



தமிழ்நாடு அரசு

ஆறாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

தொகுதி 2

கணக்கு

அறிவியல்

சமூக அறிவியல்

விற்பனைக்கு அன்று

தீண்டாமை மனிதனேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப் பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

© தமிழ்நாடு அரசு
முதல் பதிப்பு - 2012
திருத்திய பதிப்பு - 2013, 2014, 2015, 2016, 2017
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்
மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்
தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்
கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தானில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது

விலை : ரூ.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பாடநூல் வலைதளம்
www.textbooksonline.tn.nic.in

பொருளாடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்கம்
	கணக்கு	(1 - 82)
	எண்ணியல்	
1.	இயல்ளன்கள், முழு எண்கள்	2
2.	வகுத்திகள், காரணிகள்	11
3.	பின்னாங்கள், தசம எண்கள்	32
	அளவைகள்	
4.	மெட்ரிக் அளவைகள்	61
	வடிவியல்	
5.	புள்ளி, கோடு, கோட்டுத்துண்டு, தளம்	66
6.	செய்முறை வடிவியல்	74
	விடைகள்	78
	அறிவியல்	(83 - 155)
	உயிரியல்	
1.	தாவரங்களின் உலகம்	86
2.	உணவு முறைகள்	101
	வேதியியல்	
3.	நம்மைச் சுற்றி நிகழும் மாற்றங்கள்	116
	இயற்பியல்	
4.	அளவீடுகளும் இயக்கமும்	127
5.	காந்தவியல்	146

அலகு	தலைப்பு	பக்கம்
	சமூக அறிவியல்	(156 - 204)
	வரலாறு	
1.	வரலாற்றுக்கு முற்பட்ட காலம்	157
2.	சிந்துவெளி நாகரிகம்	165
3.	பண்டைத் தமிழகம்	173
	புவியியல்	
4.	ழூமியும் சூரியக்குடும்பமும்	180
	குடிமையியல்	
5	குடும்பமும் சமுதாயமும்	191
6.	சமுதாயமும் பள்ளியும்	195
	பொருளாதாரம்	
7.	பொருளாதாரம்-ஒர் அறிமுகம்	200

கணக்கு

ஆறாம் வகுப்பு

முதல் பருவம்

1. இயல் எண்கள், முழு எண்கள் (Natural and Whole Numbers)

1.1. இயல் எண்கள் – மீள்பார்வை

பள்ளியில் ஒரு வகுப்பறை. அங்கென்ன சூச்சல் ? அருகில் சென்று கேட்போமா ?

“நாறு”, “நாற்றுப்பத்து”, “இருநூற்றுப் பத்து”, “இருநூற்று இருபது”, “இருநூற்று ஐம்பது”, “முந்நாறு”. “ஐந்நாறு”. “ஆயிரம்”.

என் இப்படி எண்களைச் சொல்லிக் கொண்டிருக்கிறார்கள் ? இது என்ன வரிசை ?

அது ஒரு விளையாட்டு. ஒருவர் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல, அடுத்தவர் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்ல வேண்டும். யார் எல்லாவற்றையும் விடப் பெரிய.....ய எண்ணைச் சொல்கிறாரோ அவருக்கே வெற்றி. மீண்டும் கவனித்துக் கேட்போமா ?



“பத்தாயிரம்”. “இருபதாயிரம்”. “ஐம்பதாயிரம்”. “லட்சம்”. “பத்து லட்சம்”.

நீங்களும் விளையாடிப் பாருங்களேன்.

“கோடி”. “ஆயிரம் கோடி”. “லட்சம் கோடி”. “கோடி கோடி”.

“கோடி கோடி கோடி”. “கோடி கோடி கோடி கோடி கோடி...”.

எல்லாக் குழந்தைகளும் ஒரே குரலாகக் “கோடி கோடி கோடி...” என்று கத்துகிறார்கள். எல்லாருமே விளையாட்டில் வெற்றி பெற்றவர்களாக அறிவிக்கப்படுகின்றனர். இந்த விளையாட்டில் யாராவது தோல்வி அடைய முடியுமா ? எவராவது “நான்தான் ஜெயிப்பேன்” என்று உறுதி கூற முடியுமா ?

எறு வரிசையில் எண்களுக்கு முடிவேயில்லை.

யார் எந்த எண்ணைச் சொன்னாலும் அதைவிடப் பெரிய எண்ணைச் சொல்வது மிக எளிது. நீங்கள் “இருபது” என்றால், நான் “இருபத்து ஒன்று” என்று சொல்ல முடியும். நான் “நாறு” என்றால், நீங்கள் “இருநூறு” எனலாம்.

நாம் “முன்னி”, “தொடரி” என்ற பெயர்களை அறிவோம்.

எந்த ஓர் எண்ணையும் விட அதன் தொடரி பெரியது. அதுவே இந்த விளையாட்டை எடுத்துச் செல்ல இயலும்.

ஆனால், தொடரி மூலம் செல்வது அதிக நேரம் பிடிக்கும். கூட்டலும், பெருக்கலும் கொண்டு வேகமாகச் செல்லலாம்.

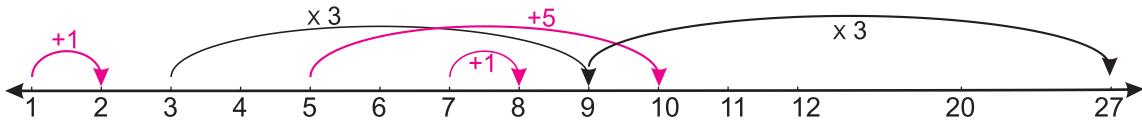
“நாறு”. “நாற்றுப் பத்து”. “நாற்று ஐம்பது” - **இது கூட்டல்.**

“நாறு”. “இருநூறு”. “ஐந்நாறு” - **இது பெருக்கல்.**

முன்னி	எண்	தொடரி
999	1000	1001
54	55	56



எந்த ஓர் இயல் எண்ணையும் வேறு இயல் எண்ணுடன் கூட்டும்போதோ அல்லது பெருக்கும் போதோ இன்னும் ஒரு பெரிய எண் கிடைக்கும். நமக்குத்தான் எண்கோடு தெரியுமோ?



குழுச் செயல்பாடு

வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களை 7 குழுக்களாகப் பிரிக்க. ஒவ்வொரு குழுவிலுள்ள மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரையும் அவர்களின் பிறந்த தேதியை பின்வருமாறு பதிவு செய்யச் செய்க.
[(எ.கா) 1998-ஆம் வருடம் அக்டோபர் 2-ஆம் தேதி என்பதை 021098]
பின்வருவனவற்றிற்கு விடை காண்க.

1. ஒவ்வொரு குழுவிலிருந்தும் இளைய மற்றும் மூத்த மாணவர்களின் பெயரைக் கண்டுபிடிக்க.
2. ஒரே வயதுடைய மாணவர்களின் பெயர்களைப் பட்டியலிடுக
3. அவர்களின் வயது அடிப்படையில் பெயர்களை வரிசைப்படுத்துக.

பயிற்சி 1.1

- 1 பின்வரும் எண்களை விடச் சிறிய எண் ஒன்றையும், பெரிய எண் ஒன்றையும் கூறவும்.
(i) பத்தாயிரம் (ii) இருபத்து மூன்று (iii) இருபது லட்சம் (iv) மூன்று கோடி (v) நூறு
- 2 பின் வரும் எண்களை ஏற்றவரிசை, இறங்கு வரிசையில் எழுதவும்.
(i) பத்து லட்சம், இருபது கோடி, முப்பதாயிரம், நானுறை, எட்டாயிரம்.
(ii) 8888 , 55555 , 23456 , 99 , 111111

1.2. சிறிய எண்கள்

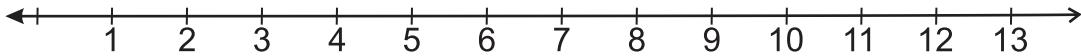
பெரிய எண்களைப்போல் "சிறிய எண்கள்" மூலம் விளையாடலாமா? நான் ஓர் எண்ணைச் சொல்ல நீங்கள் அதைவிடச் சிறிய எண் சொல்லவேண்டும். யார் மிகச்சிறிய எண்ணைச் சொல்கிறார்களோ அவருக்கே வெற்றி விளையாடப் பார்ப்போமா? இது சுவையான விளையாட்டு.

"அழிரம்", "ஜந்நாறு", "நாறு", "ஜம்பது", "நாற்பது."

"பூச்சியம்", "பூச்சியம்", "பூச்சியம்".

"நான்தான் முதலில் சொன்னேன்". "இல்லை இல்லை, நான்தான் முதலில் சொன்னேன்".

ஒன்று நிச்சயம் தெளிவு. இந்த விளையாட்டில் வெல்லுவது மிகமிக எனிகு. "பூச்சியம்" என்றவுடனே விளையாட்டு நின்று விடும்.



இவ்விளையாட்டிலும் சிலவற்றை முன்போல் காணலாம். பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லா எண்ணுக்கும் முன்னி உண்டு. எந்த ஓர் எண்ணையும் விட அதன் முன்னி சிறியது. எந்த ஓர் எண்ணிலிருந்தும் ஒரு சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் முன்னதைவிடச் சிறியதே கிடைக்கும்.

எண்ணிக்கைகளை இயல்பாக 1,2,3,... என்று எண்ணுகிறோம். ஆகவே, இந்த எண்களை இயல் எண்கள் என்று அழைக்கிறோம். பூச்சியம் என்பது எதுவும் எண்ணுவதற்கு இருக்காத தன்மை. கழித்தலின் விளைவாக இயல் எண்களுடன் பூச்சியமும் சேருகிறது. 0, 1, 2, 3, 4,... என்று சேர்ந்த எண்கள் முழு எண்கள் எனப்படுகின்றன.

கணிதத்தில் இவை மீண்டும்மீண்டும் இடம்பெறுவதால் அவற்றிற்குக் குறிப்பிட்ட பெயரும் வடிவமும் தரப்பட்டுள்ளன.

மிகப்பெரிய எண்கள் விளையாட்டில் மட்டுமல்ல, நம்மைச் சுற்றிப் பலப்பல இடங்களிலும் காணப்படுகின்றன. இவையெல்லாம் "எண்ணிலடங்காதவை" என்று யாராவது சொன்னால், அது சரியில்லை. நிச்சயம் இவை குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையே, ஆனால், மிகமிகப் பெரிய எண்களாகும். நம்மால் எண்ணுவது கடினம்.

இயல் எண்கள் (Natural numbers) அல்லது எண்ணும் எண்கள் (Counting numbers) அல்லது மிகை முழு எண்கள் (Positive integers) $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

முழு எண்கள் (Whole numbers) $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
குறிப்பு: முழு எண்களை நிறைவேண்கள் என்றும் குறிப்பிடலாம்.

பயிற்சி 1.2

- 1 கீழ்க்காணும் வரிசையை இறுதிவரை பூர்த்தி செய்யவும்.
கோடி, பத்து லட்சம், லட்சம், ...
- 2 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா?
ஆயிரம், பத்தாயிரம், லட்சம், ...
- 3 கீழ்க்காணும் வரிசைக்கு முடிவுண்டா?
(i) பத்தாயிரம், இருபதாயிரம், ... (ii) தொண்ணாறாயிரம், லட்சம், ...
(iii) தொண்ணாறாயிரம், எண்பதாயிரம், ...

1.3. அதிக இலக்கங்கள் உடைய எண்கள்

உங்கள் வீட்டின் அருகே ஒரு வேப்ப மரம் உள்ளது. அதில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன? உங்களால் எண்ண முடியுமா? இந்த எண்ணிக்கை ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா? இதைத் துல்லியமாக “இத்தனை இலைகள்” என்று எண்ணுவது கடினம். ஆனால், தோராயமாக எத்தனை இருக்கும், ஆயிரக் கணக்கிலா, லட்சக் கணக்கிலா என்று கூறுவது எளிதானதே.



இப்படத்தைப் பாருங்கள்.
இங்குள்ள மாத்தில்
ஒன்பது பெரிய கிளைகள்
உள்ளன என்க. ஒவ்வொரு
பெரிய கிளையிலும் ஐந்து
சிறிய கிளைகள் உள்ளன என்க.
ஒரு சிறிய கிளையை ஒடித்து
அதில் எத்தனை இலைகள்
என்று நேரடியாக எண்ணுவோம்.
எண்ணும் போது கிடைப்பது
48 இலைகள் என்க.



9 பெரிய கிளைகள், ஓவ்வொன்றிலும் 5 சிறிய கிளைகள். ஆக மொத்தம் $9 \times 5 = 45$ சிறிய கிளைகள். சில பெரிய கிளைகளில் 5க்கும் அதிகமான சிறிய கிளைகள் உள்ளன. ஆக, கிட்டத்தட்ட 50 சிறிய கிளைகள் என்று மதிப்பிடுவோம். ஒன்றில் 48 இலைகள். மொத்தம் $50 \times 48 = 2400$.

ஆக, மாத்தில் 2,000 க்கு மேற்பட்ட இலைகள் இருக்கின்றன எனலாம். உண்மையில் 4000 கூட இருக்கலாம். 8000 – ஆகவும் இருக்கலாம், ஆனால், நிச்சயம் லட்சக் கணக்கில் இல்லை.

பூச்சியங்கள்

10	ஒன்றுகள்	=	1 பத்து	=	10	1
10	பத்துகள்	=	1 நூறு	=	100	2
10	நூறுகள்	=	1 ஆயிரம்	=	1,000	3
10	ஆயிரம்	=	1 பத்தாயிரம்	=	10,000	4
10	பத்தாயிரம்	=	1 லட்சம்	=	1,00,000	5
10	லட்சம்	=	1 மில்லியன்	=	10,00,000	6
100	லட்சம்	=	1 கோடி (10மில்லியன்)	=	1,00,00,000	7

ஒரு லட்சம் என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 5 பூச்சியங்களைக் கொண்டது. ஒரு கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 7 பூச்சியங்கள் கொண்டது. 10 கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 8 பூச்சியங்கள் கொண்டது. ஆயிரம் கோடி என்பது ஒன்றுக்குப் பிறகு 10 பூச்சியங்கள் கொண்டது.

ஆக, பெரிய எண்களில் நிறைய இலக்கங்கள் உண்டு. ஒரு கோடியில் எத்தனை இலக்கங்கள் உள்ளன? எட்டு இலக்கங்கள் உள்ளன. ஒரு லட்சத்தில்? ஆறு இலக்கங்கள். ஓர் ஆயிரத்தில்? நான்கு இலக்கங்கள்.

இதெல்லாம் சரிதான். ஏன் இந்தக் காற்புள்ளி எல்லாம்? ஒரு லட்சத்தை 100000 என்று எழுதினால் எத்தனை பூச்சியங்கள் என்று எண்ணுவது கடினம், அதற்காகவே கீழ்க்கண்டவாறு எழுதுவது நம் வழக்கம்.

நம் நாட்டில்	உலகளவில்
பத்தாயிரம் = 10,000	பத்தாயிரம் = 10,000
ஒரு லட்சம் = 1,00,000	ஒரு லட்சம் = நூறாயிரம் = 100,000
பத்து லட்சம் = 10,00,000	பத்து லட்சம் = ஒரு மில்லியன் = 1,000,000
ஒரு கோடி = 1,00,00,000	ஒரு கோடி = பத்து மில்லியன் = 10,000,000
நூறு கோடி = 1,00,00,00,000	நூறு கோடி = ஒரு பில்லியன் = 1,000,000,000

பயிற்சி 1.3

1. அருகிலுள்ள மாமரம், வேப்ப மரம் அல்லது புளிய மரத்தில் எத்தனை இலைகள் உள்ளன என்று குழுவாக விவாதித்து மதிப்பிடவும்.
2. ஒரு லட்சத்தில் எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன?, அதேபோல் எத்தனை நூறுகள், எத்தனை பத்துகள், எத்தனை ஒன்றுகள் உள்ளன என்றும் கூறவும்.
3. ஒரு கோடியில் எத்தனை லட்சங்கள், எத்தனை ஆயிரங்கள் உள்ளன?
4. ஒரு தொழிற்சாலையில் ஆயிரத்துக்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் தொழிலாளர்கள் உள்ளனர். ஓவ்வொருவருக்கும் ரூபாய் 1000 ஊக்கத்தொகை வழங்கவேண்டுமானால், குறைந்தபட்சம் எவ்வளவு பணம் தேவைப்படும்?
5. விடை காண்க.
 - (i) $6 \times 6 =$; $6 \times 6 \times 6 =$; $6 \times 6 \times 6 \times 6 =$
 - (ii) $10 \times 10 =$; $100 \times 100 =$; $10,000 \times 10,000 =$
6. பின்வருவனவற்றில் எது பெரியது, எது சிறியது என்பதனை '<>' அல்லது '<' என்ற சூரியீடுகள் மூலம் காட்டவும் : எண்பதாயிரம், பத்தாயிரம், ஒருபதாயிரம்.

1.4. எண்களைக் குறிக்கும் முறை

பெரிய எண்கள் எப்படியெல்லாம் இருக்கும்?

12 3 4 5 6 7 என்பது 12, 34, 567 என்று எழுதியவுடன் 12 லட்சத்து 34 ஆயிரத்து 567 என்று புரிகிறது.

12345678 என்ற எண் 1,23,45,678 என்று பிரித்தவுடன் 1 கோடியே, 23 லட்சத்து, 45 ஆயிரத்து, 678 என்பது தெளிவாகிறது. சில எண்களை முயன்று பார்ப்போமா?

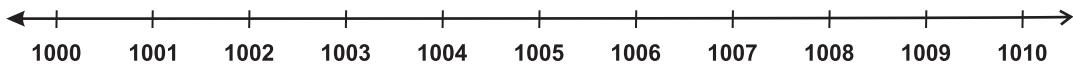
எண்கள்	எண்ணுருக்கள்
6	ஆறு
66	அறுபத்தாறு
666	அறநூற்று அறுபத்தாறு
6,666	ஆற்றாயிரத்து அறநூற்று அறுபத்தாறு
66,666	அறுபத்தாறாயிரத்து அறநூற்று அறுபத்தாறு
6,66,666	அறு லட்சத்து அறுபத்தாறாயிரத்து அறநூற்று அறுபத்தாறு
1,001	ஆயிரத்து ஒன்று
10,011	பத்தாயிரத்துப் பதினொன்று
1,10,101	ஒரு லட்சத்துப் பத்தாயிரத்து நூற்றொன்று

1.5. எண்களில் செயல்பாடுகள்

எண்களைப்பற்றி நமக்கு எத்தனையோ தெரியும். அதெல்லாமே எல்லா எண்களுக்கும் பொருந்துமா? ஆம். எவ்வளவு பெரிய எண்ணாக இருந்தாலும், எவ்வளவு சிறிய எண்ணாக இருந்தாலும் அது எண்தான், பிற எண்களைப் போன்ற தன்மைகள் கொண்டதுதான்.

முன்னி	எண்	தொடரி
99,999	1,00,000	1,00,001
1,10,004	1,10,005	1,10,006
2,27,226	2,27,227	2,27,228
5,55,499	5,55,500	5,55,501

எண்கோடு



1.5.1. கூட்டல்



$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ + \quad 90 \\ \hline 1,10,200 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ + \quad 990 \\ \hline 1,11,100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ + \quad 9,990 \\ \hline 1,20,100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,10,110 \\ + \quad 99,990 \\ \hline 2,10,100 \end{array}$
--	---	---	--

1.5.2. கழித்தல்

$$\begin{array}{r}
 1,10,110 \\
 - 90 \\
 \hline
 1,10,020
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1,10,110 \\
 - 990 \\
 \hline
 1,09,120
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1,10,110 \\
 - 9,990 \\
 \hline
 1,00,120
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1,10,110 \\
 - 99,990 \\
 \hline
 10,120
 \end{array}$$

1.5.3. பெருக்கல்

$$5 \text{ லட்சம்} \times 6 = 30 \text{ லட்சம்}$$

$$22 \text{ லட்சம்} \times 12 = (22 \times 12) \text{ லட்சம்} = 264 \text{ லட்சம்}$$

$$1,00,005 \times 5 = (1\text{லட்சம்} + 5) \times 5 = 5\text{லட்சத்து} 25$$

$$1,23,456 \times 5 = ? \qquad \qquad \qquad 1,23,456 \times 15 = ?$$

$$\begin{array}{r}
 1,23,456 \\
 \times \quad 5 \\
 \hline
 6,17,280
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1,23,456 \\
 \times \quad 15 \\
 \hline
 617280 \\
 123456 \\
 \hline
 18,51,840
 \end{array}$$

இவ்வாறு நமக்குப் பழக்கமான முறையிலேயே பெருக்கலாம். ஆனால், சற்றுக் கடினமானது. மேலும் கீழும் சரியான எண்களை எழுதியிருக்கிறோமா என்று சரிபார்ப்பதுதான் கடினம். வரிசையாகப் பல எண்களை எழுதும்போதும் கூட்டும்போதும் கவனமாயிருப்பது அவசியம்.

இங்கு முக்கியமானது **இடமதிப்பு** நமக்கு 456 இல் 4 இன் இடமதிப்புநாறு என்று தெரியும்.

23,456 இல் 2 இன் **இடமதிப்பு** பத்தாயிரம் ஆகும்.

1,23,456 இல் 1 இன் **இடமதிப்பு** லட்சம் ஆகும்.

ஆக 1,23,456 ஜ் 5 ஆல் பெருக்கும் போது விடை எதுவானாலும் 5 லட்சத்துக்குமேல் என்றறிவோம்.

1.5.4. வகுத்தல்

$$98,76,543 \div 3 = ?$$

தொடர் கழித்தல் வழிமுறையைக்

கொண்டு விடையை 32,92,181 என்று எழுதலாம்.

வகுத்தல் முறை எந்த எண்ணுக்கும் பொருந்தும்.

இலக்கங்கள் அதிகமாகி,

வகுத்தல் செய்யும்போது கவனம் சிதறும். பிழைகள் ஏற்படும்.

கடினமே தவிர வழிமுறை எளிமையானதுதான்.

பெரிய எண்களைக் கொண்டு வகுக்கும்போது

எப்படி மதிப்பு காண்பது என்று பார்க்கலாம்.

$$\begin{array}{r}
 3292181 \\
 3) \quad 98,76,543 \\
 \underline{-} 9 \\
 \qquad \qquad \qquad 8 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 6 \\
 \qquad \qquad \qquad 27 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 27 \\
 \qquad \qquad \qquad 06 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 6 \\
 \qquad \qquad \qquad 05 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 3 \\
 \qquad \qquad \qquad 24 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 24 \\
 \qquad \qquad \qquad 03 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{-} 3 \\
 \qquad \qquad \qquad 0
 \end{array}$$

$32,32,032 \div 16 = ?$

இதை $(32 \text{ லட்சம்} + 32 \text{ ஆயிரம்} + 32) \div 16$ என்று உணர்ந்தால்,

$32 \text{ லட்சம்} \div 16 = 2 \text{ லட்சம்}$, $32 \text{ ஆயிரம்} \div 16 = 2 \text{ ஆயிரம்}$, $32 \div 16 = 2$ என்று பிரித்து,

2 லட்சத்து 2 ஆயிரத்து இரண்டு, ஆக 2,02,002 எனலாம்.

$$18 \text{ லட்சம்} \div 9 = 2 \text{ லட்சம்}$$

$$18 \text{ லட்சம்} \div 9 \text{ லட்சம்} = 2$$

$$18 \text{ லட்சம்} \div 9,000 = 200$$

$$18 \text{ லட்சம்} \div 90 = 20,000$$

என் கோடியுடன் நிறுத்திக் கொள்கிறோம்?

இன்னும் பெரிய எண்ணிக்கைகளுக்கு (நம் நாட்டில்) என் பெயரிடவில்லை?

1234567891011 என்பது என்ன என்?

இதை, ஒரு லட்சத்து 23 ஆயிரத்து 456 கோடியே, 78 லட்சத்து, 91 ஆயிரத்துப் பதினொன்று என்று படிக்கலாம். ஆனால், அது பயனில்லை.

இந்த எண்ணின் மதிப்பு லட்சம் கோடிகளுக்குமேல் என்று புரிந்து கொள்வதே முக்கியமானது.

பெரும்பாலும் நாம் முழு பத்திலக்க எண்களைக் காண்பது கைபேசி எண்களைக் குறிப்பதில்தான்.

98404 36985 என்ற கைபேசி எண்ணையாரும் 984 கோடி 4 லட்சத்து, 36 ஆயிரத்து 985 எனப் படிப்பதில்லை.

அதேபோல், தபால் முகவரியுடன் 600 113 என்று அஞ்சல் குறியீட்டெண் (பின் கோடு) எழுதுகையில் அதை ஆறு லட்சத்துநாற்றுப் பதினெழுஞ்சு என யாரும் சொல்வதில்லை.

காரணம், இவை எண்ணில்லை, என்ன வரிசைகள்.

600 113 என்பதை ஆறு, பூச்சியம், பூச்சியம், ஒன்று, ஒன்று, மூன்று என எண் வரிசையாகவே கருதுகின்றோம்.

எனவேதான் பின் கோடு எண்ணையோ, தொலைபேசி எண்ணையோ,
 பேருந்து வண்டியின் எண்ணையோ
 நாம் சூட்டுவதில்லை, கழிப்பதில்லை, பெருக்குவதில்லை.

தமிழில் 'எண்ணுவது' என்ற சொல்லுக்கு
 'எண்ணிக்கை காண்பது' என்ற பொருள் மட்டுமல்லாது,
 'சிந்திப்பது' என்ற பொருளும் உண்டு.



பயிற்சி 1.4

1. நீலகிரி மாவட்டத்தின் மக்கள் தொகை கிட்டத்தட்ட 7 லட்சத்து ஐந்தாயிரம். கன்னியாகுமரி மாவட்டத்திலோ கிட்டத்தட்ட 16 லட்சம். என் நண்பர் குமரி மாவட்டத்தில் நீலகிரியைவிட இரண்டு மடங்குக்குமேல் மக்கள் உள்ளனர் என்கிறார். அவர் சொல்வது சரியா?
2. ஒரு பள்ளியில் 462 பேர் படிக்கின்றனர். ஒவ்வொருவருக்கும் ரூ. 18 விலையுள்ள பேனா பரிசாக வழங்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. ரூ. 10,000 பணமிருந்தால் போதுமா? ரூ. 7200 இருந்தால் போதுமா?
3. 52 மாணவர்கள் சுற்றுப்பயணம் செல்ல ரூ. 5184 தேவை எனக் கணக்கிடப்பட்டது. ஒவ்வொருவரிடமும் எத்தனை ரூபாய் வசூல் செப்ப வேண்டும்?
4. 8,0,5,9,3 ஆகிய எண்களை ஒருமுறை மட்டுமே பயன்படுத்தி மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய எண்களைக் கண்டறிந்து அவற்றைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றிற்கு விடையளிக்க.
 - அவற்றின் கூடுதல்
 - அவற்றின் வித்தியாசம்
 - அவற்றின் பெருக்கற்பலன்
5.

i. 28,760	ii. 22,760	iii. 20,760	iv. 119,800	v. 1,19,800	vi. 1,19,500
+38,530	+40,530	+40,530	- 88,565	- 89,565	- 89,565
_____	_____	_____	_____	_____	_____
6. i. $282 \times 5 =$
7. i. $2568 \div 3 =$
8. i. $1,00,000 \div 100 =$
- ii. $256 \times 102 =$
- iii. $3789 \times 260 =$
- iv. $807 \times 70 =$
- v. $189 \times 98 =$
- ii. $1424 \div 4 =$
- iii. $4485 \div 5 =$
- iv. $1246 \div 7 =$
- v. $1720 \div 10 =$
- ii. $1,00,000 \div 50 =$
- iv. $1,00,000 \div 200 =$
- vi. $90,909 \div 9 =$

நினைவில் கொள்க

- $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ என்பது இயல் எண்கள்.
- $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ என்பது முழு எண்கள்.
- பூச்சியத்திலிருந்து எண் கோட்டைநீடிச் சென்றால், அதற்கு முடிவேயில்லை.
- எல்லா முழு எண்களுக்கும் தொடரி உண்டு.
- எல்லா முழு எண்களையும் பெருக்கலாம், கூட்டலாம்.
- பூச்சியத்தைத் தவிர எல்லா முழு எண்களுக்கும் முன்னி உண்டு.
- எந்த இயல் எண்ணிடமிருந்தும் அதைவிடச் சிறிய இயல் எண்ணை அல்லது அதே எண்ணினைக் கழிக்கலாம்.
- ஒரு பெரிய எண்ணை சிறிய எண்ணால் வகுத்து மீதி காணலாம்.
- இவை எல்லாமே எத்தனை பெரிய எண்ணாகயிருந்தாலும் பொருந்தும்.
- லட்சம், கோடி என்று பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும்போது எல்லா இலக்கங்களுக்கும் ஒரே மாதிரியான பயன்பாடு இல்லை. 1,23,546 என்ற எண்ணை ஒரு லட்சத்து இருபதாயிரத்துக்கு மேல், ஒரு லட்சத்து இருபத்தெந்தாயிரத்துக்குக் குறைவு என்று புரிந்து கொள்வது மிக அவசியம்.

