருபகுதிகளுக்கோ, இரு நாடுகளுக்கோ ஒப்பிட்டுக் காண்பதற்கு வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் பயன்படுகிறது.

8.1.2 வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் சேகரிக்கும் முறைகள் (Collection of Vital Statistics)

வாழ்நிலை நிகழ்வுகளில் தரவுகளைச் சேகரிப்பதற்கு, கீழ்க்கண்ட ஐந்து முறைகள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.

(i) பதிவு செய்யும் முறை (Registration System)
(ii) முழுக்கணிப்பு முறை (Census/Complete Enumeration Method)
(iii) களக்கணிப்பு முறை (Survey method)
(iv) மாதிரி பதிவுசெய்யும்முறை (Sample Registration System)
(v) பகுத்தாய்வு முறை (Analytical method)

(i) பதிவு செய்யும் முறை (Registration System)

பதிவு செய்யும் முறை என்பது, வாழ்நிலை நிகழ்வுகளின் விவரங்களைச் சேகரிக்கும் பொதுவான முறையாகும். இது ஒரு அரசின் நிர்வாகம் சார்ந்ததாக விளங்குகிறது. அரசே, மக்களின் வாழ்நிலை நிகழ்வுகளான பிறப்புகள், இறப்புகள், திருமணங்கள், மக்களின் இடம்பெயர்வுகள் போன்றவற்றைப் பதிவு செய்து வைத்திருக்கும் அதிகாரத்தைப் பெற்றுள்ளது. பல நாடுகள் இம்முறையைப் பின்பற்றி வருகின்றன. இந்தியாவில் பிறப்பு – இறப்புகளைக் கட்டாயம் பதிவு செய்ய வேண்டும் என்ற பிறப்பு – இறப்பு பதிவு சட்டம் 1969 இல் நிறைவேற்றப்பட்டது. அது 1970 ஆம் ஆண்டு அரசிதழில் வெளியிடப்பட்டு, உடனடியாக செயல்பாட்டுக்கு வந்துள்ளது.

(ii) முழுக்கணிப்பு முறை (Census/Complete Enumeration Method)

ஒரு நாட்டின் மக்களைப் பற்றிய விவரங்களை, மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பின் மூலம் தெரிந்து கொள்ளலாம். பெரும்பாலான நாடுகளில், பத்து ஆண்டுகள் இடைவெளியில் மக்கள் தொகை கணக்கிடல் எடுக்கப்பட்டு வருகிறது. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலுக்குத் தேவையான, வயது, பாலினம், திருமண நிலை, கல்வி நிலை, தொழில், மதம் மற்றும் மற்ற விவரங்களும் முழுக்கணிப்பு முறையில் சேகரிக்கப்படும். இருப்பினும், அவ்விவரங்கள் அந்த ஆண்டிற்கு மட்டும் உரியனவாகவே கருதப்படும்.

(iii) களக்கணிப்பு முறை (Survey method)

பதிவு அலுவலகங்கள் இல்லாத பகுதிகளில் பிறப்பு – இறப்புகள் பற்றிய விவரங்களைச் சரியாகப் பதிவு செய்ய இயலாது. அப்பகுதிகளில் தனித்த களக்கணிப்புகள் (Adhoc Surveys) நடத்தி தரவுகள் பெறப்படுகின்றன. அத்தரவுகள், அப்பகுதியைச் சேர்ந்த வாழ்நிலைப் புள்ளியியலுக்கு மட்டுமே பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 222 1/28/2020 6:45:54 PM

(iv) மாதிரி பதிவுசெய்யும் முறை (Sample Registration System)

மக்கள் தொகை வளர்ச்சி பற்றி அறிய வேண்டுமானால், வாழ்நிலை விகித அளவைகள் பற்றி அறிந்திருக்க வேண்டும். குடும்பக்கட்டுப்பாடு திட்டங்கள், கருவளர்ச்சியைக் கட்டுப்படுத்தும் திட்டங்களைச் சார்ந்தே இருப்பதால், அவை பற்றிக் கணக்கிட வாழ்நிலை விகித அளவைகள் பற்றித் தெரிந்திருக்க வேண்டும்.

அவற்றைக் காண்பதற்கு, தேசிய அளவிலும், மாநில அளவிலும், மாதிரி பதிவுசெய்யும் முறையைப் பயன்படுத்தி, கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் பெறப்படுகின்றன.

தேசிய அளவில்

(a) குழவி இறப்பு (Infant mortality)

(b) சிற்றூர்களில் வயதைப் பொறுத்த இறப்பு விகிதம் (Age – specific mortality rates in rural areas)

(c) வாழ்நிலை விகிதங்களைக் காண்பதில் மாதிரியின் வேறுபாடுகள் (Sampling variability of vital rates)

மாநில அளவில்

(a) கல்வி, மதம், சமநிலை ஆகியவற்றில் பிறப்புவிகிதம் காணும் போது ஏற்படும் வேறுபாடுகள்

(b) பாலின விகிதம்

(c) பருவங்களுக்கு ஏற்ப பிறப்பு – இறப்பு விகிதங்கள்

(v) பகுப்பாய்வு முறை (Analytical Method)

இரு மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு ஆண்டுகளுக்கிடையே, ஏதேனும் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டுக்கான மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பைத் தனித்த களக்கணிப்பு முறை மூலம் கணிக்க இயலாது. ஆனால் பகுப்பாய்வு முறை மூலம் கணித சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கான வாழ்நிலை நிகழ்வுகளைப் பற்றிய மதிப்பீடுகளைப் பெறலாம்.

வாழ்நிலை விகிதங்களைக் கணக்கிடும் முறை

பொதுவாக, ஒரு வாழ்நிலை நிகழ்வின் விகிதத்தைக் கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$\text{ஒரு வாழ்நிலை நிகழ்வின் விகிதம்} = \frac{\text{ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் நடந்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{அந்நிகழ்வின் போதுள்ள மக்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

வழக்கமாக, வாழ்நிலை நிகழ்வுகளின் விகிதங்கள் 1000 பேருக்கு என்பதாகக் கணக்கிடப்படும்.

8.1.3 இறப்பு நிலையும் அதன் அளவீடுகளும் (Mortality and its measurements)

இறப்பு என்பது, மக்கள் தொகையில் அல்லது ஒரு சமுகத்தில் அல்லது ஒரு பகுதியில் நோய், விபத்து போன்றவற்றால் ஏற்படும் உயிரிழப்பைக் குறிப்பிடுவதாகும்.

இறப்பு விகிதத்தை அளவிட பல இறப்பு விகிதங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவற்றுள் முக்கியமானவற்றைக் கீழ்க்காண்போம்.

(i) செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (Crude Death Rate)

(ii) குறிப்பான இறப்பு விகிதம் (Specific Death Rate)

(iii) குழவி இறப்பு விகிதம் (Infant Mortality Rate)

(i) செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (CDR - Crude Death Rate)

இறப்பு விகிதங்களில், **செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்** (CDR) கணக்கிடும் முறை மிகவும் எளிதானதாகும். அது ஒரு சமூகத்தில் அல்லது ஒரு பகுதியில் உள்ள மக்களின் இறப்புகளை அப்பகுதி மக்கள் தொகையுடன் தொடர்புப்படுத்தி, பொதுவாக ஓர் ஆண்டுக்குக் கணக்கிடப்படும் விகிதமாகும். செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (Crude Death Rate) என்பது

$$CDR = \frac{D}{P} \times 1000$$

என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

இங்கு D என்பது கொடுக்கப்பட்ட காலத்தில் ஒரு சமூகம் அல்லது அப்பகுதி மக்களிடையே ஏற்படும் இறப்புகளைக் குறிக்கும்.

P என்பது அச்சமூகத்தின் அல்லது அப்பகுதியின் மக்கள் தொகையைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.1

ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், ஒரு சிற்றூரில் வாழ்ந்த மக்களின் எண்ணிக்கை 15,000. அதே காலத்தில் அவ்வூரில் இறந்தவர்கள் எண்ணிக்கை 98 எனில் அவ்வூரின் செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் என்ன?

தீர்வு:

செப்பனிடா இறப்புவிகிதம் (CDR)

$$\begin{aligned} CDR &= \frac{D}{P} \times 1000 \\ &= \frac{98}{15000} \times 1000 \\ &= 6.53 \text{ பேர்} \end{aligned}$$

(இவ்விகிதம் ஆயிரம் பேருக்கு என்பதாகக் கூறப்படும்)

குறிப்பு: சில சமயங்களில், மக்களின் வயதுக்கு ஏற்ப, ஒன்றுக்கொன்று இணைப்பில்லா பல குழுக்களாக எல்லோரையும் பிரித்து அதிலிருந்து விவரங்கள் பெறப்படுகின்றன. பின் அதிலிருந்து செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் கணக்கிடப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8.2

ஒரு நகரத்திலுள்ள மக்கள், அவரவர் வயதிற்கேற்ப ஐந்து குழுக்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளனர். ஒரு நாட்காட்டி ஆண்டில், அந்நகரில் வாழ்ந்த மக்களையும், அதே ஆண்டில் இறந்தோரையும்

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 224 1/28/2020 6:45:54 PM

பதிவு செய்து அது பற்றிய விவரம் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அதைக்கொண்டு அந்நகரின் செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

வயதின்படி உள்ள குழுக்கள் (ஆண்டுகளில்)	0-10	10-30	30-50	50-70	70 க்கு மேல்
மக்களின் எண்ணிக்கை	5,000	10,000	15,000	10,000	2,000
இறந்தோர் எண்ணிக்கை	125	30	30	200	1,000

தீர்வு:

வயதைக் கருத்தில் கொள்ளாமல், அந்நகரில் இறந்தோரின் எண்ணிக்கை 1385 ஆகும். அந்நகரின் மொத்த மக்கள் தொகை 42000 ஆகும். எனவே, செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்

$$CDR = \frac{1385}{42000} \times 1000 = 32.98$$

அந்நகரின் செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் 1000 பேருக்கு 32.98 ஆக இருக்கிறது.

செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் எளிமையாகக் கணக்கிடக்கூடியதால், இம்முறை பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும் இறப்புவிகிதம் காண்பதில், இது ஒரு சீரற்ற அளவையாகவே கருதப்படுகிறது. இது கணக்கிடப்படும் போது, மக்கள் தொகையில் வயதையோ, பாலினத்தையோ கருத்தில் கொள்வதில்லை. இறப்பின் நிகழ்தகவு எல்லா வயதினருக்கும் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதில்லை. இரு சமூகங்களுக்கிடையே, வயதின் அடிப்படையில் ஒரே மாதிரியான குழுக்களாகப் பிரிக்கப்படாமல் இருந்தால், செப்பனிடா இறப்பு விகிதங்களைக் கணக்கிட்டு ஒப்பிடும்போது, தவறான தகவல் பெறுவதற்கான வாய்ப்புண்டு. மேலும் அதே வயதினராயிருந்தாலும், பாலினத்தைப் பொருத்தும், இறப்பின் நிகழ்தகவு வேறுபடுவதால் செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் தவறாக இருக்க நேரிடும்.

(ii) குறிப்பான இறப்பு விகிதம் (SDR - Specific Death Rate)

மக்களின் வயது, பாலினம், தொழில் போன்ற பல்வேறு பிரிவுகளில் உள்ளோரின் இறப்பு முறை மாறுபடும்.

மக்கள் தொகையில் உள்ள மக்களின் பிரிவுகளுக்கு ஏற்ப, **குறிப்பான இறப்பு விகிதம்** (Specific Death Rate (SDR)) என்பதைக் கணக்கிடலாம். வயது, பாலினம், தொழில், திருமணநிலை போன்ற பிரிவுகளில் உள்ள குழுக்களுக்குக் குறிப்பான இறப்புவிகிதம் கணக்கிடலாம். அது

$$\text{குறிப்பான இறப்பு விகிதம் } (SDR) = \frac{D_S}{P_S} \times 1000 \text{ ஆகும்.}$$

இங்கு

D_S என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், மக்களிடையே ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவினருக்கான இறப்புகளின் எண்ணிக்கை.

P_S என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் அக்குறிப்பிட்ட பிரிவினரைக் கொண்ட மொத்த மக்கள் தொகையின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

குறிப்பான இறப்புவிகிதம் (SDR) எல்லா பிரிவுகளுக்கும் கணக்கிடலாம். இறப்பு விகிதம் வயதைப் பொறுத்துக் காணவேண்டுமென்றால், 0-5 வயதுகள், 50-60 வயதுகள், 50-65 வயதுகள் போன்றவற்றில் காணும் இறப்பு விகிதங்களை, வயதைக்குறித்த இறப்பு விகிதம் (Age Specific Death Rates (ASDR)) என்போம். வயதைக் குறித்த குழு $(x,x+n)$ என்பதற்கு, x என்ற வயதை நிறைவு செய்தோரும், $x+n$என்ற வயதைவிடக் குறைந்த வயதுடையவரும் அக்குழுவில் உள்ளனர் என்பதாகும்.

இங்கு,

$D(x,n)$ என்பது, ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் $(x,x+n)$ இல் அமையும் வயதுடைய குழுக்களிடையே ஏற்படும் இறப்புகளின் பதிவையும்,

$P(x,n)$ என்பது அதே குறிப்பிட்ட பகுதியில், அதே காலத்தில் $(x,x+n)$ இல் அமையும் வயதுடைய குழுக்களில் உள்ளோரின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கும் எனில், $(x,x+n)$ இல் அமையும் வயதுடைய குழுக்களின் வயதைக்குறித்த இறப்பு விகிதம் (ASDR – Age Specific Death Rate) என்பது

$$ASDR(x,n) = \frac{D(x,n)}{P(x,n)} \times 1000.$$

என்று கணக்கிடப்படுகிறது.

பாலினம் தொடர்பான இறப்பு விகிதங்களைக் காண்பதற்கு பாலினம் குறித்த இறப்பு விகிதத்தைக் SDR (Gender) கணக்கிட வேண்டும். அதே போல் பருவகால நோய்களான, டெங்கு, சிக்குன்குனியா, ஸ்வைன்ஃப்ளு போன்றவற்றால் ஏற்படும் இறப்பு விகிதங்களை ஓரிடத்தில் ஒப்பீடு செய்வதற்கு SDR பயன்படுத்தப்படுகிறது.

செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தைப் (CDR) போல் இல்லாமல், மக்களின் பல்வேறு பிரிவுகளுக்கும் குறிப்பான இறப்பு விகிதத்தையும் (SDR), வயதைக்குறித்த இறப்பு விகிதத்தையும் (ASDR) பயன்படுத்த முடிகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8.3

இரு பகுதிகளிலுள்ள மக்கள் தொகை எண்ணிக்கை, அப்பகுதிகளிலுள்ள வயதுக்கேற்ற குழுக்கள், அவற்றில் ஏற்பட்ட இறப்புகள் ஆகியவை கீழ்க்கண்டஅட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. அதற்கு, செப்பனிடப்படா இறப்பு விகிதத்தையும், வயதைக் குறித்த இறப்பு விகிதத்தையும் காண்க.

வயது (ஆண்டுகளில்)	பகுதி I		பகுதி II	
	மக்கள் தொகை	இறப்புகளின் எண்ணிக்கை	மக்கள் தொகை	இறப்புகளின் எண்ணிக்கை
0-10	3000	55	7500	300
10-25	4500	30	6000	50
25-45	6000	40	8000	40
45 க்கு மேல்	1000	15	2000	64

தீர்வு:

வயதைக் குறித்த இறப்புவிகிதம்

$$ASDR(x,n) = \frac{D(x,n)}{P(x,n)} \times 1000$$

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 226 1/28/2020 6:45:54 PM

இங்கு,

$D(x,n)$ என்பது, $(x,x+n)$ இல் அமையும் வயதுள்ள குழுக்களிடையே ஏற்படும் இறப்புகள்.

$P(x,n)$ என்பது $(x,x+n)$ இல் அமையும் வயதுள்ள குழுக்களில் உள்ளோரின் எண்ணிக்கை.

இருபகுதிகளிலும் உள்ளோரின் வயதைக்குறித்த இறப்பு விகிதங்கள் (ASDR) கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

வயது (x)	பகுதி I			பகுதி II		
	$P(x,n)$	$D(x,n)$	$ASDR(x,n)$ (ஆயிரம் பேருக்கு)	$P(x,n)$	$D(x,n)$	$ASDR(x,n)$ (ஆயிரம் பேருக்கு)
0-10	3000	55	$\frac{55}{3000}\times1000 = 18.33$	7500	300	$\frac{300}{7500}\times1000 = 40.00$
10-25	4500	30	$\frac{30}{4500}\times1000 = 6.67$	6000	50	$\frac{50}{6000}\times1000 = 8.33$
25-45	6000	40	$\frac{40}{6000}\times1000 = 6.67$	8000	40	$\frac{40}{8000}\times1000 = 5.00$
45 க்கு மேல்	1000	15	$\frac{15}{1000}\times1000 = 15.00$	2000	64	$\frac{64}{2000}\times1000 = 32.00$
கூடுதல்	14500	140		23500	454	

பகுதி I இன் செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் $(CDR) = \frac{140}{14500}\times1000 = 9.66$ (ஆயிரம் பேருக்கு)

பகுதி II இன் செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் $(CDR) = \frac{454}{23500}\times1000 = 19.32$ (ஆயிரம் பேருக்கு)

எடுத்துக்காட்டு 8.4

இரு மாவட்டங்களில், ஒரு நாட்காட்டி ஆண்டில் நீரிழிவு நோய், நுரையீரல் புற்றுநோய் ஆகியவற்றால் பாதிக்கப்பட்ட மக்களையும், அந்நோய்களால் இறந்தவர் பற்றியும் கிடைக்கப்பெற்ற தகவல்கள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

இறப்பிற்கான காரணம்	மாவட்டம் A		மாவட்டம் B	
	பாதிக்கப்பட்டோர் எண்ணிக்கை	இறந்தோர் எண்ணிக்கை	பாதிக்கப்பட்டோர் எண்ணிக்கை	இறந்தோர் எண்ணிக்கை
நீரிழிவு நோய்	20,000	325	22,000	400
நுரையீரல் புற்றுநோய்	19500	300	21,225	380

இவ்விரு மாவட்டங்களுக்கும் நோய் குறித்த இறப்பு விகிதம் காண்க. மேலும் இறப்பிற்கான காரணங்களைப் பொருத்து, உடல்நலம் பேணல் குறித்து இவ்விரு மாவட்டங்களையும் ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

நோயின் காரணமாக ஏற்பட்டஇறப்பு விகிதத்தைப் பின்வருமாறு காண்க.

இரு மாவட்டங்களிலும் நோயைப் பொறுத்து குறிப்பான இறப்புவிகிதம் காண, SDR (நோய்) என்பதில், SDR (நீரிழிவு), SDR (நுரையீரல் புற்றுநோய்) என்பதைக் காண வேண்டும். இதன் சூத்திரத்தில், D என்பது இறப்பையும் P என்பது மொத்தமாகப் பாதிக்கப்பட்டோரையும் குறிக்கும்.

மாவட்டம் A

$$SDR\text{ (நீரிழிவு)} = \frac{D\text{ (நீரிழிவு)}}{P\text{ (நீரிழிவு)}} \times 1000$$

$$= \frac{325}{20000} \times 1000$$

$= 16.25$ (ஆயிரம் பேரில்)

$$SDR\text{ (நுரையிரல்)} = \frac{D\text{ (நுரையிரல் புற்றுநோய்)}}{P\text{ (நுரையிரல் புற்றுநோய்)}} \times 1000$$

$$= \frac{300}{19500} \times 1000$$

$= 15.38$ (ஆயிரம் பேரில்)

மாவட்டம் B

$$SDR\text{ (நீரிழிவு)} = \frac{D\text{ (நீரிழிவு)}}{P\text{ (நீரிழிவு)}} \times 1000$$

$$= \frac{400}{22000} \times 1000$$

$= 18.18$ (ஆயிரம் பேரில்)

$$SDR\text{ (நுரையிரல்)} = \frac{D\text{ (நுரையிரல் புற்றுநோய்)}}{P\text{ (நுரையிரல் புற்றுநோய்)}} \times 1000$$

$$= \frac{380}{21225} \times 1000$$

$= 17.90$ (ஆயிரம் பேரில்)

இரு மாவட்டங்களிலும் நீரிழிவு நோயினால் ஏற்படும் இறப்பு விகிதம், நுரையீரல் புற்றுநோயினால் ஏற்படும் இறப்பு விகிதத்தைவிட அதிகமாக உள்ளது. மேலும் இவ்விரு மாவட்டங்களை ஒப்பிடும்போது, மாவட்டம் B இல், மேற்கண்ட இரு நோய்களாலும் ஏற்படும் இறப்பு விகிதம் அதிகமாக உள்ளது என்பதை அறிகிறோம்.

குறிப்பு: குறிப்பான இறப்புவிகிதம் (SDR), பாலினம் பொறுத்தும் காணலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு, ஆண்களுக்கான குறிப்பிட்ட இறப்பு விகிதம் காண வேண்டுமானால், அதை

$$SDR\,(\text{ஆண்}) = \frac{D\,(\text{ஆண்})}{P\,(\text{ஆண்})} \times 1000$$

என்பதன் மூலம் கணக்கிடலாம்.

(iii) குழவி இறப்பு விகிதம் (Infant Mortality Rate)

இங்கு குழவி எனக் குறிப்பிடுவது ஓராண்டை நிறைவு செய்யாத குழந்தையைக் குறிக்கும். ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், பிறக்கும் குழந்தைகளுக்கும், ஓராண்டைக்கூட நிறைவு செய்யாமல் இறக்கும் குழவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமே **குழவி இறப்பு விகிதம்** (Infant Mortality Rate) என்று வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$\text{குழவி இறப்பு விகிதம்}\,(IMR) = \frac{D\,(\text{குழவி})}{P\,(\text{குழவி})} \times 1000$$

எனக் கணக்கிடப்படுகிறது.

இங்கு

D(குழவி) என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையில் உள்ள குழந்தைகளின் இறப்பையும்,

P(குழவி) என்பது அக்குறிப்பிட்ட காலத்தில் மக்களிடையே பிறந்த குழவிகளின் எண்ணிக்கையையும் குறிக்கும்.

ஐந்து வயதுக்குற்பட்ட குழந்தைகளின் இறப்புவிகிதம் [Under 5 mortality Rate ($U5MR$)]: முன்பு கூறியுள்ளவாறு, ஐந்து வயதுக்கு உற்பட்ட குழந்தைகளின் இறப்பு விகிதத்தையும் மேற்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8.5

ஒரு நகரில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் பிறந்த குழவிகளின் எண்ணிக்கையும், அதே கால இடைவெளியில் இறந்த குழவிகளின் எண்ணிக்கையும், முறையே 400ஆகவும், 25 ஆகவும் பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளன. அதிலிருந்து அந்நகரின் குழவி இறப்பு விகிதத்தைக் (IMR) கணக்கிடுக.