செயல்பாடு

குறுக்கு எண் விளையாட்டுப் புதிர்

1	2	3		4		5		6		7
	8		9		10	11			12	
12		13		14				15		
16	17			18	19		20			
21			22			23		24	25	
		26		27		28				
29		30		31		32	33			
	34		35		36					
	37			38		39		40		
41			42		43		44			
45		46		47						

இடமிருந்து வலம்

- 1 .. $620+376$
- 4 .. $1809 \div 9$
- 6 .. $304-3$
- 8 .. $5055 \div 5$
- 10 .. $25+186$
- 13 .. $3003 \div 3$
- 15 .. $79+18$
- 16 .. $16+7$
- 18 .. $5+6$
- 20 .. $83+16$
- 21 .. $919+68$
- 22 .. $3306 \div 3$
- 24 .. $69+23$
- 26 .. $16+7$
- 27 .. $196-92$
- 29 .. 30×107
- 31 .. $17+5$
- 32 .. $120+8$
- 34 .. $1439+572$
- 36 .. 75×4
- 37 .. $28328-18418$
- 39 .. $203-98$
- 41 .. $1600 \div 8$
- 42 .. $963+41$
- 44 .. $17+13$
- 45 .. $33+17$
- 46 .. $54-30$
- 47 .. $611-11$

மேலிருந்து கீழ்

- 2 .. $67+24$
- 3 .. $609-8$
- 4 .. $219-9$
- 5 .. $7+5$
- 6 .. $19+12$
- 7 .. $30+77$
- 9 .. $918 \div 9$
- 11 .. $11+3$
- 12 .. $403+326$
- 14 .. $222 \div 2$
- 15 .. $626+373$
- 17 .. நிரப்புக 2122, 2977, _____, 4687
- 19 .. $6072 \div 6$
- 22 .. $9+4$
- 23 .. $13+7$
- 25 .. $67+171$
- 26 .. $1449+552$
- 28 .. $12303 \div 3$
- 29 .. $21+11$
- 30 .. $1251+39$
- 31 .. $15+6$
- 33 .. $2031-28$
- 35 .. $1075-61$
- 37 .. $918-18$
- 38 .. $205-99$
- 40 .. $302+198$
- 41 .. $5+20$
- 43 .. $11+29$





2. வகுத்திகள், காரணிகள்

(Divisors and Factors)



2.1 சூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் சிறப்புகள்

1784 ஆம் ஆண்டு ஜெர்மனி நாட்டின் தொடக்கப் பள்ளி ஒன்றில், ஓர் ஆசிரியர், ஒரு நாள் சற்றுக் களைப்பாக இருந்ததால் குழந்தைகளுக்கு வேலை தந்துவிட்டு தான் சற்றே ஒய்வு எடுக்கலாம் என்று நினைத்தார். கொஞ்சம் கடினமான கணக்கு கொடுக்க முடிவு செய்தார். “1 முதல் 100 வரை உள்ள எண்களின் சூடுதலைக் கண்டுபிடியுங்கள்” என்று பணித்தார்.

சில வினாடுகளிலேயே ‘5050’ என்று பதில்வருகிறது. சற்றே அதிர்ந்து ஆசிரியர் விளக்கம் கேட்க, மாணவனிடமிருந்து பதில் வருகிறது.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

101
101
101

100 எண்கள் என்பது
50 இரட்டைகள் ஆகும்.
($100 \div 2 = 50$)

இப்படி 50 இரட்டைகளைக் காணலாம். ஒவ்வொன்றின் மதிப்பும் 101.

ஆக மொத்தம் $50 \times 101 = 5050$

இவ்வாறு தன் ஆசிரியரை அசத்திவிட்ட மாணவரின் பெயர் காஸ் (Gauss). கி.பி. 1777 முதல் 1855 வரை வாழ்ந்த காஸ் ‘கணித மேதைகளின் சக்கரவர்த்தி’ என்று போற்றப்படுகிறார்.

அதெப்படிக் சூட்டல் கணக்கைப் பெருக்கல் கணக்காக மாற்றினார் காஸ் ?

எப்போதுமே இது சாத்தியமா? அடிப்படையாக காஸ் புரிந்துகொண்டது இதுவே.

$$\begin{aligned} 1+2+3+\dots+99+100 &= (1+100)+(2+99)+(3+98)+\dots+(50+51) \\ &= 101 \times 50 \\ &= 5050 \end{aligned}$$

இங்கு முதலில் செய்திருப்பதே முக்கியமானது. நாறு எண்களைக்கூட்டவேண்டியிருந்தாலும், அவற்றை வேறுவிதமாக வரிசைப்படுத்தியவுடன் சூட்டல் எளிதாகிவிட்டது. இது இந்த எண்களுக்கு மட்டும் இல்லை, மற்ற இயல் எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

தனக்கு மூன்று வயது ஆகியிருந்தபோதே,
தந்தையின் அலுவலக வரவு – செலவு கணக்குகளில்
தப்புக் கண்டுபிடித்து
சரி செய்தவராம் காஸ்!

சரிபார்க்க: $35 + 65 = 65 + 35 = 100$ $33 + 34 + 35 = 33 + 35 + 34 = 35 + 34 + 33$ $= 34 + 33 + 35 = 35 + 33 + 34$ $= 102$ $1777 + 1784 + 1855 = 1855 + 1777 + 1784 = 5416$ $5050 + 50 + 1050 = 50 + 1050 + 5050 = 6150$	
---	--

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் கூட்டினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

இது நமக்குப் பல வகைகளில் உதவும்.

$$32 + 2057 + 68 = 2057 + (32 + 68)$$

$$= 2057 + 100$$

$$= 2157$$

$$125 + 250 + 125 + 250 = (2 \times 250) + 125 + 125$$

$$= (2 \times 250) + 250$$

$$= 3 \times 250$$

$$= 750$$

ஆகவே, பல எண்களைக் கூட்டவேண்டுமானால் அவற்றை நமக்குச் சாதகமாகப் பிரித்துக்கொண்டு தனித்தனியே கூட்டிய பிறகு மொத்தமாகக் கூட்டலாம். கூடுதல் தொகை ஒன்றாகப் பல இடங்களில் அமைந்தால் அதைப் பெருக்கலாக விடை காணலாம்.

இதே தன்மை பெருக்கலுக்கும் உண்டு.

சரிபார்க்க:	$5 \times 7 \times 20 = (20 \times 5) \times 7$
-------------	---

$$= 100 \times 7 = 700$$

$$125 \times 20 \times 8 \times 50 = (125 \times 8) \times (20 \times 50)$$

$$= 1000 \times 1000 = 10,00,000$$

இயல் எண்களை எந்த வரிசையில் பெருக்கினாலும் வரும் விடை ஒன்றே.

கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டும் செய்யவேண்டும் இருக்கும்போது கவனம் தேவை.

$5 \times 8 + 3$ என்றால் அதன் விடை என்ன ?

முதலில் $5 \times 8 = 40$ என்று கண்டு $40 + 3$ எனக் கூட்டினால் விடை 43.

முதலில் $8 + 3 = 11$ எனக் கூட்டி, பின் 5×11 எனப் பெருக்கினால் விடை 55.

ஒரே கணக்கிற்கு இருவேறு விடைகள் வரக்கூடாது.

ஆகவேதான் $(5 \times 8) + 3$ அல்லது $5 \times (8+3)$ என எழுதுவது நல்லது.

மேலே பல இடங்களில் இதுபோல (\dots) என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி உள்ளோம்.

அவற்றைச் சரிபார்க்கவும்.

கூட்டல், பெருக்கல் இரண்டையும் ஒரேசமயத்தில் கணக்கிடும்பொழுது
() என்ற அடைப்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்துவது நல்லது.



2.1.1 கழித்தல் மற்றும் வகுத்தலின் போது ஏற்படும் பிரச்சினைகள்

- முழு எண்களைக் கூட்டினாலும் பெருக்கினாலும் கிடைப்பது முழு எண்ணே.
- இதைக் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் அடைவுத் தன்மை என்று கூறுவது வழக்கம்.
- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத் தன்மை உண்டா?
- எந்த எண்ணிலிருந்தும் எந்த எண்ணையும் கழிக்க இயலுமா?

$$5050 - 50 = 5000$$

$$5050 - 5050 = 0$$

$$50 - 5050 = ?$$

ஆக, கழித்தலின்போது விடை இயல் எண்ணாகவோ, பூச்சியமாகவோ (அல்லது முழு எண்ணாகவோ) கூட இருக்கவேண்டிய அவசியமில்லை. வகுத்தலிலும் இப்படித்தான்.

$$5050 \div 50 = 101$$

$$5050 \div 5050 = 1$$

$$50 \div 5050 = ?$$

- கழித்தலுக்கும், வகுத்தலுக்கும் அடைவுத் தன்மை கிடையாது.
- கழித்தலுக்கும் வகுத்தலுக்கும் வரிசை மிக முக்கியம்.

$$(23 - 12) - 5 = 6$$

$$23 - (12 - 5) = 16$$

எனவே, மேற்காணும் இரண்டு கூற்றுகளும் ஒரே மாதிரி இல்லை.

$$23 - 12 = 11 \text{ ஆணால்}$$

$$12 - 23 = ?$$

வகுத்தலிலும் வரிசை முக்கியம்.

$$120 \div 12 = 10$$

$$12 \div 120 = ?$$

குழுச் செயல்பாடு

பின்வரும் எண்களை அப்படியே கூட்டாமல் சருக்க முறையில் கூட்டினால் 1000 வரும் வழியினை பயிற்சி செய்க.

i) 155, 124, 16, 45, 484, 176

ii) 111, 222, 333, 78, 167, 89

குழுச் செயல்பாடு

பின்வரும் எண்களை அப்படியே பெருக்காமல் சருக்க முறையில் பெருக்க 1000 கிடைக்கும் வழியினை பயிற்சி செய்க.

i) 2, 4, 5, 25 ii) 5, 5, 2, 20 iii) 2, 2, 125, 2

பயிற்சி 2.1

1) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 + 69 + 75$ (ii) $119 + 64 + 1 + 80$ (iii) $750 + 60 + 240 + 250$

2) விடை காண்க : $51 + 52 + \dots + 99 + 100$

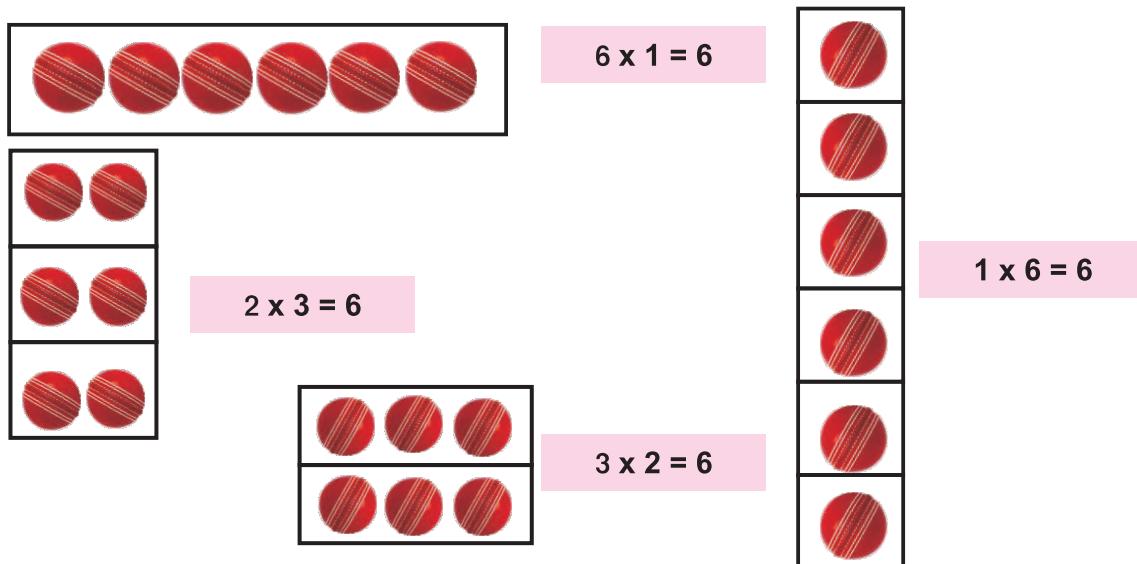
3) எளிதாக விடை காண்க:

(i) $25 \times 62 \times 4$ (ii) $5 \times 125 \times 2 \times 2$ (iii) $(75 \times 5) + (30 \times 5) + (25 \times 5)$

2.2. வகுத்திகள்

மனோஜ் என்பவரிடம் 6 கிரிக்கெட் பந்துகள் உள்ளன.

அவர் அவற்றைச் செவ்வக வடிவில் வரிசைப்படுத்த முயற்சிக்கிறார்.



எந்த ஓர் இயல் எண்ணும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண்களின் பெருக்கலாக அமையும். (1 ஐத் தவிர)

6 பந்துகளை வேறு விதத்தில் செவ்வக வடிவமாக உருவாக்க முடியுமா ?

6 ஐ அதைவிடக் குறைவான எண்களால் வகுப்பதன்மூலம் விடை கூறிவிடலாம்.

$\begin{array}{r} 6 \\ 1 \overline{) 6} \\ \hline 6 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \overline{) 6} \\ \hline 6 \\ \hline 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) 6} \\ \hline 6 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 4 \overline{) 6} \\ \hline 4 \\ \hline 2 \end{array}$
$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{) 6} \\ \hline 5 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 6 \overline{) 6} \\ \hline 6 \\ \hline 0 \end{array}$

இதிலிருந்து 6ஐ சில எண்களால் வகுக்கும்போது மீதி '0' ஆகவும், சில எண்களால் வகுக்கும்போது மீதி '0' அல்ல எனவும் இருப்பதை உணர்கிறார்.



6 இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6.

ஓர் எண்ணை மீதியின்றி (அதாவது மீதி = 0) வகுக்கும் எண்கள் அனைத்தும் அந்த எண்ணின் வகுத்திகள் எனப்படும்.



குறிப்பு: வகுத்தி மற்றும் வகுப்பான் ஆகிய இரு வெவ்வேறான பொருள்களான் சொற்களுக்கு 'divisor' என்ற ஆங்கிலச் சொல் பயன்பாட்டில் உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்கவும்.

கீழே உள்ள அட்டவணையைக் கவனிக்க

எண்	வகுத்திகள்	பல்வேறு செவ்வகங்களாக உருவாக்கும் முறை
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	$1 \times 12 ; 2 \times 6 ; 3 \times 4$
17	1, 17	1×17
25	1, 5, 25	$1 \times 25 ; 5 \times 5$
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	$1 \times 28 ; 2 \times 14 ; 4 \times 7$
31	1, 31	1×31
35	1, 5, 7, 35	$1 \times 35 ; 5 \times 7$
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	$1 \times 42 ; 2 \times 21 ; 3 \times 14 ; 6 \times 7$

அட்டவணையிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வன:

- ★ எந்த எண்ணுக்கும் எண் 1 மற்றும் அதே எண்ணும் வகுத்திகளாக அமையும்.
- ★ எந்த எண்ணாலும் வகுபடாத எண் என்று ஏதும் உண்டா? இல்லை.
- ஏனெனில், எந்த எண்ணையும் 1 ஆல் வகுக்க முடியும். ஆனால், கிடைப்பது அதே எண்தான்.
- ★ சில எண்களுக்கு நிறைய வகுத்திகள் உண்டு. 42 என்ற எண்ணுக்கு 8 வகுத்திகள்.
720 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொண்டால் 10 க்குக் கீழ் 7 ஜத் தவிர எல்லா எண்களாலும் வகுபடும்.
இன்னும் சில வகுத்திகளை நீங்களே கண்டுபிடிக்க முயற்சி செய்யலாமே!
- ★ சில எண்கள் இரண்டு வகுத்திகளை மட்டுமே கொண்டவை.
உதாரணமாக 7 என்ற எண்ணை, 1 மற்றும் 7 மட்டுமே வகுக்கும்.
அது போலவே 11, 13, 17, 19 எல்லாம், இவை பல்லாயிரம் ஆண்டுகளாகக் கணித அறிஞர்களை மிகவும் ஈர்த்து வருபவை. பகா எண்கள் எனப்படும் இவ்வெண்களை எண்ணியலின் கதாநாயகர்கள் எனலாம்.

1 மற்றும் அதே எண்ணால் மட்டும் வகுபடும் தன்மை கொண்ட எண்களே பகா எண்கள் எனப்படும்.

2.2.1. காரணிகள்

மேற்குறிப்பிட்ட எண்களில் வகுத்திகள் 1 மற்றும் அதே எண்கள் இடம்பெற்றுள்ளதை அறிவோம். அவற்றினைத் தவிரப் பிற வகுத்திகளையும் பார்த்தோம். உதாரணமாக 45 இன் வகுத்திகள் 1, 3, 5, 9, 15, 45 எனத் தெரியும். இங்கு 1 மற்றும் அதே எண்ணை நீக்கிய வகுத்திகள் 3, 5, 9, 15 ஆகும். இவற்றைச் சிறப்பு வகுத்திகளாகக் கொள்ளலாம். இதனையே காரணிகள் எனகிறோம்.

எனவே, காரணிகள் எனபது ஓர் எண்ணின் வகுத்திகளில், 1 மற்றும் அதே எண்ணைத் தவிர்த்த பிற வகுத்திகளாகும்.

சிந்திக்க:

"எல்லாக் காரணிகளும் வகுத்திகளே." ஆனால், எல்லா வகுத்திகளும் காரணிகளா?

ஒரு பகா எண்ணிற்குக் காரணிகளே இல்லை என்பது தெளிவு.

7 ஜ காரணிபடுத்த இயலுமா?

இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட வகுத்திகள் கொண்ட எண்கள் பகு எண்கள் எனப்படும்.

2.2.2. பகா எண்களைக் கண்டறியும் முறை

இரட்டைப்படை எண்கள் எல்லாமே 2 ஆல் வகுபடும்.

ஆகவே, பகா எண்களில் ஒரே ஓர் இரட்டைப்படை எண் மட்டுமே உண்டு. அது 2.

ஒர் எண் பகா எண்ணா என்று எவ்வாறு கண்டுபிடிக்கலாம்? இது கடினம். என்? 200 நான்கால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து ஆம் எனலாம். 200 ஒன்பதால் வகுபடுமா? வகுத்துப் பார்த்து இல்லை எனலாம். 131 ஜி 11 வகுக்குமா? இல்லை. 1137 ஜி வகுக்குமா?

1234567 ஜி 133 வகுக்குமா? முயற்சி செய்து விடை காணலாம்.

எந்தக் குறிப்பிட்ட எண்ணும் வேறொரு குறிப்பிட்ட எண்ணால் வகுபடுமா என்று முயற்சி செய்து கண்டுபிடித்து விடலாம். ஆனால், பகா எண்ணா என்று கண்டுபிடிக்க இது போதாது.

1 மற்றும் அதே எண்ணால் மட்டுமே வகுபடும் எண்கள் பகா எண்கள்

ஆகவே, வேறெந்த எண்ணும் அதன் வகுத்தி இல்லை என்று உறுதிகாண வேண்டும். இது கடினமே. 100 வரை உள்ள இயல் எண்களில் எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன? அவை எவை என்று கண்டுபிடிக்கலாம்.

1. ஒன்றுமதல் நூறுவரை உள்ள எண்களைக் கட்டமாக எழுதிக் கொள்ளவும்.
2. முதலில் 2 தவிர 2இன் மடங்குகள் அனைத்தையும், அதாவது, இரட்டைப்படை எண்களை X – செய்து அடித்து விடவும்.
3. அடுத்து 3, இது பகா எண். அது தவிர்த்து, 3இன் மடங்குகள் எல்லாவற்றையும் அடித்து விடவும்.
4. அடுத்தது 5. ஏனெனில், 4 இரட்டைப்படை எண் என்பதால், இரண்டாம் கட்டத்தில் அடிக்கப்பட்டு விட்டது. இப்போது 5இன் மடங்குகள் அடிக்கப்படும்.
5. தொடர்ந்து இதுபோல் செய்து கொண்டேபோனால், மிஞ்சியிருப்பவை பகா எண்கள். ஏனெனில், அடிக்கப்படாத எண் பகு எண்ணாக இருந்தால், அதைவிடச் சிறிய எண் ஒன்றால் வகுபடும். சிறிய எண்ணின் மடங்குகள் அடிபடும்போது, நாம் கருதும் எண்ணும் அடிபட்டிருக்கும்.

கிரேக்கத்தில் கி.மு. 276 – கி.மு. 175 ஆண்டுகளில் வாழ்ந்த எரடோஸ்தனிஸ் என்பவர் இம்முறையைப் பயன்படுத்தி பல பகா எண்களைப் பட்டியல் இட்டதாகக் கருதப்படுகிறது.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

மொத்தம்
25 பகா எண்கள்
உள்ளன.

ஒரு வகுத்தி மட்டும் கொண்ட எண் ‘1’ ஆனது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல.



2.2.3. மடங்குகள்

சீழே உள்ள பெருக்கல் அட்டவணையைக் கவனிக்க:

மடங்குகள்

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

எடுத்துக்காட்டு :

1

100க்கு மேல் 7 இன் மடங்குகள் நான்கினை எழுதுக.

105, 112, 119, 126

105 என்பது 7இன் மடங்கு 105இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 7 ஆகும். எனவே, ஒரு எண் அந்த எண்ணின் வகுத்திகளின் மடங்காக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு :

2

80 க்கு முன்னரும், பின்னரும் உள்ள 5 ஜி மடங்காகக் கொண்ட நான்கு எண்களைத் தருக.

80க்கு முன்னர் உள்ள 5ன் மடங்குகள் : 60, 65, 70, 75,
80க்கு பின்னர் உள்ள 5ன் மடங்குகள் : 85, 90, 95, 100



செயல்பாடு

2, 5 மற்றும் 7 ஆகிய இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி (ஓர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் திரும்ப பயன்படுத்தக் கூடாது) ஈரிலக்க எண்கள் அனைத்தையும் உருவாக்குக. கிடைத்த ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும் காரணிகளை எழுதுக.

பயிற்சி 2.2

- கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா? அல்லது தவறா? என விடையளிக்க.
- (i) 7 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 4 ஆகும்.
 - (ii) 21 இன் காரணிகளில் ஒன்று 3 ஆகும்.
 - (iii) 24 இன் வகுத்திகளில் ஒன்று 1 ஆகும்.
 - (iv) 45 இன் காரணிகளில் ஒன்று 9 ஆகும்.
 - (v) 5 இன் மடங்குகளில் ஒன்று 105 ஆகும்.

2. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.
 (i) பின்வருவனவற்றுள் எவை 10 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?
 (அ) 1, 2, 5 (ஆ) 2, 5 (இ) 1, 2, 5, 10 (ஈ) 2, 10
 (ii) பின்வருவனவற்றுள் எவை 4 இன் அனைத்து வகுத்திகளையும் கொண்டது ?
 (அ) 2, 4 (ஆ) 1, 2 (இ) 1, 2, 4 (ஈ) 2
 (iii) 3 ஆனது ____ என்ற எண்ணின் வகுத்தி
 (அ) 18 (ஆ) 19 (இ) 20 (ஈ) 29
 (iv) 4 ஆனது ____ என்ற எண்ணின் மடங்கு
 (அ) 5 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 8
 (v) 15 என்பது ____ ன் மடங்கு
 (அ) 3 (ஆ) 45 (இ) 7 (ஈ) 11
3. பின்வரும் எண்களின் வகுத்திகளைக் காண்க.
 (i) 8 (ii) 15 (iii) 45 (iv) 121 (v) 14
4. 80 க்கும் 100 க்கும் இடையிலுள்ள 3 இன் மடங்குகளை எழுதுக.
5. 21க்கும் 51க்கும் இடையிலுள்ள 5இன் மடங்குகளையும், 10இன் மடங்குகளையும் எழுதுக. இதிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன?
6. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா? தவறா? எனக் கூறுக.
 (i) மிகச்சிறிய பகா எண் 1 ஆகும்.
 (ii) இரட்டைப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும்.
 (iii) 6 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.
 (iv) 13 என்பது ஒரு பகு எண் ஆகும்.
 (v) 61 என்பது ஒரு பகா எண் ஆகும்.
7. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.
 (i) 24இன் பகாக் காரணிகளில் ஒன்று
 (அ) 3 (ஆ) 4 (இ) 6 (ஈ) 12
 (ii) 5 க்கும் 11க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்
 (அ) 6 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 10
 (iii) ஒற்றைஇலக்கப் பகா எண்களின் எண்ணிக்கை
 (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
 (iv) 20 க்கும் 30 க்கும் இடையில் -----
 பகா எண்கள் உள்ளன.
 (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
 (v) மிகச் சிறிய ஈரிலக்கப் பகா எண்
 (அ) 37 (ஆ) 7 (இ) 11 (ஈ) 10
8. 30க்கும் 60க்கும் இடையில் உள்ள பகா எண்களை எழுதுக.
9. இரு பகா எண்களின் கூடுதல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தல் ஒரு பகா எண்ணாக இருக்குமா என்பதைச் சான்றுடன் சரிபார்க்க.

செயல்பாடு

காரணி அடிப்படையிலான விளையாட்டு
 மேசையின் மீதுள்ள எண் அட்டைகளிலிருந்து மாணவர்கள் எண் அட்டையை எடுக்க வேண்டும். எடுத்த அட்டை கொடுக்கப்பட்ட (சொல்லப்பட்ட) எண்ணின் காரணியாக இருந்தால் அதற்கு ஒதுக்கப்பட்ட இடத்தில் நிற்க வேண்டும். பின் அவர் அவருக்குரிய இணையைக் கண்டறிந்து அவருடன் நிற்க வேண்டும். இவர்களால் எடுக்கப்பட்ட எண்ணின் பெருக்குத் தொகை கொடுக்கப்பட்ட எண்ணாகும்.



2.3 வகுபடுந்தன்மை

ஒரு இயல் எண்ணின் வகுத்திகள் எல்லாவற்றையும் கண்டறிய அந்த எண்ணைவிடச் சிறிய எண்களால் வகுத்துப் பார்க்கவேண்டும். ஆனால், ஒவ்வொரு வகுத்தல் செயலுக்கும் நேரம் அதிகம் எடுக்குமே! நமக்கு வகுத்தலின் விடை (அதாவது உவி, மீதி) முக்கியமில்லை.

மீதி இல்லாமல் வகுக்க முடியுமா என்பதைக் கண்டுபிடிப்பது ஒன்றே குறிக்கோள். இதை நீண்ட வகுத்தல் செயல்பாடுகள் செய்யாமல் எளிதாகக் கண்டறியும் முறைகளைப் பார்க்கலாம்.

2 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

37, 453 போன்ற ஒற்றை எண்களிலிருந்து 2ஐ கழித்துக்கொண்டே போனால் மீதம் இருக்கும். ஆனால், 48, 376 போன்ற இரட்டை எண்களில் மீதி 0வைத் தரும். ஆக, எல்லா இரட்டை எண்களும் 2ஆல் வகுபடும்.

1ஆம் இலக்க எண் 0, 2, 4, 6, 8 என்ற இரட்டைப் படை எண்ணாக இருந்தால் மட்டுமே
2ஆல் வகுபடும்.

5 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1005இல் இருந்து 5ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 1000, 995, 900 என்று 5இல் முடியும் எண்ணும் 0இல் முடியும் எண்ணும் மாறி மாறி வரும். கடைசியில் 10, 5, 0 என்று பூச்சியத்தில் முடியும். 7இல் முடியும் எண்ணை (எ.கா: 237) தொடர்ந்து 5 ஐக் கழித்தால் 2, 7, 2 . . . என்று முடியும் எண்களே கிடைக்கும். இத்தொடர் கடைசியில் 2இல் முடியும். ஆகையால், 237 என்ற எண் 5ஆல் வகுபடாது.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியம் அல்லது 5 ஆக இருப்பின் அது 5ஆல் வகுபடும்.

10 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

3010இலிருந்து 10ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் 3000, 2990, 2980 என்று 0வில் முடியும் எண்கள் வரும்.

1ஆம் இலக்க எண் பூச்சியமாக இருப்பின் 10ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண் 2, 5, 10 ஆல் வகுபடுமா என்பதைக் கண்டறிய அந்த எண்ணின் கடைசி இலக்கத்தை மட்டும் பார்த்தால் போதும்!

4 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா? இதை $138 = 100 + 38$ என்று எழுதலாம். 100இலிருந்து 4ஆல் கழித்துக்கொண்டே போனால், பூச்சியம்தான் மிஞ்சும். எனவே, 138 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா? என்று அறிய 38 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா என்று கண்டுபிடித்தால் போதும். அதேபோல், $1792 = 1700 + 92$. எனவே, 92 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடுமா? எனவே, 1792 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடும். 2129 என்பது 4ஆல் வகுபடாது (சரிபார்க்க), ஏனெனில், 29 என்ற எண் 4ஆல் வகுபடாது.

ஓர் எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் (1, 10 ஆம் இலக்கங்கள்) 4 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 4ஆல் வகுபடும். இல்லையெனில், 4ஆல் வகுபடாது.

8 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா? $1248 = 1000 + 248$. 1000 என்பது 125×8 .

ஆகையால், 248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடுமா? என்று பார்த்தால் போதும்.