தீர்வு:

அந்த நகரின் குழவி இறப்பு விகிதம் (IMR),

$$IMR = \frac{25}{400} \times 1000$$

$$= 62.50 \text{ (ஆயிரம் பேருக்கு)}$$

8.1.4 வாழ்நிலை அட்டவணையும் அதன் பயன்பாடுகளும் (Life Table and its applications)

வாழ்நிலை அட்டவணை என்பது, ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், ஒரு சமூகத்தில் உள்ள மக்களின் பல்வேறு வாழ்நிலைகளில் ஏற்படும் இறப்புகள் பற்றித் தொகுத்து விளக்கம் தரும் அட்டவணையாகும்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 229 1/28/2020 6:45:54 PM

மக்கள் தொகையில், ஒரே காலத்தில் பிறந்தவர்களாகவும் ஏறத்தாழ ஒரே இறப்பு நிலையைக் கொண்டவர்களாகவும் உள்ள ஒரு பெருங்குழுவை (*cohort*) எடுத்துக்கொண்டு அவர்களின் வாழ்வில் ஒவ்வோர் ஆண்டும் குறிப்பிட்ட வயதை நிறைவு செய்வோரையும் அந்த ஆண்டில் ஏற்படும் இறப்புகளையும் ஓர் அட்டவணைப்பதிவின் மூலம் விளக்கமாகத் தரப்படுகிறது. இது பெருங்குழுவினல் உள்ளோரின் வாழ்க்கை நிலையின் வரலாற்றை எடுத்து இயம்புவதாக அமையும்.

வாழ்நிலை அட்டவணையின் பயன்கள்

- காப்பீட்டு கணிப்பாளர்கள், வாழ்நாள் காப்பீட்டு திட்டத்திற்கான உயர்மதிப்பை (Premium) நிர்ணயிக்கும் போது, பல வயது குழுக்களுக்கான வாழ்நிலை அட்டவணையைப் பயன்படுத்துகின்றனர்.
- மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பிலும், பிறப்பு இறப்பு பதிவுகளில் துல்லியத் தன்மையைப் பெறுவதற்கும் இவ்வட்டவணை பயன்படுகிறது.
- மக்கள் தொகை வளர்ச்சியில், குடும்பக்கட்டுப்பாடு திட்டங்களின் தாக்கம் பற்றி மதிப்பிட உதவுகிறது.
- புதிய அறிவியல் கண்டுபிடிப்புகளாலும், மிச்சிறந்த மருத்துவ வசதிகளாலும், மேம்பட்ட வாழ்க்கை முறைகளாலும் ஏற்படும் மக்களின் ஆயுட்கால நீட்டிப்பைப் பற்றி அறிய உதவுகிறது.
- வாழ்நிலை அட்டவணை விவரங்களிலிருந்து, மக்களின் இடம்பெயர்வு பற்றிய விவரங்களையும் மதிப்பீடு செய்யலாம்.

வாழ்நிலை அட்டவணையை அமைத்தல்:

வாழ்நிலை அட்டவணை அமைக்கும்போது பெருங்குழுவே ($cohort$) முழுமைத்தொகுதியாகக் கருதப்படும். ஒரு வாழ்நிலை அட்டவணையில், முக்கிய கூறுகளாகக் கீழ்க்கண்டவை இடம்பெறுவதைக் காணலாம்.

(i) வயது (x)

(ii) எஞ்சியிருப்போர் சார்பு அல்லது உயிர்வாழ்வோர் சார்பு

(iii) $(x,x+1)$ என்ற வயது இடைவெளிக்குள் ஏற்படும் இறப்புகளின் எண்ணிக்கை

(iv) x வயதுவரை உயிர்வாழ்ந்தும், எஞ்சியிருக்கும் $(x+1)$ வயதுக்கு முன்பாகவே உயிர் இழப்போரின் நிகழ்தகவு.

(v) x வயதுவரை உயிர்வாழ்ந்தும், எஞ்சியிருக்கும் $(x+1)$ வயதுவரை உயிர் வாழ்வோருக்கான நிகழ்தகவு.

(vi) $(x,x+1)$ என்ற வயது இடைவெளியில் வாழ்ந்தோர் பற்றிய மதிப்பீட்டு (aggregate) எண்ணிக்கை

(vii) பெருங்குழுவில் x என்ற வயது வரையும், அதற்கு மேலும் வாழ்ந்தோரின் எண்ணிக்கை

(viii) வாழ்நாளின் எதிர்பார்ப்பு.

மேற்கூறிய கூறுகளைக் கணக்கிட்டுக் கண்டறிவதற்காக, சில சூத்திரங்களையும், அதன் குறியீடுகளையும், அதற்கான விளக்கங்களையும் கீழ்க்காண்போம்.

(i) x என்பது வயதினை ஆண்டுகளில் குறிக்கும்.

(ii) $l(x)$ என்பது, வயது சரியாக x ஆண்டுகளாக இருக்கும்போது வாழ்ந்திருப்போரைக் குறிக்கும். $l(25)$ என்பது, 25 ஆவது வயதை அடைந்த தருணத்தில் உள்ளோரின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். $l(x)$ என்பது ஒரு குறையும் சார்பாக இருக்கும்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 230 1/28/2020 6:45:54 PM

பெருங்குழுவின் (Cohort) அளவு, பொதுவாக 1,00,000 என்ற எண்ணிக்கையில் அமைவதாக எடுத்துக்கொள்ளப்படும். **பெருங்குழுவின் அளவு** (Radix), ஆரம்ப நிலையான $l(0)$ என்றும் குறிக்கப்படும்.

(iii) $d(x)$ என்பது, $l(x)$ மக்களிடையே, x என்ற வயதை அடைவதற்கு முன்பாகவே இறப்போரின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

அது $d(x) = l(x) - l(x+1)$ என்று குறிப்பிடப்படும்.

(iv) $q(x)$ என்பது, x வயதுவரை வாழ்ந்து, $(x+1)$ வயதுக்கு முன்பாகவே இறப்போரின் நிகழ்தகவைக் குறிக்கும்.

அது $q(x) = \dfrac{d(x)}{l(x)}$ என்று குறிப்பிடப்படும்.

இது, $(x,x+1)$ என்ற வயதின் இடைவெளியில் இறப்போருக்கும், x வயதுவரை வாழ்ந்திருப்போருக்கும் இடையேயான விகிதமாகும்.

(v) $p(x)$ என்பது, x வயதை அடைந்தோருக்கும், $(x+1)$ வயதுவரை வாழ்வோருக்குமான நிகழ்தகவாகும். அதையே, $(x+1)$ வயதுவரை வாழ்வோருக்கும், x வயதை அடைந்தோருக்கும் உள்ள விகித சமம் என்றும் கூறலாம்.

அது $p(x) = 1 - q(x)$, அல்லது $p(x) = \dfrac{l(x+1)}{l(x)}$ ஆக அமையும்.

(vi) $L(x)$ என்பது, $(x,x+1)$ என்ற வயது இடைவெளிகளில் வாழ்ந்தோர் பற்றிய மதிப்பீட்டு *(aggregate)* எண்ணிக்கை ஆகும்.

அது $L(x) = \dfrac{l(x) + l(x+1)}{2}$ அல்லது $L(x) = l(x) - \dfrac{1}{2}d(x)$ என்று குறிக்கப்படும்.

(vii) $T(x)$ என்பது, x என்ற வயது வரையும், அதற்கு மேலும் பெருங்குழுவில் வாழ்ந்தோரின் ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

அது $T(x) = L(x)+L(x+1)+L(x+2)+ \ldots$

அல்லது $T(x+1) = T(x) - L(x)$ என்று குறிக்கப்படும்.

x ஆண்டுகளுக்குப்பிறகும், பெருங்குழுவில் வாழ்ந்தோரின் மொத்த ஆண்டுகளைக் குறிப்பதற்கு இவ்விதி பயன்படுத்தப்படுகிறது.

(viii) $e^0(x)$ என்பது வாழ்நாளின் எதிர்பார்ப்பைக் (Expectation of life) குறிக்கும்.

அது $e^0(x) = \dfrac{T(x)}{l(x)}$ என்று குறிக்கப்படும்.

தற்போதுள்ள இறப்பு சூழ்நிலைகளைப் பொருத்து, x வயதுடைய ஒருவரின், சராசரி வாழ்நாளின் எதிர்பார்ப்பைக் கணக்கிடுவதற்கு, மேற்கூறிய விதி பயன்படுத்தப்படுகிறது.

வாழ்நிலை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தும் போது நாம் கருத வேண்டியவை

(i) பெருங்குழுவில் உள்ள மக்களில், புதிதாக சேர்ப்பும் இல்லை விடுப்பும் இல்லை என்பதாகக் கருத வேண்டும். பெருங்குழுவில் குறைவு என்றால், அங்குள்ளோரிடையே இறப்பினால் மட்டுமே ஏற்பட்டது எனக் கொள்ளவேண்டும்.

(ii) பெருங்குழுவின் அளவு, நம் வசதிக்கேற்ப 1,00,000 என்ற அளவை எடுத்துக்கொள்வோம்.

(iii) வயது இடைவெளி ஒவ்வொன்றிற்கும், இறப்புகள் சீரான பரவலாக அமைக்கப்பட்டிருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.6

ஒரு பெருங்குழுவிற்கு, ஒரு வாழ்வியல் அட்டவணை அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அந்த அட்டவணையில் சில தகவல்கள் விடுபட்டுள்ளன. விடுபட்ட மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டு, அட்டவணையை நிரப்புக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
40	10, 645	-	-	-	-	1, 93, 820	-
41	10, 543	169	-	-	-	-	-

தீர்வு:

வாழ்நிலை அட்டவணையில், தெரிந்தவற்றிலிருந்து, தெரியாதவற்றை ஒன்றுக்கு ஒன்றுடன் உள்ள தொடர்பைப் பயன்படுத்தி நிறைவு செய்யலாம். அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளைக் கொண்டு, விடுபட்ட பகுதிகளை, கீழ்க்கண்ட சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

40 வயதை அடைவதற்கு முன்பே இறப்பவர்களின் எண்ணிக்கை காண

$d(x) = l(x) - l(x+1)$ ஐப் பயன்படுத்துக.

$$\begin{aligned} d(40) &= l(40) - l(41) \\ &= 10645 - 10543 \\ &= 102. \end{aligned}$$

x வயது வரை வாழ்ந்து, $(x+1)$ வயதுக்கு முன்பாகவே இறப்போரின் நிகழ்தகவு q(x) என்பதைக் காண, $q(x)=\dfrac{d(x)}{l(x)}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்துக.

$$\begin{aligned} q(40) &= \frac{d(40)}{l(40)} \\ &= \frac{102}{10645} \\ &= 0.0095. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q(41) &= \frac{d(41)}{l(41)} \\ &= \frac{169}{10543} \\ &= 0.0160. \end{aligned}$$

x வயது வரை வாழ்ந்து, $(x+1)$ வயதுவரை வாழ்வோருக்குமான நிகழ்தகவு $p(x)$ என்பதைக் காண, $p(x) = 1 - q(x)$ என்பதைப் பயன்படுத்துவோம்.

$$\begin{aligned} p(40) &= 1 - q(40) \\ &= 1 - 0.0095 = 0.9905 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(41) &= 1 - q(41) \\ &= 1 - 0.0160 = 0.9840 \end{aligned}$$

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 232 1/28/2020 6:45:55 PM

$(x,x+1)$ என்ற வயது இடைவெளிகளில் இறந்தோர் பற்றிய மதிப்பீட்டு எண்ணிக்கை $L(x)$ என்பதைக் காண $L(x)=\dfrac{l(x)+l(x+1)}{2}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி $L(x)$ இன் மதிப்பைக் காணலாம்.

$$L(40)=\frac{l(40)+l(41)}{2}$$
$$=\frac{10645+10543}{2}$$
$$= 10,594$$
$$L(41)=l(41)-\frac{1}{2}d(41)$$
$$=10,543-\frac{1}{2}\times 169 = 10,458.5$$
$= 10,459$ (சுமாராக)

கொடுக்கப்பட்ட $T(40)$ என்ற மதிப்பையும், கண்டறிந்த $L(40)$ மதிப்பையும் கொண்டு $T(41)$ மதிப்பை, $T(x+1) = T(x) - L(x)$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$T(41) = T(40) - L(40)$$
$$= 193820 - 10594$$
$$= 1,83,226.$$

பெருங்குழுவில் உள்ளோரில் வயது 40 மற்றும் வயது 41 ஆகிய வயதுடையோரின், வாழ்நாள் எதிர்பார்ப்பைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$e^0(x)=\frac{T(x)}{l(x)}$$
$$e^0(40)=\frac{1,93,820}{10,645}=18.20$$
$$e^0(41)=\frac{1,83,226}{10,543}=17.37$$

இப்போது நிறைவு செய்யப்பட்ட வாழ்நிலை அட்டவணை பின்வருமாறு:

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
40	10, 645	102	0.9905	0.0095	10,594	1, 93, 820	18.20
41	10, 543	169	0.9840	0.0160	10,459	1,83,226	17.37

எடுத்துக்காட்டு 8.7

வாழ்நிலை அட்டவணையின் ஒரு பகுதி கீழே தரப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு, அட்டவணையில் விடுபட்ட மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டு அட்டவணையை நிரப்புக.

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
83	3560	-	-	0.16	-	-	
84	-	508	-	0.17	-	11975	

தீர்வு:

கீழ்க்கண்ட விதிகளைப் பயன்படுத்தி, கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளிலிருந்து அட்டவணையில் விடுபட்ட மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

83 ஆம் வயதை அடையும் முன்பே இறப்போரின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட, $d(x) = l(x) \times q(x)$ என்பதைப் பயன்படுத்துவோம்.

$$d(83) = l(83) \times q(83)$$
$$= 3560 \times 0.16$$
$$= 569.6 = 570$$

உயிர் வாழ்வோர் சார்பு $l(x)$ இல், $x = 84$ ஆண்டுகள் என்பதைப் பிரதியிட்டு, மதிப்பிடலாம்.

$$l(84) = l(83) - d(83)$$
$$= 3560 - 570$$
$$= 2990$$

விடுபட்ட $p(x)$ மதிப்புகளைக் காண, $p(x) = 1 - q(x)$ என்பதைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$p(83) = 1 - q(83)$$
$$= 1 - 0.16 = 0.84$$
$$p(84) = 1 - q(84)$$
$$= 1 - 0.17 = 0.83$$

விடுபட்ட $L(x)$ மதிப்புகளைக் காண, $L(x) = \frac{l(x) + l(x+1)}{2}$ ஐப் பயன்படுத்துக.

$$L(83) = \frac{l(83) + l(84)}{2}$$
$$= \frac{3560 + 2990}{2}$$
$$= 3,275$$
$$L(84) = l(84) - \frac{1}{2} d(84)$$
$$2990 - \frac{508}{2}$$
$$L(84) = 2736.$$

கொடுக்கப்பட்ட $T(84)$ மதிப்பிலிருந்தும், கண்டறிந்த $L(83)$ மதிப்பிலிருந்தும், $T(83)$ இன் மதிப்பை $T(x) = L(x) + L(x + 1)$ என்ற விதியைக் கொண்டு காணலாம்.

$$T(84) = T(83) - L(83)$$
$$T(83) = L(83) + T(84)$$
$$T(83) = 3,275 + 11975 = 15,250$$

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 234 1/28/2020 6:45:56 PM

$x = 83$, $x = 84$ என்ற வயதுடையோருக்கு, பெருங்குழுவில் வாழ்நாள் எதிர்பார்ப்பைப் பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$e^0(x) = \frac{T(x)}{l(x)}$$

$$e^0(83) = \frac{15250}{3560} = 4.28$$

$$e^0(84) = \frac{11975}{2990} = 4.01$$

நிரப்பப்பட்ட வாழ்நிலை அட்டவனை பின்வருமாறு:

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
83	3560	570	0.84	0.16	3275	15250	4.28
84	2990	508	0.83	0.17	2736	11975	4.01

எடுத்துக்காட்டு 8.8

மக்கள் தொகுப்பு ஒன்றின் வாழ்நிலை அட்டவணையில் சில மதிப்புகள் விடுபட்டுள்ளன. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு கணக்கிட்டு அட்டவணையை நிரப்புக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
72	4412	-	-	-	-	-	-
73	3724	-	-	-	-	-	-
74	3201	642	-	-	-	26567	-

தீர்வு:

அட்டவணையில் விடுபட்டுள்ளவற்றின் மதிப்புகளைக் காண, வாழ்நிலை சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் காண்போம்.

வயது 72, வயது 73 ஆகியவற்றை நிறைவு செய்வதற்கு முன்பே இறப்பவர் எண்ணிக்கை

$$d(72) = l(72) - l(73)$$
$$= 4412 - 3724 = 688$$

$$d(73) = l(73) - l(74)$$
$$= 3724 - 3201 = 523.$$

விடுபட்ட $q(x)$ மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

$$q(72) = \frac{d(72)}{l(72)}$$
$$= \frac{688}{4412}$$
$$= 0.1559$$

$$q(73) = \frac{d(73)}{l(73)}$$

$$= \frac{523}{3724}$$

$$= 0.1404$$

$$q(74) = \frac{d(74)}{l(74)}$$

$$= \frac{642}{3201}$$

$$= 0.2006.$$

விடுபட்ட $p(x)$ மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்

$p(72) = 1 - q(72)$

$= 1 - 0.1559 = 0.8441$

$p(73) = 1 - q(73)$

$= 1 - 0.1404 = 0.8596$

$p(74) = 1 - q(74)$

$= 1 - 0.2006 = 0.7994.$

விடுபட்ட $L(x)$ மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்

$$L(72) = \frac{l(72)+l(73)}{2}$$

$$= \frac{4412+3724}{2}$$

$$= 4{,}068$$

$$L(73) = \frac{l(73)+l(74)}{2}$$

$$= \frac{3724+3201}{2}$$

$$L(74) = l(74) - \frac{d(74)}{2}$$

$$= 3201 - \frac{642}{2}$$

$$= 2880.$$

கொடுக்கப்பட்ட $T(74)$ மதிப்பிலிருந்தும், மதிப்பிடு செய்யப்பட்ட $L(72)$, $L(73)$ மதிப்புகளிலிருந்தும் $T(x)$ இன் மதிப்பைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

$T(73) = L(73) + T(74)$

$= 3463 + 26567 = 30{,}030.$

$T(72) = L(72) + T(73)$

$= 4068 + 30030 = 34{,}098.$

வயது 72, 73, 74 ஆகியோருக்கு, பெருங்குழுவில் வாழ்நாள் எதிர்பார்ப்பை $e^0(x) = \frac{T(x)}{l(x)}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$e^0(72) = \frac{34098}{4412} = 7.73$$

$$e^0(73) = \frac{30030}{3724} = 8.06$$

$$e^0(74) = \frac{26567}{3201} = 8.30$$

நிறைவு செய்யப்பட்ட வாழ்நிலை அட்டவணை பின்வருமாறு:

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
72	4412	688	0.8441	0.1559	4,068	34,098	7.73
73	3724	523	0.8596	0.1404	3,463	30,030	8.06
74	3201	642	0.7994	0.2006	2,880	26,567	8.30

எடுத்துக்காட்டு 8. 9

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் விடுபட்டவற்றைக் காண்க.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
4	95,000	500	-	-	-	48,50,300	-
5	-	400	-	-	-	-	-

தீர்வு:

$x = 5$ ஆண்டுகள், என்பதை உயிர்வாழ்வோர் சார்பு $l(x)$ இல் பிரதியிட, மதிப்பைப் பெறலாம்.

$$l(5) = l(4) - d(4)$$
$$= 95000 - 500$$
$$= 94500$$

x வயது வரை வாழ்ந்து $(x + 1)$ வயதுக்கு முன்பாகவே இறப்போரின் நிகழ்தகவு $q(x)$ என்பதன் மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

$$q(4) = \frac{d(4)}{l(4)}$$
$$= \frac{500}{95000}$$
$$= 0.005$$

$$q(5) = \frac{d(5)}{l(5)}$$

$$= \frac{400}{94500}$$

$$= 0.004.$$

விடுபட்ட $p(x)$ மதிப்புகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்

$$p(4) = 1 - q(4)$$

$$= 1 - 0.005 = 0.995$$

$$p(5) = 1 - q(5)$$

$$= 1 - 0.004 = 0.996.$$

விடுபட்ட $L(x)$ மதிப்புகளைப் பின்வரும் முறையில் கணக்கிட்டுக் காணலாம்

$$L(4) = \frac{l(4)+l(5)}{2}$$

$$= \frac{95000+94500}{2}$$

$$= 94,750$$

$$L(5) = l(5) - \frac{d(5)}{2}$$

$$= 94500 - \frac{400}{2}$$

$$= 94,300.$$

$T(5)$ இன் மதிப்பைப் பின்வரும் முறைகயில் காணலாம்.

$$T(5) = T(4) - L(4)$$

$$T(5) = 4850300 - 94750 = 47,55,550.$$

வயது $x = 4$ ஆண்டுகள், 5 ஆண்டுகள் ஆகியவற்றிற்கு, பெருங்குழுவில், வாழ்நாள் எதிர்பார்ப்பைப் பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்திக் காண்கிறோம்.

$$e^0(x) = \frac{T(x)}{l(x)}$$

$$e^0(4) = \frac{4850300}{95000} = 51.06$$

$$e^0(5) = \frac{4755550}{94500} = 50.32$$

வாழ்நிலை அட்டவணையின் நிரப்பப்பட்ட வடிவம் பின்வருமாறு

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
4	95,000	500	0.995	0.005	94,750	48,50,300	51.06
5	94,500	400	0.996	0.004	94,300	47,55,550	50.32

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 238 1/28/2020 6:45:58 PM

8.1.5 கருவுறுதலும் அதன் அளவீடுகளும் (Fertility and its measurements)

பெண்கள் குழந்தை பெறும் வயது என்பது, குழந்தையைப் பெற்றெடுக்கும் நிலையை அடையும் வயதாகும். அதைப் பெண்களின் இனப்பெருக்க வயது என்றும் கூறலாம். பெண்கள், குழந்தைகள் பெறுவதற்கான நிலையை, **கருவுறும் நிலை (Fertility)** என்று அழைக்கிறோம்.

கருவுறுதலின் விகிதங்கள் (Fertility rates) எண்சார்ந்த பண்புகளை உடையது. மக்கள் தொகையின் வளர்ச்சிவிகிதங்கள், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், பொதுவாக ஓராண்டில் பிறக்கும் குழந்தைகளைக் கொண்டு அளவிடப்படுகிறது. குழந்தைகள் பெறக்கூடிய வயதுடைய ஆயிரம் பெண்களுக்கு, எத்தனை பேர் கருவுறும் நிலையுடையவர் உள்ளனர் என்பதாகக் கருவுறும் விகிதங்கள் கணக்கிடப்படுகின்றன.

இறப்பு விகிதங்களைப் போலவே, கருவுறுதலின் விகிதங்கள் பல உள்ளன. அவற்றுள் கீழ்க்கண்ட அடிப்படையான கருவுறுதலின் விகிதங்களை மட்டும் இங்கு காண்போம்.

(i) செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் [Crude Birth Rate (*CBR*)]

(ii) குறிப்பான கருவுறுதலின் விகிதம் [Specific Fertility Rate (*SFR*)]

(iii) பொதுவான கருவுறுதலின் விகிதம் [General Fertility Rate (*GFR*)]

(i) செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் (*CBR* - Crude Birth Rate)

ஒரு பகுதி அல்லது ஒரு சமூகத்தின் செப்பனிடா பிறப்புவிகிதம் (*CBR*), உயிரோடு பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையையும், அப்பகுதி அல்லது அச்சமூகத்தின் மக்கள் தொகையின் அளவையும் தொடர்பு படுத்துவதாகும். இது செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் (*CBR*)

$$CBR = \frac{B_t}{P_t} \times 1000$$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடப்படும்.

இங்கு,

B_t என்பது, ஒரு பகுதி அல்லது சமூகத்தில் t என்ற காலத்திற்கு உயிரோடு பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

P_t என்பது, ஒரு பகுதி அல்லது சமூகத்தில் t என்ற காலத்தில் உள்ள மக்கள்தொகையின் அளவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.10

ஒரு மாநகரில், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 15,628 ஆகும். அம்மாநகரில் அக்காலத்திற்குரிய மக்கள் தொகை 80,00,000 ஆகும். அவ்வாறாயின் அம்மாநகரின் செப்பனிடா பிறப்பு விகிதத்தைக் (*CBR*) கண்டுபிடி.

தீர்வு:

செப்பனிடா பிறப்பு விகிதத்தைப் (*CBR*) பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுவோம்.

$$CBR = \frac{B_t}{P_t} \times 1000$$

அம்மாநகரின் செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் (*CBR*)

$$CBR = \frac{15628}{8000000} \times 1000 = 1.95$$ (ஆயிரம் பேருக்கு).

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 239 1/28/2020 6:45:58 PM

எடுத்துக்காட்டு 8.11

ஒரு நகரில் வாழும் மக்களின் வயதிற்கேற்ப ஒன்பது குழுக்கள் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. அந்நகரில், ஒரு நாட்காட்டி ஆண்டில் பிறந்தவர் எண்ணிக்கையும், வயதிற்கேற்ப அங்குள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

வயது (ஆண்டுகளில்)	15 க்குக் கீழ்	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49	49 உம், அதற்கு மேலும்
மக்களின் எண்ணிக்கை	20,000	15,000	19,000	21,000	25,000	20,000	18,000	16,000	35,000
பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை	0	30	200	1,000	1500	800	500	100	0

அந்நகரின் செப்பனிடா பிறப்பு விகிதத்தைக் (CBR) கணக்கிடுக.

தீர்வு:

அந்நகரில், அக்குறிப்பிட்ட காலத்தில் வாழ்ந்த மக்களின் எண்ணிக்கை

$P_t = 1,89,000$

அந்நகரில், பிறந்தோரின் மொத்த எண்ணிக்கை

$B_t = 4,130.$

$$CBR = \frac{4130}{189000} \times 1000$$

$$= 21.85 \text{ (ஆயிரம் பேருக்கு)}$$

ஒரு பகுதி அல்லது ஒரு சமூகத்தின் மக்கள்தொகை வளர்ச்சி பற்றிய தெளிவான கருத்தை செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் (CBR) அளிக்கிறது. இது எளிமையாகவும், கணக்கிடுவதற்கு எளிதாகவும் இருக்கிறது.

இருப்பினும், இவ்விகிதம், மக்கள்தொகையில் வயது மற்றும் பாலினம் பற்றிய பிரிவுகளையும் குறிப்பாக, பெண்களிடையே குழந்தை பெறும் வயது பற்றிய பிரிவுகளைக் கருத்தில் கொள்ளாமல் இருக்கிறது. இது செப்பனிடா முறையாக இருப்பதனால், மக்கள் தொகையில், அதாவது P_t இல், ஆண்களையும், இனப்பெருக்க காலம் தாண்டிய பெண்களையும் சேர்த்துக் கணக்கிடப்படுகிறது. மேலும் குழந்தை பெறும் வயதுடையோர் எல்லாம் ஒரே மாதிரியான இனப்பெருக்கத் திறன் பெற்றிருப்பர் என்ற கருத்தும் ஏற்பதற்கு இயலாததாகும்.

அதனால் அடுத்து வரும் முறை செப்பனிடா முறையைவிடச் சிறந்ததாகும். அது பற்றி இனிக்காண்போம்.

(ii) பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (*GFR* - General Fertility Rate)

ஒரு பகுதி அல்லது ஒரு சமூகத்தில் உயிரோடு பிறக்கும் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையையும், அப்பகுதியிலுள்ள இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கையையும் தொடர்புப்படுத்தும் விகிதம், பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (GFR) என்று அழைக்கப்படுகிறது.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 240 1/28/2020 6:45:58 PM

அது

$$\text{பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம்} = \frac{\text{உயிரோடு பிறக்கும் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

அவ்விகிதம் குறியீட்டில், $GFR = \dfrac{B_t}{\sum_{i=a_1}^{a_2} P_t^i} \times 1000$ என்று குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு,

P_t^i என்பது, ஒரு பகுதி அல்லது ஒரு சமூகத்தில் உள்ள மக்களிடையே t காலத்திற்கான, i எனும் இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். மேலும் $i = a_1$ இலிருந்து a_2 வரை. இந்தியாவைப் பொருத்தவரை இனப்பெருக்க வயது $a_1 = 15$ ஆண்டுகள், $a_2 = 49$ ஆண்டுகள் ஆகவும் இருக்கும்.

மக்கள் தொகையில், பெண்களை மட்டுமே, மேலும் அவர்களில் குழந்தை பெறும் வயதுடையவரை மட்டுமே பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்தில் (GFR) சேர்ப்பதால், செப்பனிடப்படா பிறப்பு விகிதத்தில் (CBR) உள்ள குறை நீக்கப்படுகிறது.

தனித்தனி வயதுக்குழுவிலிருக்கும் இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் குழுக்களைக் கலந்து, பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்தைக் காண இயலாது. எனவே இரு வேறுபட்ட பகுதிகள் அல்லது சமூகங்கள் ஆகியவற்றைப் பெண்களின் வயதைப் பொறுத்து ஒப்பிடுவதற்கு பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (GFR) பயன்படாது.

எடுத்துக்காட்டு 8.12

ஒரு மாவட்டத்தில், குழந்தை பெறக்கூடிய வயதையுடைய பெண்களை ஏழு குழுக்களாகப் பிரித்து, அக்குழுக்களில் இடம்பெற்றோர் எண்ணிக்கையையும், அவர்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும், ஒரு நாட்காட்டி ஆண்டில் பதிவு செய்யப்பட்ட தரவுகளாக கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

வயது (ஆண்டுகளில்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
பெண்களின் எண்ணிக்கை	20,000	22,000	28,000	32,000	29,000	24,000	8,000
குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	50	1500	1700	2,000	1800	500	80

அவ்வாறாயின் அம்மாவட்டத்திற்கான பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து, குறிப்பிட்ட ஆய்வு மேற்கொள்ளும் காலத்திற்கான, குழந்தை பெறும் வயதையுடைய பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$\sum_{i=15}^{49} P_t^i = 1,63,000$$

மேலும், பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை

$B_t = 7,630$ ஆகும்.

இதிலிருந்து, பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (GFR)

காண்பதற்கு $GFR = \frac{B_t}{\sum_{i=a_1}^{a_2} P_t^i} \times 1000$ என்ற விதியைப் பய்னபடுத்துவோம்

அது $GFR = \frac{7630}{163000} \times 1000$

$= 46.81$ (ஆயிரம் பேருக்கு) ஆகும்.

(iii) குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம் (*SFR* - Specific Fertility Rate)

கருவுறுதல் என்ற நிகழ்வு, வயது, திருமணம், இடம்பெயர்வு, வசிக்கும்பகுதி போன்ற பல்வேறு காரணங்களைப் பொறுத்து அமைவதாகும். *CBR*, *GFR* விகிதங்கள், இக்காரணங்கள் எல்லாவற்றையும் கருத்தில் கொள்வதில்லை. இதனால் குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம் [Specific Fertility Rate (*SFR*)] என்ற மற்றொரு விகித மதிப்பு பெண்களின் இனப்பெருக்க வயதைச் சார்ந்த குழுக்களைக் கொண்டு அமைக்கப்படுகிறது.

அது,

$$\text{குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம் } (SFR) = \frac{\text{குறித்த காலத்தில், குறித்த பிரிவில் உள்ள பெண்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறித்த காலத்திற்கான அப்பிரிவில் உள்ள பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

15-20, 20-25, போன்ற வயது பிரிவுகளில், இனப்பெருக்க வயதையுடைய பெண்களுக்கான குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதத்தைத் (*SFR*) தனித்தனியாகக் கணக்கிடலாம். இவ்வாறு வயதைப் பொறுத்து குழுக்களுக்கு ஏற்றவாறு காணும் விகிதம், வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதம் [Age Specific Fertility Rate (*ASFR*)] என்று அழைக்கப்படுகிறது.

அவ்விகிதம்,

$$ASFR(x, x+n) = \frac{B_t(x, x+n)}{P_t(x, x+n)} \times 1000$$ என்று குறிப்பிடப்படுகிறது.

இங்கு

$B_t(x, x+n)$ என்பது, குறிப்பிட்ட பகுதியில், குறிப்பிட்ட t எனும் காலத்திற்கு, $(x,x+n)$ என்ற இனப்பெருக்க வயதையுடைய பெண்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

$P_t(x, x+n)$ என்பது, குறிப்பிட்ட பகுதியில், குறிப்பிட்ட t எனும் காலத்திற்கு $(x,x+n)$ என்ற இனப்பெருக்க வயதையுடைய பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும்.

குழந்தை பிறப்பு, பெண்களின் வயதுக்கு ஏற்ப மாறுபடும் தன்மை கொண்டுள்ளதால், பெண்களின் குழுக்கள், அவர்களின் வயதுக்கேற்ப பிரிக்கப்பட வேண்டும்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 242 1/28/2020 6:45:59 PM

எடுத்துக்காட்டு 8.13

ஒரு நாட்டில், இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களை அவர்களின் வயதுக்கு ஏற்ப ஆறு குழுக்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பெண்களின் எண்ணிக்கையும், அவர்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து அந்நாட்டிற்கான பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்தையும், வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்களையும் கணக்கிடுக.

குழுக்களின் வயது (ஆண்டுகள்)	பெண்களின் எண்ணிக்கை	பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை
15-20	1,16,610	10,668
20-25	1,13,810	17,183
25-30	1,03,130	12,722
30-35	93,500	7,283
35-40	74,120	3,656
40-45	62,900	1,340

தீர்வு:

t என்ற காலத்திற்கு, அந்நாட்டிலுள்ள இனப்பெருக்க வயதையுடைய பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$\sum_{i=15}^{44} P_t^i = 5,64,070$$

அதே காலத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை

$$B_t = 52,852$$

பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (GFR) என்பது,

$$GFR = \frac{52852}{564070} \times 1000$$

$$= 93.69 \text{ (ஆயிரம் பேருக்கு).}$$

வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதம்,

$ASFR(x, x+n) = \dfrac{B_t(x, x+n)}{P_t(x, x+n)} \times 1000$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி, தனித்தனியாக வயதுக்கேற்ப விகதங்களைக் கண்டு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

குழுக்களின் வயது (ஆண்டுகள்)	வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்கள் (*ASFR*)
15-20	$\frac{10668}{116610}\times 1000 = 91.48$
20-25	$\frac{17183}{113810}\times 1000 = 150.98$
25-30	$\frac{12722}{103130}\times 1000 = 123.36$
30-35	$\frac{7283}{93500}\times 1000 = 77.89$
35-40	$\frac{3656}{74120}\times 1000 = 49.33$
40-45	$\frac{1340}{62900}\times 1000 = 21.30$

ASFR இலிருந்து, அந்நாட்டுப் பெண்களிடையே, 20-25 வயதுடையோருடைய கருவுறுதல் விகிதம், மற்ற வயதினை உடையோரை விட அதிகமாக உள்ளது என்றும், 40-45 வயதுடைய குழுவின் விகிதம் குறைவாக உள்ளது என்பதும் கவனிக்க வேண்டியதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8.14

ஒரு நாட்டில், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில், இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் குழுக்களும், அவர்கள் பெற்றெடுத்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அந்நாட்டின் பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்தையும், வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்களையும் கணக்கிடுக.

குழுக்களின் வயது (ஆண்டுகள்)	பெண்களின் எண்ணிக்கை	குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை
15–20	2,16,410	20,468
20–25	2,13,610	26,983
25–30	2,02,930	22,522
30–35	1,93,300	17,083
35–40	1,73,920	13,456
40–45	1,62,870	11,140

தீர்வு:

t என்ற காலத்தில், அந்நாட்டில், இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$\sum_{i=15}^{44} P_t^i = 11,63,040$$

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 244 1/28/2020 6:45:59 PM

அதே காலத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை

$B_t = 1{,}11{,}652.$

அந்நாட்டின் பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் (GFR),

$$GFR = \frac{111652}{1163040} \times 1000 = 96.00$$

வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்கள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கணக்கிடப்பட்டுள்ளன:

குழுக்களின் வயது (ஆண்டுகள்)	வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்கள் ($ASFR$)
15 – 20	$\frac{20468}{216410} \times 1000 = 94.58$
20 – 25	$\frac{26983}{213610} \times 1000 = 126.32$
25 – 30	$\frac{22522}{202930} \times 1000 = 110.98$
30 – 35	$\frac{17083}{193300} \times 1000 = 88.38$
35 – 40	$\frac{13456}{173920} \times 1000 = 77.37$
40 – 45	$\frac{11140}{162870} \times 1000 = 68.40$

இந்த அட்டவணையிலிருந்து 20-25 வயதைக் கொண்ட பெண்களிடையே $ASFR$ அதிகமாகவும், 40-45 வயதைக் கொண்ட பெண்களிடையே $ASFR$ குறைவாகவும் உள்ளது என்று அறிகிறோம்.

8.1.6 மக்கள் தொகை வளர்ச்சியின் அளவீடுகள் [Measurement of Population Growth]

மனித மக்கள்தொகையில், ஒரு கால இடைவெளியில் மாற்றம் ஏற்படுவது இயல்பானதாகும். அந்த மாற்ற எண்ணிக்கை கூடுதலாகவோ, குறைவாகவோ இருக்கலாம். சில சமயங்களில் மக்கள் தொகையில் மாற்றம் ஏதுமில்லாமலும் இருப்பதுண்டு. அதை அப்பகுதியில் நிலையான மக்கள் தொகை உள்ளதாகக் கருதலாம். மக்கள் தொகையின் எண்ணிக்கையில் ஏறுமுகப் போக்கைக் கண்டால், அது மக்கள் தொகை வளர்ச்சி என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒவ்வோர் அரசுக்கும் தனது மக்கள் தொகை வளர்ச்சி விகிதம் பற்றிய தகவல் தேவைப்படுகிறது.

மக்கள் தொகையில், பெரும்பாலான குழந்தைகள் பெண் குழந்தைகளாகப் பிறந்தால், மக்கள் தொகையின் அளவு அதிகரிக்கும். பெண் குழந்தைகள் இறப்பு அதிகமாக இருந்தால் மக்கள் தொகையின் அளவில் குறைவு ஏற்படும். எனவே மக்கள் தொகை வளர்ச்சி பற்றி அறிந்து கொள்வதற்கு பிறப்பு–இறப்பு விகிதங்கள் மட்டும் போதுமானதல்ல.

மக்கள்தொகை வளர்ச்சி பற்றிக் கணக்கிடுவதற்கு பல அளவீடுகள் உள்ளன. அவற்றுள்

(i) செப்பனிடா இயல்புப் பெருக்க விகிதம் (Crude Rate of Natural Increase)

(ii) பேர்லின் வாழ்நிலைக் குறியீடு (Pearl's Vital Index) என்பவை பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

அவற்றைக் கணக்கிடும் முறை பின்வருமாறு:

(i) செப்பனிடா இயல்புப் பெருக்கவிகிதம் = செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் – செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்

அதாவது,

$$Crude\ Rate\ of\ Natural\ Increase = CBR - CDR$$

(ii) பேர்லின் வாழ்நிலைக் குறியீடு $= \dfrac{\text{செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம்}}{\text{செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்}} \times 1000$

அதாவது,

$$Pearl's\ Vital\ Index = \frac{CBR}{CDR} \times 100$$

செப்பனிடா இயல்புப் பெருக்க விகிதத்தில் கிடைக்கும் மதிப்பு மிகையாக இருந்தால், மக்கள் தொகையில் நிகரப் பெருக்கம் ஏற்பட்டுள்ளது எனலாம். அதேபோல் குறைமதிப்பைப் பெற்றிருந்தால், மக்கள் தொகையில் நிகர இறக்கம் ஏற்பட்டுள்ளது என்கிறோம்.

பேர்லின் வாழ்நிலைக்குறியீட்டு எண் 100 ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், மக்கள் தொகையில் வளர்ச்சி என்றும், குறியீடு 100 ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், மக்கள் தொகையில் வளர்ச்சியில்லை என்றும் கருதலாம். மேற்கண்ட வாழ்நிலைக்குறியீடு, மக்கள் தொகையில் பிறப்பு இறப்பு விகிதங்கள் பற்றி அறிந்து கொள்வதற்கும் பயன்படுவதைக் காணலாம்.

இவ்விரு அளவீடுகளும் எளிமையானதும், கணக்கிடுவதற்கு எளிதாகவும் இருக்கும் அளவீடுகளாம். அவை இறப்பைவிட, பிறப்பு அதிகமாக இருக்குமா என்பது பற்றி அறிய முற்படும் அளவீடுகளாகும். இருப்பினும் இவ்விரு அளவீடுகள், CBR, CDR என்பவற்றின் வரம்புகளைப் பொருத்தே அமையும். இரு வேறுபட்ட மக்கள் தொகைகளுக்கு ஒப்பிடும் முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது. மேலும் மக்கள் தொகையின் ஏற்ற–இறக்க போக்குகள் பற்றி இவ்விரு அளவீடுகள் மூலம் பெற இயலாது.

8.2 நிர்வாகப் புள்ளியியல் (Official Statistics)

நிர்வாகப் புள்ளியியல் என்பது அரசு நிறுவனங்களாலும், மற்ற பொது அமைப்புகளாலும், தரவுகளைச் சேகரித்து, தொகுத்து, நிர்வாகப்பணிகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் புள்ளியியல் தகவல்களைக் கொண்டதாகும். இத்தகவல்கள் முறையான புள்ளியியல் அமைப்பின் மூலம் சேகரிக்கப்படுகின்றன. இவை குடிமக்களின் வாழ்க்கையில், முக்கியமானதான பொருளியில், சமூக முன்னேற்றம், வாழ்வின் நிலைகள், உடல்நலம், கல்வி, சூழ்நிலை போன்றவற்றைக் கொண்டு எண் சாந்ததாகவோ பண்புசார்ந்ததாகவோ இருக்கும்படியாக அமைக்கப்பட்டிருக்கும். நிர்வாகப்புள்ளியியல் தகவல்கள், புறவயத்தன்மை பெற்றதாகவும், எளிதில் பெறக்கூடியதாகவும், அடிக்கடி மாறக்கூடிய தகவல்களாயின் அவற்றைத் தொடர்ச்சியாகப் பெறக்கூடியதாகவும் இருக்க வேண்டும்.

நிர்வாகப்புள்ளியியல் அமைப்பின் முக்கிய பணிகளாகக் கீழ்க்கண்டவற்றைக் கருதலாம்.

(i) தரவுகளைச் சேகரித்தல், பொருத்தமாகும் தன்மையறிதல், தொகுத்தல்.

(ii) புள்ளியியல் தரவுகளை வெளியிடுதல் மற்றும் பரப்புதல்

(iii) புள்ளியியலின் வரையறைகள், வகைப்படுத்துதல், புள்ளியியல் முறைகள், ஒப்பிடும் தன்மை போன்றவற்றின் தரத்தினை நிலைப்படுத்தி வைத்திருத்தல்.

(iv) புள்ளியியல் செயல்பாடுகளை ஒருங்கிணைத்தல்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 246 1/28/2020 6:45:59 PM

(v) புள்ளியியல் செயல்பாட்டில் ஈடுபடுவோர்க்குத் தகுந்த பயிற்சியளித்தல்.

(vi) ஒன்றையொன்று சாராமலும், ஒருங்கிணைந்தும் பணியாற்றும் திறன் பெற்றிருத்தல்.

(vii) உலகளாவிய ஒருங்கிணைப்பைப் பெறுதல்.

8.2.1 இந்திய புள்ளியியல் முறையின் தோற்றம் பற்றிய வரலாறு

புள்ளியியல் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் பணிகள், இந்தியாவில் பொ.ஆ.மு. 321–298 ஆண்டுகளிலேயே இருந்ததாக கௌடில்யரின் அர்த்தசாஸ்திரம் என்ற நூல் வாயிலாக அறிகிறோம். பிற்காலத்தில் மொகலாயர்களின் ஆட்சியில், நிர்வாகப் புள்ளியியல் பற்றிய விவரங்களை, பேரரசர் அக்பர் காலத்தில் (பொ.ஆ. 1590), அபுல் ஃபாசல் என்பவரால் எழுதப்பட்ட அயினி அக்பரி என்ற நூலில் காணலாம். நிலங்களின் வகைபாடுகள், பயிர் விளைச்சல் பற்றியதகவல்கள், அளவீடுகளின் முறைகள், நிதி பற்றிய தகவல்கள் போன்ற நிர்வாகப் புள்ளியியல் சார்ந்த விவரங்கள் அந்நூலில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்தன.

இந்தியாவில் ஆங்கிலேயர் ஆட்சி செலுத்திய காலத்தில், 1807 ஆம் ஆண்டு, கிழக்கிந்தியக் கம்பெனியின் ஆளுரின் நிர்வாகக் குழுவில் இருந்த டாக்டர் ஃபிரான்சிஸ் புக்கானன் என்பவரால் ஒரு புள்ளியியல் களஆய்வு மேற்கொள்ளப்பட்டது. அந்த ஆய்வில் ஒவ்வொரு மாவட்டத்திற்குமான நிலப்பரப்பு பற்றிய தகவல்கள், மக்களின் வாழ்வியல் நிலை, மதங்களும் அவைசார்ந்த பழக்கங்கள், மீன் தொழில் பற்றிய விவரங்கள், சுரங்கங்கள், காடுகள் பற்றிய விவரங்கள், வேளாண்மை, விளைநிலங்கள், பயன்தரும் தாவரங்கள், விதைகள் பற்றிய விவரங்கள், வணிகம் போன்ற பல துறைகளைச் சார்ந்த தகவல்கள் சேகரிக்கப்பட்டுத் தொகுக்கப்பட்டன. இந்தியாவில், 1847 ஆம் ஆண்டு கர்னல் சைக்ஸ் என்பவரால் இந்திய இல்லம் என்னும் இடத்தில் புள்ளியியல் துறை தொடங்கி வைத்ததன் மூலம் இந்தியாவில் நிர்வாகப் புள்ளியியல் அமைப்பு முறையாக நிறுவப்பட்டிருக்கிறது. இந்தியாவின் முதல் மக்கள் தொகை பற்றிய அறிக்கை 1848 ஆம் ஆண்டு வெளியிடப்பட்டது. இரண்டாவது மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு பற்றிய அறிக்கை 1881 ஆம் ஆண்டு வெளியிடப்பட்டது. அதன்பின் ஒவ்வொரு பத்தாண்டுகளின் தொடக்கத்தில் மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு நடத்தப்பட்டு வருகிறது.