$248 = 31 \times 8$. எனவே, 1248 என்ற எண் 8ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண்ணின் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் 8 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 8 ஆல் வகுபடும்.



2ஆல் வகுபடும் எண்கள் எல்லாம்
4ஆல் வகுபடும் என்று சொல்ல முடியுமா?
எ.கா: 26 என்பது 2ஆல் வகுபடும்.
ஆனால், 4ஆல் வகுபடாது. அதேபோல் 4
ஆல் வகுபடும் எண் 8ஆல் வகுபடும்
என்று கூறமுடியாது.

4 மற்றும் 8 ஆல்
வகுபடுந்தன்மையைக்
கண்டறிய முறையே
கடைசி இரண்டு
இலக்கங்கள், மூன்று
இலக்கங்களைப் பார்த்தாலே
போதும்.

9 ஆல் வகுபடுந்தன்மை:

45 என்ற எண் 9ல் வகுபடுமா?

$$45 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 \\ = 9 + 1 + 9 + 1 + 9 + 1 + 5$$

9 களைக் கழித்துவிட்டால் மீதி இருப்பது

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 5 \\ = 4 + 5 = 9$$

கடைசி 9 ஜியும் கழித்தால் மீதி = 0.
அதனால் 45, 9ஆல் வகுபடும்.

123, 9ல் வகுபடுமா?

$$123 = 100 + 10 + 10 + 3 \\ = (99+1) + (9+1) + (9+1) + 3 \\ = (99+1) + (9+9+2) + 3$$

9 அல்லது 9இன் மடங்குகளைக் கழித்து விட்டால் மீதி இருப்பது $= 1 + 2 + 3 = 6$

ஆகையால், 123 என்ற எண் 9ஆல் வகுபடாது!

9களைக் கழித்தின் மீதமிருப்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் எனக் கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில், அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்	இலக்கங்களின் கூடுதல்	9ஆல் வகுபடுமா?	பெருக்குத்தொகை வைத்துச் சரிபார்த்தல்
61	$6 + 1 = 7$	இல்லை	$61 = 6 \times 9 + 7$
558	$5 + 5 + 8 = 18; 1 + 8 = 9$	ஆம்	$558 = 62 \times 9$
971	$9 + 7 + 1 = 17; 1 + 7 = 8$	இல்லை	$971 = 107 \times 9 + 8$
54000	$5 + 4 + 0 + 0 + 0 = 9$	ஆம்	$54000 = 6000 \times 9$



3 ஆல் வகுபடுந்தனமை:

42இல் இருந்து 3ஐக் கழித்துக்கொண்டே வந்தால் பூச்சியம்தான் மீதம் இருக்கும்.
(42,39,36.... 0 என்று முடியும்) இதையே வேறு மாதிரியும் பார்க்கலாம்:

$$\begin{aligned} 42 &= 10 + 10 + 10 + 10 + 2 \\ &= 9+1 + 9+1 + 9+1 + 9+1 + 2 \end{aligned}$$

மூன்றுக்கணக்கைக் கழிப்பதற்குப் பதிலாக 9 கணக்கை மொத்தமாகக் கழித்துவிடலாம்.

(ஏனெனில் $9 = 3 \times 3$) அவ்வாறு கழித்துவிட்டால், மீதி இருப்பது

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 + 1 + 1 + 2 \\ &= 4 + 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

6 ஆனது 3ஆல் வகுபடும். அதனால்

42 என்ற எண் 3ஆல் வகுபடும்.

9கணக்கை கழித்த பின் மீதமிருப்பது
கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின்
இலக்கங்களின் கூடுதல் என
கவனிக்கவும்.

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 இன் மடங்காக இருக்கும் எனில்,
அந்த எண் மூன்றால் வகுபடும்..

குறிப்பு : 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடும் எண் 6ஆல் வகுபடும்

செயல்பாடு

2, 5, 7, 9 மற்றும் 0 ஆகிய இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி (ஓர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் பயன்படுத்தக் கூடாது) ஈரட்டை எண்களை உருவாக்குக. உருவாக்கப்பட்ட எண்களிலிருந்து 2, 3, 5, 6, 10 ஆல் வகுபடக் கூடிய எண்களைப் பட்டியலிடுக.

11 ஆல் வகுபடுந்தனமை:

	இலக்கங்கள்						ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதல்	வித்தியாசம்
	6	5	4	3	2	1			
3×11				3	3		3	3	0
71×11				7	8	1	8 (7+1)	8	0
948×11		1	0	4	2	8	13(1+4+8)	2 (0+2)	11
5102×11		5	6	1	2	2	8	8	0
73241×11	8	0	5	6	5	1	7	18	11

மேலே உள்ள அட்டவணையிலிருந்து ஒற்றை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 11இன் மடங்காக இருப்பதைக் கவனிக்க.

ஓர் எண்ணின் ஒற்றை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும், இரட்டை இட எண்களின் இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 0 ஆகவோ அல்லது 11இன் மடங்காகவோ இருந்தால் அந்த எண் 11 ஆல் வகுபடும்.



பொதுவாக 11 ஆல் வகுபடும் தன்மையை அறிவது கடினம். இருந்தாலும் குறிப்பிட்ட வடிவில் உள்ள எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும் என்பதை அறிந்துகொள்ளவேண்டும்.

உதாரணமாக 121, 1331, 4994, 56265, 1234321, 4754574 என்ற எண்கள் 11 ஆல் வகுபடும். எவ்வாறு?

பயிற்சி 2.3

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:
 - (i) 120 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.
 - (ii) 8ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 2ஆல் வகுபடும்.
 - (iii) 10ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 5ஆல் வகுபடும்.
2. பின்வருவனவற்றுள் 8 ஆல் வகுபடும் எண்களை வட்டமிடுக.
22, 35, 70, 64, 8, 107, 112, 175, 156
3. 3, 5ஆல் வகுபடும் எண்கள் 15ஆல் வகுபடுமா என்பதைத் தக்க எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்க்க.

செயல்பாடு

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் ஒவ்வொன்றும் 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11 ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்பதை அட்டவணைப்படுத்துக.

எண்கள்	வகுபடுந்தனமை									
	2	3	4	5	6	8	9	10	11	
77	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்
896	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை
918										
1,453										
8,712										
11,408										
51,200										
732,005										
12,34,321										

5. கீழே உள்ள அட்டவணையில் கேட்டுக்கொண்டதற்கு ஏற்பக்கி சிறிய எண் / பெரிய எண் ஏதேனும் ஒரு பொருத்தமான எண்ணைக்கொண்டு விடுபட்ட கட்டங்களை நிரப்புக.

2 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்	7	6	0	4	3	1	2			
3 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்						7	3	2		
4 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்					9	8	2	6		
5 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்				4	3	1	9	6		
6 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்		1			9	0	1	8	4	
8 ஆல் வகுபடும் பெரிய எண்	3	1	7	9	5		7	2		
9 ஆல் வகுபடும் சிறிய எண்					3	2	0		7	
10 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்	1	2	3	4	5	6	7			
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்				8	6	9	4		4	
3 ஆல் வகுபடும் சிறிய ஓர் எண்					5	6		1	0	
11 ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஓர் எண்				9	2	3		9	3	

செயல்பாடு

- i) 4 8 3 2 7 * 8 என்ற எண் 11 ஆல் வகுபட்டால் * இன் மதிப்பு காண்க.
- ii) 4, 9 மற்றும் 5 ஆகிய எண்களைப் பயன்படுத்தி (ஒர் எண்ணை ஒரு முறைக்கு மேல் பயன்படுத்தக் கூடாது) மூன்றிலக்க எண்களை உருவாக்கி அவற்றில் 5, 6, 7, 9, 11 ஆகிய எண்களால் வகுபடக் கூடிய எண்களைக் குறிப்பிடுக.

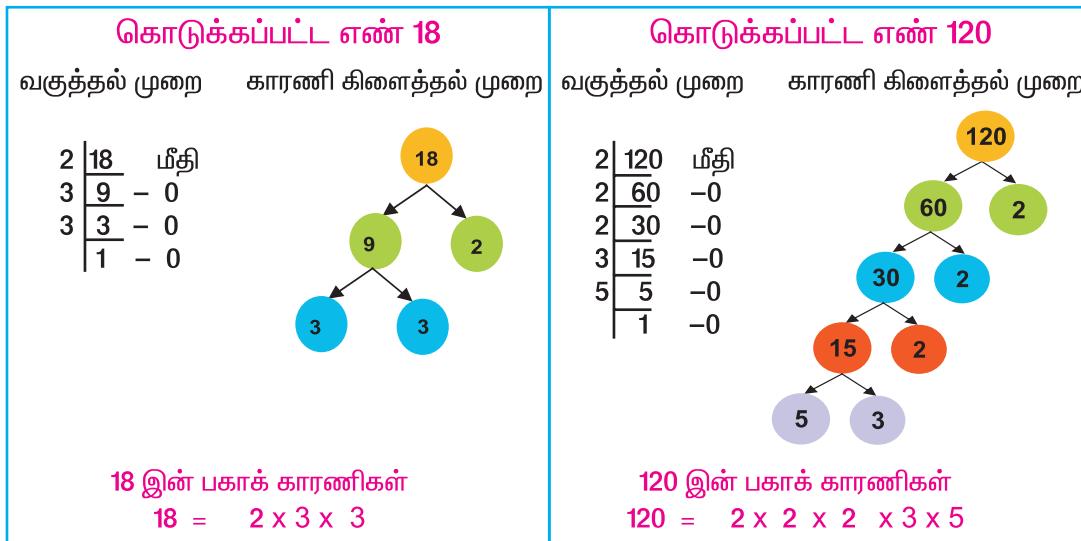


2.4. பகாக் காரணிப்படுத்துதல்

எந்தப் பகு எண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக மாற்றும் முறையினைப் 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' என்கிறோம்.

(i) வகுத்தல் முறை (ii) காரணி கிளைத்தல் முறை ஆகிய இருமுறைகளைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளைக் காணலாம்.

18, 120இன் காரணிகளை வகுத்தல் முறையில் காண்க. மேலும் காரணி கிளைத்தல் முறையிலும் காண்க.



பயிற்சி 2.4

- கீழ்க்காணும் எண்களைப் பகாக் காரணிப்படுத்தி எழுதுக

(i)	6	(ii)	15	(iii)	21	(iv)	30	(v)	121
(vi)	145	(vii)	162	(viii)	170	(ix)	180	(x)	200
- 21, 8 இதில் எதற்கு அதிகமான பகாக் காரணிகள் இருக்கின்றன? காரணிக் கிளைத்தலை வரைந்து கண்டுபிடியுங்கள்.
- நான் நான்கு வெவ்வேறு பகாக்காரணிகள் கொண்ட மிகச் சிறிய எண். நான் யார்?
- கீழ்க்காணும் கோவைகளில் எவ்வ பகாக் காரணிகளைக் கொண்டவை?

 - $24 = 2 \times 3 \times 4$
 - $54 = 2 \times 3 \times 9$
 - $56 = 7 \times 2 \times 2 \times 2$
 - $70 = 2 \times 5 \times 7$

- மிகப்பெரிய நான்கிலக்க எண்ணிற்கு பகாக்காரணிகளைக் காண்க.
- மிகச் சிறிய ஐந்திலக்க எண்ணிற்கு பகாக்காரணிகளைக் காண்க.

2.5 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (G.C.D.), மீச்சிறு பொதுமடங்கு (L.C.M.)

(Greatest Common Divisor, Least Common Multiple)

2.5.1 மீச்சிறு பொதுமடங்கு (மீச்சிறு பொ.ம.)

முயல் ஒன்று ஒரு தூள்ளலில் 3 அடி தூரத்தை எட்டுகிறது.

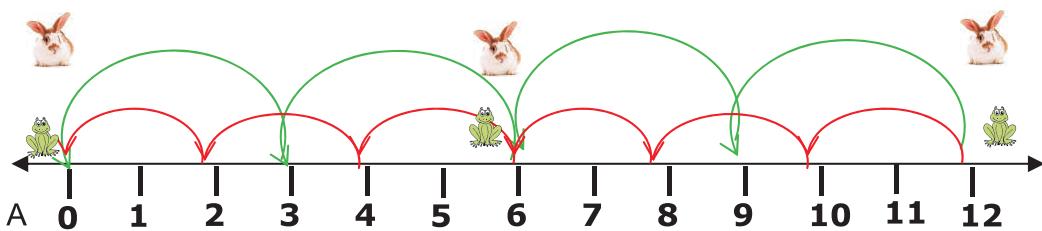
ஆனால், தவணை ஒரு தூள்ளலில் 2 அடி தூரத்தைத்தான் எட்டுகிறது.

A இலிருந்து இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் குதிக்கத் தொடங்கின.

A இலிருந்து 3, 6, 9, 12, — அடி தூரத்தில் முயலின் கால் பதியும்.

A இலிருந்து 2, 4, 6, 8, — அடி தூரத்தில் தவணையின் கால் பதியும்.





இரண்டின் கால் தடமும் 6, 12, — அடி தூரத்தில் ஓரே இடத்தில் பதியும்.

இங்கு 6 ஆனது 2, 3 ஆகிய எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம.

எண்களின் மடங்குகளில் சில மடங்குகள் பொதுவானதாக அமையும். அவ்வாறு இருக்கும் பொது மடங்குகளில் மிகவும் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொதுமடங்கு எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீச்சிறு பொ.ம.— கை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுமடங்கு முறை

- படி 1** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மடங்குகளை வரிசைப்படுத்துக.
- படி 2** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளை வட்டமிட்டு பின்னர் அதனை எழுதுக.
- படி 3** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது மடங்குகளில் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

காரணி முறை

- படி 1** கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணிகளைக் காணக.
- படி 2** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.
- படி 3** பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகையுடன் அதைத் தவிர்த்த காரணிகளையும் பெருக்கக் கிடைப்பது, அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் மடங்குகள் = 16, 32, 48, 64, 80, 96,
112, 128, 144, 160,.....

24 இன் மடங்குகள் = 24, 48, 72, 96,
120, 144, 168,.....

16, 24 இன் பொது மடங்குகள் = 48, 96, 144,

(பொதுமடங்குகளில் மிகவும் சிறியது மீச்சிறு பொ.ம. என்பதை அறிக)

ஃ 16, 24 இன் மீச்சிறு பொ.ம. = 48

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 16, 24

16 இன் காரணிகள் 24 இன் காரணிகள்

$$\begin{array}{r} 2 \mid 16 \\ 2 \mid 8 - 0 \\ 2 \mid 4 - 0 \\ 2 \mid 2 - 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 24 \\ 2 \mid 12 - 0 \\ 2 \mid 6 - 0 \\ 3 \mid 3 - 0 \\ \hline 1 \end{array}$$

16 இன் காரணிகள் = $(\textcolor{pink}{2}) \times (\textcolor{pink}{2}) \times (\textcolor{pink}{2}) \times 2$

24 இன் காரணிகள் = $(\textcolor{pink}{2}) \times (\textcolor{pink}{2}) \times (\textcolor{pink}{2}) \times 3$

மீச்சிறு பொ.ம என்பது இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகள் **x** விடுபட்ட காரணிகள்

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$



2.5.2 மீப்பெரு பொது வகுத்தி (மீப்பெரு பொ.வ.)

வெவ்வேறு எண்களுக்குப் பொதுவான வகுத்திகள் இருக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம். அவ்வாறு இருக்கும் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. யை 2 முறைகளில் காணலாம்.

பொதுவகுத்தி முறை

- படி 1** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வகுத்திகளை வரிசைப்படுத்துக.
- படி 2** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளை வட்டமிட்டுப் பின்னர் அதனை எழுதுக.
- படி 3** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பொது வகுத்திகளில் பெரியது மீப்பெரு பொ.வ ஆகும்

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் : 30, 42

30 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

42 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

பொது வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 6

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 6

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் : 35, 45, 60

35 இன் வகுத்திகள் : 1, 5, 7, 35

45 இன் வகுத்திகள் : 1, 3, 5, 9, 15, 45

60 இன் வகுத்திகள் : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10,
12, 15, 20, 30, 60

பொதுவகுத்திகள் : 1, 5

மீப்பெரு பொது வகுத்தி : 5

காரணி முறை

- படி 1** கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குப் பகாக் காரணி காண்க.
- படி 2** கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகளில் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.
- படி 3** பொதுவான காரணிகளின் பெருக்குத் தொகை, அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்கள்: 30 , 42

30 இன் காரணிகள் 42 இன் காரணிகள்

$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} \left \begin{array}{r} 30 \\ 15 \\ 5 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{மீதி} \\ -0 \\ -0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 7 \end{array} \left \begin{array}{r} 42 \\ 21 \\ 7 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{மீதி} \\ -0 \\ -0 \end{array}$
$\boxed{1} \quad -0$	$\boxed{1} \quad -0$

$$30 \text{ இன் காரணிகள்} = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$$

$$42 \text{ இன் காரணிகள்} = \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$$

(இரண்டுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. = $2 \times 3 = 6$

எடுத்துக்காட்டு : 3

காரணி முறையில் 85, 45, 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொ.வ காண்க.

85 இன் காரணிகள்

$$\begin{array}{r} 5 \mid 85 \text{ மீதி} \\ \hline 17 \mid 17 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

45 இன் காரணிகள்

$$\begin{array}{r} 3 \mid 45 \text{ மீதி} \\ \hline 3 \mid 15 - 0 \\ \hline 5 \mid 5 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

60 இன் காரணிகள்

$$\begin{array}{r} 2 \mid 60 \text{ மீதி} \\ \hline 2 \mid 30 - 0 \\ \hline 3 \mid 15 - 0 \\ \hline 5 \mid 5 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

$$85 \text{ இன் காரணிகள்} = 5 \times 17$$

$$45 \text{ இன் காரணிகள்} = 3 \times 3 \times 5$$

$$60 \text{ இன் காரணிகள்} = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

(மூன்றுக்கும் பொதுவான காரணிகளை வட்டமிடுக.)

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. = 5

2.5.3 சார்பகா எண்கள் (Relatively prime numbers)

ஏதேனும் இரு இயல் எண்களைக் கொண்டு வரிசைச்சோடிகளை அமைக்கலாம்.
உதாரணமாக (5, 12), (9, 17), (11, 121).....

(3, 5) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 1 ஆகும்.

(5, 15) என்ற வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 5 ஆகும்.

எந்த ஒரு வரிசைச்சோடியில் உள்ள எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. '1' எனில் அவை சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு : 4

பின்வரும் வரிசைச்சோடிகள் சார்பகா எண்களா? என ஆராய்க.

(13, 17), (7, 21), (101, 201), (12, 13)

1. (13, 17) – சார்பகா எண்கள்

(13, 17) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1

2. (7, 21) – சார்பகா எண்கள் அல்ல

(7, 21) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 7

3. (101, 201) – சார்பகா எண்கள்

(101, 201) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1

4. (12, 13) – சார்பகா எண்கள்

(12, 13) இன் மீப்பெரு பொ.வ. = 1

அடுத்துடுத்துள்ள இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. 1 ஆதலால் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.



2.5.4 மீச்சிறு பொது மடங்கு மற்றும் மீப்பெரு பொது வகுத்தி பற்றிய கணக்குகள்.

அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படும் மீச்சிறு பொது மடங்கு, மீப்பெரு பொது வகுத்தியின் கருத்துக்களை சார்ந்தது அதன் பயன்பாடுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு : **5**

36 லிட்டர், 48 லிட்டர் மற்றும் 60 லிட்டர் கொள்ளலாவு கொண்ட பீப்பாய்களில் உள்ளவற்றை காலியாக்க தேவைப்படும் மிகப்பெரிய கொள்ளலாவு கொண்ட பீப்பாய் ஒவ்வொன்றையும் எத்தனை முறை காலியாக்கும்?

மிகப்பெரிய கொள்ளலாவு கொண்ட பீப்பாய்க்காண, 36, 48, 60 ஆகிய மூன்று எண்களுக்கு மீப்பெரு பொது வகுத்தி கண்டறிந்தால் போதுமானது.

36-இன் பகாக்காரணிகள் 48-இன் பகாக்காரணிகள் 60-இன் பகாக்காரணிகள்

$$\begin{array}{r} 2 | 36 \text{ மீதி} \\ \hline 3 | 18 - 0 \\ \hline 2 | 6 - 0 \\ \hline 3 | 3 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 | 48 \text{ மீதி} \\ \hline 3 | 24 - 0 \\ \hline 2 | 8 - 0 \\ \hline 2 | 4 - 0 \\ \hline 2 | 2 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 | 60 \text{ மீதி} \\ \hline 3 | 30 - 0 \\ \hline 2 | 10 - 0 \\ \hline 5 | 5 - 0 \\ \hline 1 - 0 \end{array}$$

$$36\text{-இன் பகாக்காரணிகள்} = \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times 3$$

$$48\text{-இன் பகாக்காரணிகள்} = \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times 2 \times 2$$

$$60\text{-இன் பகாக்காரணிகள்} = \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} \times 5$$

(பொதுக்காரணிகளை வட்டமிடவும்)

$$\therefore 36, 48, 60 \text{ இன் மீப்பெரு பொது வகுத்தி} = 2 \times 3 \times 2 = 12$$

$\therefore 12$ லிட்டர் கொள்ளலாவு கொண்ட பீப்பாய் பயன்படுத்தி 3 மடங்கு, 4 மடங்கு மற்றும் 5 மடங்கு பயன்படுத்தி பீப்பாய்களை காலியாக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : **6**

மூன்று மருந்து விற்பனை பிரதிநிதிகள் ஒரு மருந்துவரை குறிப்பிட்ட நாளில் சந்திக்கிறார்கள். பின்னர் முதல் பிரதிநிதி 10 நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் இரண்டாவது பிரதிநிதி 15 நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் மூன்றாவது பிரதிநிதி 20 நாள்களுக்கு ஒருமுறையும் தொடர்ந்து மருந்துவரைச் சந்திக்கின்றனர் எனில், மூவரும் மருந்துவரை எப்பொழுது ஒன்றாகச் சந்திப்பார்கள்?

மூன்று பேரும் மருந்துவரை ஒரே நாளில் சந்திக்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த கால அளவு காண 10, 15, 20 இன் மீச்சிறு பொது மடங்கு காணவேண்டும்.

10 - இன் மடங்குகள்: 10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120.....

15 - இன் மடங்குகள் : 15,30,45,60,75,90,105,120.....

20 - இன் மடங்குகள் : 20,40,60,80,100,120.....

10, 15, 20 - இன் பொது மடங்குகள்: 60,120

10, 15, 20 - இன் மீச்சிறு பொது மடங்கு = 60

ஃ மூன்று பேரும் மீண்டும் ஒன்றாக சந்திக்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த காலாளவு 60 நாள்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 2.5

1. கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்குச் சரியா, தவறா என்று விடையளிக்க:

(i) 2, 3 இன் மீப்பெரு பொ. வ. 1 (ii) 4, 6 இன் மீச்சிறு பொ.ம. 24

(iii) (5, 15) எண்பன சார்பகா எண்கள்.

(iv) இரு எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ. எண்பது மீச்சிறு பொ.ம. வைவிடச் சிறியது.

2. பின்வருவனவற்றுள் சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

(i) 3, 6 இன் மீப்பெரு பொ. வ.

(அ) 1

(ஆ) 2

(இ) 3

(ஈ) 6

(ii) 5, 15 இன் மீச்சிறு பொ.ம.

(அ) 5

(ஆ) 10

(இ) 15

(ஈ) ஏதுமில்லை

(iii) இரு பகா எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. எண்பது

(அ) 1

(ஆ) ஒரு பகா எண்

(இ) ஒரு பகு எண்

(ஈ) 0

(iv) (3, 5) என்ற சார்பகா எண்களில் மீப்பெரு பொ. வ, மீச்சிறு பொ.ம.

(அ) 1, 3

(ஆ) 1, 5

(இ) 1, 15

(ஈ) 1, 8

3. மீப்பெரு.பொ.வ மற்றும் மீச்சிறு.பொ.ம காண்க

(i) 30, 42

(ii) 34, 102

(iii) 12, 45, 75

(iv) 48, 72, 108

4. புஷ்பா 75 கிகி, 60 கிகி எடையுள்ள இரண்டு அரிசி மூட்டைகளை வாங்குகிறார்.

இம்மூட்டைகளில் உள்ள அரிசியைத் தனித்தனியாகச் சம எடையுள்ள பைகளில் நிரப்ப வேண்டும் (மீதம் இல்லாமல்). ஒரு பையின் அதிகப்பட்ச எடை எவ்வளவு இருக்கலாம் ?

5. 6, 8, 12 ஆகிய எண்களால் மிகச் சரியாக வகுப்படக்கூடிய மிகச் சிறிய ஈலிலக்க எண்ணைக் காண்க.

6. ஓர் அறையின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரங்கள் முறையே 825 செ.மீ., 675 செ.மீ., 450 செ.மீ., எனில் மூன்று அளவுகளையும் சரியாக அளக்கத் தேவைப்படும் அளவு நாடாவின் அதிகப்பட்ச நீளம் என்ன ?

7. வெல்வேறு சாலைகள் சந்திக்கும் மூன்று இடங்களில் சாலை பாதுகாப்பு விளக்கு (Traffic Lights) வைக்கப்பட்டுள்ளன, அவை ஒவ்வொன்றும் 48 வினாடிகள், 72 வினாடிகள், 108 வினாடிகளில் முறையே மாற்றமடைகின்றன. இவை மூன்றும் காலை 8.00 மணிக்கு ஒரே நேரத்தில் மாற்றமடைகின்றன. திரும்பவும் எப்பொழுது அவை மூன்றும் ஒரே நேரத்தில் மாற்றமடையும் ?



செயல்பாடு

- i) இரண்டு கூடையில் உள்ள பழங்கள் முறையே 77 மற்றும் 121. அவைகள் சம எண்ணிக்கையில் வெவ்வேறு கூடைகளில் இடம் பெறுகிறது என்றால் அதிகப்பட்சம் ஒவ்வொரு கூடைகளிலும் இடம் பெறும் பழங்களின் எண்ணிக்கை யாது?
- ii) இரண்டு குவளைகளில் 1248 மற்றும் 704 லிட்டர் தண்ணீர் உள்ளது. எத்தனை கொள்ளவு பாத்திரத்தை கொண்டு அவ்விரண்டு குவளையிலும் உள்ள தண்ணீரை அளப்பாய்?
- iii) நீளம் 16 செ.மீ., அகலம் 12 செ.மீ. கொண்ட செவ்வகத் தாளைக் கருதுக. அதிக பக்க அளவுக் கொண்ட சதுரத்தைப் பயன்படுத்தி அச் செவ்வகத்தாளை நிரப்பினால் (மீதமில்லாமல்) அச்சதுரத்தின் பரப்பு யாது?
- iv) மேரி, பாத்திமா, மற்றும் சீதா ஆகியோர் தடவாளத்தில் மாலை 4 மணிக்கு ஓட்டத் தொடங்கினர். ஒரு முறை தடவாளத்தை கடக்க 6, 30 மற்றும் 5 நிமிடங்கள் அவர்களுக்கு தேவைப்பட்டது. அவர்கள் சமவேகத்தில் ஓட்டத் தொடங்கினால், அவர்கள் ஆரம்ப இடத்தை அடைய முன்று பேரும் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு என்பதைக் கூறு.
- v) ஒரு பிறந்த நாள் விழாவில் ஒவ்வொருவருக்கும் 6 அல்லது 12 அல்லது 15 சாக்லேட்டுகள் வழங்கப்படுகிறது என்றால் அவர்களுக்கு வழங்கத் தேவைப்படும் மிகக் குறைந்த அளவு சாக்லேட்டுகள் எத்தனை?

2.6. மீப்பெரு.பொ.வ., மீச்சிறு.பொ.ம. ஆகியவற்றிற்கிடையேயுள்ள தொடர்பு பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனித்து விடுபட்ட எண்களை நிரப்பு.

முதல் எண்	இரண்டாவது எண்	பெருக்குத் தொகை	மீச்சிறு பொ.ம.	மீப்பெரு பொ.வ.	மீப்பெரு பொ.வ. x மீச்சிறு பொ.ம.
8	12	96	24	4	96
18	36	648	36	18	648
5	?	75	15	5	75
3	9	27	?	3	27

அட்டவணையிலிருந்து,

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. x மீச்சிறு.பொ.ம.