8.2.2 தேச விடுதலைக்குப் பிந்தைய இந்தியாவில் நிர்வாகப் புள்ளியியல் முறை

தேச விடுதலைக்குப் பின், நமது நாட்டின் சமூக–பொருளாதார வளர்ச்சி பற்றிய தகவல்களைக் கையாளும் புள்ளியியல் அமைப்பு முறையின் தேவையை அரசு உணர்ந்தது. அதன் பொருட்டு, 1949 இல், அரசின் கௌரவ புள்ளியியல் ஆலோசகராக திரு பி.சி. மகலானோபிஸ் என்பவரை நியமித்தது. அவ்வாண்டிலேயே, அவர் மத்திய புள்ளியியல் துறை ஒன்றை நிறுவினார். அத்துறையே 1951 இல், புதிய பெயரில் மத்திய புள்ளியியல் நிறுவனமாக வளர்ந்து, நாட்டின் பல்வேறு புள்ளியியல் செயல்பாடுகளை மிக உயர்ந்த தரத்துடன் ஒருங்கிணைத்துக் கொண்டிருக்கிறது.

அதே காலக்கட்டத்தில், நாட்டின் வருவாய் பற்றி அறிந்து கொள்வதற்காக, 1949 இல் தேசிய வருவாய் குழு அமைக்கப்பட்டது. அக்குழு, தேசிய வருவாயை மதிப்பிடுவதற்கு, மாதிரியெடுக்கும் முறையில் மதிப்பீடு செய்யும்படி பரிந்துரை செய்தது. அதன் பொருட்டு, தேசிய அளவில் மாதிரிக்கணக்கெடுப்புகள் நடத்தப்பட்டன. தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பின் முதல் சுற்று அக்டோபர் 1950 இல் நடத்தப்பட்டது. பின்னாட்களில், மாதிரிக்கணக்கெடுப்புகள் நடத்துவதற்காகவே, அரசு சார்ந்த ஒரு தனிநிறுவனம், தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு நிறுவனம் என்ற பெயரில் உருவாக்கப்பட்டது.

மத்திய புள்ளியியல் நிறுவனம் மற்றும் தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு நிறுவணம் என்பவை இப்போது மத்திய புள்ளிளியல் அலுவலகம் (Central Statistics Office- CSO) மற்றும் தேசிய மாதிரி கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் (National Sample Survey Office -NSSO) என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

புள்ளியியல் அமைச்சகம் மற்றும் திட்டச் செயலாக்ககம் என்னும் துறை, இந்திய அரசின் தனித்த பொறுப்பு வகிக்கும் துறையாகும். அது 1999 ஆம் ஆண்டு அக்டோபர் 15 ஆம் நாள், தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகம் (National Sample Survey Office-NSSO), திட்டச் செயலாக்கம் (Programme Implementation) எனும் இரு பிரிவுகளாகச் செயல்படுகிறது.

இந்திய அரசு 2000 ஆவது ஆண்டு, நாட்டின் தேவைக்கேற்ப, புள்ளியியல் துறையில் வளர்ச்சி காண்பதற்காக திரு சி. ரங்கராஜன் தலைமையில் ஓர் ஆணையம் அமைக்கப்பட்டது. ஆணையத்தின் பரிந்துரையின்பேரில், ஒரு சட்டபூர்வமான, நிலையான தலைமை அமைப்பான தேசிய புள்ளியியல் ஆணையம் (NSC – National Statistical Commission) ஜூலை 12, 2006 ஆம் ஆண்டு தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகத்தில் (NSO) அமைக்கப்பட்டது. திட்டங்களை உருவாக்குதல், புள்ளியியல் சம்பந்தமானவற்றிற்காக அந்த ஆணையம் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

தேசிய புள்ளியியல் ஆணையம், ஒரு சிறந்த புள்ளியியலாளர் அல்லது சமூக அறிவியலாளர் ஒருவரைத் தலைவராகவும், நான்கு உறுப்பினர்களையும் கொண்ட அமைப்பாகும். பொருளாதாரப் புள்ளியியல், சமூக – சூழ்நிலையியல் புள்ளியியல், மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு செயல்கள், கணக்கெடுப்பு புள்ளியியல் தகவல் முறைகள் மற்றும் தேசிய வரவுசெலவு கணக்குகள் போன்ற துறைகளிலிருந்து மேற்கூறிய நான்கு உறுப்பினர்களும் தெரிவு செய்யப்படுகிறார்கள். இந்த ஆணையத்திற்கு, இந்திய தலைமைப் புள்ளியியலாளர் செயலாளராகவும், இந்திய திட்ட ஆணையத்திலுள்ள நிதி ஆயோகின் தலைமைச் செயல் அலுவலர் பதவிவழி உறுப்பினராகவும் இருப்பார்கள். இந்திய தலைமைப் புள்ளியியலார், தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகத்திற்குத் தலைவராகவும், புள்ளியியல் அமைச்சகம் மற்றும் திட்டச் செயலாக்கத்திற்கு செயலாளராகவும் இருப்பார்.

மேற்கூறிய பொறுப்புகள் மட்டுமின்றி, தேசிய புள்ளியியல் ஆணையம், ஆகஸ்ட்டு 30, 2006 ஆம் ஆண்டிலிருந்து, NSSO இன் பணிகளையும் கவனித்து வருகிறது. இப்போது, NSO இன் முக்கிய பிரிவுகளாக NSC, CSO, NSSO மற்றும் கணினிமையம் ஆகியவை உள்ளன.

8.2.2.1 மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம் (Central Statistics Office)

மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம், நாட்டிற்கான புள்ளியியல் செயல்பாடுகளை ஒருங்கிணைத்து புள்ளியியல் தரத்தை நிர்ணயிக்கும் பொறுப்பையும் வகிக்கிறது. மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகத்திற்கு ஒரு தலைமை இயக்குநரும், அவருக்கு உதவியாக ஐந்து கூடுதல் தலைமை இயக்குநர்களும் உள்ளனர். மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம், ஐந்து முக்கிய பிரிவுகளைக் கொண்டது. அவற்றின் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

(i) தேசிய வரவுசெலவு கணக்குகள் பிரிவு (National Accounts Division)

இப்பிரிவின் பணிகள் பின்வருமாறு:

- நம்நாட்டின் வரவு செலவு கணக்குகளோடு மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தி (*GDP* - Gross Domestic Product) பற்றிக் கணக்கிட்டு வெளியிடும் பணி.
- மொத்த உள்நாட்டு உற்பத்தியின் காலாண்டு மதிப்பீடுகளைத் தயாரித்தல்.
- மூலதன பங்கு முதலீடு, நிலையான முதலீடு நுகர்வு போன்றவற்றை மதிப்பிடுதல்.
- மாநில வாரியாக மொத்த மதிப்புகூட்டப்பட்ட மற்றும் மொத்த நிலையான முதலீட்டு உருவாக்கம் பற்றி மதிப்பீடு செய்தல்.
- உள் – வெளி பரிமாற்று அட்டவணைகளை உருவாக்குதல்.
- உள் மாநில உற்பத்தி பற்றி ஒப்பிடத்தக்க மதிப்பீடுகளை உருவாக்குதல்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 248 1/28/2020 6:45:59 PM

(ii) சமூக புள்ளியியல் பிரிவு (Social Statistics Division)

இப்பிரிவின் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

- புத்தாயிரம் ஆண்டுகளுக்கான வளர்ச்சி பற்றிய குறிக்கோள்களைப் புள்ளியியல் மூலம் கண்காணித்தல்
- சூழ்நிலை – பொருளியல் சார்ந்த கணக்குகளைத் தயாரித்து நிர்வகித்தல்.
- சிறந்த புள்ளியியலாருக்கு, தேசிய, சர்வதேச விருதுகள் வழங்குதல்.
- சமூகம் – மதம் சார்ந்த பிரிவுகளுக்காக தேசிய தகவல் வங்கியை நிறுவுதல்.
- சிறிய பகுதி வளர்ச்சிக்காக, முன்னோடித்திட்டம் உருவாக்குவதற்கான அடிப்படைப் புள்ளியியல் தயாரித்தல்.
- காலப்பயன்பாடு பற்றிக் கணக்கெடுத்தல், வழக்கமான, மற்றும் தனித்த நிலையில் ஆய்வுகளை வெளியிடுதல்.

(iii) பொருளாதாரப் புள்ளியியல் பிரிவு (Economic Statistics Division)

இப்பிரிவின் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

- பொருளாதாரம் பற்றிய கணக்கெடுப்பு நடத்துதல், ஆண்டுதோறும் தொழிலகங்களைப் பற்றிக் கணக்கெடுப்பு நடத்துதல்.
- இந்திய அளவில் தொழில் உற்பத்திக் குறியீட்டைத் தயாரித்தல்.
- நாட்டின் ஆற்றல் பற்றிய புள்ளியியல், கட்டமைப்பு பற்றிய புள்ளியியல் ஆகியவற்றைத் தொகுத்தல்.
- தேசிய தொழிலக வகைப்பாடுகள், தேசிய உற்பத்தி வகைப்பாடுகள் ஆகியவற்றை உருவாக்குதல்.

(iv) பயிற்சியளிக்கும் பிரிவு (Trainning Division)

இப்பிரிவின் பொறுப்புகள்:

- பயன்பாட்டுப் புள்ளியியலைக் கையாள்வதற்காக மனிதவளப் பயற்சியளித்தல். புள்ளியியல் தரவுகளைச் சேகரித்தல், தொகுத்தல், பகுத்தல் மற்றும் கொள்கை உருவாக்கல், திட்டமிடுதல், கண்காணித்தல், மதிப்பிடல் போன்றவற்றில் தக்க பயிற்சியளிக்கப்படுகிறது.
- தேசிய புள்ளியியல் முறைக்கான பயிற்சி நிறுவனத்தை நிர்வகிக்கும் பொறுப்பைப் பெற்றுள்ளது. இந்நிறுவனம் தேசிய – சர்வதேச அளவில் நிர்வாகப் புள்ளியியலைக் கையாள்வதற்கு மனிதவள மேம்பாட்டுப் பயிற்சியை சிறந்த முறையில் அளிக்கிறது.

(v) ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியீடுகள் பிரிவு (Coordination and publication Division)

இப்பிரிவின் பொறுப்புகள்:

- புள்ளியியல் விவரங்களை, மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகங்களுக்குள்ளும், மத்திய மாநில அமைச்சகங்களுக்கும் ஒருங்கிணைத்தல்.
- மத்திய மாநில புள்ளியியல் நிறுவனங்களுக்காக மாநாடுகள் நடத்துவதற்கு ஏற்பாடு செய்தல்.
- ஒவ்வோர் ஆண்டும் தேசிய புள்ளியியல் தினத்தை விழாவாகக் கொண்டாடுதல்.

- புள்ளியியல் கட்டமைப்பு முடிவுகளின் அறிக்கை, குடிமக்கள் அறிந்து கொள்ள வேண்டிய தரவுகள் பற்றிய விதிகள், ஆண்டு செயல் திட்டம், புள்ளியியல் அமைச்சகத்திற்கான வரவு செலவு திட்ட அறிக்கை போன்றவற்றைத் தயாரிக்கும் பணிகள்.
- தேசிய புள்ளியியல் ஆணையத்தின் பரிந்துரைகளைச் செயலாக்குவதற்கான ஒருங்கிணைப்பு.
- இந்திய புள்ளியியல் நிறுவனம் சார்ந்த நிர்வாகப் பணிகள்

8.2.2.2 தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் (National Sample Survey Office -*NSSO*)

தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகம், ஒரு தலைமை இயக்குநரைத் தலைவராகக் கொண்டு, தேசிய அளவில், பெரும் மாதிரிக்கணக்கெடுப்புகளைப் பல்வேறு துறைகளில் நடத்திவருகிறது. முதற்பணியாக, தேசிய அளவில் மக்களின் சமூக பொருளாதாரம் பற்றி வீடுவீடாகச் சென்று கணக்கெடுப்பு நடத்தித் தரவுகளைச் சேகரிக்கிறது. மேலும் இவ்வலுவலகம் சிற்றூர் மற்றும் நகரங்களில் விலைவாசி பற்றிய தரவுகளையும், அத்துடன் பயிர்கள் பற்றிய புள்ளியியல் தரவுகளைப் பகுதிவாரியாகக் கணக்கெடுப்பு நடத்தியும், மாநில முகமைகளினால் (State agencies) நடத்தப்படும் பயிர் விளைச்சலின் மதிப்பீடுகளையும் கண்காணிக்கிறது. அது நகரங்களுக்கான மாதிரி கட்டக அமைப்பின் அளவை நிர்ணயித்து, நகரங்களின் கணக்கெடுப்பிற்குப் பயன்படுத்திக் கொள்கிறது.

தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகத்தில் நான்கு பிரிவுகள் உள்ளன. அவை பின்வருமாறு:

(i) கணக்கெடுப்பு வடிவமைப்பு மற்றும் ஆய்வுப் பிரிவு (Survey Design and Research Division)

இப்பிரிவு கொல்கத்தாவில் உள்ளது. அதன் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

- திட்டமிடல் பற்றிய கணக்கெடுப்பின் நுட்பங்கள்.
- கருத்துருக்களையும் (concepts), வரையறைகளையும் உருவாக்குதல்.
- மாதிரியின் வடிவமைப்பை உருவாக்குதல்.
- விசாரணைப் பட்டியலை வடிவமைத்தல்.
- அட்டவணைப் படுத்துதலுக்குத் திட்டமிடல்.
- கணக்கெடுப்பு முடிவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து முடிவுகளை வெளியிடுதல்.

(ii) களச் செயல்பாடுகளுக்கான பிரிவு (Field Operations Division)

இப்பிரிவின் தலைமை நிலையம் தில்லியில் உள்ளது. இது 6 மண்டல அலுவலகங்களையும், 49 பகுதி அலுவலகங்களையும், 118 சார்பு அலுவலகங்களையும் இந்திய நாட்டின் பல்வேறு பகுதியில் பெற்றுள்ளது. இப்பிரிவு தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் கூறுகின்றபடி, முதல் நிலைத் தரவுகளைச் சேகரிக்கும்.

(iii) தரவுச் செயலாக்கப் பிரிவு (Data Processing Division)

இப்பிரிவின் தலைமையிடம் கொல்கத்தாவிலும், அதன் 6 தரவுச் செயலாக்க மையங்கள் வெவ்வேறு இடங்களிலும் உள்ளன. அதன் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

- மாதிரிக்கானவற்றைத் தெரிவு செய்தல்.
- பொருத்தமான கணினி மென்பொருள்களை உருவாக்குதல்.
- கணக்கெடுப்பின் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களை செயலாக்கல், சரிபார்த்தல் பின் அட்டவணையிடல்.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 250 1/28/2020 6:45:59 PM

(iv) ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியிடல் பிரிவு (Coordination and Publications Division)

புதுதில்லியிலுள்ள இப்பிரிவின் பொறுப்புகள் பின்வருமாறு:

- தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகத்தின் பல்வேறு பிரிவுகளின் செயல்பாடுகளை ஒருங்கிணைத்தல்.
- ஆண்டுக்கு இருமுறை வெளியிடப்படும் 'சர்வேக்ஷனா' என்னும் இதழைப் பதிப்பித்தல்.
- தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகத்தினால் மேற்கொள்ளப்பட்ட சமூக பொருளாதார கணக்கெடுப்புகளின் முடிவுகள் பற்றி விவாதிக்க தேசிய அளவில் கருத்தரங்கங்களை நடத்துதல்.

தேசிய புள்ளியியல் தினமும், உலகப்புள்ளியியல் தினமும்

திரு பி.சி. மஹலானோபிஸ் அவர்களின் பிறந்தநாளான ஜூன் 29 ஆம் நாளை, அவரைப் பெருமைப்படுத்தும் விதமாக, இந்தியாவில் நிர்வாகப் புள்ளியியல் அமைப்பைத் தோற்றுவித்தற்காக, தேசிய புள்ளியியல் தினமாக இந்திய அரசு அறிவித்தது. முதல் தேசியப் புள்ளியியல் தினம் ஜூன் 29, 2007 இல் கொண்டாடப்பட்டது. அதன் பகுதியாக, தேசமெங்கிலும் உள்ள புள்ளியியல் பயிலும் முதுகலைப்பட்டதாரிகளுக்கு கட்டுரைப் போட்டிகள் வைக்கப்பட்டு, வெற்றி பெற்றவர்களுக்கு புதுதில்லியில் விழாவின்போது பரிசுகள் வழங்கப்பட்டன.

ஐக்கிய நாடுகளின் புள்ளியியல் ஆணையம், அக்டோபர் 20 ஆம் நாளை உலகப்புள்ளியியல் தினமாக அறிவித்தது. ஒரு குறிப்பிட்ட தலைப்பின்கீழ் ஒவ்வோர் ஐந்தாண்டுக்கும், எல்லா நாடுகளும் உலகப்புள்ளியியல் தினத்தைக் கொண்டாடி வருகின்றன. முதல் உலகப் புள்ளியியல் தினம், அக்டோபர் 20, 2010 ஆம் ஆண்டில் உலகமெங்கிலும் கொண்டாடப்பட்டது. இரண்டாவது உலகப் புள்ளியியல் தினம், அக்டோபர் 20, 2015 ஆம் ஆண்டில் 'சிறந்த தரவுகள் – சிறந்த வாழ்க்கை' எனும் தலைப்போடு, கொள்கை முடிவெடுப்பதில் தரமான புள்ளியியல் தரவுகளின் தேவைபற்றி கருத்தரங்கங்கள் நடத்திக் கொண்டாடப்பட்டது.

புள்ளியியல் தொடர்புடைய எல்லா அரசுத்துறைகளும், கல்விநிறுவனங்களும், மற்றோரும் தேசிய புள்ளியியல் தினத்தையும், உலகப்புள்ளியியல் தினத்தையும் கொண்டாடி வருகிறர்கள்.

2013 ஆம் ஆண்டு உலகப்புள்ளியியல் ஆண்டாக அறிவிக்கப்பட்டது.

மாநில மத்திய அரசுகள், புள்ளியியல் ஆய்வாளர்கள், உதவி இயக்குநர்கள் போன்ற பதவிகளுக்கு, புள்ளியியல் முறை பயன்பாட்டில் பயிற்சிபெற்ற தொழில் சார்ந்தோரையே பணியில் அமர்த்துகின்றன. CSO, NSSO மற்றும் புள்ளியியல் அமைச்சுப் பணியிடங்களில் பணிபுரிவோரில் பெரும்பாலானவர், இந்திய புள்ளியியல் பணிகளுக்கான (ISS- Indian Statistical Service) தேர்வை எழுதுகின்றனர். இத்தேர்வு நடுவண் அரசின் ஒன்றிய அரசுப் பணியாளர் தேர்வாணையத்தால் (UPSC - Union Public Service Commission) நடத்தப்படுகிறது. அத்தேர்வு எழுதுவோர்க்கு தேசிய புள்ளியியல்முறை பயிற்சி நிறுவனம் பயிற்சியளிக்கிறது.

முதல் பொருளாதாரக் கணக்கெடுப்பு 1977 ஆம் ஆண்டில் நடைபெற்றது.

இரண்டாவது ஐந்தாண்டு திட்டம், திரு. பி.சி. மகலானோபிஸ் அவர்களால் வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு மாதிரித்திட்டத்தைப் பின்பற்றி, பொதுத்துறை வளர்ச்சி, துரித தொழில் மயமாக்கல் போன்றவற்றை நோக்கிச் செல்வதற்கான திட்டம் வகுக்கப்பட்டது.

இந்திய அரசு, அவரது சேவையைப் போற்றும் விதமாக பத்மவிபூஷன் எனும் உயரிய விருதை வழங்கிப் பெருமைப்படுத்தியுள்ளது. அவரது நூற்றாண்டு விழாவையொட்டி, ஜூன் 29, 1993 ஆம் ஆண்டு ஒர் அஞ்சல்வில்லையையும், அவரது 125ஆவது ஆண்டுநினைவாக ஜூன் 29, 2018 ஆம் ஆண்டு ஒரு நாணயத்தையும் வெளியிட்டுச் சிறப்பித்தது.

8.2.3 தற்போதைய இந்தியாவில் புள்ளியியல் முறைகள்

மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம் (CSO), தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் (NSSO) மேற்கொள்ளும் புள்ளியியல் நடைமுறைகள் மட்டுமின்றி, பெரும்பாலான மத்திய அமைச்சகங்கள் அவரவர் துறைகள் குறித்த புள்ளியியல் விவரங்களைச் சேகரிக்கின்றன. அமைச்சகங்களின் நிர்வாகத்தின் மூலமாகவோ, அவை செயல்படுத்தும் குறிப்பிட்ட திட்ட வளர்ச்சியின் விவரங்கள் மூலமாகவோ புள்ளியியல் தகவல்கள் அத்துறைகளிலிருந்து பெறப்படுகின்றன. இந்திய அரசின் சில துறைகளான வேளாண்மை, நீராதாரங்கள், உடல்நலம், நிதி, வணிகம், தொழிலாளர், தொழில் வளர்ச்சி போன்றவை தனியே புள்ளியியல் பிரிவைக் கொண்டிருப்பவையாகும். மற்றவற்றில் அத்துறைகளுக்குள்ளேயே ஒரு சிறு பகுதியாக அமைந்திருக்கும்.

மாநிலங்களில் உள்ள புள்ளியியல் அமைப்புகள், மத்திய அரசில் உள்ள அமைப்புகளைப் போன்றதாகும். மாநிலத்தின் புள்ளியியல் செயல்பாடுகளை ஒருங்கிணைக்கும் விதமாக, ஒவ்வொரு மாநிலத்திலும், பொருளாதாரம் மற்றும் புள்ளியியலுக்கான இயக்குநரகம், பரவலாக்கப்பட்ட, புள்ளியியல் சார்ந்த அமைப்பை இணைக்கும் முகமையாகச் (Nodal agency) செயல்படும்.

ஒவ்வொரு மாவட்டத்தின் தலைமையிடத்திலும் இயக்குநரகத்தைச் சேர்ந்த ஒரு புள்ளியியல் அலுவலகம் செயல்படும். அவ்வலுவலகம் அம்மாவட்டத்தைச் சேர்ந்த எல்லா பிரிவு மக்களின் பொருளாதாரம் பற்றிய தகவல்களைச் சேகரிக்கும். இவ்வாறு சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்களைத் தொகுத்து கையேடு ஒன்றை ஒவ்வோர் ஆண்டும் இயக்குநரகம் வெளியிடும். அக்கையேட்டில், அப்பகுதிப்பரப்பளவின் மதிப்பீடுகள், உற்பத்தி, முக்கிய பயிர்களின் விளைச்சல் போன்ற தகவல்கள் இடம்பெற்றிருக்கும். தமிழ்நாட்டில் 'பொருளாதாரம் மற்றும் புள்ளியியலுக்கான துறை' என்ற பெயரில் ஓர் இயக்குநரகம் இயங்கி வருகிறது. சென்னையைத் தலைமையிடமாகக் கொண்ட இத்துறையின் தலைவராக ஓர் ஆணையரும், அவருக்கு உதவியாக ஓர் இயக்குநர், மூன்று கூடுதல் இயக்குநர்கள், இரண்டு இணை இயக்குநர்கள் மற்றும் உதவி இயக்குநர்களும், அலுவலர்களும் பணியாற்றி வருகின்றனர்.

பொதுவாக, இந்தியப் புள்ளியியல் தகவல் அமைப்புமுறை சிற்றூர் → தொகுதி → மாவட்டம் → மாநில அரசுத்துறைகள் → தொடர்புடைய மத்திய அமைச்சகங்கள் என்ற அமைப்பில் மேல்நோக்கி அமைந்திருக்கின்றன.

அரசு சார்ந்த அமைப்புகள் மட்டுமல்லாது, பொதுத்துறை மற்றும் தனியார் நிறுவனங்களும் பல்வேறு பண்பியல்புகளைக் கொண்ட நிர்வாகப் புள்ளியியல் விவரங்களைச் சேகரிக்கின்றன. அதுபோன்ற நிறுவனங்களுள் இந்திய ரிசாவ் வங்கியும் ஒன்று. அது ஒவ்வோர் ஆண்டும், நாட்டின் பொருளாதாரம் குறித்த புள்ளியியல் தகவல்களைச் சேகரித்து, தொகுத்து 'இந்தியப் பொருளாதாரக் கையேடு' என்பதை வெளியிட்டு வருகிறது.

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 252 1/28/2020 6:45:59 PM

நினைவில் கொள்க

- வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் என்பவை எண்சார்ந்த அளவைகளான உயிருடன் பிறக்கும் குழந்தைகள், கருவிலேயே இறக்கும் குழந்தைகள், குழவி இறப்புகள், இறப்புகள், கருவுறுதல் போன்றவை பற்றிய தகவல்களாகும்.
- வாழ்நிலை நிகழ்வுகள் பற்றிய தரவுகளைப் பெறுவதற்கு, பதிவு செய்யும் முறை, முழுக்கணக்கெடுப்பு முறை, களக் கணக் கெடுப்பு முறை, மாதிரி பதிவு முறை, பகுப்பாய்வு முறை எனும் ஐந்து முறைகள் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.
- மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு முறையில், மக்களின் வயது, பாலினம், திருமணம் பற்றிய தகவல், கல்வி நிலை, பணி, மதம் மற்றும் மற்றைய வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் கணக்கிடுவதற்கான தகவல்கள் இடம்பெறுகின்றன. பலநாடுகளில் மக்கள்தொகை கணக்கெடுப்பு, பத்தாண்டுகளுக்கு ஒருமுறை கணக்கிடப்படுகிறது.
- வாழ்நிலை நிகழ்வுகள், பொதுவாக 'ஆயிரம் பேருக்கு' என்ற நிலையிலேயே கணக்கிடப்படுகிறது.
- செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஒரு சமூகத்தில் அல்லது மக்கள் தொகையில் ஏற்பட்ட இறப்புகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் அச்சமூகத்தில் அல்லது மக்கள்தொகையில் உள்ள மொத்த மக்களின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

- குறிப்பான இறப்பு விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவில் உள்ள மக்கள் தொகையில் ஏற்பட்ட இறப்புகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவில் உள்ள மொத்த மக்களின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

- குழவி இறப்பு விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் மக்கள் தொகையில், இறந்த குழவிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் அம்மக்கள் தொகையில் உயிருடன் பிறந்த குழவிகளின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

- ஒரே நேரத்தில் பிறந்த குழந்தைகளைக் கொண்ட குழுவாகவும், அவர்களுக்கான இறப்புகள் ஒரே மாதிரியான நிலைகளாகவும் உள்ள ஒரு குழுவை, பெருங்குழு (Cohort) என்று கூறுகிறோம்.
- வாழ்நிலை அட்டவணை என்பதிலிருந்து மக்கள் தொகையின் ஒரு பெருங்குழுவிலிருந்து வாழும் மக்களின் எண்ணிக்கையையும், இறப்பு நேரிடும் வயதைச் சேர்ந்தோர் குறித்த எண்ணிக்கையையும், வாழ்நாள் எதிர்பார்த்தலையும் தெரிந்து கொள்ளலாம்.
- வாழ்நிலை அட்டவணையில் பெருங்குழுவின் அளவு (Radix) என்பது அட்டவணையின் தொடக்கநிலையில் உயிருள்ளோரின் எண்ணிக்கையாகும்.
- செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் மக்களிடையே பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் அங்குள்ள மக்கள்தொகையின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 253 1/28/2020 6:45:59 PM

❖ பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில் மக்களிடையே பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில், இனப்பெருக்க வயதையுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

❖ குறித்த கருவுறுதல் விகிதம் =

$$\frac{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில், குறிப்பிட்ட பிரிவில் பெண்களுக்குப் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{குறிப்பிட்ட காலத்தில், குறிப்பிட்ட பிரிவில் இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை}} \times 1000$$

❖ செப்பனிடா இயல்புப்பெருக்க விகிதம் =
செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம் – செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்

❖ பேர்லின் வாழ்நிலைக் குறியீடு = $\dfrac{\text{செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம்}}{\text{செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்}} \times 1000$

❖ நிர்வாகப் புள்ளியியல் என்பது குடிமக்களின் வாழ்க்கையில் முக்கியமானதான பொருளியல், சமூக முன்னேற்றம், வாழ்வின் நிலைகள், உடல்நலம், கல்வி, சூழ்நிலை போன்றவற்றைப் பற்றிய புள்ளியியல் தகவல்கள் சேகரிக்கப்பட்டு தொகுக்கப்பட்டவையாகும்.

❖ இந்தியாவில், 1847 ஆம் ஆண்டு கர்னல் சைக்ஸ் (Col. Sykes) என்பவரால் இந்திய இல்லம் என்னுமிடத்தில் புள்ளியியல் துறை தொடங்கி வைத்ததின் மூலம் இந்தியாவின் நிர்வாக புள்ளியியல் அமைப்பு, முறையாக நிறுவப்பட்டிருக்கிறது.

❖ மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகம் (CSO) நாட்டிலுள்ள புள்ளியியல் செயல்பாடுகளை ஒருங்கிணைத்து புள்ளியியல் தரத்தை நிர்ணயிக்கும் பொறுப்பை வகிக்கிறது. இவ்வலுவலகம் ஐந்து முக்கிய பிரிவுகளைக் கொண்டதாகும்.

❖ தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அலுவலகம் (NSSO), ஒரு தலைமை இயக்குநரைத் தலைவராகக் கொண்டு, தேசிய அளவில், பெரும் மாதிரிக்கணக்கெடுப்புகளைப் பல்வேறு துறைகளில் நடத்தி வருகிறது. இவ்வலுவலகம் நான்கு முக்கிய பிரிவுகளைக் கொண்டு செயல்படும்.

2GWGDK

பயிற்சிகள் 8

I. மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. மக்கள் தொகையியலின் பிரிவுகளில் ஒன்று

   (அ) பொருளாதாரப் புள்ளியியல் (ஆ) வாழ்நிலைப் புள்ளியியல்

   (இ) நிர்வாகப்புள்ளியியல் (ஈ) வேளாண்மைப் புள்ளியியல்

2. பிறப்பு இறப்பு பற்றிய முறையான பதிவுகள் இல்லாதபோது, வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் தரவுகள் பெறப்படும் முறை

   (அ) பதிவுசெய்யும் முறை (ஆ) முழுக்கணிப்பு முறை

   (இ) களக்கணிப்பு முறை (ஈ) பகுப்பாய்வு முறை

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 254 1/28/2020 6:46:00 PM

3. பிறப்பு இறப்பு பதிவுகள் கட்டாயமாக்குதல் செயல்படுத்தப்பட்ட ஆண்டு

(அ) 1947 (ஆ) 1951 (இ) 1969 (ஈ) 1970

4. வாழ்நிலை நிகழ்வுகளின் விகிதங்கள் பொதுவாக அளவிடுவது

(அ) பத்துலட்சம் பேருக்கு (ஆ) பத்தாயிரம் பேருக்கு

(இ) ஆயிரம் பேருக்கு (ஈ) நூறு பேருக்கு

5. ஐந்து வயதுக்கு முற்பட்ட குழந்தைகளின் இறப்பு நிலைக்குக் காணும் விகிதம்

(அ) செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (ஆ) குறிப்பான இறப்பு விகிதம்

(இ) குழவி இறப்பு விகிதம் (ஈ) குழந்தைகள் இறப்பு விகிதம்

6. பல்வேறு நோய்களால் ஏற்படும் இறப்புகள் பற்றிக் காண்பதற்கான இறப்பு விகிதம்

(அ) செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (ஆ) குழவி இறப்பு விகிதம்

(இ) குறிப்பான இறப்பு விகிதம் (ஈ) வாழ்நிலைக் குறியீடு

7. ஒரு பெருங்குழு (cohort) பற்றிய வரலாறு அறிய உதவுவது

(அ) இறப்பு விகிதங்கள் (ஆ) வாழ்நிலை அட்டவணை

(இ) கருவுறுதல் விகிதங்கள் (ஈ) மக்கள் தொகை வளர்ச்சி

8. குழந்தை பெற்றெடுக்கும் வயதையுடைய மொத்த பெண்களின் எண்ணிக்கை பயன்படுத்தப்படும் இடம்

(அ) செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் (ஆ) பொது கருவுறுதல் விகிதம்

(இ) வயதைக் குறித்த கருவுறுதல் விகிதம் (ஈ) மக்கள் தொகை வளர்ச்சி

9. மக்கள் தொகை வளர்ச்சி பற்றி அளவிடுவதற்கு உதவும் விகிதங்கள்

(அ) செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம், குறிப்பான இறப்பு விகிதம்

(ஆ) பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம், குழவி இறப்பு விகிதம்

(இ) குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம், குறிப்பான இறப்பு விகிதம்

(ஈ) செப்பனிடா பிறப்பு விகிதம், செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்

10. வாழ்நிலைக் குறியீடு அளவிடுவது

(அ) பிறப்பு–இறப்பு விகிதம் (ஆ) வாழ்நிலை நிகழ்வின் விகிதம்

(இ) குழவி இறப்பு விகிதம் (ஈ) பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம்

11. இந்தியாவின் முதல் மக்கள்தொகை அறிக்கை வெளியிடப்பட்ட ஆண்டு

(அ) 1858 (ஆ) 1848 (இ) 1948 (ஈ) 1958

12. இந்தியாவின் இந்திய இல்லத்தில், கர்னல் சைக்ஸ் என்பவரல் புள்ளியியல் துறை நிறுவப்பட்ட ஆண்டு

(அ) 1847 (ஆ) 1947 (இ) 1857 (ஈ) 1887

13. இந்திய அரசின் முதல் கௌரவ புள்ளியியல் ஆலோசகராக இருந்தவர்

(அ) பி.சி. மகலானோபிஸ் (ஆ) கர்னல் சைக்ஸ்

(இ) சி. ரங்கராஜன் (ஈ) டாக்டர் பிரான்சிஸ் புக்கானன்

14. புள்ளியியல் அமைச்சகம் மற்றும் திட்டச் செயலாக்ககம் அமைக்கப்பட்ட ஆண்டு

(அ) அக்டோபர் 2, 1959 (ஆ) அக்டோபர் 15, 1999

(இ) நவம்பர் 13, 1969 (ஈ) நவம்பர் 15, 1999

15. புள்ளியியல் அமைச்சகம் மற்றும் திட்டச் செயலாக்ககத்தின் செயலாளராகவும், தேசியப் புள்ளியியல் அலுவலகத்தின் தலைவராகவும் இருப்பவர்

(அ) திட்டக் குழுவின் தலைவர் (ஆ) NSSTA இன் இயக்குநர்

(இ) இந்திய தலைமைப் புள்ளியியலாளர் (ஈ) நிதி ஆயோகின் CEO

16. தேசிய புள்ளியியல் ஆணையம் அமைக்கப்பட்ட ஆண்டு

(அ) ஜனவரி 12, 2006 (ஆ) ஏப்ரல் 12, 2006

(இ) ஜூன் 12, 2006 (ஈ) ஜூலை 12, 2006

17. மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகத்தின் முக்கிய பொறுப்புகளில் ஒன்றான தேசிய புள்ளியியல் தினத்தைக் கொண்டாடும் பொறுப்பு வகிக்கும் பிரிவு

(அ) ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியீட்டுப் பிரிவு

(ஆ) பயிற்சியறிக்கும் பிரிவு

(இ) சமூகப் புள்ளியியல் பிரிவு

(ஈ) பொருளாதாரப் புள்ளியியல் பிரிவு

18. தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அலுவலகத்தில் முதன்மைத் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் பணியை மேற்கொள்ளும் பிரிவு.

(அ) கணக்கெடுப்பு வடிவம், ஆய்வு பிரிவு

(ஆ) களச் செயல் பாடுகள்

(இ) தரவு செயலாக்கம்

(ஈ) ஒருங்கிணைப்பு மற்றும் வெளியீட்டுப் பிரிவு

19. தேசியமாதிரிக்கணக்கெடுப்புஅலுவலகம் (NSSO) மூலம் ஆண்டிற்கு இருமுறை வெளியிடப்படும் இதழ்

(அ) சர்வேக்ஷனா (ஆ) சங்க்யா (இ) பிரமானா (ஈ) யோஜனா

20. இந்தியா பொருளாதாரத்திற்கான கையேடு என்னும் நூலை ஆண்டு தோறும் வெளியிடும் நிறுவனம்

(அ) பாரத ஸ்டேட் வங்கி (ஆ) இந்திய ரிஸர்வ் வங்கி

(இ) தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகம் (ஈ) பொருளாதார அமைச்சகம்

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்களில்) குறுகிய விடைதருக:

21. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில் பதிவு செய்யும்முறை என்றால் என்ன?

22. வாழ்நிலை நிகழ்வின் விகிதத்தை வரையறுக்க.

23. வாழ்நிலைப்புள்ளியியல் தரவுகள் சேகரிப்பதற்கான பகுப்பாய்வு முறையின் நோக்கத்தைக் குறிப்பிடுக.

24. இறப்பு நிலை என்றால் என்ன?

25. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில், கருவுறுதல் என்பது என்ன?

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 256 1/28/2020 6:46:00 PM

26. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில் பெருங்குழு (cohort) என்பது என்ன?
27. வாழ்நிலை அட்டவணையில் பெருங்குழுவின் அளவு (radix) என்பது எதைக் குறிக்கும்?
28. வாழ்நாள் எதிர்பார்ப்பு எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது?
29. செப்பனிடா இறப்பு விகிதம் காணும் விதியை எழுதுக.
30. குழவி இறப்பு விகிதம் கணக்கிடும் விதியைக் கூறுக.
31. செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தை வரையறு.
32. குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம் என்பது என்ன?
33. பொதுவான கருவுறுதல் விகிதம் காணும் விதியை எழுதுக.
34. வாழ்நிலைக் குறியீடு என்பதை வரையறு.
35. செப்பனிடா பிறப்பு விகிதத்திற்கும், பொதுவான கருவுறுதல் விகிதத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு என்ன?
36. நிர்வாகப்புள்ளியியல் என்பது என்ன?
37. கிழக்கிந்தியக் கம்பெனி, கணக்கெடுப்பு நடத்திய நிர்வாகப் புள்ளியியல் பற்றிக் கூறுக.
38. ஆங்கிலேயர் ஆட்சிக்குமுன், நிர்வாகப் புள்ளியியல் சேகரிப்பு பற்றி நீவிர் அறிந்தவை யாவை?
39. புள்ளியியல் அமைச்சகம் மற்றும் திட்டச் செயலாக்ககத்தின் பிரிவுகள் யாவை?
40. மத்திய புள்ளியியல் அலுவலகத்தின் பிரிவுகள் யாவை?
41. தேசிய மாதிரிக்கணக்கெடுப்பு அலுவலகத்தின் பிரிவுகளைப் பட்டியலிடுக.
42. இந்திய அரசில் உள்ள அமைச்சகங்களில், தனியாக புள்ளியியல் பிரிவைப் பெற்றவற்றைக் குறிப்பிடுக.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு (சில சொற்றொடர்களில்) சுருக்கமான விடைதருக:

43. வாழ்நிலைப் புள்ளியியல் பற்றிய வரையறைகள் சிலவற்றை எழுதுக.
44. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில், முழுக்கணிப்பு முறை மூலம் தரவுகளைச் சேகரிக்கும் முறைபற்றிச் சுருக்கமாக எழுதுக.
45. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில் மாதிரிப் பதிவு முறை மூலம் எவ்வகைத் தகவல்களைப் பெற இயலும்?
46. 1,50,000 மக்கள் தொகையுள்ள ஒரு நகரில், ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஏற்பட்ட இறப்புகள் 980 எனில், பொறுத்தமான விதியைப் பயன்படுத்தி அந்நகரின் இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.
47. ஒரு மலைப்பிரதேசத்தில், 55,000 பேர்வசிக்கும் ஊரில், ஓராண்டில் 185 பேர் இறந்துள்ளனர். அவ்வூரின் செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தைக் காண்க.
48. ஒரு மாவட்டத்தில் இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை 70,000. அம்மாவட்டத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும், குழவி இறப்பும் முறையே 10,000 மற்றும் 70 ஆக உள்ளது. இவற்றிற்கு எந்த இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுவாய்? அதன் மதிப்பு என்ன?
49. ஒரு சிற்றூரில் உள்ள ஆரம்ப சுகாதார மையத்தில் ஓராண்டில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 135 ஆகும். அவ்வூரில் அவ்வாண்டில் 300 பேர் இறந்துள்ளனர் அவர்களுள் ஓராண்டை நிறைவு செய்யாத 5 சிறு குழந்தைகளும் இறந்துள்ளனர். அவ்வாறாயின் அவ்வூரின் குழவி இறப்பு விகிதத்தைக் காண்க.
50. குறித்த இறப்பு விகிதம் என்றால் என்ன?
51. வாழ்நிலை அட்டவணையின் பயன்களைப் பட்டியலிடுக.

52. வாழ்நிலை அட்டவணை அமைக்கும்போது நாம் கருத வேண்டியவை யாவை?

53. ஒரு மாவட்டத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாட்காட்டி ஆண்டில் இருக்கின்ற மக்கள் தொகை 1,25,526 ஆகும். அம்மாவட்டத்தில் அவ்வாண்டில் பிறந்த குழந்தைகளாகப் பதிவேட்டில் உள்ள எண்ணிக்கை 987 ஆகும். மேற்கண்ட விவரங்களுக்குப் பொருத்தமான வாழ்நிலை விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

54. பழங்குடியினர் வசிக்கும் ஒரு கிராமத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டில் குழந்தை பெறும் வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை 2275 ஆகும். அக்கிராமத்தில் ஓராண்டிற்கும் குறைவான வயதுடைய குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 23 ஆகும். அவ்வாறெனில் அக்கிராமத்தின் பிறப்பு விகிதத்தை எவ்வாறு கணக்கிடுவாய்?

55. குறிப்பான கருவுறுதல் விகிதம் பற்றிச் சுருக்கமாக எழுதுக.

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடை தருக:

56. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலின் முக்கியத்துவத்தைக் கூறுக

57. ஒரு நகரத்தில் வாழும் மக்களிடையே ஏற்பட்ட இறப்புகளிலிருந்து, செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து கணக்கிடுக.

குழுக்களில் உள்ளோர் வயது (ஆண்டுகளில்)	0-10	10-20	20-40	40-60	60 உம் அதற்கு மேலும்
மக்களின் எண்ணிக்கை	6500	12,000	24,000	20,000	8,000
இறப்புகளின் எண்ணிக்கை	25	37	30	90	100

58. ஒரு மாவட்டத்தில் ஓராண்டில் வயதுவாரியாக ஏற்பட்ட இறப்புகள், மக்கள் தொகையோடு பதிவு செய்யப்பட்டுள்ளன. அம்மாவட்டத்தின் அக்காலத்திற்குரியதான செப்பனிடா இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	15 க்குக் கீழ்	15-25	25-40	40-65	65 உம் அதற்கு மேலும்
நபர்களின் எண்ணிக்கை	40,000	88,000	90,000	60,800	23,000
இறப்புகளின் எண்ணிக்கை	40	62	100	78	20

59. ஒரு மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு ஆண்டில் ஒரு மாவட்டத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையும், அங்கு ஏற்பட்ட இறப்புகளும் வயதைப் பொறுத்து 8 பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றிற்கு அம்மாவட்டத்தின் வயதைக் குறித்த இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	0-5	5-15	15-25	25-40	40-50	50-60	60-65	65 உம் அதற்கு மேலும்
நபர்களின் எண்ணிக்கை	42,345	19046	93,578	30,724	28,874	62,087	28,473	37,693
இறப்புகளின் எண்ணிக்கை	900	798	512	186	174	213	475	883

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 258 1/28/2020 6:46:00 PM

60. வயது குறித்த மக்கள் தொகையும், அவற்றில் ஏற்பட்ட இறப்புகளும் குழுக்களாக அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றிற்கு வயது குறித்த இறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

	10 க்குக் கீழ்	10-20	20-40	40-60	60 உம் அதற்கு மேலும்
நபர்களின் எண்ணிக்கை	36,000	28,000	62,000	52,000	18,000
இறப்புகளின் எண்ணிக்கை	682	204	576	878	725

61. வாழ்நிலை அட்டவணையில் காணப்படும் பல்வேறு உறுப்புகளையும், அவற்றைக் காணும் சூத்திரங்களையும் எழுதுக.

62. கீழ்க்கண்ட வாழ்நிலை அட்டவணையில் விடுபட்ட பகுதிகளை நிரப்புக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
25	75818						
26	75445					2722331	
27	75039			0.009			

63. கீழ்க்கண்ட வாழநிலை அட்டவணையில் விடுபட்ட உறுப்புகளைக் காண்க.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
42	64711					1513333	
43	63787						
44	62821				62310		

64. வாழ்நிலை அட்டவணையின் ஒரு பகுதி விடுபட்ட உறுப்புகளோடு கீழே தரப்பட்டுள்ளது. விடுபட்ட உறுப்புகளை திரப்புக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
36	69818						
37	69032						
38	68212	850				1779254	

65. கீழ்க்கண்ட தரவுகளிலிருந்து, செப்பனிடா பிறப்பு விகிதத்தைக் கணக்கிடுக.

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-40	40-49
நபர்களின் எண்ணிக்கை	16,000	18,000	14,000	15,000	28,000
பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை	25	30	38	28	14

66. ஒரு மாநிலத்தில் இனப்பெருக்க வயதுடைய பெண்களின் எண்ணிக்கை வயதிற்கேற்ப குழுக்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு, அக்குழுவினர் பெற்ற குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும் கீழே அட்டவணையாகத் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றிற்குப் பொது கருவுறுதல் விகிதத்தையும் (GFR), அக்குழுக்களுக்கான வயதைக் குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்களையும் (ASFR) கணக்கிடுக.

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
பெண்களின் எண்ணிக்கை	2,12,724	1,89,237	2,45,367	1,32,109	1,29,645	90,708	34,975
பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை	20,209	23,655	37,787	12,815	9,723	4,898	874

67. ஓராண்டில் ஒரு மாவட்டத்தில் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை, அவர்களின் அன்னையரின் வயதிற்கேற்ப குழுக்களாப் பிரிக்கப்பட்டு அட்டவணைப் படுத்தப்பட்டுள்ளன.

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
பெண்களின் எண்ணிக்கை	4,729	6,236	8,034	9,408	5,907	4,657	2,975
பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை	356	845	970	1,878	856	608	452

அம்மாவட்டத்தின் பொது கருவுறுதல் விகிதத்தையும், வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்களையும் கணக்கிடுக.

68. ஒரு நாட்காட்டி ஆண்டில், ஒரு நகரத்தில் உள்ள பெண்களின் எண்ணிக்கையும் பிறந்த குழந்தைகளின் எண்ணிக்கையும் பற்றிய பதிவு செய்யப்பட்ட விவரம் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. இத்தகவல்களிலிருந்து, பொது கருவுறுதல் விகிதத்தையும், வயது குறித்த கருவுறுதல் விகிதங்களையும் கணக்கிடுக.