எடுத்துக்காட்டு : 7

36, 156 என்ற இரு எண்களின் மீப்பெரு.பொ.வ. 12 எனில் அவற்றின் மீச்சீறு பொ.ம. காண்க.

$$\text{முதல் எண்} = 36$$

$$\text{இரண்டாவது எண்} = 156$$

$$\text{மீப்பெரு பொ.வ.} = 12$$

$$\text{இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன்} = \frac{\text{மீச்சிறு பொ.ம.}}{\text{மீப்பெரு பொ.வ.}}$$

$$= \frac{36 \times 156}{12}$$

$$= 468$$

எடுத்துக்காட்டு : 8

இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. 3, மீச்சிறு பொ.ம. 72, ஒரு எண் 24 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

$$\text{ஒரு எண்} = 24$$

$$\text{மீப்பெரு பொ.வ.} = 3$$

$$\text{மீச்சிறு பொ.ம.} = 72$$

$$\text{மற்றொரு எண்} = \frac{\text{மீப்பெரு பொ.வ.} \times \text{மீச்சிறு பொ.ம.}}{\text{ஒரு எண்}}$$

$$= \frac{3 \times 72}{24}$$

$$= 9$$

பயிற்சி 2.6

1. இரு வெவ்வேறு எண்களின் சரியான தொடர்பு
 - (i) மீப்பெரு.பொ.வ = மீச்சிறு பொ.ம.
 - (ii) மீப்பெரு பொ.வ < மீச்சிறு பொ.ம.
 - (iii) மீச்சிறு பொ.ம < மீப்பெரு பொ.வ.
 - (iv) மீச்சிறு பொ.ம > மீப்பெரு பொ.வ.
2. 78, 39 ஆகியவற்றின் மீச்சிறு பொ.ம 78 எனில் மீப்பெரு பொ.வ காண்.
3. இரு எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 2 மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. 28 என்க. ஒரு எண் 4 எனில் மற்றொரு எண் என்ன?
4. 36 மற்றும் 54 என்ற எண்களின் மீப்பெரு. பொ.வ. 18 எனில் அவ்வெண்களின் மீச்சிறு. பொ.ம.வைக் காண்க.
5. காலி இடங்களை நிரப்புக.

	மீப்பெரு. பொ.வ.	மீச்சிறு. பொ.ம.	எண்கள்
(i)	12	<input type="text"/>	24, 36
(ii)	<input type="text"/>	3360	84,160
(iii)	12	144	36, <input type="text"/>
(iv)	4	<input type="text"/>	12, 16
(v)	<input type="text"/>	20088	<input type="text"/> , 124
(vi)	5	<input type="text"/>	10, 135

உங்கள் சிற்றனைக்கு

1. அடுத்தடுத்துள்ள இரு இரட்டை எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
2. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் மீப்பெருபொ.வ. என்ன?
3. அடுத்தடுத்துள்ள ஏதேனும் இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ.வ. என்ன?
4. அடுத்தடுத்துள்ள இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 4ஆல் வகுபடுமா என்பதைச் சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.
5. அடுத்தடுத்துள்ள மூன்று எண்களின் பெருக்கற்பலன் 6ஆல் வகுபடுமா என்பதைச் சில எண்களின் உதவியுடன் சரிபார்க்க.



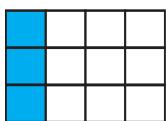
நினைவில் கொள்க.

- எண்களை எந்த வரிசையிலும் கூட்டலாம், பெருக்கலாம். (கழித்தல் மற்றும் வகுத்தல் செயல்களுக்கு இது பொருந்தாது)
- ஓர் எண்ணை மற்றொரு எண் மீதியின்றி வகுக்குமானால் (அதாவது மீதி 0 ஆக இருக்குமானால்) அவ்வகுப்பான் அவ்வெண்ணின் வகுத்தி எனப்படும்.
- 1 என்பது எல்லா எண்களுக்கும் வகுத்தியாக அமையும். ஓர் எண் அதற்கு வகுத்தியாக அமையும்.
- 1 அந்த எண்ணால் மட்டுமே வகுபடும் எண்கள் பகா எண்கள் ஆகும். மற்ற எண்கள் பகு எண்கள் ஆகும்.
- ஓர் எண்ணின் 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11 ஆகியவற்றால் வகுபடுந்தன்மையை எளிதாக அறிய முடியும்.
- எந்த ஓர் எண்ணையும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் பெருக்கலாக எழுதும் முறை 'பகாக் காரணிப்படுத்துதல்' ஆகும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது வகுத்திகளில் மிகப் பெரிய வகுத்தி அவ்வெண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி ஆகும்.
- இரு எண்களின் மீப்பெரு பொ. வ. 1 எனில் அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் எனப்படும்.
- வெவ்வேறு எண்களின் பொது மடங்குகளில் மிகச் சிறிய மடங்கு அவ்வெண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு ஆகும்.
- இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் அவற்றின் மீப்பெரு.பொ.வ. மற்றும் மீச்சிறு பொ.ம. ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமமாகும்.

3. பின்னங்கள், தசம எண்கள் (Fractions and Decimal Numbers)

3.1 பின்னங்கள் – மீள்பார்வை

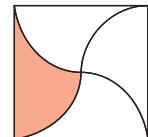
பின்னாம் என்பது முழுப்பகுதியைச் சம பாகங்களாகப் பிரித்து, அதில் ஒரு பாகம் அல்லது பல பாகங்களைக் குறிக்கின்ற எண் ஆகும். முழுப் பகுதியின் பாகங்கள் **சமமாக** இருக்கவேண்டும்.



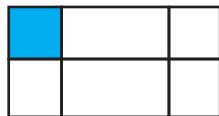
$\frac{3}{12}$ பின்னாம்



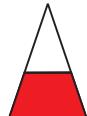
$\frac{2}{6}$ பின்னாம்



$\frac{1}{4}$ பின்னாம்



இது $\frac{1}{6}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள்
இல்லை)



இது $\frac{1}{2}$ அல்ல
(இவை சம பாகங்கள்
இல்லை)



இது $\frac{2}{8}$ ஆகும்

பின்னத்தில் மேலிருக்கும் எண் **தொகுதி** என்றும்
கீழிருக்கும் எண் **பகுதி** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

தொகுதி
பின்னம் = _____
பகுதி

நமக்குக் கால்பங்கு, அரைப்பங்கு, முக்கால் பங்கு என்று பங்கு போடத் தெரியும்.

இம்மாதிரிப் பாகங்களை $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என எண்களால் குறிப்பிடலாம்.

இத்தகைய எண்களைப் பின்னங்கள் என அழைக்கிறோம்.

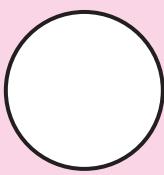
செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

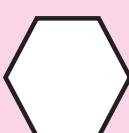
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களில் பின்னங்களை நிழலிட்டுக் காட்டவும்.



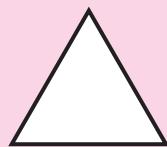
$\frac{2}{7}$



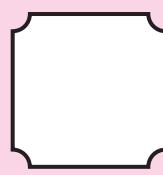
$\frac{3}{8}$



$\frac{1}{3}$



$\frac{3}{4}$



$\frac{1}{4}$



3.1.1 சமான பின்னங்கள்-மீஸ்பார்வை

முதலில் ஒரு செவ்வகத்தை 2 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம். இரண்டில் ஒரு பகுதியை நிமுலிடலாம்.



$$\text{நிமுலிடப்பட்டப் பகுதி} = \frac{1}{2}$$

இப்போது அதே செவ்வகத்தை 4 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



$$\text{நிமுலிடப்பட்டப் பகுதி} = \frac{2}{4}$$

அடுத்து அதே செவ்வகத்தை 6 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



$$\text{நிமுலிடப்பட்டப் பகுதி} = \frac{3}{6}$$

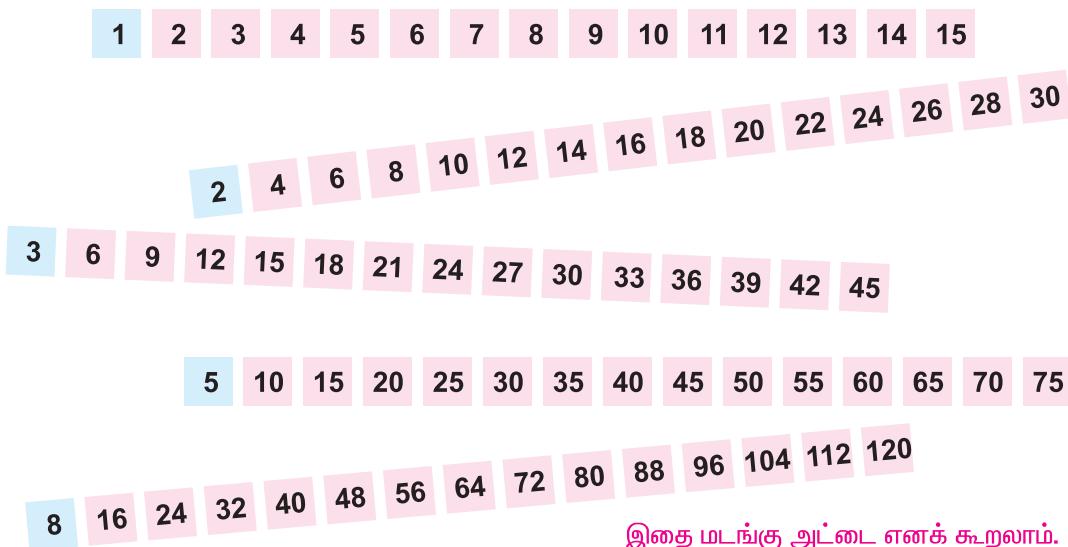
நிமுலிட்ட பகுதியின் அளவு மாறவில்லை. ஆனால், அதைப் பல பின்னங்களை வைத்துக் குறிப்பிடலாம்.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

இதேபோன்று ஒரே அளவை அல்லது ஒரே மதிப்பைக் குறிக்கும் பின்னங்களைச் சமான பின்னங்கள் என்று கூறுகிறோம்.

சமான பின்னங்களுக்கான செயல்பாடு:

சமான பின்னங்கள் செயல்பாட்டிற்கு ஓர் அட்டையை எடுத்துக் கொண்டு, கீழிருப்பதுபோல் ஒன்றின் மடங்கு, இரண்டின் மடங்கு எனப் பத்தின் மடங்குவரை எழுதி வெட்டி வைத்துக் கொள்ளவும்.



இப்போது $\frac{2}{3}$ இன் சமான பின்னாங்களைப் பார்க்கலாம்.

தீர்வு:

மேலே உள்ள தொகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும், கீழே உள்ள பகுதி எண்ணின் மடங்கு அட்டையையும் படத்தில் உள்ளதுபோல் வைக்கவும்.

2 இன் மடங்கு அட்டை $2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22 \quad 24 \quad 26 \quad 28 \quad 30$

3 இன் மடங்கு அட்டை $3 \quad 6 \quad 9 \quad 12 \quad 15 \quad 18 \quad 21 \quad 24 \quad 27 \quad 30 \quad 33 \quad 36 \quad 39 \quad 42 \quad 45$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{18}{27}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

இவை அனைத்தும் சமான பின்னாங்களோ!

அதாவது, தொகுதியையும், பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கும்போது, சமான பின்னம் கிடைக்கிறது.

$$\text{ஆக, } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2 \times 10}{3 \times 10}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27} = \frac{20}{30}$$

மடங்கு

அட்டைகள் மூலம் ஒரே நேரத்தில் பல சமான பின்னாங்கள் கிடைக்கின்றன.



எடுத்துக்காட்டு :

1

கீழிருக்கும் சமான பின்னங்களில் விடுபட்டுள்ள எண்ணை

மடங்கு அட்டை வைத்துக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{\square}{45} = \frac{32}{\square}$$

4 இன்மடங்கு 4 8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60
அட்டை

9 இன்மடங்கு 9 18 27 36 45 54 63 72 81 90 99 108 117 126 135
அட்டை

மேலே உள்ள படத்திலிருந்து

1. பகுதி எண் 45 என்றால், தொகுதி எண் 20 எனப் பார்க்கலாம்.

2. அதேபோல், தொகுதி எண் 32 என்றால், பகுதி எண் 72 ஆக இருக்கவேண்டும்.

$$\frac{4}{9} = \frac{8}{18} = \frac{20}{45} = \frac{32}{72}$$

எடுத்துக்காட்டு :

2

$\frac{3}{7}$ இன் ஏதாவது ஐந்து சமான பின்னங்களை எழுதவும்.

சமான பின்னம் கண்டறிய தொகுதியையும் ,

பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கவும்.

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 2}{7 \times 2} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{3 \times 9}{7 \times 9} = \frac{3 \times 10}{7 \times 10}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35} = \frac{27}{63} = \frac{30}{70}$$

3.1.2 பின்னங்களை எளிய (சுருங்கிய) வடிவில் எழுதுதல்

இப்போது, நாம் $\frac{15}{18}$ என்ற பின்னத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

15இன் வகுத்திகள் = 1, 3, 5, 15

15 மற்றும் 18 இரண்டும்

மூன்றால் வகுபடும்.

18இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6, 9, 18

எனவே இரண்டையும்

மூன்றின் மடங்குகளால் எழுதலாம்.

$$\frac{15}{18} = \frac{3 \times 5}{3 \times 6}$$

இப்போது 3ஐ 3ஆல் வகுத்தால்

விடை 1 ஆகும். அதனால்,

$$\frac{15}{18} = \frac{3 \times 5}{3 \times 6} = \frac{5}{6}$$

மேலும் கீழும் ஒரே எண் இருந்தால்

அதை நீக்கி விடுவது வழக்கம்.

5இன் வகுத்திகள் = 1, 5

சமான பின்னங்கள் எல்லாம்

6 இன் வகுத்திகள் = 1, 2, 3, 6

ஒரே மதிப்பைக் கொண்டவை.

இப்போது 5க்கும், 6க்கும் பொதுவான வகுத்தி (1தவிர) இல்லாததால்,

அம்மதிப்பை ஒரே எண்ணாகக்

$\frac{5}{6}$ தான் $\frac{15}{18}$ இன் எளிய வடிவம் ஆகும்.

குறிப்பிட்டால் போதுமே!

ஆகவேதான் தொகுதிக்கும்,

பகுதிக்கும்

பொதுவான காரணி இல்லாத

எளிய வடிவத்தில் தருகிறோம்.

$\frac{12}{16}$ எனிய பின்னமாக மாற்றுக.

12 இன் காரணிகள் : 2, 3, 4, 6 ; 16 இன் காரணிகள் : 2, 4, 8

2, 4 என்ற இரண்டு காரணிகள் உள்ளதால், ஏதேனும் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

2 என எடுத்துக் கொண்டால்

$$\frac{12}{16} = \frac{2 \times 6}{2 \times 8} = \frac{6}{8}$$

6 இன் காரணிகள் : 2, 3

8 இன் காரணிகள் : 2, 4

$$\frac{6}{8} = \frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 4} = \frac{3}{4}$$

3க்கும், 4க்கும் பொதுவான காரணிகள் வேறு ஏதும் இல்லை.

எனவே, $\frac{12}{16}$ இன் எனிய வடிவம் $\frac{3}{4}$ ஆகும்.

எனவே, பெரிய காரணியை எடுக்கும்போது, விடை எனிதாகக் கிடைத்துவிடுகிறது. எனவே, ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகள் உள்ளபோது, பெரிய காரணியை எடுத்துக் கொண்டால், எனிதாக விடை கண்டறியலாம்.

2 க்கு பதில் 4ஐக் காரணியாக எடுத்துக் கொள்வோம்.

$$\frac{12}{16} = \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$\frac{24}{40}$ இன் எனிய வடிவத்தை எழுதுக.

24 இன் காரணிகள் = 2, 3, 4, 6, 8, 12

40 இன் காரணிகள் = 2, 4, 5, 8, 10, 20

$$8 \text{ என்பது பெரிய காரணி. எனவே, } \frac{24}{40} = \frac{8 \times 3}{8 \times 5} = \frac{3}{5}$$

பயிற்சி 3.1

1. ஒவ்வொரு பின்னத்திற்கும் 4 சமான பின்னங்களை எழுதுக: (i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{3}{10}$

2. $\frac{2}{5}, \frac{12}{16}, \frac{1}{3}, \frac{5}{15}, \frac{16}{40}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}$ பின்னங்களில் சமான பின்னங்களைக் கண்டறிக.

3. கீழுள்ள பின்னங்களின் எனிய வடிவத்தைக் கணக்கிடுக.

$$(i) \frac{12}{14} \quad (ii) \frac{35}{60} \quad (iii) \frac{48}{64} \quad (iv) \frac{27}{81} \quad (v) \frac{50}{90}$$

4. விடுபட்ட எண்களைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$(i) \frac{1}{4} = \frac{?}{20} = \frac{3}{?} \quad (ii) \frac{3}{5} = \frac{21}{?} = \frac{?}{20} \quad (iii) \frac{5}{9} = \frac{35}{?} = \frac{?}{72}$$



3.1.3 பின்னங்களை ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் மீன்பார்வை

இரு பின்னங்களின் பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால் அவை ஓரினப்பின்னங்கள் ஆகும்.

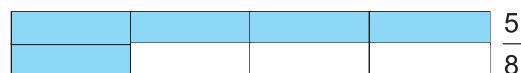
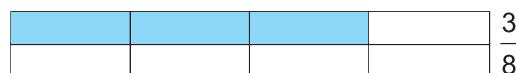
$$\text{எடுத்துக்காட்டு : } \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$$

எண்களில் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்பாடுகள் நமக்குத் தெரியும். பின்னங்களிலும் இதுபோன்ற செயல்பாடுகளைக் காண முடியுமா?

ஒப்பிடுதல்

$$\frac{3}{8}, \frac{5}{8} \text{ என்ற இரு பின்னங்களில் எது பெரியது?}$$

ஒரு செவ்வகத்தை எடுத்துக் கொள்வோம்.



$\frac{5}{8}$ என்ற பின்னம் $\frac{3}{8}$ என்ற பின்னத்தைவிடப் பெரியதாக உள்ளதைப் படத்தின்மூலம் பார்க்கலாம். இது போன்று பகுதி ஒன்றாக உள்ள பின்னங்களில், தொகுதியை மட்டும் ஒப்பிட்டு எந்தப் பின்னம் பெரியது என்று கூறிவிடலாம்.

$$\text{அதாவது, } \frac{3}{8} < \frac{5}{8}$$

எடுத்துக்காட்டு : **5**

$\frac{9}{11}, \frac{7}{11}$ என்ற பின்னங்களில் பகுதி ஒரே எண்ணாக உள்ளது. எனவே, தொகுதியில் எது பெரியது என்று பார்க்கலாம்.

$$9, 7 \text{ ஐவிடப் பெரியதாக உள்ளதால் } \frac{9}{11} \text{ பெரியது. அதாவது, } \frac{9}{11} > \frac{7}{11}$$

ஓரினப் பின்னக் கூட்டல்



இந்தப் படத்தில்

வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{1}{10}$ என்று நமக்குத் தெரியும்.

வண்ணமிடப்பட்ட பின்ன அளவு $\frac{3}{10}$

மொத்த வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி $\frac{4}{10}$ என்று படத்தில் பார்க்கலாம்.

$$\text{எனவே, } \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10}$$

மேலே இரு பின்னங்களிலும் பகுதி ஒன்றாக உள்ளதைப் பார்க்கலாம்.

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

1. $\frac{3}{11} + \frac{1}{11} = ?$
2. $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = ?$
3. $\frac{1}{31} + \frac{15}{31} + \frac{7}{31} = ?$

பகுதி ஒரே எண்ணாக இருந்தால், தொகுதியை மட்டும் சூட்டினால் பின்னங்களின் கூடுதல் கிடைத்துவிடும்.

ஓரினப் பின்னக் கழித்தல்

ஓரினப் பின்னங்களில் எது பெரியது? எது சிறியது? என்று தெரிந்தவுடன் பெரிய பின்னத்திலிருந்து சிறிய பின்னத்தினைக் கழிக்கலாம்.

$$1. \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4} \quad 2. \frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{6-4}{7} = \frac{2}{7}$$

சிறிய பின்னத்திலிருந்து பெரிய பின்னத்தினைக் கழிக்க இயலுமா?

பயிற்சி 3.2

1) கீழ்வரும் பின்னங்களில் எது பெரியது எனக் கண்டுபிடிக்கவும்.

$$(i) \frac{3}{7}, \frac{5}{7} \quad (ii) \frac{2}{12}, \frac{7}{12} \quad (iii) \frac{6}{19}, \frac{16}{19} \quad (iv) \frac{13}{34}, \frac{31}{34} \quad (v) \frac{37}{137}, \frac{33}{137}$$

2) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னங்களைக் கூட்டுக.

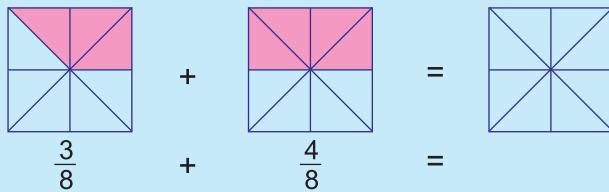
$$(i) \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = ? \quad (ii) \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = ? \quad (iii) \frac{3}{13} + \frac{9}{13} = ? \quad (iv) \frac{5}{7} + \frac{3}{7} + \frac{4}{7} = ? \\ (v) \frac{5}{124} + \frac{43}{124} + \frac{33}{124} = ? \quad (vi) \frac{23}{432} + \frac{23}{432} + \frac{32}{432} = ?$$

3) கீழ்வரும் ஓரினப் பின்னக் கணக்குகளுக்கு விடை காண்க.

$$(i) \frac{12}{13} - \frac{4}{13} = ? \quad (ii) \frac{9}{17} - \frac{6}{17} = ? \quad (iii) \frac{34}{39} - \frac{33}{39} = ? \quad (iv) \left\{ \frac{75}{47} + \frac{3}{47} \right\} - \frac{14}{47} = ? \\ (v) \left\{ \frac{125}{214} - \frac{25}{214} \right\} + \frac{50}{214} = ? \quad (vi) \left\{ \frac{24}{122} + \frac{2}{122} \right\} - \frac{13}{122} = ?$$

செயல்பாடு

பின்வருவனவற்றை உற்றுநோக்கி வண்ணமிட்டு விடையளிக்க.



3.1.4 வேற்றினப் பின்னங்கள்: ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல்

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ ஆகியவற்றில் எது பெரியது?

இங்குப் பகுதிகள் வெவ்வேறாக உள்ளது என்பதனைக் கவனிக்க.

இரு பின்னங்களின் பகுதிகள் வெவ்வேறாக இருந்தால், அவை “வேற்றினப் பின்னங்கள்” எனப்படும்.

வேற்றினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் போன்ற செயல்களுக்கு, அவற்றினை முதலில் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும்.

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றுவது எப்படி?

$\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற இரு வேற்றினப் பின்னங்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இவற்றினை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்ற வேண்டும். **ஆனால், பின்னங்களின் மதிப்பு மாறக் கூடாது.** மதிப்பு மாறாமல் எப்படி ஒரே பகுதி உடைய பின்னங்களாக எழுத முடியும்?

சமான பின்னங்கள் கண்டறிவதன்மூலம் வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம்.

$$\frac{1}{4} \text{ இன் சமான பின்னங்கள் } \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28}$$

$$\frac{2}{5} \text{ இன் சமான பின்னங்கள் } \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35}$$

இரண்டு பின்னங்களில் பகுதி எங்கு சமமாகிறது என்று பார்ப்பதுதான் முக்கியம்.

ஆக $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}$ என்ற பின்னங்களை அதன் மதிப்பு மாறாமல் $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என எழுதலாம்.

இப்போது $\frac{5}{20}, \frac{8}{20}$ என்பவை ஓரினப் பின்னங்கள் ஆகும்.

இப்போது $\frac{8}{20} > \frac{5}{20}$. எனவே, $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$ எனத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு :

6

$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}$ என்ற வேற்றினப் பின்னங்களில் எது பெரியது?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{9}{18} = \frac{10}{20}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} = \frac{24}{40} = \frac{27}{45} = \frac{30}{50}$$

வேற்றினப் பின்னங்களை ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றலாம். இதில், எந்தப் பின்னம் பெரியது என எளிதில் காணலாம்.

$$\frac{6}{10} > \frac{5}{10} \quad \text{எனவே, } \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$$

அல்லது

$$\frac{12}{20} > \frac{10}{20} \quad \text{எனவே, } \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$$

கீழ்க்காணும் இரு மடங்கு அட்டைகளைப் போன்று 10 வரையிலான மடங்கு அட்டைகளைத் தயாரிக்கவும்.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45

இப்போது, ஏதேனும் இரண்டு பின்னங்களை எடுத்துக்கொண்டு, ஓரினப் பின்னங்களாக்குவோம்.



மேலே உள்ளது போல் $\frac{3}{4}$ மடங்கு அட்டையும் $\frac{2}{5}$ மடங்கு அட்டையும் எடுத்து வைக்கவும்.

இப்போது பகுதி எண்களின் அட்டைகளைப் பார்த்து ஒரே எண் எங்குள்ளது எனக்

கண்டுபிடிக்கவும். இங்கு 20 ம், 40 ம் இரண்டு பகுதி அட்டைகளிலும் இருக்கிறது. பகுதி 20 -ஐ

எடுத்துக்கொண்டால்

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

என அறியலாம்.

இதேபோல் மற்றப் பின்னங்களையும் இந்தச் செயல்பாட்டைக்கொண்டு ஒப்பிட்டுக் கூட்டல், கழித்தல் போன்றவற்றைச் செய்யலாம்.

3.1.5 வேற்றினப் பின்னங்களின் கூட்டல்

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = ?$$

கூட்டல் செயலுக்கு, முதலில் இரு பின்னங்களையும் ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும்.

$$\frac{1}{4} \text{ இன் சமான பின்னங்கள் } \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \frac{7}{28}$$

$$\frac{2}{5} \text{ ன் சமான பின்னங்கள் } \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20} \quad \text{எனவே,} \quad \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$$

எடுத்துக்காட்டு : 7

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{6} = ?$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24} = \frac{25}{30} = \frac{30}{36} = \frac{35}{42}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{12}{30}, \quad \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

$$\therefore \frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{12}{30} + \frac{25}{30} = \frac{37}{30}$$



முன்பு பார்த்த கணக்குகளை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20}$$

அதாவது, $\frac{1}{4}$ என்பது $\frac{5}{20}$ க்குச் சமானமாக உள்ளது.

$\frac{2}{5}$ என்பது $\frac{8}{20}$ க்குச் சமானமாக உள்ளது.

அதாவது,

$$\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{5}{20} + \frac{8}{20} = \frac{13}{20}$$

அதேபோன்று

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} + \frac{5 \times 5}{6 \times 5}$$

$$= \frac{12}{30} + \frac{25}{30} = \frac{37}{30}$$

ஆகவே, எளிதாக வேற்றினால் பின்னங்களைக் கூட்ட கீழே உள்ள படிகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$$

படி - 1

இரு பகுதிகளையும் பெருக்கிக் கொள்ளவும்.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{1}{4 \times 5}$$

படி - 2

தொகுதிகளை மற்றொரு பின்னத்தின் பகுதியால் பெருக்கவும்.

$$\frac{1 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{(1 \times 5) + (2 \times 4)}{4 \times 5}$$

படி - 3

தொகுதிகள் இரண்டையும், கூட்டி பகுதியை பெருக்கவும்.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 8}{4 \times 5} = \frac{13}{20}$$

எடுத்துக்காட்டு :

8

$$\begin{aligned} \frac{3}{8} + \frac{5}{7} &= \frac{(3 \times 7) + (5 \times 8)}{8 \times 7} \\ &= \frac{21 + 40}{56} \\ &= \frac{61}{56} \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு :

9

$$\begin{aligned} \frac{11}{10} + \frac{4}{9} &= \frac{(11 \times 9) + (4 \times 10)}{10 \times 9} \\ &= \frac{99 + 40}{90} \\ &= \frac{139}{90} \end{aligned}$$

3.1.6 கழித்தல்

கழித்தலும், கூட்டல் போன்ற செயல்பாடு ஆகும். முதலில் ஓரினப் பின்னாங்களாக மாற்றவேண்டும். பின் தொகுதிகளை மட்டும் கழித்தால் போதும்.

$$\text{எடுத்துக்காட்டு} \quad \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = ?$$

பாத 1: ஓரினப் பின்னாங்களாக மாற்றுதல்:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}, \quad \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{5 \times 3} = \frac{5}{15},$$

$\frac{12}{15}$, $\frac{5}{15}$ ஆகியன $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$ இன் ஓரினப் பின்னாங்கள்.

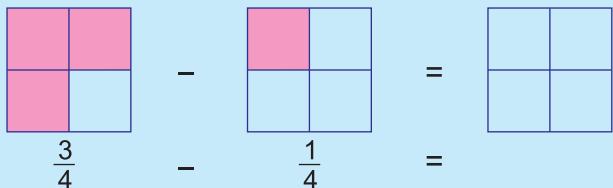
பாத 2: கழித்தல்

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$$

எனவே, $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$

செயல்பாடு

கீழ்க்கண்டவற்றை உற்றுநோக்கி விடை எழுதி வண்ணம் தீட்டுக.



பயிற்சி 3.3

1) கீழ்வரும் பின்னாங்களில் எது பெரியது?

$$(i) \frac{5}{7}, \frac{3}{8} \quad (ii) \frac{2}{10}, \frac{7}{12} \quad (iii) \frac{6}{5}, \frac{2}{4} \quad (iv) \frac{6}{9}, \frac{4}{3} \quad (v) \frac{3}{2}, \frac{3}{7}$$

2) விடை காண்க.

$$(i) \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = ? \quad (ii) \frac{3}{8} + \frac{2}{4} = ? \quad (iii) \frac{3}{5} + \frac{9}{9} = ? \quad (iv) \frac{5}{3} + \frac{3}{8} + \frac{4}{3} = ?$$

$$(v) \frac{3}{10} + \frac{4}{100} = ? \quad (vi) \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{4}{8} = ?$$

3) விடை காண்க.

$$(i) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = ? \quad (ii) \frac{9}{10} - \frac{3}{5} = ? \quad (iii) \frac{3}{4} - \frac{3}{8} = ? \quad (iv) \frac{6}{7} - \frac{1}{4} = ? \quad (v) \left\{ \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \right\} - \frac{2}{9} = ?$$



4. கட்டங்களை ($<$, $=$, $>$) குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி நிரப்புக.