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
பெண்களின் எண்ணிக்கை	1,276	3,253	5,628	7,345	6,901	4,253	3,957
பிறப்புகளின் எண்ணிக்கை	218	361	693	1,305	1,031	634	390

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 260 1/28/2020 6:46:00 PM

விடைகள்

I. 1. (ஆ) 2. (இ) 3. (ஈ) 4. (இ) 5. (ஈ)

6. (இ) 7. (ஆ) 8. (ஆ) 9. (ஈ) 10. (அ)

11. (ஆ) 12. (அ) 13. (அ) 14. (ஆ) 15. (இ)

16. (ஈ) 17. (அ) 18. (ஆ) 19. (அ) 20. (ஆ)

III. 46. $CDR = 6.53$ 47. $CDR = 3.36$ 48. $IMR = 7.00$ 49. $IMR = 37.04$

53. $CBR = 7.86$ 54. $GFR = 10.11$

IV. 57. $CDR = 4.00$ 58. $CDR = 0.99$

59.

வயது (ஆண்டுகள்)	0-5	5-15	15-25	25-40	40-50	50-60	60-65	65 உம் அதற்கு மேலும்
ASDR	21.25	41.90	5.47	6.05	6.03	3.43	16.68	23.43

60.

வயது (ஆண்டுகள்)	10 க்குக் கீழ்	10-20	20-40	40-60	60 உம் அதற்கு மேலும்
ASDR	18.94	7.29	9.29	16.88	40.28

62.

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
25	75818	373	0.9951	0.0049	75632	27,97,968	36.90
26	75445	406	0.9946	0.0054	75242	27,22,331	36.08
27	75039	675	0.9910	0.0090	74702	26,47,629	35.28

63.

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
42	64711	924	0.9857	0.0143	64249	1513333	23.39
43	63787	966	0.9849	0.0151	63304	1449084	22.72
44	62821	1022	0.9837	0.0163	62310	1385780	22.06

64.

x	$l(x)$	$d(x)$	$p(x)$	$q(x)$	$L(x)$	$T(x)$	$e^0(x)$
36	69818	786	0.9887	0.0113	69425	1917301	27.46
37	69032	820	0.9881	0.0119	68622	1847876	26.77
38	68212	850	0.9875	0.0125	67787	1779254	26.08

08_12th_Statistics_TM_Unit_8.indd 261 1/28/2020 6:46:00 PM

65. $CBR = 1.48$

66. $GFR = 106.27$

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
ASFR	95.00	125.00	154.00	97.00	75.00	54.00	24.99

67. $GFR = 142.21$

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
ASFR	75.28	135.50	120.74	199.62	145.06	130.56	151.93

68. $GFR = 142.03$

வயது (ஆண்டுகள்)	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-49
ASFR	170.85	110.97	123.13	177.67	149.40	149.07	98.56

References

Mukhopadhyay, P.(2016). *Applied Statistics*. Books and Allied (P) Ltd., Kolkata.

Goon, A.M., Gupta M. K. and Das Gupta B. (2016). Fundamentals of Statistics, Vol. 2. The World Press pvt Ltd, Kolkatta.

Rao, T.J. (2010). Official Statistics in India: The Past and the Present. *Journal of Official Statistics*, Vo. 26(2), 215-231.

Rao, T.J. (2013). National Statistical Commission and Indian Official Statistics. *Resonance*, December, 1062-1072.

அத்தியாயம்

9 திட்டப்பணி

திட்டப்பணி என்பது மாணவரின் கற்றலை மையமாகக் கொண்டு மாணவரே தமது அனுபவப்பயிற்சியின் மூலம் திறந்தநிலை பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்கு, செயல்பாடுகளை உள்ளடக்கிய கற்பித்தல் முறைகளுள் ஒன்றாகும். இதன் மூலம் கற்றலின் பல்வேறு நிலைகளின் அறிவு பூர்வமான கருத்துக்களை ஒருங்கிணைத்து ஆக்கபூர்வமாக நம்வாழ்வின் பல்வேறு நிலைகளில் பயன்படுத்த முடியும்.

கற்றல் குறிக்கோள்கள்

- ஒரு திட்டப்பணி ஆய்வுக்கு வினாப்பட்டியல் தயார் செய்தல்
- வினாப்பட்டியலைப் பயன்படுத்தி தரவுகளைச் சேகரித்தல்
- சேகரித்த தரவுகளைத் தொகுத்து அட்டவணைப்படுத்துதல்
- புள்ளியியல் முறைகள் மூலம் தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்தல்
- சுருக்கமாக ஒரு திட்ட அறிக்கையைத் தயாரித்தல்

EDIB3G

அறிமுகம்

ஓர் எந்திரப்பொறியாளர், ஒரு தொழிலகத்தில் முதலில் சிலகாலத்திற்கு பயிற்சிப் பொறியாளராகவும், மருத்துவமனையில் பணிபுரியும் மருத்துவர் முதலில் பயிற்சி மருத்துவராகவும், தணிக்கையாளர் கணக்காளராகவும், பெரிய வழக்குரைஞர் முதலில் இளநிலை வழக்குரைஞராகவும், பணியாற்றிய பின்பே முழுமை நிலையை அடைய முடியும் என்பதை அறிவோம்.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 263 1/28/2020 6:46:22 PM

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுகள் புள்ளியியல் கற்போரை எவ்வகையில் இணைக்கும்? பாடத்திட்டத்தில், வகுப்பறையில் கற்பிக்கப்படும் கோட்பாடுகள் நிறைந்த பாடங்களோடு, செயல் சார்ந்த திட்டப்பணியையும் புள்ளியியல் பாடத்தில் இணைப்பதன் மூலமே, இரண்டிற்கும் இடையேயுள்ள இடைவெளி குறைக்கப்பட்டு, முழுமைபெறும் என்பதற்காகத்தான் மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டுகள் கூறப்பட்டன.

பண்பியல்புகள்

திட்டப்பணி என்பது, ஆசிரியர் வழிகாட்டுதலோடு சில மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு குழுவாகவோ, தனி மாணவராகவோ ஒப்படைப்பு ஒன்றினை, அவர்களுக்குக் கொடுக்கப்பட்ட காலத்தில் நிறைவு செய்வதாகும். அவ்வொப்படைப்பின் செயல்முறைகளைப் பற்றி ஒரு சுருக்கமாக எழுத்து வடிவில் அறிக்கை தயாரித்துத் தருவது திட்டப்பணியின் ஒருங்கிணைக்கப்பட்ட பகுதியாகும். அதாவது திட்டப்பணி என்பதை ஒரு முழுமையான ஒப்படைப்பு என்றும் கூறலாம். இது திட்டமிடல், செயல்படுத்துதல், பகுப்பாய்வு செய்தல், செய்த வேலையை அறிவித்தல் போன்ற பல நிலைகளைக் கொண்டது

பயன்கள்

1. புள்ளியியல் கண்ணோட்டத்தில், உலகில் நிகழும் உண்மையான பிரச்சினை ஒன்றிற்குத்தீர்வு காண்பதற்கான, சூழ்நிலைசார்ந்த ஒப்படைப்பு ஒன்றைத் தருவதன் மூலம், மாணவர் இத்திட்டப்பணியை நிறைவு செய்து அதன் மூலம் பயன்பாட்டு அறிவைப் பெறுவர்.
2. திட்டப்பணியின் மூலம் முறையாகத் தரவுகளைச் சேகரித்தல் போன்றவற்றை அறிந்து கொள்ள முடிகிறது. அத்துடன் திட்டப்பணியை நிறைவு செய்யும் போது கீழ்க்கண்ட பலன்களையும் பெற முடிகிறது.
    - புள்ளியியல் சார்ந்த பிரச்சினையை, சரியாகக் கண்டறியும் திறனைப் பெறுதல்
    - திட்டப்பணிக்கான கற்பிதங்களை அறிந்து அதை உறுதி செய்யும் முறையை அறிதல்
    - முடிவுகளுக்கு விளக்கமளிக்கும் திறன் பெறுதல்
    - அறிக்கை தயாரிக்கும் திறன் பெறுதல்
3. பதிலளிப்பாளருடன் நல்ல தொடர்பு ஏற்படுத்திக் கொள்ளும் திறன், குழுவுடன் இணைந்து செயலாற்றும் திறன், ஒருங்கிணைப்புத் திறன், ஆசிரியர்–மாணவர் தொடர்பு மேம்படுதல் போன்றவற்றிக்குத் திட்டப்பணி செயலாக்கம் வழிகாட்டுகிறது.

9.1 திட்டப்பணியை வடிவமைத்தல்

திட்டப்பணியை நிறைவேற்றுவதில் ஆறு நிலைகள் உள்ளன. அவை

❖ நிலை 1 : திட்டப்பணியின் தலைப்பைக் கண்டறிதல்
❖ நிலை 2 : இலக்குகளை வரையறுத்தல், குறிக்கோள்களை கருதுகோள்களாக உருவாக்குதல்
❖ நிலை 3 : திட்டப்பணிக்கான செயல்களைத் திட்டமிடுதல்
❖ நிலை 4 : தரவுகளைச் சேகரித்து, தரவுத்தொகுப்பை உருவாக்குதல்
❖ நிலை 5 : தரவுகளைப் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு செய்தல்
❖ நிலை 6 : திட்டப்பணிக்கான அறிக்கை தயாரித்தல்

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 264 1/28/2020 6:46:22 PM

எந்த திட்டப்பணியானாலும், அதற்குரிய பொருத்தமான தலைப்பை நிர்ணயித்தலே, முதல் தலையாய பணியாகும். தலைப்பைத் தெரிவு செய்வதற்கான மூலங்கள், தனிப்பட்டவர் அனுபவங்களாகவோ, ஒருவரது உரையாடலிருந்து கிடைக்கப்பெற்றதாகவோ, அன்றாட அனுபவங்களிலிருந்து பெறப்பட்டதாகவோ, சமூகப்பிரச்சனைகளாகவோ, அரசியல் கருத்துக் கணிப்புகளாகவோ இருக்கலாம்.

அதேசமயம், தலைப்பை நிர்ணயித்தலில் தரவுகள் கிடைக்கும் தன்மையை, ஆய்வை நிறைவு செய்யக்கூடிய கால அளவு, ஆய்வுசெய்வதில் நிபுணத்துவம் பெறும் திறன் போன்ற அடிப்படைகளைப் பொறுத்து, தலைப்புகள் உருவாக்கப்பட வேண்டும்.

நிலை 2 : சிறப்பு நோக்கங்களை வகுத்துரைத்தல் / கருதுகோள்களை உருவாக்குதல்

சிறப்பு நோக்கங்கள்

திட்டப்பணியாளர் செய்யவேண்டிய திட்டப்பணியின் அம்சங்கள் தெளிவான வகையில், சிறப்பு நோக்கங்களாகச் சொல்லப்பட்டிருக்கவேண்டும். எனவே சிறப்பு நோக்கங்கள் தெளிவாக சொல்லப்படாதவரை ஆய்வுப் பணியைத் தொடங்கக்கூடாது.

கருதுகோள்கள்

கருதுகோள் என்பது ஓர் ஆய்வு செய்பவரின் புலக்காட்சியாக வெளிப்படவேண்டும். அது சோதனை செய்வதற்குரிய கருத்தாகவும், அனுபவபூர்வ சரிபார்த்தலுக்கு உட்படுவதாகவும் இருக்கவேண்டும். சில சமயங்களில் அது ஆய்வுகருதுகோள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

நிலை 3: திட்டப்பணிக்கான செயல்களைத் திட்டமிடுதல்

1. பதிலளிப்பாளரைத் தெரிவு செய்தல்
2. தரவுகளைச் சேகரித்தல்
3. தரவுகளைச் சேகரிக்கும் போது கருவியாகச் செயல்படும் அமைப்பின் நம்பகத்தன்மையையும் ஏற்புடைத் தன்மையையும் சோதித்து, ஏற்றல்
4. ஆய்வின்போது, பிரச்சினைகளுக்குத் தீர்வு காண்பதற்குரிய நுட்பங்களை பயன்படுத்துதல் போன்ற முக்கிய பொருத்தமான செயல்முறைகளை உள்ளடக்கியதாகத் திட்டமிடல் இருக்கவேண்டும்.

நிலை 4: தரவுகளைச் சேகரித்து, தரவுத் தொகுப்பை உருவாக்குதல்

திட்டப்பணிக்கான செயல்திட்டம் உருவாகியபின், தகவல் சேகரிப்பாளர், யாரிடமிருந்து, எங்கிருந்து தரவுகளைச் சேகரிக்க வேண்டுமென்பது பற்றியும், தகவல் சேகரிக்கும் அமைப்பு பற்றியும் தெரிந்து கொண்டு, திட்டப்பணிக்குத் தேவையான தரவுகளைச் சேகரிக்கத் தொடங்கவேண்டும்.

தரவுத் தொகுப்பை உருவாக்கும்போது, தரவுகள் எல்லாம் கணினி விரிதாளில் (Computer Spread sheet) பிழைகளின்றி பதிவுசெய்யப்பட்டுத் தொகுக்கப்பட்டிருக்க வேண்டும்.

நிலை 5: தரவுகளைப் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு செய்தல்

முக்கியத்துவம் வாய்ந்த இந்நிலையில், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்வதற்குத் தகுந்த புள்ளியியல் கருவியைத்தெரிவு செய்து செயல்படுத்தவேண்டும். இது நல்லகருத்துத்தெளிவிற்கும், ஆய்வின் நோக்கத்தைப்புரிந்துகொண்டு பயன்படுத்தப்படும்படியாக இருப்பதற்கும் தேவையாக இருக்கிறது. தகுந்த புள்ளியியல் கருவியைத் தெரிவு செய்து முதன்மையாக, ஆய்வின் நோக்கங்களைப் பொறுத்து இருக்க வேண்டும். அதன்பிறகு அதில் பயன்படுத்தப்படும் மாறிகள், மாறிகளின் எண்ணிக்கை, அவற்றின் அளவீட்டு அளவைகள் (பெயர், வரிசை போன்றவை) போன்றவற்றை நிர்ணயிக்கவேண்டும்

நிலை 6 : அறிக்கை தயாரித்தல்

திட்டப்பணிக்கான அறிக்கை தாயரித்தல், எல்லா திட்டப்பணிகளுக்குமான இறுதியான மற்றும் முக்கியமான படியாகும். இவ்வறிக்கை, திட்டப்பணியின் நோக்கம், முக்கியத்துவம், முறைகள், கண்டறிந்தவை, ஆய்வின் எல்லைகள், முடிவு ஆகியவற்றை விளக்குவதாக அமையும். இது எளிதில் புரிந்து கொள்ளும் படியாகவும், அதே துறையில் ஆய்வு நடத்தும் மற்றவர்களுக்குப் பயன்படும்படியாகவும் இருக்க வேண்டும்.

9.2 திட்டப்பணியை மேற்கொள்வதற்குமுன் திட்டமிடும் செயல்கள்

ஒரு திட்டப்பணியை மேற்கொள்வதற்கு முன் கீழ்க்கண்ட வினாக்களை எழுப்பி அதற்கு பதில் காண முற்பட வேண்டும்.

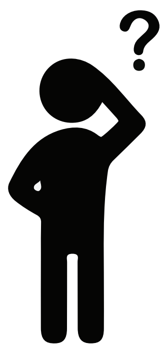
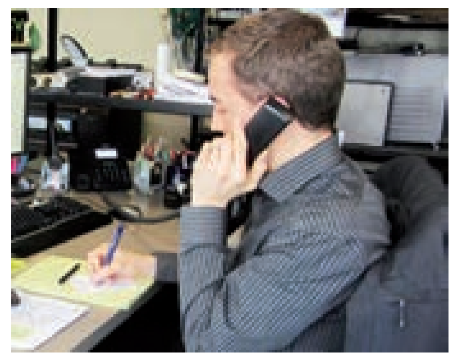
1. எதைப் பற்றிய ஆய்வு?
2. ஏன் இந்த ஆய்வு உருவாக்கப்படுகிறது?
   (ஊக்கம் ஊட்டுவதற்கான ஆய்வு என்பதற்காக இவ்வினாவை எழுப்ப வேண்டும்)
3. எங்கெல்லாம் இந்த ஆய்வு நடத்தப்படுகிறது?
   (நோக்கச் செயல்பாட்டின் எல்லை அறிவதற்காக)
4. எவ்வகையான தரவுகள் தேவைப்படுகிறது?
   (களப்பணித்தரவுகள்/ சோதனை தரவுகள்)
5. எவ்வகைய சோதனைக் கருவிகள் தேவைப்படுகின்றன?
   (வினாப்பட்டியல்/ வேறுவகை சோதனைக் கருவிகள்)
6. யாரிடமிருந்து நமக்கு வேண்டிய தரவுகள் கிடைக்கும்?
   (எங்கிருந்து சேகரிப்பது/ இலக்குகுழு எது?)
7. எத்தகைய கால நேரத்தில் ஆய்வுகளைச் செய்வது?
   (எவ்வளவு? எத்தனைமுறை தரவுகளைச் சேகரிப்பது)
8. தரவுகள் சேகரிப்பில் பயன்படுத்தப்படும் நுட்பங்கள் யாவை?
   (எம்முறையைப் பயன்படுத்தும்போது பின்பற்ற வேண்டும்)
9. எவ்வாறு தரவுகள் பகுப்பாய்வு செய்யப்படும்?

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 266 1/28/2020 6:46:23 PM

9.3 வினாப்பட்டியல் உருவாக்கும் முறை

வினாப்பட்டியல் வடிவத்தின் ஒரு பகுதி

இது வினாக்களும், அதற்குரிய பதில்கள் இடம்பெறும் வகையில் இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கும்.

வினாக்கள்	**பதில்கள்**
	
1. பெயர் 2. வயது (நிறைவு பெற்ற ஆண்டுகளில்) 3. பாலினம்	-- ________ ஆண்டுகள் 1. ஆண் 2. பெண்

ஒரு வினாப்பட்டியலில் எவ்வகையான வினாக்கள் மற்றும் பதில்கள் இடம்பெறவேண்டும் என்பதை ஆய்வு செய்பவர் வடிவமைத்தவுடன், வினாக்களை எழுதத்துவங்க வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவிலுள்ள சொற்களும், அவற்றின் வரிசையும் ஆய்வில் ஈடுபடுவோரின் காலமுதலீட்டைக்கருதி, இடம்பெறவேண்டியிருப்பதால், அவற்றை எழுதும் வழிகாட்டிமுறைகளை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

ஒரு வினாப்பட்டியலின் பண்பியல்புகள்:

- தெளிவான சொற்களைப் பயன்படுத்த வேண்டும்
- பதிலளிப்பாளரின் குறையைச் சுட்டிக்காட்டும் சொற்களைத் தவிர்க்க வேண்டும்.
- பதிலளிப்பாளரின் பதிலளிக்கும் திறனைக் கருதி வினாக்களை இடம்பெறச் செய்யவேண்டும்.
- பதிலளிப்பாளர், வினாக்களுக்கு விருப்பத்துடன விடையளிக்கும் எண்ணம் உருவாகும்படி வினாக்களை அமைக்க வேண்டும்.

வினாப்பட்டியலை மதிப்பிடுதல்

வினாப்பட்டியலின் வரைவு ஒன்றை வடிவமைத்தவுடன், ஆய்வாளர், அவ்வினாக்களின் தரத்தை நன்கு கவனித்து மதிப்பிட வேண்டும். கவனமாக சிந்தனையோடு செயல்பட வேண்டியுள்ளதால், வினாப்பட்டியலின் முக்கியத்துவத்தைக் கருதி, அதிகம் காலம் பிடிக்கும் என்றாலும் தரத்தோடு மதிப்பிடவேண்டும். மேலும் வினாப்பட்டியல் தயாரிக்கும்போது கீழ்க்கண்ட வினாக்களையும் எழுப்பி விடைகளைக் காண முயலவேண்டும்.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 267 1/28/2020 6:46:23 PM

- கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்த வினா தேவையானதா?
- களப்பணி ஆய்வின் குறிக்கோள்களுக்குப் பதிலளிக்கும் வகையில் வினாக்கள் உள்ளனவா?

முன்தேர்வு

வினாப்பட்டியல் தயாரித்தவுடன், அவ்வினாப்பட்டியலைக் கொண்டு தேர்வு ஒன்று நடத்தப்படவேண்டும். உருவாக்கப்பட்ட வினாக்களோடு ஒரு சிறிய எண்ணிக்கையில், பதிலளிப்பாளர்களுக்கு வினாப்பட்டியலைத் தந்து விவரங்கள் பெறும் முறை முன்தேர்வு என்று அழைக்கப்படும். சில சமயங்களில் தகுதி வாய்ந்த சில ஆய்வாளர்களிடம் இவ்வினாப்பட்டியலை அனுப்பி அவர்களிடம் கருத்தைக்கேட்டு இப்பட்டியலைச் சிறப்பிக்கச் செய்யலாம். இவ்வாறு மேம்படுத்தப்பட்ட வினாப்பட்டியல் உருவானபின்பு, அது தரவுகளைச் சேகரித்து நமக்கு அளிப்பதற்குத் தயாராகி விடும்.

9.4 ஒரு திட்டப்பணியின் வடிவமைப்பு

ஒரு திட்டப்பணி அறிக்கையின் பொது வடிவமைப்பு, முதன்மையான மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டது.

I. தொடக்க நிலை பிரிவு

இதில் தலைப்புபக்கம், முன்னுரை, ஒப்புகை, உள்ளடக்கம் பற்றிய அட்டவணை போன்றவை இடம்பெறும்.

II. திட்டப்பணியின் பாடப்பொருள் பிரிவு

இப்பகுதியில் பிரச்சினையின் அறிமுகம், அதே துறையில் முன்பே ஆய்வு நடைபெற்றதைப் பற்றிய திறனாய்வுகள், ஆய்வு நடைபெறுவதற்கான வழிமுறைகள், பகுப்பாய்வு செய்தபின் கிடைத்த கண்டுபிடிப்புகள், அதையொட்டிய முடிவுகள் ஆகியவை இடம்பெற்றிருக்கும்.

III. சான்றாதாரப் பகுதி

இப்பகுதியில், அறிக்கையில் இடம்பெற்ற அடிக்குடிறிப்புகள், நூற்பட்டியல், பிற்சேர்க்கைகள், குறியீடுகள் போன்றவை இடம்பெறும்.

திட்டப்பணி அறிக்கையின் மொழிநடை

அறிக்கையின் மொழிநடை எளிமையாகவும், தெளிவாகவும், சுருக்கமாகவும் இருக்கவேண்டும். அறிக்கையின் சொற்றொடர்கள் படர்க்கை வடிவத்தில் (மூன்றாம் நபர் கூறுவது போல்) எழுதப்பட்டிருக்க வேண்டும். வட்டார வழக்கு மொழியிலும், எழுத்துபிழைகள் உள்ளவாறும் எழுதப்படாதிருக்க வேண்டும். மாற்றுமொழியை அறிக்கையினிடையே பயன்படுத்த வேண்டியிருக்குமாயின், அம்மொழியின் எழுத்துருக்கள் அறிக்கை முழுவதும் அதே மாதிரியே எழுதப்பட்டிருக்க வேண்டும்.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 268 1/28/2020 6:46:23 PM

பயிற்சிகள் 9

I. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு மிகச்சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க.

1. பின்வருவனவற்றுள் எது திட்டப்பணியின் தொடர்செயல்களாகக் குறிப்பிடப்படும்?