(i) $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{7}$ (ii) $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{5}$

(iv) $\frac{8}{11}$ $\frac{5}{11}$ (v) $\frac{3}{4}$ $\frac{6}{8}$ (vi) $\frac{5}{10}$ $\frac{8}{16}$

5. $\frac{4}{5}$ வடன் எவ்வெண்ணைக் கூட்டினால் $\frac{8}{9}$ கிடைக்கும்?

6. $\frac{4}{7}$ லிருந்து எந்த எண்ணைக் கழித்தால் $\frac{1}{8}$ கிடைக்கும்?

7. $\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{6}$ இன் கூடுதலை $\frac{5}{2}$ மற்றும் $\frac{1}{6}$ இன் கூடுதலிலிருந்து கழிக்கக் கிடைப்பது என்ன?

8. கட்டங்களை நிரப்புக.

(i) $+ \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ (ii) $\frac{1}{6} + \boxed{} = \frac{2}{8}$ (iii) $\boxed{} - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$

(iv) $\frac{5}{3} - \frac{6}{8} = \boxed{}$ (v) $\frac{6}{8} + \frac{7}{9} = \boxed{}$ (vi) $\frac{9}{7} - \frac{7}{8} = \boxed{}$

3.1.7 தகா பின்னங்கள் மற்றும் கலப்புப் பின்னங்கள்

$\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}$ {போன்ற பின்னங்களில் பகுதியைவிடத் தொகுதி சிறியதாக உள்ளது. இது போன்ற பின்னங்களைத் தகுபின்னம் என்று கூறுகின்றோம்.}

பகுதியைவிடத் தொகுதி பெரியதாக இருந்தால்
அந்த பின்னத்தைத் தகா பின்னம் என்று கூறுகின்றோம். } (உ. ம) $\frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{41}{30}$

ஆனால், $\frac{5}{4}$ என்றால் என்ன? இப்போது பார்க்கலாம்.

வேலு, அப்பு, வாசு மற்றும் கலாவிடம் 5 தோசைகள் இருந்தன. எவ்வாறு சமமாகப் பங்கிடுவது?

இந்த 5 தோசைகளை 4 பேருக்குள், முதலில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முழுத் தோசைவீதம் 4 தோசைகளை பங்கிட்டுக் கொடுத்துவிடலாம். பிறகு, 5ஆவது முழுத் தோசையை 4 சம பாகங்களாகப் பிரித்து, ஒவ்வொருவருக்கும் 1பாகம் கொடுக்கலாம்.

வேலு, அப்பு, வாசு, கலா ஒவ்வொருவருக்கும்

கிடைத்த பங்கு = 1 முழுத் தோசை + $\frac{1}{4}$ தோசை = $1 + \frac{1}{4}$ தோசை

இதை $1\frac{1}{4}$ என்று சுருக்கமாக எழுதலாம்.

தோசைகளை வேறு எப்படிச் சமமாகப் பங்கிட்டிருக்கலாம்?

ஒவ்வொரு தோசையையும் 4 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து ஒவ்வொருவருக்கும் 5 கால் பகுதிகள்

கொடுத்திருக்கலாம்.

வேலு, அப்டி, வாசு, கலா ஓவ்வொருவருக்கும்

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \text{ஜந்து } \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \text{ பகுதிகள் கிடைத்துள்ளன.}$$

இரண்டு விதங்களாகப் பங்குபோட்டாலும் கிடைக்கும் தோசையின் அளவு சமமாகத் தானே இருக்க வேண்டும்? ஆக, $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{4}$ போன்ற பின்னத்தை கலப்புப் பின்னம் என்கிறோம்.

கலப்புப் பின்னங்களில் ஓர் இயல் எண்ணும் ஒரு தகு பின்னமும் இருக்கும்.

எந்த ஒரு தகா பின்னத்தையும் இது போன்று கலப்புப் பின்னமாக மாற்றமுடியும்.

கவனிக்க: கலப்புப் பின்னம் = இயல் எண் + தகுபின்னம்

$$4\frac{1}{2} \text{ என்பது } 4 + \frac{1}{2}. \text{ மேலும் } 22\frac{1}{3} \text{ என்பது } 22 + \frac{1}{3}$$

3.1.8 தகா பின்னங்களை கலப்புப் பின்னங்களாக மாற்றுதல்

எடுத்துக்காட்டு :

10

$$\begin{aligned} \frac{7}{3} &= \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} && \text{அதாவது } 7 \text{ ஜி } 3 \text{ ஆல் வகுக்கவேண்டும்.} \\ &= \frac{6}{3} + \frac{1}{3} && \begin{array}{r} 2 \\ 3) \overline{7} \\ \underline{-6} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{வகு எண்} = 3 \\ \text{எவு} = 2 \\ \text{மீதி} = 1 \end{array} \\ &= 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} && \end{aligned}$$

$$\text{கலப்புப் பின்னம்} = \text{எவு} + \frac{\text{மீதி}}{\text{வகு எண்}}$$

சிந்திக்க: இரு குழுக்களில், முதல் குழுவில் நான்கு ஆப்பிள்கள் 3 பேருக்கும், இரண்டாம் குழுவில் மூன்று ஆப்பிள்கள் 4 பேருக்கும் சமமாகப் பங்கிடப்படுகிறது. அதிகமான ஆப்பிள்கள் பெற எந்தக் குழுவில் சேருவீர்கள்?

செய்து பார்க்க: கீழ்க்காணும் தகா பின்னங்களைக் கலப்புப் பின்னங்களாக மாற்றுக:

- (i) $\frac{11}{3}$
- (ii) $\frac{23}{7}$
- (iii) $\frac{22}{5}$
- (iv) $\frac{45}{6}$
- (v) $\frac{59}{8}$
- (vi) $\frac{73}{9}$
- (vii) $\frac{87}{4}$



3.1.9 கலப்புப் பின்னங்களைத் தகா பின்னங்களாக மாற்றுதல்.

எடுத்துக்காட்டு :

11

$3\frac{2}{7}$ -ஐ தகா பின்னமாக மாற்றுக.

$$\begin{aligned}3\frac{2}{7} &= 3 + \frac{2}{7} = 1 + 1 + 1 + \frac{2}{7} \\&= \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{2}{7} \\&= \frac{7+7+7+2}{7} = \frac{23}{7} \quad \boxed{3\frac{2}{7} = \frac{23}{7}}\end{aligned}$$

$$\text{தகா பின்னம்} = \frac{(\text{இயல் எண்} \times \text{பகுதி}) + \text{தொகுதி}}{\text{பகுதி}}$$

$$\begin{aligned}3\frac{2}{7} &= \frac{(3 \times 7) + 2}{7} \\&= \frac{21 + 2}{7} = \frac{23}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore 3\frac{2}{7} \text{ இன் தகா பின்னம்} = \frac{23}{7}$$

எல்லா முழு எண்களையும் பின்னமாகக் கருதலாம். இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணிலும் பகுதி 1 எனக் கருதப்படும்.

விவாதிக்க:

$$\frac{7}{7} \text{ எண்பதும் } \frac{0}{7} \text{ எண்பதும் } \frac{1}{7}$$

எண்பதும் எவ்வகைப் பின்னம்?

செய்து பார்க்க:

கீழ்க்காணும் கலப்புப் பின்னங்களைத் தகா பின்னங்களாக மாற்றுக.

$$1\frac{1}{3}, 2\frac{3}{5}, 3\frac{5}{7}, 1\frac{4}{10}$$

செயல்பாடு

கட்டங்களை நிரப்புக : (i) $\boxed{\quad} + \boxed{\quad} = \boxed{\quad} + \frac{1}{3}$
(ii) $\boxed{\quad} + \frac{25}{4} = \boxed{\quad} - \boxed{\quad}$

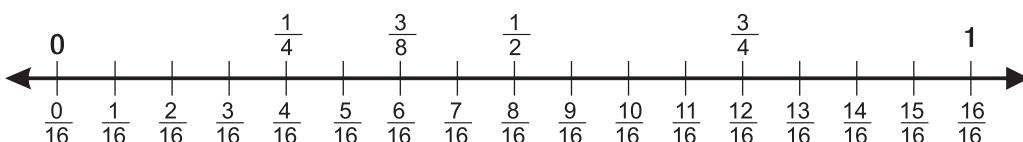
3.1.10 எண்கோட்டில் பின்னங்கள்

பூச்சியத்துக்கும் 1 க்கும் இடையே $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என்ற பின்னங்கள் உள்ளன.

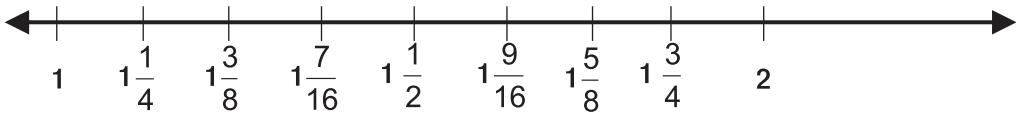
$\frac{1}{4}$ க்கும் $\frac{1}{2}$ க்கும் இடையே $\frac{3}{8}$ உள்ளது.

$\frac{3}{8}$ க்கும் $\frac{1}{2}$ க்கும் இடையே $\frac{7}{16}$ உள்ளது.

$\frac{1}{2}$ க்கும் $\frac{3}{4}$ க்கும் இடையே $\frac{9}{16}$ உள்ளது.



இது மட்டும் இல்லாமல், இதுபோலவே 1க்கும் 2க்கும் இடையே பல பின்னங்கள் உள்ளன.



இதுபோன்ற எண்கோடு 101க்கும் 102க்கும் இடையேயும் உண்டு. 134க்கும் 135க்கும் இடையேயும் உண்டு. 2009க்கும் 2010க்கும் இடையேயும் உண்டு.

ஓ! எண்கோட்டில் ஏகப்பட்ட நெரிசல் ஏற்படுகிறதே! இது மட்டுமல்ல, இரு பின்னங்களைக் கூட்டினாலோ கழித்தாலோ மீண்டும் எண் கோட்டிலுள்ள ஓர் எண்ணே பின்னமோ கிடைக்கும். ஆக, பின்னங்கள் எவ்வளவு பெரிதாக வேண்டுமானாலும் கிடைக்கும், எவ்வளவு சிறிதாக வேண்டுமானாலும் கிடைக்கும், எந்த முழு எண்களுக்கிடையேயும் கிடைக்கும்!

உண்மையில் வியப்பானது என்ன தெரியுமா? எந்த இரு பின்னங்களுக்கிடையேயும் ஒரு பின்னத்தைக் கண்டுபிடிக்கலாம்! முடிவில்லாது புதிய புதிய பின்னங்கள் வந்துகொண்டே இருக்கும். நீங்கள் ஒவ்வொருவரும் உங்களுக்கு என்று ஆளுக்கு 100 பின்னங்களைக் கண்டுபிடித்தாலும் அடுத்த ஆண்டு படிப்பார்களுக்கு இன்னும் புதிய பின்னங்கள் உண்டு. சுவைதானே?

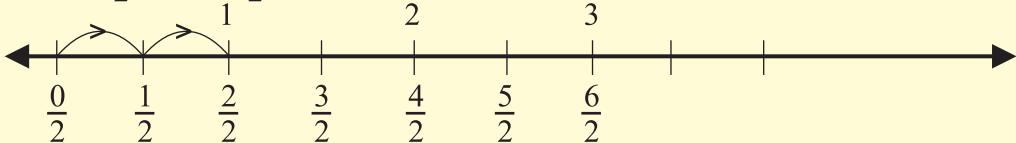
3.1.11 ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்ன எண்ணால் பெருக்குதல்

ஒரு முழு எண்ணை ஒரு பின்ன எண்ணால் பெருக்குவதை ஏற்கனவே நாம் ஜந்தாம் வகுப்பில் படித்துள்ளோம். மேலும் அதைப் பற்றி விவாதிப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு : 12

(i) 2 மற்றும் $\frac{1}{2}$ இன் பெருக்கலைக் காண்க.

$2 \times \frac{1}{2}$ என்பது $\frac{1}{2}$ இன் இரு நகர்வினை எண்கோட்டில் குறிப்பதாகும்.

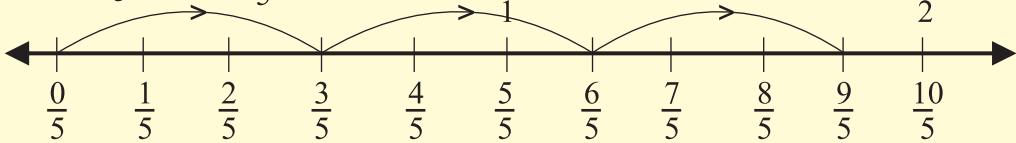


$$\text{எனவே, } 2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

எடுத்துக்காட்டு : 13

(ii) சுருக்குக : $3 \times \frac{3}{5}$

$3 \times \frac{3}{5}$ என்பது $\frac{3}{5}$ இன் மூன்று நகர்வினை எண்கோட்டில் குறிப்பதாகும்.



$$\text{எனவே, } 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$



செயல்பாடு

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பார்கள்:

- (i) $\frac{1}{4}$ இன் 4 மடங்கு (ii) 12 இன் $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{5}$ இன் 5 மடங்கு (iv) அரையின் அரை மடங்கு

எடுத்துக்காட்டு : 14

$$\frac{1}{3} \times 9 = ?$$

9 புள்ளிகள்

$$\frac{1}{3} \times 9 = \frac{9}{3} = 3$$



3 சம பகுதிகளாக பிரித்தல்

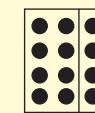
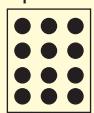


எடுத்துக்காட்டு : 15

$$12 \text{ இன் } \frac{2}{3} \text{ மதிப்பு என்ன?}$$

3இன் இரண்டு 12 புள்ளிகள் பங்காக பிரித்தல்

$$\frac{2}{3} \times 12 = \frac{24}{3} = 8$$



செயல்பாடு

பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பார்கள்:

- (i) 16 இன் $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{14} \times 28$ (iii) 16 இன் $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{5}{15} \times 45$

எடுத்துக்காட்டு : 16

ஒரு பெட்டியில் 20 பந்துகள் உள்ளன.

அவற்றில் முக்கால் பகுதிப் பந்துகளை எடுக்கவேண்டும் என்றால், எத்தனை பந்துகளை எடுக்க வேண்டும்?

மொத்தம் உள்ள பந்துகள் = 20

$$\begin{aligned} \text{எடுக்கவேண்டிய பந்துகள்} &= \frac{3}{4} \times 20 \\ &= 3 \times 5 \\ &= 15 \text{ பந்துகள்} \end{aligned}$$

ஒரு வகுப்பில் மொத்தம் 60 மாணவர், மாணவிகள் உள்ளனர்.

அதில் $\frac{2}{5}$ பாகம் மாணவர்கள் எனில், எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்?

மொத்த எண்ணிக்கை = 60

$$\begin{aligned} \text{மாணவர்கள்} &= \frac{2}{5} \times 60 \\ &= 2 \times 12 = 24 \text{ மாணவர்கள்} \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு : 17

1. பூச்சியத்துக்கும் $\frac{1}{4}$ க்கும் இடையே பத்துப் பின்னாங்களைக் கண்டுபிடித்து எழுதவும்.

2. ஒரு கிராமத்தில் 50 ஆடுகள் உள்ளன. அவற்றில் $\frac{2}{5}$ பங்கு ஆடுகளைக் காணவில்லை. காணாமல் போன ஆடுகளின் எண்ணிக்கையைக் காணவும்.

3. ஓர் ஊரில் மொத்தம் 1000 பேர். அவர்களில் நான்கில் ஒருவர் குழந்தை என்றால், அந்த ஊரில் உள்ள பெரியவர்கள் எத்தனை பேர்?

4. கீழ்க்காணும் கலப்புப் பின்னாங்களை தகா பின்னாங்களாக மாற்றுக.

- (i) $2\frac{1}{2}$ (ii) $3\frac{4}{15}$ (iii) $3\frac{1}{3}$ (iv) $1\frac{1}{4}$ (v) $4\frac{3}{7}$

5. ராமு என்பவரின் மாத வருமானம் ₹ 30,000. அதில் ஆறில் ஒரு பங்கை வாடகைக்கும், மூன்றில் ஒரு பங்கை செலவினத்திற்காகவும் மற்றும் அரைப்பங்கை சேமிப்பிற்காகவும் பயன்படுத்தினால் எனில் வாடகை, செலவு மற்றும் சேமிப்பிற்கு ஒதுக்கிய தொகை எவ்வளவு ?
6. ஒரு கணினியின் எடை $7\frac{1}{2}$ கிலோ கிராம் எனில் 12 கணினியின் எடையைக் காண்க.
7. ஒரு பள்ளியில் பயிலும் மாணவ, மாணவியர்களின் எண்ணிக்கை 2200 ஆகும். இதில் நான்கில் மூன்று பங்கு மாணவ, மாணவிகள் பேருந்தில் வருகின்றனர் எனில் பயணிப்பவர்களின் எண்ணிக்கை யாது ?

செயல்பாடு

- i) ராஜன் என்பவர் $7\frac{1}{2}$ கிலோ கிராம் கத்தரிக்காய், $3\frac{1}{4}$ கிலோகிராம் கேரட் மற்றும் $3\frac{3}{4}$ கிலோகிராம் தக்காளியும் விற்கிறார் என்றால் அவரால் விற்கப்பட்ட காய்கறிகளின் அளவு எவ்வளவு ?
- ii) ஒரு வியாபாரி $82\frac{1}{2}$ கிலோகிராம் புழங்கல் அரிசி மற்றும் $77\frac{3}{4}$ கிலோகிராம் பச்சாரிசியையும் விற்கிறார் என்றால் எத்தனை கிலோகிராம் அரிசி அவரால் விற்கப்பட்டது ?
- iii) ஒரு பெட்டியில் உள்ள இனிப்பின் எடை $3\frac{5}{8}$ கி.கி. அதில் $1\frac{3}{4}$ கி.கி. அளவுள்ள இனிப்பை எடுத்துவிட்டால் மீதியுள்ள இனிப்பின் எடையளவு யாது ?
- iv) ஒரு டின்னில் $15\frac{3}{4}$ கி.கி. அளவு சார்க்கரை உள்ளது. அதில் $8\frac{5}{6}$ கி.கி. சார்க்கரை பயன்படுத்தப்பட்டது எனில் மீதியுள்ள அளவு யாது ?
- v) ஒரு பால் விற்பனையாளரிடம் $4\frac{3}{4}$ லி, $5\frac{3}{4}$ லி மற்றும் $2\frac{1}{2}$ லி உடைய மூன்று கேன்கள் உள்ளன. அனைத்து கேன்களையும் ஒருமுறை பயன்படுத்தி அவரால் நிரப்பப்படும் பாலின் அளவு எவ்வளவு ?

- முழுப் பகுதியைப் பாகங்களாகப் பிரிக்கும்போது பின்னம் கிடைக்கிறது. நினைவில் கொள்க
- பின்னத்தின் தொகுதியையும், பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கினால் சமான பின்னம் கிடைக்கும்.
- ஓரினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல், கழித்தல் செய்ய, அதன் தொகுதிகளை மட்டும் எடுத்து இச்செயல்களைச் செய்தால் போதும்.
- வேற்றினப் பின்னங்களின் ஒப்பிடுதல், கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செய்ய அவற்றின் சமான பின்னங்களைக் கொண்டு ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றவேண்டும்.
- எண் கோட்டில் எந்த இரு பின்னங்களுக்கும் நடுவில் ஒரு பின்னத்தைக் குறிக்கலாம்.



3.2 தசம எண்கள் (Decimal Numbers)

அறிமுகம்

மிகப் பெரிய எண்கள் பற்றி முதலில் படித்தோம். 1 ஐவிடச் சிறிய எண்களைப் பின்னங்களாக நாம் அறிந்துள்ளோம். அன்றாடம் நாம் $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ போன்ற பின்னங்களைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

அதோடு, பின்னங்களைக் கூட்டியும் கழித்தும் $\frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}$ போன்ற பல பின்னங்களைக் கண்டோம்.

எத்தனை சிறிய எண்ணாகவும் பின்னங்கள் தோன்றலாம் என அறிந்தோம். ஏன் பின்னங்களையே எல்லா மிகச் சிறிய எண்களுக்கும் பயன்படுத்தக் கூடாது? அவற்றைப் பயன்படுத்துவதில் உள்ள சிரமத்தால்தான்.

$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = ?$ என்றால், சமான பின்னங்களைக் கொண்டு ஓரினப் பின்னங்களாக மாற்றிக் கூட்டுகிறோம்.

எல்லாப் பின்னங்களுமே $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}$ என்ற வடிவில் இருந்தால் எளிமையாக இருக்குமல்லவா!

$\frac{15}{100} + \frac{235}{1000}$ என்பதனை $\frac{150}{1000} + \frac{235}{1000} = \frac{385}{1000}$ எனச் சுலபமாக விடை காணலாம் அல்லவா!

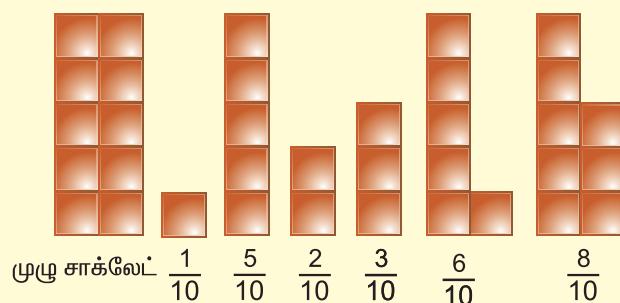
அளவைகளில் 10ன் மடங்குகள் பயன்படுத்துவது எளிதாக இருந்தது. சிறிய எண்களும் 10இன் மடங்குகளின் பின்ன வடிவத்தில் இருந்தால் அவற்றைப் பயன்படுத்துவது எளிதாக இருக்கும். ஈரிலக்க எண்களிலிருந்து மூலிலக்க எண்களுக்குச் செல்ல 10 இன் மடங்கும், 100 இன் மடங்கும் பயன்படுவதுபோல் ஒன்றைவிடச் சிறிய எண்களுக்கு $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ ஆகியவை பயன்படும்.

3.2.1 பத்தில் ஒன்று

கண்ணனிடம் பத்துத் துண்டுகள் கொண்ட 6 சாக்லேட்டுகள் உள்ளன.

ஒவ்வொன்றிலும் சில துண்டுகளை உடைத்து நன்பார்களுக்குக் கொடுத்தார்.

முதல் சாக்லேட்டில் பத்தில் 1 துண்டும்,
இரண்டாவதில் பத்தில் 5 துண்டுகளும்,
மூன்றாவதில் பத்தில் 2 துண்டுகளும்,
நான்காவதில் பத்தில் 3 துண்டுகளும்,
ஐந்தாவதில் பத்தில் 6 துண்டுகளும்,
ஆறாவதில் பத்தில் 8 துண்டுகளும்
இருப்பதைக் கவனிக்கிறார்.



இவற்றைப் பின்ன வடிவில் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}$

இவற்றை 0.1, 0.5, 0.2, 0.3, 0.6, 0.8 எனத் தசம வடிவத்தில் எழுதலாம்.

0.1 என்பதைப் பூச்சியம் புள்ளி ஒன்று என்று படிக்க வேண்டும்.
எண்களுக்கு இடையே வரும் புள்ளி தசமத்தைக் குறிக்கும்.



10 இன் அடுக்குகளைப் பகுதிகளாகக் கொண்ட பின்னங்கள் 'தசம பின்னங்கள்' எனப்படும்.

3.2.2 தசம எண்கள் – வரையறை

முழு எண் பகுதியும், தசம பகுதியும் சேர்ந்த எண்கள் தசம எண்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

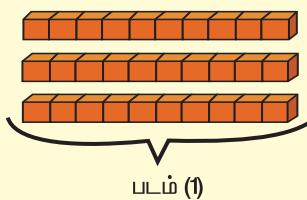
அ. தசம எண் = $0.6 = 0 + 0.6$ முழு எண் பகுதி = 0 ; தசம பகுதி = 6

ஆ. தசம எண் = $7.2 = 7 + 0.2$ முழு எண் பகுதி = 7 ; தசம பகுதி = 2

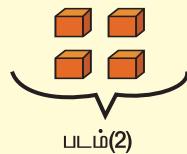
தசம எண்களில், தசம புள்ளிக்கு இடப்புறம் வரும் எண் முழு எண் பகுதி என்றும், வலப்புறம் வரும் எண் தசம பகுதி என்றும் அறிகிறோம்.

எல்லா தசம பகுதியின் மதிப்பும் 1ஐ விடக் குறைவானது.

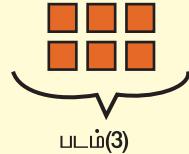
எடுத்துக்காட்டு : 18



படம் (1)



படம்(2)



படம்(3)

படம் 1 இல் உள்ள ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் 10 அலகுகளையும், படம் 2 இல் ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் ஓர் அலகையும், படம் 3 இல் உள்ள ஒவ்வொரு மரப்பட்டையும் பத்தில் ஒரு பங்கையும் குறிக்கிறது.

தீர்வு:	பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தில் ஒன்றுகள் ($\frac{1}{10}$)
	3	4	6

$$(அது) \quad 30 + 4 + \frac{6}{10} = 34 + 0.6 = 34.6$$

இதை முப்பத்து நான்கு புள்ளி ஆறு எனப் படிக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு : 19

தசம எண்களை எப்படிப் படிக்க வேண்டும் ?

வ.எண்	தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	எண்ணை படிக்கும் முறை
1	6.5	6	5	ஆறு புள்ளி ஐந்து
2	12.6	12	6	பன்னிரண்டு புள்ளி ஆறு
3	91.8	91	8	தொன்னூற்று ஒன்று புள்ளி எட்டு



தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:
 நம் நாட்டில் அணா, சக்கரம்,
 காசு, பணம் என்று
 பழக்கத்தில் இருந்த முறை,
 1957 முதல் ரூபாய்
 மற்றும் பைசா என்று
 தசமமுறைக்கு மாற்றி
 நடைமுறைப்படுத்தப்பட்டது.

எல்லா முழு எண்களும் தசம எண்களாகக் கருதலாம். 5 என்ற எண்ணை 5.0 என்றும் எழுதலாம். தசம எண்களில் புள்ளிகளுக்கு வலப்புறத்தில் இறுதியில் வரும் பூச்சியத்திற்கு மதிப்பு இல்லை.



3.2.3 தசம எண்ணின் இடமதிப்பு

தசம எண்முறையில், ஒரு முழு எண்ணின் இடமதிப்பு பத்தின் அடுக்குகளாக வலப்புறத்திலிருந்து இடப்புறமாக உயர்ந்துகொண்டே செல்லும். தசம பின்னத்தின் இடமதிப்பு இடப்புறத்திலிருந்து வலப்புறமாகப் பத்தின் அடுக்குகளாகக் குறைந்துகொண்டே செல்லும்.

67.8 என்ற தசம எண்ணின் இலக்கங்களின் இடமதிப்பைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு : 20

தீர்வு:

பத்துகள் (10)	ஒன்றுகள் (1)	பத்தில் ஒன்றுகள் ($\frac{1}{10}$)
6	7	8

செய்து பார்க்க : இடமதிப்பைக் காண்க. 32.7, 78.6, 201.0

எடுத்துக்காட்டு : 21

பின் வருவனவற்றை தசம எண்ணுருவில் எழுதுக.

- (i) நான்கு ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் மூன்று.
- (ii) எழுபத்திரண்டு மற்றும் பத்தில் ஆறு.

தீர்வு:

$$(i) \text{ நான்கு ஒன்றுகள் மற்றும் பத்தில் மூன்று.}$$

$$4 + \frac{3}{10} = 4 + 0.3 = 4.3$$

$$(ii) \text{ எழுபத்திரண்டு மற்றும் பத்தில் ஆறு.}$$

$$72 + \frac{6}{10} = 72 + 0.6 = 72.6$$

பின்வரும் பின்ன எண்களைத் தசம எண்களாக மாற்றி எழுதுக.

எடுத்துக்காட்டு : 22

$$(i) \quad 30 + 8 + \frac{4}{10}$$

$$(ii) \quad 400 + 80 + \frac{6}{10}$$

தீர்வு:

$$(i) \quad 30 + 8 + \frac{4}{10}$$

$$= 38 + 0.4 = 38.4$$

$$(ii) \quad 400 + 80 + \frac{6}{10}$$

$$= 480 + 0.6 = 480.6$$

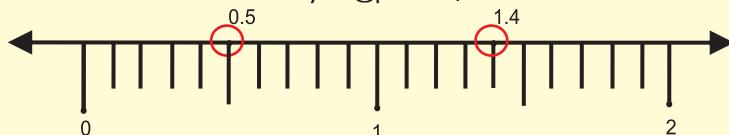
3.2.4 தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறித்தல்:

எண்கோட்டில் முழு எண்கள் மற்றும் பின்னாங்களைக் குறிக்கும் முறையைப்போலவே தசம எண்களையும் எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 23

0.5, 1.4 ஆகிய தசம எண்ணை எண்கோட்டில் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

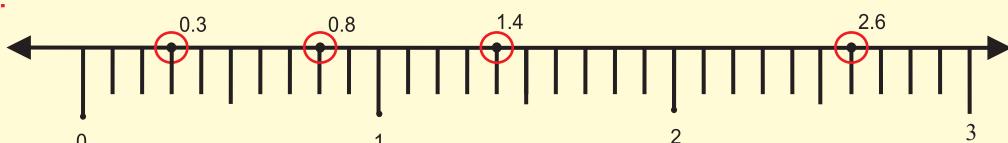


மேற்கண்ட எண் கோட்டில் ஒவ்வொரு குறையற்ற முழு எண்ணுக்கும் இடையில் 10 சம இடைவெளிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு சம இடைவெளியின் நீளமும் $\frac{1}{10}$ பாகம் ஆகும். எனவே, பத்தில் 5 பாகம் என்பது எண்கோட்டில் 0 விலிருந்து 5 ஆவது பாகத்தைக் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு : 24

0.3, 0.8, 1.4, 2.6 ஆகிய தசம எண்களை எண் கோட்டில் குறிக்க.

தீர்வு:



செய்து பார்க்க:

எண் கோட்டில் குறிக்க : 0.9, 1.2

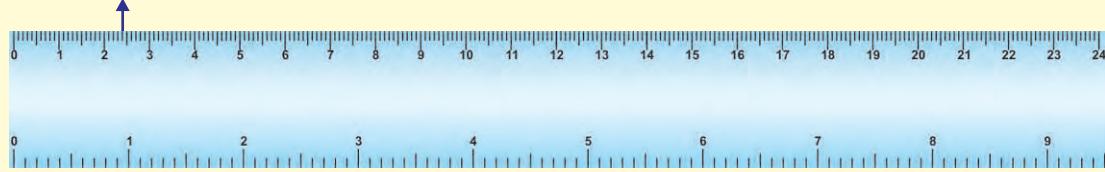
தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:

- கிரிக்கெட் விளையாட்டில்,
- 4 ஓவர்கள் 2 பந்துகள் என்பதை
- 4.2 ஓவர்கள் எனக் குறிக்கிறோம்.
- ஆனால், இங்குக் குறிப்பிடும்
- 4.2 தசம எண் அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு : 25

ஒரு அளவுகோவில் 2.4 செ.மி. என்பதை கீழ்க்காணவாறு குறிக்கலாம்.

2.4 cm



பயிற்சி 3.5

1. கோட்டை இடத்தை நிரப்புக.

- (i) 0.7 இன் தசம பின்னம்
- (ii) 12.8 என்ற தசம எண்ணில் முழு எண் பகுதி
- (iii) 60.1 இன் ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள எண்
- (iv) 9.4 இல் 4 இன் இடமதிப்பு
- (v) தசம எண்ணில் முழு எண்ணுக்கும் தசம பின்னத்திற்கும் இடையில் உள்ள புள்ளியை என்று கூறுகிறோம்.

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

பத்துகள் 10	ஒன்றுகள் 1	பத்தில் ஒன்றுகள்	தசம எண்கள்
2	3	4	
6	9	2	
8	2	8	

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	தசம பகுதியின் மதிப்பு	எண் பெயர்
7.6				
28.5				
24.0				
5.06				

4. தசம எண்ணுருக்களை எழுதுக.

- (i) நூற்று இருபத்து நான்கு மற்றும் பத்தில் ஆறு.
- (ii) பதினெட்டு மற்றும் பத்தில் மூன்று.
- (iii) ஏழு மற்றும் பத்தில் நான்கு.

5. பின்வரும் தசம எண்களை எண்கோட்டில் குறிக்க.

- (i) 0.7 (ii) 1.9 (iii) 2.1

6. பின்வரும் பின்னாங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

- (i) $\frac{2}{10}$ (ii) $3 + \frac{7}{10}$ (iii) $700 + 80 + 6 + \frac{3}{10}$

செயல்பாடு

செயல் திட்டம்

- வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களைப் பல குழுக்களாகப் பிரித்து, உணவு விடுதி, மளிகைக் கடை, நியாய விலைக்கடை போன்ற இடங்களுக்குச் சென்று விலைப்பட்டியலைச் சேகரித்து வகுப்பில் கலந்துரையாடச் செய்யவும்.
- வீட்டில் உள்ள பல்வேறு பொருள்களின் நீள அகலங்களை அளந்து அதனைத் தசம எண் வடிவில் அட்டவணைப்படுத்தவும்.

3.2.5 நூற்று ஒன்று - அறிமுகம்

மகேஷ் தன் வகுப்பறையில் உள்ள கரும்பலகையின் நீளத்தை தன்னிடமிருந்த அளவுகோலால் அளந்தான். அதன் நீளம் 345 செ.மீ. ஆகும். கரும்பலகையின் நீளத்தை மீட்டரில் எழுத உதவலாமா?

100 செ.மீ. சேர்ந்தது எத்தனை மீட்டர் என்று உங்களுக்குத் தெரியுமல்லவா?

$$(அது) \quad 100 \text{ செ.மீ.} = 1 \text{ மீ.} \Rightarrow 1 \text{ செ.மீ.} = \frac{1}{100} \text{ மீ.}$$

$$\therefore 345 \text{ செ.மீ.} = 300 \text{ செ.மீ.} + 45 \text{ செ.மீ.} = 3 \text{ மீ.} + \frac{45}{100} \text{ மீ.} \\ = 3 \text{ மீ.} + 0.45 \text{ மீ.} = 3.45 \text{ மீ.}$$

எனவே, 345 செ.மீ. என்பது 3.45 மீ. என தசம எண்ணாக மாறியுள்ளது அல்லவா?

பத்தில் ஒன்று எவ்வாறு இருக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும். பத்தில் ஒன்றை, மேலும் பத்தில் ஒன்றாக்க முடியுமல்லவா? இதை கீழே உள்ள படத்தில் காண்க.

படம்-1



படம்-2

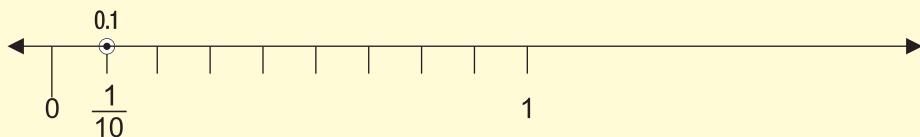


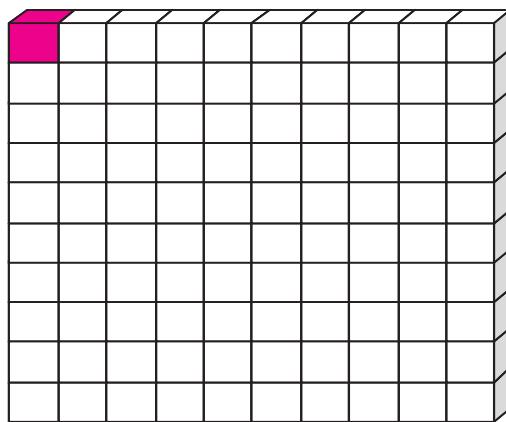
படம்-1இல் நிழலிட்ட பகுதி $\frac{1}{10}$ மற்றும் படம்-2இல் நிழலிட்ட பகுதி $\frac{1}{100}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு :

26

$\frac{1}{10}$ மற்றும் $\frac{1}{100}$ ஜ எண்கோட்டில் குறிக்க.





$\frac{1}{100}$ யே
இங்குள்ள
படத்திலிருந்தும்
நாம்
அறியலாம்.



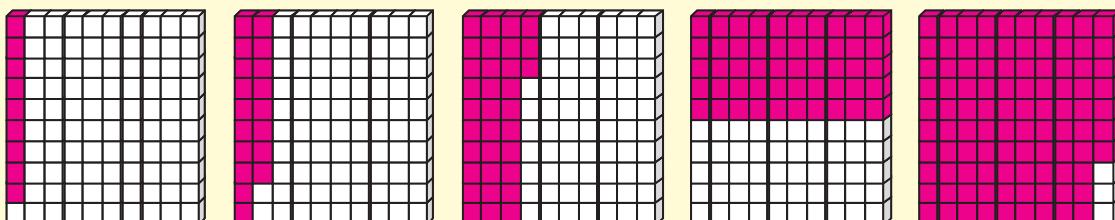
படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதி நூற்றில் ஒரு பாகம் ஆகும்.

இதன் பின்ன வடிவம் $= \frac{1}{100}$ தசம எண் வடிவம் $= 0.01$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு :

27

நிழலிடப்பட்ட பகுதியினைப் பின்னமாக மற்றும் தசம எண்ணாக மாற்றுக.



வரிசை எண்	நிழலிடப்பட்ட பகுதிகள்	பின்ன வடிவம்	தசம வடிவம்
1	9 சதுரங்கள்	$\frac{9}{100}$	0.09
2	18 சதுரங்கள்	$\frac{18}{100}$	0.18
3	33 சதுரங்கள்	$\frac{33}{100}$	0.33
4	50 சதுரங்கள்	$\frac{50}{100}$	0.50
5	97 சதுரங்கள்	$\frac{97}{100}$	0.97

எடுத்துக்காட்டு : 28

தசம எண்ணாக மாற்றுக: (i) $\frac{4}{100}$ (ii) $\frac{36}{100}$ (iii) $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$

தீர்வு:

$$(i) \frac{4}{100} = 0.04$$

$$(ii) \frac{36}{100} = 0.36$$

$$(iii) 6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = 6 + \frac{70}{100} + \frac{8}{100}$$

$$= 6 + \frac{78}{100}$$

$$= 6 + 0.78 = 6.78$$

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க:

தசம எண்களாக மாற்றுக.

$$(i) \frac{6}{100}$$

$$(ii) \frac{36}{100}$$

$$(iii) 200 + 80 + 9 + \frac{3}{100}$$

எடுத்துக்காட்டு : 29

தசம எண்ணிருவில் எழுதுக: பதினெட்டு மற்றும் நூறில் நாற்பத்தி ஐந்து

தீர்வு:

$$\text{பதினெட்டு மற்றும் நூறில் நாற்பத்தி ஐந்து} = 18 + \frac{45}{100} = 18 + 0.45 = 18.45$$

எடுத்துக்காட்டு : 30

பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்ன எண்களாக மாற்றுக: (i) 0.09 (ii) 0.83

தீர்வு:

$$(i) 0.09 = \frac{9}{100}$$

$$(ii) 0.83 = \frac{83}{100}$$

செயல்பாடு

தெரிந்து கொள்ளுங்கள்:

தசம எண்களைப் படிக்கும்போது புள்ளிக்கு வலப்புறம் உள்ள எண்களை ஒவ்வொன்றாகப் படிக்கவேண்டும். உதாரணமாக, 8.29 என்ற எண்ணை எட்டுப் புள்ளி இரண்டு ஒன்பது என்று படிக்கவும்.

செய்து பார்க்க:

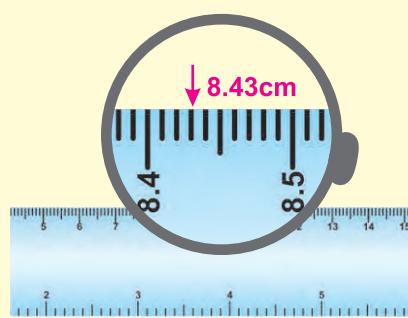
பின்ன எண்களாக மாற்றுக.

ஆ) 1.45

ஆ) 0.13

எடுத்துக்காட்டு : 31

அளவுகோலில் 8.43 செ.மீ. எங்கு இருக்கும் எனக் குறிக்கலாம்.



பயிற்சி 3.6

1) சரியா ? தவறா ? எனக் கூறுக.

(i) குறையற்ற முழு எண்களையும் தசம எண்களாகக் கருதலாம்.

(ii) 3.76 இன் பின்ன வடிவம் $3 + \frac{76}{10}$ ஆகும்.

(iii) 82.03 இல் 3 இன் இடமதிப்பு $\frac{3}{100}$ ஆகும்.

(iv) 70.12 இல் 0 இன் இடமதிப்பு எழுது ஆகும்.

2) தசம எண்ணுருக்களை எழுதுக.

(i) இருபத்து மூன்று மற்றும் நூறில் பதினெட்டு.

(ii) ஒன்பது மற்றும் நூறில் ஐந்து.

3) பின்வரும் தசம எண்களில் கீழே கோட்ட இலக்கங்களின் இடமதிப்புக் காண்க.

(i) 9227.42 (ii) 208.06 (iii) 343.17 (iv) 166.24

4) பின்வரும் பின்னங்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுக.

(i) $20 + 3 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}$

(ii) $137 + \frac{5}{100}$

(iii) $\frac{3}{10} + \frac{9}{100}$

5) பின்வரும் தசம எண்களைப் பின்னங்களாக மாற்றுக.

(i) 106.86

(ii) 1.20

(iii) 76.45

(iv) 0.02

3.2.6 தசம எண்களின் கூட்டலும், கழித்தலும்

தசம எண்களைக் கூட்டுவதும், கழிப்பதும் எவ்விதத்திலும் புதிதானதோ வித்தியாசமானதோ அல்ல.

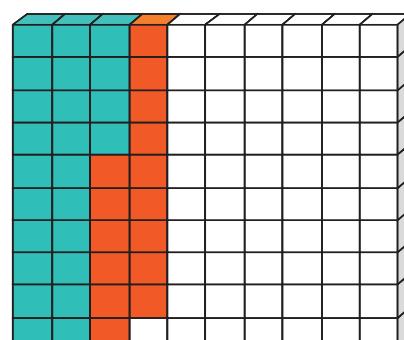
இடமதிப்பே முக்கியம்.

$$\begin{array}{r}
 7235 + 47 \text{ என்றால்} \quad \begin{array}{r}
 7235 \\
 + 47 \\
 \hline
 \end{array} \text{ என நாம் எழுதுவதில்லை.} \quad \begin{array}{r}
 7235 \\
 + 47 \\
 \hline
 \end{array} \text{ என எழுதுகிறோம்.}
 \end{array}$$

அதுபோலவே சரியான இடமதிப்புக்கேற்றவாறு எழுதுவதே முக்கியமானது.

கீழே உள்ள படத்தைக் கவனிக்க.

இப்படத்தில் 0.24 என்ற தசம எண் ஒரு வண்ணத்திலும் 0.15 என்ற தசம எண் வேறொரு வண்ணத்திலும் நிழலிடப்பட்டுள்ளது. இப்போது 0.24 ஐயும் 0.15 ஐயும் கூட்டவேண்டும். இவற்றின் கூடுதல் 0.39 ஆகும். (அது) 3 பத்தில் ஒன்றும், 9 நூறில் ஒன்றும் ஆகும்.



முறை 1 :

	ஓன்றுகள்	தசமபுள்ளி	பத்தில் ஓன்றுகள்	நூற்றில் ஓன்றுகள்
	0	•	2	4
	0	•	1	5
கூடுதல்	0	•	3	9

செயல்முறை

முழு எண்களைப் போலவே தசம எண்களையும் அவற்றின் இடமதிப்புக்கேற்றவாறு ஒன்றாக எழுதிக் கூட்டல், கழித்தல் செயல்பாடுகளைச் செய்யவேண்டும்.

$$\therefore 0.24 + 0.15 = 0.39$$

முறை 2 :

$$\begin{array}{r} 0.24 \\ + \underline{0.15} \\ \hline 0.39 \end{array}$$

$$\therefore 0.24 + 0.15 = 0.39$$

எடுத்துக்காட்டு : 32

$$(i) \begin{array}{r} 0.5 \\ + \underline{0.5} \\ \hline 1.0 \end{array}$$

$$(ii) \begin{array}{r} 0.75 \\ + \underline{0.25} \\ \hline 1.00 \end{array}$$

$$(iii) \begin{array}{r} 0.75 \\ + \underline{0.50} \\ \hline 1.25 \end{array}$$

குறிப்பாக (iii) யில் 0.75+0.5 என்ற கணக்கைக் கூட்ட விடுதலை கொடுத்து 0.50 என்பதை 0.50 என்பதைக் காட்டுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : 33

சுருக்குக : (i) $7.3 + 11.46$

(ii) $6.07 + 29$

$$\text{தீர்வு : } (i) \begin{array}{r} 7.30 \\ + 11.46 \\ \hline 18.76 \end{array}$$

$$(ii) \begin{array}{r} 6.07 \\ + 29.00 \\ \hline 35.07 \end{array}$$

$$\therefore 7.3 + 11.46 = 18.76$$

$$\therefore 6.07 + 29 = 35.07$$

எடுத்துக்காட்டு : 34

(i) 3.29 இலிருந்து 1.52 ஜக் கழிக்க

(ii) கழிக்க 120 – 12.02

$$\text{தீர்வு: } \begin{array}{r} 3.29 \\ - 1.52 \\ \hline 1.77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120.00 \\ - 12.02 \\ \hline 107.98 \end{array}$$



பயிற்சி 3.7

- 1) கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக.
 (i) $7.25 + 3.50 = \underline{\hspace{2cm}}$ (ii) $8.18 - 5.00 = \underline{\hspace{2cm}}$
 (iii) $9.69 - 1.11 = \underline{\hspace{2cm}}$ (iv) $5.83 - 3.14 = \underline{\hspace{2cm}}$
- 2) கூட்டுக: (i) $9.005 + 300$ (ii) $142.36 + 158.25$
- 3) கழிக்க: (i) $9.756 - 6.79$ (ii) $250 - 202.54$
- 4) பின்வருவனவற்றிற்கு மதிப்புக் காண்க:
 i) $0.008 + 7.6 + 28.07$ ii) $16 + 0.542 + 14.2$
 ii) $0.065 + 10.653 + 3$ iv) $380.56 + 24.6 + 39$
 v) $8.563 - 3.54$ vi) $18 - 6.59$
 vii) $48.05 - 25.57$ viii) $286 - 43.57$
5. 10.03 வடன் எவ்வெண்ணைக் கூட்டுனால் 250 கிடைக்கும்?
6. 240 லிருந்து எந்த எண்ணைக் கழித்தால் 23.057 கிடைக்கும்?
7. 3.04 மற்றும் 16.005 இன் கூடுதலை 25.3 மற்றும் 43.005 இன் கூடுதலிலிருந்து கழிக்கக் கிடைப்பது என்ன?
8. அன்பு என்பவர் 20 கி.கி. எடையுள்ள காய்கறிகளை வாங்கினார். அதில் 10.500 கி.கி. வெங்காயமும், 2.025 கி.கி. தக்காளியும், மீதி உருளைக் கிழங்குமாக வாங்கினார் எனில் உருளைக் கிழங்கின் எடை எவ்வளவு?
9. அமுதா என்பவர் 6.400 கி.கி. எடையளவுள்ள ஓர் தர்புசணிப்பழும் வாங்கினார். அதில் 3.06 கி.கி. எடையுள்ள பழத்தை தமது தோழிக்கு அளித்தார் எனில் அமுதாவிடம் உள்ள மீதிப்பழத்தின் எடை எவ்வளவு?

செயல்பாடு

செயல் திட்டம்

ஒரு மாணவர் வீட்டுப் பாடத்தில் அணைத்துக் கணக்குகளையும் கீழுள்ளவாறு தவறாகச் செய்துவிட்டார். குழுக்களில் விவாதித்து அவருடைய தவறைத் திருத்த சரியான வழியைக் கூறுக.

(i) $6.7 + 2.5$	(ii) $8.9 + 4.3$	(iii) $48.3 + 17.6$
$\begin{array}{r} 6.7 \\ + 2.5 \\ \hline 8.12 \end{array} \times$	$\begin{array}{r} 8.9 \\ + 4.3 \\ \hline 12.12 \end{array} \times$	$\begin{array}{r} 48.3 \\ + 17.6 \\ \hline 515.9 \end{array} \times$
(iv) $38.3 - 17.9$	(v) $28.4 - 4$	(vi) $9.4 - 6.7$
$\begin{array}{r} 38.3 \\ - 17.9 \\ \hline 21.6 \end{array} \times$	$\begin{array}{r} 28.9 \\ - 4 \\ \hline 28.5 \end{array} \times$	$\begin{array}{r} 9.4 \\ - 6.7 \\ \hline 3.3 \end{array} \times$

செயல்பாடு

- i) ராஜு ம் ஆகஸ்ட் மாதத்தில் ரூ.105.75, ரூ.1200, ரூ.165.50 மற்றும் ரூ.665.75 ஆகிய தொகைகளை சேமிக்கிறார். அவர் சேமிக்கும் மொத்த தொகை எவ்வளவு?
- ii) ஒரு பள்ளியில் நடைபெற்ற விழாவில் நடைக்கட்டையைன்று 4 வெள்ளிப் பதக்கங்களை பரிசுளிக்கிறது. அவற்றின் எடைகள் முறையே 8.25கி, 12.2கி, 15.15கி மற்றும் 7.35 கி ஆகும். வெள்ளிப் பதக்கங்களின் மொத்த எடை என்ன?
- iii) ஒரு நீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவு 125.12 மிலி. அதிலிருந்து 78.752 மிலி. நீரை வெளியேற்றிவிட்டால், நீர்த் தொட்டியிலுள்ள நீரின் அளவு என்ன?
- iv) இரு எண்களின் கூடுதல் 168.65. ஓர் எண் 68.75 எனில் மற்றொரு எண் யாது?
- v) ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ.2675 அதில் ரூ.2500.75 செலவு செய்கிறார் அவரது சேமிப்பு எவ்வளவு?

நினைவில் கொள்க

- 10 இன் அடுக்குகளைப் பகுதிகளாகக் கொண்ட பின்னாங்கள் ‘தசம பின்னாங்கள்’ எனப்படும்.
- முழு எண் பகுதியும், தசம பகுதியும் தசம புள்ளியால் சேர்ந்த எண்கள் தசம எண்கள் ஆகும். எல்லா முழு எண்களும் தசம எண்களாகக் கருதப்படும்.
- தசம எண்களில் புள்ளிக்கு வலப்புறத்தில் உள்ள இலக்கங்களுக்கு இறுதியில் வரும் பூச்சியங்களுக்கு மதிப்பு இல்லை.
- முழு எண்களைப் போலவே தசம எண்களையும் அவற்றின் இடமதிப்புக்கேற்றவாறு ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதிக் கூட்டல், கழித்தல் செயல்பாடுகளைச் செய்யவேண்டும்.



4. மெட்ரிக் அளவைகள் (Metric Measures)



ஒரு படி என்பது
எத்தனை கிலோ என்று
கண்டுபிடியுங்களேன்.

4.1 அறிமுகம்

பிரியாவின் பாட்டி, “வீட்டில் ஒரு படி அரிசி கூட இல்லை. பள்ளியில் இருந்து வரும்போது அரிசி வாங்கி வா” என்று கூறினார். பிரியா தன் ஆசிரியரிடம் கேட்டாள் “அரிசியைக் கிலோகிராம் கொண்டு அனப்பதுண்டு. ஆனால் 1 படி என்றால் எவ்வளவு அரிசி ?” என்று கேட்டாள். வகுப்பில் பலரும் தாங்களும் இதுபோன்று கேள்விப்பட்டிருப்பதாகச் சொன்னார்கள்.

ஆசிரியர், “இந்தியா ஆங்கிலேயரால் ஆனப்பட்டு வந்தபோது, ஆங்கிலேயர் பயன்படுத்திய அளவைகளும், இந்தியாவில் பழங்காலத்தில் இருந்து வந்த அளவைகளும், பலவிதமாகப் பயன்பட்டன. சுதந்திர இந்தியாவில் மெட்ரிக் அளவைகளைப் பயன்படுத்த முடிவு செய்து, இன்று நாடெங்கும் மெட்ரிக் அளவையே அனைவருக்கும் பழக்கமாகி விட்டது” என்றுவிளக்கினார்.

“ஏன் மெட்ரிக் அளவைக்கு நாம் மாறினோம்? அதிலென்னசிறப்பு?” என்று கேட்டான் நிலவன்.

ஒரு நிமிடம் சிந்தித்த ஆசிரியர், “எல்லாரிடமும் அளவுகோல் (Scale) இருக்கிறது இல்லையா?” அதில் ஒரு பக்கம் அங்குலமும் மறுபக்கம் செண்டிமீட்டர்களும் குறிக்கப்பட்டிருக்கும். இது உங்களுக்குத் தெரியும்தானே? 12 அங்குலம் கொண்டது ஓர் அடி. மாறாக 100 செ.மீ. கொண்டது ஒருமீட்டர். இரண்டில் எது எனிது?

“அடி”, “மீட்டர்” என்று பலகுரல்கள் எழுந்தன.

ஆசிரியர் பலகையில் அட்டவணையிட்டார்.

நீட்டலாவை

ஆங்கில மரபு		மெட்ரிக் அளவை	
12 அங்குலம்	= 1 அடி	10 மில்லி மீட்டர்	= 1 செண்டி மீட்டர்
660 அடி	= 1 பாலாங்கு	100 செண்டி மீட்டர்	= 1 மீட்டர்
8 பாலாங்கு	= 1 மைல்	1000 மீட்டர்	= 1 கிலோ மீட்டர்

“இரண்டில் எது எனிது?” என ஆசிரியர் கேட்க, மெட்ரிக் அளவை என்று உரத்த குரலில் பதில் கிடைத்தது.

நிறுத்தலளவை

ஆங்கில மரபு	மெட்ரிக் அளவை		
28.35 கிராம்	$=1$ அவுண்ஸ்	1000 மில்லிகிராம்	$=1$ கிராம்
16 அவுண்ஸ்	$=1$ பவுண்டு	1000 கிராம்	$=1$ கிலோ கிராம்
2000 பவுண்டு	$=1$ (சிறு) டன்	1000 கிலோ கிராம்	$=1$ டன்

மீண்டும் கேள்வி, எது எனிது? உரத்த பதில், மெட்ரிக் அளவை.

முகத்தலளவை

ஆங்கில மரபு	மெட்ரிக் அளவை		
29.6 மிலி.	$=1$ திரவ அவுண்ஸ்	1000 மில்லி லிட்டர்	$=1$ லிட்டர்
20 திரவ அவுண்ஸ்	$=1$ பைன்ட்	1000 லிட்டர்	$=1$ கிலோ லிட்டர்
2 பைன்ட்	$=1$ குவார்ட்		
4 குவார்ட்	$=1$ காலன்		

ஆசிரியர் ஏதும் கேட்கும் முன்னரே, மெட்ரிக் அளவை, மெட்ரிக் அளவை என்ற சூச்சல்.

ஆம், பத்தின் மடங்குகள் நமக்கு மிகச் சுலபமானவை அல்லவா? நம் வாழ்க்கையில் நாம் மிக மிக அதிகம் பயன்படுத்தும் என்கள் எவை என்று யாரும் கேட்டால் விடை நிச்சயம் ஒன்றுமுதல் பத்துவரையுள்ள எண்களோடு 100 மற்றும் 1000 ஆகும்.



4.1.1 அளவைகள் – மீன்பார்வை

பெரும்பாலும் நாம் வாழ்க்கையில் சந்திக்கும் அளவைகள் வர்த்தகத்தைச் சார்ந்தவை – அதாவது, கடையில் பொருட்கள் வாங்கப் பயன்படுபவை. சில பொருட்களை நாம் எண்ணிக்கையாக வாங்குகிறோம். 4 சாக்லேட், 5 மைசூர்பாகுகள், 2 ஜஸ்கிரி, 6 வாழைப்பழம் என்று எண்ணிக்கையைக் கூறி விலை பேசுகிறோம். ஆனால், துணியின் நீளம் அளந்து வாங்கப்படுகிறது. காய்கறி, அரிசி, பருப்பு போன்ற மளிகை சாமான் எல்லாம் அவற்றின் எடை அளந்து வாங்கப்படுகின்றன. திரவப் பொருட்களான பால், எண்ணொய் எல்லாம் கொண்டு வாங்கப்படுகின்றன.

நீளத்தை மீட்டர் என்ற அலகு கொண்டும், எடையைக் கிராம் என்ற அலகு கொண்டும், கொள்ளளவை லிட்டர் என்ற அலகு கொண்டும் அளவிடுகிறோம்.

- ஒரு மீட்டர் நீளம் எவ்வளவு என்பதைக் கைகள் மூலம் காட்டுக.
- கிட்டத்தட்ட ஒரு கிராம் எடையுள்ள பொருட்களைப் பட்டியலிடுக.
- ஏதாவது ஒரு பாட்டிலை எடுத்து அதில் ஒரு லிட்டர் நீர் நிரப்ப இயலுமா என்று பரிசோதிக்க.



ஒரு மீட்டர் நீளம் எவ்வளவு தூரம் என்று தெரிந்தவுடன் பள்ளியிலிருந்து வீடு செல்லும் தூரம் மீட்டர் கணக்கில் மிகப்பெரிது என்று புரிந்துவிடும். அதுபோலவே, பெள்ளிலின் நீளம் மீட்டர் அளவில் மிகச் சிறியது என்று தெரிந்து கொள்கிறோம்.

அதுபோலவே, அரிசி வாங்குகையில் கிராம் என்ற அளவு மிகச் சிறியதாகவும், தங்கம் வாங்குகையில் மிகப் பெரியதாகவும் அமைகிறது. ஒரு குவளையில் உள்ள நீர் லிட்டர் கணக்கில் குறைவாகவும் ஒரு குட்டையில் உள்ள நீர் லிட்டர் கணக்கில் அதிகமாகவும் இருக்கும்.

ஒரு மீட்டர், ஒரு கிராம், ஒரு லிட்டர் என்ற அளவைகள் அனைவரும் எளிதில் புரிந்து பயன்படுத்தும் அளவுகளாக இருந்தாலும்கூட, தேவைக்கேற்ப அவற்றின் பல மடங்குகளையும், பல சிறு பகுதிகளையும் நாம் பயன்படுத்துகிறோம். இதுவே மெட்ரிக் அளவைகளின் அடிப்படையாகும்.

முழுமையான மெட்ரிக் அளவை இதோ

1000 மீட்டர்	= 1 கிலோ மீட்டர்
100 மீட்டர்	= 1 ஹெக்டா மீட்டர்
10 மீட்டர்	= 1 டெகா மீட்டர்
	1 மீட்டர்
$\frac{1}{10}$ மீட்டர்	= 1 டெசி மீட்டர்
$\frac{1}{100}$ மீட்டர்	= 1 செண்டி மீட்டர்
$\frac{1}{1000}$ மீட்டர்	= 1 மில்லி மீட்டர்

இது போலவே
கிராம் மற்றும்
லிட்டர்
அட்டவணைகளை
நீங்களே தயார்
செய்யலாம்.



இவற்றில் ஹெக்டா மீட்டர், டெகா மீட்டர் மற்றும் டெசி மீட்டர் என்ற அளவுகள் தினசரிப் பழக்கத்தில் பெரும்பாலும் கிடையாது.

நீளத்தை அளக்க கிலோ மீட்டர், மீட்டர், செண்டி மீட்டர் மற்றும் மில்லி மீட்டர், எடையை அளக்க கிலோ கிராம் மற்றும் கிராம், கொள்ளளவை அளக்க கிலோ லிட்டர் மற்றும் லிட்டர் – இவையே பெரிதும் வழக்கத்தில் உள்ளன.

செயல்பாடு

மாணவர்கள் கடைகளிலிருந்து சேகரிக்கப்பட்ட பற்றுச் சீட்டுக்களிலிருந்து நீட்டல், நிறுத்தல், முகத்தல் அளவைகளை வகைப்படுத்துக.

பயிற்சி 4.1

- ஒரு வாளிக் கொள்ளளவுத் தண்ணீரை அளக்க லிட்டர் / மில்லி லிட்டர் இவற்றில் எதனைப் பயன்படுத்துவது சிறந்தது?
- கோழி முட்டையின் எடை தோராயமாக என்னவாக இருக்கும்?
- ஒரு புடலங்காயின் நீளம் தோராயமாக எவ்வளவு இருக்கலாம்?
- உங்களுக்கு ஒரு கிலோமீட்டர் தூரம் நடக்க எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்?

4.2 அளவைக் கணக்குகள்

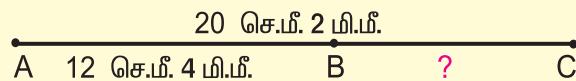
எந்த அளவையாக இருந்தாலும் அவையும் எண்கள்தாம். ஆகவே, அவற்றை வழக்கம்போல் சூட்டலாம், கழிக்கலாம், பெருக்கலாம், வகுக்கலாம்.

வழக்கமாகச் சில அளவுகள் மேலின (கிலோ) எண்ணிக்கையிலும், சில அளவுகள் கீலின (பில்லி) எண்ணிக்கையிலும் தேவைக்கேற்ப எடுத்துரைக்கப்படும். அவை அனைத்தையும் கீலினமாக மாற்றிவிட்டால் எல்லாமே ஒரே அளவாகிவிடும். பின், சூட்டலாம் / கழிக்கலாம், ஓர் எண்ணால் பெருக்கலாம் / வகுக்கலாம் .

எடுத்துக்காட்டு :

1

A,B,C என்ற புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் உள்ளன. AB= 12 செ.மீ. 4 மிமீ., AC= 20 செ.மீ. 2 மிமீ. எனில் BC= ?



தீர்வு :

$$\begin{aligned} AC &= 20 \text{ செ.மீ.} 2 \text{ மிமீ.} = (20 \times 10) \text{ மிமீ.} + 2 \text{ மிமீ.} = 202 \text{ மிமீ.} \quad 10 \text{ மிமீ.} = 1 \text{ செ.மீ.} \\ AB &= 12 \text{ செ.மீ.} 4 \text{ மிமீ.} = (12 \times 10) \text{ மிமீ.} + 4 \text{ மிமீ.} = 124 \text{ மிமீ.} \\ BC &= AC - AB \\ &= 202 \text{ மிமீ.} - 124 \text{ மிமீ.} = 78 \text{ மிமீ.} \\ &= 7 \text{ செ.மீ.} 8 \text{ மிமீ.} \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு :

2

ஒரு குழந்தைக்கு 200 மிலி பால் வீதம், 40 குழந்தைகள் கொண்ட வகுப்பில் எல்லாக் குழந்தைகளுக்கும் பால் தர வேண்டுமென்றால் எத்தனை லிட்டர் பால் வாங்க வேண்டும் ?

தீர்வு : ஒரு குழந்தைக்கு 200 மிலி

$$40 \text{ குழந்தைகளுக்கு } 40 \times 200 = 8000 \text{ மிலி},$$

அதாவது 8 லிட்டர் பால் தேவை.

$$1000 \text{ மிலி} = 1 \text{ லிட்டர்}$$

எடுத்துக்காட்டு :

3

ஒரு நாள் சாப்பாட்டிற்கு எங்கள் வீட்டில் 350 கிராம் அரிசி செலவாகிறது. இன்று நான் 5 கிலோ அரிசி வாங்கி வந்தேன். இன்னும் எத்தனை நாட்களுக்கு நாங்கள் கவலைப்படாமல் சாப்பிடலாம் ?

தீர்வு :

$$5 \text{ கிலோ} = 5000 \text{ கிராம்.}$$

$$1000 \text{ கிராம்} = 1 \text{ கிலோ}$$

$$5000 \text{ த்தை } 350 \text{ ஆல் வகுத்தால் ஈவு } 14, \text{ மீதி } 100 \text{ எனக் கிடைக்கிறது.}$$

$$\frac{350}{350} \overline{)5000(14}$$

$$\text{அதாவது, } 14 \text{ நாட்களுக்குப் பிறகு } 100 \text{ கிராம் அரிசி மட்டுமே மிஞ்சம்.}$$

$$\frac{1500}{1500}$$

$$\text{அப்பொழுது மீண்டும் அரிசி வாங்க வேண்டும்.}$$

$$\frac{1400}{1400}$$

$$\frac{100}{100}$$



பயிற்சி 4.2

- கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.
 (i) 1 செ.மீ. = _____ மி.மீ. (ii) 3 கி.மீ. = _____ மீ.
 (iii) 1.5 மீ. = _____ செ.மீ. (iv) 750 மீ. = _____ கி.மீ.
 (v) 5 செ.மீ. 3 மி.மீ. = _____ மி.மீ.
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கீழின அலகுகளாக மாற்றுக.
 (i) 4 கி.மீ. 475 மீ. (ii) 10 மீ. 35 செ.மீ. (iii) 14 செ.மீ. 7 மி.மீ.
- ஒரு சட்டைக்கு 2 மீ. 25 செ.மீ. நீளமுள்ள துணி தேவைப்படுகிறது எனில் 12 சட்டைகளுக்குத் தேவையான துணியின் நீளம் காண்க.
- ஒருவர் தன்னிடம் உள்ள 3 மீ. 2 செ.மீ.; 2 மீ. 15 செ.மீ.; 7 மீ. 25 செ.மீ. நீளமுள்ள கம்பிகளையும் ஒரே கம்பியாக இணைத்தால் கிடைக்கும் கம்பியின் நீளம் எவ்வளவு?
- கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக : -
 (i) 2000 கிராம் = _____ கி.கி. (ii) 7 கி.கி. = _____ கிராம்.
- கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கீழின அலகுகளாக மாற்றுக.
 (i) 10 கி. 20 செ.கிராம் (ii) 3 கி.கி. 4 கிராம்
- சலீம் என்பவரிடம் 4 கி.கி. 550 கிராம்; 9 கி.கி. 350 கிராம்; 4 கி.கி. 250 கிராம் எடையுள்ள மூன்று இரும்புக் குண்டுகள் உள்ளன எனில் அவற்றின் மொத்த எடை என்ன?
- ஒரு இரும்பு நாற்காலியின் எடை 5 கி.கி. 300 கி. எனில் 7 இரும்பு நாற்காலிகளின் எடை என்ன?
- 100 கி.கி. எடையுள்ள சாக்கரையை 500 கிராம் எடை அளவுள்ள பைகளில் அடைத்தால் தேவைப்படும் பைகளின் எண்ணிக்கை என்ன?
- இரண்டு பாத்திரங்களில் உள்ள தண்ணீரின் அளவு 14 லி. 750 மி.லி. மற்றும் 21 லி. 250 மி.லி. எனில் இரண்டு பாத்திரங்களிலும் உள்ள மொத்த நீரின் அளவு என்ன?
- ஜமால் என்பவரின் கடையில் 75 லி. நல்லெலன் ஜெய் இருக்கிறது. 37 லி. 450 மி.லி. நல்லெலன் ஜெயை விற்ற பிறகு மீது உள்ள நல்லெலன்ஜெயின் அளவு எவ்வளவு?
- ஒரு குடுவையில் உள்ள அமிலத்தின் அளவு 250 மி.லி. எனில் 20 குடுவைகளில் எத்தனை லிட்டர் அமிலம் இருக்கும்?

செயல்பாடு

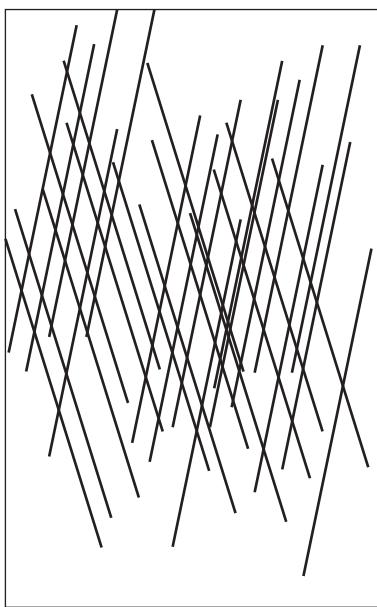
பின்வருவனவற்றை பொருத்துக

- இருநகரங்களிடையேயான தொலைவு - கிலோகிராம்
- கேனிலிழுள்ள எண்ணெய் - கிலோமீட்டர்
- புடவை - மில்லி கிராம்
- காதணியின் எடை - மீட்டர்
- அரிசி மூட்டை - லிட்டர்

5. புள்ளி, கோடு, கோட்டுத்துண்டு, தளம் (Point, Line, Line Segment and Plane)

வாணியும் செல்வியும் நீளமான பல குச்சிகளைத் தரையில் கொட்டி விளையாடத் தயாராயினார். செல்விக்கு விளையாட வாய்ப்புக் கிடைக்கும்போது, அவள் ஒரே ஒரு குச்சியை எடுக்க வேண்டும். அதை எடுக்கையில் மற்றக் குச்சிகள் அசைந்துவிட்டால் ஆட்டமிழந்து விடுவாள். அட, இது வித்தியாசமான விளையாட்டுதான்.

விளையாட்டை இரசிக்கும் மூன்றாவது நபரின் மனதில் பல கேள்விகள் எழுந்தன. இதோ அவற்றில் சில. உங்களால் பதிலளிக்க முடிகிறதா?



- ▶ குச்சிகளைல்லாம் கோட்டுத்துண்டுகள்தானே, இவற்றை வைத்து என்னவெல்லாம் செய்யலாம்?
- ▶ கோட்டுத்துண்டுகளை நீட்டிக் கொண்டே போனால் எவ்வளவு தூரம் போகலாம்? உலகிலேயே நீளமான கோடு எது?
- ▶ நம் ஊரில் ஒரு கம்பம் நட்டால், அது எவ்வளவு உயரம் இருக்கும்? வானத்தைப் பின்துகொண்டு போனால், எது வரை போகும்? பூமிக்குள் ஓட்டைபோட்டு அதைச் செலுத்தினால் மறுபறும் வருமா?
- ▶ கோடுகளை உடைத்துக்கொண்டே வந்தால் இறுதியில் என்ன கிடைக்கும்?
- ▶ தண்டவாளங்கள், நம் தலைக்குமேலே செல்லும் மின்சாரக் கம்பிகள் எல்லாம் அக்கம் பக்கத்தில் ஒன்றையொன்று தொடாது. ஆனால், நட்புடன் போய்க் கொண்டே இருக்கின்றனவே, அவை எங்கேயாவது சந்திக்குமா?
- ▶ கோட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்டு கோபுர வடிவங்களை உருவாக்கலாம்; வட்டம் வரைய முடியுமா?

இதுபோன்ற கேள்விகளுக்கு விடை தேடும் கணித ரீதியான முயற்சியே வடிவியல். வடிவங்கள் எவ்வாறு உருவாகின்றன, அவற்றை எவ்வாறு அமைக்கலாம் என்று வடிவியல் ஆராய்கிறது.

நமக்கு ஏற்கெனவே பல விதமான கோடுகள் தெரியும். சில சிறியவை, சில பெரியவை, சில சந்திப்பவை, சில சந்திக்காமல் செல்பவை. சில நீண்டு கொண்டே செல்பவை. சிறிய கோடுகளுக்கு நம்மால் அளந்து பார்க்குமளவு நீளம் உண்டு. நீளமே இல்லாத மிக மிக மிகச்சிறிய கோடு உண்டா? அதன் நீளம் 0 செ.மீ. என்றானே இருக்க வேண்டும்! அப்படிப்பட்ட கோட்டைப் 'புள்ளி' என்றாம் கருதலாம்.

ஆக, கோடு என்பது புள்ளிகளால் ஆனது எனலாம். குறிப்பிட்ட நீளமுள்ள கோட்டினை 'கோட்டுத்துண்டு' எனவும், முடிவில்லாமல் நீண்டு கொண்டே போவதைக் 'கோடு' எனவும், ஒரு புறம் மட்டும் நீண்ட கோட்டைக் 'கதிர்' எனவும் பெயரிடலாம்.

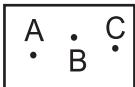


5.1 புள்ளிகள் (Points)

புள்ளி என்பது நமக்குப் புதிய கருத்து அல்ல. ஏனெனில், நமது வீடுகளின் முற்றத்தில் தினாந்தோறும் அல்லது பொங்கல் போன்ற பண்டிகை நாட்களில் புள்ளிகளை இணைத்தோ அல்லது புள்ளிகளை மையப்படுத்தியோ கோலமிடுவதைப் பார்த்திருக்கலாம்.

புள்ளி என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையினைக் குறிக்கும்

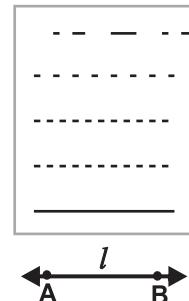
நாம் பயன்படுத்தும் பென்சில்கள், பேனாக்களின் முனை அளவு கூட புள்ளிகள் இருக்காது. எனவே, புள்ளிக்கு குறிப்பிட்ட நீளம், அகலம், உயரம் மற்றும் அடர்த்தி எதுவும் கிடையாது.



புள்ளிகளைப் பொதுவாக A, B, C போன்ற ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்.

5.2 கோடு (Line)

அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களைக் கூர்ந்து கவனிக்கவும். புள்ளிகளுக்கிடையே உள்ள இடைவெளி குறையக் குறைய புள்ளிகள் ஓன்றோடொன்று இணைந்து ஒரு கோடாக மாறுகிறது. எனவே, கோடு என்பது மிக நெருக்கமாக ஒரு குறிப்பிட்ட நேர் வரிசையில் அமையும் புள்ளிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.

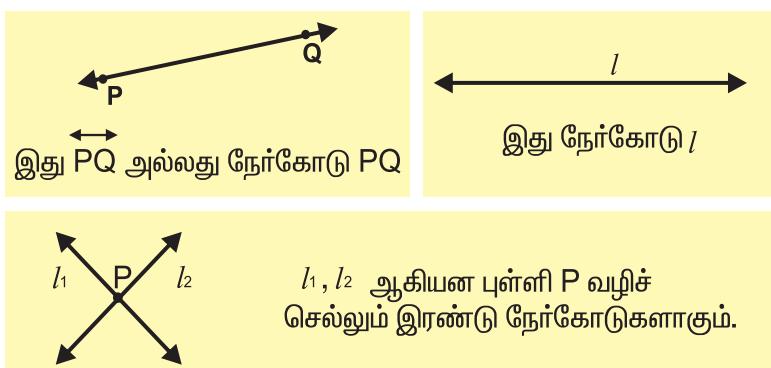


ஒரு தாளில் A, B என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்க. அப்புள்ளிகள் வழியே செல்லுமாறு ஒரு கோட்டினை அளவுகோலைக் கொண்டு வரைக. இதுவே நேர்கோடு ஆகும்.

இதனை \overleftrightarrow{AB} அல்லது கோடு 'l' என்று குறிப்பிடலாம். நேர்கோட்டை \overleftrightarrow{AB} எனக் குறிப்பிடும்போது, கோடானது

- A, B என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்கிறது எனவும்,
- A,B என்ற புள்ளிகளுக்கு இருபுறமும் தொடர்ந்து செல்கிறது எனவும் பொருள்படும்.

கீழுள்ள நேர்கோடுகள் பெயரிடப்பட்டிருப்பதைக் கவனிக்க.



செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

- * நேர்கோடு XY வரைக
- * ஒரு நேர்கோடு வரைந்து அதில் A, B, C ஆகிய 3 புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.
- * புள்ளி R வழிச் செல்லுமாறு ஏதேனும் 3 நேர்கோடுகளை வரைக.

5.3 கதிர் (Ray)

ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் இருந்து வரையப்படும் கோடு கதிர் எனப்படும்.



- (i) கதிரின் தொடக்கப் புள்ளி A,
- (ii) கதிர் A, B என்ற புள்ளி வழியே செல்கின்றது எனவும்
- (iii) B என்ற புள்ளி வழியாகத் தொடர்ந்து செல்கின்றது எனவும் பொருள்ளும்.

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

1) கதிர் XY வரைக

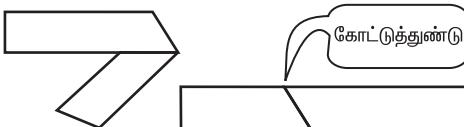
2) புள்ளி Pயிலிருந்து

$\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{PD}$ வரைக.

கதிர் என்பது ஒரு புள்ளியில் தொடங்கி முடிவில்லாமல் செல்லும் நேர்கோடு ஆகும்.

5.4 கோட்டுத்துண்டு (Line Segment)

ஒரு தாளை மடித்து மீண்டும் நேராக்கிப் பார்த்தால், மடிக்கப்பட்ட பகுதி ஒரு கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.



\overline{AB} என்ற நேர்கோட்டின்மீது X, Y, Z என்ற புள்ளிகளைக் குறிக்க.



நேர்கோட்டில் ஒரு பகுதியான AX ஐ எடுத்துக் கொண்டால், இது Aஇல் தொடங்கி Xஇல் முடிவடைகிறது. எனவே, இதற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நீளம் உள்ளது. இதுவே நேர்கோட்டுத் துண்டு எனப்படும். இதை கோட்டுத் துண்டு AX எனக் குறிப்பிடலாம். மேற்கண்ட படத்தில் உள்ள மேலும் சில நேர்கோட்டுத் துண்டுகள் AY, AB, XY, XB, YB, XZ ஆகும்.

எனவே, கோட்டுத் துண்டு என்பது நேர்கோட்டின் ஒரு பகுதி. மேலும், இதற்கு ஒரு தொடக்கப் புள்ளியும், ஒரு முடிவுப் புள்ளியும் உள்ளது. நேர்கோட்டுத்துண்டுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட நீளம் உள்ளது.

5.5 தளம் (Plane)

நேர்கோடுகள், புள்ளிகள், கதிர்களை நாம் ஒரு தாளிலோ அல்லது கரும்பலகையிலோ குறிப்போம் அல்லவா? அதுபோலத் தரை, சுவர், கரும்பலகை, அட்டை, மேசையின் மேற்பகுதி போன்றவை தளங்களின் பகுதிக்கு (plane segment) உதாரணங்கள் ஆகும்.

ஆனால், தளம் என்பது அனைத்துத் திசைகளிலும் முடிவில்லாத எல்லைகளைக் கொண்டது.

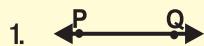
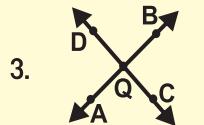
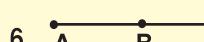


தளத்தை அமைக்க குறைந்தபட்சம் எத்தனை புள்ளிகள் தேவை? ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாத மூன்று புள்ளிகள் இருந்தால் போதுமானது.

விவாதிக்க :

3 பெங்சில்களை 3 மாணவர்கள் ஒரே திசையில் வைத்துக் கொண்டார்கள் எனில், அதன் முனைகள் மீது படியுமாறு ஒரு நோட்டுப் புத்தகத்தை வைக்கலாம். இப்போது 3 பெங்சில்களும் ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறு பிழித்துக் கொண்டால் நோட்டுப் புத்தகமானது அதன்மீது நிலையாக நிற்க முடிகிறதா? ஏன்?

பயிற்சி 5.1

1.  என்பது ஓர் _____
2.  என்ற நேர்கோட்டில் உள்ள புள்ளிகள் _____
3.  AB, CD என்ற நேர்கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி _____
4.  இன் பெயர் _____
5.  இல் Q என்பது _____
6.  இல் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகளை எழுதுக.

5.6 புள்ளிகளுக்கும் கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பு

5.6.1 ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள்

கீழுள்ள சூற்றறைக் கவனிக்கவும்.

1. A, B என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைக.

A • • B

2. A, B, C என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைய முடியுமா எனப் பார்க்கவும்.

A • • B • C

3. P, Q, R என்ற புள்ளிகளின் வழியே நேர்கோட்டை வரைக.

P • Q • R •

A, B என்ற இரு புள்ளிகள் வழியாக நேர்கோடு வரைய முடிகிறது.

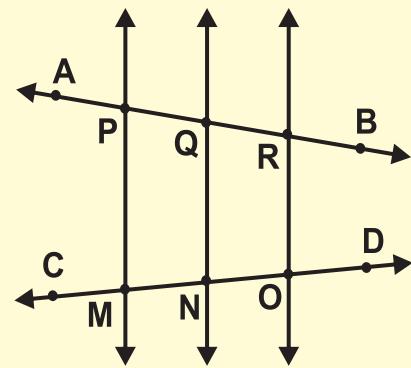
A, B, C ஒரே நேர்கோட்டில் அமையாததால் அவற்றின் வழியே நேர்கோடு வரைய முடியவில்லை. ஆனால் P, Q, R ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளதால் அவற்றின் வழியே நேர்கோடு வரைய முடிகிறது. P, Q, R ஆனது ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும். எனவே, கீழுள்ள சூற்றுகள் மெய்யாகின்றன.

- 1 எந்த ஒரு சோடி புள்ளிகளின் வழியாகவும் ஒரு நேர்கோடு வரைய முடியும்.
- 2 மூன்று புள்ளிகளின் வழியே எப்போதும் ஒரு நேர்கோடு வரைய இயலாது.
- 3 ஆனால் ஒரு வரிசையில் அமைந்துள்ள மூன்று புள்ளிகள் வழியே ஒரு நேர்கோடு வரைய முடியும்.

ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் ஒருகோடமைப் புள்ளிகள் எனப்படும்.

தெரிந்து கொள்ளுங்கள் :

1. சூரிய கிரகணம், சந்திர கிரகணத்தின் போது சூரியன், சந்திரன், பூமி ஆகிய மூன்றும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.
2. கடிகாரத்தில் நேரம் 6 மணி ஆக இருக்கும்போது 12, 6 மைப்புள்ளி ஆகிய மூன்றும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.



படத்தில் ஒரு கோடுமைப் புள்ளிகள் எவை?

தீர்வு :

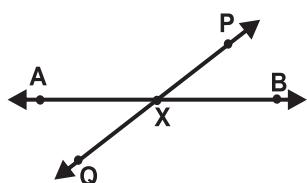
1. AB என்ற நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு கோடுமைப் புள்ளிகள் P, Q, R.
2. CD என்ற நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு கோடுமைப் புள்ளிகள் M, N, O.

செயல்பாடு

புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி (1) ஒரு கோடு, (2) ஒரு கோட்டுத் துண்டு, (3) ஒரு கோட்டுக் கதிர் வரைக. பின்வருவனவற்றிற்கு விடையளிக்க:

5.6.2 இணை கோடுகள்(Parallel lines)

கீழே உள்ள நேர்கோடுகளைக் கவனிக்க :-

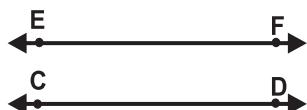


- (i) ஒரு கோட்டிற்கு முடிவு உண்டா?
- (ii) ஒரு கோட்டுத் துண்டிற்கு எத்தனை முடிவுப் புள்ளிகள் உள்ளன?
- (iii) ஒரு கோட்டுக் கதிருக்கு முடிவுப் புள்ளி உண்டா?

\overline{AB} , \overline{PQ} என்ற கோடுகள் X என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன.

X என்பது இரு நேர்கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி ஆகும்.

மேலும், அக்கோடுகளை வெட்டும் கோடுகள் (intersecting lines) எனலாம்.



\overline{CD} , \overline{EF} என்ற கோடுகள் எந்தப் புள்ளிகளிலும் சந்திக்கவில்லை. அவை இணைகோடுகள் ஆகும்.



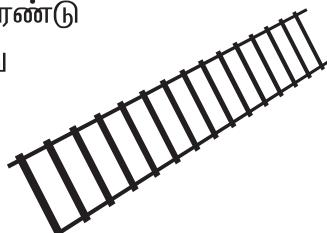
\overline{PQ} , \overline{RS} என்ற நேர்கோடுகள் படத்தில் எந்தப் புள்ளியிலும் சந்திக்கவில்லை. ஆனால், அவை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும். ஏன்?

- ▶ இணையில்லாக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.
- ▶ ஒன்றையொன்றை வெட்டிக்கொள்ளாத கோடுகள் இணைகோடுகள் எனப்படும்.

ஒரு தொடர் வண்டியின் இருப்புப் பாதையைக் கவனிக்க. இரண்டு தண்டவாளங்களும் ஒன்றையொன்று தொடாமல் செல்கிறது அல்லவா?

இது இணைகோட்டிற்கான எடுத்துக்காட்டு.

நோட்டுப்புத்தகத்தின் இரண்டு எதிரெதிர் விளிம்புகளும் இணைகோடுகளாகும்.



எடுத்துக்காட்டு :

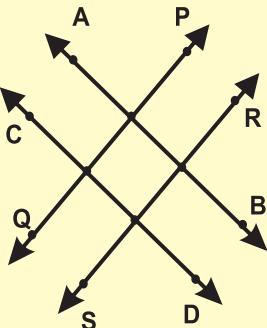
2

படத்தில் இணைகோடுகள் யாவை?

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :

வகுப்பறைச் சூழலில் இருந்து இணைகோடுகளுக்கான உதாரணங்களை பட்டியலிடுக.



தீர்வு:

\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} இணைகோடுகளாகும். அதே போல் \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{RS} ஆகியவைகளும் இணைகோடுகளாகும்.

இதனை $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$ எனவும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி எழுதலாம்.

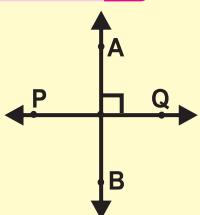
5.6.3 செங்குத்துக் கோடுகள் (Perpendicular lines)

கட்டிடங்கள் கட்டும்போது தூண்கள் செங்குத்தாக அமைந்திருப்பதைப் பார்த்திருப்பீர்கள். இத்துண்கள் எந்தப் பக்கமும் சாயாதவாறு உள்ளதைக் கவனித்திருப்பீர்கள் அல்லவா? இதுவே செங்குத்து எனப்படும் என்பதை முன்னரே அறிந்திருக்கிறோம்.

நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொண்று செங்குத்து என்பதை உண்ற குறியீட்டால் குறிப்பிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு :

3



படத்தில் \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{PQ} என்ற இரு கோடுகள் செங்குத்து என்பதை $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{PQ}$ எனக் குறிக்கலாம்.

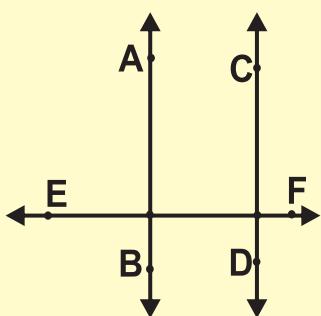
தெரிந்துகொள்ளுங்கள்:

கொடிக்கம்பங்கள், கைபேசி கோபுரங்கள், உயரமான கட்டிடங்கள் அனைத்தும் தரையோடு செங்கோணத்தை உண்டாக்குகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு :

4

படத்தில் இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக் கோடுகளைக் காண்க.



தீர்வு :

\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} ஆகியவை இணைகோடுகளாகும்.

அதாவது $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{EF} மற்றும் \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{EF} ஆகியவை செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகும்.

அதாவது $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EF}$ மற்றும் $\overrightarrow{CD} \perp \overrightarrow{EF}$

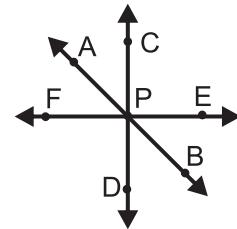
செயல்பாடு

ஆங்கில எழுத்துக்களில் (பெரிய எழுத்து) இணைகோடுகள், செங்குத்துக் கோடுகள் உள்ள எழுத்துக்களை அடையாளம் காண்க.

5.6.4 ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள்

எடுத்துக்காட்டு : 5

எதேனும் இரண்டு இணையற்ற கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும் என அறிந்திருக்கிறோம். மூன்றாவதாக அப்புள்ளி வழி செல்லுமாறு ஒரு நேர்கோடு வரைந்தால் அம்மூன்று நேர்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் எனப்படும். படத்தில் \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} ஆகியவை ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாகும். புள்ளி P ஆனது ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி எனப்படும்.



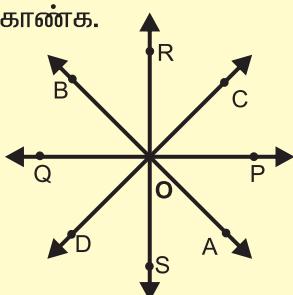
மூன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழி சென்றால் அவை ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் நேர்கோடுகள் எனப்படும். அப்புள்ளி, ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி (concurrent point) எனப்படும்.

- 1 எதிர் எதிர் சாலைகள் சந்திக்கும் சந்திப்பு, ஒரு புள்ளி வழியே செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டாகக் கொள்ளலாம்.
- 2 ஒரு வட்டத்திற்கு இரண்டிற்கு மேற்பட்ட விட்டங்கள் வரைந்தால் அவை அனைத்தும் வட்ட மையத்தில் சந்திக்கும். அவை அனைத்தும் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாகும்.
- 3 மரத்தால் ஆன மாட்டுவண்டிச் சக்கரத்தின் ஆரங்கள் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகளாக கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 6

கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் மற்றும் ஒரு புள்ளி வழி செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு :



\overline{AB} , \overline{CD} , \overline{PQ} , \overline{RS} ஆகியவை ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும். இவை அனைத்தும் புள்ளி O வழிச் செல்வதால் O ஆனது ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

செயல்பாடு

செய்து பார்க்க :
உங்கள் ஊரிலுள்ள சாலைச் சந்திப்பு அல்லது நீங்கள் உபயோகிக்கும் பொருட்களில் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் உள்ளதா எனப் பார்க்க.

விவாதிக்க:

E என்ற ஆங்கில எழுத்தை எடுத்துக் கொண்டால் இதில் இணைகோட்டுத்துண்டுகள், செங்குத்துக் கோட்டுத்துண்டுகள், வெட்டும் கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டுத் துண்டுகள் சந்திக்கும் புள்ளி போன்றவை அமைந்துள்ளதா என விவாதிக்க.

செயல்பாடு

குழு விளையாட்டு:

ஆசிரியர் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை வரிசையாக நிற்க வைக்கவேண்டும். இணைகோடுகள், செங்குத்துக்கோடுகள், எனக் கூறியவுடன் அதற்கேற்றவாறு மாணவர்கள் கைகளை நீட்டி, மடக்கிக் காட்ட வேண்டும். ஆசிரியர் விரைவாகக் கூறும்போது மாணவர்களும் அதற்கேற்றாற்போல் விரைவாகச் செய்யவேண்டும். தவறு செய்யும் மாணவர்கள் குழுவிலிருந்து நீக்கப்படுவர். இவ்வாறு வெளியேறியவர்கள் போக, எஞ்சியிருக்கும் மாணவரே வெற்றிபெற்றவராவார்.

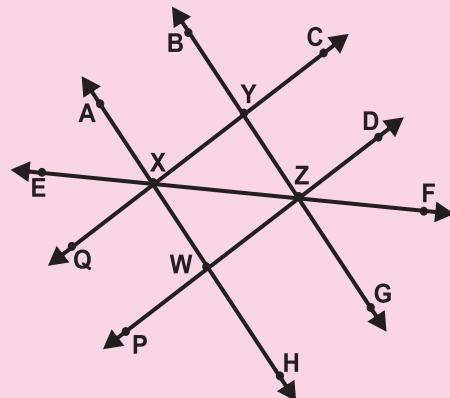


பயிற்சி 5.2

- புள்ளிகள் _____ அமைந்தால் அவை ஒருகோட்மைப் புள்ளிகள் எனப்படும்.
- முன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்தால் அதனை _____ என்கிறோம்.
- ஒரே புள்ளி வழிச் செல்லுமாறு _____ கோடுகள் வரையலாம்.
- கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகள் வழியே _____ கோடு வரையலாம்.

செயல்பாடு

- கொடுக்கப்பட்ட படத்தில்
 - வெட்டும் கோடுகள்
 - இணை கோடுகள்
 - ஒருகோட்மைப் புள்ளிகள்
 - ஒரு புள்ளிவழிச் செல்லும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகியவற்றைப் பட்டியலிடுக.



நினைவில் கொள்க

- புள்ளிகள் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையைக் குறிக்கும்.
- மிக நெருக்கமாகக் குறிப்பிட்ட வரிசையில் அமையும் புள்ளிகளின் தொகுப்பு, கோடு ஆகும்.
- நேர்கோடு என்பது இருபறமும் தொடர்ந்து செல்லும்.
- கதிர் என்பது ஒரு தொடக்கப் புள்ளியைக் கொண்ட கோடு ஆகும்.
- கோட்டுத் துண்டு என்பது கொடுக்கப்பட்ட இருபுள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்டது ஆகும்.
- தளம் என்பது அனைத்துத் திசைகளிலும் முடிவில்லாத எல்லைகளைக் கொண்டது.
- இணையற் ற இரு நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.
- வெட்டிக் கொள்ளாத இரு நேர்கோடுகள் இணைகோடுகள் ஆகும்.
- இரு நேர்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் செங்கோணம் எனில், அவை செங்குத்துக் கோடுகள் ஆகும்.
- முன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையும் எனில், அவை ஒரு கோட்மைப் புள்ளிகள் எனப்படும்.
- முன்று அல்லது மூன்றுக்கும் மேற்பட்ட நேர்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் சென்றால், அவை ஒரு புள்ளி வழிக்கோடுகள் எனப்படும்.

6. செய்முறை வடிவியல் (Practical Geometry)

வாழ்க்கையில் தினம் நாம் பல வடிவங்களைப் பார்க்கின்றோம். இவ்வடிவங்களில் பல கோடுகளும், கோணங்களும் உள்ளன. பல வடிவங்களை நாம் படங்களாக வரைகின்றோம். படங்கள் வரைவதற்கு அளவுகோல், கவராயம், கவை, பாகைமானி, மூலை மட்டங்கள் போன்ற கருவிகளைப் பயன்படுத்துகின்றோம். இவை அனைத்தும் வடிவியல் கருவிப் பெட்டியில் உள்ளன.

6.1 வடிவியல் கருவிப் பெட்டி

வடிவியல் கருவிப் பெட்டியிலுள்ள உபகரணங்கள்

அளவுகோல், கவராயம், கவை, பாகைமானி அல்லது கோணமானி, ஒரு சோடி மூலை மட்டங்கள்

வ.எண்	படமும் பெயரும்	படக் குறிப்பு	பயன்கள்
1	அளவுகோல் 	ஒரு விளிம்பு சென்டி மீட்டர் அளவிலும், மற்றொரு விளிம்பு அங்குல அளவிலும் உள்ளது.	1. கோடுகள் வரைய. 2. கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களை அளக்க.
2	கவராயம் 	ஒரு பக்கம் கூரிய முனையும் மற்றொரு பக்கம் பென்சிலும் பொருத்தக்கூடிய ஒரு கருவி வட்டப்பகுதியை வரைய.	குறிப்பிட்ட அளவுள்ள வட்டம் அல்லது வட்டப்பகுதியை வரைய.
3	கவை 	இரு பக்கமும் கூரிய முனைகள்	1. கோட்டுத் துண்டின் நீளத்தை அளக்க. 2. கோட்டுத் துண்டுகளின் நீளங்களை ஓப்பிட.
4	கோணமானி 	1. அரைவட்ட வடிவில் உள்ளது. 0° யிருந்து 180° வரை இருப்புறம் தொடங்கி மறுப்பும் வரை கோண அளவு உள்ளது.	1. கோணங்களை அளக்க. 2. கோணங்களை வரைய.
5	மூலை மட்டங்கள் 	1. 45° , 45° , 90° கோண அளவுகள் உள்ள முக்கோண வடிவம் 2. 30° , 60° , 90° கோண அளவுகள் உள்ள முக்கோண வடிவம்.	1. செங்குத்துக் கோடுகள் வரைய. 2. இணைகோடுகள் வரைய.

நினைவில் கொள்ள வேண்டியது:

- வடிவியல் கருவியின் விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளை நல்ல நிலையில் வைத்திருக்க வேண்டும்.
- கவராயத்தில் பொருத்துவதற்கு ஒரு கூர்மூனைப் பென்சிலும், கோடு போடுதல், வரைதல் போன்றவற்றிற்கு மற்றொரு கூர்மூனைப் பென்சிலும் வைத்திருக்க வேண்டும்.
- ஒர் அழிப்பானும் (Eraser) பென்சிலைக் கூர்மையாக்கும் கருவியும் (Sharpener) வடிவியல் பெட்டியில் வைத்திருக்க வேண்டும்.



6.2 கோட்டுத் துண்டினை வரைதலும், அளத்தலும்

நாம் அறிவது :

- இரு புள்ளிகளை மிகக்குறைந்த தூரத்தின் மூலம் இணைக்கும் இணைப்பு கோட்டுத்துண்டு எனப்படும். ஆனால், ஒரு கோட்டிற்கு முடிவுப் புள்ளிகள் இல்லை.
- கோட்டுத் துண்டு (line segment) AB யை \overline{AB} என எழுதுகிறோம். இதனை AB எனவும் எழுதலாம்.
- கோட்டுத்துண்டு AB இன் நீளம் = கோட்டுத்துண்டு BA இன் நீளம் ($\overline{AB} = \overline{BA}$)
- கோட்டுத் துண்டின் நீளத்தை அளவுகோல், கடவு கொண்டு அளக்கலாம்.

கோட்டுத்துண்டு வரைதல் :

எடுத்துக்காட்டு :

1

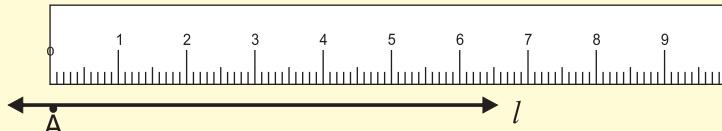
அளவுகோலின் உதவியோடு $AB = 5.8$ செ.மீ. அளவில் கோட்டுத்துண்டு AB வரைக.

படி : 1



i) | என்ற ஒரு கோடு வரைந்து, அதில் A என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.

படி : 2



கோட்டின் மீது, ஓர் அளவுகோலைப் பொருத்துக் கூடிய பொருத்துக் கோலின் பூச்சியமும் ஒரேபுள்ளி மீது அமையுமாறு பொருத்துக்.

படி : 3

i) A யிலிருந்து 5.8 செ.மீ. உள்ள இடத்தைக் கவனிக்க.

ii) 5.8 க்கு நேராக B என்று குறிக்க.

iii) $\overline{AB} = 5.8$ செ.மீ. இது தேவையான கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.

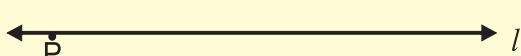


எடுத்துக்காட்டு :

2

அளவுகோல் மற்றும் கவராயம் உதவியோடு $\overline{PQ} = 2.5$ செ.மீ. அளவில் கோட்டுத்துண்டு PQ வரைக.

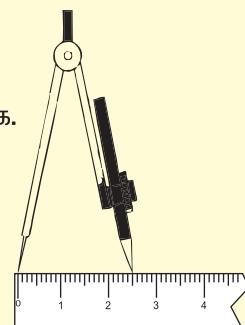
படி : 1



| என்ற ஒரு கோடு வரைந்து, அதில் P என்ற ஒரு புள்ளியைக் குறிக்க.

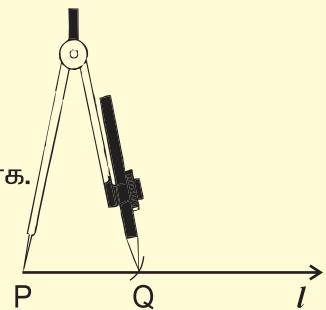
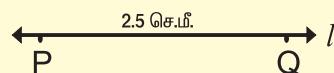
படி : 2

அளவுகோலில் கவராயத்தின் உதவியால் படத்தில் காட்டியபடி 2.5 செ.மீ. அளவு எடுக்க.



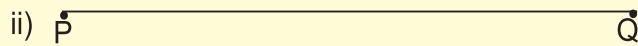
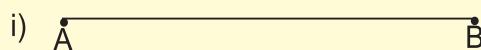
படி : 3

- கவராயத்தின் கூரான முனையை P என்ற புள்ளியின் மீது பொருத்துக.
- பெங்சிலின் மறு முனை கோடு l ல் வெட்டும் புள்ளியை Q எனக.
- $\overline{PQ} = 2.5$ செ.மீ. இது தேவையான கோட்டுத்துண்டு ஆகும்.

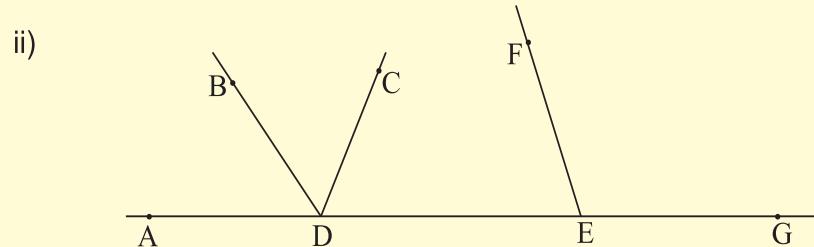
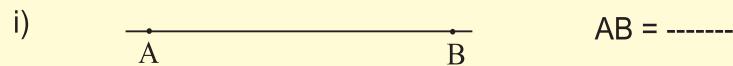


பயிற்சி 6.1

- அளவுகோலையும் மற்றும் கவராயத்தையும் பயன்படுத்திக் கீழுள்ள கோட்டுத்துண்டுகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக:



- பின்வரும் கோட்டுத்துண்டுகளை அளந்து எழுதுக.



$$AD = \text{_____}$$

$$BD = \text{_____}$$

$$CD = \text{_____}$$

$$AE = \text{_____}$$

$$DE = \text{_____}$$

$$EF = \text{_____}$$

$$EG = \text{_____}$$

$$DG = \text{_____}$$

$$AG = \text{_____}$$

- அளவுகோலை மட்டும் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு கோட்டுத்துண்டுகளை வரைக.

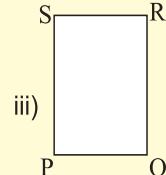
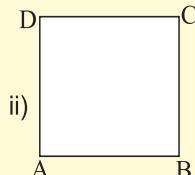
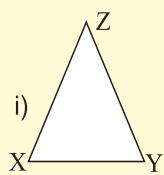
i) $CD = 7.5$ செ.மீ. ii) $MN = 9.4$ செ.மீ. iii) $RS = 5.2$ செ.மீ.

- அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு கோட்டுத்துண்டுகள் வரைக.

i) $XY = 7.8$ செ.மீ. ii) $PQ = 5.3$ செ.மீ. iii) $AB = 6.1$ செ.மீ.



5. கோடுக்கப்பட்ட உருவங்களின் சுற்றளவைக் காண்க.



செயல்பாடு

1. உன்னுடைய விருப்பத்திற்கேற்ப நோகோடுகளைப் பயன்படுத்தி (முடிய வடிவம்) வடிவம் வரைக. அவ்வடிவத்தின் நீளம் மற்றும் சுற்றளவைக் காண்க.
2. உன்னுடைய வடிவியல் கருவிப் பெட்டியிலிருந்து 2 மூலை மட்டங்களை ஒன்றோடு ஒன்று பொருத்தி அந்த வடிவத்தினை ஒரு பேப்பரில் வரைந்து கொள்க. பின் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் அளவினையும், மொத்த நீளத்தையும் காண்க.
3. ஒரு தாளில் மூன்று புள்ளிகளை குறித்து அவற்றிற்கு பெயரிடுக. பின் புள்ளிகளை இணைக்க. ஒவ்வொரு இரண்டு புள்ளிகளுக்கிடையேயான தொலைவை அளந்து எழுதுக.

விடைகள்

பயிற்சி 1.1

- 1) (i) ஆயிரம், 20 ஆயிரம் (ii) 12 , 27 (iii) 1 லட்சம், 30 லட்சம் (iv) 2 கோடி, 5 கோடி 1 லட்சம்
(v) 97 , 109 (இதுபோன்று பல விடைகள் எழுதலாம்)
- 2) (i) நானூறு, எட்டாயிரம், முப்பதாயிரம், பத்து லட்சம், இருபது கோடி (எறுவரிசையில்)
இருபது கோடி, பத்து லட்சம், முப்பதாயிரம், நானூறு (இறங்குவரிசையில்)
(ii) 99, 8888 , 23456 , 55555 , 111111 (எறுவரிசையில்)
111111 , 55555 , 23456 , 8888 , 99 (இறங்குவரிசையில்)

பயிற்சி 1.2

- 1) பத்தாயிரம் , ஆயிரம் , நாறு , பத்து , ஒன்று 2) முடிவில்லை
- 3) (i) முடிவில்லை, (ii) முடிவில்லை, (iii) முடிவுண்டு

பயிற்சி 1.3

- 2) ஒரு லட்சம் = 100 ஆயிரங்கள் = 1,000 நாறுகள் = 10,000 பத்துகள் = 1,00,000 ஒன்றுகள்
- 3) ஒரு கோடி = 100 லட்சங்கள் = 10,000 ஆயிரங்கள்
- 4) ரூ. 10 லட்சம் (5) (i) 36 216 1296 (ii) 100 10,000 10,00,00,000
- 5) எண்பதாயிரம் > இருபதாயிரம் > பத்தாயிரம் ; பத்தாயிரம் < இருபதாயிரம் < எண்பதாயிரம்

பயிற்சி 1.4

- 1) சரி (7 லட்சம், 5 ஆயிரம் \times 2 = 14 லட்சம் 10 ஆயிரம்)
- 2) 10,000 போதும். (ஏனெனில் $462 \times 18 = 7668 < 10,000$)
7200 போதாது. (ஏனெனில் $462 \times 18 = 7668 > 7200$)
- 3) ரூ 100 ($5184 \div 52$ என்று செய்வதற்கு பதில் தோராயமாக $5200 \div 52 = 100$)
- 4) (i) 1,02,119 (ii) 94,941 (iii) 35,36,24,170.
- 5) (i) 67,290 (ii) 63,290 (iii) 61,290 (iv) 31,235 (v) 30,235 (vi) 29,935
- 6) (i) 1410 (ii) 26112 (iii) 985140 (iv) 56490 (v) 18522
- 7) (i) 856 (ii) 356 (iii) 897 (iv) 178 (v) 172
- 8) (i) 1000 (ii) 2000 (iii) 400 (iv) 500 (v) 50,505 (vi) 10,101

பயிற்சி 2.1

- 1) (i) 169 ii) 264 iii) 1300 (2) 3775 (3) (i) 6200 (ii) 2500 (iii) 650

பயிற்சி 2.2

- 1) (i) தவறு (ii) சரி (iii) சரி (iv) சரி (v) சரி
- 2) (i) இ) (ii) இ) (iii) அ) (iv) ஆ) (v) அ)
- 3) (i) 1,2,4,8 (ii) 1,3,5,15 (iii) 1,3,5,9,15,45 (iv) 1,11 ,121 (v) 1,2,7,14
- 4) 81, 84, 87, 90, 93, 96, 99 (5) (i) 25, 30, 35, 40, 45, 50 (ii) 30,40,50
- 6) (i) தவறு (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி
- 7) (i) அ) (ii) ஆ) (iii) ஈ) (iv) ஆ) (v) இ)
- 8) 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 (9) இருக்காது.



பயிற்சி 2.3

- 1) i) சரி ii) சரி iii) சரி

2) 64,8,112 3) சரி, 15ன் மடங்குகள் அணைத்தும் வகுபடும்.

4)

எண்கள்	வகுபடுந்தனம்									
	2	3	4	5	6	8	9	10	11	
918	ஆம்	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	
1,453	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	
8,712	ஆம்	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	
11,408	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	
51,200	ஆம்	இல்லை	ஆம்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	
732,005	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	
12,34,321	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	ஆம்	

5) 76043120, 9732, 98260, 431965, 1190184, 31795872, 32067, 12345670, 869484, 56010, 923593

பயிற்சி 2.4

- (i) 2×3 (ii) 3×5 (iii) 3×7 (iv) $2 \times 3 \times 5$ (v) 11×11 (vi) 5×29
 (vii) $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (viii) $2 \times 5 \times 17$ (ix) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ (x) $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$
- 3) 210 4) (iii) & (iv) 5) $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$
- 6) $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

பயிற்சி 2.5

- | | | | |
|---------------|--------------|--------------|------------------------|
| 1) i) சரி | ii) தவறு | iii) தவறு | iv) சரி |
| 2) i) (இ) | ii) (இ) | iii) (அ) | iv) (இ) |
| 3) i) 6 , 210 | ii) 34 , 102 | iii) 3 , 900 | iv) 12 , 432 |
| 4) 15கி.கி | 5) 24 | 6) 75செ.மீ. | 7) 8மணி 7 நிமி 12 நூடி |

பயிற்சி 2.6

- 1) (iv) 2) 39 3) 14 4) 108,
 5) (i) 72 (ii) 4 (iii) 48 (iv) 48 (v) (1, 162); (2, 324); ... (vi) 270

பயிற்சி 3.1

- (i) $\frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{30}{36}$ (ii) $\frac{9}{24}, \frac{15}{40}, \frac{21}{56}, \frac{6}{16}$ (iii) $\frac{6}{21}, \frac{14}{49}, \frac{12}{42}, \frac{16}{56}$
 iv) $\frac{6}{20}, \frac{9}{30}, \frac{12}{40}, \frac{15}{50}$ 2. $\frac{2}{5}, \frac{16}{40}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}$ 3. (i) $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{1}{3}$ (v) $\frac{5}{9}$
4. (i) 5 , 12 (ii) 35 , 12 (iii) 63 , 40

பயிற்சி 3.2

- (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{16}{19}$ (iv) $\frac{31}{34}$ (v) $\frac{37}{137}$
- (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{7} = 1$ (iii) $\frac{12}{13}$ (iv) $\frac{12}{7}$ (v) $\frac{81}{124}$ (vi) $\frac{13}{72}$
- (i) $\frac{8}{13}$ (ii) $\frac{3}{17}$ (iii) $\frac{1}{39}$ (iv) $\frac{64}{47}$ (v) $\frac{75}{107}$ (vi) $\frac{13}{122}$

பயிற்சி 3.3

1. (i) $\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{5}$ (iv) $\frac{4}{3}$ (v) $\frac{3}{2}$
2. (i) $\frac{17}{12}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{8}{5}$ (iv) $\frac{27}{8}$ (v) $\frac{17}{50}$ (vi) $\frac{33}{20}$
3. (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $\frac{17}{28}$ (v) $\frac{5}{9}$
4. (i) < (ii) > (iii) < (iv) > (v) = (vi) =
5. $\frac{4}{45}$ 6) $\frac{39}{56}$ 7) $1\frac{3}{4}$
8. (i) $\frac{2}{8}$ (ii) $\frac{1}{12}$ (iii) $\frac{7}{8}$ (iv) $\frac{11}{12}$ (v) $\frac{55}{26}$ (vi) $\frac{23}{56}$

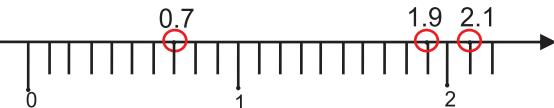
பயிற்சி 3.4

1. $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100}, \frac{1}{200}$ இவைபோன்று பல பின்னங்களை எழுதலாம்.
- 2) 20 ஆடுகள் 3) 750 பெரியவர்கள் 4) (i) $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{49}{5}$ (iii) $\frac{10}{3}$ (iv) $\frac{5}{4}$ (v) $\frac{31}{7}$
- 5) ₹ 5000, ₹ 10000 மற்றும் ₹ 15000 6) 90 கி.கி. 7) 1650

பயிற்சி 3.5

- 1) (i) $\frac{7}{10}$ (ii) 12 (iii) 0 (iv) $\frac{1}{10}$ (v) தசம புள்ளி
- 2) 23.4 69.2 82.8

தசம எண்	முழு எண் பகுதி	தசம பகுதி	தசம பகுதியின் மதிப்பு	எண் பெயர்
7.6	7	6	0.6	ஏழு ஒன்றுகள் மற்றும் பக்கில் ஆறு
28.5	28	5	0.5	இருபத்து எட்டு மற்றும் பக்கில் ஐந்து
24.0	24	0	0	இருபத்து நான்கு

- 4) (i) 124.6 (ii) 18.3 (iii) 7.4 5) 
- 6) (i) 0.2 (ii) 3.7 (iii) 786.3

பயிற்சி 3.6

- 1) (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு
- 2) (i) 23.18 (ii) 9.05
- 3) (i) 9 ஆயிரம் (ii) 6 நூறில் ஒன்றுகள் (iii) 3-ஒன்றுகள் (iv) 2 பத்தில் ஒன்றுகள்
 (i) 23.47 (ii) 137.05 (iii) 0.39

- 5) i) $106 + \frac{86}{100}$ (ii) $1 + \frac{2}{10}$ (iii) $76 + \frac{45}{100}$ (iv) $\frac{2}{100}$



பயிற்சி 3.7

- 1) (i) 10.75 (ii) 3.18 (iii) 8.58 (iv) 2.69
2) (i) 309.005 (ii) 300.61 3) (i) 2.966 (ii) 47.46
4. (i) 35.678 (ii) 30.742 (iii) 13.718 (iv) 444.16
(v) 5.023 (vi) 11.41 (vii) 22.48 (viii) 242.43
5. 239.97 6) 216.943 7) 49.26 8) 7.475 கி.கி. 9) 3.340கி.கி.

பயிற்சி 4.2

- 1) (i) 10 மி.மீ (ii) 3000.மீ (iii) 150 செ.மீ (iv) 0.75 கி.மீ. (v) 53 மி.மீ
2) (i) 4475 மீ (ii) 1035 செ.மீ . (iii) 147 மி.மீ 3) 27 மீ
4) 1242 செ.மீ (அல்லது) 12 மீ 42 செ.மீ
5) (i) 2 கி.கி (ii) 7000 கி 6) (i) 1020 செ.கி. (ii) 3004 கி. 7) 18 கி.கி150 கி
8) 37 கி.கி 100 கி 9) 200-பாக்கட் 10) 36விட்டர் 11) 37 விட்டர் 550 மி. விட்டர்
12) 5 விட்டர்

பயிற்சி 5.1

- 1) கோடு 2) A , B 3) Q 4) கதிர் 5) தொடக்கப் புள்ளி 6) AB; AC ; AD ; BC ; BD ; CD

பயிற்சி 5.2

- 1) ஒரு கோட்டில் 2) ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் 3) எண்ணற்ற 4) ஒரு
5) (அ) $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CQ}$, $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{DP}$, $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{BG}, \overrightarrow{CQ}$, $\overrightarrow{BG}, \overrightarrow{DP}$, $\overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{CQ}, \overrightarrow{EF}$,
 $\overrightarrow{DP}, \overrightarrow{EF}$
(ஆ) $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{CQ}, \overrightarrow{DP}$
(இ) \overrightarrow{AH} என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் A,X,W,H
 \overrightarrow{BG} என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் B,Y,Z,G
 \overrightarrow{CQ} என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் C,Y,X,Q
 \overrightarrow{DP} என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் D,Z,W,P
 \overrightarrow{EF} என்ற கோட்டில் ஒரு கோட்டுப் புள்ளிகள் E,X,Z,F
(ஈ) X என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{CQ} , \overrightarrow{EF}
Z என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் \overrightarrow{BG} , \overrightarrow{DP} , \overrightarrow{EF}

‘என்னால் முடியும், நான் செய்தேன்’

(‘I can, I did’)

மாணவர் கற்றல் செயல்பாடுகள் பதிவேடு

பாடம் :

வ. எண்	நாள்	பாட எண்	பாடத்தலைப்பு	செயல்பாடுகள்	குறிப்புரை