   அ) குறிக்கோள்கள் உருவாக்குதல், அறிக்கை தயாரித்தல், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்தல், திட்டப்பணிக்குத் திட்டமிடுதல்

   ஆ) அறிக்கை தயாரித்தல், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்தல், திட்டப்பணிக்குத் திட்டமிடுதல், குறிக்கோள்கள் உருவாக்குதல்.

   இ) குறிக்கோள்கள் உருவாக்குதல், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்தல், அறிக்கை தயாரித்தல், திட்டப்பணிக்குத்திட்டமிடுதல்

   ஈ) குறிக்கோள்கள் உருவாக்குதல், திட்டப்பணிக்குத் திட்டமிடுதல், தரவுப்பகுப்பாய்வு செய்தல், அறிக்கை தயாரித்தல்

RA55SC

2. பண்புசார் தரவுகள் என்பது

   அ) அளவிடக்கூடியது ஆ) அளவிட முடியாதது.

   இ) பகுதியாக அளவிடக்கூடியது ஈ) மேற்கூறிய எல்லாம்.

3. 'காப்பியின் சுவை' என்பதை அளவிடக்கூடிய அளவு

   அ) பெயரளவு அளவு ஆ) வரிசைப்படுத்தும் அளவு

   இ) இடைவெளி அளவு ஈ) விகித அளவு

4. ஓர் ஆய்வாளர், ஒரு முகமை மூலம் பெற்ற தரவுகளைப் பயன்படுத்தினால், அத்தரவுகள் அழைக்கப்படுவது

   அ) எண்சார் தரவுகள் ஆ) பண்புசார் தரவுகள்

   இ) இரண்டாம் நிலை தரவுகள் இ) முதல் நிலை தரவுகள்

5. ஓர் ஆய்வில் கருத்துக்கணிப்பு நடைபெறுவது

   அ) செயல் தொடங்குவதற்கு முன் ஆ) செயல் தொடங்கியபின்

   இ) செயல்முறையின் நடுவில் ஈ) செயலின் எந்த நேரத்திலும்

6. இரத்த அழுத்தத்தினால் ஏற்படும் மன அழுத்தநிலை பற்றிய ஓர் ஆய்வு மேற்கொள்ளப்படுகிறது. இந்த ஆய்வில் இரத்த அழுத்தம் என்னும் மாறியானது,

   அ) சார்பற்ற மாறி ஆ) சார்புடைய மாறி

   இ) இடைப்பட்ட மாறி ஈ) புறம்பான மாறி

7. வினாப்பட்டியல் முறையில், கீழ்க்கண்டவற்றுள் எக்கூற்று தவறானது?

   அ) குறைந்த நேரத்தில் பரந்த சேகரிப்பு,

   ஆ) இம்முறை எந்த பதிலளிப்பாளருக்கும் பொருத்தமானதாகும்

   இ) பதில்பெறும் விகிதம் குறைவு

   ஈ) தெரியாதவரிடமிருந்தும் சேகரிக்க இயலும்

8. ஓர் ஆய்வில் இன்மை கருதுகோள் என்பது

   அ) ஒரு மிகைவழி கருதுகோள் ஆ) ஒரு குறைவழி கருதுகோள்

   இ) வித்தியாசம் ஏதுமில்லாத கருதுகோள் ஈ) மேற்கூறிய ஏதுமில்லை

9. ஒரு வழக்கமான செயலுக்கிடையே ஒரு புதிய செயலைப் பயன்படுத்திப் பெறும் விளைவை அறியும் சோதனை

அ) F சோதனை ஆ) மாறுபாட்டுப்பகுப்பாய்வு

இ) கை வர்க்க சோதனை ஈ) t இணைச்சோதனை

10. திட்டப்பணி முடிந்தபின் அதற்கு உதவியோர்க்கு நன்றி தெரிவிக்கும் பகுதி, திட்டப்பணி அறிக்கையில் இடம்பெறும் இடம்

அ) சான்றாதாரப் பகுதி ஆ) முடிவுரை

இ) ஒப்புகைப்பகுதி ஈ) அறிக்கையில் இடம்பெற வேண்டியதில்லை

II. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு மிகக் குறுகிய அளவில் விடைதருக

11. கலைத்திட்டத்தில் (Curriculum) திட்டப்பணி ஏன் தேவைப்படுகிறது?
12. ஓர் ஆய்வில் பங்குபெறும், முழுமைத்தொகுதி அல்லது இலக்கு குழு என்பது பற்றி வரையறு
13. திட்டப்பணி தலைப்பைத் தெரிவு செய்வதற்கு முன் கவனிக்க வேண்டியவற்றைப் பட்டியலிடு
14. ஒரு திட்டப்பணியில் கருதுகோள் சோதனையைத் தவிர்க்க முடியாத சூழ்நிலைகள் சிலவற்றைக் கூறுக.
15. தரவுப் பகுப்பாய்வுக்குத் தேவையான புள்ளியியல் கருவியை தெரிவு செய்வதில் உள்ள பகுதிகளைப் பட்டியலிடுக.

III. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்குச் சுருக்கமாக விடைதருக

16. ஒரு செயல்திட்டத்தின் பண்பியல்புகளைக் கூறுக
17. திட்டப்பணியை மேற்கொள்வதால் ஏற்படும் நன்மைகளைப் பட்டியலிடுக.
18. திட்டப்பணியை செயல்படுத்தலில் உள்ள நிலைகளைக் கூறுக
19. திட்டப்பணி அறிக்கையின் தொடக்க நிலைப்பிரிவில் இடம்பெறுவன யாவை?
20. ஒரு வினாப்பட்டியல் முறையில் முன்சோதனை என்பது என்ன?

IV. கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விரிவான விடைதருக.

21. ஒரு திட்டப்பணியை மேற்கொள்வதால் உண்டாகும் பயன்களை விவரிக்க.
22. ஒரு திட்டப்பணியில் உள்ள பல்வேறு நிலைகளைப் பற்றிய பண்பியல்புகளை விவரிக்க.
23. வினாப்பட்டியல் தயாரிக்கும் போது நினைவில் கொள்ளவேண்டியவை யாவை?
24. திட்டப்பணியைத் திட்டமிடும்போது, கருத்தில் கொள்ள வேண்டியவற்றைக்கூறுக
25. ஒரு திட்டப்பணி அறிக்கையின் அமைப்பை விளக்குக.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 270 1/28/2020 6:46:23 PM

பின்வரும் இணைப்புகள்

(இப்பகுதியிலுள்ளவை புரிதலுக்காக மட்டுமே, தேர்வுக்காக அன்று)

திட்டப்பணிக்கான மாதிரி வடிவம்

நிலை 1 : திட்டப்பணிக்கானத் தலைப்பை நிர்ணயித்தல்

தலைப்பு: மாணவரிடையே உடல்பருமன் பரவியுள்ளமைபற்றிய ஓர் ஆய்வு

நிலை 2 : குறிக்கோள்களைக் கூறுதல் / கருதுகோள்களை அமைத்தல்.
இத்தலைப்பில் உள்ளவற்றைக் காண்பதற்கு முன் சில வினாக்களை எழுப்புவோம்.

1. பாலினம் மற்றும் பகுதி வாயிலாக பதிலளிப்போர் எவ்வாறு பரவியுள்ளனர்?
2. மாணவரிடையே உடல்பருமன் எவ்வாறு பரவியுள்ளது?
3. உடல் பருமன் பாலினம் சார்ந்திருக்கிறதா?
4. உணவுப்பழக்கமும், உடல்பருமனும் தொடர்பு பெற்றிருக்கிறதா?
5. முன்னறியும் பொருட்டு, உயரம், எடை இவற்றிற்கிடையே ஓர் எளிய நேரிய சமன்பாட்டை அமைக்கலாமா?
6. சராசரி உயரத்தைப் பொறுத்து ஆணும் பெண்ணும் வேறுபடுகிறார்களா?
7. பல்வேறு உணவுப்பழக்கம் உள்ளவர்களின் சராசரி எடையை சமமென்று கருதலாமா?

குறிக்கோள்கள்:

1. பதிலளிப்பாளரின் முழுமைத்தொகுதிப் பண்புகளைப் பற்றி விவரித்தல்
2. மக்களிடையே உடல்பருமன் தன்மையுடையோர் பற்றி அறிதல்
3. உடல்பருமன் தன்மை என்பது பாலினத்திற்கும், உணவுப் பழக்கத்திற்கும் தொடர்புடையதா என்பதை அறிய முற்படுதல்.
4. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு, உயரம் மற்றும் எடை சார்ந்த ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டு அமைப்பு ஒரு நல்ல பொருத்தமான அமைப்பாக இருக்குமா எனச் சோதனை செய்தல்
5. சராசரி எடையில், பாலினமும் உணவுப்பழக்கமும் செல்வாக்கு பெறுமா என்பதைச் சோதனை செய்தல்.

கருதுகோள்கள்:

1. உடல்பருமன்தன்மை பாலினத்தைப் பொறுத்து அமையவில்லை
2. உணவுப்பழக்கத்திற்கும், உடல்பருமனுக்கும் தொடர்பில்லை
3. உயரம், எடை இவற்றிற்கிடையேயுள்ள நேரியச்சமன்பாட்டு அமைப்பு ஒரு நல்ல அமைப்பு
4. ஆணின் சராசரி எடையும், பெண்ணின் சராசரி எடையும் பாலினத்தைப் பொருத்து வேறுபடுவதில்லை.
5. சராசரி எடை பல்வேறு உணவுப் பழக்கங்களால் பாதிக்கப்படுவதில்லை

நிலை 3 : திட்டப்பணிக்காகத் திட்டமிடுதல், தரவு சேகரிப்பதற்காகத் திட்டமிடல்

(i) மூலம்:

அ) களக்கணக்கெடுப்பு ☑ ஆ) சோதனை கணக்கெடுப்பு ☐

இ) கவனக் கணக்கெடுப்பு ☐

(ii) தரவுகளின்வகை:

அ) முதல் நிலை தரவுகள் ☑ ஆ) இரண்டாம் நிலை தரவுகள் ☐

(iii) முழுமைத்தொகுதி அல்லது இலக்கு குழு: ____________

(iv) கணக்கெடுக்கும் முறை: ____________

அ) முழுமைக் கணக்கெடுப்பு ☐ ஆ) மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு ☑

(v) மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு எனில், பின்வறுவனவற்றிற்குப் பதில் தருக:

அ) மாதிரி கிடைக்கக் கூடியது ☑ ஆ) கிடைக்காது ☐

(vi) மாதிரி அளவை நிர்ணயித்தல்: _____________

(vii) தொடர்புகளின் எண்ணிக்கைகள்:

அ) ஒரே ஒரு முறை ☑

ஆ) இருமுறை (அதாவது செயலின் முன்பும், பின்பும்) ☐

இ) பலமுறை ☐

(viii) மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு எடுக்கும் முறை ____________________

(ix) தகுந்த அல்லது முழுமைத்தொகுதியின் பிரதிநிதியாக இருக்குமா?

அ) ஆம் ☑ ஆ) இல்லை ☐

(x) பயன்படுத்தவிருக்கும் அளவிடும் கருவிகள் __________

(xi) வினாப்பட்டியல் எனில் முன்தேர்வு நடத்தப்பட்டதா?

அ) ஆம் ☑ ஆ) இல்லை ☐

(xii) நம்பகத்தன்மையும், பொருத்தமாகும் தன்மையையும் பெற்றதா?

அ) ஆம் ☐ ஆ) இல்லை ☑

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 272 1/28/2020 6:46:23 PM

வினாப்பட்டியல்

இதற்காக ஆய்வுசெய்வோர், ஒரு பொருத்தமான வினாப்பட்டியலை பின்வரும் வடிவத்தில் உருவாக்க வேண்டும்.

1. பெயர்: ....
2. பாலினம்: 1. ஆண் ☐ 2. பெண் ☐
3. வசிப்பிட வகை: 1. நகரம் ☐ 2. சிற்றூர் ☐
4. உயரம் (செ.மீட்டரில்): ....
5. எடை (கி.கி.இல்): ....

நிலை 4: தரவுகள் சேகரிப்பும், தரவுகளைத் தொகுத்தலும்

தரவுகள் பதியும் முறை

வரிசை எண்	உணவுப் பழக்கம் ஒரு நாளைக்கு	பாலினம்	உயரம்	எடை
1	2	1	137.8	30
2	3	1	131.5	30.5
3	1	2	132.8	31.5
4	3	1	139.8	30.5
---	---	---	---	---
39	2	1	126	24
40	3	2	128.5	23.5

நிலை 5: தரவுகளின் புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு

கீழ்க்கண்ட நான்கு அம்சங்களைப் பொருத்து பொருத்தமான புள்ளியியல் கருவியைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.

1. நோக்கம்
2. இடம்பெறும் மாறிகள்
3. அளவீட்டு அளவைகளின் பயன்பாடு
4. ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தப்படும் மாறிகளின் எண்ணிக்கை

ஆய்வு பற்றிய விளக்கங்கள்: தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்தபின், விளக்கம் தரும்போது, ஆய்வாளர் கண்டறிந்தவற்றையும், அதற்கான முடிவுகளையும் தரவேண்டும். கண்டறிந்தவை எல்லாம் தரவுகளின் மூலம் பெற்றவையாகவும், முடிவுகள் எல்லாம், ஆய்வுக்குரிய வினாக்களுக்கு பதிலளிக்கும் விதமாகவும் இருக்கவேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 273 1/28/2020 6:46:23 PM

ஆய்வுக்குறிக்கோள்களுக்கேற்ப புள்ளியியல் கருவியைத் தெரிவு செய்தல்

கருதுகோள் சோதனைக்கு ஏற்ப பொருத்தமான சோதனையைத் தெரிவு செய்து பகுப்பாய்வு செய்தல்.

சோதனையில் இடம்பெறும் மாறிகளைக் கண்டறிதல்:

பயன்படுத்தப்படும் அளவீட்டு அளவைகளைக் குறிப்பிடல்:

இடம்பெறும் மாறிகளின் எண்ணிக்கை:

==

மேற்கண்டவற்றிற்குப் பொருத்தமான புள்ளியியல் கருவியைத் தெரிவு செய்தல்:

==

புள்ளியியல் கணக்கீடுகள் (√) குறியிடுக

ஆய்வுக்குரிய கருதுகோள்கள்:

1. ஆய்வின் வடிவம்:
   ஒரு மாறி ☐ இரு சாரா மாறிகள் ☐
   இரண்டிற்கும் அதிகமான சாரா மாறிகள் ☐
   முன்–பின் தொடர்புடைய மாறிகள் ☐
2. பொருத்தமான தொகுதிப்பண்பளவையைக் கண்டறிதல்:
   சராசரி ☐ விகிதசங்கள் ☐ மாறுபாட்டளவை ☐
3. ஒரே சமயத்தில் கருதப்படும் மாதிரிகள்:
   ஒன்று ☐ இரண்டு ☐ இரண்டிற்கும் மேல் ☐
4. மாதிரி அளவு: 30 க்கும் மேல், $(n \geq 30)$ ☐ 30க்கு கீழ், $(n \leq 29)$ ☐
5. தரவுக்கணம் அமைப்பு உருவாக்குவது:
   இயல்நிலைப்பரவல் ☐ இயல்நிலை அற்றபரவல் ☐
6. பொருத்தமான புள்ளியியல் சோதனை: ______________________
   துணைமாறியைக் கொண்டது ☐ துணைமாறி இல்லாதது ☐
7. ஆய்வில் பயன்படுத்தப்படும் சோதனை: ______________________

ஆய்வில் கண்டறிந்தவை:

ஆய்வின் முடிவுகள்:

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 274 1/28/2020 6:46:24 PM

சோதனை முறை

ஒரு மாதிரியில் சோதனை செய்யும்போது பின்வரும் முறைகளைப் படிகளாகப் பின்பற்ற வேண்டும்

இன்மை கருதுகோள் H_0 :

மாற்று கருதுகோள் H_1 :

மிகைகாண்நிலை α :

மாதிரிப்பண்பளவைச்சோதனையின் விதி:

மாதிரித் தரவுகளைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுதல்:

தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைக் காணல்:

முடிவுகள்:

நோக்கங்களைப் பொறுத்து புள்ளியியல் கருவியைத் தெரிவு செய்தல்

வரிசை எண்	நோக்கங்கள்	புள்ளியியல் கருவி
1	மாறிகளின் தன்மை பற்றி விளக்குதல்	விளக்கமுறை புள்ளியியல்
2	மாறிகளுக்கிடையேயான தொடர்புகள், நகர்வுகள்	ஒட்டுறவுப் பகுப்பாய்வியல், பியார்சான் ஒட்டுறவுக்கெழு, ஸ்பியர்மான் தர ஒட்டுறவுக்கெழு
3	பண்புசார் தொடர்புகள்	கைவர்க்க சோதனை
4	சார்ந்திராத மாறிகளில் ஏற்படும் பாதிப்புகளை சார்ந்த மாறிகளைக் கொண்டு முன்னறிவதற்கு, கணிதத் தொடர்பினைக் காணுதல்	தொடர்புப் பகுப்பாய்வு
5	கருதுகோள் சோதனை 1. தொகுதிப் பண்பளவைக்கு ஒரு மதிப்பை அளித்தல் 2. ஒரு குழுவை மற்றொரு குழுவுடன் ஒப்பிட்டு அதன் திறனைக் காணல்	பெருங்கூறுகள் $-z$ சோதனை பண்பளவைச் சோதனைகள் சிறுகூறுகள் t சோதனை, இணை t சோதனை மாறுபாட்டுப் பகுப்பாய்வு சோதனை
6	உற்பத்தி, ஊதியம், விலை போன்றவற்றின் அடிப்படை ஆண்டிற்கான விவரத்திலிருந்து, தொடர்புடைய மாற்றங்களைக் காணல்,	குறியீட்டு எண்கள்
7	காலத் தொடர் வரிசைத் தரவுகளிலிருந்து, போக்கினை அறிந்து பருவகால பாதிப்பைக் கணித்தல்	காலத்தொடர் வரிசைப் பகுப்பாய்வு, நகரும் சராசரி முறைகள், மீச்சிறு வர்க்கமுறை
8	இறப்பு விகிதம், பிறப்பு விகிதம், வாழ்நாள் எதிர்ப்பார்த்தல், போன்ற மக்கள் தொகையியல், விவரங்களை அறிதல்	வாழ்நிலைப்புள்ளியியல், இறப்பு நிலை அட்டவணை.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 275 1/28/2020 6:46:24 PM

திட்டப்பணிக்கான ஆய்வு அறிக்கையின் வடிவம்

பகுதி 1 முன்னுரை

ஆய்வுப்பகுதிபற்றி முன்னுரை வழங்கல்

தலைப்பைத் தெரிவு செய்தல்

ஆய்வின் குறிக்கோள்கள்

ஆய்வுக்கான கருதுகோள்கள்

ஆய்வின் முறைகள்:

- மாதிரி வடிவம்
- தரவுகளுக்கான ஆதாரங்கள்
- முன் தேர்வு
- மாறிகளை விளக்குதல்
- செயல் கட்டகத்தைப் பகுப்பாய்வு செய்தல்
- இந்த ஆய்வில் முக்கியத்துவம்
- ஆய்வுக்கான கால எல்லை
- ஆய்வின் நோக்கங்கள்
- ஆய்வின் வரம்புகள்
- அறிக்கை தயாரிப்பில் உள்ள அமைப்பு

பகுதி 2 தரவுகளை சேகரித்தலும், சேகரிக்கும் முறைகளும்

பகுதி 3 பகுப்பாய்வு செய்தலும், விளக்குதலும்

பகுதி 4 ஆய்வுச்சுருக்கமும், முடிவுகளும்

சான்றாதாரங்களும், குறிப்புகளும்.

09_12th_Statistics_TM_Unit_9.indd 276 1/28/2020 6:46:24 PM

பனிரெண்டாம் வகுப்பு – புள்ளியியல் செய்முறை

12–ம் வகுப்பு செய்முறைப் பாடப் பகுதியில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தலைப்புகளில் பாடப்பகுதியில் உள்ள எடுத்துக்காட்டுகள் அல்லது பயிற்சி வினாக்கள் அல்லது இவை தொடர்பான வாழ்வியல் சூழலுக்கு ஏற்ற வினாக்கள் கொடுக்கப்படும். செய்முறை வினாத்தாளானது இரு பிரிவுகளைக் கொண்டதாகும். ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஐந்து வினாக்கள் கொடுக்கப்பட்டு மாணவர்கள் பிரிவிற்கு இரண்டு வினாக்கள் வீதம் மொத்தம் நான்கு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவேண்டும்.

பிரிவு அ

1. முழுமைத்தொகுதிக்கான விகித சமம் காணும் கருதுகோள் சோதனை
2. முழுமைத்தொகுதிக்கான சராசரிக்கான கருதுகோள் சோதனை
3. முழுமைத்தொகுதியின் சராசரியின் கருதுகோள்சோதனை (t-மாதிரிப்பண்பளவை)
4. இருமுழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சாமானித் தன்மையைச் சோதித்தல்
5. t-இன் இணைசோதனை (சார்புடைய மாதிரிகள்)
6. மாறுபாட்டளவைகளின் சாமானித் தன்மையை F-மாதிரிப்பண்பளவையைக் கொண்டு சோதித்தல்
7. ஒரு வழி மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு
8. இரு வரி மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு
9. சோதனை– பண்புகளின் சார்பற்றதன்மை சோதித்தல்
10. சோதனை– பொருத்துதலுக்கான செம்மை சோதனை

பிரிவு ஆ

1. பியர்சான் ஒட்டுறவுக் கெழு காணல்
2. ஸ்பியர்மான் தர ஒட்டுறவுக் கெழு காணல்
3. யூலின் தொடர்புக் கெழு காணல்
4. உடன் தொடர்புபோக்கு சமன்பாடுகள் அமைத்தல்
5. குறியீட்டெண்கள் காணல்
6. காலத்தொடர் வரிசை தரவுகளுக்கு நகரும் சராசரியைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பு காணல்
7. காலத்தொடர் வரிசைத் தரவுகளுக்கு மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பு காணல்.
8. காலத் தொடர் வரிசைத் தரவுகளுக்கு எளிய சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி பருவகால குறியீடுகள் காணல்.
9. CBR, ASBR, CDR, ASDR மதிப்பிடுதல்
10. வாழ்நிலைப் புள்ளியியலில் வாழ்நிலை அட்டவணை அமைத்தல்

செய்முறை

வினாக்களுக்கான சுருக்கமான வழிமுறைகள் அல்லது படிகள் பின்வருமாறு

1. நோக்கம்
2. சரியான புள்ளியியல் கருவியினை தேர்ந்தெடுத்தல்
3. பிரிவு அ மற்றும் பிரிவு ஆவிற்கு கீழ்காணும் வழிமுறைகளை பின்பற்ற வேண்டும்.

பிரிவு அ

கருதுகோள் சோதனை மூலம் தீர்வு காணல்
- இன்மை கருதுகோள் H_0
- மாற்று கருதுகோள் H_1
- மிகைகாண் நிலை
- மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை
- மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்
- அட்டவணையிலிருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு காணல்
- முடிவு

பிரிவு ஆ

கணக்கிடும்முறையில் தீர்வு காணல்
- பயன்படும் வாய்ப்பாடு
- சூத்திரத்தில் தரவினைப் பயன்படுத்துதல்
- கணக்கிடுதல்
- முடிவு

வரைபடம் / விளக்கப்படம் தேவை எனில் பயன்படுத்தவும்.

10_12th_Statistics_TM_Practical.indd 277 23-03-2019 10:46:54

கலைச் சொற்கள்

46QZH8

H_0 ஐ ஏற்கும் பகுதி	Acceptance region
செயல்–எதிர்செயல் கோட்பாடு	Action-Reaction Theory
மாற்று கருதுகோள்	Alternative Hypothesis
மாறுபாட்டு பகுப்பாய்வு	ANOVA
பண்புகளின் இணை தொடர்பு	Association of attributes
அனுமானங்கள்	Assumption
பண்புகள்	Attributes
சிறந்த பொருத்தமான நேர்கோடு	Best fit straight line
தொகுதிகள்	Blocks
கட்ட நிகழ்வெண்	Cell frequency
தேசிய புள்ளியியல் அலுவலகம்	Central Statistics Office (CSO)
ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளும் பெருங்குழு	Cohort
இணைப்புப் பட்டியல்	Contingency table
திருத்தக்காரணி	Correction factor
ஒட்டுறவு	Correlation
தீர்மானிக்கும் பகுதி அல்லது H_0 ஐ மறுக்கும் பகுதி	Critical region
தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு அல்லது தீர்மானிக்கும் மதிப்பு	Critical value
செப்பனிடா இறப்பு விகிதம்	Crude Death Rate (CDR)
சுழல் மாறுபாடுகள்	Cyclical Variation
முடிவெடுக்கும் விதிகள்	Decision Rules
முடிவு	Decision
கட்டின்மை கூறுகள் / கட்டின்மை படிகள்	Degrees of freedom
மக்கள் தொகையியல்	Demography
வீழ்ச்சி	Depression
விளக்கப் புள்ளியியல்	Descriptive Statistics
பொருளாதார ஏற்ற இறக்க கோட்பாடு	Economic Rhythm theory
ஒழுங்கற்ற வேறுபாடுகள்	Erratic Fluctuation
பிழை	Error
எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண்	Expected frequency
முன்கணிப்பு	Forecast
பொது கருவுறுதல் விகிதம்	General Fertility Rate (GFR)
செம்மை பொருத்தம்	goodness of fit
தரம்	Grade, Rank
கருதுகோள் சோதனை	Hypothesis Testing
கருதுகோள்	Hypothesis
சார்பற்ற	Independent
குழவி இறப்பு விகிதம்	Infant Mortality Rate
அனுமானப் புள்ளியியல்	Inferential Statistics
ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள்	Irregular Variation
பெருங்கூறு ($n \geq 30$)	Large Sample
மீச்சிறு வர்க்கம்	Least Squares
மிகைகாண் நிலை அல்லது மிகைகாண் மட்டம்	Level of significance
வாழ்நிலை அட்டவணை	Life Table
நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு	Linear Regression
வர்க்கங்களின் கூடுதல் சராசரி	Mean sum of squares
சராசரி	Mean
மீச்சிறு வர்க்க முறை	Method of Least Square
இறப்பு நிலை	Mortality
பல்சார் ஒட்டுறவு	Multiple Correlation
பல்சார் உடன்தொடர்பு	Multiple Linear Regression
தேசிய மாதிரிக் கணக்கெடுப்பு அலுவலகம்	National Sample Survey Office (NSSO)
குறை ஒட்டுறவு (எதிர் ஒட்டுறவு)	Negative Correlation (Inverse Correlation)
வளைகோட்டு உடன்தொடர்பு	Non-Linear Regression
இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள்	Normal Equations
இயல் நிலை முழுமைத் தொகுதி	Normal population
இன்மை கருதுகோள்	Null Hypothesis
கண்டறிந்த நிகழ்வெண்	Observed frequency

11_12th_Statistics_TM_Glossary.indd 278 23-03-2019 10:48:20

நிர்வாகப் புள்ளியியல்	Official Statistics
ஒரு முனை (இடது) சோதனை	One tailed (left) test
ஒரு முனை (வலது) சோதனை	One tailed (right) test
கருத்துக் கணிப்பு	Opinion polling
இணை t–சோதனை	Paired t-test
தொகுதிப்பண்பளவை	Parameter
பகுதி ஒட்டுறவு	Partial Correlation
முழுமையான எதிர் ஒட்டுறவு	Perfect Negative Correlation
முழுமையான நேர் ஒட்டுறவு	Perfect Positive Correlation
கூட்டப்பட்ட மதிப்பீடு	Pooled estimate
முழுமைத்தொகுதி	Population
மிகை ஒட்டுறவு (நேர் ஒட்டுறவு)	Positive Correlation (Direct Correlation)
முன்னரே யூகித்தல்	Prediction
விரிவாக்கம் செய்தல்	Projection
விகிதசமம்	Proportion
வளம் / செழிப்பு	Prosperity
பெருங்குழுவில் உள்ளோர் எண்ணிக்கை	Radix
தர ஒட்டுறவு	Rank Correlation
விகிதம்	Ratio
பின்னடைவு	Recession
மீட்சி	Recovery
உடன்தொடர்பு கெழு	Regression Coefficient
உடன் தொடர்பு	Regression
H_0 ஐ மறுக்கும் விதி	Rejection Rule
மாதிரி அளவு / கூறு அளவு	Sample size
கூறுவெளி	Sample Space
மாதிரி / கூறு	Sample
மாதிரி பரவல் / கூறுபரவல்	Sampling distribution
கூறெடுத்தல்	Sampling
சிதறல் விளக்கப்படம்	Scatter Diagram
பருவ கால மாறுபாடு	Seasonal Variation
நீண்ட கால போக்கு	Secular Trend
எளிய ஒட்டுறவு	Simple Correlation
எளிய நேர்கோட்டு உடன்தொடர்பு	Simple Linear Regression
சமச்சீரற்ற	skewed
சிறுகூறு ($n < 30$)	Small Sample
குறித்த இறப்பு விகிதம்	Specific Death Rate (SDR)
குறித்த கருவுறுதல் விகிதம்	Specific Fertility Rate (SFR)
திட்டவிலக்கம்	Standard Deviation
திட்டப்பிழை	Standard Error
மாதிரிப்பண்பளவை / கூறுபண்பளவை	Statistic
புள்ளியியல்	Statistics
தாக்கத்தின் வலிமை	Strength of impact
வர்க்கங்களின் கூடுதல்	Sum of squares
சமச்சீர் பரவல்	Symmetrical distribution
சமச்சீர்	Symmetry
கருதுகோள் சோதனை	Test of Hypothesis
மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை / கூறுபண்பளவை சோதனை	Test statistic
காலத் தொடர் வரிசை	Time Series
வணிகச் சுழல்	Trade cycle
நடத்துமுறைகள்	Treatment
இருமுனை சோதனை	Two tailed test
முதல் வகைப் பிழை	Type I error
இரண்டாம் வகைப் பிழை	Type II error
ஒட்டுறவின்மை	Uncorrelated
மாறுபாட்டு அளவை	Variance
வாழ்நிலை புள்ளியியல்	Vital Statistics
யூலின் தொடர்புக் கெழு	Yule’s Correlation

மடக்கை அட்டவணை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 280 23-03-2019 10:50:09

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 281 23-03-2019 10:50:09

எதிர்மடக்கை அட்டவணை

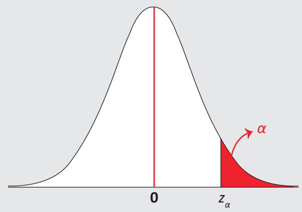
											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

எதிர்மடக்கை அட்டவணை

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 283 23-03-2019 10:50:10

திட்ட இயல் நிலை பரவல் மதிப்புகள் – தீர்மானிக்கும் மதிப்புகள்

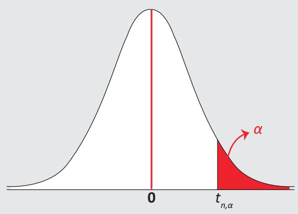


$P(z > z_\alpha) = \alpha$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	z
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4841	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641	0.0
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247	0.1
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4091	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859	0.2
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483	0.3
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121	0.4
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776	0.5
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2644	0.2611	0.2579	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451	0.6
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2297	0.2266	0.2236	0.2207	0.2177	0.2148	0.7
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867	0.8
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611	0.9
1.0	0.1587	0.1563	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379	1.0
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170	1.1
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1094	0.1075	0.1057	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985	1.2
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823	1.3
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681	1.4
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559	1.5
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455	1.6
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367	1.7
1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294	1.8
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233	1.9
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183	2.0
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143	2.1
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0126	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110	2.2
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084	2.3
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0076	0.0073	0.0071	0.0070	0.0068	0.0066	0.0064	2.4
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048	2.5
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0042	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036	2.6
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	2.7
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019	2.8
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	2.9
3.0	0.0014	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	3.0
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	3.1
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	3.2
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	3.3
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	3.4
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	3.5

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 284 23-03-2019 10:50:10

t பரவல் : தீர்மானிக்கும் t மதிப்புகள் : $t_{n,\alpha}$

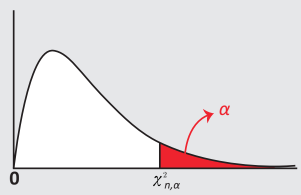


$P(T > t_{n,\alpha}) = \alpha$

df	ஒரு முனை பரப்புகள் (Area in One Tails)				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
	இரு முனை பரப்புகள் (Area in Two Tails)				
	0.01	0.02	0.05	0.10	0.20
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440
7	3.499	2.998	2.365	1.895	1.415
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363
12	3.055	2.681	2.179	1.782	1.356
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350
14	2.977	2.624	2.145	1.761	1.345
15	2.947	2.602	2.131	1.753	1.341
16	2.921	2.583	2.120	1.746	1.337
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330
19	2.861	2.539	2.093	1.729	1.328
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.319
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311
30	2.750	2.457	2.042	1.697	1.310
40	2.704	2.423	2.021	1.684	1.303
50	2.678	2.403	2.009	1.676	1.299
60	2.660	2.390	2.000	1.671	1.296
100	2.626	2.364	1.984	1.660	1.290
120	2.617	2.358	1.980	1.658	1.289
Infinity	2.576	2.326	1.960	1.645	1.282

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 285 23-03-2019 10:50:10

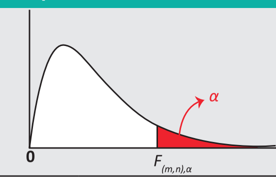
கை–வர்க்கப் பரவலில் தீர்மானிக்கும் மதிப்புகள் (Critical Values of χ^2 Statistic)



$$P(\chi^2_n > \chi^2_{n,\alpha}) = \alpha$$

	α										
df	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	*df*
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	1
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	2
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	3
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	4
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750	5
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	6
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	7
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	8
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	9
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	10
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	11
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	12
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	13
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	14
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	15
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	16
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	17
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	18
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	19
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	20
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401	21
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	22
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	23
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559	24
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	25
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	26
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645	27
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	28
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336	29
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	30
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	40
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490	50
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952	60
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215	70
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321	80
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299	90
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169	100

F-பரவல் - தீர்மானிக்கும் மதிப்புகள் $\alpha = 0.01$ (*F*-Distribution - Critical Values $\alpha = 0.01$)



n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	4052.181	4999.500	5403.352	5624.583	5763.650	5858.986	5928.356	5981.070	6022.473	6055.847	6106.321	6157.285	6208.730	6234.631	6260.649	6286.782	6313.030	6339.391
2	98.503	99.000	99.166	99.249	99.299	99.333	99.356	99.374	99.388	99.399	99.416	99.433	99.449	99.458	99.466	99.474	99.482	99.491
3	34.116	30.817	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345	27.229	27.052	26.872	26.690	26.598	26.505	26.411	26.316	26.221
4	21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659	14.546	14.374	14.198	14.020	13.929	13.838	13.745	13.652	13.558
5	16.258	13.274	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158	10.051	9.888	9.722	9.553	9.466	9.379	9.291	9.202	9.112
6	13.745	10.925	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.718	7.559	7.396	7.313	7.229	7.143	7.057	6.969
7	12.246	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620	6.469	6.314	6.155	6.074	5.992	5.908	5.824	5.737
8	11.259	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.667	5.515	5.359	5.279	5.198	5.116	5.032	4.946
9	10.561	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	5.111	4.962	4.808	4.729	4.649	4.567	4.483	4.398
10	10.044	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.706	4.558	4.405	4.327	4.247	4.165	4.082	3.996
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.397	4.251	4.099	4.021	3.941	3.860	3.776	3.690
12	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.155	4.010	3.858	3.780	3.701	3.619	3.535	3.449
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	3.960	3.815	3.665	3.587	3.507	3.425	3.341	3.255
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.800	3.656	3.505	3.427	3.348	3.266	3.181	3.094
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.666	3.522	3.372	3.294	3.214	3.132	3.047	2.959
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.553	3.409	3.259	3.181	3.101	3.018	2.933	2.845
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.455	3.312	3.162	3.084	3.003	2.920	2.835	2.746
18	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.371	3.227	3.077	2.999	2.919	2.835	2.749	2.660
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.297	3.153	3.003	2.925	2.844	2.761	2.674	2.584
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.231	3.088	2.938	2.859	2.778	2.695	2.608	2.517
21	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310	3.173	3.030	2.880	2.801	2.720	2.636	2.548	2.457
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	3.121	2.978	2.827	2.749	2.667	2.583	2.495	2.403
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211	3.074	2.931	2.781	2.702	2.620	2.535	2.447	2.354
24	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.032	2.889	2.738	2.659	2.577	2.492	2.403	2.310
25	7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	2.993	2.850	2.699	2.620	2.538	2.453	2.364	2.270
26	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	2.958	2.815	2.664	2.585	2.503	2.417	2.327	2.233
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.926	2.783	2.632	2.552	2.470	2.384	2.294	2.198
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032	2.896	2.753	2.602	2.522	2.440	2.354	2.263	2.167
29	7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005	2.868	2.726	2.574	2.495	2.412	2.325	2.234	2.138
30	7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.843	2.700	2.549	2.469	2.386	2.299	2.208	2.111
40	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.665	2.522	2.369	2.288	2.203	2.114	2.019	1.917
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.496	2.352	2.198	2.115	2.028	1.936	1.836	1.726
120	6.851	4.787	3.949	3.48	3.174	2.956	2.792	2.663	2.559	2.472	2.336	2.192	2.035	1.95	1.86	1.763	1.656	1.533

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 287
23-03-2019 10:50:11

F-பரவல் - தீர்மானிக்கும் மதிப்புகள் $\alpha = 0.05$ (F-Distribution - Critical Values $\alpha = 0.05$)

n	m = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.883	240.543	241.882	243.906	245.950	248.013	249.052	250.095	251.143	252.196	253.253
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396	19.413	19.429	19.446	19.454	19.462	19.471	19.479	19.487
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.745	8.703	8.660	8.639	8.617	8.594	8.572	8.549
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.912	5.858	5.803	5.774	5.746	5.717	5.688	5.658
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.678	4.619	4.558	4.527	4.496	4.464	4.431	4.398
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.000	3.938	3.874	3.841	3.808	3.774	3.740	3.705
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.575	3.511	3.445	3.410	3.376	3.340	3.304	3.267
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.284	3.218	3.150	3.115	3.079	3.043	3.005	2.967
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.073	3.006	2.936	2.900	2.864	2.826	2.787	2.748
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.913	2.845	2.774	2.737	2.700	2.661	2.621	2.580
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.788	2.719	2.646	2.609	2.570	2.531	2.490	2.448
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.687	2.617	2.544	2.505	2.466	2.426	2.384	2.341
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.604	2.533	2.459	2.420	2.380	2.339	2.297	2.252
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.534	2.463	2.388	2.349	2.308	2.266	2.223	2.178
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.475	2.403	2.328	2.288	2.247	2.204	2.160	2.114
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.425	2.352	2.276	2.235	2.194	2.151	2.106	2.059
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.381	2.308	2.230	2.190	2.148	2.104	2.058	2.011
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.342	2.269	2.191	2.150	2.107	2.063	2.017	1.968
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.308	2.234	2.155	2.114	2.071	2.026	1.980	1.930
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.278	2.203	2.124	2.082	2.039	1.994	1.946	1.896
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.250	2.176	2.096	2.054	2.010	1.965	1.916	1.866
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.226	2.151	2.071	2.028	1.984	1.938	1.889	1.838
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.204	2.128	2.048	2.005	1.961	1.914	1.865	1.813
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.183	2.108	2.027	1.984	1.939	1.892	1.842	1.790
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.165	2.089	2.007	1.964	1.919	1.872	1.822	1.768
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.148	2.072	1.990	1.946	1.901	1.853	1.803	1.749
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.132	2.056	1.974	1.930	1.884	1.836	1.785	1.731
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.118	2.041	1.959	1.915	1.869	1.820	1.769	1.714
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.104	2.027	1.945	1.901	1.854	1.806	1.754	1.698
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.092	2.015	1.932	1.887	1.841	1.792	1.740	1.683
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.003	1.924	1.839	1.793	1.744	1.693	1.637	1.577
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.917	1.836	1.748	1.700	1.649	1.594	1.534	1.467
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.834	1.750	1.659	1.608	1.554	1.495	1.429	1.352

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 288
23-03-2019 10:50:11

அடுக்குக்குறிச்சார்பு அட்டவணை (Exponential Function Table (Values of e^{-m}))

m	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	1.0000	0.9900	0.9802	0.9704	0.9608	0.9512	0.9418	0.9324	0.9231	0.9139
0.1	0.9048	0.8958	0.8869	0.8781	0.8694	0.8607	0.8521	0.8437	0.8353	0.8270
0.2	0.8187	0.8106	0.8025	0.7945	0.7866	0.7788	0.7711	0.7634	0.7558	0.7483
0.3	0.7408	0.7334	0.7261	0.7189	0.7118	0.7047	0.6977	0.6907	0.6839	0.6771
0.4	0.6703	0.6637	0.6570	0.6505	0.6440	0.6376	0.6313	0.6250	0.6188	0.6126
0.5	0.6065	0.6005	0.5945	0.5886	0.5827	0.5769	0.5712	0.5655	0.5599	0.5543
0.6	0.5488	0.5434	0.5379	0.5326	0.5273	0.5220	0.5169	0.5117	0.5066	0.5016
0.7	0.4966	0.4916	0.4868	0.4819	0.4771	0.4724	0.4677	0.4630	0.4584	0.4538
0.8	0.4493	0.4449	0.4404	0.4360	0.4317	0.4274	0.4232	0.4190	0.4148	0.4107
0.9	0.4066	0.4025	0.3985	0.3946	0.3906	0.3867	0.3829	0.3791	0.3753	0.3716

12_12th_Statistics_TM_Table.indd 289 23-03-2019 10:50:11

புள்ளியியல் – மேல்நிலை இரண்டாமாண்டு
வல்லுநர்கள், மேலாய்வாளர்கள் மற்றும் நூலாசிரியர்கள்

பாடப்பொருள் வல்லுநர்கள்

Dr. ஜி. கோபால்
பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர், (பணிநிறைவு)
புள்ளியியல் துறை, சென்னை பல்கலைக்கழகம், சென்னை.

Dr. ஜி. ஸ்டீபன் வின்சென்ட்
இணைப் பேராசிரியர் மற்றும் துறைத்தலைவர், (பணிநிறைவு)
புள்ளியியல் துறை, தூய ஜோசப் கல்லூரி, திருச்சி–2.

Dr. ஆர். இராவணன்
முதல்வர், மாநிலக் கல்லூரி,
சென்னை.

Dr. கே. செந்தாமரைக் கண்ணன்
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மனோன்மணியம் சுந்தரனார் பல்கலைக்கழகம், திருநெல்வேலி.

Dr. ஏ. லோகநாதன்
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மனோன்மணியம் சுந்தரனார் பல்கலைக்கழகம், திருநெல்வேலி.

Dr. ஆர். கண்ணன்
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
அண்ணாமலைப் பல்கலைக்கழகம், சிதம்பரம்.

Dr. என். விஸ்வநாதன்
இணைப் பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

Dr. ஆர்.கே. ராதா
உதவி பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,
மாநிலக் கல்லூரி, சென்னை.

மேலாய்வாளர்கள்

Dr. எம்.ஆர். சீனிவாசன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
சென்னை பல்க லைக்கழகம் , சென்னை.

Dr. பி. தனவந்தன்
பேராசிரியர் மற்றும் தலைவர், புள்ளியியல் துறை,
பாண்டிச்சேரி பல்க லைக்கழகம், பாண்டிச்சேரி.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக் குழு

வரைபடம்
முத்துக்குமார் R.

வடிவமைப்பு
யோகேஷ் ப.
ர. மதன் ராஜ்.

In-House – QC
ஜெரால்டு வில்சன்
ராஜேஷ் தங்கப்பன்

அட்டை வடிவமைப்பு
கதிர் ஆறுமுகம்

தட்டச்சு
பியுலா லான்ஸி, சென்னை.

பாடநூல் ஒருங்கிணைப்பாளர்
திரு. மு. ரமேஷ்

நூலாசிரியர்கள்

திரு. கோ. ஞானசுந்தரம்
தலைமை ஆசிரியர், (பணிநிறைவு)
எஸ். எஸ்.வி. மேல்நிலைப்பள்ளி, பூங்கா நகர், சென்னை.

திரு. பெ. ரெங்கராஜன்
முதுகலை ஆசிரியர், (பணிநிறைவு)
தியாகராஜர் மேல்நிலைப்பள்ளி, மதுரை.

திருமதி. அழ. நாகம்மை
முதுகலை ஆசிரியை,
சேவா சங்கம் பெண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, திருச்சி.

திருமதி. மா. ராமலெட்சுமி
முதுகலை ஆசிரியை,
சுகுனி பாய் சனாதன தர்மா பெண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, சென்னை.

திருமதி. மாலா பாஸ்கரன்
முதுகலை ஆசிரியை,
அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, நந்திவரம், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

திரு. எம். பூபாலன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
ஜமீன்தார் மேல்நிலைப்பள்ளி, துறையூர், திருச்சி.

திரு. இரா. ஆவுடையப்பன்
முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, அசோக் பில்லர், சென்னை.

திருமதி. கே. சித்ரா
முதுகலை ஆசிரியை,
தாராபூர் லோகநாதன் பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, அயனாவரம், சென்னை.

பாடநூல் ஒருங்கிணைப்பாளர்

திரு. நா. ஞானசேகரன்
பட்டதாரி ஆசிரியர்,
அரசு பெண்கள் மேல்நிலைப்பள்ளி, திருப்போரூர், காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

ICT ஒருங்கிணைப்பாளர்

திரு. டி. வாசுராஜ்
பட்டதாரி ஆசிரியர், ஊ.ஒ.ந.நி. பள்ளி, கொசப்பூர்,
திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

QR ஒருங்கிணைப்பாளர்

சூ. ஆல்பர்ட் வளவன் பாபு,
பட்டதாரிஆசிரியர், அரசினர்உயர்நிலைப்பள்ளி, பெருமாள் கோவில்,
பரமக்குடி, இராமநாதபுரம்.

மு. சரவணன்,
பட்டதாரிஆசிரியர், அரசினர்மகளிர்மேனிலைப்பள்ளி, புதுப்பாளையம்,
வாழப்பாடி, சேலம்.

ஆ. தேவி ஜெஸிந்தா,
பட்டதாரிஆசிரியர், அரசினர்உயர்நிலைப்பள்ளி, என்.எம்.கோவில், வேலூர்.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம். எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்: