தமிழ்நாடு அரசு

ஒன்பதாம் வகுப்பு

மூன்றாம் பருவம்

தொகுதி 2

கணக்கு

விற்பனைக்கு அன்று

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு
இலவசப்பாடநூல் வழங்கும்
திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

© தமிழ்நாடு அரசு
முதல் பதிப்பு – 2013
மறுபதிப்பு – 2014
(பொதுப் பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

பாடநூல் உருவாக்கம்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

கல்லூரிச் சாலை, சென்னை – 600 006.

இந்நூல் 80 ஜி. எஸ். எம். மேப்லித்தோ தாளில் அச்சிடப்பட்டுள்ளது.

விலை : ரூ.

வெப் ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர் :

பாடநூல் வலைதளம்
www.textbooksonline.tn.nic.in

முன்னுரை

தமிழ்நாட்டில் முப்பருவக் கல்வி முறை அறிமுகப்படுத்தியது என்பது பள்ளிக் கல்வித்துறை வரலாற்றில் ஒரு மைல்கல்லாகும். இம்முறையால் ஒன்பதாம் வகுப்பு கணிதப் பாடப்பகுதிகள் மூன்றாகப் பகுக்கப்பட்டு, பருவத்திற்கு ஒரு சிறு புத்தகமாக வழங்குவதால் கணிதக் கருத்துகளை மாணவர்கள் எளிதில் புரிந்து கொள்ள இயலும். முதல் மற்றும் இரண்டாம் பருவத்திற்கான பாடப்புத்தகங்கள் தயாரித்து அனைத்துப் பள்ளிகளுக்கும் ஏற்கனவே வழங்கப்பட்டுள்ளன. இதில் முதல் பருவத்தில் கணவியல், மெய்யெண்கள், இயற்கணிதம், வடிவியல், ஆயத்தொலை வடிவக் கணிதம் மற்றும் செய்முறை வடிவியல் போன்ற இயல்கள் இடம் பெற்றிருந்தன. இவற்றுள் கணவியல் மற்றும் ஆயத்தொலை வடிவக்கணிதப் பகுதிகள் முழுமையாக அளிக்கப்பட்டிருந்தன. இரண்டாம் பருவத்தில் இயற்கணிதம், முக்கோணவியல், புள்ளியியல் மற்றும் செய்முறை வடிவியல் போன்றவை இடம் பெற்றிருந்தன.

மூன்றாம் பருவத்திற்கான பாடப்பகுதிகளுள் மெய்யெண் தொகுப்பு, மெய்யெண்கள் மீதான அறிவியல் குறியீடுகள் மற்றும் மடக்கைகள், வடிவியல், அளவியல், நிகழ்தகவு மற்றும் வரைபடங்கள் போன்றவை இடம்பெற்றுள்ளன. இவற்றுள் மெய்யெண் தொகுப்பு, வடிவியல் மற்றும் மற்ற பாடப்பகுதிகள் முதல் மற்றும் இரண்டாம் பருவத்தின் தொடர்ச்சியாக மூன்றாம் பருவத்தில் இடம் பெறுவதால், முதல் மற்றும் இரண்டாம் பருவப் பாடப்பகுதிகளை ஆசிரியர் மாணவர்களுக்கு நினைவுகூர்தல் இன்றியமையாததாகிறது.

ஒவ்வோர் அலகின் இறுதியிலும், வளரறி மதிப்பீடு (அ) விற்கான செயல்பாடுகள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. ஆசிரியர் ஒரு குறிப்பிட்ட கருத்தைத் தெளிவாக விளக்கவும் மற்றும் வலுவூட்டவும், தொடர்புடைய செயல்பாட்டைத் தெரிவு செய்தல் வேண்டும். இத்தகைய செயல்பாடுகளையே வளரறி மதிப்பீடு (அ) விற்குப் பயன்படுத்திக் கொள்ளலாம். கணிதத்தின் அழகியல் உணர்வுடன் கற்றல் நோக்கத்தை அடைய மாணவர்களுக்கேற்ற அல்லது பள்ளிக்கேற்ற வகையில் புதிய செயல்பாடுகளை ஆசிரியர் உருவாக்கிக் கொள்ளலாம்.

–பாடநூல் குழு

குறியீடுகள்

$=$	சமம் (equal to)
$\neq$	சமமில்லை (not equal to)
$<$	விடக்குறைவு (less than)
$\leq$	குறைவு அல்லது சமம் (less than or equal to)
$>$	விட அதிகம் (greater than)
$\geq$	அதிகம் அல்லது சமம் (greater than or equal to)
$\approx$	சமானமான (equivalent to)
$\cup$	சேர்ப்பு (union)
$\cap$	வெட்டு (intersection)
$\mathbb{U}$	அனைத்துக் கணம் (universal Set)
$\in$	உறுப்பு (belongs to)
$\notin$	உறுப்பல்ல(does not belong to)
$\subset$	தகு உட்கணம் (proper subset of)
$\subseteq$	உட்கணம் (subset of or is contained in)
$\not\subset$	தகு உட்கணமல்ல (not a proper subset of)
$\not\subseteq$	உட்கணமல்ல (not a subset of or is not contained in)
A' (or) A^c	A இன் நிரப்புக்கணம் (complement of A)
$\varnothing$ (or) $\{\ \}$	வெற்றுக்கணம் அல்லது இன்மை கணம் (empty set or null set or void set)
$n(A)$	ஆதிஎண் அல்லது செவ்வெண் (number of elements in the set A)
$P(A)$	A இன் அடுக்குக் கணம் (power set of A)
$\|\|\|^{ly}$	இதே போன்று (similarly)
$\mathrm{P}(A)$	A என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு (probability of the event A)
Δ	சமச்சீர் வித்தியாசம் (symmetric difference)
$\mathbb{N}$	இயல் எண்கள் (natural numbers)

$\mathbb{W}$	முழுஎண்கள் (whole numbers)
$\mathbb{Z}$	முழுக்கள் (integers)
$\mathbb{R}$	மெய்யெண்கள் (real numbers)
$\triangle$	முக்கோணம் (triangle)
$\angle$	கோணம் (angle)
$\perp$	செங்குத்து (perpendicular to)
$\parallel$	இணை (parallel to)
$\Longrightarrow$	உணர்த்துகிறது (implies)
$\therefore$	எனவே (therefore)
$\because$	ஏனெனில் (since (or) because)
$\lvert\ \rvert$	தனிமதிப்பு (absolute value)
$\simeq$	தோராயமாகச் சமம் (approximately equal to)
$\mid$ (or) :	அதன்படி அல்லது என்றவாறு (such that)
$\equiv$ (or) $\cong$	சர்வசமம் (congruent)
$\equiv$	முற்றொருமை (identically equal to)
π	பை (pi)
$\pm$	மிகை அல்லது குறை (plus or minus)
$\blacksquare$	தேற்றம் முடிவு (end of the proof)

பொருளடக்கம்

1. மெய்யெண் தொகுப்பு **1-18**

1.1 அறிமுகம் 1
1.2 விகிதமுறா மூலங்கள் 2
1.3 விகிதமுறா மூலங்களின் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள் 6
1.4 விகிதமுறா மூலங்களின் பகுதியை விகிதப்படுத்துதல் 10
1.5 வகுத்தல் விதிமுறை 13

2. மெய்யெண்கள் மீதான அறிவியல் குறியீடுகள் மற்றும் மடக்கைகள் **19-56**

2.1 அறிவியல் குறியீடு 19
2.2 அறிவியல் குறியீட்டைத் தசமக்குறியீட்டில் மாற்றுதல் 22
2.3 மடக்கைகள் 24
2.4 பொது மடக்கைகள் 33
2.5 அடிமானமுறை 41

3. வடிவியல் **57-70**

3.1 அறிமுகம் 57
3.2 வட்டங்கள் 57

4. அளவியல் **71-91**

4.1 அறிமுகம் 71
4.2 வட்டக்கோணப்பகுதி 72
4.3 கனச்சதுரங்கள் 80
4.4 கனச்செவ்வகங்கள் 83

5. நிகழ்தகவு **92-113**

5.1 அறிமுகம் 92
5.2 அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் வரையறைகள் 93
5.3 நிகழ்தகவு 95
5.4 நிகழ்தகவு – ஓர் அனுபவ முறை (பட்டறி முறை) 95

6. வரைபடங்கள் **114-122**

6.1 அறிமுகம் 114
6.2 நேரிய வரைபடம் 114
6.3 வரைபடங்களின் பயன்பாடு 118

1 மெய்யெண் தொகுப்பு

Life is good for only two things, discovering mathematics and teaching mathematics

- SIMEON POISSON

முதன்மைக் குறிக்கோள்கள்

- விகிதமுறா எண்களின் நான்கு அடிப்படைச் செயல்களைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- விகிதமுறா எண்ணின் பகுதியை விகிதப்படுத்துதல்.

1.1 அறிமுகம்

எண்கணித வளர்ச்சியில் இரண்டு முக்கிய காலகட்டங்கள் உள்ளன. முதலாவதாகத் துப்பறியும் அறிவியலாகப் பழங்காலக் கிரேக்க கணித காலத்தில் வளர்ச்சியடைந்தது. இரண்டாவதாகக் கணிதம் பகுப்பாய்வு மற்றும் ஒழுங்குபடுத்துதல் போன்றவற்றில் 19 ஆம் நூற்றாண்டு காலத்தில் முக்கிய பங்காற்றியது. இவ்விரண்டு காலங்களுக்கு இடைப்பட்ட காலகட்டத்தில்தான் எண்கணிதத்தைச் சார்ந்த கணிதப் பகுதிகள் விரிவடைந்தன. "விகிதமுறா மூலம்" (*Surds*) என்ற வார்த்தை பகுதியளவு விகிதமுறு, பகுதியளவு விகிதமுறா என்ற இரண்டு முக்கிய பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. அல்–கரிஷ்மி என்ற கணித அறிஞர் விகிதமுறா மூலங்களின் சிறப்பையும் தனித்தன்மையையும் கண்டறிந்தார். கி.மு. 825இல் விகிதமுறா எண்களைக் கேட்கக்கூடிய எண்கள் என்றும் விகிதமுறா எண்களைச் செவிடு என்றும் குறிப்பிட்டனர். இஃது ஐரோப்பியக் கணிதவியலார் காதோர்டோ ஆஃப் ரோமான் (1150) "விகிதமுறா மூலம்" (*Surds*) என்ற வார்த்தையை (இலத்தீன் மொழியில் செவிடு அல்லது ஊமை என்று பொருள்) முதன்முதலில் பயன்படுத்தினார். இதையே ஃபிபினோஸி 1202ல் இதே வார்த்தையை மூலக்குறியீடு அற்ற எண்கள் என்ற பொருளில் பயன்படுத்தினார். விகிதமுறா மூலம் என்பது மிகை விகிதமுறு எண்ணின் "x என்ற எண்ணின் n ஆவது மூலம்". இங்கு "x என்ற எண்ணின் n ஆவது மூலத்தைக் காண இயலாது", மேலும் x என்பது ஒரு மிகை விகிதமுறு எண். விகிதமுறா மூலத்தைச் சரியாக அல்லது துல்லியமாக மதிப்பிட இயலாது. மூல அடிமானம் என்பது இரண்டு என்ற எண்ணின் வர்க்கமூலம் போலப் பெரும்பாலும் ஒரு மாறிலி.

அல்–கரிஷ்மி

(780 C.E. - 850 C.E..)

அல்–கரிஷ்மி என்பவர் குறிப்பிடத் தகுந்த பழங்கால அரேபியக் கணித மேதை ஆவார். இவர் இப்போதைய ஈராக்கில் உள்ள பாக்தாத் நகரில் பிறந்தவர். கிதாப் அல்–ஜபர் வல் முகாபுலா என்ற இயற்கணித ஆராய்ச்சி கட்டுரை இவரின் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த புகழ்பெற்ற கட்டுரை ஆகும். இவர் இந்து அரேபிய எண்களைப் பற்றிய ஆராய்ச்சிகளை எழுதியுள்ளார். இவர் சிந்து ஹிந்து என்ற வானிலைக் கால அட்டவணையும் வெளியிட்டுள்ளார்.

1.2 விகிதமுறா மூலங்கள் (Surds)

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ என்பன விகிதமுறா எண்கள் என்பதை நாமறிவோம். இவற்றை எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணின் வர்க்கங்களாகவும் எழுத முடியாது. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{7}$ என்பன விகிதமுறு எண்களின் கனமூலங்கள். இவற்றை எந்தவொரு விகிதமுறு எண்ணின் கனங்களாகவும் எழுதமுடியாது. இவ்வகை விகிதமுறா எண்கள் விகிதமுறா மூலங்கள் (surds or radicals) எனப்படும்.

முக்கிய கருத்து — விகிதமுறா மூலங்கள்

'a' ஒரு மிகை விகிதமுறு எண் மற்றும் n ஒரு மிகைமுழு என்க. $\sqrt[n]{a}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனில், $\sqrt[n]{a}$ என்பது விகிதமுறா மூலம் எனப்படும்.

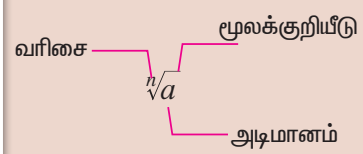
குறியீட்டைப் படித்தல்

ஒரு விகிதமுறா மூலத்தின் பொது வடிவம் $\sqrt[n]{a}$

$\sqrt{\ }$ என்பது *மூலக்குறியீடு*

n என்பது மூலத்தின் *வரிசை*

a என்பது *அடிமானம்* எனப்படும்.



1.2.1 விகிதமுறா மூலத்தின் அடுக்குக்குறி வடிவம்

நினைவு கூர்ந்து விடையளி !
$a^{\frac{1}{3}}$ மற்றும் a^{3} இரண்டும் வெவ்வேறானவை ஏன் ?

$\sqrt[n]{a}$ என்ற விகிதமுறா மூலத்தின் அடுக்குக்குறி வடிவம் $a^{\frac{1}{n}}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt[5]{8}$ என்பதன் அடுக்குக்குறிவடிவம் $(8)^{\frac{1}{5}}$ ஆகும்.

சில விகிதமுறா மூலங்களின் அடுக்குக்குறி வடிவம், வரிசை மற்றும் அடிமானம் ஆகியவை பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

விகிதமுறா மூலம்	அடுக்குக்குறி வடிவம்	வரிசை	அடிமானம்
$\sqrt{5}$	$5^{\frac{1}{2}}$	2	5
$\sqrt[3]{14}$	$(14)^{\frac{1}{3}}$	3	14
$\sqrt[4]{7}$	$7^{\frac{1}{4}}$	4	7
$\sqrt{50}$	$(50)^{\frac{1}{2}}$	2	50
$\sqrt[5]{11}$	$(11)^{\frac{1}{5}}$	5	11

குறிப்புரை

$\sqrt[n]{a}$ என்பது ஒரு விகிதமுறா மூலம் எனில்

(i) a என்பது ஒரு மிகை விகிதமுறு எண்ணாகும்.

(ii) $\sqrt[n]{a}$ என்பது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

பின்வரும் அட்டவணையில் A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிரல்களிலும் உள்ள எண்கள் விகிதமுறா எண்களாகும்.

A	B
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2+\sqrt{3}}$
$\sqrt[3]{7}$	$\sqrt[3]{5+\sqrt{7}}$
$\sqrt[3]{100}$	$\sqrt[3]{10-\sqrt[3]{3}}$
$\sqrt{12}$	$\sqrt[4]{15+\sqrt{5}}$

மேற்கண்ட அட்டவணையில் A என்ற நிரலில் உள்ள எண்கள் விகித முறா மூலங்களாகும். B என்ற நிரலில் உள்ள எண்கள் விகிதமுறா எண்கள். ஆனால், விகிதமுறா மூலங்கள் அல்ல.

ஆகவே, ஒவ்வொரு விகிதமுறா மூலமும் விகிதமுறா எண்ணாகும், ஆனால், ஒவ்வொரு விகிதமுறா எண்ணும் ஒரு விகிதமுறா மூலமாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

1.2.2 ஒரு விகிதமுறா மூலத்தை எளிய வடிவில் (Simplest Form) எழுதுதல்

ஒரு விகிதமுறா மூலத்தை அதன் எளிய வடிவமாகச் சுருக்கி எழுதமுடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{50}$ என்ற விகிதமுறா மூலத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = \sqrt{25}\,\sqrt{2} = \sqrt{5^2}\,\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

ஆகவே, $5\sqrt{2}$ என்பது $\sqrt{50}$ இன் எளிய வடிவமாகும்.

1.2.3 ஒத்த மற்றும் ஒவ்வா விகிதமுறா மூலங்கள் (Like and Unlike Surds)

எளிய வடிவில் உள்ள இரண்டு விகிதமுறா மூலங்களின் வரிசை மற்றும் அடிமானம் சமம் எனில், அவை ஒத்த விகிதமுறா மூலங்கள் (like surds) எனப்படும். அவ்வாறு இல்லையெனில், அவை ஒவ்வா விகிதமுறா மூலங்களாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

(i) $\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, -6\sqrt{5}$ என்பன ஒத்த விகிதமுறா மூலங்கள்.

(ii) $\sqrt{10}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[3]{81}$ என்பன ஒவ்வா விகிதமுறா மூலங்கள்.

1.2.4 முழுமையான விகிதமுறா மூலங்கள் (Pure Surds)

ஒரு விகிதமுறா மூலத்தின் விகிதமுறு எண் குணகம் அல்லது கெழு 1 எனில், அது முழுமையான விகிதமுறா மூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{12}, \sqrt{80}$ என்பன முழுமையான விகிதமுறா மூலங்களாகும்.

1.2.5 கலப்பு விகிதமுறா மூலங்கள் (Mixed Surds)

ஒரு விகிதமுறா மூலத்தின் குணகம் அல்லது கெழு 1ஐத் தவிர வேறு விகிதமுறு எண்ணாக இருப்பின், அது கலப்பு விகிதமுறா மூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt[3]{5}$, $3\sqrt[4]{12}$ என்பன கலப்பு விகிதமுறா மூலங்களாகும்.

ஒரு கலப்பு விகிதமுறா மூலத்தை முழுமையான விகிதமுறா மூலமாக மாற்றலாம், ஆனால், அனைத்து முழுமையான விகிதமுறா மூலங்களையும் கலப்பு விகிதமுறா மூலங்களாக மாற்ற முடியாது.

(i) $\sqrt{80} = \sqrt{16\times 5} = 4\sqrt{5}$ (ii) $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2\times 2} = \sqrt{9\times 2} = \sqrt{18}$

(iii) $\sqrt{17}$ ஒரு முழுமையான விகிதமுறா மூலம். ஆனால், இதனை கலப்பு விகிதமுறா மூலமாக மாற்ற இயலாது.

மூலக்குறியீட்டு விதிகள்

m, n என்பன மிகை முழுக்கள் மற்றும் a, b என்பன மிகை விகிதமுறு எண்கள் எனில்,

(i) $(\sqrt[n]{a})^n = a = \sqrt[n]{a^n}$ (ii) $\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

(iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ (iv) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

(i) ஐப் பயன்படுத்தி $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt[3]{a^3} = (\sqrt[3]{a})^3 = a$ எனப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.1

பின்வரும் விகிதமுறா மூலங்களை அடுக்குக்குறி வடிவில் எழுதுக.

(i) $\sqrt{7}$ (ii) $\sqrt[4]{8}$ (iii) $\sqrt[3]{6}$ (iv) $\sqrt[8]{12}$

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறா மூலங்களை அடுக்குக் குறிவடிவில் பின்வருமாறு எழுதுகிறோம்.

(i) $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$ (ii) $\sqrt[4]{8} = 8^{\frac{1}{4}}$ (iii) $\sqrt[3]{6} = 6^{\frac{1}{3}}$ (iv) $\sqrt[8]{12} = (12)^{\frac{1}{8}}$

எடுத்துக்காட்டு 1.2

பின்வரும் விகிதமுறா மூலங்களை எளிய வடிவில் எழுதுக.

(i) $\sqrt[3]{32}$ (ii) $\sqrt{63}$ (iii) $\sqrt{243}$ (iv) $\sqrt[3]{256}$

தீர்வு

(i) $\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8\times 4} = \sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^3}\times\sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}$

(ii) $\sqrt{63} = \sqrt{9\times 7} = \sqrt{9}\times\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

(iii) $\sqrt{243} = \sqrt{81\times 3} = \sqrt{81}\times\sqrt{3} = \sqrt{9^2}\times\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

(iv) $\sqrt[3]{256} = \sqrt[3]{64\times 4} = \sqrt[3]{64}\times\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4^3}\times\sqrt[3]{4} = 4\sqrt[3]{4}$

எடுத்துக்காட்டு 1.3

பின்வரும் கலப்பு விகிதமுறா மூலங்களை முழுமையான விகிதமுறா மூலங்களாக எழுதுக.

(i) $16\sqrt{2}$ (ii) $3\sqrt[3]{2}$ (iii) $2\sqrt[4]{5}$ (iv) $6\sqrt{3}$

தீர்வு

(i) $16\sqrt{2} = \sqrt{16^2} \times \sqrt{2}$ $(\because 16 = \sqrt{16^2})$

$= \sqrt{16^2 \times 2} = \sqrt{256 \times 2} = \sqrt{512}$

(ii) $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \times 2}$ $(\because 3 = \sqrt[3]{3^3})$

$= \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{54}$

(iii) $2\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{2^4 \times 5}$ $(\because 2 = \sqrt[4]{2^4})$

$= \sqrt[4]{16 \times 5} = \sqrt[4]{80}$

(iv) $6\sqrt{3} = \sqrt{6^2 \times 3}$ $(\because 6 = \sqrt{6^2})$

$= \sqrt{36 \times 3} = \sqrt{108}$

எடுத்துக்காட்டு 1.4

$\sqrt{32}$ என்பது விகிதமுறு எண்ணா அல்லது விகிதமுறா எண்ணா எனக் காண்க.

தீர்வு $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

4 ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றும் $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

$\therefore 4\sqrt{2}$ என்பது ஒரு விகிதமுறா எண். அதாவது $\sqrt{32}$ ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

பின்வரும் எண்கள் விகிதமுறு எண்களா அல்லது விகிதமுறா எண்களா எனக் காண்க.

(i) $3 + \sqrt{3}$ (ii) $(4 + \sqrt{2}) - (4 - \sqrt{3})$ (iii) $\frac{\sqrt{18}}{2\sqrt{2}}$ (iv) $\sqrt{19} - (2 + \sqrt{19})$

(v) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (vi) $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

தீர்வு (i) $3 + \sqrt{3}$

3 ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றும் $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண். எனவே, $3 + \sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

(ii) $(4 + \sqrt{2}) - (4 - \sqrt{3})$

$= 4 + \sqrt{2} - 4 + \sqrt{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, ஒரு விகிதமுறா எண்.

(iii) $\frac{\sqrt{18}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$, ஒரு விகிதமுறு எண்.

(iv) $\sqrt{19} - (2 + \sqrt{19}) = \sqrt{19} - 2 - \sqrt{19} = -2$, ஒரு விகிதமுறு எண்.

(v) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ இங்கு 2 ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றும் $\sqrt{3}$ ஒரு விகிதமுறா எண். ஆகவே, $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

(vi) $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = 6$, ஒரு விகிதமுறு எண்.

1.3 விகிதமுறா மூலங்களின் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்கள்

1.3.1 விகிதமுறா மூலங்களின் கூட்டலும் கழித்தலும்

ஒத்த விகிதமுறா மூலங்களைக் கூட்டவும் கழிக்கவும் முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.6

சுருக்குக :

(i) $10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{32}$

(ii) $\sqrt{48} - 3\sqrt{72} - \sqrt{27} + 5\sqrt{18}$

(iii) $\sqrt[3]{16} + 8\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128}$

தீர்வு

(i) $10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{32}$

$$= 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{16 \times 2}$$

$$= 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4 \times 4 \times \sqrt{2}$$

$$= (10 - 2 + 16)\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

(ii) $\sqrt{48} - 3\sqrt{72} - \sqrt{27} + 5\sqrt{18}$

$$= \sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{36 \times 2} - \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{9 \times 2}$$

$$= \sqrt{16}\sqrt{3} - 3\sqrt{36}\sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{3} + 5\sqrt{9}\sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{3} - 18\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 15\sqrt{2}$$

$$= (-18 + 15)\sqrt{2} + (4 - 3)\sqrt{3} = -3\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

(iii) $\sqrt[3]{16} + 8\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{128}$

$$= \sqrt[3]{8 \times 2} + 8\sqrt[3]{27 \times 2} - \sqrt[3]{64 \times 2}$$

$$= \sqrt[3]{8}\sqrt[3]{2} + 8\sqrt[3]{27}\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{64}\sqrt[3]{2}$$

$$= 2\sqrt[3]{2} + 8 \times 3 \times \sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2}$$

$$= 2\sqrt[3]{2} + 24\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2}$$

$$= (2 + 24 - 4)\sqrt[3]{2} = 22\sqrt[3]{2}$$

1.3.2 விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கல்

இரண்டு ஒத்த விகிதமுறா மூலங்களின் பெருக்கற்பலனைக் காண பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்தலாம்.

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.7

சுருக்குக : (i) $\sqrt[3]{13} \times \sqrt[3]{5}$ (ii) $\sqrt[4]{32} \times \sqrt[4]{8}$

தீர்வு

(i) $\sqrt[3]{13} \times \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{13 \times 5} = \sqrt[3]{65}$

(ii) $\sqrt[4]{32} \times \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{32 \times 8}$

$= \sqrt[4]{2^5 \times 2^3} = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[4]{2^4 \times 2^4} = 2 \times 2 = 4$

1.3.3 விகிதமுறா மூலங்களின் வகுத்தல்

ஒத்த விகிதமுறா மூலங்களின் வகுத்தலைப் பின்வரும் விதியைப் பயன்படுத்திக் காணலாம்.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.8

சுருக்குக : (i) $15\sqrt{54} \div 3\sqrt{6}$ (ii) $\sqrt[3]{128} \div \sqrt[3]{64}$

தீர்வு

(i) $15\sqrt{54} \div 3\sqrt{6}$

$$= \frac{15\sqrt{54}}{3\sqrt{6}} = 5\sqrt{\frac{54}{6}} = 5\sqrt{9} = 5 \times 3 = 15$$

(ii) $\sqrt[3]{128} \div \sqrt[3]{64}$

$$= \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[3]{\frac{128}{64}} = \sqrt[3]{2}$$

குறிப்பு விகிதமுறா மூலங்களின் வரிசைகள் வெவ்வேறாக இருப்பின், அவற்றை ஒரேவரிசை கொண்ட விகிமுறா மூலங்களாக மாற்றிய பின்னர் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தல் செயலை மேற்கொள்ள வேண்டும்.

முடிவு : $\sqrt[n]{a} = \sqrt[m]{a^{\frac{m}{n}}}$

எடுத்துக்காட்டாக, (i) $\sqrt[3]{5} = \sqrt[12]{5^{\frac{12}{3}}} = \sqrt[12]{5^4}$ (ii) $\sqrt[4]{11} = \sqrt[8]{11^{\frac{8}{4}}} = \sqrt[8]{11^2}$

1.3.4 விகிதமுறா மூலங்களை ஒப்பிடுதல்

ஒரே வரிசை கொண்ட விகிமுறா எண்களை ஒப்பிட முடியும். ஒரே வரிசை கொண்ட விகிதமுறா எண்களில் மிகப்பெரிய அடிமானம் கொண்ட விகிதமுறா எண் பெரியது ஆகும்.

விகிதமுறா எண்களின் வரிசைகள் சமமில்லை எனில், அவற்றின் வரிசைகளைச் சமப்படுத்திய பிறகு அடிமானங்களை ஒப்பிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.9

$\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{5}$ என்ற விகிதமுறா எண்களின் வரிசைகளைச் சமமாக்குக.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறா எண்களின் வரிசைகள் 2, 3 மற்றும் 4.

2, 3 மற்றும் 4 இன் மீ. சி. ம 12. எனவே, ஒவ்வொரு விகிதமுறா எண்ணையும் வரிசை 12 கொண்ட விகிதமுறா எண்ணாக மாற்றுவோம்.

$$\sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{729}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.10

எது பெரியது ? $\sqrt[4]{5}$ அல்லது $\sqrt[3]{4}$

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறா எண்களின் வரிசைகள் 3 மற்றும் 4.

கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறா எண்கள் ஒவ்வொன்றையும் சம வரிசை கொண்ட விகிதமுறா எண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

3 மற்றும் 4 இவற்றின் மீ.சி.ம 12. எனவே, ஒவ்வொரு விகிதமுறா எண்ணையும் வரிசை 12 கொண்ட விகிதமுறா எண்ணாக மாற்றுவோம்.

$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$$

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$$

$$\therefore \sqrt[12]{256} > \sqrt[12]{125} \quad \Rightarrow \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{5}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

$\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt{3}$ என்ற விகிதமுறா எண்களை

(i) ஏறுவரிசையில் எழுதுக (ii) இறங்கு வரிசையில் எழுதுக.

தீர்வு $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{4}$ and $\sqrt{3}$ என்ற விகிதமுறா எண்களின் வரிசைகள் முறையே 3, 4 மற்றும் 2.

2, 3 மற்றும் 4 இன் மீ.சி.ம 12.

எனவே, ஒவ்வொரு விகிதமுறா எண்ணையும் வரிசை 12 கொண்ட விகிதமுறா எண்ணாக மாற்றுவோம்.

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16}$

$\sqrt[4]{4} = \sqrt[12]{4^3} = \sqrt[12]{64}$

$\sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{729}$

$\therefore$ ஏறுவரிசை: $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{4}, \sqrt{3}$ இறங்குவரிசை: $\sqrt{3}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{2}$.

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றுள் எவை விகிதமுறா மூலங்கள் மற்றும் எவை விகிதமுறா மூலங்கள் அல்ல என்பதைக் காரணத்துடன் கூறுக.

   (i) $\sqrt{8} \times \sqrt{6}$ (ii) $\sqrt{90}$ (iii) $\sqrt{180} \times \sqrt{5}$ (iv) $4\sqrt{5} \div \sqrt{8}$ (v) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16}$

2. சுருக்குக.

   (i) $(10 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})$ (ii) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

   (iii) $(\sqrt{13} - \sqrt{2})(\sqrt{13} + \sqrt{2})$ (iv) $(8 + \sqrt{3})(8 - \sqrt{3})$

3. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

   (i) $5\sqrt{75} + 8\sqrt{108} - \frac{1}{2}\sqrt{48}$ (ii) $7\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54}$

   (iii) $4\sqrt{72} - \sqrt{50} - 7\sqrt{128}$ (iv) $2\sqrt[3]{40} + 3\sqrt[3]{625} - 4\sqrt[3]{320}$

4. பின்வரும் விகிதமுறா மூலங்களை எளிய வடிவில் எழுதுக.

   (i) $\sqrt[3]{108}$ (ii) $\sqrt{98}$ (iii) $\sqrt{192}$ (iv) $\sqrt[3]{625}$

5. பின்வருவனவற்றை முழுமையான விகிதமுறா மூலங்களாக எழுதுக.

   (i) $6\sqrt{5}$ (ii) $5\sqrt[3]{4}$ (iii) $3\sqrt[4]{5}$ (iv) $\frac{3}{4}\sqrt{8}$

6. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

   (i) $\sqrt{5} \times \sqrt{18}$ (ii) $\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{8}$ (iii) $\sqrt[4]{8} \times \sqrt[4]{12}$ (iv) $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[6]{5}$

   (v) $3\sqrt{35} \div 2\sqrt{7}$ (vi) $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[8]{72}$

7. பின்வருவனவற்றில் எது பெரியது?

   (i) $\sqrt{2}$ அல்லது $\sqrt[3]{3}$ (ii) $\sqrt[3]{3}$ அல்லது $\sqrt[4]{4}$ (iii) $\sqrt{3}$ அல்லது $\sqrt[4]{10}$

8. இறங்குவரிசை மற்றும் ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

   (i) $\sqrt[4]{5}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{4}$ (ii) $\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{4}$ (iii) $\sqrt[3]{2}, \sqrt[9]{4}, \sqrt[6]{3}$

1.4 விகிதமுறா மூலங்களின் பகுதியை விகிதப்படுத்துதல்

விகிதப்படுத்தும் காரணி

ஒரு கோவையின் பகுதியில் உள்ள உறுப்பு வர்க்கமூல அல்லது மூலக்குறியீட்டுக்குள் உள்ள மிகை எண்ணாக இருப்பின் பகுதியை விகிதமுறு எண்ணாக்கி சமமான கோவையாக மாற்றும் முறை, பகுதியை விகிதப்படுத்தும் முறை எனப்படும்.

இரண்டு விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கல் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில், ஒன்று மற்றொன்றின் விகிதப்படுத்தும் காரணி (rationalizing factor) ஆகும்.

குறிப்புரை a, b என்பன முழுக்கள் மற்றும் x, y என்பன மிகை முழுக்கள் என்க. பிறகு

(i) $(a+\sqrt{x})$ மற்றும் $(a-\sqrt{x})$ என்பன ஒன்றுக் கொன்று விகிதப்படுத்தும் காரணிகளாகும்.

(ii) $(a+b\sqrt{x})$ மற்றும் $(a-b\sqrt{x})$ என்பன ஒன்றுக் கொன்று விகிதப்படுத்தும் காரணிகளாகும்.

(iii) $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ மற்றும் $\sqrt{x}-\sqrt{y}$ என்பன ஒன்றுக் கொன்று விகிதப்படுத்தும் காரணிகளாகும்.

(iv) $a+\sqrt{b}$ என்பது $a-\sqrt{b}$ இன் இணை அல்லது துணையிய(conjugate) எண் எனவும் அழைக்கப்படும். இதேபோல் $a-\sqrt{b}$ இன் இணை எண் $a+\sqrt{b}$ ஆகும்.

(v) ஒரு எண்ணின் பகுதியை விகிதப்படுத்த, அவ்வெண்ணின் தொகுதி மற்றும் பகுதிகளை விகிதப்படுத்தும் காரணியால் பெருக்க வேண்டும்.

(vi) ஒரு விகிதமுறா மூலத்திற்கு ஒன்று அல்லது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட விகிதப்படுத்தும் காரணிகள் இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

$\frac{2}{\sqrt{3}}$ இன் பகுதியை விகிதப்படுத்துக.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் பகுதி மற்றும் தொகுதியை $\sqrt{3}$ ஆல் பெருக்க

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.13

$\frac{1}{5+\sqrt{3}}$ இன் பகுதியை விகிதப்படுத்துக.

தீர்வு பகுதியில் உள்ள எண் $5+\sqrt{3}$. இதன் இணை எண் அல்லது விகிதப்படுத்தும் காரணி $5-\sqrt{3}$.

$$\frac{1}{5+\sqrt{3}} = \frac{1}{5+\sqrt{3}} \times \frac{5-\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{5-\sqrt{3}}{5^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{5-\sqrt{3}}{25-3} = \frac{5-\sqrt{3}}{22}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.14

$\frac{1}{8-2\sqrt{5}}$ இன் பகுதியை விகிதப்படுத்திச் சுருக்குக.

தீர்வு பகுதியில் உள்ள எண் $8-2\sqrt{5}$. எனவே, இதன் விகிதப்படுத்தும் காரணி $8+2\sqrt{5}$ ஆகும்.

$$\frac{1}{8-2\sqrt{5}} = \frac{1}{8-2\sqrt{5}} \times \frac{8+2\sqrt{5}}{8+2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{5}}{8^2-(2\sqrt{5})^2} = \frac{8+2\sqrt{5}}{64-20}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{5}}{44} = \frac{2(4+\sqrt{5})}{44} = \frac{4+\sqrt{5}}{22}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.15

$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ இன் பகுதியை விகிதப்படுத்திச் சுருக்குக.

தீர்வு பகுதியில் உள்ள எண் $\sqrt{3}+\sqrt{5}$. எனவே, இதன் விகிதப்படுத்தும் காரணி $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ ஆகும்.

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3-5}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

எடுத்துக்காட்டு 1.16

$\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1} + \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1} = a + b\sqrt{7}$ எனில், a மற்றும் b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு $$\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1} + \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1} = \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}+1} \times \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}-1} + \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-1} \times \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}+1}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{(\sqrt{7})^2-1} + \frac{(\sqrt{7}+1)^2}{(\sqrt{7})^2-1}$$

$$= \frac{7+1-2\sqrt{7}}{7-1} + \frac{7+1+2\sqrt{7}}{7-1}$$

$$= \frac{8-2\sqrt{7}}{6} + \frac{8+2\sqrt{7}}{6}$$

$$= \frac{8 - 2\sqrt{7} + 8 + 2\sqrt{7}}{6}$$

$$= \frac{16}{6} = \frac{8}{3} + 0(\sqrt{7})$$

$$\therefore \frac{8}{3} + 0(\sqrt{7}) = a + b\sqrt{7} \implies a = \frac{8}{3},\ b = 0.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.17

$x = 1 + \sqrt{2}$ எனில், $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

$$x = 1 + \sqrt{2}$$

$$\implies \frac{1}{x} = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} = -(1-\sqrt{2})$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = (1+\sqrt{2}) - \{-(1-\sqrt{2})\}$$

$$= 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 2$$

எனவே, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2 = 4.$

பயிற்சி 1.2

1. பின்வருவனவற்றின் விகிதப்படுத்தும் காரணிகளைக் காண்க.

(i) $3\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{7}$ (iii) $\sqrt{75}$ (iv) $2\sqrt[3]{5}$

(v) $5 - 4\sqrt{3}$ (vi) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (vii) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (viii) $2 + \sqrt{3}$

2. பின்வருவனவற்றின் பகுதிகளை விகிதப்படுத்துக.

(i) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{12}}$ (iv) $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$ (v) $\frac{3\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{9}}$

3. பகுதியை விகிதப்படுத்தி சுருக்குக.

(i) $\frac{1}{11+\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{1}{9+3\sqrt{5}}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{13}}$ (iv) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ (v) $\frac{3-\sqrt{3}}{2+5\sqrt{3}}$

4. $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{10} \approx 3.162$ எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளை 3 தசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க.

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (iv) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

(v) $\frac{3-\sqrt{5}}{3+2\sqrt{5}}$ (vi) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ (vii) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ (viii) $\frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{5}}$

5. $\frac{5+\sqrt{6}}{5-\sqrt{6}} = a + b\sqrt{6}$ எனில், a மற்றும் b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

6. $\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4-2\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$ எனில், a மற்றும் b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

7. $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} = a + b\sqrt{5}$ எனில், a மற்றும் b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

8. $\frac{4+\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} - \frac{4-\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}} = a + b\sqrt{5}$ எனில், a மற்றும் b இவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

9. $x = 2 + \sqrt{3}$ எனில், $x^2 + \frac{1}{x^2}$ இன் மதிப்புக் காண்க.

10. $x = \sqrt{3} + 1$ எனில், $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2$ இன் மதிப்புக் காண்க.

1.5 வகுத்தல் விதிமுறை (Division Algorithm)

ஒரு கணக்கின் தீர்வு காண பயன்படும் நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட தொடர்ச்சியான படிகள் விதிமுறை அல்லது வழிமுறை (algorithm) எனப்படும். இப்பாடப்பகுதியில் வகுத்தல் விதிமுறை எனப்படும் முழுக்களின் மிக முக்கியமான பண்பினைக் காணலாம்.

ஒரு முழுவைப் பூச்சியமற்ற மற்றொரு முழுவால் வகுக்கும் போது, ஒரு முழுவை ஈவாகவும் மற்றொரு முழுவை மீதியாகவும் பெறுகிறோம் என்பதை முன் வகுப்புகளில் அறிந்துள்ளோம். எனவே,

$$\text{பின்னம்} = \text{ஈவு} + \frac{\text{மீதி}}{\text{வகுஎண்}}$$

எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5}$ (1)

இந்த வகுத்தலை, வகுத்தல் செயலைக் கணக்கில் கொள்ளாமல் முழுக்களை உறுப்புகளாகக் கொண்டு பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$13 = 5(2) + 3$

இக்கோவையானது, (1)ஐ வகு எண் 5 ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் கிடைக்கிறது. இம்மாதிரி எழுதப்படும் முழுக்களின் வகுத்தலை வகுத்தல் விதி முறை (Division Algorithm) என்கிறோம்.

a மற்றும் b என்பன ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ என்றவாறு q மற்றும் r என்ற இரண்டு குறையற்ற முழுக்கள் இருக்கும்.

மேற்கண்ட கூற்றில் q அல்லது r பூச்சியமாகவும் இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.18

வகுத்தல் விதி முறையைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் சோடிகளின் ஈவு மற்றும் மீதிகாண்க.

(i) 19, 5 (ii) 3, 13 (iii) 30, 6

தீர்வு

(i) 19, 5

கொடுக்கப்பட்ட சோடியை $a = bq + r, 0 \leq r < b$ வடிவத்தில் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$19 = 5(3) + 4$ [19ஐ 5ஆல் வகுக்க ஈவு 3, மீதி 4 கிடைக்கிறது]

$\therefore$ ஈவு = 3; மீதி = 4

(ii) 3, 13

கொடுக்கப்பட்ட சோடியை $a = bq + r, 0 \leq r < b$ வடிவத்தில் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$3 = 13(0) + 3$

$\therefore$ ஈவு = 0; மீதி = 3

(iii) 30, 6

கொடுக்கப்பட்ட சோடியை 30, 6ஐ $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ வடிவத்தில் பின் வருமாறு எழுதலாம்.

$30 = 6(5) + 0$ [30ஐ 6ஆல் வகுக்க ஈவு 5, மீதி 0 கிடைக்கிறது]

$\therefore$ ஈவு = 5; மீதி = 0

பயிற்சி 1.3

1. வகுத்தல் விதிமுறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் சோடிகளின் ஈவு மற்றும் மீதி காண்க.

(i) 10, 3 (ii) 5, 12 (iii) 27, 3

பயிற்சி 1.4

சரியான விடையை எழுதுக.

1. பின்வருவனவற்றுள் எது விகிதமுறா மூலம் அல்ல?

(A) $\sqrt[3]{8}$ (B) $\sqrt[3]{30}$ (C) $\sqrt[5]{4}$ (D) $\sqrt[8]{3}$

2. $\sqrt{50}$ இன் எளிய வடிவம்

(A) $5\sqrt{10}$ (B) $5\sqrt{2}$ (C) $10\sqrt{5}$ (D) $25\sqrt{2}$

3. $\sqrt[4]{11}$ என்பதற்குச் சமமானது

(A) $\sqrt[8]{11^2}$ (B) $\sqrt[8]{11^4}$ (C) $\sqrt[8]{11^8}$ (D) $\sqrt[8]{11^6}$

4. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ என்பதற்குச் சமமானது

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 2

5. $\frac{5}{\sqrt[3]{3}}$ இன் பகுதியை விகிதப்படுத்தும் காரணி

(A) $\sqrt[3]{6}$ (B) $\sqrt[3]{3}$ (C) $\sqrt[3]{9}$ (D) $\sqrt[3]{27}$

6. பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையல்ல?

(A) $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

(B) $\sqrt{17}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

(C) $0.10110011100011110\cdots$ ஒரு விகிதமுறா எண்

(D) $\sqrt[4]{16}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

7. $\sqrt[8]{12}$ என்ற விகிதமுறா மூலத்தின் வரிசை மற்றும் அடிமானம் முறையே

(A) 8,12 (B) 12,8 (C) 16,12 (D) 12,16

8. அடிமானம் 9 மற்றும் வரிசை 3 கொண்ட விகிதமுறா மூலம்

(A) $\sqrt[9]{3}$ (B) $\sqrt[3]{27}$ (C) $\sqrt[3]{9}$ (D) $\sqrt[3]{81}$

9. $5\sqrt[3]{3}$ குறிக்கும் முழுமையான விகிதமுறா மூலம்

(A) $\sqrt[3]{15}$ (B) $\sqrt[3]{375}$ (C) $\sqrt[3]{75}$ (D) $\sqrt[3]{45}$

10. பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையல்ல?

(A) $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

(B) a ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றும் $\sqrt{b}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனில், $a\sqrt{b}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

(C) ஒவ்வொரு விகிதமுறா மூலமும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

(D) ஒரு மிகை முழுவின் வர்க்கமூலம் எப்போதும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்.

11. பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையல்ல?

(A) x என்பது ஒரு முழு வர்க்கம் இல்லையெனில், $\sqrt{x}$ என்பது ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்

(B) $\sqrt[m]{x^n}$ இன் அடுக்குக் குறி வடிவம் $x^{\frac{n}{m}}$

(C) $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}}$ இன் மூலக்குறியீட்டு வடிவம் $\sqrt[mn]{x}$

(D) ஒவ்வொரு மெய்யெண்ணும் ஒரு விகிதமுறா எண்ணாகும்

12. $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ என்பதற்குச் சமமானது

(A) 1 (B) 3 (C) 23 (D) 21

நினைவில் கொள்க...

- 'a' ஒரு மிகை விகிதமுறு எண் மற்றும் n ஒரு மிகைமுழு என்க. $\sqrt[n]{a}$ ஒரு விகிதமுறா எண் எனில், $\sqrt[n]{a}$ என்பது விகிதமுறா மூலம் எனப்படும்.

- m, n என்பன மிகை முழுக்கள் மற்றும் a, b என்பன மிகை விகிதமுறு எண்கள் எனில்
  (i) $(\sqrt[n]{a})^n = a = \sqrt[n]{a^n}$ (ii) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
  (iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ (iv) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

- ஒரு கோவையின் பகுதியில் உள்ள உறுப்பு வர்க்கமூல அல்லது மூலக்குறியீட்டுக்குள் உள்ள மிகை எண்ணாக இருப்பின் பகுதியை விகிதமுறு எண்ணாக்கி சமமான கோவையாக மாற்றும் முறை, பகுதியை விகிதப்படுத்தும் முறை எனப்படும்.

- இரண்டு விகிதமுறா எண்களின் பெருக்கல் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில், ஒன்று மற்றொன்றின் விகிதப்படுத்தும் காரணி (rationalizing factor) ஆகும்.

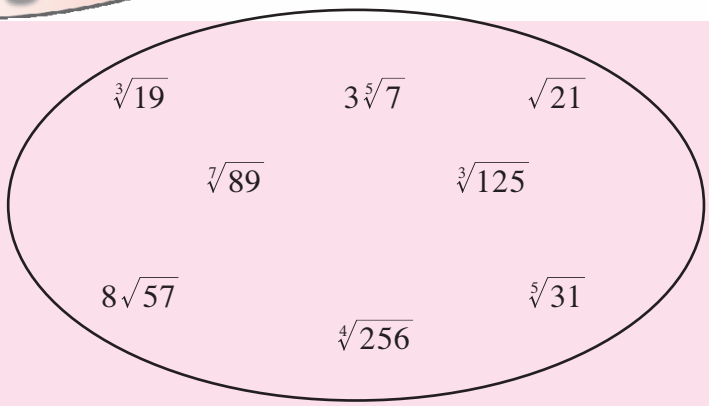
- a மற்றும் b என்பன ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \le r < b$ என்றவாறு q மற்றும் r என்ற இரண்டு குறையற்ற முழுக்கள் இருக்கும்.

செயல் 1

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை நிரப்பு

வ.எண்	வரிசை	அடிமானம்	விகிதமுறா மூலம்
1.	3	7	
2.		8	$\sqrt[6]{8}$
3.	4		$\sqrt[4]{26}$
4.			$\sqrt[3]{16}$

செயல் 2



படத்தைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்டவற்றை நிரப்புக.

1. $\sqrt[3]{19}$ இன் வரிசை மற்றும் அடிமானம் ....., ...
2. ....., ... விகிதமுறா மூலம் அல்ல.
3. ....., ... ஒத்த விகிதமுறா மூலம்.
4. $3\sqrt[5]{7}$ மற்றும் $8\sqrt{57}$ ..... விகிதமுறா மூலம், மேலும் அவை ..... விகிதமுறா மூலம்.
5. $\sqrt[7]{89}$ இன் அடுக்குக்குறி வடிவம் .....

பயிற்சி 1.1

1. (i) விகிதமுறா மூலம் (ii) விகிதமுறா மூலம் (iii) விகிதமுறா மூலம் அல்ல (iv) விகிதமுறா மூலம் (v) விகிதமுறா மூலம் அல்ல

2. (i) $20 + 10\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + \sqrt{15}$ (ii) $8 + 2\sqrt{15}$ (iii) 11 (iv) 61

3. (i) $71\sqrt{3}$ (ii) $16\sqrt[3]{2}$ (iii) $-37\sqrt{2}$ (iv) $3\sqrt[3]{5}$ **4.** (i) $3\sqrt[3]{4}$ (ii) $7\sqrt{2}$ (iii) $8\sqrt{3}$ (iv) $5\sqrt[3]{5}$

5. (i) $\sqrt{180}$ (ii) $\sqrt[3]{500}$ (iii) $\sqrt[4]{405}$ (iv) $\sqrt{\frac{9}{2}}$ **6.** (i) $3\sqrt{10}$ (ii) $2\sqrt[3]{7}$ (iii) $2\sqrt[4]{6}$

(iv) $\sqrt[6]{45}$ (v) $\frac{3}{2}\sqrt{5}$ (vi) $\sqrt[8]{32}$ **7.** (i) $\sqrt[3]{3} > \sqrt{2}$ (ii) $\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4}$ (iii) $\sqrt[4]{10} > \sqrt{3}$

8. (i) இறங்கு வரிசை : $\sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}$, ஏறு வரிசை : $\sqrt[4]{5}, \sqrt[3]{4}, \sqrt{3}$

(ii) இறங்கு வரிசை : $\sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{2}$, ஏறு வரிசை : $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{4}$

(iii) இறங்கு வரிசை : $\sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{3}, \sqrt[9]{4}$, ஏறு வரிசை : $\sqrt[9]{4}, \sqrt[6]{3}, \sqrt[3]{2}$

பயிற்சி 1.2

1. (i) $\sqrt{2}$ (ii) $\sqrt{7}$ (iii) $\sqrt{3}$ (iv) $\sqrt[3]{25}$ (v) $5 + 4\sqrt{3}$ (vi) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (vii) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

(viii) $2 - \sqrt{3}$ **2.** (i) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (ii) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (iii) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (iv) $\frac{2\sqrt{77}}{11}$ (v) $\sqrt[3]{15}$

3. (i) $\frac{11 - \sqrt{3}}{118}$ (ii) $\frac{3 - \sqrt{5}}{12}$ (iii) $\frac{\sqrt{13} - \sqrt{11}}{2}$ (iv) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ (v) $\frac{17\sqrt{3} - 21}{71}$

4. (i) 0.707 (ii) 3.464 (iii) 1.887 (iv) 0.655 (v) 0.102 (vi) 4.441

(vii) 3.732 (viii) 0.185 **5.** $a = \frac{31}{19}, \ b = \frac{10}{19}$ **6.** $a = 7, \ b = 4$

7. $a = 3, \ b = 0$ **8.** $a = 0, \ b = \frac{16}{11}$ **9.** 14 **10.** 4

பயிற்சி 1.3

1. 3, 1 **2.** 0, 5 **3.** 9, 0

பயிற்சி 1.4

1. A **2.** B **3.** A **4.** B **5.** C **6.** D **7.** A **8.** C **9.** B **10.** D **11.** D **12.** A

2 மெய்யெண்கள் மீதான அறிவியல் குறியீடுகள் மற்றும் மடக்கைகள்

"Seeing there is nothing that is so troublesome to mathematical practice, nor that doth more molest and hinder calculators, than the multiplications, divisions, square and cubical extractions of great numbers....I began therefore to consider in my mind by what certain and ready art I might remove those hindrances"

- JOHN NAPIER

முதன்மைக் குறிக்கோள்கள்

- அறிவியல் குறியீடு முறையில் எண்களைக் குறித்தல்.
- அடுக்குக்குறி அமைப்பினையும் மடக்கை அமைப்பினையும் ஒன்றை மற்றொன்றாக மாற்றுதல்.
- மடக்கை விதிகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- மடக்கை அட்டவணை மற்றும் மடக்கை விதிகளைப் பயன்படுத்துதல்.
- அடிமான முறை

2.1 அறிவியல் குறியீடு (*Scientific Notation*)

மிகப்பெரியமற்றும்மிகச்சிறியஎண்களைக்கையாளும் போது அறிவியல் அறிஞர்கள், பொறியாளர்கள் மற்றும் தொழில் வல்லுநர்கள் ஆகியோர் அறிவியல் குறியீட்டினைப் பயன்படுத்துகின்றனர். ஒளியின் வேகம் வினாடிக்கு 29,900,000,000 செ.மீ., பூமியிலிருந்து சூரியனுக்குள்ள தூரம் 92,900,000 மைல்கள், எலக்ட்ரானுடைய எடை 0.000549 அணு எடை அலகுகள். இவ்வாறான எண்களைச் சுருக்கமான முறையில் குறிப்பிடலாம். இதனை அறிவியல் குறியீடு என்பர். இதன் மூலம் பூச்சியங்களை அதிக எண்ணிக்கையில் எழுதுதல் மற்றும் இடமாறு பிழைகளைத் தவிர்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக,

$$29,900,000,000 = 299 \times 10^8 = 2.99 \times 10^{10}$$

$$92,900,000 = 929 \times 10^5 = 9.29 \times 10^7$$

$$0 \cdot 000549 = \frac{549}{1000000} = \frac{5.49}{10000}$$

$$= 5.49 \times 10^{-4}$$

ஜான் நேப்பியர்
(1550 - 1617)

ஜான் நேப்பியர் (*John Napier*) 1550 இல் மெர்சிஸ்டான் டவர் எனும் இடத்தில் பிறந்தார். இது இப்போது அவர் பெயரிலேயே அமைந்துள்ள நேப்பியர் பல்கலைக் கழகத்தின் மெர்சிஸ்டான் வளாகத்தின் மையப்பகுதியில் உள்ளது. மடக்கையைக் கண்டுபிடித்த ஜான்நேப்பியர் கணிதத்தைப் பொழுதுபோக்கிற்காக ஆராய்ந்தவர். ஆர்க்கிமிடிசிலிருந்து இப்போதைய கணிதவல்லுநர்கள் நியூட்டன் மற்றும் ஐன்ஸ்டின் வரிசையில் ஜான் நேப்பியரும் இடம் பெறுகிறார்.

அதாவது, மிகப்பெரிய அல்லது மிகச்சிறிய எண்ணை ஒரு தசம எண் $1 \leq a < 10$ மற்றும் 10-ன் முழு அடுக்கு ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனாக எழுதலாம்.

முக்கிய கருத்து **அறிவியல்குறியீடு**

ஒரு எண் N ஐ அறிவியல் குறியீட்டில் 1 இலிருந்து 10-க்குள் உள்ள தசம எண் மற்றும் 10 இன் முழு அடுக்கு ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனாக எழுதலாம்.

அதாவது, $N = a \times 10^n$, இங்கு $1 \leq a < 10$ மற்றும் n ஒரு முழு.

எண்களை தசமக்குறியீட்டிலிருந்து அறிவியல் குறியீட்டில் மாற்ற அடுக்குக்குறி விதிகள் அடிப்படையாய் அமைகிறது. m, n என்பன இயல் எண்கள் மற்றும் a மெய்யெண் என்க.

அடுக்குக்குறி விதிகள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்படுகின்றன.

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (பெருக்கல் விதி)

(ii) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (வகுத்தல் விதி)

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (அடுக்கு விதி)

(iv) $a^m \times b^m = (a \times b)^m$ (சேர்க்கை விதி)

$a \neq 0$ -க்கு $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ எனவும் $a^0 = 1$ எனவும் நாம் வரையறுக்கிறோம்.

2.1.1 ஒரு எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுதல்

ஒரு எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில் மாற்றுவதற்கான படிகள் பின்வருமாறு.

படி 1: அந்த எண்ணின் இடதுபக்க வாக்கில் பூச்சியமற்ற ஒரே ஒரு இலக்கம் உள்ளவாறு தசமப்புள்ளியை நகர்த்து.

படி 2: பழைய மற்றும் புதிய தசமப்புள்ளிக்கு இடையே உள்ள இலக்கங்களை எண்ணுக. இது 10 இன் அடுக்கு n ஐக் குறிக்கும்.

படி 3: தசமப்புள்ளி இடதுபுறம் மாறினால் அடுக்கு n ஆனது மிகை எண், தசமப்புள்ளி வலதுபுறம் மாறினால் அடுக்கு n ஆனது குறை எண்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1

9781 ஐ அறிவியல் குறியீட்டில் குறிப்பிடுக.

தீர்வு பொதுவாக முழுக்களை எழுதும் போது தசமப்புள்ளி குறிப்பதில்லை.

9 7 8 1 .
3 2 1

தசமப்புள்ளி இடதுபுறம் மூன்று இடங்கள் பழைய நிலையிலிருந்து நகர்கிறது. எனவே 10 இன் அடுக்கு 3 ஆகும்.

$$\therefore\ 9781 = 9.781 \times 10^3$$

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$0 \cdot 000432078$ ஐ அறிவியல் குறியீட்டில் குறிப்பிடுக.

தீர்வு $0 \;.\; \underset{1}{0}\;\underset{2}{0}\;\underset{3}{0}\;\underset{4}{4}\;3\;2\;0\;7\;8$

தசமப்புள்ளி வலதுபுறம் 4 இடங்கள் பழைய நிலையிலிருந்து நகர்கிறது. எனவே 10 இன் அடுக்கு -4 ஆகும்.

$\therefore\; 0.000432078 = 4.32078 \times 10^{-4}$

குறிப்புரை ஒரு எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில் மாற்றி எழுதும் போது, கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் உள்ள தசமப்புள்ளியினை இடதுபக்க வாக்கில் p இடங்கள் நகர்த்தினால் அதை ஈடுசெய்ய 10^{p} ஆல் பெருக்குகிறோம். அதேபோன்று, தசமப்புள்ளியினை வலதுபக்க வாக்கில் r இடங்கள் நகர்த்தினால் அதை ஈடு செய்ய 10^{-r} ஆல் பெருக்குகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.3

பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

(i) 9345 (ii) 205852 (iii) 3449098.96

(iv) 0.0063 (v) 0.00008035 (vi) 0.000108

தீர்வு

(i) $9345 = 9\;\underset{3}{3}\;\underset{2}{4}\;\underset{1}{5}\;. = 9.345 \times 10^{3}$, $n = 3$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி இடப்புறம் 3 இடங்கள் நகர்கிறது.

(ii) $205852 = 2\;\underset{5}{0}\;\underset{4}{5}\;\underset{3}{8}\;\underset{2}{5}\;\underset{1}{2}\;. = 2.05852 \times 10^{5}$, $n = 5$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி இடப்புறம் 5 இடங்கள் நகர்கிறது.

(iii) $3449098.96 = 3\;\underset{6}{4}\;\underset{5}{4}\;\underset{4}{9}\;\underset{3}{0}\;\underset{2}{9}\;\underset{1}{8}\;.\;9\;6 = 3.44909896 \times 10^{6}$, $n = 6$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி இடப்புறம் 6 இடங்கள் நகர்கிறது.

(iv) $0.0063 = 0\;.\;\underset{1}{0}\;\underset{2}{0}\;\underset{3}{6}\;3 = 6.3 \times 10^{-3}$, $n = -3$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி வலப்புறம் 3 இடங்கள் நகர்கிறது.

(v) $0.00008035 = 0\;.\;\underset{1}{0}\;\underset{2}{0}\;\underset{3}{0}\;\underset{4}{0}\;\underset{5}{8}\;0\;3\;5 = 8.035 \times 10^{-5}$, $n = -5$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி வலப்புறம் 5 இடங்கள் நகர்கிறது.

(vi) $0.000108 = 0\;.\;\underset{1}{0}\;\underset{2}{0}\;\underset{3}{0}\;\underset{4}{1}\;0\;8 = 1.08 \times 10^{-4}$, $n = -4$ ஏனெனில், தசமப்புள்ளி வலப்புறம் 4 இடங்கள் நகர்கிறது.

2.2 அறிவியல் குறியீட்டைத் தசமக்குறியீட்டில் மாற்றுதல்

அறிவியல் குறியீட்டில் உள்ள எண்களைத் தசம எண்கள் வடிவத்தில் அடிக்கடி குறிக்க வேண்டியதாகிறது. அறிவியல் குறியீட்டு எண்களைத் தசம எண்களாக மாற்றுவதற்கான படிகள் பின்வருமாறு.

படி 1: தசம எண்ணை எழுதுக.

படி 2: தசமப்புள்ளியை 10 இன் அடுக்கில் உள்ள எண்ணிற்கு ஏற்ப நகர்த்து. மிகை எனில் வலப்புறமும், குறை எனில் இடப்புறமும் நகர்த்து. தேவை எனில் பூச்சியங்களைச் சேர்க்கவும்.

படி3: எண்களைத் தசம வடிவில் எழுதுக.

எடுத்துக்காட்டு 2.4

பின்வரும் எண்களை தசம வடிவில் எழுதுக.

(i) 5.236×10^5 (ii) 1.72×10^9 (iii) 6.415×10^{-6} (iv) 9.36×10^{-9}

தீர்வு

(i) 5.236

$5.236 \times 10^5 = 523600$

5 . 2 3 6 0 0
1 2 3 4 5

(ii) 1.72

$1.72 \times 10^9 = 1720000000$

1 . 7 2 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9

(iii) 6.415

$6.415 \times 10^{-6} = 0.000006415$

0 0 0 0 0 6 . 4 1 5
6 5 4 3 2 1

(iv) 9.36

$9.36 \times 10^{-9} = 0.00000000936$

0 0 0 0 0 0 0 0 9 . 3 6
9 8 7 6 5 4 3 2 1

2.2.1 அறிவியல் குறியீட்டில் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல்

மிகப்பெரிய (googolplex)அல்லது மிகச்சிறிய எண்களின் பெருக்கல் அல்லது வகுத்தலை அறிவியல் குறியீட்டில் எளிதாக செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

பின்வருவனவற்றை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

(i) $(4000000)^3$ (ii) $(5000)^4 \times (200)^3$

(iii) $(0.00003)^5$ (iv) $(2000)^2 \div (0.0001)^4$

தீர்வு

(i) முதலில் எண்களை (அடைப்புக் குறிக்குள் உள்ளதை) அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக.

$4000000 = 4.0 \times 10^6$

இப்போது, இருபுறமும் அடுக்கு 3-க்கு உயர்த்த கிடைப்பது,

$$\therefore (4000000)^3 = (4.0 \times 10^6)^3 = (4.0)^3 \times (10^6)^3$$
$$= 64 \times 10^{18} \quad = 6.4 \times 10^1 \times 10^{18} = 6.4 \times 10^{19}$$

(ii) அறிவியல் குறியீட்டில்,

$5000 = 5.0 \times 10^3$ மற்றும் $200 = 2.0 \times 10^2$ என எழுதலாம்.

$$\therefore (5000)^4 \times (200)^3 = (5.0 \times 10^3)^4 \times (2.0 \times 10^2)^3$$
$$= (5.0)^4 \times (10^3)^4 \times (2.0)^3 \times (10^2)^3$$
$$= 625 \times 10^{12} \times 8 \times 10^6 = 5000 \times 10^{18}$$
$$= 5.0 \times 10^3 \times 10^{18} = 5.0 \times 10^{21}$$

(iii) அறிவியல் குறியீட்டில், $0.00003 = 3.0 \times 10^{-5}$ என எழுதலாம்.

$$\therefore (0.00003)^5 = (3.0 \times 10^{-5})^5 = (3.0)^5 \times (10^{-5})^5$$
$$= 243 \times 10^{-25} \quad = 2.43 \times 10^2 \times 10^{-25} = 2.43 \times 10^{-23}$$

(iv) அறிவியல் குறியீட்டில்,

$2000 = 2.0 \times 10^3$ மற்றும் $0.0001 = 1.0 \times 10^{-4}$ என எழுதலாம்.

$$\therefore (2000)^2 \div (0.0001)^4 = \frac{(2.0 \times 10^3)^2}{(1.0 \times 10^{-4})^4} = \frac{(2.0)^2 \times (10^3)^2}{(1.0)^4 \times (10^{-4})^4}$$
$$= \frac{4 \times 10^6}{10^{-16}} = 4.0 \times 10^{6-(-16)} = 4.0 \times 10^{22}$$

பயிற்சி 2.1

1. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.

(i) 749300000000 (ii) 13000000 (iii) 105003

(iv) 543600000000000 (v) 0.0096 (vi) 0.0000013307

(vii) 0.0000000022 (viii) 0.0000000000009

2. பின்வரும் எண்களைத் தசம விரிவில் எழுதவும்.

(i) 3.25×10^{-6} (ii) 4.134×10^{-4} (iii) 4.134×10^4

(iv) 1.86×10^7 (v) 9.87×10^9 (vi) 1.432×10^{-9}

3. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் குறிப்பிடவும்.

(i) $(1000)^2 \times (20)^6$ (ii) $(1500)^3 \times (0.0001)^2$

(iii) $(16000)^3 \div (200)^4$ (iv) $(0.003)^7 \times (0.0002)^5 \div (0.001)^3$

(v) $(11000)^3 \times (0.003)^2 \div (30000)$

2.3 மடக்கைகள் (Logarithms)

மிகவும் சிக்கலான கணக்கீடுகளை மிக எளிமையாக்குவதற்காகவே மடக்கைகள் உண்மையில் தோற்றுவிக்கப்பட்டன. அவை பெருக்கல்களைக் கூட்டல்களாக மாற்றுவதற்காக அமைக்கப்பட்டன. கணிப்பான்கள் கண்டுபிடிப்பதற்கு முன்பே மிக அதிக இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களைப் பெருக்குவதற்கும் அல்லது வகுப்பதற்கும் மடக்கைகள் உதவின. ஏனெனில், எண்களைப் பெருக்குவதை விட மடக்கைச் செயலில் அவற்றின் அடுக்குகளைக் கூட்டுகிறோம். இயற்பியலில் பெரும்பாலான விதிகள் அனைத்தும் அடுக்குக்குறி வடிவில் அமைவதால் அணுக்கரு சம்பந்தமான கதிர் வீச்சுக் குறைகள், காமா உள்ளீர்ப்பு மற்றும் ஒரு நிலையான கால அளவில் அணுக்கரு உலைச் சக்தியில் ஏற்படும் மாற்றங்கள் ஆகியவற்றின் கணக்கீடுகளில் மடக்கை மிகவும் இன்றியமையாததாகிறது.

மடக்கைக்குறியீட்டை அறிமுகப்படுத்துவதற்கு மெய்யெண்களின் அடுக்குக்குறியீட்டை முதலில் அறிமுகப்படுத்துவோம்.

2.3.1 அடுக்குக்குறியீடு (Exponential Notation)

a ஒரு மிகை எண் என்க. x ஒரு முழு எனில் a^x என்பதைப் பற்றி முன்னரே அறிந்துள்ளோம்.

ஒரு மிகை எண்ணின் n ஆவது அடுக்கு a எனில் அது $a^{\frac{1}{n}}$ என நமக்குத் தெரியும். p ஒரு முழு மற்றும் q ஒரு மிகை முழு எனில், $a^{\frac{p}{q}}$ என்பதை எவ்வாறு வரையறுப்பது என்பதைப் பற்றி இங்குக் காண்போம்.

$\frac{p}{q} = p \times \frac{1}{q}$ என்பதை கவனிக்க, அடுக்குக்குறி விதி உண்மையாக இருக்க வேண்டுமெனில்,

$$a^{\frac{p}{q}} = \left(a^{\frac{1}{q}}\right)^p = (a^p)^{\frac{1}{q}}$$

எனவே, $a^{\frac{p}{q}} = (\sqrt[q]{a})^p$ என நாம் வரையறுப்போம். எடுத்துக்காட்டாக, $8^{\frac{3}{5}} = (\sqrt[5]{8})^3$ மற்றும் $5^{\frac{-7}{3}} = (\sqrt[3]{5})^{-7}$

இவ்வாறு $a > 0$ எனில், அனைத்து விகிதமுறு எண்கள் x-க்கு a^x இன் பொருளைக் கொடுத்துள்ளோம். மேலும் $a > 0$ எனில், அனைத்து விகிதமுறா எண்கள் x-க்கும் a^x இன் வரையறையை அடுக்குக்குறி விதிகள் பொருந்துமாறு விரிவுப்படுத்த முடியும். நாம் இங்கு a^x இன் வரையறையை விகிதமுறா எண் x-க்கு வரையறுக்கப் போவதில்லை. ஏனெனில், அதற்கு கணிதத்தின் உயர்பாடப்பிரிவுகளில் காணப்படும் கருத்தாக்கங்கள் தேவையாகிறது.

2.3.2 மடக்கைக்குறியீடு (Logarithmic Notation)

$a > 0$, $b > 0$ மற்றும் $a \neq 1$ எனில், a இன் எந்த அடுக்கு b இக்குச் சமமாகிறதோ அந்த அடுக்கானது a ஐ அடிமானமாகக் கொண்ட b இன் மடக்கை ஆகும்.

முக்கிய கருத்து — **மடக்கைக்குறியீடு**

a என்பது 1 ஐத் தவிர்த்த ஒரு மிகை எண் மற்றும் x ஒரு மெய்யெண் (மிகை, குறை அல்லது பூச்சியம்) என்க. $a^x = b$ எனில், அடுக்கு x ஆனது அடிமானம் a ஐப் பொறுத்த b இன் மடக்கை என அழைப்போம். இதனை $x = \log_a b$ என எழுதுவோம்.

$x = \log_a b$ என்பது $b = a^x$ என்ற அடுக்குக்குறி அமைப்பின் மடக்கை அமைப்பு ஆகும். இரு அமைப்புகளிலும் அடிமானம் ஒன்றே ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

அடுக்குக்குறி அமைப்பு	மடக்கை அமைப்பு
$2^4 = 16$	$\log_2 16 = 4$
$8^{\frac{1}{3}} = 2$	$\log_8 2 = \frac{1}{3}$
$4^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$	$\log_4\left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{2}$

எடுத்துக்காட்டு 2.6

பின்வரும் மடக்கை அமைப்பினை அடுக்குக்குறி அமைப்பாக மாற்றவும்.

(i) $\log_4 64 = 3$ (ii) $\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$ (iii) $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2$ iv) $\log_{10} 0.1 = -1$

தீர்வு

(i) $\log_4 64 = 3 \implies 4^3 = 64$

(ii) $\log_{16} 2 = \frac{1}{4} \implies (16)^{\frac{1}{4}} = 2$

(iii) $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2 \implies (5)^{-2} = \frac{1}{25}$

(iv) $\log_{10} 0.1 = -1 \implies (10)^{-1} = 0.1$

எடுத்துக்காட்டு 2.7

பின்வரும் அடுக்குக்குறி அமைப்பினை மடக்கை அமைப்பாக மாற்றவும்.

(i) $3^4 = 81$ (ii) $6^{-4} = \frac{1}{1296}$ (iii) $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{27}$

(iv) $(216)^{\frac{1}{3}} = 6$ (v) $(13)^{-1} = \frac{1}{13}$

தீர்வு

(i) $3^4 = 81 \implies \log_3 81 = 4$

(ii) $6^{-4} = \frac{1}{1296} \implies \log_6\left(\frac{1}{1296}\right) = -4$

(iii) $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{27} \implies \log_{\frac{1}{81}}\left(\frac{1}{27}\right) = \frac{3}{4}$

(vi) $(216)^{\frac{1}{3}} = 6 \implies \log_{216} 6 = \frac{1}{3}$

(v) $(13)^{-1} = \frac{1}{13} \implies \log_{13}\left(\frac{1}{13}\right) = -1$

எடுத்துக்காட்டு 2.8

மதிப்பிடுக (i) $\log_8 512$ (ii) $\log_{27} 9$ (iii) $\log_{16}\left(\frac{1}{32}\right)$

தீர்வு

(i) $x = \log_8 512$ என்க.

எனவே, $8^x = 512$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$8^x = 8^3 \Longrightarrow x = 3$

$\therefore \log_8 512 = 3$

(ii) $x = \log_{27} 9$ என்க.

எனவே, $27^x = 9$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$(3^3)^x = (3)^2$ (இருபுறமும் அடிமானம் 3 ஆக மாற்றுக)

$3^{3x} = 3^2 \Longrightarrow 3x = 2 \Longrightarrow x = \frac{2}{3}$

$\therefore \log_{27} 9 = \frac{2}{3}$

(iii) $x = \log_{16}\left(\frac{1}{32}\right)$ என்க.

எனவே, $16^x = \frac{1}{32}$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$(2^4)^x = \frac{1}{(2)^5}$ (இருபுறமும் அடிமானம் 2 ஆக மாற்றுக)

$2^{4x} = 2^{-5} \Longrightarrow 4x = -5 \Longrightarrow x = -\frac{5}{4}$

$\therefore \log_{16}\left(\frac{1}{32}\right) = -\frac{5}{4}$

எடுத்துக்காட்டு 2.9

பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்.

(i) $\log_5 x = -3$ (ii) $x = \log_{\frac{1}{4}} 64$ (iii) $\log_x 8 = 2$ (iv) $\log_x 7^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3}$

தீர்வு

(i) $\log_5 x = -3$

$5^{-3} = x$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$x = \frac{1}{5^3} \Longrightarrow x = \frac{1}{125}$

(ii) $x = \log_{\frac{1}{4}} 64$

$\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$\frac{1}{4^x} = 4^3 \Longrightarrow 4^{-x} = 4^3 \Longrightarrow x = -3$

(iii) $\log_x 8 = 2$

$x^2 = 8$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

(iv) $\log_x 7^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{3} \implies x^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{6}}$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$7^{\frac{1}{6}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ என எழுதுக. பின்னர், $x^{\frac{1}{3}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\therefore x = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

மடக்கை விதிகள்

1. **பெருக்கல் விதி :** ஒரே அடிமானத்தை உடைய இரு மிகை எண்களின் பெருக்கற்பலனின் மடக்கையானது, அவ்விரு எண்களின் மடக்கைகளின் கூடுதலுக்குச் சமமாகும். அதாவது,

$$\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N;\ a, M, N \text{ மிகை எண்கள், } a \neq 1$$

2. **வகுத்தல் விதி :** ஒரே அடிமானத்தை உடைய இரு மிகை எண்களின் வகுத்தலின் மடக்கையானது, தொகுதியின் மடக்கையிலிருந்து பகுதியின் மடக்கையைக் கழித்தலுக்குச் சமமாகும்.அதாவது,

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N\ ;\ a, M, N \text{ மிகை எண்கள், } a \neq 1$$

3. **அடுக்கு விதி :** ஒரு எண்ணின் அடுக்கின் மடக்கையானது அந்த எண்ணின் மடக்கையினை அடுக்கால் பெருக்குவதற்குச் சமமாகும். அதாவது,

$$\log_a (M)^n = n \log_a M;\ a, M \text{ மிகை எண்கள், } a \neq 1$$

4. **அடிமான மாற்றல் விதி :** M, a, b என்பன மிகை எண்கள் மற்றும் $a \neq 1$, $b \neq 1$ எனில்,

$$\log_a M = (\log_b M) \times (\log_a b)$$

குறிப்புரை :

(i) a ஒரு மிகை எண் மற்றும் $a \neq 1$ எனில், $\log_a a = 1$.

(ii) a ஒரு மிகை எண் மற்றும் $a \neq 1$ எனில், $\log_a 1 = 0$.

(iii) a மற்றும் b மிகை எண்கள் $a \neq 1$, $b \neq 1$ எனில், $(\log_a b) \times (\log_b a) = 1$ மற்றும் $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

(iv) a மற்றும் b மிகை எண்கள் மற்றும் $b \neq 1$ எனில், $b^{\log_b a} = a$.

(v) $a > 0$ எனில், $\log_a 0$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

(vi) b, x மற்றும் y மிகை எண்கள், $b \neq 1$ மற்றும் $\log_b x = \log_b y$ எனில், $x = y$ ஆகும். இதன் மறுதலையும் உண்மை.

(vii) எல்லா மடக்கைகளிலும் அடிமானம் 1 ஆக இல்லாமல் பார்த்துக் கொள்ளவேண்டும். ஏனெனில், அடிமானம் 1 உடைய மடக்கையை கருதினால், எடுத்துக்காட்டாக, $\log_1 9$ ஐக் கருதினால், இதன் மதிப்பு x எனில், $x = \log_1 9$ அல்லது $1^x = 9$ எனக் கிடைக்கிறது. ஆனால் எந்த மெய்யெண் x-க்கும் $1^x = 9$ எனக் கிடைக்காது.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

சுருக்குக (i) $\log_5 25 + \log_5 625$ (ii) $\log_5 4 + \log_5\left(\frac{1}{100}\right)$

தீர்வு

(i) $\log_5 25 + \log_5 625 = \log_5(25 \times 625)$ $(\because \log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N)$

$= \log_5(5^2 \times 5^4) = \log_5 5^6 = 6\log_5 5$ $(\because \log_a(M)^n = n\log_a M)$

$= 6(1) = 6$ $(\because \log_a a = 1)$

(ii) $\log_5 4 + \log_5\left(\frac{1}{100}\right) = \log_5\left(4 \times \frac{1}{100}\right)$ $(\because \log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N)$

$= \log_5\left(\frac{1}{25}\right) = \log_5\left(\frac{1}{5^2}\right) = \log_5 5^{-2} = -2\log_5 5$ $(\because \log_a(M)^n = n\log_a M)$

$= -2(1) = -2$ $(\because \log_a a = 1)$

எடுத்துக்காட்டு 2.11

சுருக்குக $\log_8 128 - \log_8 16$

தீர்வு $\log_8 128 - \log_8 16 = \log_8 \frac{128}{16}$ $\left(\because \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N\right)$

$= \log_8 8 = 1$ $(\because \log_a a = 1)$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

$\log_{10} 125 = 3 - 3\log_{10} 2$ என நிரூபி.

தீர்வு $3 - 3\log_{10} 2 = 3\log_{10} 10 - 3\log_{10} 2 = \log_{10} 10^3 - \log_{10} 2^3$

$= \log_{10} 1000 - \log_{10} 8 = \log_{10} \frac{1000}{8}$

$= \log_{10} 125$

$\therefore \log_{10} 125 = 3 - 3\log_{10} 2$

எடுத்துக்காட்டு 2.13

$\log_3 2 \times \log_4 3 \times \log_5 4 \times \log_6 5 \times \log_7 6 \times \log_8 7 = \frac{1}{3}$ என நிரூபி.

தீர்வு $\log_3 2 \times \log_4 3 \times \log_5 4 \times \log_6 5 \times \log_7 6 \times \log_8 7$

$$= (\log_3 2 \times \log_4 3) \times (\log_5 4 \times \log_6 5) \times (\log_7 6 \times \log_8 7)$$

$$= \log_4 2 \times \log_6 4 \times \log_8 6 = (\log_4 2 \times \log_6 4) \times \log_8 6 \quad (\because \log_a M = \log_b M \times \log_a b)$$

$$= \log_6 2 \times \log_8 6 = \log_8 2 = \frac{1}{\log_2 8} \qquad (\because \log_a b = \frac{1}{\log_b a})$$

$$= \frac{1}{\log_2 2^3} = \frac{1}{3\log_2 2} \qquad (\because \log_a (M)^n = n \log_a M)$$

$$= \frac{1}{3} \qquad (\because \log_2 2 = 1)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

$25^{-2\log_5 3}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $25^{-2\log_5 3} = (5^2)^{-2\log_5 3} = 5^{-4\log_5 3} \qquad (\because n \log_a M = \log_a M^n)$

$$= 5^{\log_5 3^{-4}} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} \qquad (\because b^{\log_b a} = a)$$

எடுத்துக்காட்டு 2.15

தீர்க்க $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

தீர்வு $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

$$\Longrightarrow \quad \frac{1}{\log_x 16} + \frac{1}{\log_x 4} + \frac{1}{\log_x 2} = 7 \qquad (\because \log_a b = \frac{1}{\log_b a})$$

$$\frac{1}{\log_x 2^4} + \frac{1}{\log_x 2^2} + \frac{1}{\log_x 2} = 7$$

$$\frac{1}{4\log_x 2} + \frac{1}{2\log_x 2} + \frac{1}{\log_x 2} = 7 \qquad (\because n \log_a M = \log_a M^n)$$

$$\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1\right]\frac{1}{\log_x 2} = 7 \Longrightarrow \left[\frac{7}{4}\right]\frac{1}{\log_x 2} = 7$$

$$\frac{1}{\log_x 2} = 7 \times \frac{4}{7}$$

$$\log_2 x = 4 \qquad (\because \log_a b = \frac{1}{\log_b a})$$

$$2^4 = x \qquad \text{(அடுக்குக்குறி அமைப்பு)}$$

$$\therefore \quad x = 16$$

எடுத்துக்காட்டு 2.16

தீர்க்க $\frac{1}{2+\log_x 10} = \frac{1}{3}$

தீர்வு $\frac{1}{2+\log_x 10} = \frac{1}{3}$

குறுக்குப் பெருக்கல் செய்ய, நாம் பெறுவது

$2 + \log_x 10 = 3$

$\Longrightarrow \log_x 10 = 3 - 2 = 1$

$x^1 = 10$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$\therefore x = 10$

எடுத்துக்காட்டு 2.17

தீர்க்க $\log_3(\log_2 x) = 1$

தீர்வு $\log_2 x = y$ என்க. (1)

பிறகு, $\log_3 y = 1$

$3^1 = y$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$\therefore y = 3$

$y = 3$ என (1) இல் பதிலிட $\log_2 x = 3$ எனக் கிடைக்கிறது.

எனவே, $2^3 = x$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$\therefore x = 8$

எடுத்துக்காட்டு 2.18

தீர்க்க $\log_2(3x-1) - \log_2(x-2) = 3$

தீர்வு $\log_2(3x-1) - \log_2(x-2) = 3$

$\log_2\left(\frac{3x-1}{x-2}\right) = 3$ $\left(\because \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N\right)$

$2^3 = \frac{3x-1}{x-2}$ (அடுக்குக்குறி அமைப்பு)

$8 = \frac{3x-1}{x-2}$

குறுக்குப் பெருக்கல் செய்ய, நாம் பெறுவது

$8(x-2) = 3x-1 \Longrightarrow 8x - 16 = 3x - 1$

$8x - 3x = -1 + 16 \Longrightarrow 5x = 15$

$\therefore x = 3$

எடுத்துக்காட்டு 2.19

$\log_5 1125 = 2\log_5 6 - \frac{1}{2}\log_5 16 + 6\log_{49} 7$ என நிரூபி.

தீர்வு $2\log_5 6 - \frac{1}{2}\log_5 16 + 6\log_{49} 7$

$$= \log_5 6^2 - \log_5 (16)^{\frac{1}{2}} + 3\times 2\log_{49} 7 = \log_5 36 - \log_5 4 + 3\log_{49} 7^2$$

$$= \log_5\left(\frac{36}{4}\right) + 3\log_{49} 49 = \log_5 9 + 3(1)$$

$$= \log_5 9 + 3\log_5 5 = \log_5 9 + \log_5 (5)^3$$

$$= \log_5 9 + \log_5 125 = \log_5 (9\times 125) = \log_5 1125$$

$$\therefore \log_5 1125 = 2\log_5 6 - \frac{1}{2}\log_5 16 + 6\log_{49} 7$$

எடுத்துக்காட்டு 2.20

தீர்க்க $\log_5 \sqrt{7x-4} - \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{x+2}$

தீர்வு $\log_5 \sqrt{7x-4} - \frac{1}{2} = \log_5 \sqrt{x+2}$

$$\log_5 \sqrt{7x-4} - \log_5 \sqrt{x+2} = \frac{1}{2}$$

$$\log_5\left(\frac{\sqrt{7x-4}}{\sqrt{x+2}}\right) = \frac{1}{2} \qquad \left(\because \log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N\right)$$

$$\log_5\left(\frac{7x-4}{x+2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}\left[\log_5\left(\frac{7x-4}{x+2}\right)\right] = \frac{1}{2} \qquad (\because \log_a M^n = n\log_a M)$$

$$\log_5\left(\frac{7x-4}{x+2}\right) = 1$$

$$5^1 = \frac{7x-4}{x+2} \qquad \text{(அடுக்குக்குறி அமைப்பு)}$$

குறுக்குப் பெருக்கல் செய்ய, $7x - 4 = 5(x+2)$

$$7x - 4 = 5x + 10 \implies 7x - 5x = 10 + 4$$

$$\implies 2x = 14$$

$$\therefore x = 7$$

பயிற்சி 2.2

1. பின்வரும் கூற்றுகளில் எவை சரி அல்லது தவறு எனக் காண்க.

(i) $\log_5 125 = 3$ (ii) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = 3$

(iii) $\log_4 (6+3) = \log_4 6 + \log_4 3$ (iv) $\log_2\left(\frac{25}{3}\right) = \frac{\log_2 25}{\log_2 3}$

(v) $\log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$ (vi) $\log_a (M-N) = \log_a M \div \log_a N$

2. பின்வருவனவற்றிற்குச் சமமான மடக்கை அமைப்பினைக் காண்க.

(i) $2^4 = 16$ (ii) $3^5 = 243$ (iii) $10^{-1} = 0.1$

(iv) $8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$ (v) $25^{\frac{1}{2}} = 5$ (vi) $12^{-2} = \frac{1}{144}$

3. பின்வருவனவற்றிற்குச் சமமான அடுக்குக்குறி அமைப்பினைக் காண்க.

(i) $\log_6 216 = 3$ (ii) $\log_9 3 = \frac{1}{2}$ (iii) $\log_5 1 = 0$

(iv) $\log_{\sqrt{3}} 9 = 4$ (v) $\log_{64}\left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{1}{2}$ (vi) $\log_{0.5} 8 = -3$

4. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

(i) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right)$ (ii) $\log_7 343$ (iii) $\log_6 6^5$

(iv) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ (v) $\log_{10} 0.0001$ (vi) $\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}$

5. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $\log_2 x = \frac{1}{2}$ (ii) $\log_{\frac{1}{5}} x = 3$ (iii) $\log_3 y = -2$

(iv) $\log_x 125\sqrt{5} = 7$ (v) $\log_x 0.001 = -3$ (vi) $x + 2\log_{27} 9 = 0$

6. பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $\log_{10} 3 + \log_{10} 3$ (ii) $\log_{25} 35 - \log_{25} 10$

(iii) $\log_7 21 + \log_7 77 + \log_7 88 - \log_7 121 - \log_7 24$ (iv) $\log_8 16 + \log_8 52 - \frac{1}{\log_{13} 8}$

(v) $5\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 - 6\log_{64} 4$ (vi) $\log_{10} 8 + \log_{10} 5 - \log_{10} 4$

7. பின்வரும் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டினையும் தீர்க்க.

(i) $\log_4(x+4) + \log_4 8 = 2$ (ii) $\log_6(x+4) - \log_6(x-1) = 1$

(iii) $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = \frac{11}{6}$ (iv) $\log_4(8\log_2 x) = 2$

(v) $\log_{10} 5 + \log_{10}(5x+1) = \log_{10}(x+5) + 1$

(vi) $4\log_2 x - \log_2 5 = \log_2 125$

(vii) $\log_3 25 + \log_3 x = 3\log_3 5$

(viii) $\log_3(\sqrt{5x-2}) - \frac{1}{2} = \log_3(\sqrt{x+4})$

8. $\log_a 2 = x$, $\log_a 3 = y$ மற்றும் $\log_a 5 = z$ எனில், பின்வரும் ஒவ்வொன்றின் மதிப்பினையும் x, y மற்றும் z இவற்றின் மூலம் காண்க.

(i) $\log_a 15$ (ii) $\log_a 8$ (iii) $\log_a 30$

(iv) $\log_a\left(\frac{27}{125}\right)$ (v) $\log_a\left(3\frac{1}{3}\right)$ (vi) $\log_a 1.5$

9. பின்வருவனவற்றை நிரூபிக்க.

(i) $\log_{10} 1600 = 2 + 4\log_{10} 2$ (ii) $\log_{10} 12500 = 2 + 3\log_{10} 5$

(iii) $\log_{10} 2500 = 4 - 2\log_{10} 2$ (iv) $\log_{10} 0.16 = 2\log_{10} 4 - 2$

(v) $\log_5 0.00125 = 3 - 5\log_5 10$ (vi) $\log_5 1875 = \frac{1}{2}\log_5 36 - \frac{1}{3}\log_5 8 + 20\log_{32} 2$

2.4 பொது மடக்கைகள் (Common Logarithms)

கணக்கீடுகளுக்குத் தசம எண்ணுருவின் அடிப்படை எண்ணான 10 ஐ அடிமானத்திற்குத் தர்க்க ரீதியான எண்ணாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. அடிமானம் 10 ஆக உள்ள மடக்கைகள் பொது மடக்கைகள் எனப்படும். எனவே, இனிவரும் கணக்குகளில் மடக்கையானது அடிமானம் இல்லாமல் பயன்படுத்தப்படுகிறது. அதாவது, $\log N$ என்பது $\log_{10} N$ எனப் பொருள் கொள்ளப்படுகிறது. பின்வரும் அட்டவணையைக் கருதுக.

எண் N	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000	10000
N ன் அடுக்குக் குறி அமைப்பு	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{4}
$\log N$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

எனவே N என்பது 10 இன் முழு எண் அடுக்கு எனில், $\log N$ என்பது ஒரு முழு ஆகும். 3.16 இன் அல்லது 31.6 இன் அல்லது 316-ன் மடக்கை என்ன?

இப்போது, $3.16 = 10^{0.4997}$; $31.6 = 10^{1.4997}$; $316 = 10^{2.4997}$

$$\therefore \log 3.16 = 0.4997;\ \log 31.6 = 1.4997;\ \log 316 = 2.4997.$$

1 இல் இருந்து 10 வரை உள்ள ஒரு எண்ணின் மடக்கை 0 இல் இருந்து 1 வரை உள்ள ஒரு எண் ஆகும்; 10 இல் இருந்து 100 வரை உள்ள ஒரு எண்ணின் மடக்கை 1 இல் இருந்து 2 வரை உள்ள ஒரு எண் ஆகும். இதுபோன்றே மற்ற எண்களின் மடக்கைகளும் அமையும்.

ஒரு மடக்கையின் முழுஎண் பகுதி நேர்க்கூறு (characteristic) எனவும் தசமப்பின்னப் பகுதி பதின்மானக்கூறு (mantissa) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக,

$\log 3.16 = 0.4997$; நேர்க்கூறு 0 மற்றும் பதின்மானக்கூறு 0.4997

$\log 31.6 = 1.4997$; நேர்க்கூறு 1 மற்றும் பதின்மானக்கூறு 0.4997

$\log 316 = 2.4997$; நேர்க்கூறு 2 மற்றும் பதின்மானக்கூறு 0.4997

ஒன்றை விட குறைவான எண்களின் மடக்கை ஒரு குறை எண் ஆகும். ஒரு எண்ணின் மடக்கை குறை எண்ணாக இருந்த போதிலும், அதன் பதின்மானக்கூறினை எப்போதும் மிகை எண்ணாகவே எடுத்துக் கொள்கிறோம்.

நேர்க்கூறினைக் காண்பதற்கு அறிவியல் குறியீடு ஒரு சிறப்பான முறையைக் கொடுக்கிறது. அறிவியல் குறியீட்டில், $316 = 3.16 \times 10^2$. எனவே, நாம் பெறுவது

$$\begin{aligned}\log 316 &= \log(3.16 \times 10^2)\\ &= \log 3.16 + \log 10^2\\ &= 0.4997 + 2 = 2.4997.\end{aligned}$$

எனவே, 10 இன் அடுக்கு மடக்கையின் நேர்க்கூறினைக் காண்பதற்குப் பயன்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

பின்வருவனவற்றின் நேர்க்கூறினை எழுதுக.

(i) log 27.91 (ii) log 0.02871 (iii) log 0.000987 (iv) log 2475.

தீர்வு

(i) அறிவியல் குறியீட்டில், $27.91 = 2.791 \times 10^{1}$

$\therefore$ நேர்க்கூறு = 1

(ii) அறிவியல் குறியீட்டில், $0.02871 = 2.871 \times 10^{-2}$

$\therefore$ நேர்க்கூறு = –2

(iii) அறிவியல் குறியீட்டில், $0.000987 = 9.87 \times 10^{-4}$

$\therefore$ நேர்க்கூறு = – 4

(iv) அறிவியல் குறியீட்டில், $2475 = 2.475 \times 10^{3}$

$\therefore$ நேர்க்கூறு = 3

பின்வரும் விதிகளின்படி ஒரு எண்ணின் நேர்க்கூறினைப் பார்த்த உடன் தீர்மானிக்க முடியும்.

(i) ஒன்று அல்லது ஒன்றை விட அதிகமான ஒரு எண்ணின் நேர்க்கூறு குறையற்ற (non-negative)மதிப்புடையது. மேலும் அது தசமப்புள்ளிக்கு முன் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை விட ஒன்று குறைவாக இருக்கும்.

(ii) ஒன்றை விட குறைவான ஒரு எண்ணின் நேர்க்கூறு குறை (negative)மதிப்புடையது மேலும் அது தசமப்புள்ளியை அடுத்து உடனடியாகத் தொடர்ந்து வரும் பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கையை விட ஒன்று அதிகமாக இருக்கும். நேர்க்கூறின் குறை குறியை $\bar{1}, \bar{2}, \ldots$ என எழுதுவோம். எடுத்துக்காட்டாக, 0.0316-ன் நேர்க்கூறு $\bar{2}$.

(iii) பதின்மானக்கூறு எப்போதும் மிகை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

log 4586 = 3.6615 என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) log 45.86 (ii) log 45860 (iii) log 0.4586

(iv) log 0.004586 (v) log 0.04586 (vi) log 4.586

தீர்வு log 4586 இன் பதின்மானக்கூறு 0.6615.

(i) log 45.86 = 1.6615 (ii) log 45860 = 4.6615

(iii) log 0.4586 = – 1 + 0.6615 = $\bar{1}$.6615 (iv) log 0.004586 = – 3 + 0.6615 = $\bar{3}$.6615

(v) log 0.04586 = – 2 + 0.6615 = $\bar{2}$.6615 (vi) log 4.586 = 0.6615

2.4.1 மடக்கையைக் காணும் முறை

ஒரு எண்ணின் நேர்க்கூறு ஏற்கனவே கூறப்பட்டது போல எளிதில் அறிய முடியும் என்பதால், மடக்கை அட்டவணை வெறும் பதின்மானக்கூறுகளை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். சம இலக்கங்களை வரிசை மாறாமல் கொண்டுள்ள, ஆனால் தசமப்புள்ளியில் மட்டும் மாறுபடும் எல்லா எண்களின் மடக்கைகளின் பதின்மானக்கூறுகளும் ஒன்றே. பதின்மானக்கூறுகள் நான்கு தசம திருத்தமான எண்ணாக கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மடக்கை அட்டவணை பின்வரும் மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டது.

(i) முதல் நிரல் 1.0, 1.1, 1.2, 1.3,...என 9.9 வரை உள்ள எண்களைக் கொண்டது.

(ii) அடுத்து பத்து நிரல்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்ற தலைப்புகளைக் கொண்டு பதின்மானக்கூறுகளைக் கொண்டுள்ளது.

(iii) இந்த நிரல்களுக்கு அடுத்து சராசரி வித்தியாசம் என்ற தலைப்பில் மீண்டும் 9 நிரல்கள் உள்ளது. இந்த நிரல்கள் 1, 2, ..., 9 என்ற எண்களால் குறிக்கப்படுகிறது.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு எண்ணின் பதின்மானக்கூறினை எவ்வாறு காண்பது என்று நாம் விளக்குவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட எண் 40.85 என்க. இதனை $40.85 = 4.085 \times 10^1$ என எழுதலாம்.

$\therefore$ நேர்க்கூறு 1 ஆகும்.

4.0 என்ற எண்ணுக்கு எதிரே உள்ள நிரை பின்வருமாறு மடக்கை அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

											சராசரி வித்தியாசங்கள்								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10

$N = 4.0$ வுக்கு நேராக இலக்கம் 8 ஆவது நிரலுக்குக் கீழே உள்ள எண்ணை நாம் குறிக்க அந்த எண் 0.6107. பிறகு சராசரி வித்தியாசத்தில் **5** ஆவது நிரலுக்குக் கீழே உள்ள எண் 0.0005 ஐ எடுத்துக்கொள்ளத் தேவையான பதின்மானக்கூறு $0.6107 + 0.0005 = 0.6112$.

$\therefore \log 40.85 = 1.6112$.

2.4.2 எதிர்மடக்கைகள் (Antilogarithms)

ஒரு எண்ணின் மடக்கை x எனில், அந்த எண் x இன் எதிர்மடக்கை என அழைக்கப்படும். இதை antilog x என எழுதலாம். அதாவது, $\log y = x$ எனில், $y = \text{antilog}\, x$ ஆகும்.

2.4.3 எதிர்மடக்கையைக் காணும் முறை

இப்புத்தகத்தின் கடைசியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எதிர்மடக்கை அட்டவணை மூலம் ஒரு எண்ணின் எதிர்மடக்கையைக் காணலாம். இந்த அட்டவணையில் எதிர்மடக்கையின் மதிப்பு நான்கு தசமப்புள்ளி திருத்தமாகக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எதிர்மடக்கையைக் காண, நாம் பதின்மானக்கூறை மட்டும் கருத்தில் கொள்ளவேண்டும். முழுஎண் பகுதியில் எத்தனை இலக்கங்கள் உள்ளது எனக் காண அல்லது தசமப்புள்ளிக்கு அடுத்து எத்தனை பூச்சியங்கள் உள்ளது எனக் காண நாம் நேர்க்கூறைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

மடக்கை அட்டவணையை எவ்வாறு பயன்படுத்த வேண்டும் என்று மேலே குறிப்பிட்டோமோ அது போலவே எதிர்மடக்கை அட்டவணையையும் பயன்படுத்த வேண்டும்.

குறிப்பு: இப்புத்தகத்தின் கடைசியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள மடக்கை அட்டவணையை நான்கு இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும். எனவே இப்பகுதியில் தீர்க்கப்படும் எல்லா மடக்கை கணக்குகளிலும் எண்களை நான்கு இலக்க எண்களாக மாற்றிக் கொள்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.23

(i) log 86.76 (ii) log 730.391 (iii) log 0.00421526 காண்க.

தீர்வு

(i) $86.76 = 8.676 \times 10^1$ (அறிவியல் குறியீடு)

$\therefore$ நேர்க்கூறு 1 ஆகும். பதின்மானக்கூறைக் காண 8.676 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும்.

அட்டவணையிலிருந்து, log 8.67 = 0.9380

6-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.0003

$$\log 8.676 = 0.9380 + 0.0003 = 0.9383$$

$$\therefore \log 86.76 = 1.9383$$

(ii) $730.391 = 7.30391 \times 10^2$ (அறிவியல் குறியீடு)

$\therefore$ நேர்க்கூறு 2 ஆகும். பதின்மானக்கூறைக் காண 7.30391 என்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்ளவேண்டும். இதை 7.304 (நான்காவது தசம இலக்கம் 9, 5 ஐ விட பெரியது) என எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

அட்டவணையிலிருந்து, log 7.30 = 0.8633

4-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.0002

$$\log 7.304 = 0.8633 + 0.0002 = 0.8635$$

$$\therefore \log 730.391 = 2.8635$$

(iii) $0.00421526 = 4.21526 \times 10^{-3}$ (அறிவியல் குறியீடு)

$\therefore$ நேர்க்கூறு -3 ஆகும். பதின்மானக்கூறைக் காண 4.21526 என்ற எண்ணை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். இதை 4.215 என எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். (நான்காவது தசம இலக்கம் 2, 5ஐ விட குறைவு).

அட்டவணையிலிருந்து, log 4.21 = 0.6243

5-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.0005

$$\log 4.215 = 0.6243 + 0.0005 = 0.6248$$

$$\therefore \log 0.00421526 = -3 + 0.6248 = \bar{3}.6248$$

எடுத்துக்காட்டு 2.24

பின்வருவனவற்றின் எதிர்மடக்கையினைக் காண்க.

(i) 1.8652 (ii) 0.3269 (iii) $\bar{2}.6709$

தீர்வு

(i) நேர்க்கூறு 1 ஆகும். எனவே அந்த எண், முழுஎண் பகுதியில் இரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது. பதின்மானக்கூறு 0.8652.

அட்டவணையிலிருந்து, antilog 0.865 = 7.328

2-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.003

antilog 0.8652 = 7.328 + 0.003 = 7.331

$\therefore$ antilog 1.8652 = 73.31

(ii) நேர்க்கூறு 0 ஆகும். எனவே அந்த எண், முழுஎண் பகுதியில் ஒரு இலக்கத்தை கொண்டுள்ளது. பதின்மானக்கூறு 0.3269.

அட்டவணையிலிருந்து, antilog 0.326 = 2.118

9-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.004

$\therefore$ antilog 0.3269 = 2.118 + 0.004 = 2.122

(iii) நேர்க்கூறு -2. எனவே அந்த எண்ணில் முழுஎண் பகுதி இருக்காது. மேலும் தசமப்புள்ளியை அடுத்து உடனடியாக ஒரு பூச்சியம் இருக்கும். பதின்மானக்கூறு 0.6709.

அட்டவணையிலிருந்து, antilog 0.670 = 4.677

9-ன் சராசரி வித்தியாசம் = 0.010

antilog 0.6709 = 4.677 + 0.010 = 4.687

$\therefore$ antilog $\bar{2}.6709$ = 0.04687

எடுத்துக்காட்டு 2.25

(i) 42.6×2.163 (ii) 23.17×0.009321 ஆகியவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

தீர்வு

(i) $x = 42.6 \times 2.163$ என்க. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log(42.6 \times 2.163)$$
$$= \log 42.6 + \log 2.163$$
$$= 1.6294 + 0.3351 = 1.9645$$
$$\therefore x = \text{antilog } 1.9645 = 92.15$$

(ii) $x = 23.17 \times 0.009321$ என்க. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log(23.17 \times 0.009321) = \log 23.17 + \log 0.009321$$

$$= 1.3649 + \bar{3}.9694 = 1 + 0.3649 - 3 + 0.9694$$

$$= -2 + 1.3343 = -2 + 1 + 0.3343$$

$$= -1 + 0.3343 = \bar{1}.3343$$

$$\therefore \quad x = \text{antilog}\, \bar{1}.3343 = 0.2159$$

எடுத்துக்காட்டு 2.26

(i) $(36.27)^6$ (ii) $(0.3749)^4$ (iii) $\sqrt[5]{0.2713}$ ஆகியவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

தீர்வு

(i) $x = (36.27)^6$ என்க. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log(36.27)^6 = 6 \log 36.27 = 6(1.5595) = 9.3570$$

$$\therefore x = \text{antilog}\, 9.3570 = 2275000000$$

(ii) $x = (0.3749)^4$ என்க. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log(0.3749)^4 = 4 \log 0.3749 = 4(\bar{1}.5739) = 4(-1 + 0.5739)$$

$$= -4 + 2.2956 = -4 + 2 + 0.2956 = -2 + 0.2956 = -2.2956$$

$$= \bar{2}.2956$$

$$\therefore \; x = \text{antilog}\, \bar{2}.2956 = 0.01975$$

(iii) $x = \sqrt[5]{0.2713} = (0.2713)^{\frac{1}{5}}$ என்க. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log(0.2713)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log 0.2713$$

$$= \frac{1}{5}(\bar{1}.4335) = \frac{-1 + 0.4335}{5}$$

$$= \frac{(-1-4) + 4 + 0.4335}{5}$$

$$= \frac{-5 + 4.4335}{5} = \frac{-5}{5} + \frac{4.4335}{5}$$

$$= -1 + 0.8867 = \bar{1}.8867$$

$$\therefore \; x = \text{antilog}\, \bar{1}.8867 = 0.7703$$

எடுத்துக்காட்டு 2.27

சுருக்குக (i) $\dfrac{(46.7)\times\sqrt{65.2}}{(2.81)^3\times(4.23)}$ (ii) $\dfrac{(84.5)^4\times\sqrt[3]{0.0064}}{(72.5)^2\times\sqrt{62.3}}$

தீர்வு

(i) $x = \dfrac{(46.7)\times\sqrt{65.2}}{(2.81)^3\times(4.23)} = \dfrac{46.7\times(65.2)^{\frac{1}{2}}}{(2.81)^3\times 4.23}$ என்க.

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log\left[\frac{46.7\times(65.2)^{\frac{1}{2}}}{(2.81)^3\times 4.23}\right]$$

$$= \log 46.7 + \log (65.2)^{\frac{1}{2}} - \log(2.81)^3 - \log 4.23$$

$$= \log 46.7 + \frac{1}{2}\log 65.2 - 3\log 2.81 - \log 4.23$$

$$= 1.6693 + \frac{1}{2}(1.8142) - 3(0.4487) - 0.6263$$

$$= 1.6693 + 0.9071 - 1.3461 - 0.6263$$

$$= 2.5764 - 1.9724 = 0.6040$$

$$\therefore x = \text{antilog } 0.6040 = 4.018$$

(ii) $x = \dfrac{(84.5)^4\times\sqrt[3]{0.0064}}{(72.5)^2\times\sqrt{62.3}} = \dfrac{(84.5)^4\times(0.0064)^{\frac{1}{3}}}{(72.5)^2\times(62.3)^{\frac{1}{2}}}$ என்க.

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log\left[\frac{(84.5)^4\times(0.0064)^{\frac{1}{3}}}{(72.5)^2\times(62.3)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$= \log (84.5)^4 + \log(0.0064)^{\frac{1}{3}} - \log (72.5)^2 - \log(62.3)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4\log 84.5 + \frac{1}{3}\log 0.0064 - 2\log 72.5 - \frac{1}{2}\log 62.3$$

$$= 4(1.9269) + \frac{1}{3}(\bar{3}.8062) - 2(1.8603) - \frac{1}{2}(1.7945)$$

$$= 7.7076 + \frac{1}{3}(-3 + 0.8062) - 3.7206 - 0.8973$$

$$= 3.0897 + (-1+0.2687) = 3+0.0897-1+0.2687$$

$$= 2+0.3584 = 2.3584$$

$$\therefore x = \text{antilog}2.3584 = 228.2$$

எடுத்துக்காட்டு 2.28

$\log_4 13.26$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $\log_4 13.26 = \log_{10} 13.26 \times \log_4 10$ $\quad (\because \log_a M = \log_b M \times \log_a b)$

$= \log_{10} 13.26 \times \dfrac{1}{\log_{10} 4}$ $\quad (\because \log_a b = \dfrac{1}{\log_b a})$

$= \dfrac{1.1225}{0.6021} = x$ என்க.

பிறகு $x = \dfrac{1.1225}{0.6021}$. இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க, நாம் பெறுவது

$$\log x = \log\left(\frac{1.1225}{0.6021}\right)$$

$$= \log 1.1225 - \log 0.6021 = 0.0503 - \bar{1}.7797$$

$$= 0.0503 - (-1 + 0.7797) = 0.0503 + 1 - 0.7797$$

$$= 1.0503 - 0.7797 = 0.2706$$

$$\therefore x = \text{antilog } 0.2706 = 1.865$$

பயிற்சி 2.3

1. பின்வருவனவற்றை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக

   (i) 92.43 (ii) 0.9243 (iii) 9243

   (iv) 924300 (v) 0.009243 (vi) 0.09243

2. பின்வருவனவற்றின் நேர்க்கூறினைக் காண்க.

   (i) log 4576 (ii) log 24.56 (iii) log 0.00257

   (iv) log 0.0756 (v) log 0.2798 (vi) log 6.453

3. log 23750-ன் பதின்மானக்கூறு 0.3756 எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

   (i) log 23750 (ii) log 23.75 (iii) log 2.375

   (iv) log 0.2375 (v) log 23750000 (vi) log 0.00002375

4. மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

   (i) log 23.17 (ii) log 9.321 (iii) log 329.5

   (iv) log 0.001364 (v) log 0.9876 (vi) log 6576

5. எதிர்மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மதிப்பினைக் காண்க.

   (i) antilog 3.072 (ii) antilog 1.759 (iii) antilog $\bar{1}.3826$

   (iv) antilog $\bar{3}.6037$ (v) antilog 0.2732 (vi) antilog $\bar{2}.1798$

6. மதிப்பிடுக.

(i) 816.3×37.42 (ii) $816.3 \div 37.42$ (iii) 0.000645×82.3

(iv) $0.3421 \div 0.09782$ (v) $(50.49)^5$ (vi) $\sqrt[3]{561.4}$

(vii) $\dfrac{175.23 \times 22.159}{1828.56}$ (viii) $\dfrac{\sqrt[3]{28} \times \sqrt[5]{729}}{\sqrt{46.35}}$ (ix) $\dfrac{(76.25)^3 \times \sqrt[3]{1.928}}{(42.75)^5 \times 0.04623}$

(x) $\sqrt[3]{\dfrac{0.7214 \times 20.37}{69.8}}$ (xi) $\log_9 63.28$ (xii) $\log_3 7$

2.5 அடிமான முறை

2.5.1 இரண்டு அடிமான முறை

நாம் தினமும் பயன்படுத்தும் தசம எண்கள் முறை பத்து இலக்கங்களைக் கொண்டது. அது 0 முதல் 9 வரை உள்ள பத்தடிமானமுறையாகும். மற்றொரு முக்கியமான எண் முறை என்பது இரண்டடிமான முறை எனப்படும். இது 0 மற்றும் 1 என்ற இலக்கங்களைக் கொண்டது. எனவே இரண்டடிமான முறையின் அடிமானம் 2 ஆகும்.

எல்லா வகையான தகவல்களையும் கணினியில் சேமிக்க இரண்டடிமான முறை முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது. இன்று நாம் வாங்கும் அடைக்கப்பட்ட அனைத்து பொருட்களிலும் பொது தயாரிப்பு குறியீடு (*Universal Product Code*) உள்ளது. ஒரு ஒளி வருடி (*Optical Scanner*) ஆனது அதில் உள்ள கறுப்பு வெள்ளைப் பட்டைகளை இரண்டடிமான குறியீடுகளாக மாற்றி கணினிக்கு அனுப்பி அதனுடைய சரியான தயாரிப்பு மற்றும் விலையை தெரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

ஒரு குறுந்தகட்டில் இசையை எண் குறியீடுகளாக மாற்றி பதியப்படுகிறது. அந்த தகட்டின் மேல் லேசர் ஒளி பட்டு எதிரொளிக்கும் போது அது மீண்டும் இசைக் குறியீடாக மாற்றப்படுகிறது. மாற்றம் என்பதை 1 எனவும் மாற்றம் இல்லாததை 0 எனவும் பதியப்படுகிறது. இந்த இரு பரிமான தொடச்சியானது இசையாக மாற்றப்படுகிறது.

வெவ்வேறு வகையான எண் முறைகளைப் பயன்படுத்தும் போது குழப்பம் ஏற்படுவதைத் தவிர்க்க ஒவ்வொரு எண் முறைகளிலும் அடிமானத்தை குறிப்பிட்டு எழுதப்பட்டு இருக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, 156 என்ற தசம எண்ணை 156_{10} எனவும் 10011100 என்ற இரண்டடிமான எண்ணை 10011100_2 எனவும் எழுத வேண்டும்.

இரண்டடிமானத்தில் 0 மற்றும் 1 என்ற இரு எண்களை மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம்.

இரண்டடிமான இட மதிப்புகள் ...., 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0.

குறிப்பு : இரண்டடிமானத்தில் 2 கிடையாது

அதாவது (1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1111, ...)

எடுத்துக்காட்டாக எண் 10011 (அடிமானம் 2)

என்பது: $1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 16+2+1=19$(அடிமானம் 10)

(I) தற்பொழுது பத்தடிமான எண்களை இரண்டடிமான எண்களாக மாற்றுதல்

எடுத்துக்காட்டு 2.29

35_{10} ஐ இரண்டடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு நாம் 2 ஆல் வகுத்துக் கொண்டே செல்லும் போது கிடைக்கும் மீதி

2	35	
2	17	- 1
2	8	- 1
2	4	- 0
2	2	- 0
	1	- 0

$\therefore\ 35_{10} = 100011_2$

எடுத்துக்காட்டு 2.30

29_{10} ஐ இரண்டடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

2	29	
2	14	- 1
2	7	- 0
2	3	- 1
	1	- 1

$\therefore\ 29_{10} = 11101_2$

(II) நாம் இரண்டடிமான எண்களைப் பத்தடிமான எண்களாக மாற்ற முயற்சி செய்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.31

1110011_2 ஐ பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

$$1110011_2 = 1 \times 2^6 + 1\times2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 64 + 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1 \quad = 115_{10}$$

$\therefore \; 11100011_2 = 115_{10}$

எடுத்துக்காட்டு 2.32

111111_2 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

$$111111_2 = 1 \times 2^5 + 1\times2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 32+16+8+4+2+1 = 63_{10}$$

$\therefore \; 111111_2 = 63_{10}$

2.5.2 5 அடிமான முறை

பொலிவியா நாட்டிலுள்ள சில பழங்குடியினர் 5 அடிமான எண் முறையை பயன்படுத்தினர். ஆனால் தற்பொழுது அந்த இனம் அழிந்துவிட்டது.

ஐந்தடிமானத்தில் 0, 1, 2, 3 மற்றும் 4 என்ற எண்களை மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம்.

ஐந்தடிமானத்தில் 5 கிடையாது.

ஐந்தடிமான இட மதிப்புகள் $\ldots 5^4, 5^3, 5^2, 5^1, 5^0$

எடுத்துக்காட்டாக $3421_5 = 3 \times 5^3 + 4\times5^2 + 2\times 5^1 + 1 \times 5^0$

நம் கையில் உள்ள விரல்களைப் பயன்படுத்தி இந்த முறையை எளிதாகப் புரிந்துக் கொள்ளலாம். 1, 2, 3, 4, ஒரு கை, ஒரு கை ஒன்று, ஒரு கை இரண்டு, ஒரு கை மூன்று, ஒரு கை நான்கு, இரண்டு கைகள் என்றவாறு ஆரம்பிக்கலாம்.

[1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20,…….

3421_5 இதை மூன்று நான்கு இரண்டு ஒன்று அடிமானம் 5 எனப் படிக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.33

624_{10} ஐ ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு நாம் 5 ஆல் வகுத்துக் கொண்டே செல்லும் போது கிடைக்கும் மீதி

5	624	
5	124	- 4
5	24	- 4
	4	- 4

$\therefore \; 624_{10} = 4444_5$

எடுத்துக்காட்டு 2.34

9875_{10} ஐ ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

5	9875	
5	1975	- 0
5	395	- 0
5	79	- 0
5	15	- 4
	3	- 0

$\therefore\ 9875_{10} = 304000_5$

எடுத்துக்காட்டு 2.35

3421_5 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

$$3421_5 = 3 \times 5^3 + 4\times5^2 + 2\times 5^1 + 1 \times 5^0$$
$$= 375+100+10+1$$
$$= 486_{10}$$
$$\therefore\ 3421_5 = 486_{10}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.36

40324_5 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

$$40324_5 = 4 \times 5^4 + 0\times5^3 + 3\times 5^2 + 2 \times 5^1 + 4\times5^0$$
$$= 2500+0 + 75 +10+4$$
$$= 2589_{10}$$
$$\therefore\ 40324_5 = 2589_{10}$$

2.5.3 8 அடிமான முறை

எட்டடிமானத்தில் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 மற்றும் 7 என்ற எண்களை மட்டுமே பயன்படுத்துகிறோம்.

எட்டடிமானத்தில் 8 கிடையாது.

எட்டடிமானத்தில் இட மதிப்புகள் ... $8^7, 8^6, 8^5, 8^4, 8^3, 8^2, 8^1, 8^0$.

எடுத்துக்காட்டாக, $126_8 = 1 \times 8^2 + 2\times8^1 + 6\times 8^0$

$$= 1\times64 + 2\times8+6\times1$$
$$= 64+16 + 6$$
$$= 86_{10}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.37

7893_{10} ஐ எட்டடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

8	7893	
8	986	- 5
8	123	- 2
8	15	- 3
	1	- 7

$\therefore\ 7893_{10} = 17325_8$

எடுத்துக்காட்டு 2.38

1347_8 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.

தீர்வு

$$1347_8 = 1 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

$$= 1 \times 512 + 3 \times 64 + 4 \times 8 + 7 \times 1$$

$$= 512 + 192 + 32 + 7$$

$$= 743_{10}$$

$$\therefore\ 1347_8 = 743_{10}$$

பயிற்சி 2.4

1. 45_{10} ஐ இரண்டடிமான எண்ணாக மாற்று.
2. 73_{10} ஐ இரண்டடிமான எண்ணாக மாற்று.
3. 1101011_2 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
4. 111_2 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
5. 987_{10} ஐ ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
6. 1238_{10} ஐ ஐந்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
7. 10234_5 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
8. 211423_5 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
9. 98567_{10} ஐ எட்டடிமான எண்ணாக மாற்று.
10. 688_{10} ஐ எட்டடிமான எண்ணாக மாற்று.
11. 47156_8 ஐப் பத்தடிமான எண்ணாக மாற்று.
12. 585_{10} ஐ இரண்டடிமானம், ஐந்தடிமானம் மற்றும் எட்டடிமான எண்ணாக மாற்று.

பயிற்சி 2.5

1. 923.4 இன் அறிவியல் குறியீடு

(A) 9.234×10^{-2} (B) 9.234×10^{2} (C) 9.234×10^{3} (D) 9.234×10^{-3}

2. 0.00036 இன் அறிவியல் குறியீடு

(A) 3.6×10^{-3} (B) 3.6×10^{3} (C) 3.6×10^{-4} (D) 3.6×10^{4}

3. 2.57×10^{3} இன் தசம வடிவம்

(A) 257 (B) 2570 (C) 25700 (D) 257000

4. 3.506×10^{-2} இன் தசம வடிவம்

(A) 0.03506 (B) 0.003506 (C) 35.06 (D) 350.6

5. $5^2 = 25$ இன் மடக்கை வடிவம்

(A) $\log_5 2 = 25$ (B) $\log_2 5 = 25$ (C) $\log_5 25 = 2$ (D) $\log_{25} 5 = 2$

6. $\log_2 16 = 4$ இன் அடுக்குக் குறி வடிவம்

(A) $2^4 = 16$ (B) $4^2 = 16$ (C) $2^{16} = 4$ (D) $4^{16} = 2$

7. $\log_{\frac{3}{4}}\left(\frac{4}{3}\right)$ இன் மதிப்பு

(A) – 2 (B) 1 (C) 2 (D) –1

8. $\log_{49} 7$ இன் மதிப்பு

(A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) 1

9. $\log_{\frac{1}{2}} 4$ இன் மதிப்பு

(A) – 2 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

10. $\log_{10} 8 + \log_{10} 5 - \log_{10} 4 =$

(A) $\log_{10} 9$ (B) $\log_{10} 36$ (C) 1 (D) –1

நினைவில் கொள்க...

- ஒரு எண் N ஐ அறிவியல் குறியீட்டில் $1 \le a < 10$ என உள்ள தசமஎண் மற்றும் 10 இன் முழு அடுக்கு ஆகியவற்றின் பெருக்கற் பலனாக எழுதலாம். அதாவது, $N = a \times 10^n$ இங்கு $1 \le a < 10$ மற்றும் n ஒரு முழு.
- $a^x = b\ (a > 0, a \neq 1)$ எனில், x என்பது அடிமானம் a உடைய b-ன் மடக்கையாகும். இதை $x = \log_a b$ என எழுதுவோம்.
- பெருக்கல் விதி : $\log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$; a, M, N மிகை எண்கள், $a \neq 1$
- வகுத்தல் விதி : $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$; a, M, N மிகை எண்கள், $a \neq 1$
- அடுக்கு விதி : $\log_a (M)^n = n \log_a M$; a, M மிகை எண்கள், $a \neq 1$
- அடிமான மாற்றல் விதி : $\log_a M = \log_b M \times \log_a b, a \neq 1, b \neq 1$.
- ஒரு மடக்கையின் முழுஎண் பகுதி நேர்க்கூறு (*characteristic*) எனவும் தசமப்பின்னப் பகுதி பதின்மானக்கூறு (*mantissa*) எனவும் அழைக்கப்படுகிறது.

செயல் 1

$\log_{10} 2$ மற்றும் $\log_{10} 3$ ஐ மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் தோராயமதிப்பைக் காண்க.

நாம் அறிவது $2^{10} = 1024$

$2^{10} \simeq 1000$ (அருகாமையில் உள்ள 10 இன் அடுக்குக்கு சமமான எண்)

$2^{10} \simeq 10^3$

$2 \simeq 10^{\frac{3}{10}}$

$2 \simeq 10^{0.3}$

$\Rightarrow \quad \log_{10} 2 \simeq 0.3$

இதே போல் $3^4 = 81 \simeq 80 = 8 \times 10 = 2^3 \times 10$

$\therefore \quad 3^4 \simeq 2^3 \times 10$

இருபுறமும் மடக்கை எடுக்க

$\Rightarrow \quad \log_{10} 3^4 \simeq \log_{10} (2^3 \times 10)$

$$\Rightarrow \quad 4\log_{10}3 \simeq 3\log_{10}2 + \log_{10}10$$

$$\Rightarrow \quad 4\log_{10}3 \simeq 3 \times 0.3 + 1$$

$$\log_{10}3 \simeq \frac{1.9}{4}$$

$$\log_{10}3 \simeq 0.475$$

இதே போல் $\log_{10}4$, $\log_{10}8$ மற்றும் $\log_{10}12$ இன் தோராயமதிப்புகளைக் காண்க.

செயல் 2

$\log_{12}144$ இன் மதிப்பைக் காண்க. (i) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி (ii) மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல்

செயல் 3

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி 2^{10}, 3^{25}, 4^{50}, 5^{80} இன் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

செயல் 4

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

வ.எண்	எண்கள்	அறிவியல் குறியீடு	நேர்க்கூறு	பதின்மானக் கூறு	அந்த எண்ணின் மடக்கை
1.	25.6	2.56×10^{1}	1	0.4082	1.4082
2.	0.0154	1.54×10^{-2}	–2	0.1875	$\bar{2}.1875$
3.	375.4			0.5745	
4.	4022		3		3.6044
5.	0.234		–1		$\bar{1}.3692$
6.	0.00056			0.7482	

செயல் 5

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையை பார்க்க.

A	B	C	D	E
1	2	4	8	16
3	3	5	9	17
5	6	6	10	18
7	7	7	11	19
9	10	12	12	20
11	11	13	13	21
13	14	14	14	22
15	15	15	15	23
17	18	20	24	24
19	19	21	25	25
21	22	22	26	26
23	23	23	27	27
25	26	28	28	28
27	27	29	29	29
29	30	30	30	30
31	31	31	31	31

31 வயதிற்குட்பட்ட நபர்கள் இந்த அட்டவணையில் எந்தெந்த நிரலில் அவர்களுடைய வயது உள்ளது எனக் கூறினால் அவர்களுடைய வயதை எளிதில் காண முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஜான் என்பவரின் வயது A, B மற்றும் D ஆகிய நிரல்களில் உள்ளது எனக் கூறினால் அந்த நிரல்களின் முதல் நிரையில் உள்ள எண்களைக் கூட்டினால் ஜானின் வயது கிடைக்கும்.

∴ ஜானின் வயது 1+2+8=11.

ராதாவின் வயது 14 எனக் கொண்டால் அவருடைய வயது எந்தெந்த நிரல்களில் இருக்கும் ?

14_{10} ஐ இரண்டடிமான எண்ணாக மாற்று.

2	14	
2	7	- 0
2	3	- 1
	1	- 1

A	B	C	D	E
0	1	1	1	-

எனவே, ராதாவின் வயது B,C,D என்ற நிரல்களில் இருக்கும்.

செயல் 6

ஓர் எழுத்தை நினைத்தல்

தயவு செய்து 26 எழுத்துக்களில் இருந்து ஓர் எழுத்தை நினைத்துக் கொள். நீங்கள் நினைத்த எழுத்து கீழ்க்கண்ட 5 நிரல்களில் உள்ளதா எனப் பார் ? தயவு செய்து நிரல்களில் எண்களைக் கூறுக. நான் நீங்கள் நினைத்த எண்ணைக் கூறுகிறேன்.

1	2	3	4	5
A	B	D	H	P
C	C	E	I	Q
E	F	F	J	R
G	G	G	K	S
I	J	L	L	T
K	K	M	M	U
M	N	N	N	V
O	O	O	O	W
Q	R	T	X	X
S	S	U	Y	Y
U	V	V	Z	Z
W	W	W	-	-
Y	Z	-	-	-

எடுத்துக்காட்டாக : ஒருவர் அவர் நினைத்த எழுத்து **1,2** மற்றும் **5** என்ற நிரல்களில் உள்ளது எனக் கூறுகிறார்.

தீர்வு : 1+2+16=19. அந்த எழுத்து **19** ஆவது எழுத்து 'S' ஆகும்.

நிரல் 1=1, நிரல் 2=2, நிரல் 3=4, நிரல் 4=8, நிரல் 5=16.

எழுத்துகளில் உள்ள ஓர் எழுத்தைக் கூறு நான் அந்த எழுத்து எந்த நிரல்களில் உள்ளது எனக் கூறுகிறேன்.

எடுத்துக்காட்டாக : ஒருவர் அவர் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட எழுத்து 'U' எனக் கூறுகிறார்.

தீர்வு : 'U' என்பது **21** ஆவது எழுத்து.

2	21	
2	10	- 1
2	5	- 0
2	2	- 1
	1	- 0

அந்த எழுத்து **1, 3** மற்றும் **5** என்ற நிரல்களில் உள்ளது.

MATHEMATICS IN LIFE

Why do we study Mathematics?

We must study Mathematics.

- To ADD noble qualities
- To SUBTRACT bad habits
- To MULTIPLY love and friendship
- To DIVIDE equal thoughts among us
- To ROOT-OUT dreadful caste and creed
- To EQUATE rich and poor in the society
- To ELIMINATE social evils
- To DIFFERENTIATE good from bad
- To INTEGRATE People of our country
- To MINIMISE our ignorance
- To MAXIMIZE our IQ and EQ
- To EXPAND our unity among the world
- To SIMPLIFY our difficulties and
- To be RATIONAL and dynamic.

பயிற்சி 2.1

1. (i) 7.493×10^{11} (ii) 1.3×10^{7} (iii) 1.05003×10^{5} (iv) 5.436×10^{14}

(v) 9.6×10^{-3} (vi) 1.3307×10^{-6} (vii) 2.2×10^{-9} (viii) 9.0×10^{-13}

2. (i) 0.00000325 (ii) 0.0004134 (iii) 41340 (iv) 18600000

(v) 9870000000 (vi) 0.000000001432

3. (i) 6.4×10^{13} (ii) 3.375×10^{1} (iii) 2.56×10^{3} (iv) 6.9984×10^{-28} (v) 3.993×10^{2}

பயிற்சி 2.2

1. (i) சரி (ii) தவறு (iii) தவறு (iv) தவறு (v) சரி (vi) தவறு

2. (i) $\log_2 16 = 4$ (ii) $\log_3 243 = 5$ (iii) $\log_{10} 0.1 = -1$ (iv) $\log_8\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{3}$

(v) $\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$ (vi) $\log_{12}\left(\frac{1}{144}\right) = -2$

3. (i) $6^3 = 216$ (ii) $9^{\frac{1}{2}} = 3$ (iii) $5^0 = 1$ (iv) $(\sqrt{3})^4 = 9$ (v) $(64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$ (vi) $(.5)^{-3} = 8$

4. (i) -4 (ii) 3 (iii) 5 (iv) -3 (v) -4 (vi) 5

5. (i) $x = \sqrt{2}$ (ii) $x = \frac{1}{125}$ (iii) $y = \frac{1}{9}$ (iv) $x = \sqrt{5}$ (v) $x = 10$ (vi) $x = -\frac{4}{3}$

6. (i) $\log_{10} 9$ (ii) $\log_{25}\left(\frac{7}{2}\right)$ (iii) 2 (iv) 2 (v) $\log_{10}\left(\frac{72}{25}\right)$ (vi) 1

7. (i) $x = -2$ (ii) $x = 2$ (iii) $x = 2$ (iv) $x = 4$ (v) $x = 3$ (vi) $x = 5$ (vii) $x = 5$

(viii) $x = 7$ **8.** (i) $y + z$ (ii) $3x$ (iii) $x + y + z$ (iv) $3(y - z)$ (v) $x - y + z$ (vi) $y - x$

பயிற்சி 2.3

1. (i) 9.243×10^{1} (ii) 9.243×10^{-1} (iii) 9.243×10^{3} (iv) 9.243×10^{5}

(v) 9.243×10^{-3} (vi) 9.243×10^{-2} **2.** (i) 3 (ii) 1 (iii) –3 (iv) –2 (v) –1 (vi) 0

3. (i) 4.3756 (ii) 1.3756 (iii) 0.3756 (iv) $\bar{1}.3756$ (v) 7.3756 (vi) $\bar{5}.3756$

4. (i) 1.3649 (ii) 0.9694 (iii) 2.5179 (iv) $\bar{3}.1348$ (v) $\bar{1}.9946$ (vi) 3.8180

5. (i) 1180 (ii) 57.41 (iii) 0.2413 (iv) 0.004015 (v) 1.876 (vi) 0.01513

6. (i) 30550 (ii) 21.82 (iii) 0.05309 (iv) 3.497 (v) 328100000 (vi) 8.249
(vii) 2.122 (viii) 1.666 (ix) 0.08366 (x) 0.5948 (xi) 1.888 (xii) 1.772

பயிற்சி 2.4

1. 101101_2 **2.** 1001001_2 **3.** 107_{10} **4.** 7_{10} **5.** 12422_5

6. 14423_5 **7.** 694_{10} **8.** 7113_{10} **9.** 300407_8 **10.** 1260_8

11. 20038_{10} **12.** 1001001001_2, 4302_5, 1111_8.

பயிற்சி 2.5

1. B **2.** C **3.** B **4.** A **5.** C **6.** A **7.** D **8.** B **9.** A **10.** C

LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	0.0414	0.0453	0.0492	0.0531	0.0569	0.0607	0.0645	0.0682	0.0719	0.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0.0792	0.0828	0.0864	0.0899	0.0934	0.0969	0.1004	0.1038	0.1072	0.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	0.1139	0.1173	0.1206	0.1239	0.1271	0.1303	0.1335	0.1367	0.1399	0.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	0.1461	0.1492	0.1523	0.1553	0.1584	0.1614	0.1644	0.1673	0.1703	0.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	0.1761	0.1790	0.1818	0.1847	0.1875	0.1903	0.1931	0.1959	0.1987	0.2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	0.2041	0.2068	0.2095	0.2122	0.2148	0.2175	0.2201	0.2227	0.2253	0.2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	0.2304	0.2330	0.2355	0.2380	0.2405	0.2430	0.2455	0.2480	0.2504	0.2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	0.2553	0.2577	0.2601	0.2625	0.2648	0.2672	0.2695	0.2718	0.2742	0.2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	0.2788	0.2810	0.2833	0.2856	0.2878	0.2900	0.2923	0.2945	0.2967	0.2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	0.3010	0.3032	0.3054	0.3075	0.3096	0.3118	0.3139	0.3160	0.3181	0.3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.1	0.3222	0.3243	0.3263	0.3284	0.3304	0.3324	0.3345	0.3365	0.3385	0.3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.2	0.3424	0.3444	0.3464	0.3483	0.3502	0.3522	0.3541	0.3560	0.3579	0.3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
2.3	0.3617	0.3636	0.3655	0.3674	0.3692	0.3711	0.3729	0.3747	0.3766	0.3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
2.4	0.3802	0.3820	0.3838	0.3856	0.3874	0.3892	0.3909	0.3927	0.3945	0.3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.5	0.3979	0.3997	0.4014	0.4031	0.4048	0.4065	0.4082	0.4099	0.4116	0.4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
2.6	0.4150	0.4166	0.4183	0.4200	0.4216	0.4232	0.4249	0.4265	0.4281	0.4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
2.7	0.4314	0.4330	0.4346	0.4362	0.4378	0.4393	0.4409	0.4425	0.4440	0.4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
2.8	0.4472	0.4487	0.4502	0.4518	0.4533	0.4548	0.4564	0.4579	0.4594	0.4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2.9	0.4624	0.4639	0.4654	0.4669	0.4683	0.4698	0.4713	0.4728	0.4742	0.4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.0	0.4771	0.4786	0.4800	0.4814	0.4829	0.4843	0.4857	0.4871	0.4886	0.4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
3.1	0.4914	0.4928	0.4942	0.4955	0.4969	0.4983	0.4997	0.5011	0.5024	0.5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
3.2	0.5051	0.5065	0.5079	0.5092	0.5105	0.5119	0.5132	0.5145	0.5159	0.5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.3	0.5185	0.5198	0.5211	0.5224	0.5237	0.5250	0.5263	0.5276	0.5289	0.5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
3.4	0.5315	0.5328	0.5340	0.5353	0.5366	0.5378	0.5391	0.5403	0.5416	0.5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
3.5	0.5441	0.5453	0.5465	0.5478	0.5490	0.5502	0.5514	0.5527	0.5539	0.5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
3.6	0.5563	0.5575	0.5587	0.5599	0.5611	0.5623	0.5635	0.5647	0.5658	0.5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
3.7	0.5682	0.5694	0.5705	0.5717	0.5729	0.5740	0.5752	0.5763	0.5775	0.5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.8	0.5798	0.5809	0.5821	0.5832	0.5843	0.5855	0.5866	0.5877	0.5888	0.5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3.9	0.5911	0.5922	0.5933	0.5944	0.5955	0.5966	0.5977	0.5988	0.5999	0.6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
4.0	0.6021	0.6031	0.6042	0.6053	0.6064	0.6075	0.6085	0.6096	0.6107	0.6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
4.1	0.6128	0.6138	0.6149	0.6160	0.6170	0.6180	0.6191	0.6201	0.6212	0.6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.2	0.6232	0.6243	0.6253	0.6263	0.6274	0.6284	0.6294	0.6304	0.6314	0.6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.3	0.6335	0.6345	0.6355	0.6365	0.6375	0.6385	0.6395	0.6405	0.6415	0.6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.4	0.6435	0.6444	0.6454	0.6464	0.6474	0.6484	0.6493	0.6503	0.6513	0.6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.5	0.6532	0.6542	0.6551	0.6561	0.6571	0.6580	0.6590	0.6599	0.6609	0.6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.6	0.6628	0.6637	0.6646	0.6656	0.6665	0.6675	0.6684	0.6693	0.6702	0.6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
4.7	0.6721	0.6730	0.6739	0.6749	0.6758	0.6767	0.6776	0.6785	0.6794	0.6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
4.8	0.6812	0.6821	0.6830	0.6839	0.6848	0.6857	0.6866	0.6875	0.6884	0.6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
4.9	0.6902	0.6911	0.6920	0.6928	0.6937	0.6946	0.6955	0.6964	0.6972	0.6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
5.0	0.6990	0.6998	0.7007	0.7016	0.7024	0.7033	0.7042	0.7050	0.7059	0.7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.1	0.7076	0.7084	0.7093	0.7101	0.7110	0.7118	0.7126	0.7135	0.7143	0.7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
5.2	0.7160	0.7168	0.7177	0.7185	0.7193	0.7202	0.7210	0.7218	0.7226	0.7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
5.3	0.7243	0.7251	0.7259	0.7267	0.7275	0.7284	0.7292	0.7300	0.7308	0.7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
5.4	0.7324	0.7332	0.7340	0.7348	0.7356	0.7364	0.7372	0.7380	0.7388	0.7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	0.7404	0.7412	0.7419	0.7427	0.7435	0.7443	0.7451	0.7459	0.7466	0.7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.6	0.7482	0.7490	0.7497	0.7505	0.7513	0.7520	0.7528	0.7536	0.7543	0.7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.7	0.7559	0.7566	0.7574	0.7582	0.7589	0.7597	0.7604	0.7612	0.7619	0.7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
5.8	0.7634	0.7642	0.7649	0.7657	0.7664	0.7672	0.7679	0.7686	0.7694	0.7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
5.9	0.7709	0.7716	0.7723	0.7731	0.7738	0.7745	0.7752	0.7760	0.7767	0.7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
6.0	0.7782	0.7789	0.7796	0.7803	0.7810	0.7818	0.7825	0.7832	0.7839	0.7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.1	0.7853	0.7860	0.7868	0.7875	0.7882	0.7889	0.7896	0.7903	0.7910	0.7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
6.2	0.7924	0.7931	0.7938	0.7945	0.7952	0.7959	0.7966	0.7973	0.7980	0.7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
6.3	0.7993	0.8000	0.8007	0.8014	0.8021	0.8028	0.8035	0.8041	0.8048	0.8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.4	0.8062	0.8069	0.8075	0.8082	0.8089	0.8096	0.8102	0.8109	0.8116	0.8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.5	0.8129	0.8136	0.8142	0.8149	0.8156	0.8162	0.8169	0.8176	0.8182	0.8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.6	0.8195	0.8202	0.8209	0.8215	0.8222	0.8228	0.8235	0.8241	0.8248	0.8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.7	0.8261	0.8267	0.8274	0.8280	0.8287	0.8293	0.8299	0.8306	0.8312	0.8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
6.8	0.8325	0.8331	0.8338	0.8344	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
6.9	0.8388	0.8395	0.8401	0.8407	0.8414	0.8420	0.8426	0.8432	0.8439	0.8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.0	0.8451	0.8457	0.8463	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488	0.8494	0.8500	0.8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
7.1	0.8513	0.8519	0.8525	0.8531	0.8537	0.8543	0.8549	0.8555	0.8561	0.8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.2	0.8573	0.8579	0.8585	0.8591	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.3	0.8633	0.8639	0.8645	0.8651	0.8657	0.8663	0.8669	0.8675	0.8681	0.8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.4	0.8692	0.8698	0.8704	0.8710	0.8716	0.8722	0.8727	0.8733	0.8739	0.8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
7.5	0.8751	0.8756	0.8762	0.8768	0.8774	0.8779	0.8785	0.8791	0.8797	0.8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.6	0.8808	0.8814	0.8820	0.8825	0.8831	0.8837	0.8842	0.8848	0.8854	0.8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
7.7	0.8865	0.8871	0.8876	0.8882	0.8887	0.8893	0.8899	0.8904	0.8910	0.8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.8	0.8921	0.8927	0.8932	0.8938	0.8943	0.8949	0.8954	0.8960	0.8965	0.8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
7.9	0.8976	0.8982	0.8987	0.8993	0.8998	0.9004	0.9009	0.9015	0.9020	0.9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.0	0.9031	0.9036	0.9042	0.9047	0.9053	0.9058	0.9063	0.9069	0.9074	0.9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.1	0.9085	0.9090	0.9096	0.9101	0.9106	0.9112	0.9117	0.9122	0.9128	0.9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.2	0.9138	0.9143	0.9149	0.9154	0.9159	0.9165	0.9170	0.9175	0.9180	0.9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.3	0.9191	0.9196	0.9201	0.9206	0.9212	0.9217	0.9222	0.9227	0.9232	0.9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.4	0.9243	0.9248	0.9253	0.9258	0.9263	0.9269	0.9274	0.9279	0.9284	0.9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.5	0.9294	0.9299	0.9304	0.9309	0.9315	0.9320	0.9325	0.9330	0.9335	0.9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.6	0.9345	0.9350	0.9355	0.9360	0.9365	0.9370	0.9375	0.9380	0.9385	0.9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
8.7	0.9395	0.9400	0.9405	0.9410	0.9415	0.9420	0.9425	0.9430	0.9435	0.9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.8	0.9445	0.9450	0.9455	0.9460	0.9465	0.9469	0.9474	0.9479	0.9484	0.9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
8.9	0.9494	0.9499	0.9504	0.9509	0.9513	0.9518	0.9523	0.9528	0.9533	0.9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.0	0.9542	0.9547	0.9552	0.9557	0.9562	0.9566	0.9571	0.9576	0.9581	0.9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.1	0.9590	0.9595	0.9600	0.9605	0.9609	0.9614	0.9619	0.9624	0.9628	0.9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.2	0.9638	0.9643	0.9647	0.9652	0.9657	0.9661	0.9666	0.9671	0.9675	0.9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.3	0.9685	0.9689	0.9694	0.9699	0.9703	0.9708	0.9713	0.9717	0.9722	0.9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.4	0.9731	0.9736	0.9741	0.9745	0.9750	0.9754	0.9759	0.9763	0.9768	0.9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.5	0.9777	0.9782	0.9786	0.9791	0.9795	0.9800	0.9805	0.9809	0.9814	0.9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.6	0.9823	0.9827	0.9832	0.9836	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.7	0.9868	0.9872	0.9877	0.9881	0.9886	0.9890	0.9894	0.9899	0.9903	0.9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.8	0.9912	0.9917	0.9921	0.9926	0.9930	0.9934	0.9939	0.9943	0.9948	0.9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
9.9	0.9956	0.9961	0.9965	0.9969	0.9974	0.9978	0.9983	0.9987	0.9991	0.9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

ANTI LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.00	1.000	1.002	1.005	1.007	1.009	1.012	1.014	1.016	1.019	1.021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.01	1.023	1.026	1.028	1.030	1.033	1.035	1.038	1.040	1.042	1.045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.02	1.047	1.050	1.052	1.054	1.057	1.059	1.062	1.064	1.067	1.069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.03	1.072	1.074	1.076	1.079	1.081	1.084	1.086	1.089	1.091	1.094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
0.04	1.096	1.099	1.102	1.104	1.107	1.109	1.112	1.114	1.117	1.119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.05	1.122	1.125	1.127	1.130	1.132	1.135	1.138	1.140	1.143	1.146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.06	1.148	1.151	1.153	1.156	1.159	1.161	1.164	1.167	1.169	1.172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.07	1.175	1.178	1.180	1.183	1.186	1.189	1.191	1.194	1.197	1.199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0.08	1.202	1.205	1.208	1.211	1.213	1.216	1.219	1.222	1.225	1.227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.09	1.230	1.233	1.236	1.239	1.242	1.245	1.247	1.250	1.253	1.256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.10	1.259	1.262	1.265	1.268	1.271	1.274	1.276	1.279	1.282	1.285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
0.11	1.288	1.291	1.294	1.297	1.300	1.303	1.306	1.309	1.312	1.315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.12	1.318	1.321	1.324	1.327	1.330	1.334	1.337	1.340	1.343	1.346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
0.13	1.349	1.352	1.355	1.358	1.361	1.365	1.368	1.371	1.374	1.377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.14	1.380	1.384	1.387	1.390	1.393	1.396	1.400	1.403	1.406	1.409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.15	1.413	1.416	1.419	1.422	1.426	1.429	1.432	1.435	1.439	1.442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.16	1.445	1.449	1.452	1.455	1.459	1.462	1.466	1.469	1.472	1.476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.17	1.479	1.483	1.486	1.489	1.493	1.496	1.500	1.503	1.507	1.510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.18	1.514	1.517	1.521	1.524	1.528	1.531	1.535	1.538	1.542	1.545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
0.19	1.549	1.552	1.556	1.560	1.563	1.567	1.570	1.574	1.578	1.581	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.20	1.585	1.589	1.592	1.596	1.600	1.603	1.607	1.611	1.614	1.618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
0.21	1.622	1.626	1.629	1.633	1.637	1.641	1.644	1.648	1.652	1.656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.22	1.660	1.663	1.667	1.671	1.675	1.679	1.683	1.687	1.690	1.694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
0.23	1.698	1.702	1.706	1.710	1.714	1.718	1.722	1.726	1.730	1.734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.24	1.738	1.742	1.746	1.750	1.754	1.758	1.762	1.766	1.770	1.774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.25	1.778	1.782	1.786	1.791	1.795	1.799	1.803	1.807	1.811	1.816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
0.26	1.820	1.824	1.828	1.832	1.837	1.841	1.845	1.849	1.854	1.858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.27	1.862	1.866	1.871	1.875	1.879	1.884	1.888	1.892	1.897	1.901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
0.28	1.905	1.910	1.914	1.919	1.923	1.928	1.932	1.936	1.941	1.945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.29	1.950	1.954	1.959	1.963	1.968	1.972	1.977	1.982	1.986	1.991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.30	1.995	2.000	2.004	2.009	2.014	2.018	2.023	2.028	2.032	2.037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.31	2.042	2.046	2.051	2.056	2.061	2.065	2.070	2.075	2.080	2.084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.32	2.089	2.094	2.099	2.104	2.109	2.113	2.118	2.123	2.128	2.133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.33	2.138	2.143	2.148	2.153	2.158	2.163	2.168	2.173	2.178	2.183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
0.34	2.188	2.193	2.198	2.203	2.208	2.213	2.218	2.223	2.228	2.234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.35	2.239	2.244	2.249	2.254	2.259	2.265	2.270	2.275	2.280	2.286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.36	2.291	2.296	2.301	2.307	2.312	2.317	2.323	2.328	2.333	2.339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.37	2.344	2.350	2.355	2.360	2.366	2.371	2.377	2.382	2.388	2.393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.38	2.399	2.404	2.410	2.415	2.421	2.427	2.432	2.438	2.443	2.449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
0.39	2.455	2.460	2.466	2.472	2.477	2.483	2.489	2.495	2.500	2.506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
0.40	2.512	2.518	2.523	2.529	2.535	2.541	2.547	2.553	2.559	2.564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.41	2.570	2.576	2.582	2.588	2.594	2.600	2.606	2.612	2.618	2.624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
0.42	2.630	2.636	2.642	2.649	2.655	2.661	2.667	2.673	2.679	2.685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
0.43	2.692	2.698	2.704	2.710	2.716	2.723	2.729	2.735	2.742	2.748	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.44	2.754	2.761	2.767	2.773	2.780	2.786	2.793	2.799	2.805	2.812	1	1	2	3	3	4	4	5	6
0.45	2.818	2.825	2.831	2.838	2.844	2.851	2.858	2.864	2.871	2.877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.46	2.884	2.891	2.897	2.904	2.911	2.917	2.924	2.931	2.938	2.944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.47	2.951	2.958	2.965	2.972	2.979	2.985	2.992	2.999	3.006	3.013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
0.48	3.020	3.027	3.034	3.041	3.048	3.055	3.062	3.069	3.076	3.083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
0.49	3.090	3.097	3.105	3.112	3.119	3.126	3.133	3.141	3.148	3.155	1	1	2	3	4	4	5	6	6

ANTI LOGARITHM TABLE

											Mean Difference								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.50	3.162	3.170	3.177	3.184	3.192	3.199	3.206	3.214	3.221	3.228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
0.51	3.236	3.243	3.251	3.258	3.266	3.273	3.281	3.289	3.296	3.304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.52	3.311	3.319	3.327	3.334	3.342	3.350	3.357	3.365	3.373	3.381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
0.53	3.388	3.396	3.404	3.412	3.420	3.428	3.436	3.443	3.451	3.459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.54	3.467	3.475	3.483	3.491	3.499	3.508	3.516	3.524	3.532	3.540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0.55	3.548	3.556	3.565	3.573	3.581	3.589	3.597	3.606	3.614	3.622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
0.56	3.631	3.639	3.648	3.656	3.664	3.673	3.681	3.690	3.698	3.707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.57	3.715	3.724	3.733	3.741	3.750	3.758	3.767	3.776	3.784	3.793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
0.58	3.802	3.811	3.819	3.828	3.837	3.846	3.855	3.864	3.873	3.882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
0.59	3.890	3.899	3.908	3.917	3.926	3.936	3.945	3.954	3.963	3.972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
0.60	3.981	3.990	3.999	4.009	4.018	4.027	4.036	4.046	4.055	4.064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
0.61	4.074	4.083	4.093	4.102	4.111	4.121	4.130	4.140	4.150	4.159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.62	4.169	4.178	4.188	4.198	4.207	4.217	4.227	4.236	4.246	4.256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.63	4.266	4.276	4.285	4.295	4.305	4.315	4.325	4.335	4.345	4.355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.64	4.365	4.375	4.385	4.395	4.406	4.416	4.426	4.436	4.446	4.457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.65	4.467	4.477	4.487	4.498	4.508	4.519	4.529	4.539	4.550	4.560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.66	4.571	4.581	4.592	4.603	4.613	4.624	4.634	4.645	4.656	4.667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
0.67	4.677	4.688	4.699	4.710	4.721	4.732	4.742	4.753	4.764	4.775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
0.68	4.786	4.797	4.808	4.819	4.831	4.842	4.853	4.864	4.875	4.887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
0.69	4.898	4.909	4.920	4.932	4.943	4.955	4.966	4.977	4.989	5.000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
0.70	5.012	5.023	5.035	5.047	5.058	5.070	5.082	5.093	5.105	5.117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
0.71	5.129	5.140	5.152	5.164	5.176	5.188	5.200	5.212	5.224	5.236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
0.72	5.248	5.260	5.272	5.284	5.297	5.309	5.321	5.333	5.346	5.358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
0.73	5.370	5.383	5.395	5.408	5.420	5.433	5.445	5.458	5.470	5.483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
0.74	5.495	5.508	5.521	5.534	5.546	5.559	5.572	5.585	5.598	5.610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
0.75	5.623	5.636	5.649	5.662	5.675	5.689	5.702	5.715	5.728	5.741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
0.76	5.754	5.768	5.781	5.794	5.808	5.821	5.834	5.848	5.861	5.875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
0.77	5.888	5.902	5.916	5.929	5.943	5.957	5.970	5.984	5.998	6.012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
0.78	6.026	6.039	6.053	6.067	6.081	6.095	6.109	6.124	6.138	6.152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
0.79	6.166	6.180	6.194	6.209	6.223	6.237	6.252	6.266	6.281	6.295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
0.80	6.310	6.324	6.339	6.353	6.368	6.383	6.397	6.412	6.427	6.442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
0.81	6.457	6.471	6.486	6.501	6.516	6.531	6.546	6.561	6.577	6.592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.82	6.607	6.622	6.637	6.653	6.668	6.683	6.699	6.714	6.730	6.745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
0.83	6.761	6.776	6.792	6.808	6.823	6.839	6.855	6.871	6.887	6.902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
0.84	6.918	6.934	6.950	6.966	6.982	6.998	7.015	7.031	7.047	7.063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
0.85	7.079	7.096	7.112	7.129	7.145	7.161	7.178	7.194	7.211	7.228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.86	7.244	7.261	7.278	7.295	7.311	7.328	7.345	7.362	7.379	7.396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
0.87	7.413	7.430	7.447	7.464	7.482	7.499	7.516	7.534	7.551	7.568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
0.88	7.586	7.603	7.621	7.638	7.656	7.674	7.691	7.709	7.727	7.745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
0.89	7.762	7.780	7.798	7.816	7.834	7.852	7.870	7.889	7.907	7.925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
0.90	7.943	7.962	7.980	7.998	8.017	8.035	8.054	8.072	8.091	8.110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
0.91	8.128	8.147	8.166	8.185	8.204	8.222	8.241	8.260	8.279	8.299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
0.92	8.318	8.337	8.356	8.375	8.395	8.414	8.433	8.453	8.472	8.492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
0.93	8.511	8.531	8.551	8.570	8.590	8.610	8.630	8.650	8.670	8.690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.94	8.710	8.730	8.750	8.770	8.790	8.810	8.831	8.851	8.872	8.892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0.95	8.913	8.933	8.954	8.974	8.995	9.016	9.036	9.057	9.078	9.099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
0.96	9.120	9.141	9.162	9.183	9.204	9.226	9.247	9.268	9.290	9.311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
0.97	9.333	9.354	9.376	9.397	9.419	9.441	9.462	9.484	9.506	9.528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
0.98	9.550	9.572	9.594	9.616	9.638	9.661	9.683	9.705	9.727	9.750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
0.99	9.772	9.795	9.817	9.840	9.863	9.886	9.908	9.931	9.954	9.977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

3 வடிவியல்

Truth can never be told so as to be understood,
and not to be believed
- WILLIAM BLAKE

முதன்மைக் குறிக்கோள்கள்

- வட்டத்தின் மீதான தேற்றங்களை புரிந்து கொள்ளுதல்

யூக்ளிட்
(325 - 265 BC)

அலக்ஸாண்டிரியாவின் யூக்ளிட் என அறியப்பட்ட, கிரேக்க கணித மேதை யூக்ளிட் "வடிவியலின் தந்தை" என அழைக்கப்பட்டார். இவர், முதலாம் டாலமி (323 – 293 கி.மு.) காலத்தில் வாழ்ந்த கணித மேதை ஆவார். கணித வரலாற்றில் இவருடைய "*Elements*" என்ற புத்தகம் மிகச் சிறந்த பங்காற்றியது. இப்புத்தகம் வெளியிடப்பட்ட காலம் முதல் இன்றளவும் கணிதத்தைக் கற்பிக்கக் கூடிய (குறிப்பாக வடிவியல்) மிகச் சிறந்த புத்தகமாகத் திகழ்கிறது. நாம் இப்போது பயன்படுத்தக்கூடிய யூக்டியன் வடிவியல், எண்ணியல் விதிகள் இப்புத்தகத்தில் வருவிக்கப்பட்டுள்ளது.

3.1 அறிமுகம்

உலகளவில் இன்று பயன்படுத்தப்படும் வடிவியல் யூக்ளிடின் வடிவியலில் இருந்தே பயன்படுத்தப்படுகிறது. பாபிலோன் மற்றும் எகிப்து போன்ற பழங்கால நாகரிகங்களில் கி.மு. 3000க்கு முன்பிருந்தே வடிவியல் கணிதம் என்ற அமைப்பில்லாமல் பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது. இந்த நாகரிககாலங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டு வந்த கணித அமைப்புகளில் இருந்து வடிவியல் கருத்துக்கள் தோன்றியிருக்கலாம். பண்டைய இந்திய நாகரிகங்கள் கூட வடிவியல் பதிவுகள் கொண்டிருந்தன. வேதகாலத்தில் கூட பல்வேறு வாய்பாடுகள் வடிவங்களை அமைப்பதில் பயன்படுத்தப்பட்டு வந்தன.

3.2 வட்டங்கள் (*Circles*)

நியமப்பாதை (*Locus*)

நியமப்பாதை என்பது சில வடிவியல் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு நகரும் புள்ளியின் பாதையாகும்.

உதாரணமாக, இரண்டு புள்ளிகளிலிருந்து சம தூரத்தில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை அப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் மையக்குத்துக் கோடாகும்.

வட்டங்கள் (*Circles*)

நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து சம தொலைவில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை ஒரு வட்டமாகும்.

நிலையான புள்ளி அதன் மையம் எனவும் மாறாத இடைத்தூரம் ஆரம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

வட்டத்தின் விளிம்பு அதன் சுற்றளவு எனப்படும்.

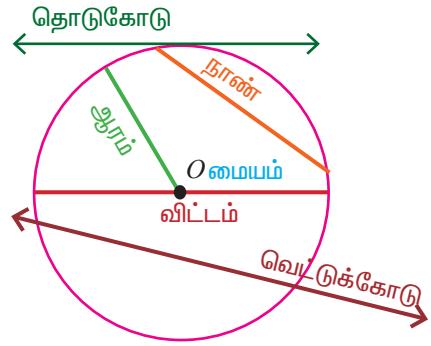
நாண் (*Chord*)

வட்டப்பரிதியின் மீதமைந்த இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு நாண் எனப்படும்.

விட்டம் (*Diameter*)

வட்டத்தின் மையத்தின் வழியாக செல்லும் நாண் விட்டம் எனப்படும்.

வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் விட்டம் ஆகும்.



படம் 3.1

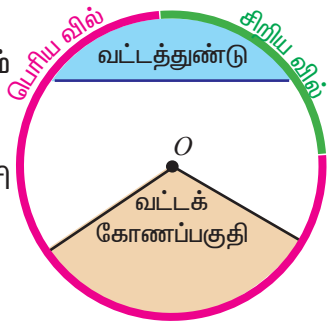
வெட்டுக்கோடு (*Secant*)

ஒரு வட்டத்தை இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டிச்செல்லும் கோடு வட்டத்தின் வெட்டுக்கோடு எனப்படும்.

தொடுகோடு (*Tangent*)

வட்டத்தை ஒரேயொரு புள்ளியில் மட்டும் தொட்டுச்செல்லும் கோடு வட்டத்தின் தொடுகோடு எனப்படும்.

தொடுகோடானது வட்டத்தை தொடும் புள்ளி, தொடுபுள்ளி எனப்படும்.



படம் 3.2

வட்டவில் (*Arc of a circle*)

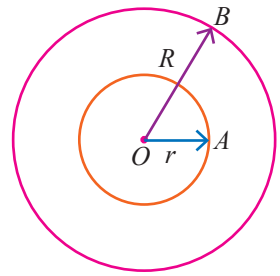
வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதிக்கு வட்டவில் என்று பெயர்.

ஒரு வட்டப்பரிதியினை இரண்டு சமமற்ற பிரிவுகளாக பிரித்தால் சிறிய பிரிவு சிறிய வட்டவில் எனவும், பெரிய பிரிவு பெரிய வட்டவில் எனவும் அழைக்கப்டும்.

பொதுமைய வட்டங்கள் (*Concentric circles*)

ஒரே மையப்புள்ளியும் ஆனால் வெவ்வேறு ஆரங்களும் உடைய வட்டங்கள் பொதுமைய வட்டங்கள் எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் உள்ள இரண்டு வட்டங்கள் O-வை மையமாகவும் வெவ்வேறு ஆரங்கள் r மற்றும் R உடைய பொதுமைய வட்டங்கள் ஆகும்.



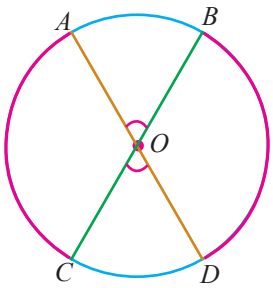
படம் 3.3

ஒருங்கிசைவு விற்கள் (*Congruent arcs*)

வட்டத்திலுள்ள இரண்டு விற்கள் $\widehat{AB}$ மற்றும் $\widehat{CD}$ ஆகியவை வட்ட மையத்தில் தாங்கும் கோண அளவுகள் சமமெனில், அவை ஒருங்கிசைவு விற்கள் ஆகும். இதை நாம்

$\widehat{AB} \equiv \widehat{CD}$ இவ்வாறு எழுதுவோம். ஆகவே,

$$\widehat{AB} \equiv \widehat{CD} \iff m\widehat{AB} = m\widehat{CD} \iff \angle AOB = \angle COD$$



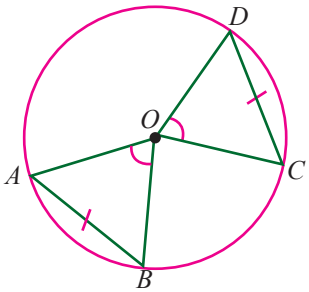
படம் 3.4

3.2.1 வட்ட நாண்களின் பண்புகள்

பண்பு

சமநீளமுள்ள நாண்கள் வட்ட மையத்தில் சம கோணங்களைத் தாங்கும்.

அதாவது, படம் 3.5-ல் நாண் AB = நாண் $CD \implies \angle AOB = \angle COD$



படம் 3.5

மறுதலை

நாண்களால் வட்ட மையத்தில் அடைபடும் கோணம் சமமெனில், நாண்களின் நீளங்கள் சமமாகும்.

அதாவது, $\angle AOB = \angle COD \implies$ நாண் AB = நாண் CD

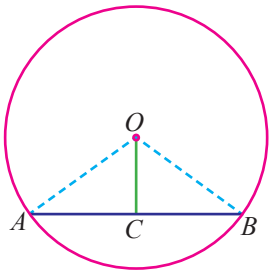
தேற்றம் 1

வட்ட மையத்திலிருந்து நாணிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து நாணை இரு சமக் கூறிடும்.

தரவு : O வை மையமாக உடைய வட்டத்தில், விட்டத்தைத் தவிர ஏதேனும் ஒரு நாண் AB மற்றும் $OC \perp AB$

நிரூபிக்க : $AC = BC$

அமைப்பு : OA மற்றும் OB-ஐ இணைக்க



படம் 3.6

நிரூபணம் :

ΔOAC மற்றும் ΔOBC-ல்

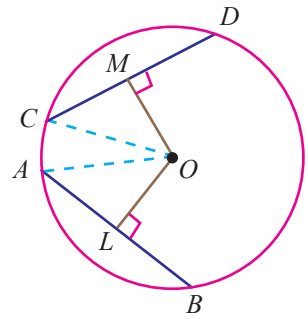
(i)	$OA = OB$	(வட்டத்தின் ஆரங்கள்.)
(ii)	OC	பொதுப்பக்கம்
(iii)	$\angle OCA = \angle OCB$	(ஒவ்வொன்றும் 90°, $OC \perp AB$-லிருந்து.)
(iv)	$\Delta OAC \equiv \Delta OBC$	(செ-க-ப சர்வசமத்தன்மை.)

$\therefore AC = BC$ ■

தேற்றம் 1-ன் மறுதலை : ஒரு வட்டத்தின் மையத்தையும், நாணின் மையப்புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு நாணிற்கு செங்குத்தாகும்.

தேற்றம் 2

ஒரு வட்டத்திலுள்ள சம நாண்கள் வட்ட மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும்.



படம் 3.7

தரவு : ஒரு வட்டத்தின் மையம் O, ஆரம் r மேலும் நாண் AB = நாண் CD.

நிரூபிக்க : $OL = OM$

அமைப்பு : $OL \perp AB$ மற்றும் $OM \perp CD$ ஐ வரைக.
OA மற்றும் OC ஐ இணைக்க.

நிரூபணம் :

(i) $AL = \frac{1}{2}AB$ மற்றும் $CM = \frac{1}{2}CD$ (வட்ட மையத்திலிருந்து நாணிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து நாணை இருசமக்கூறிடும்.)

$AB = CD \Longrightarrow \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD \Longrightarrow AL = CM$

(ii) $OA = OC$ (ஆரங்கள்)

(iii) $\angle OMC = \angle OLA$ (ஒவ்வொன்றும் 90°)

(iv) $\Delta OLA \equiv \Delta OMC$ (செ-க-ப சர்வசமத்தன்மை.)

$\therefore\ OL = OM$

ஆகவே, நாண் AB மற்றும் CD ஆகியவை O-விலிருந்து சம தொலைவில் உள்ளன. ■

தேற்றம் 2-ன் மறுதலை : ஒரு வட்டத்தில் வட்ட மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் அமையும் நாண்கள் சமநீளமுள்ளவை ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தில் 16 செ.மீ நீளமுடைய நாண் வட்ட மையத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது?

தீர்வு நாண் AB-ன் நீளம் 16 செ.மீ

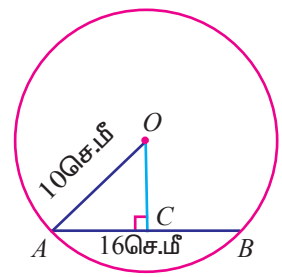
நாண் AB-ன் மையப்புள்ளி C.

வட்டத்தின் ஆரம் OA-ன் நீளம் 10 செ.மீ

$AB = 16$ செ.மீ

$AC = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ செ.மீ

$OA = 10$ செ.மீ



படம் 3.8

செங்கோண முக்கோணம் OAC-ல்,

$OC^2 = OA^2 - AC^2$

$= 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ செ.மீ

$\therefore OC = 6$ செ.மீ

ஆகவே, வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து நாண் 6 செ.மீ தொலைவில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.2

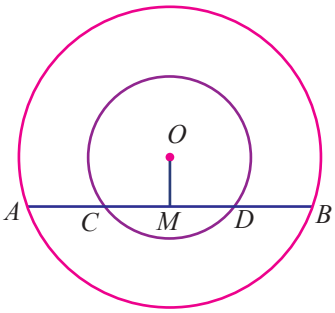
இரண்டு பொதுமைய வட்டங்களில் வெளிவட்டத்தில் வரையப்பட்ட நாண் AB யானது உள்வட்டத்தை C மற்றும் D-ல் வெட்டுகிறது எனில், $AC = BD$ என நிரூபி.

தீர்வு தரவு : வெளிவட்ட நாண் AB உள்வட்டத்தை C மற்றும் D-ல் வெட்டுகிறது.

நிரூபிக்க : $AC = BD$

அமைப்பு : $OM \perp AB$ வரைக

நிரூபணம் :



படம் 3.9

$OM \perp AB$ (அமைப்பின் படி)

இதிலிருந்து $OM \perp CD$ ($ACDB$ ஒரு நேர்கோடு)

வெளிவட்டத்தில்,

$AM = BM$ (1) ($\because$ நாண் AB-யை OM இருசமக் கூறிடும்)

உள்வட்டத்தில்,

$CM = DM$ (2) ($\because$ நாண் CD-யை OM இருசமக் கூறிடும்)

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து, நாம் பெறுவது

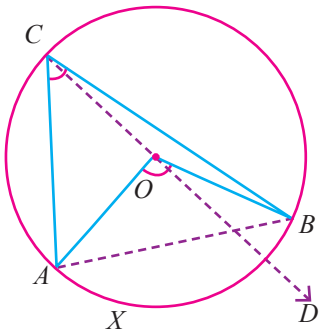
$AM - CM = BM - DM$

$AC = BD$

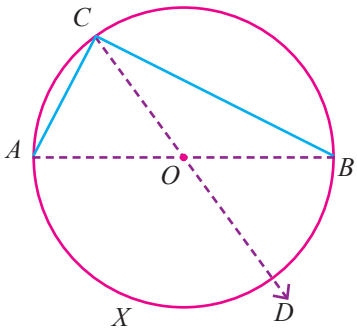
3.2.2 வட்டத்தினுள் அமைந்த கோணங்கள்

தேற்றம் 3

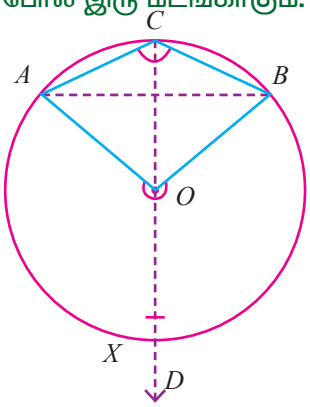
ஒரு வட்டவில் மையத்தில் தாங்கும் கோணம் அந்த வில்லைத் தவிர்த்து வட்டத்தின் மீதிப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைப் போல் இரு மடங்காகும்.



படம் 3.10



படம் 3.11



படம் 3.12

தரவு : O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் AXB என்பது ஒரு வில், $\widehat{AXB}$ என்ற வில் வட்ட மையத்தில் தாங்கும் கோணம் $\angle AOB$. $\angle ACB$ என்பது $\widehat{AXB}$ என்ற வில்லை தவிர்த்து வட்டப் பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணம்.

நிரூபிக்க : $\angle AOB = 2\ \angle ACB$

அமைப்பு : CO வை இணைத்து D வரை நீட்டிக்கவும்

நிரூபணம் :

(i) $OA = OC$ (ஆரங்கள்)

(ii) $\angle OCA = \angle OAC$ (சமபக்கத்திற்கு எதிரே உள்ள கோணங்கள் சமம்.)

(iii) ΔAOC-ல்

$\angle AOD = \angle OCA + \angle OAC$ (முக்கோணத்தின் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.)

(iv) $\angle AOD = \angle OCA + \angle OCA$ ($\angle OAC = \angle OCA$ எனப் பிரதியிட)

(v) $\angle AOD = 2\ \angle OCA$ (கூடுதல்)

(vi) இதேபோன்று ΔBOC-ல், $\angle BOD = 2\ \angle OCB$

(vii) $\angle AOD + \angle BOD = 2\ \angle OCA + 2\angle OCB$

$= 2(\angle OCA + \angle OCB)$

(viii) $\angle AOB = 2\ \angle ACB$ ($\because\ \angle AOD + \angle BOD = \angle AOB$, $\angle OCA + \angle OCB = \angle ACB$) ■

குறிப்பு

(i) அரைவட்டத்தில் அமையும் கோணம் செங்கோணமாகும்.

(ii) ஒரே வட்டத்துண்டில் அமையும் கோணங்கள் சமம்.

3.2.3 வட்ட நாற்கரம் *(Cyclic Quadrilateral)*

தேற்றம் 4

வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும் (அல்லது) வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகைநிரப்புக் கோணங்கள்.

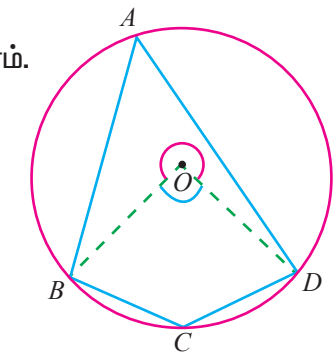
தரவு : O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் $ABCD$ ஒரு நாற்கரம்.

நிரூபிக்க : $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

அமைப்பு : OB மற்றும் OD-யை இணைக்க.

நிரூபணம் :

(i) $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$ (வட்ட மையத்தில் தாங்கும் கோணமானது அவ்வில்லை தவிர்த்து வட்டப்பரிதியில் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைப் போல் இருமடங்கு.)



படம் 3.13

(ii) $\angle BCD = \frac{1}{2}$ (பின்வளை $\angle BOD$)

(iii) $\therefore \angle BAD + \angle BCD = \frac{1}{2}\angle BOD + \frac{1}{2}$ (பின்வளை $\angle BOD$) ((i) மற்றும் (ii)-ஐ கூட்ட)

i.e., $\angle BAD + \angle BCD = \frac{1}{2}(\angle BOD +$ (பின்வளை $\angle BOD$))

i.e., $\angle BAD + \angle BCD = \frac{1}{2}(360^\circ)$ (வட்ட மையத்தின் மொத்த கோணம் 360°)

i.e., $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$

(iv) இதேபோன்று, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ■

தேற்றம் 4-ன் மறுதலை : நாற்கரத்தின் எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதல் மிகைநிரப்புக் கோணங்கள் எனில், அந்த நாற்கரம் வட்ட நாற்கரம் ஆகும்.

தேற்றம் 5

வட்ட நாற்கரத்தின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டிப்பதால் ஏற்படும் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணத்திற்குச் சமம்

தரவு : வட்ட நாற்கரம் $ABCD$-ல், பக்கம் AB ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது.

நிரூபிக்க : $\angle CBE = \angle ADC$

நிரூபணம் :

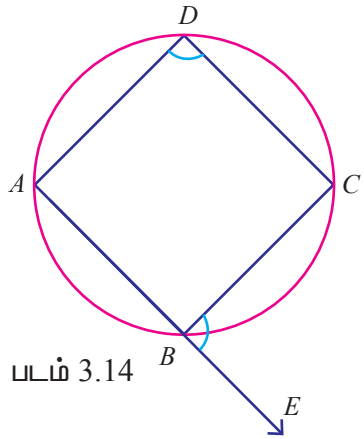
(i) $\angle ABC + \angle CBE = 180^\circ$ (நேர்க்கோட்டுச் சோடி)

(ii) $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ (வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர்க் கோணங்கள்)

(i) மற்றும் (ii)-லிருந்து

(iii) $\angle ABC + \angle CBE = \angle ABC + \angle ADC$

(iv) $\therefore \angle CBE = \angle ADC$ ■

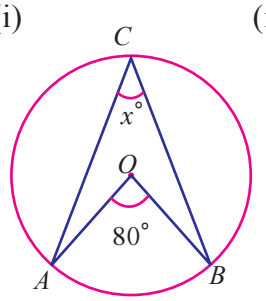


படம் 3.14

எடுத்துக்காட்டு 3.3

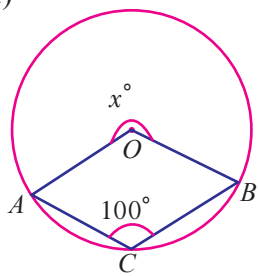
படம் 7.27-ல், x எனக் குறிப்பிட்ட கோணத்தின் மதிப்பைக் காண்க.

(i)



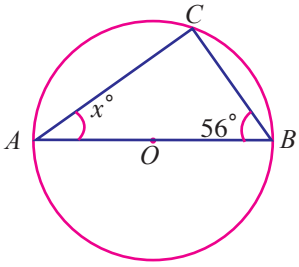
படம் 3.15

(ii)



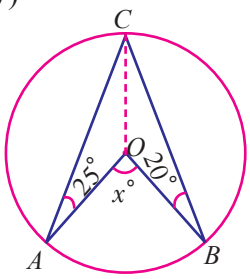
படம் 3.16

(iii)



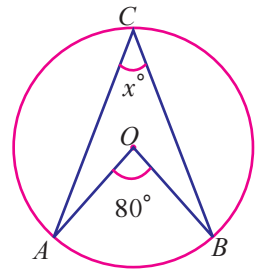
படம் 3.17

(iv)



படம் 3.18

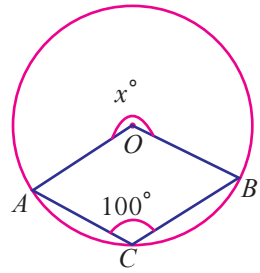
தீர்வு ஒரு வட்டவில் வட்ட மையத்தில் தாங்கும் கோணம், அந்த வில்லைத் தவிர்த்து வட்டத்தின் மீதிப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைப் போல் இரு மடங்காகும் என நாம் அறிவோம்.



(i) $\angle AOB = 2\angle ACB$

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$x = \frac{1}{2}\times 80^\circ = 40^\circ$



(ii) பின்வளை $\angle AOB = 2\angle ACB$

$x = 2\times 100^\circ = 200^\circ$

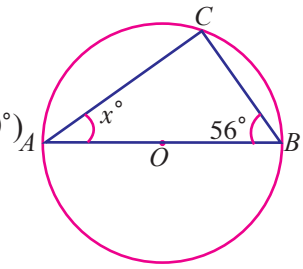
(iii) $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$

$56^\circ + 90^\circ + \angle CAB = 180^\circ$

($\because \angle BCA =$ அரை வட்டத்தில் அமையும் கோணம் $= 90^\circ$)

$\angle CAB = 180^\circ - 146^\circ$

$x = 34^\circ$



(iv) $OA = OB = OC$ (ஆரங்கள்)

$\angle OCA = \angle OAC = 25^\circ$

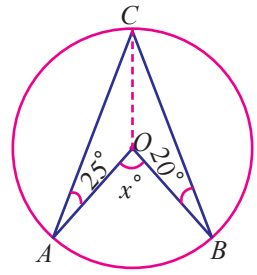
$\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$

$\angle ACB = \angle OCA + \angle OCB$

$= 25^\circ + 20^\circ = 45^\circ$

$\angle AOB = 2\angle ACB$

$x = 2\times 45^\circ = 90^\circ$



எடுத்துக்காட்டு 3.4

படம் 7.27-ல் , வட்டமையம் O, $\angle ADC = 120^\circ$ எனில், x-ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $ABCD$ ஒரு வட்ட நாற்கரம்.

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

$\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

மேலும், $\angle ACB = 90^\circ$ (அரை வட்டத்தில் அமைந்த கோணம்)

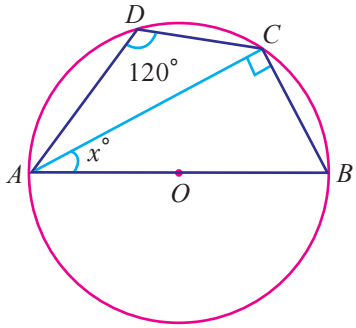
$\triangle ABC$-ல்,

$$\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle BAC + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 150^\circ$$

$$x = 30^\circ$$



படம் 3.19

பயிற்சி 3.1

1. 15 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தில் 18 செ.மீ நீளமுள்ள நாண் வட்ட மையத்திலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது எனக் காண்க.

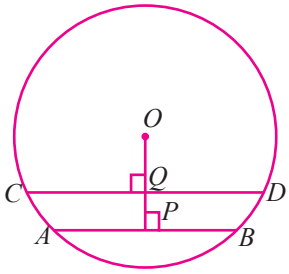
2. 17 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தில் 16 செ.மீ நீளமுள்ள நாண் வட்ட மையத்திலிருந்து எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது எனக் காண்க.

3. வட்ட மையத்திலிந்து 24 செ.மீ தொலைவில் உள்ள நாணின் நீளம் 20 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

4. 17 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 8 செ.மீ தொலைவில் உள்ள நாணின் நீளத்தைக் காண்க.

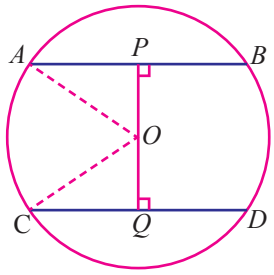
5. 25 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 15 செ.மீ தொலைவில் உள்ள நாணின் நீளத்தைக் காண்க.

6. படத்தில், O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் இணையாக உள்ள நாண்கள் AB மற்றும் CD. வட்டத்தின் ஆரம் 5 செ.மீ அதில் $AB = 6$ செ.மீ, $CD = 8$ செ.மீ, $OP \perp AB$ மற்றும் $CD \perp OQ$ எனில், PQ-ன் நீளத்தைக் காண்க.



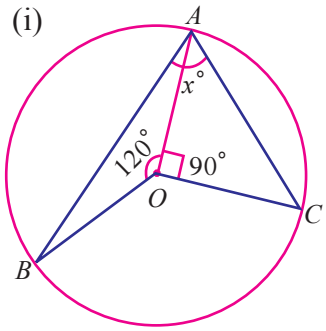
7. வட்ட மையத்தின் எதிரெதிரே (இருபுறமும்) அமைந்த இணையான நாண்களின் நீளங்கள் $AB = 10$ செ.மீ மற்றும் $CD = 24$ செ.மீ. நாண்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 17 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

8. படத்தில் O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் இணையான நாண்கள் $AB = 8$ செ.மீ மற்றும் $CD = 6$ செ.மீ, வட்டத்தின் ஆரம் 5 செ.மீ, $OP \perp AB$ மற்றும் $OQ \perp CD$ எனில், PQ-ன் நீளத்தைக் காண்க.

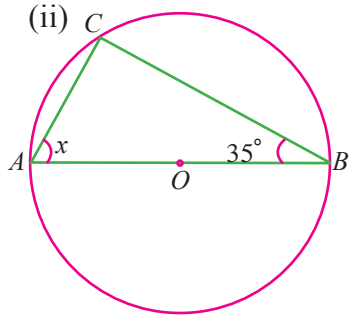


9. கீழ்க்கண்ட படங்களில் x-ன் மதிப்பைக் காண்க.

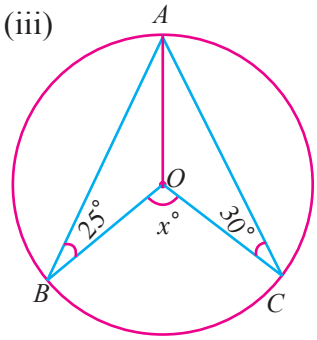
(i)



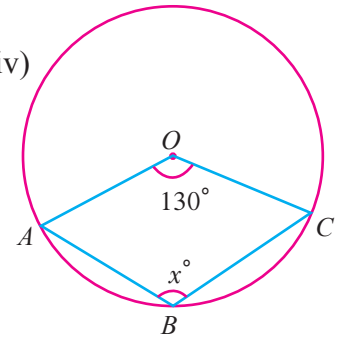
(ii)



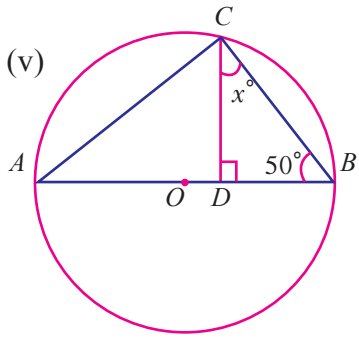
(iii)



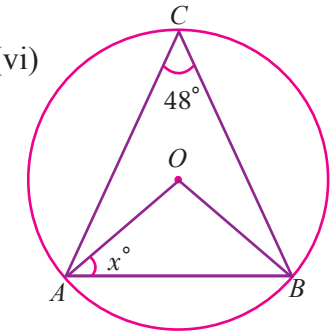
(iv)



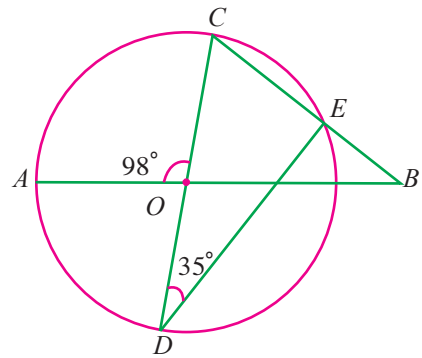
(v)



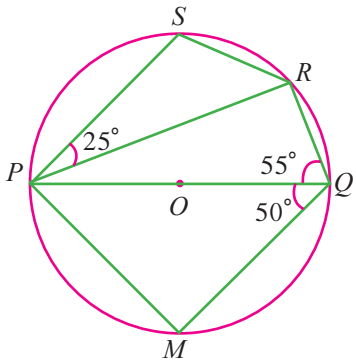
(vi)



10. படத்தில் AB மற்றும் CD ஆகியவை வட்டமையம் O வழியே செல்லும் நேர்க்கோடுகள். $\angle AOC = 98^\circ$ மற்றும் $\angle CDE = 35^\circ$ எனில் (i) $\angle DCE$ (ii) $\angle ABC$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

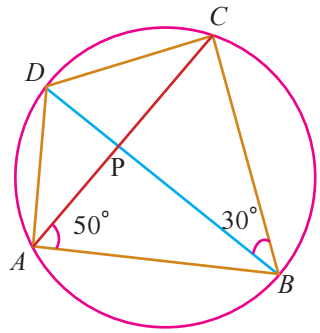


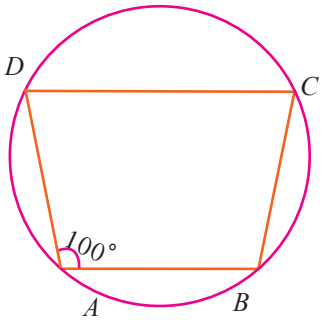
11.



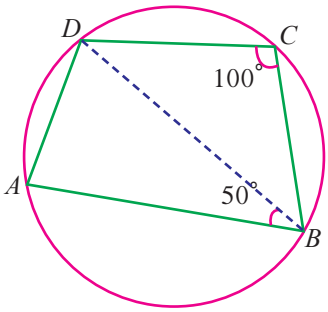
படத்தில் O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் PQ என்பது விட்டம். $\angle PQR = 55^\circ$, $\angle SPR = 25^\circ$ மற்றும் $\angle PQM = 50^\circ$ எனில், (i) $\angle QPR$, (ii) $\angle QPM$ மற்றும் (iii) $\angle PRS$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

`12. படத்தில் $ABCD$ என்ற வட்ட நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் P என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. $\angle DBC = 30^\circ$ மற்றும் $\angle BAC = 50^\circ$ எனில், (i) $\angle BCD$ (ii) $\angle CAD$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

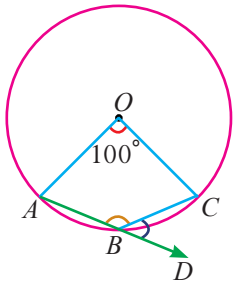


13. 

படத்தில் $ABCD$ என்ற வட்ட நாற்கரத்தில் $AB \parallel DC$. $\angle BAD = 100^\circ$ எனில், (i) $\angle BCD$ (ii) $\angle ADC$ (iii) $\angle ABC$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

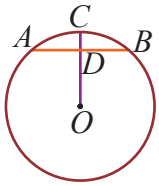
14. 

படத்தில் $ABCD$ என்ற வட்ட நாற்கரத்தில் $\angle BCD = 100^\circ$ மற்றும் $\angle ABD = 50^\circ$ எனில், $\angle ADB$-ன் மதிப்பைக் காண்க.

15. 

படத்தில் O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தில் $\angle AOC = 100^\circ$ மற்றும் அதன் ஒருபக்கம் AB ஆனது D வரை நீட்டப்படுகிறது எனில், (i) $\angle CBD$ (ii) $\angle ABC$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

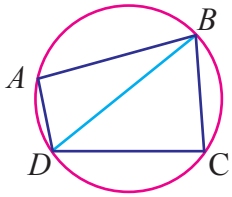
பயிற்சி 3.2

1. 

O வை மையமாக உடைய வட்டத்தில், நாண் AB-ன் மையப்புள்ளி D. CD-ன் நீளம் 2 செ.மீ மற்றும் நாணின் நீளம் 12 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம்

(A) 10 செ.மீ (B) 12செ.மீ

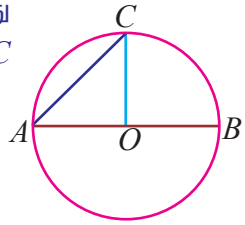
(C) 15 செ.மீ (D) 18செ.மீ

2. 

வட்டநாற்கரம் $ABCD$-ல் $\angle ADB + \angle DAB = 120^\circ$ மற்றும் $\angle ABC + \angle BDA = 145^\circ$ எனில், $\angle CDB$-ன் மதிப்பு

(A) 75° (B) 115°

(C) 35° (D) 45°

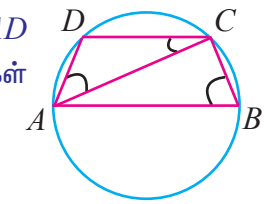
3. 

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AB என்பது வட்டத்தின் விட்டம். OC என்பது வட்ட மையம் O-வின் வழியே வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோடு ஆகும். $AC = 7\sqrt{2}$ செ.மீ எனில், வட்டத்தின் பரப்பு (ச.செ.மீ-ல்)

(A) 24.5 (B) 49

(C) 98 (D) 154

4. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் வட்டத்தின் விட்டம் AB மற்றும் $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle CBA = 70^\circ$ என்றவாறு வட்டப்பரிதியின் மேல் உள்ள புள்ளிகள் C, D எனில், $\angle ACD$-ன் அளவு



(A) 40° (B) 50°~

(C) 30° (D) 90°

5. அரைவட்டத்தில் அமையும் கோணம்

(A) விரிகோணம் (B) செங்கோணம் (C) குறுங்கோணம் (D) நிரப்புக்கோணம்

6. சிறிய வட்டத்துண்டில் அமையும் கோணம்

(A) குறுங்கோணம் (B) விரிகோணம் (C) செங்கோணம் (D) பின்வளைக்கோணம்

7. வட்டநாற்கரம் $ABCD$-ல் $\angle A = 5x, \angle C = 4x$ எனில், x-ன் அளவு

(A) 12° (B) 20° (C) 48° (D) 36°

8. பெரிய வட்டத்துண்டில் அமையும் கோணம்

(A) குறுங்கோணம் (B) விரிகோணம் (C) செங்கோணம் (D) பின்வளைக்கோணம்

9. வட்டநாற்கரத்தின் ஒரு கோணம் 70° எனில், அக்கோணத்தின் எதிர்க்கோணம்

(A) 20° (B) 110° (C) 140° (D) 160°

நினைவில் கொள்க...

- சமநீளமுள்ள நாண்கள் வட்ட மையத்தில் சம கோணங்களைத் தாங்கும்.
- நாண்களால் வட்ட மையத்தில் அடைபடும் கோணம் சமமெனில், நாண்களின் நீளங்கள் சமமாகும்.
- வட்ட மையத்திலிருந்து நாணிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து நாணை இருசமக் கூறிடும்.
- ஒரு வட்டத்திலுள்ள சம நாண்கள் வட்ட மையத்திலிருந்து சம தூரத்தில் இருக்கும்.
- ஒரு வட்டவில் மையத்தில் தாங்கும் கோணம் அந்த வில்லைத் தவிர்த்து வட்டத்தின் மீதிப்பரிதியில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் ஏற்படுத்தும் கோணத்தைப் போல் இரு மடங்காகும்.
- அரைவட்டத்தில் அமையும் கோணம் செங்கோணமாகும்.
- ஒரே வட்டத்துண்டிலுள்ள கோணங்கள் சமம்.
- வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர்க் கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும் (அல்லது) வட்ட நாற்கரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் மிகைநிரப்புக் கோணங்கள்.
- வட்ட நாற்கரத்தின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டிப்பதால் ஏற்படும் வெளிக்கோணம் உள்ளெதிர் கோணத்திற்குச் சமம்.

செயல் 1

காகித மடிப்பை பயன்படுத்தி வட்டத்தின் பல்வேறு பண்புகளைக் காணுதல்.

வட்டத்தின் நாண்கள்

- ஒரு அட்டையில் வட்டவடிவத்தை வெட்டி எடுத்துக்கொள்.
- வட்டவடிவ காகிதத்தில் இரண்டு விட்டங்களை மடித்து வட்ட மையத்தைக் காண்க.
- விட்டத்திற்கு இணையாக மடித்து பல்வேறு நாண்களைக் காண்க.
- மிகப்பெரிய நாண் .....

- கோடிட்ட இடத்தை நிரப்பு.

  நாணின் நீளம் அதிகரிக்க அதிகரிக்க வட்டமையத்திலிருந்து அதன் தொலைவு .....
- வட்டத்தை மடித்து மூன்று சம அளவு நாண்களை வரைக.
- அந்த மூன்று நாண்களின் மையக்குத்து கோடுகளை மடித்து வட்ட மையத்தை காண்க
- வட்ட மையத்திலிருந்து ஒவ்வொரு நாணின் தொலைவை அளந்து எழுது.

கோடிட்ட இடத்தை நிரப்பு :

1. சம அளவு நாண்கள் வட்ட மையத்திலிருந்து .....
2. வட்ட மையத்திலிருந்து சம தொலைவில் உள்ள நாண்கள் .....
3. நாணின் மையக்குத்துக் கோடு வட்டத்தின் ..... வழியே செல்லும்.
4. நாணின் மையக்குத்துக் கோடானது நாணிற்கு ..... ஆகவும், வட்டத்தின் ..... வழியேயும் செல்லும்.

செயல் 2

வட்டத்தினுள் அமைந்த கோணங்கள் மற்றும் மைய கோணங்கள்

- ஒரு அட்டையில் வட்டவடிவத்தை வெட்டி எடுத்துக்கொள்
- வட்டத்தின் இரண்டு நாண்களை மடித்து வட்டத்தின் மையத்தில் தாங்கும் கோணத்தை ஏற்படுத்து. அந்த கோணங்களை அளந்து எழுது.
- மேலும் இரண்டு நாண்களை அதே வட்ட வில்லில் ஏற்படுமாறு மடிக்கவும்.
- உருவாக்கப்பட்ட வட்டத்தினுள் அமைந்த கோணங்கள் .....

கோடிட்ட இடத்தை நிரப்பு :

ஒரே வட்டத் துண்டில் அமையும் கோணங்கள் .....

- வட்ட வடிவ அட்டையின் ஒரு நாணை மடித்து அதன் ஒரு முனையில் இருந்து வேறு திசையில் செல்லும் மற்றொரு நாணை மடிக்க.
- இந்த இரண்டு நாண்களுக்கு இடையே உள்ள கோணத்தை பென்சிலால் படி எடுத்து கொள்.
- வட்டவடிவ காகிதத்தில் இரண்டு விட்டங்களை மடித்து மையத்தைக் காண்க
- வட்டத்தின் மையக்கோணத்தைக் காண்க.
- வட்டத் துண்டில் அமைந்த கோணத்தைக் காண்க.

பயிற்சி 3.1

1. 12 செ.மீ **2.** 15 செ.மீ **3.** 26 செ.மீ **4.** 30 செ.மீ **5.** 40 செ.மீ **6.** 1 செ.மீ **7.** 13 செ.மீ
8. 7 செ.மீ **9.** (i) 75° (ii) 55° (iii) 110° (iv) 115° (v) 40° (vi) 42°

10. (i) 55°, (ii) 43° **11.** (i) 35° (ii) 40° (iii) 30° **12.** (i) 100° (ii) 30°

13. (i) 80° (ii) 80° (iii) 100 **14.** 50° **15.** (i) 50° (ii) 130°

பயிற்சி 3.2

1. A **2.** C **3.** D **4.** A **5.** B **6.** B **7.** B **8.** A **9.** B

4 அளவியல்

The most beautiful plane figure is – the circle and the most beautiful solid figure – the sphere

- PYTHAGORAS

முதன்மைக் குறிக்கோள்கள்

- வட்ட கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம், சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் காணுதல்
- கன சதுரத்தின் புறப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணுதல்
- கன செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு மற்றும் கன அளவு காணுதல்

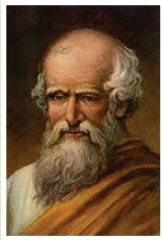
4.1 அறிமுகம்

முக்கோணங்கள், செவ்வகங்கள், சதுரங்கள், வட்டங்கள் மற்றும் கோளங்கள் போன்ற வடிவங்களை நம் அன்றாட வாழ்வில் காண்கிறோம். இவற்றில் சிலவற்றின் பண்புகளைப் பற்றி நாம் முன்பே அறிந்திருக்கிறோம்.

வடிவியல் வடிவங்களின் அளவுகளைப் பற்றிக் கூறும் கணிதத்தின் பகுதி அளவியல் எனப்படும். வாழ்க்கையின் பல்வேறு துறைகளில் வடிவியல் ஒரு முக்கியமான துறையாக கருதப்படுவதால் அளவியலும் மிக முக்கியமானதாகும்.

கட்டிடவியல் மற்றும் தச்சுவியல் ஆகியவற்றில் சுற்றளவு, பரப்பளவு மற்றும் கனஅளவு ஆகியவை முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. உலகின் உண்மைச் சூழல்களில் பரப்பு மற்றும் கனஅளவு ஆகியன பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இன்றைய சூழலில் இருபரிமாண உருவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு மேலும் முப்பரிமாண உருவங்களின் புறப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு ஆகியவற்றைக் கண்டறியப் பயன்படும் சூத்திரங்களை ஒவ்வொருவரும் கற்பது மிக அவசியம்.

இந்த அத்தியாயத்தில் வட்டகோணப் பகுதிகளின் வில்லின் நீளம் மற்றும் பரப்பு மேலும் கனச்சதுரம், கனச்செவ்வகம் ஆகியவற்றின் புறப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு ஆகியவற்றைப் பற்றி அறிவோம்.



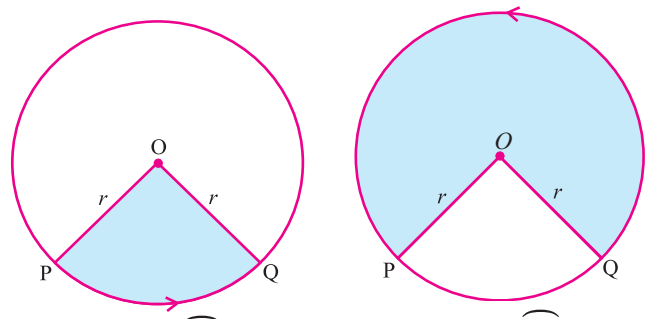
ஆர்க்கிமிடீஸ்

கி.மு. 287 - 212

மிகச் சிறந்த கணித அறிஞர்களில் ஒருவரான ஆர்க்கிமிடீஸ் (*Archimedes*) என்பவர் சிசிலித் தீவிலுள்ள கிரேக்க நகரான சிராக்கூஸைச் சார்ந்தவர். அவர் கி.மு. 287 இல் பிறந்தார். ஒரு வட்டத்தின் உள்ளே அமைந்த ஒழுங்கு பலகோணம் மற்றும் வெளியே அமைந்த ஒழுங்கு பலகோணத்தைப் பயன்படுத்தி π -ன் மதிப்பைக் காண செவ்விய முறையை ஆர்க்கிமிடீஸ் தொடங்கினார். கோளத்தின் பரப்பு மற்றும் கனஅளவு காணச் சரியான சூத்திரங்களைக் கண்டறிந்த பெருமை அவரையே சாரும். பரவளையப் பகுதி மற்றும் 'ஆர்க்கிமிடீசின் சுருள்' என்று அழைக்கப்படும். சுருளின் வட்டக்கோணப்பகுதி போன்ற பல பரப்புகளைக் கணக்கிட்டார். தன்னுடைய படைப்புகள் மூலம் கணித இயற்பியலுக்கு அடித்தளம் அமைத்தார்.

4.2 வட்டக்கோணப்பகுதி (*Sector*)

O-வை மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் மேல் உள்ள P, Q என்ற இரு புள்ளிகள், வட்டவில் (*Arc*) PQ, $\angle POQ$ மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதி POQ ஆகியவற்றை உருவாக்குகிறது. வட்டவில் PQ ஆனது $\widehat{PQ}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது. இந்த வட்டவில் P-ல் தொடங்கி கடிகாரம் சுற்றும் திசைக்கு எதிர்திசையில் Q-வை நோக்கி செல்கிறது. வட்டவில் $\widehat{PQ}$, ஆரங்கள் OP மற்றும் OQ இவற்றால் அடைபடும் பகுதி, வட்டக்கோணப்பகுதி POQ ஆகும். படம் 4.1 இல் இருந்து $\widehat{PQ}$ மற்றும் $\widehat{QP}$ என்ற வட்டவிற்கள் வெவ்வேறானவை என்பதை காண்கிறோம்.



வட்டவில் $\widehat{PQ}$
வட்டக்கோணப்பகுதி POQ

வட்டவில் $\widehat{QP}$
வட்டக்கோணப்பகுதி QOP

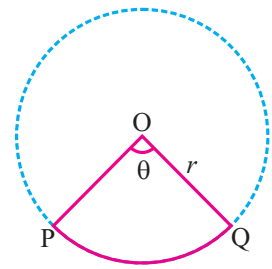
படம் 4.1

முக்கிய கருத்து	வட்டக்கோணப்பகுதி
ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்கள் மற்றும் இந்த ஆரங்களால் வெட்டப்படும் வில் ஆகியவற்றால் அடைபடும் பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி (*Sector*) எனப்படும்.	

4.2.1 மையக்கோணம் அல்லது வட்டக்கோணம் (*Central Angle*)

முக்கிய கருத்து	மையக்கோணம்
ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் வட்டவில், அவ்வட்டக்கோணப்பகுதி அமைந்துள்ள வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் மையக்கோணம் அல்லது வட்டக்கோணம் (*Central angle*) எனப்படும்.	

படம் 4.2-ல், $\widehat{PQ}$ என்ற வட்டவில் வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் θ என்க. எனவே, வட்டக்கோணப்பகுதி POQ-ன் மையக்கோணம் θ ஆகும்.



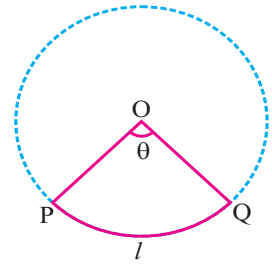
படம் 4.2

எடுத்துக்காட்டாக,

1. அரைவட்டம் என்பது மையக்கோணம் 180° கொண்ட ஒரு வட்டகோணப் பகுதியாகும்.
2. கால்வட்டம் என்பது மையக்கோணம் 90° கொண்ட ஒரு வட்டகோணப் பகுதியாகும்.

4.2.2 ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம்

வட்டக்கோணப்பகுதி POQ-ல் வில்லின் நீளம் என்பது வட்டப் பரிதியின் மேல் OP மற்றும் OQ என்ற இரண்டு ஆரங்களால் வெட்டப்படும் பகுதியின் நீளமாகும். வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் l எனக் குறிக்கப்படும்.



படம் 4.3

எடுத்துக்காட்டாக,

1. ஒரு வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் என்பது அவ்வட்டத்தின் பரிதியின் நீளமாகும். அதாவது, $l = 2\pi r$ அலகுகள். இங்கு r என்பது வட்டத்தின் ஆரமாகும்.

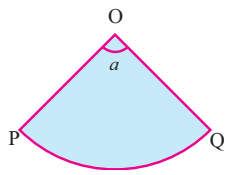
2. ஒரு அரை வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $l = 2\pi r \times \frac{180^\circ}{360^\circ} = \pi r$ அலகுகள். இங்கு வட்டத்தின் ஆரம் r, மையக்கோணம் 180°.

3. ஒரு கால் வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $l = 2\pi r \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi r}{2}$ அலகுகள். இங்கு வட்டத்தின் ஆரம் r, மையக்கோணம் 90°.

முக்கிய கருத்து	வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம்
ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ மற்றும் ஆரம் r எனில், அதன் வில்லின் நீளம் $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$ அலகுகளாகும்.	

4.2.3 வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு (*Area of a Sector*)

வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு என்பது இரண்டு ஆரங்களுக்கும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப் பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லுக்கும் இடைப்பட்ட பகுதியாகும்.



எடுத்துக்காட்டாக,

1. ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2 சதுர அலகுகள் ஆகும்.

2. ஒரு அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\frac{\pi r^2}{2}$ சதுர அலகுகள்

3. ஒரு கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\frac{\pi r^2}{4}$ சதுர அலகுகள்.

முக்கிய கருத்து	வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு
ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ மற்றும் ஆரம் r எனில், வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு = $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$ சதுர அலகுகளாகும்.	

இப்போது, ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவை அதன் வில்லின் நீளம் l மற்றும் ஆரம் r மூலமாக எழுதும் முறையைக் காண்போம்.

$$\text{பரப்பளவு} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \frac{2\pi r}{2} \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r\right) \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times lr$$

வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு $= \frac{lr}{2}$ சதுர அலகுகள்.

4.2.4 வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு (*Perimeter of a Sector*)

வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு என்பது வட்டக்கோணப்பகுதியின் எல்லைகளின் நீளங்களின் கூடுதல் ஆகும். அதாவது வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு $= l + 2r$ அலகுகள் ஆகும்.

முக்கிய கருத்து	வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு
வில்லின் நீளம் l, வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் r எனில், அதன் சுற்றளவு $P = l + 2r$ அலகுகள்.	

எடுத்துக்காட்டாக,

1. அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு = $(\pi + 2)r$ அலகுகள்
2. கால்வட்டத்தின் சுற்றளவு = $\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)r$ அலகுகள்

குறிப்பு

1. வில்லின் நீளம் மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பு ஆகியன மையக்கோண அளவிற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்.
2. π என்பது ஒரு விகிதமுறா எண், அதன் தோராய மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 என பயன்படுத்துகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.1

ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் 42 செ.மீ மற்றும் அதன் மையக்கோணம் 60° எனில் அதன் வில்லின் நீளம், பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு ஆரம் $r = 42$ செ.மீ, மையக்கோணம் $\theta = 60^\circ$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

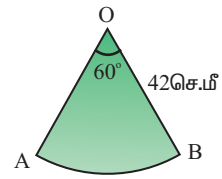
வில்லின் நீளம் $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 42 = 44$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{lr}{2} = \frac{44 \times 42}{2} = 924$ ச.செ.மீ

சுற்றளவு $= l + 2r$

$= 44 + 2(42) = 128$ செ.மீ.



எடுத்துக்காட்டு 4.2

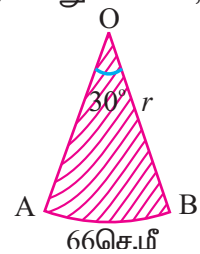
வில்லின் நீளம் 66 செ.மீ. மற்றும் மையக்கோணம் 30° கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் காண்க.

தீர்வு மையக்கோணம் $\theta = 30^\circ$, வில்லின் நீளம் $l = 66$ செ.மீ. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = l$$

$$\frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r = 66$$

$$\therefore r = 66 \times \frac{360^\circ}{30^\circ} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} = 126 \text{ செ.மீ.}$$



எடுத்துக்காட்டு 4.3

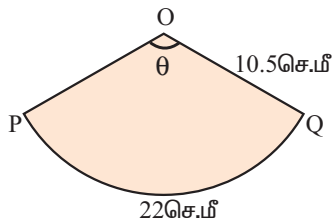
வில்லின் நீளம் 22 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 10.5 செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் காண்க.

தீர்வு ஆரம் $r = 10.5$ செ.மீ, வில்லின் நீளம் $l = 22$ செ.மீ. எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = l$$

$$\text{i. e., } \frac{\theta}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 10.5 = 22$$

$$\therefore \theta = 22 \times 360^\circ \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{10.5} = 120^\circ$$



எடுத்துக்காட்டு 4.4

ஒரு ஊசல் மையத்தில் கோணம் 30° ஏற்படுத்த 11 செ.மீ தொலைவு நகர்கிறது எனில், ஊசலின் நீளத்தைக் காண்க.

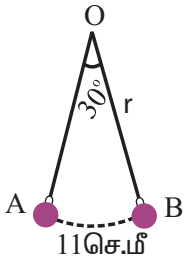
தீர்வு ஊசலின் அலைவு ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதி ஆகும். ஊசலின் நீளம் என்பது வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் ஆகும்.

மையக்கோணம் $\theta = 30^\circ$, $l = 11$ செ.மீ. எனவே,

$$\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = l$$

$$\frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times r = 11$$

$$\therefore r = 11 \times \frac{360^\circ}{30^\circ} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} = 21 \text{ செ.மீ}$$



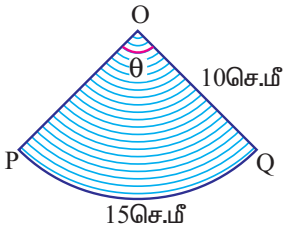
எடுத்துக்காட்டு 4.5

ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் 15 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 10 செ.மீ எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு $r = 10$ செ.மீ, $l = 15$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே,

வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு $= l + 2r = 15 + 2(10)$

$= 15 + 20 = 35$ செ.மீ



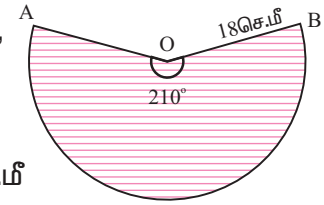
எடுத்துக்காட்டு 4.6

ஆரம் 18 செ.மீ மற்றும் மையக்கோணம் 210° எனக் கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு $r = 18$ செ.மீ, $\theta = 210^\circ$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

$$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

$$= \frac{210^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 18 = 66 \text{ செ.மீ}$$



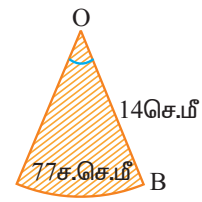
$\therefore$ வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு $= l + 2r = 66 + 2(18) = 66 + 36 = 102$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.7

ஆரம் 14 செ.மீ மற்றும் பரப்பளவு 77 ச.செ.மீ கொண்டுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணத்தை காண்க.

தீர்வு $r = 14$ செ.மீ, பரப்பு $= 77$ ச.செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பு $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$



$$\frac{\theta}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 77$$

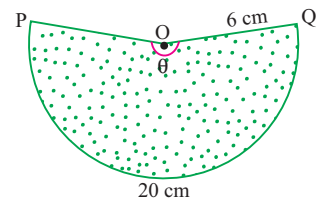
$$\therefore \theta = \frac{77 \times 360^\circ \times 7}{22 \times 14 \times 14} = 45^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 4.8

ஆரம் 6 செ.மீ, வில்லின் நீளம் 20 செ.மீ கொண்டுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு $r = 6$ செ.மீ, $l = 20$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

பரப்பு $= \frac{lr}{2}$ சதுர அலகுகள்



$= \frac{20 \times 6}{2} = 60$ ச.செ.மீ

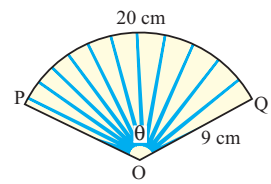
எடுத்துக்காட்டு 4.9

சுற்றளவு 38 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 9 செ.மீ எனக் கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு ஆரம் = 9 செ.மீ, சுற்றளவு = 38 செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே,

சுற்றளவு $= l + 2r = 38$

i.e., $l + 18 = 38$



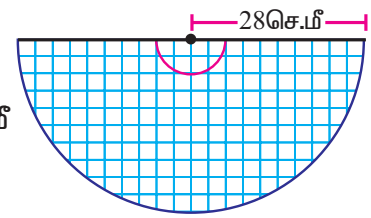
$l = 38 - 18 = 20$ செ.மீ

$\therefore$ பரப்பு $= \frac{lr}{2} = \frac{20 \times 9}{2} = 90$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.10

ஆரம் 28 செ.மீ உடைய அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு ஆரம் 28 செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு $= (\pi + 2)\, r = (\frac{22}{7} + 2)\, 28 = 144$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{\pi r^2}{2} = \frac{22}{7} \times \frac{28 \times 28}{2} = 1232$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.11

வில்லின் நீளம் 27.5 செ.மீ, பரப்பளவு 618.75 ச.செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம், மையக்கோணம் மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு வில்லின் நீளம் $l = 27.5$ செ.மீ, பரப்பளவு = 618.75 ச.செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

பரப்பளவு $= \frac{lr}{2} = 618.75$ ச.செ.மீ

$$\frac{27.5 \times r}{2} = 618.75$$

$$\therefore r = 45 \text{ செ.மீ}$$

எனவே, சுற்றளவு $l + 2r = 27.5 + 2(45) = 117.5$ செ.மீ

வில்லின் நீளம் $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$

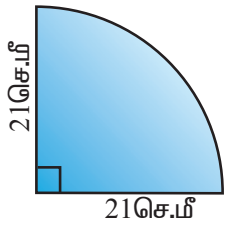
அதாவது, $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 45 = 27.5$

$$\therefore \theta = 35^\circ$$

எடுத்துக்காட்டு 4.12

21 செ.மீ ஆரமுள்ள கால்வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு $r = 21$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் $\theta = 90^\circ$ எனவே,



சுற்றளவு $= \left(\frac{\pi}{2} + 2\right)r = \left(\frac{22}{7 \times 2} + 2\right) \times 21 = 75$ செ.மீ

பரப்பளவு $= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{22}{7 \times 4} \times 21 \times 21 = 346.5$ ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.13

₹ 9,000 மாதச் சம்பளம் பெறும் ஒருவரின் செலவுகள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i) உணவிற்காகச் செய்யப்பட்ட செலவு (ii) அவரின் சேமிப்பு

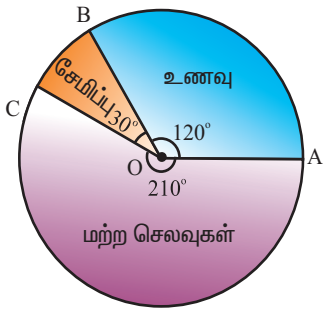
ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு மாதச் சம்பளம் ₹ 9,000ஐ வட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பு என்க.

i.e., $\pi r^2 = 9000$

(i) வட்ட வில் AOB-ன் பரப்பு $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 9000 = 3{,}000$$



உணவிற்காக செலவு செய்யப்பட்ட தொகை ₹ 3,000.

(ii) வட்ட வில் BOC-ன் பரப்பு $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 9{,}000 = 750$$

சேமிப்பில் உள்ள தொகை ₹ 750.

எடுத்துக்காட்டு 4.14

3 செ.மீ ஆரமுள்ள மூன்று வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும்போது அவற்றால் சூழப்படும் பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு படத்திலிருந்து, ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணம் மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதிகள் DAF, DBE மற்றும் ECF ஆகியவற்றின் பரப்புகள் சமம்.

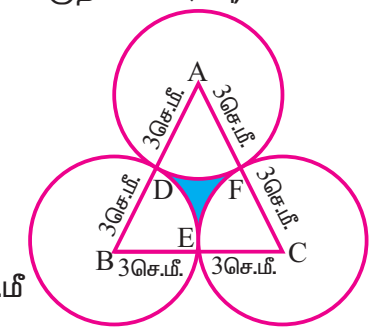
வட்டங்களால் சூழப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு = சமபக்க முக்கோணம் ABC-ன் பரப்பு

– 3×(வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பு)

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - 3 \times \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 6 - 3 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3$$

$$= 9\sqrt{3} - \frac{99}{7} = 15.59 - 14.14 = 1.45 \text{ ச.செ.மீ}$$



∴ வட்டங்களால் சூழப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு = 1.45 ச.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.15

படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு காண் $[\pi = 3.14]$

தீர்வு வட்டக்கோணப்பகுதி COD மற்றும் AOB-ன் ஆரங்கள் முறையே R செ.மீ., r செ.மீ. என்க.

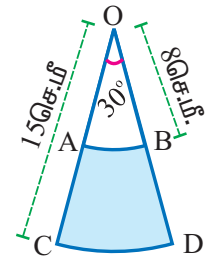
நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு = வட்டக்கோணப்பகுதி COD-ன் பரப்பு

– வட்டக்கோணப்பகுதி AOB-ன் பரப்பு

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi R^2 - \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 15 \times 15 - \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 8 \times 8$$

$$= 58.875 - 16.747 = 42.128 \text{ ச.செ.மீ}$$



பயிற்சி 4.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம், பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு காண்க.
   (i) ஆரம் 21 செ.மீ, மையக்கோணம் 60° (ii) ஆரம் 4.9 செ.மீ, மையக்கோணம் 30°
   (iii) ஆரம் 14 செ.மீ, மையக்கோணம் 45° (iv) ஆரம் 15 செ.மீ, மையக்கோணம் 63°
   (v) ஆரம் 21 டெசி.மீ, மையக்கோணம் 240°
2. (i) வில்லின் நீளம் 88 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 42 செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் காண்க.
   (ii) வில்லின் நீளம் 22 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 14 செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் காண்க.
   (iii) வில்லின் நீளம் 44 செ.மீ மையக்கோணம் 70° கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரத்தைக் காண்க.

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) ஆரம் 10 செ.மீ, வில்லின் நீளம் 33 செ.மீ.

(ii) ஆரம் 55 செ.மீ, வில்லின் நீளம் 80 செ.மீ.

(iii) ஆரம் 12 செ.மீ, வில்லின் நீளம் 15.25 செ.மீ.

(iv) ஆரம் 20 செ.மீ, வில்லின் நீளம் 25 செ.மீ.

4. (i) ஆரம் 14 செ.மீ மற்றும் பரப்பளவு 70 ச.செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் காண்க.

(ii) பரப்பளவு 225 ச.செ.மீ மற்றும் வில்லின் நீளம் 15 செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் காண்க.

(iii) மையக்கோணம் 140° மற்றும் பரப்பளவு 44 ச.செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் காண்க.

5. (i) ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு 58 செ.மீ. அதன் விட்டம் 9 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பு என்ன ?

(ii) ஆரம் மற்றும் சுற்றளவு முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 110 செ.மீ கொண்ட வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.

6. கீழே தரப்பட்ட அளவுகளில் இருந்து வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் காண்க.

(i) பரப்பளவு 352 ச.செ.மீ, ஆரம் 12 செ.மீ

(ii) பரப்பளவு 462 ச.செ.மீ, ஆரம் 21 செ.மீ

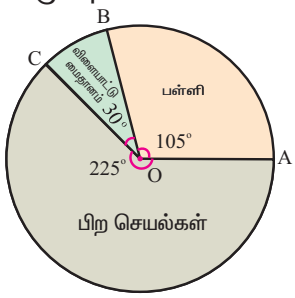
7. (i) ஆரம் 14 செ.மீ அளவுள்ள அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

(ii) 7 செ.மீ ஆரமுள்ள கால்வட்டத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க.

8. (i) வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு மற்றும் ஆரம் முறையே 35 செ.மீ, 8 செ.மீ எனில், அதன் வில்லின் நீளத்தைக் காண்க.

(ii) வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு மற்றும் வில்லின் நீளம் முறையே 24 செ.மீ, 7 செ.மீ. எனில், அதன் ஆரத்தைக் காண்க.

9. ஒரு மாணவன் ஒரு நாளில் செலவழித்த நேரம் (மணிகளில்) படத்தில் தரப்பட்டுள்ளது. அவன்



(i) பள்ளியில் (ii) விளையாட்டில்

(iii) பிற செயல்களில் செலவிட்ட நேரத்தைக் கணக்கிடுக.

10. 2 செ.மீ விட்டமுள்ள மூன்று நாணயங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொடுமாறு வைக்கப்பட்டால் அவற்றுள் அடைபடும் பகுதியின் பரப்பைக் காண்க.

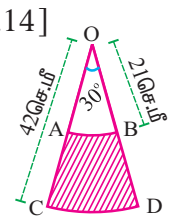
11. 21 மீ நீளமும் 24 மீ அகலமும் கொண்ட புல்வெளியின் நான்கு மூலைகளிலும் 7 மீ நீளமுள்ள கயிற்றால் நான்கு குதிரைகள் கட்டப்பட்டுள்ளன. எனில்,

(i) குதிரைகள் மேயும் அதிகபட்ச பரப்பு

(ii) குதிரைகள் மேயாத பகுதியின் பரப்பு ஆகியனவற்றைக் காண்க.

12. 24 செ.மீ நீளமுள்ள சதுர அட்டையிலிலிருந்து ஒரு மிகப் பெரிய வட்டக்கோணப்பகுதி வெட்டியெடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள அட்டையின் பரப்பு காண்க. $[\pi = 3.14]$

13. படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பு காண்க.



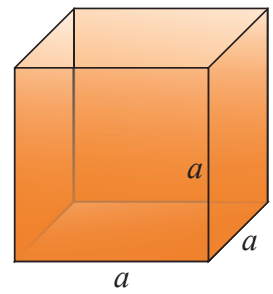
14. வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் மற்றும் பரப்பு முறையே 4.4 மீ, 9.24 ச.மீ எனில், அதன் ஆரம், மையக்கோணம் மற்றும் சுற்றளவைக் காண்க.

8.3 கனச்சதுரங்கள் (*Cubes*)

ஆறு சதுர பக்க அளவுகளால் அடைபட்ட பகுதி கனச்சதுரம் எனப் படித்துள்ளீர்கள் (உதாரணம்: பகடை). இங்கு அதன் புறப்பரப்பு (*Lateral Surface Area*) மற்றும் கனஅளவு (*Volume*) ஆகியவற்றைக் காணும் முறையைக் கற்போம்.

8.3.1 கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு (*Surface Area of a Cube*)

ஆறு பக்கங்களின் பரப்புளவுகளின் கூடுதல் கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு (*Total Surface Area*) எனப்படும்.



அருகில் உள்ள படத்தில், கனச்சதுரத்தின் பக்கம் a அலகு என்க. பக்கப்பரப்பு a^2 சதுர அலகுகள். எனவே, மொத்தப் பரப்பு $6a^2$ ச.அ. ஆகும்.

கனச்சதுரத்தில் மேற்பரப்பு மற்றும் அடிப்பரப்பைக் கணக்கில் கொள்ளாவிட்டால் நமக்கு பக்கப் பரப்பு கிடைக்கும். எனவே, பக்கப்பரப்பு $4a^2$ ச.அ ஆகும்.

முக்கிய கருத்து	புறப்பரப்பு
a அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரத்தின் (i) மொத்தப் பரப்பு = $6a^2$ ச.அ (ii) பக்கப்பரப்பு = $4a^2$ ச.அ.	

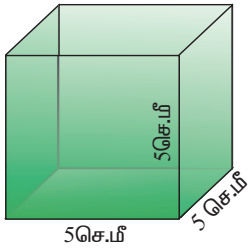
4.3.2 கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு (*Volume of a Cube*)

முக்கிய கருத்து	கனஅளவு
a அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு $V = a^3$ கனஅலகுகள்	

குறிப்பு கனஅளவு என்பதை கனச்சதுரத்தின் கொள்ளளவு என்றும் வரையறுக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4.16

5 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் பரப்பு, பக்கப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.



தீர்வு பக்கப் பரப்பு $= 4a^2 = 4(5^2) = 100$ செ.மீ

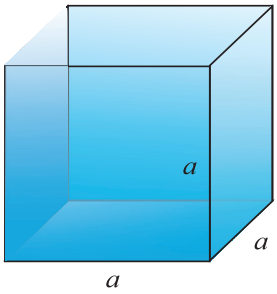
மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 6a^2 = 6\,(5^2) = 150$ ச.செ.மீ

கனஅளவு $= a^3 = 5^3 = 125$ க.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு: 4.17

மொத்தப் புறப்பரப்பு 216 ச.செ.மீ கொண்ட கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவைக் காண்க.

தீர்வு கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு 'a' என்க.



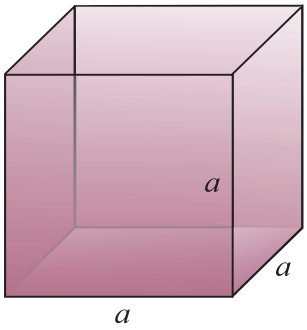
மொத்தப் புறப்பரப்பு = 216 ச.செ.மீ

i. e., $6a^2 = 216 \implies a^2 = \frac{216}{6} = 36$

$\therefore \quad a = \sqrt{36} = 6$ செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.18

ஒரு கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 384 ச.செ.மீ எனில், அதன் கனஅளவைக் காண்க.



தீர்வு கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு 'a' என்க.

மொத்தப் புறப்பரப்பு = 384 ச.செ.மீ

$6a^2 = 384 \implies a^2 = \frac{384}{6} = 64$

$\therefore \quad a = \sqrt{64} = 8$ செ.மீ

கனஅளவு $= a^3 = 8^3 = 512$ க.செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 4.19

ஒரு கனச்சதுர வடிவ நீர்த்தொட்டியின் கொள்ளளவு 27,000 லிட்டர் எனில், அதன் பக்க அளவைக் காண்க.

தீர்வு கனச்சதுர வடிவ நீர்த்தொட்டியின் பக்க அளவு 'a' என்க.

கனஅளவு = 27,000 லி.

$V = a^3 = \frac{27,000}{1,000}$ க.மீ = 27 க.மீ $\therefore$ a = $\sqrt[3]{27}$ = 3 மீ

பயிற்சி 4.2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்க அளவைக் கொண்ட கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் பரப்பு, பக்கப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

   (i) 5.6 செ.மீ (ii) 6 டெசி.மீ (iii) 2.5 மீ (iv) 24 செ.மீ (v) 31 செ.மீ

2. (i) ஒரு கனச்சதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு 900 ச.செ.மீ எனில், பக்க அளவைக் காண்க.

   (ii) ஒரு கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் பரப்பு 1014 ச.செ.மீ எனில், பக்க அளவைக் காண்க.

   (iii) ஒரு கனச்சதுரத்தின் கன அளவு 125 க.டெசி.மீ எனில், பக்க அளவைக் காண்க.

3. ஒரு கனச்சதுர கொள்கலனின் பக்க அளவு 20 செ.மீ எனில், அதனை முழுவதும் நிரப்ப தேவையான சர்க்கரையின் அளவு யாது?

4. ஒரு கனச்சதுர வடிவ நீர்த்தேக்கத் தொட்டியின் கனஅளவு 64,000 லி. எனில், அதன் பக்க அளவைக் காண்க.

5. 3 செ.மீ, 4 செ.மீ, 5 செ.மீ பக்க அளவுடைய மூன்று கனச்சதுரங்கள் உருக்கப்பட்டு ஒரு பெரிய கனச்சதுரமாக மாற்றப்பட்டால் அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

6. 15 செ.மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு கனச்சதுரம் உருவாக்க 3 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரங்கள் எத்தனை தேவை?

7. 40 செ.மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு திறந்த கனச்சதுர பெட்டி அமைக்கத் தேவையான அட்டையின் பரப்பு காண்க. மேலும், அதன் கனஅளவையும் காண்க.

8. 2 மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு கனச்சதுர கொள்கலன் முழுவதும் எண்ணெய் உள்ளது. 10 செ.மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு கனச்சதுர குவளையின் எண்ணெய் விலை ₹ 50 எனில், எண்ணெயின் மொத்த விலையைக் காண்க?

9. 3.5 மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு கனச்சதுர கொள்கலனின் உட்புறமும் வெளிப்புறமும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. வர்ணம் பூச ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு ₹ 75 எனில், வர்ணம் பூச படவேண்டிய பரப்பையும் அதற்கு ஆகும் மொத்த செலவையும் காண்க.

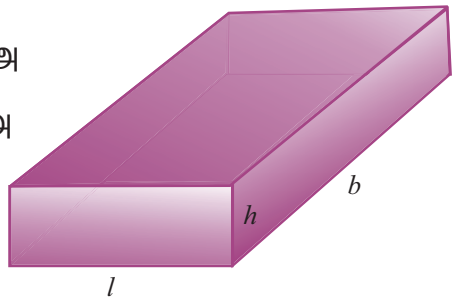
4.4 கனச்செவ்வகங்கள் (*Cuboids*)

ஒரு கனச்செவ்வகம் என்பது ஆறு செவ்வகப் பகுதியால் உள்ளடங்கிய முப்பரிமாண பகுதியாகும்.

உதாரணம் : செங்கற்கள், புத்தகங்கள், ...

4.4.1 கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு (*Surface Area of a Cuboid*)

ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே l, b மற்றும் h என்க. அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு (Total Surface Area)



(i) முன் பின் பக்கங்களின் பரப்பு $lh + lh = 2lh$ ச.அ

(ii) இரு பக்க முகங்களின் பரப்பு $bh + bh = 2bh$ ச.அ

(iii) மேல், கீழ் பக்கங்களின் பரப்பு
$lb + lb = 2lb$ ச.அ இவற்றின் கூடுதல் ஆகும்.

கனச்செவ்வகத்தின் பக்கப்பரப்பு $= 2(l + b)h$ ச.அ

கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு (T.S.A) $= 2(lb + bh + lh)$ ச.அ

முக்கிய கருத்து	கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு
ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே l, b, h எனில், (i) பக்கப் பரப்பு $= 2(l + b)h$ ச.அ. (ii) மொத்தப் பரப்பு $= 2(lb + bh + lh)$ ச.அ.	

குறிப்பு பக்கப்பரப்பு என்பது அடிப்பக்கத்தின் சுற்றளவு மற்றும் உயரத்தின் பெருக்கற்பலனாகும்.

4.4.2 கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு (*Volume of a Cuboid*)

முக்கிய கருத்து	கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு
ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம், உயரம் முறையே l, b, h எனில், அதன் கனஅளவு, $V = l \times b \times h$ க. அலகுகள்	

எடுத்துக்காட்டு 4.20

ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 20 செ.மீ, 12 செ.மீ மற்றும் 9 செ.மீ எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு $l = 20$ செ.மீ, $b = 12$ செ.மீ, $h = 9$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

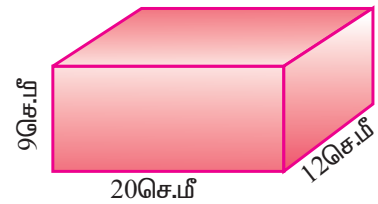
$\therefore$ மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2\,(lb + bh + lh)$

$$T.S.A = 2[(20 \times 12) + (12 \times 9) + (20 \times 9)]$$

$$= 2(240 + 108 + 180)$$

$$= 2 \times 528$$

$$= 1056 \text{ ச.செ.மீ}$$



எடுத்துக்காட்டு 4.21

3மீ × 5மீ × 4மீ அளவுள்ள கனச்செவ்வகத்தின் பக்கப் பரப்பைக் காண்க.

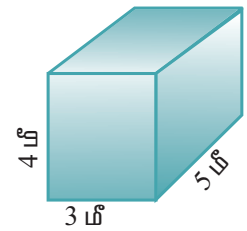
தீர்வு $l = 3$ மீ, $b = 5$ மீ, $h = 4$ மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

பக்கப்பரப்பு $= 2(l + b)h$

$$= 2 \times (3+5) \times 4$$

$$= 2 \times 8 \times 4$$

$$= 64 \text{ ச.மீ}$$



எடுத்துக்காட்டு 4.22

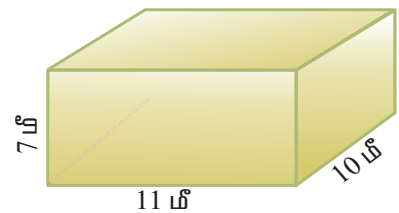
11 மீ, 10 மீ, 7 மீ அளவுள்ள கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு $l = 11$ மீ, $b = 10$ மீ, $h = 7$ மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே,

கனஅளவு $= lbh$

$$= 11 \times 10 \times 7$$

$$= 770 \text{ க.மீ}$$



எடுத்துக்காட்டு 4.23

கனஅளவு 216 க.செ.மீ அளவுள்ள இரு கனச்சதுரங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணைக்கப்படும்போது கிடைக்கும் கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு a என்க. $a^3 = 216$ க.செ.மீ

$\therefore a = \sqrt[3]{216} = 6$ செ.மீ

இரு கனச்சதுரங்கள் இணைக்கப்பட்டு கனச்செவ்வகம் பெறப்படுகிறது. எனவே,

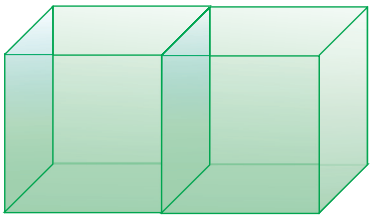
$\therefore l = 6 + 6 = 12$ செ.மீ, $b = 6$ செ.மீ, $h = 6$ செ.மீ.

$\therefore$ T.S.A $= 2\,(lb + bh + lh)$

$= 2\,[(12 \times 6) + (6 \times 6) + (12 \times 6)]$

$= 2\,[72 + 36 + 72]$

$= 2 \times 180 = 360$ ச.செ.மீ



எடுத்துக்காட்டு 4.24

நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 20 செ.மீ, 45 செ.மீ மற்றும் 50 செ.மீ அளவுடைய ஒரு C.P.U விற்கு உறை தைக்க ஜானி விரும்பினான். உறையின் விலை 1 சதுர மீட்டருக்கு ₹ 50 எனில், உறை தைக்க ஆகும் செலவைக் காண்க.

தீர்வு உறை ஒரு பக்கம் திறந்த கனச்செவ்வக வடிவில் இருக்கும்.

$l = 20$ செ.மீ $= 0.2$ மீ, $b = 45$ செ.மீ $= 0.45$ மீ, $h = 50$ செ.மீ $= 0.5$ மீ

∴ உறையின் பரப்பு = பக்க பரப்பு + மேல் பரப்பு

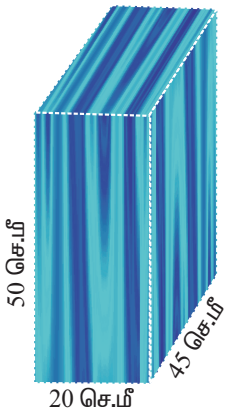
$= 2\,(l + b)\,h + lb$

$= 2\,(0.2 + 0.45)\,0.5 + (0.2 \times 0.45)$

$= 2 \times 0.65 \times 0.5 + 0.09$

$= 0.65 + 0.09$

$= 0.74$ ச.மீ



1 சதுர மீட்டர் துணியின் விலை ₹ 50

∴ 0.74 சதுர மீட்டர் துணியின் விலை $50 \times 0.74 =$ ₹ 37.

எடுத்துக்காட்டு: 4.25

5மீ × 2மீ × 1மீ அளவுள்ள ஒரு குழி மணலால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு கனமீட்டருக்கு மணல் நிரப்ப ஆகும் செலவு ₹ 270 எனில், மொத்த செலவைக் காண்க.

தீர்வு ஒரு குழி கனச்செவ்வக வடிவில் உள்ளது. அதன் அளவுகள் $l = 5$மீ, $b = 2$மீ, $h = 1$மீ

∴குழியின் கனஅளவு = கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவு

$= lbh$

$= 5 \times 2 \times 1$

$= 10$ க.மீ

1 கனமீட்டர் மணல் நிரப்ப ₹ 270 செலவாகிறது எனில், 10 கன மீட்டர் மணல் நிரப்ப ஆகும் செலவு $= 270 \times 10 =$ ₹ 2700

பயிற்சி 4.3

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கனச்செவ்வகத்தின் நீள, அகல, உயரங்களுக்கு பக்கப்பரப்பு, மொத்தப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு காண்க.

   (i) 5 செ.மீ, 2 செ.மீ, 11செ.மீ (ii) 15 டெசி.மீ,10 டெசி.மீ, 8 டெசி.மீ.

   (iii) 2 மீ, 3 மீ, 7 மீ (iv) 20 மீ, 12 மீ, 8 மீ

2. கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் கனஅளவு முறையே 35 செ.மீ, 15 செ.மீ, மற்றும் 14175 க.செ.மீ எனில், உயரத்தைக் காண்க.

3. 64 க.செ.மீ கன அளவுள்ள இரு கனச்சதுரங்கள் இணைக்கப்பட்டால் உண்டாகும் உருவத்தின் பக்கப்பரப்பு மற்றும் மொத்தப் பரப்பு காண்க.

4. நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் 35 செ.மீ, 30 செ.மீ. மற்றும் 55 செ.மீ அளவுடைய இரு ஒலிப் பெருக்கிகளுக்கு ராஜு உறை தைக்கத் திட்டமிட்டான். உறை தைக்க ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு ₹ 75 எனில், மொத்த செலவைக் காண்க.

5. ஒரு கூடத்தின் அளவு 20மீ $\times$ 15மீ $\times$ 6மீ என உள்ளது. அக்கூடத்திற்கு மோகன் வர்ணம் அடிக்க விரும்பினான். 1 சதுர மீட்டருக்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு ₹ 78 எனில், மொத்த செலவைக் காண்க.

6. நீளம் 60 மீ, அகலம் 0.3 மீ, உயரம் 2 மீ உடைய சுவர் எழுப்ப 30செ.மீ $\times$ 15செ.மீ $\times$ 20செ.மீ அளவு கொண்ட செங்கற்கள் எத்தனை தேவை?

7. 10மீ$\times$45மீ$\times$6மீ அளவுள்ள ஒரு அறையின் தளம் மற்றும் சுவரைப் புதுப்பிக்க ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு ₹ 48 எனில், மொத்தச் செலவைக் காண்க.

பயிற்சி 4.4

1. வட்டவில் மையத்தில் தாங்கும் கோணம் 90° அதன் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், வட்ட வில்லின் நீளம்

   (A) 22 செ.மீ (B) 44 செ.மீ (C) 11 செ.மீ (D) 33 செ.மீ

2. வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் மற்றும் வில்லின் நீளம் முறையே 17 செ.மீ, 27 செ.மீ எனில், அதன் சுற்றளவு

   (A) 16 செ.மீ (B) 61 செ.மீ (C) 32 செ.மீ (D) 80 செ.மீ

3. வட்டவில் மையத்தில் தாங்கும் கோணம் 90° எனில், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பு

   (A) $2\pi r^2$ (B) $4\pi r^2$ (C) $\frac{\pi r^2}{4}$ (D) $\frac{\pi r^2}{2}$

4. வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் 12 செ.மீ மற்றும் வில்லின் நீளம் 21 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பு

(A) 126 ச.செ.மீ (B) 252 ச.செ.மீ (C) 33 ச.செ.மீ (D) 45 ச.செ.மீ

5. வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் 4 செ.மீ மையத்தில் தாங்கும் கோணம் 60° எனில், அதன் பரப்பு

(A) $\frac{2\pi}{3}$ ச.செ.மீ (B) $\frac{4\pi}{3}$ ச.செ.மீ (C) $\frac{8\pi}{3}$ ச.செ.மீ (D) $\frac{16\pi}{3}$ ச.செ.மீ

6. வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பு 60 ச.செ.மீ மற்றும் வில்லின் நீளம் 20 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் விட்டம்

(A) 6 செ.மீ (B) 12 செ.மீ (C) 24 செ.மீ (D) 36 செ.மீ

7. வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு 37 செ.மீ அதன் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், வில்லின் நீளம்

(A) 23 செ.மீ (B) 5.29 செ.மீ (C) 32 செ.மீ (D) 259 செ.மீ

8. ஆறு சமசதுரங்களை முகங்களாகக் கொண்ட உருவம்

(A) கனசதுரம் (B) கனச் செவ்வகம் (C) சதுரம் (D) செவ்வகம்

9. ஒரு பொருளால் புறவெளியில் அடைபடும் பகுதியானது அதன்

(A) பரப்பு (B) நீளம் (C) கனஅளவு (D) மொத்தப்பரப்பு

10. 1 டெசி.மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு கனச்சதுரத்தின் புறப்பரப்பு

(A) 16 ச.டெசி.மீ (B) 4 ச.டெசி.மீ (C) 2 ச.டெசி.மீ (D) 1 ச.டெசி.மீ

நினைவில் கொள்க...

- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்கள் மற்றும் ஆரங்களால் வெட்டப்படும் வில் ஆகியவற்றால் அடைபடும் பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி எனப்படும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் வட்டவில், அவ்வட்டக்கோணப்பகுதி அமைந்துள்ள வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் மையக்கோணம் அல்லது வட்டக்கோணம் எனப்படும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ மற்றும் ஆரம் r எனில், அதன் வில்லின் நீளம் $l=\frac{\theta}{360}\times 2\pi r$ அலகுகளாகும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ மற்றும் ஆரம் r எனில், வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{\theta}{360}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகளாகும்.
- l – வில்லின் நீளம், r – வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் எனில், அதன் சுற்றளவு $P = l + 2r$ அலகுகள்.
- பக்கஅளவு a அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரத்தின்

  (i) மொத்தப் புறப்பரப்பு (T.S.A) = $6a^2$ ச.அ.

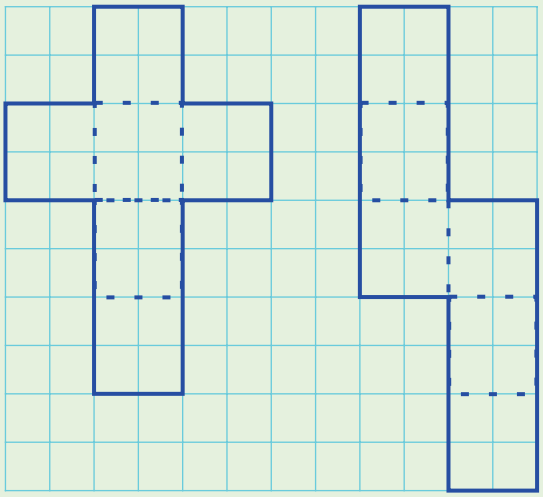
  (ii) பக்கப்பரப்பு = $4a^2$ ச.அ.
- பக்கஅளவு a அலகுகள் கொண்ட கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு, $V = a^3$ கன அலகுகள்
- ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே l, b, h எனில்,

  (i) பக்கப் பரப்பு = $2(l + b)h$ ச.அ

  (ii) மொத்தப் பரப்பு = $2(lb + bh + lh)$ ச.அ
- ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம், உயரம் முறையே l, b, h அலகுகள் எனில், அதன் கனஅளவு $V = l\times b\times h$ க.அ.

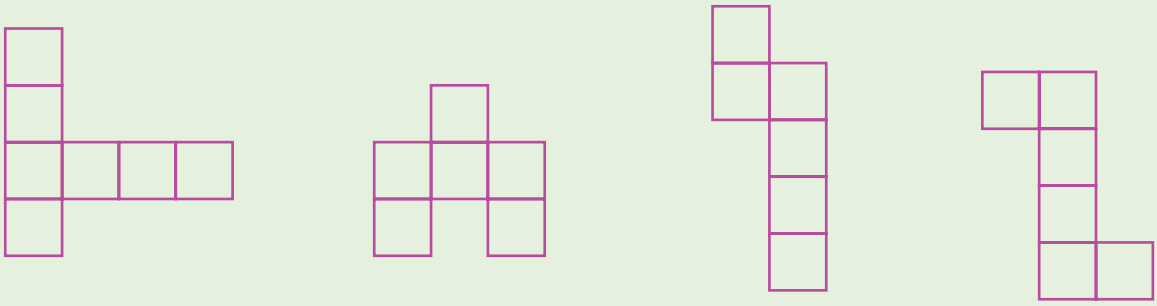
செயல் 1

வரைப்பட தாளில் கீழ்க்கண்டவாறு வெட்டி எடுத்து கன உருவத்தை செய்க.



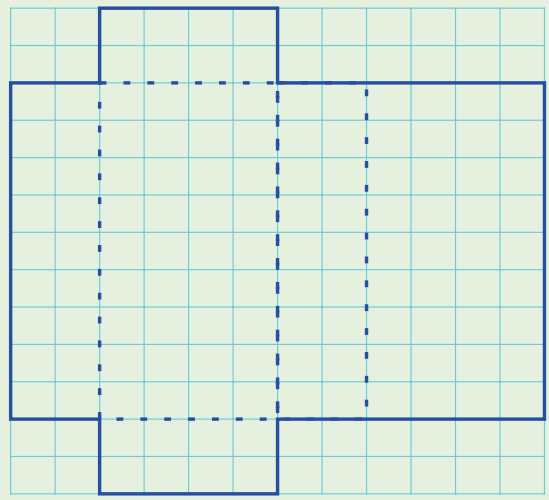
செயல் 2

கீழ்க்கண்டவற்றில் எவற்றை கன உருவமாக மாற்ற இயலும் ?



செயல் 3

வரைப்பட தாளில் கீழ்க்கண்டவாறு வெட்டி எடுத்து கன உருவத்தை செய்க.



செயல் 4

64 அலகு கனச்சதுரத்தைக் கொண்டு மிகப்பெரிய கனச்செவ்வகத்தை உருவாக்கு ?

அவற்றை மாற்றி அடுக்கும்போது கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு மாற்றம் அடையுமா ?

கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு என்ன ?

64 அலகு கனச்சதுரத்தைக் கொண்டு கனச்செவ்வகங்களை உருவாக்கப்படும்போது கனச்செவ்வகத்தின் அதிகபட்ச, குறைந்தபட்ச புறப்பரப்பு என்ன ?

பயிற்சி 4.1

1. (i) 22 செ.மீ, 231 ச.செ.மீ, 64 செ.மீ (ii) 2.57 செ.மீ, 6.3 ச.செ.மீ, 12.37 செ.மீ
(iii) 11 செ.மீ, 77 ச.செ.மீ, 39 செ.மீ (iv) 16.5 செ.மீ, 123.75 ச.செ.மீ, 46.5 செ.மீ
(v) 88 டெசி.மீ, 924 ச.டெசி.மீ,130 டெசி.மீ **2.** (i) 120° (ii) 90° (iii) 36 செ.மீ

3. (i) 165 ச.செ.மீ, 53 செ.மீ (ii) 2200 ச.செ.மீ, 190 செ.மீ (iii) 91.5 ச.செ.மீ, 39.25 செ.மீ
(iv) 250 ச.செ.மீ, 65 செ.மீ **4.** (i) 10 செ.மீ (ii) 30 செ.மீ (iii) 6 செ.மீ

5. (i) 110.25 ச.செ.மீ (ii) 700 ச.செ.மீ **6.** (i) 280° (ii) 120°

7. (i) 72 செ.மீ, 308 ச.செ.மீ (ii) 25 செ.மீ, 38.5 ச.செ.மீ **8.** (i) 19 செ.மீ (ii) 8.5 செ.மீ

9. (i) 7 மணிநேரம் (ii) 2 மணிநேரம் (iii) 15 மணிநேரம் **10.** 0.16 ச.செ.மீ

11. (i) 154 ச.மீ (ii) 350 ச.மீ **12.** 123.84 ச.செ.மீ **13.** 346.5 ச.செ.மீ **14.** 4.2 மீ, 60°,12.8 மீ

பயிற்சி 4.2

1. (i) 125.44 ச.செ.மீ, 188.16 ச.செ.மீ, 175.62 க.செ.மீ
(ii) 144 ச.டெசி.மீ, 216 ச.டெசி.மீ, 216 க.டெசி.மீ
(iii) 25 ச.மீ, 37.5 ச.மீ, 15.625 க.மீ (iv) 2304 ச.செ.மீ, 3456 ச.செ.மீ, 13824 க.செ.மீ
(v) 3844 ச.செ.மீ, 5766 ச.செ.மீ, 29791 க.செ.மீ

2. (i) 15 செ.மீ (ii) 13 செ.மீ (iii) 5 டெசி.மீ

3. 8000 க.செ.மீ **4.** 4 மீ **5.** 216 ச.செ.மீ **6.** 125 கனச்சதுரங்கள்

7. 8000 ச.செ.மீ, 64000 க.செ.மீ **8.** ₹ 4,00,000 **9.** 147 ச.மீ, ₹ 11,025

பயிற்சி 4.3

1. (i) 154 ச.செ.மீ, 174 ச.செ.மீ, 110 க.செ.மீ
(ii) 400 ச.டெசி.மீ, 700 ச.டெசி.மீ, 1200 க.டெசி.மீ
(iii) 70 ச.மீ, 82 ச.மீ, 42 க.மீ (iv) 512 ச.மீ, 992 ச.மீ, 1920 க.மீ

2. 27 செ.மீ **3.** 96 ச.செ.மீ, 160 ச.செ.மீ **4.** ₹ 123 **5.** 720 ச.மீ , ₹ 56,160

6. 4000 செங்கற்கள் **7.** ₹ 53,280

பயிற்சி 4.4

1. C **2.** B **3.** C **4.** A **5.** C **6.** B **7.** A **8.** C **9.** C **10.** B

5 நிகழ்தகவு

All business proceeds on beliefs, or judgments of probabilities, and not on certainty

- CHARLES ELIOT

முதன்மைக் குறிக்கோள்கள்

- திரும்பத் திரும்ப வரும் சோதனைகள் மற்றும் ஒப்பீட்டு நிகழ்வெண் நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைப் புரிந்து கொள்ளுதல்
- பட்டறிவு நிகழ்தகவினைப் புரிந்து கொள்ளுதல்

5.1 அறிமுகம்

ஒவ்வொருவரும் அதிகாலை முதல் அந்திசாயும் வரை சில செயல்களிலாவது நிகழக் கூடிய சாத்தியக்கூறுகளுக்கான வாய்ப்புகளை வைத்து முடிவெடுக்கின்றோம். உதாரணமாக, நான் இன்று வேலைக்குச் செல்லும் போது குடை கொண்டு செல்ல வேண்டுமா? எனது செல்லிடப்பே பசியின் மின்கலன் சக்தி இன்று இரவு வரை நீடித்திருக்குமா? மற்றும் நான் புதிதாக அறிமுகப்படுத்தப்பட்ட மடிக்கணினி வாங்க வேண்டுமா?

நிகழ்தகவு என்பது மாறுபடக்கூடிய எல்லா செயல்களிலும் ஒரு முடிவெடுக்க நமக்கு ஒரு வழிமுறையை அளிக்கின்றது. நிகழ்தகவு என்ற கருத்து யூகத்தின் அடிப்படையிலான சூதாட்டத்திலிருந்து தோன்றியிருந்தாலும் கூட, அதனுடைய பயன்பாடுகள் இயற்பியல், வணிகவியல், உயிரியல், மருத்துவம், ஆயுட்காப்பீடு, முதலீட்டுத்துறை, வானிலை முன்னறிவிப்பு மற்றும் பல்வேறு வளரும் துறைகளில் அதிகமாக பயன்படுத்தப்பட்டு வருகிறது.

பின்வரும் வாக்கியங்களை கவனிப்போம்:

- எதிர்வரும் பொதுத்தேர்வில் குழலிசை அநேகமாக முதல் மதிப்பெண் பெறுவாள்.
- ஒருவேளை தமிழிசை இன்று தொடர்வண்டியைப் பிடிப்பாள்.
- அத்தியாவசியப் பொருட்களின் விலை மாற்றமில்லாமல் இருக்கக்கூடும்.
- இன்றைய டென்னிஸ் போட்டியில் லீலா வெற்றி பெற வாய்ப்பு உள்ளது.

ரிச்சர்டு ஃபான் மைசஸ்
(R. Von Mises)
(1883-1953)

நிகழ்தகவுக்கு அனுபவம் அல்லது புள்ளியியல் அணுகுமுறையை ஆர்.எப். ஃபிஷர் மற்றும் ஆர். ஃபான்மைசஸ் ஆகியோர் விரிவாக்கினர். ஆர். ஃபான்மைசஸ் என்பவரால் கூறுவெளியின் கருத்து அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. அளவுக் கொள்கையை அடிப்படையாக கொண்டு நிகழ்தகவின் கணிதக் கருத்தியலை உண்டாக்க இக்கருத்து ஏதுவாக அமைந்தது. சென்ற நூற்றாண்டில் பற்பல படைப்பாளிகளின் தூண்டுதலால் இந்த அணுகுமுறை சிறிது சிறிதாக வெளிப்பட்டது. இதன் நவீன விரிவாக்கத்தினைக் குறிக்கும் அடிகோள் வழிமுறை கோல்மோகோரோவ் என்பவரால் அளிக்கப்பட்டது.

அநேகமாக, ஒருவேளை, இருக்கக்கூடும், வாய்ப்பு போன்ற சொற்கள் உறுதிப்பாடற்றத் தன்மையையே உணர்த்துகின்றன. உறுதித்தன்மை அல்லது உறுதிப்பாடற்றத் தன்மையை அளவிட சரியான அளவுகோல் ஏதும் இல்லை. ஆனாலும் ஒரு செயல் நிகழ்வதற்கான சாத்தியக்கூறுகளை யூகங்களின் அடிப்படையில் உறுதிப்பாடற்றத் தன்மையினை கணித வடிவில் அளவிடலாம். இவ்வாறு அளவிடும் எண் மதிப்பை நிகழ்தகவு என்கிறோம். அனுபவங்கள் மற்றும் மாற்றங்களின் அடிப்படையில் முடிவெடுப்பதற்கு நிகழ்தகவு ஒரு சிறந்த பயனுள்ள முறையாகும். எனவே, நிகழ்தகவு என்பது ஒரே ஒரு எண் மதிப்பாக இல்லாத போதும் அது மிகவும் பயனுள்ளதாகும்.

5.2 அடிப்படைக் கருத்துகள் மற்றும் வரையறைகள்

நிகழ்தகவு கருத்தியலை தொடங்குவதற்கு முன் நமக்குத் தேவையான சில அடிப்படைக் கருத்துகளை வரையறை செய்வோம்.

- சோதனை(Experiment)
- சமவாய்ப்புச் சோதனை(Random Experiment)
- முயற்சி (Trial)
- கூறுவெளி (Sample space)
- கூறுபுள்ளி (Sample point)
- நிகழ்ச்சி (Event)

முக்கிய கருத்து	சோதனை
நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட விளைவுகளை உருவாக்கும் ஒரு செயல் சோதனை எனப்படும்.	

சோதனைகளைப் பின்வரும் இரு பரந்த முறைகளில் வகைப்படுத்தலாம்.

சோதனை

உறுதியான சோதனை

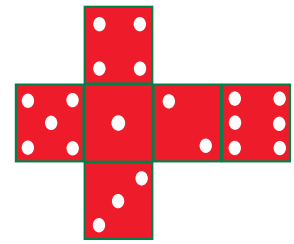
வாய்ப்புச் சோதனை

1. உறுதியான சோதனை (அ) தீர்மானமான சோதனை (*Deterministic experiment*) :

ஒத்த நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் முடிவுகளை முன்னரே அறியக்கூடியச் சோதனை தீர்மானமான சோதனை (அ) உறுதியான சோதனை எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, நீரை கொதிக்க வைக்கும் போது அது ஆவியாக மாறுதல், குளிர்சாதனப் பெட்டியில் நீரை வைக்கும் போது அது பனிக்கட்டியாக உறைதல் மற்றும் இருபுறமும் தலையையுடைய ஒரு மாறுபட்ட நாணயத்தை சுண்டும் போது தலை கிடைப்பது போன்ற சோதனைகளில் முடிவுகளை நாம் முன்னரே அறிய முடியும். எனவே இவையனைத்தும் உறுதியான (அ) தீர்மானமான சோதனைகள் ஆகும்.

2. சமவாய்ப்புச் சோதனை (*Random experiment*) : ஒரு சோதனையில் நிகழக்கூடிய அனைத்து விளைவுகளும் முன்னரே தெரிந்திருந்தாலும் அவற்றில் எந்த விளைவு நிகழப்போகிறது என்பதை முன்னரே சரியாகச் சொல்ல முடியாது எனில், அச்சோதனை சமவாய்ப்புச் சோதனை எனப்படும்.



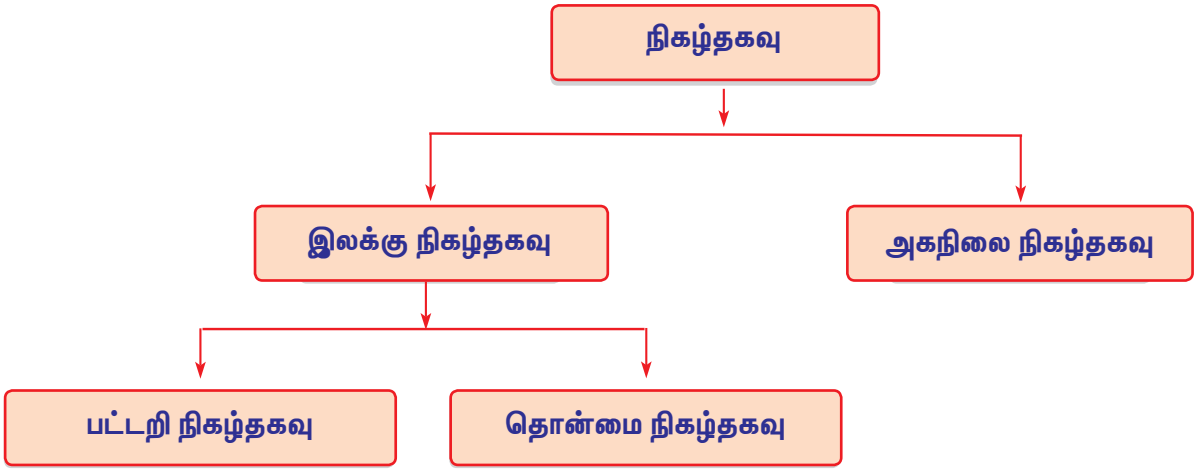
எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் சோதனைகளைக் கருதுவோம்:

(i) ஒரு நாணயத்தை சுண்டுதல்

(ii) ஒரு பகடையை உருட்டுதல்.

இச்சோதனைகள் சமவாய்ப்புச் சோதனைகள் ஆகும். ஏனெனில், இவற்றில் நிகழப்போகும் விளைவினை முன்னரே அறிய இயலாது.

முக்கிய கருத்து		
முயற்சி (Trial)	ஒன்று அல்லது பல விளைவுகளை உருவாக்கும் ஒரு செயல் முயற்சி எனப்படும்.	உதாரணமாக, நாணயத்தை "சுண்டுதல்" பகடையை "உருட்டுதல்" ஆகியவை முயற்சிகள் ஆகும்.
கூறுவெளி (Sample Space)	சம வாய்ப்புச் சோதனையின் எல்லா விளைவுகளின் கணம் கூறுவெளி எனப்படும். இதனை S எனக் குறிப்பிடலாம்.	உதாரணமாக, ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டும் போது கூறுவெளி S = { தலை, பூ} ஒரு பகடையை உருட்டும் போது கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
கூறுபுள்ளி (Sample Point)	சோதனையின் ஒவ்வொரு விளைவும் கூறுபுள்ளி எனப்படும்.	ஒரு நாணயத்தை சுண்டும் போது தலை, பூ ஆகியவை கூறுபுள்ளிகளாகும் . ஒரு பகடையை உருட்டும் போது 1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6 ஆகியவை கூறுபுள்ளிகளாகும்.
நிகழ்ச்சி (Event)	கூறுவெளியின் எந்த ஒரு உட்கணமும் நிகழ்ச்சி எனப்படும்.	உதாரணமாக, ஒரு பகடையை உருட்டும் போது கிடைக்கும் சாதகமான நிகழ்ச்சிகளில் சில $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3, 5, 6\}$.



5.3 நிகழ்தகவு

நிகழ்தகவின் பல்வேறு கருத்துக்களிலிருந்து, நிகழ்தகவினை மூன்று வகைகளாக பிரிக்கலாம்:

(1) அகநிலை நிகழ்தகவு *(Subjective probability)*

(2) தொன்மை நிகழ்தகவு *(Classical probability)*

(3) பட்டறி நிகழ்தகவு *(Empirical probability)*

5.3.1 அகநிலை நிகழ்தகவு

உறுதிப்பாடற்றத் தன்மையை பற்றிய ஒருவருடைய நம்பிக்கையின் வலிமையை அகநிலை நிகழ்தகவு வெளிப்படுத்துகிறது. நாம் எதிர்பார்க்கும் விளைவுகளுக்கு நேரடியான சான்றுகள் மிகக் குறைந்த அளவே உள்ள அல்லது முழுமையாக இல்லாத தருணங்களில் மறைமுகமான சான்றுகளையோ, அறிவின்பால்பட்ட யூகத்திலோ, உள்ளுணர்வு மூலமோ மற்றும் அகநிலை காரணிகள் மூலமோ நிகழ்தகவினைக் கணக்கிடலாம்.

5.3.2 தொன்மை நிகழ்தகவு

தொன்மை நிகழ்தகவு எனும் கருத்து வாய்ப்பு விளையாட்டுகளிலிருந்து பெறப்பட்டது. சோதனையின் விளைவுகள் அனைத்தும் சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருக்கும் போது இது பொருந்துகிறது. ஒத்த சமவாய்ப்புள்ள n நிகழ்வுகளில் ஒரு நிகழ்வு நிகழ சாதகமான s வாய்ப்புகள் இருப்பின் அந்நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $\frac{s}{n}$ எனக் கொடுக்கப்படுகிறது.

5.3.3 பட்டறி நிகழ்தகவு

நேரடியான அனுபவங்கள் மூலம் விளைவுகளின் நிகழ்தகவினைக் காண்பது பட்டறி நிகழ்தகவு ஆகும்

5.4 நிகழ்தகவு – ஓர் அனுபவ முறை (பட்டறி முறை)

இத்தலைப்பில் நாம் பட்டறி நிகழ்தகவினைப் பற்றி மட்டுமே விவாதிக்கப்போகிறோம். மற்ற இரு நிகழ்தகவுகளைப் பற்றி மேல் வகுப்புகளில் படிப்போம். பட்டறி அல்லது சோதனை அல்லது ஒப்பீட்டு நிகழ்வெண் நிகழ்தகவு என்பது நேரடியான அனுபவங்கள்

மூலம் விளைவுகளின் நிகழ்தகவினைக் காண்பது ஆகும். பட்டறிவு நிகழ்தகவினை, சோதனைகளை பலமுறை செய்து அதன் முடிவுகளைக் கண்டறியலாம். பட்டறி நிகழ்தகவு என்பது ஒரு விளைவுச் சோதனையின் முடிவுகளின் அடிப்படையில் அறிவியல் பூர்வமாக மிகவும் சரியாக யூகிப்பது ஆகும்.

உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தின் சலவைக்கட்டியினை மக்கள் விரும்பும் முடிவை அறிய தொன்மை நிகழ்தகவினைப் பயன்படுத்த இயலாது. ஏனெனில், இச்சோதனையின் முடிவுகள் சமவாய்ப்பைப் பெற்றிருக்கவில்லை. இம்மாதிரியான சோதனையில் நிகழ்தகவினை அறிய, நாம் ஒரு கணக்கெடுப்பு நடத்த வேண்டும். இதனை சோதனையின் புள்ளிவிவரங்களைச் சேகரித்தல் எனலாம். அதிகமான விவரங்களைச் சேகரிக்கும் போது நாம் மிகச் சிறந்த மதிப்பீடுகளைப் பெறலாம்.

முக்கிய கருத்து — **பட்டறி நிகழ்தகவு**

m என்பது E என்ற நிகழ்ச்சியின் சாதகமான முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை என்றும் n என்பது மொத்த முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை என்றும் கொண்டால், E-ன் பட்டறி நிகழ்தகவு என்பதை பின்வருமாறு வரையறுக்கலாம். இதனை $P(E)$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

$$P(E) = \frac{\text{நிகழ்வு ஏற்பட்ட முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{முயற்சிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

(அல்லது)

$$P(E) = \frac{\text{கண்டறிந்த சாதகமான நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{கண்டறிந்த மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

எனவே, $P(E) = \dfrac{m}{n}$

இங்கு $0 \le m \le n \implies 0 \le \dfrac{m}{n} \le 1$, ஆகவே $0 \le P(E) \le 1$.

$$\boxed{0 \le P(E) \le 1}$$

அதாவது, ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு எப்பொழுதும் 0 விலிருந்து 1 முடிய உள்ள ஏதேனும் ஒரு எண் ஆகும்.

ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான உறுதித்தன்மையை அறிய நிகழ்தகவு பெரிதும் பயன்படுகிறது. நிகழ்தகவு 1 எனில், அந்நிகழ்வு உறுதியாக நிகழும் எனவும், நிகழ்தகவு 0.9 எனில், நிகழ்ச்சி பெரும்பாலும் நிகழும் எனவும், நிகழ்தகவு 0.5 எனில், நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கும் நிகழாமல் போவதற்கும் வாய்ப்புண்டு எனவும், நிகழ்தகவு 0 எனில், நிகழ்ச்சி உறுதியாக நிகழாது எனவும் அறியலாம்.

குறிப்புரை

மேற்காணும் விளக்கத்திலிருந்து நாம் அறிவது

(i) $P(E) = 1$ எனில், E என்பது உறுதியான நிகழ்ச்சி

(ii) $P(E) = 0$ எனில், E என்பது நடைபெற இயலாத நிகழ்ச்சி.

ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $P(E)$ எனில், அந்நிகழ்ச்சி நடைபெறாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை $P(E')$ அல்லது $P(\overline{E})$ என எழுதலாம்.

$P(E) + P(E') = 1$ என நமக்குத் தெரியும். எனவே, $P(E') = 1 - P(E)$

$$\boxed{P(E') = 1 - P(E)}$$

நாம் சில நிகழ்தகவுகளைக் கணக்கிடும் போது கணக்கீடுகளை மட்டும் மனதில் கொள்ளக்கூடாது. நம்முடைய நோக்கம் நிகழ்தகவின் அடிப்படைக் கோட்பாடுகளையும், விதிகளையும், கொள்கைகளையும் அறிந்து கொள்வதாக இருக்க வேண்டும்.

உதாரணம் :

ஒரு நாணயத்தை பலமுறை சுண்டும்போது, எத்தனை முறை தலை மற்றும் பூ விழுகின்றன என்பதற்கும், மொத்த சுண்டுதல்களுக்குமான விகிதங்கள் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

சுண்டுதலின் எண்ணிக்கை (n)	கிடைத்த தலைகளின் (H) எண்ணிக்கை (m_1)	$P(H) = \frac{m_1}{n}$	கிடைத்த பூக்களின் (T) எண்ணிக்கை (m_2)	$P(T) = \frac{m_2}{n}$
50	29	$\frac{29}{50}$	21	$\frac{21}{50}$
60	34	$\frac{34}{60}$	26	$\frac{26}{60}$
70	41	$\frac{41}{70}$	29	$\frac{29}{70}$
80	44	$\frac{44}{80}$	36	$\frac{36}{80}$
90	48	$\frac{48}{90}$	42	$\frac{42}{90}$
100	52	$\frac{52}{100}$	48	$\frac{48}{100}$

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து நாம் சுண்டுதலின் எண்ணிக்கையை அதிகரிக்க அதிகரிக்க தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவும், பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவும் ஒன்றையொன்று நெருங்கி வருவதைக் காணலாம்.

செயல் (1): ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டுதல்

ஒவ்வொரு மாணவனையும் ஒரு நாணயத்தை 10 முறை சுண்டச்செய்து, எத்தனை முறை தலை கிடைக்கிறது என்பதையும், எத்தனை முறை பூ கிடைக்கிறது என்பதையும் கவனித்து கீழே உள்ள அட்டவணையில் உள்ளவாறு குறிக்கச் சொல்லலாம்.

விளைவு	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	10 சுண்டுதலில் விழுந்த தலைகள்/ பூக்களின் எண்ணிக்கை
தலை		
பூ		

இதே போல ஒரு நாணயத்தை 20, 30, 40, 50 முறை சுண்டச்செய்து மேற்கூறிய முறையிலேயே அட்டவணைப்படுத்த வேணடும். பின்வரும் பின்னங்களின் மதிப்புகளை எழுதுக.

$$\frac{\text{தலை கிடைத்த சுண்டுதலின் எண்ணிக்கை}}{\text{சுண்டுதலின் மொத்த எண்ணிக்கை}} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{\text{பூ கிடைத்த சுண்டுதலின் எண்ணிக்கை}}{\text{சுண்டுதலின் மொத்த எண்ணிக்கை}} = \frac{\square}{\square}$$

செயல் (2): ஒரு பகடையை உருட்டுதல்

ஒரு பகடையை 20 முறை உருட்டி அதன் ஆறு விளைவுகளுக்கும் நிகழ்தகவைக் கணக்கிடுக.

விளைவு	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	20 முறை உருட்டும் போது கிடைக்கும் விளைவுகளின் எண்ணிக்கை	கிடைத்த தொடர்புடைய விளைவுகளின் எண்ணிக்கை / பகடை உருட்டுதலின் மொத்த எண்ணிக்கை
1			
2			
3			
4			
5			
6			

இச்சோதனையை 50, 100 முறை செய்து அவற்றின் முடிவுகளை இம்முறையிலேயே அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

செயல் (3): இரு நாணயங்களைச் சுண்டுதல்

இரு நாணயங்களை சேர்ந்தாற்போல் 10 முறை சுண்டி அதன் நிகழ்வுகளைக் கவனித்து பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்துக.

விளைவு	நேர்க் கோட்டுக் குறிகள்	10 முறை சுண்டும் போது கிடைக்கும் விளைவுகள்	கிடைத்த தொடர்புடைய விளைவுகளின் எண்ணிக்கை / இரு நாணயங்கள் சுண்டுதலின் மொத்த எண்ணிக்கை
இரண்டு தலைகள்			
ஒரு தலை மற்றும் ஒரு பூ			
தலை தவிர்த்து			

செயல் (1)-ல் ஒவ்வொரு முறையும் ஒரு நாணயத்தைக் சுண்டுவதை முயற்சி என்கிறோம். இதைப் போலவே செயல் (2)-ல் ஒவ்வொரு முறையும் பகடையை உருட்டுதலை முயற்சி என்றும், செயல் (3)-ல் இரு நாணயங்களை ஒரே நேரத்தில் சுண்டுதலையும் முயற்சி என்றும் அழைக்கிறோம்.

செயல் (1)-ல் ஒரு குறிப்பிட்ட சுண்டுதல் நிகழ்ச்சியில் தலை கிடைப்பதை விளைவு என்கிறோம், அதைப் போலவே பூ கிடைப்பதையும் அந்நிகழ்ச்சியின் மற்றொரு விளைவு என்கிறோம்.

செயல் (2)-ல் 5 என்ற குறிப்பிட்ட எண் கிடைப்பது என்பதை ஒரு விளைவு என்கிறோம். $\frac{\text{தலை கிடைத்த சுண்டுதலின் எண்ணிக்கை}}{\text{சுண்டுதலின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$ -ன் மதிப்பை பட்டறி நிகழ்தகவு அல்லது சோதனை நிகழ்தகவு என்கிறோம் .

எடுத்துக்காட்டு 5.1

ஒரு உற்பத்தியாளர் உற்பத்தியான செல்லிடப்பேசிகளிலிருந்து (Cellphone) 1000 செல்லிடப்பேசிகளை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்து சோதித்துப் பார்த்ததில் 25 செல்லிடப்பேசிகள் குறைபாடுடையன என்று கண்டுபிடிக்கப்பட்டது எனில், சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் ஒரு செல்லிடப்பேசி குறைபாடுடையதாக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன.

தீர்வு சோதனை செய்த செல்லிடப்பேசிகளின் எண்ணிக்கை = 1000 அதாவது, $n = 1000$

E என்பது குறைபாடுள்ள செல்லிடைப்பேசிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(E) = 25$ அதாவது, $m = 25$

$$P(E) = \frac{\text{குறைபாடுகளுடைய செல்லிடப்பேசிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சோதனை செய்த செல்லிடப்பேசிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{m}{n} = \frac{25}{1000} = \frac{1}{40}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.2

T20 மட்டைப்பந்து போட்டியில் (cricket) ராசு 50 பந்துகளை எதிர்கொண்டு 10 முறை ஆறு ஓட்டங்களை எடுத்தார். அவர் எதிர்கொண்ட பந்துகளில் ஒரு பந்தை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அதில் அவர் ஆறு ஓட்டங்கள் எடுக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு ராசு எதிர்கொண்ட மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 50. அதாவது, $n = 50$

E என்பது ராசு ஆறு ஓட்டங்கள் எடுப்பதற்கான நிகழ்ச்சி எனில்,

E' என்பது ராசு ஆறு ஓட்டங்கள் எடுக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி ஆகும்.

$n(E) = 10$ அதாவது, $m=10$

$$P(E) = \frac{\text{ராசு அடித்த ஆறு ஓட்டங்களின் எண்ணிக்கை}}{\text{எதிர்கொண்ட பந்துகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{m}{n} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

P (ராசு ஆறு ஓட்டங்கள் எடுக்காமல் இருப்பதற்கான) $= P(E') = 1 - P(E)$

$$= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.3

மட்டைப்பந்து குழுவைத் தேர்ந்தெடுக்கும் தேர்வுக்குழு, வீரர்களைத் தேர்வு செய்ய வீரர்களின் முந்தைய போட்டிகளில் 40 ஓட்டங்களுக்கு மேல் எத்தனை போட்டிகளில் எடுத்தனர் என்பதை தகுதியாகக் கொண்டு தேர்வு செய்தனர். குமார் மற்றும் கிருபா ஆகிய இரு வீரர்களின் திறன் கடந்த 30 போட்டிகளில் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வீரர்களின் பெயர்	40-க்கு மேற்பட்ட ஓட்டங்கள் எடுத்த போட்டிகளின் எண்ணிக்கை
குமார்	20
கிருபா	12

இவ்வீரர்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு உற்றுநோக்கிய போட்டிகளின் எண்ணிக்கை = 30 அதாவது, n = 30

E_1 என்பது குமார் 40 ஓட்டங்களுக்கு மேல் எடுப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க,

$n(E_1) = 20$ அதாவது, $m_1 = 20$

E_2 என்பது கிருபா 40 ஓட்டங்களுக்கு மேல் எடுப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க,

$n(E_2) = 12$ அதாவது, $m_2 = 12$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{20}{30}$$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{12}{30}$$

குமார் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு = $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

கிருபா தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு = $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

எடுத்துக்காட்டு 5.4

ஒரு இருவழிச் சாலையில் குறிப்பிட்ட ஒரு நாளில் ஒரு காவலர் வாகனங்களின் வேகத்தை சோதனை செய்தார். அவர் சோதனை செய்த 160 வாகனங்களின் வேகங்களின் நிகழ்வெண் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வேகம்(கி.மீ/மணி)	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70 ம் அதற்கு மேலும்
வாகனங்களின் எண்ணிக்கை	14	23	28	35	52	8

ஒரு வாகனத்தைச் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அதன் வேகம்

(i) 69 கி.மீ/மணி- ஐ விட அதிகமாக (ii) 20 கி.மீ/மணியிலிருந்து 39 கி.மீ/மணி வரை

(iii) 60 கி.மீ/மணி-க்கும் குறைவாக (iv) 40 கி.மீ/மணியிலிருந்து 69 கி.மீ/மணி வரை

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு

(i) நிகழ்ச்சி E_1 என்பது வாகனத்தின் வேகம் 69 கி.மீ/மணி-ஐ விட அதிகமாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(E_1) = 8$ அதாவது, $m_1 = 8$

சோதனை செய்த மொத்த வாகனங்கள் = 160. அதாவது, $n = 160$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{8}{160} = \frac{1}{20}$$

(ii) நிகழ்ச்சி E_2 என்பது வாகனத்தின் வேகம் 20 கி.மீ/மணியிலிருந்து 39 கி.மீ/மணி வரை இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$n(E_2) = 14+23 = 37$ அதாவது, $m_2 = 37$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{37}{160}$$

(iii) நிகழ்ச்சி E_3 என்பது வாகனத்தின் வேகம் மணிக்கு 60 கி.மீ ஐவிடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(E_3) = 14+23+28+35 = 100$ அதாவது, $m_3 = 100$

$$P(E_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{100}{160} = \frac{5}{8}$$

(iv) நிகழ்ச்சி E_4 என்பது வாகனத்தின் வேகம் 40 கி.மீ/மணியிலிருந்து 69 கி.மீ/மணி வரை இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(E_4) = 28+35+52 = 115$ அதாவது, $m_4 = 115$

$$P(E_4) = \frac{m_4}{n} = \frac{115}{160} = \frac{23}{32}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.5

ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் மாணவர்களின் கணித திறமைக்கும், புள்ளியியல் ஆர்வத்திற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் கண்டறிய விரும்பினார். சோதனைக்காக 200 மாணவர்களை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்து அவர்களிடம் கணிதத் திறமை மற்றும் புள்ளியியல் ஆர்வம் ஆகியவற்றை குறைவு, சராசரி, அதிகம் எனக் குறிப்பிடுமாறு கூறி சேகரிக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரப் பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

		கணிதத்தில் திறமை		
		குறைவு	சராசரி	அதிகம்
புள்ளியியலில் ஆர்வம்	குறைவு	60	15	15
	சராசரி	15	45	10
	அதிகம்	5	10	25

ஒரு மாணவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும்போது அவர்

(i) கணிதத்தில் அதிக திறமை (ii) புள்ளியியலில் சராசரி ஆர்வம்

(iii) புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம்

(iv) கணிதத்தில் அதிக திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம் மற்றும்

(v) கணிதத்தில் சராசரி திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் குறைந்த ஆர்வம்,

உடையவராக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 80+70+50=200 அதாவது, $n = 200$

(i) நிகழ்ச்சி E_1 என்பது கணிதத்தில் அதிக திறமை உடையோர் என்க.

$n(E_1) = 15+10+25= 50$ அதாவது, $m_1 = 50$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$$

(ii) நிகழ்ச்சி E_2 என்பது புள்ளியியலில் சராசரி ஆர்வம் உடையோர் என்க.

$n(E_2) = 15+45+10 = 70$ அதாவது, $m_2 = 70$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{70}{200} = \frac{7}{20}$$

(iii) நிகழ்ச்சி E_3 என்பது புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம் உடையோர் என்க.

$n(E_3) = 5+10+25 = 40$ அதாவது, $m_3 = 40$

$$P(E_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

(iv) நிகழ்ச்சி E_4 என்பது கணிதத்தில் அதிக திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் அதிக ஆர்வம் உடையோர் என்க.

$n(E_4) = 25$ அதாவது, $m_4 = 25$

$$P(E_4) = \frac{m_4}{n} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$$

(v) நிகழ்ச்சி E_5 என்பது கணிதத்தில் சராசரி திறமை மற்றும் புள்ளியியலில் குறைந்த ஆர்வம் உடையோர் என்க.

$n(E_5) = 15$ அதாவது, $m_5 = 15$

$$P(E_5) = \frac{m_5}{n} = \frac{15}{200} = \frac{3}{40}$$

எடுத்துக்காட்டு 5.6

ஒரு மருத்துவமனை பதிவேட்டில் மகப்பேற்றிற்காக மகளிர் தங்கியிருந்த நாட்களின் விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தங்கியிருந்த நாட்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5	6	6 நாட்களை விட அதிகம்
மகளிர் எண்ணிக்கை	15	32	56	19	5

எவரேனும் ஒருவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்தெடுக்கும் போது அவர்

(i) சரியாக 5 நாட்கள் (ii) 6 நாட்களுக்கும் குறைவாக

(iii) அதிக பட்சம் 4 நாட்கள் (iv) குறைந்தபட்சம் 5 நாட்கள்

தங்கியிருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு மகப்பேற்றிற்காக மருத்துவமனையில் தங்கியிருந்தவர்களின் எண்ணிக்கை = 127

அதாவது, $n = 127$

(i) E_1 என்பது சரியாக 5 நாட்கள் தங்கியிருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(E_1) = 56 \qquad \text{அதாவது, } m_1 = 56$$

$$P(E_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{56}{127}$$

(ii) E_2 என்பது 6 நாட்களுக்கும் குறைவாக தங்கியிருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(E_2) = 15 + 32 + 56 = 103 \quad \text{அதாவது, } m_2 = 103$$

$$P(E_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{103}{127}$$

(iii) E_3 என்பது அதிக பட்சம் 4 நாட்கள் தங்கியிருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. (3 மற்றும் 4 நாட்கள் மட்டும்)

$$n(E_3) = 15 + 32 = 47 \qquad \text{அதாவது, } m_3 = 47$$

$$P(E_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{47}{127}$$

(iv) E_4 என்பது குறைந்தபட்சம் 5 நாட்கள் தங்கியிருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.(5,6 மற்றும் 7 நாட்கள் மட்டும்)

$$n(E_4) = 56 + 19 + 5 = 80 \qquad \text{அதாவது, } m_4 = 80$$

$$P(E_4) = \frac{m_4}{n} = \frac{80}{127}$$

பயிற்சி 5.1

1. கீழ்கண்டவற்றுள் எவை நிகழ்தகவின் மதிப்பாக இருக்க முடியாது.

   i) 1/3 ii) – 1/5 iii) 0.80 iv) – 0.78 v) 0

   vi) 1.45 vii) 1 viii) 33% ix) 112%

2. வரையறு: i) சோதனை ii) உறுதியான சோதனை iii) சமவாய்ப்புச் சோதனை

   iv) கூறுவெளி v) நிகழ்ச்சி vi) முயற்சி

3. வரையறு : பட்டறி நிகழ்தகவு

4. சங்கீத் என்பவர் கடந்த 20 கூடைப்பந்து போட்டிகளில் இலக்கை நோக்கி தடையின்றி எறியும் வாய்ப்புகளில் 65 முறை இலக்கை நோக்கி எறிந்தார் மற்றும் 35 முறை தவறவிட்டார் எனில், அவர் எறிந்த பந்துகளில் ஒரு பந்தை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுத்தால் அப்பந்து இலக்கை அடைவதற்கான சோதனை நிகழ்தகவு என்ன?

5. வானிலை ஆராய்ச்சி மையத்தில் கடந்த 300 நாட்களில் பதிவுசெய்யப்பட்டு வெளியிடப்பட்ட வானிலை அறிக்கைகளில் 195 முறை சரியாக இருந்தது. கொடுக்கப்பட்ட நாளில் வெளியிடப்பட்ட வானிலை அறிக்கை (i) சரியாக (ii) தவறாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

6. ஒரு புதிய ஊட்டச்சத்து பானத்தின் சுவையைப் பற்றி கௌரி, 25 மாணவர்களிடம் கருத்துகளைக் கேட்டறிந்தார். கிடைத்த பதில்கள் பின்வருமாறு

பதில்கள்	விரும்புவோர்	விரும்பாதோர்	முடிவெடுக்காதோர்
மொத்த நபர்கள்	15	8	2

ஒரு மாணவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்தெடுக்கும் போது அவர் சுவையை

(i) விரும்புபவராக (ii) விரும்பாதவராக (iii) முடிவெடுக்காதவராக

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

7. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 50 நபர்களில் 21 பேர் "O" வகை இரத்தமும் ,22 பேர் "A" வகை இரத்தமும், 5 பேர் "B" வகை இரத்தமும், 2 பேர் "AB" வகை இரத்தமும், உடையவராக இருந்தனர்.

ஒருவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்தெடுக்கும் போது அவர்

(i) "O" வகை இரத்தம் உடையவராக (ii) "B" வகை இரத்தம் இல்லாதவராக

(iii) "A" வகை இரத்தம் உடையவராக (iv) "AB" வகை இரத்தம் இல்லாதவராக.

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

8. ஒரு பகடையை 500 முறை உருட்டிய போது கிடைத்த விளைவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

விளைவுகள்	1	2	3	4	5	6
நிகழ்வெண்கள்	80	75	90	75	85	95

ஒரு விளைவு

(i) 4 ஐ விடக் குறைவாக (ii) 2 ஐ விடக் குறைவாக (iii) 2 ஐ விட அதிகமாக

(iv) 6 ஆக (v) 6 ஆக இல்லாமல்.

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

9. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 2000 குடும்பங்களில் இரு குழந்தைகள் வரை உள்ள குடும்பங்களின் விவரம் பின்வருமாறு

ஒரு குடும்பத்தில் உள்ள பெண் குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	2	1	0
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	624	900	476

தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஒரு குடும்பத்தில்

(i) 2 பெண் குழந்தைகள் (ii) ஒரு பெண் குழந்தை (iii) பெண் குழந்தை இல்லாமல்

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

10. 500 சிறு குழல் விளக்குகளின் வாழ்நாள் விவரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

வாழ்நாள்(மாதங்களில்)	9	10	11	12	13	14	14 ஐ விட அதிகம்
விளக்குகளின் எண்ணிக்கை	26	71	82	102	89	77	53

ஒரு சிறுகுழல் விளக்கு தேர்ந்தெடுக்கும் போது, கீழ்க்காணும் வாழ்நாள் பயன்பாட்டிற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

(i) 12 மாதங்களுக்குக் குறைவாக (ii) 14 மாதங்களுக்கு அதிகமாக

(iii) அதிகபட்சம் 12 மாதங்கள் (iv) குறைந்தபட்சம் 13 மாதங்கள்

11. பரபரப்பான ஒரு நாளில் ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்தில், மகிழ்வுந்தில் அமர்ந்திருந்தோரின் எண்ணிக்கை பதிவு செய்யப்பட்டது. 60 மகிழ்வுந்துகளில் சென்ற நபர்களின் எண்ணிக்கை கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மகிழ்வுந்தில் அமர்ந்திருந்தோரின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5
மகிழ்வுந்துகளின் எண்ணிக்கை	22	16	12	6	4

குறிப்பிட்ட கால இடைவெளிக்குப் பிறகு இவ்விடத்தை ஒரு மகிழ்வுந்தானது கடந்து சென்றால், அதில் அமர்ந்திருக்கும் நபர்களின் எண்ணிக்கை.

(i) 2 மட்டும் (ii) 3-ஐ விடக் குறைவாக

(iii) 2-ஐ விடக் குறைவாக (iv) குறைந்தபட்சம் 4 ஆக

இருக்க நிகழ்தகவினைக் காண்க.

12. இன்சுவை என்ற மாணவி கணிதத்தில் நடத்தப்பட்ட அலகுத் தேர்வுகளில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வருமாறு

அலகுத் தேர்வு	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
பெற்ற மதிப்பெண்கள் (%)	89	93	98	99	98	97	96	90	98	99

இவ்விவரங்களைக் கொண்டு அலகுத்தேர்வில்

(i) 95% க்கும் அதிகமாக (ii) 95% க்கு குறைவாக (iii) 98% க்கும் அதிகமாக மதிப்பெண் பெற நிகழ்தகவினைக் காண்க.

13. கீழ்க்கண்ட அட்டவணையானது ஒரு குடியிருப்பில் தங்கியுள்ளோரின் நிலையைக் காட்டுகிறது

வகை / பாலினம்	கல்லூரி மாணவர்	பணியாளர்
ஆண்	5	3
பெண்	4	8

குடியிருப்போர் ஒருவரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவர்

(i) பெண்ணாக இருக்க (ii) கல்லூரி மாணவராக இருக்க
(iii) கல்லூரி மாணவியாக இருக்க (iv) ஆண் பணியாளராக
இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

14. ஒரு குறிப்பிட்ட புதிய அல்லது பயன்படுத்தப்பட்ட மகிழுந்துகளை வாங்கிய 1000 நுகர்வோரின் களப்பணி விவரங்கள் கீழ்காணும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

திருப்தி நிலை / வகை	திருப்தியடைந்தவர்	திருப்தியடையாதவர்
புதியது	300	100
பயன்படுத்தியது	450	150

ஒரு நுகர்வோர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது, அவர்

(i) புதிய மகிழுந்து வாங்கியவராக இருக்க

(ii) திருப்தியடைந்தவராக இருக்க

(iii) பயன்படுத்தப்பட்ட மகிழுந்து வாங்கி ஆனால் திருப்தியடையாதவராக இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

15. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 1,000 நபர்களிடம் அவர்கள் ஒரு வருடத்திற்கு பிறகு செல்லிடப்பேசிகளை வாங்க திட்டமிட்டிருக்கிறார்களா என்பதைப் பற்றி விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டது. ஒரு வருடம் சென்ற பிறகு அதே நபர்களிடம் மீண்டும் அவர்கள் செல்லிடப்பேசி வாங்கிய விவரங்கள் சேகரிக்கப்பட்டு அதன் விவரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

	வாங்கியோர்	வாங்காதோர்
வாங்க திட்டமிட்டோர்	200	50
வாங்க திட்டமிடாதோர்	100	650

ஒரு நபரை தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவர்
(i) செல்லிடப்பேசி வாங்க திட்டமிட்டு இருந்தவராக
(ii) செல்லிடப்பேசி வாங்க திட்டமிட்டிருந்து ஆனால் வாங்காதவராக
(iii) வாங்க திட்டமிடாமல் ஆனால் வாங்கியவராக

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

16. மக்கள் குடியிருக்கும் இடத்திற்கும் வாகனம் வைத்திருப்பதற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பை அறிய ஒரு கணக்கெடுப்பு நடத்தப்பட்டது. அதில் மகிழுந்து உரிமையாளர்களில் 200 பேர் மிகப்பெரிய நகரங்களிலிருந்தும், 150 பேர் புறநகரங்களிலிருந்தும், 150 பேர் கிராமப்புறங்களிலிருந்தும் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு கீழ்க்கண்டவாறு அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டது.

பகுதியின் வகை / வெளிநாட்டு மகிழுந்து	பெருநகர்	புறநகர்	கிராமம்
உரிமை உள்ளவர்	90	60	25
உரிமை அல்லாதவர்	110	90	125

தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒருவர்

(i) வெளிநாட்டு மகிழுந்து உரிமையாளராக இருக்க

(ii) புறநகரில் வசிக்கும் வெளிநாட்டு மகிழுந்து உரிமையாளராக இருக்க

(iii) பெருநகரத்தில் வசித்து வெளிநாட்டு மகிழுந்து உரிமையாளராக இல்லாமல் இருக்க

(iv) பெருநகரத்தில் உள்ள வெளிநாட்டு மகிழுந்து உரிமையாளராக இருக்க

(v) கிராமபுறத்தில் வசிப்பவராக இல்லாமலும் வெளிநாட்டு மகிழுந்து உரிமையாளராக இல்லாமலும் இருப்பவராக

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

17. ஒரு அரசு மேல்நிலைப் பள்ளியில் பணிபுரியும் 100 ஆசிரியர்களின் கல்வித் தகுதிகள் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

கல்வி நிலை / வயது	ஆய்வியல் நிறைஞர் (M.Phil)	முதுகலைப் பட்டம் வரை	இளங்கலைப் பட்டம் மட்டும்
30-க்கு கீழ்	5	10	10
30 - 40 வரை	15	20	15
40-ற்கு மேல்	5	5	15

ஒரு ஆசிரியரை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவர்

(i) முதுகலைப் பட்டம் வரை பெற்றவராக இருக்க

(ii) 30 வயதிற்கு குறைவானவரும் ஆய்வியல் நிறைஞர் பட்டம் பெற்றவராகவும் இருக்க

(iii) 40 வயதிற்கு மேற்பட்டவராகவும் இளங்கலைப் பட்டம் பெற்றவராகவும் இருக்க

(iv) 30 வயது முதல் 40 வயதிற்குட்பட்டவராகவும் முதுகலைப் பட்டம் பெற்றவராகவும் இருக்க

(v) 40 வயதிற்கு மேற்பட்டவராகவும் ஆய்வியல் நிறைஞர் (M.Phil) பட்டம் பெற்றவராகவும் இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

18. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 1,000 நபர்களின் வயது மற்றும் அவர்களுக்கு மிகவும் பிடித்தமான விளையாட்டு பற்றிய விவரங்கள் பின்வருமாறு

விளையாட்டு / வயது	கையுந்து பந்து (Volleyball)	கூடைப்பந்து (Basket ball)	வளைகோல் ஆட்டம் (Hockey)	கால்பந்து (Football)
20 க்கு கீழ்	26	47	41	36
20 - 29	38	84	80	48
30 - 39	72	68	38	22
40 - 49	96	48	30	26
50 மற்றும் அதற்கு மேல்	134	44	18	4

அவர்களில் ஒரு நபர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவர்

(i) கையுந்து பந்து ஆட்டம் விரும்புபவராக

(ii) 20 முதல் 29 வயதிற்கு உட்பட்டவராக

(iii) கூடைப்பந்து விரும்புபவராகவும் 20 முதல் 29 வயதிற்குட்பட்டவராகவும்

(iv) வளைகோல் பந்தாட்டத்தை விரும்பாதவராக

(v) அதிகபட்சம் 49 வயதுடையவராகவும் கால்பந்தாட்டம் மிகவும் பிடித்தமாக இல்லாமல்

இருக்க நிகழ்தகவு என்ன?

19. முகில் என்பவர் ஒரு குறிப்பிட்ட ஞாயிற்றுக்கிழமையில், வாகனங்களால் ஏற்படும் காற்று மாசுபாடு பற்றிய அவருடைய அறிவியல் செயல்திட்டத்திற்காக காலை 7 மணி முதல் மாலை 7 வரை தேசிய நெடுஞ்சாலை எண் 45-ல் உள்ள சுங்கச்சாவடியை கடந்து செல்லும் வாகனங்களை உற்றுநோக்கினார். அப்போது கடந்து சென்ற வாகனங்களின் விவரம் கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

கால இடைவெளி / வாகனங்கள்	காலை 7 மணி முதல் 11 வரை	காலை 11 மணி முதல் பிற்பகல் 3 வரை	பிற்பகல் 3 மணி முதல் மாலை 7 வரை
பேருந்து	300	120	400
மகிழுந்து	200	130	250
இரு சக்கர வாகனங்கள்	500	250	350

வாகனம் ஒன்றை சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கும் போது அவ்வாகனம்

(i) முற்பகல் 7 மணி முதல் 11 மணி வரை செல்லும் பேருந்தாக இருக்க

(ii) முற்பகல் 11 மணி முதல் பிற்பகல்7 மணி வரை செல்லும் மகிழுந்தாக இருக்க

(iii) முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல் 3 மணி வரை செல்லும் பேருந்தாக இருக்க

(iv) முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல் 7 மணி வரை செல்லும் மகிழுந்தாக இருக்க

(v) முற்பகல் 7 மணி முதல் பிற்பகல்7 மணி வரை செல்லும் வாகனங்களில் இருசக்கர வாகனமாக இல்லாமல் இருக்க, நிகழ்தகவு என்ன?

பயிற்சி 5.2

1. உறுதியான நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

2. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவாகும்

(A) $\frac{7}{4}$ (B) -1 (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

3. இயலா நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு

(A) 1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) -1

4. ஒரு நிகழ்ச்சி x-ன் நிகழ்தகவு எப்போதும்

(A) $0 < x < 1$ (B) $0 \leq x < 1$ (C) $0 \leq x \leq 1$ (D) $1 < x < 2$

5. $P(E') =$

(A) $1 - P(E)$ (B) $P(E) - 1$ (C) 1 (D) 0

நினைவில் கொள்க...

- உறுதியற்ற தன்மை (அ) நிகழ்தகவை எண் அளவில் அளக்க இயலும்.
- நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட விளைவுகளை உருவாக்கும் ஒரு செயல் சோதனை எனப்படும்.
- ஒத்த நிபந்தனைகளின் அடிப்படையில் முடிவுகள் முன்னரே அறியக்கூடிய சோதனை தீர்மானமான சோதனை (அ) உறுதியான சோதனை எனப்படும்.
- சாதகமான விளைவுகள் முன்னரே தெரிந்தாலும், நமக்குத் தேவையான முடிவை உறுதியாக சொல்ல இயலாத சோதனை வாய்ப்புச் சோதனை ஆகும்.
- ஒன்று அல்லது பல விளைவுகளை உருவாக்கும் செயல் முயற்சி எனப்படும்.
- வாய்ப்புச் சோதனையின் எல்லா விளைவுகளும் சேர்ந்து உருவான கணம் கூறுவெளி எனப்படும். இதனை S எனக் குறிப்பிடலாம்.
- சோதனையின் ஒவ்வொரு விளைவும் கூறுபுள்ளி எனப்படும்.
- கூறுவெளியின் ஏதேனும் ஒரு உட்கணம் நிகழ்ச்சி எனப்படும்.
- நிகழ்தகவினை மூன்று வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்:

  (1) அகநிலை நிகழ்தகவு (2) தொன்மை நிகழ்தகவு

  (3) பட்டறி நிகழ்தகவு
- E-ன் பட்டறிவு நிகழ்தகவு $P(E)$-ஐ பின்வருமாறு கிடைக்கப்பெறலாம்.

$$P(E) = \frac{\text{நிகழ்வு ஏற்பட்ட முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{முயற்சிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை}}$$

(அல்லது)

$$P(E) = \frac{\text{கண்டறிந்த சாதகமான நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{கண்டறிந்த மொத்த நிகழ்ச்சிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

(அல்லது)

$$P(E) = \frac{m}{n}$$

- $0 \leq P(E) \leq 1$
- $P(E') = 1 - P(E)$ இங்கு E' என்பது E-ன் நிரப்பி நிகழ்ச்சி ஆகும்.

செயல் 1

3×3 உடைய ஒரு அட்டையை பகடை விளையாட்டிற்கு பயன்படுத்து.

முடிவு	8	7
4	5	6
3	2	துவக்கம்

அந்த அட்டையில் துவக்கம் என்ற கட்டத்தில் முதலில் 1 கிடைப்பவர் துவங்க வேண்டும்.

பகடையை உருட்டி இரட்டை எண் கிடைக்கும் போது ஒரு கட்டம் மேல் நோக்கி நகர வேண்டும். ஒற்றை எண் கிடைக்கும் போது ஒரு கட்டம் இடது புறம் நகர வேண்டும்.

யார் முதலில் முடிவு கட்டத்தை அடைகிறார்களோ அவர்களே வெற்றி பெற்றவர்கள்.

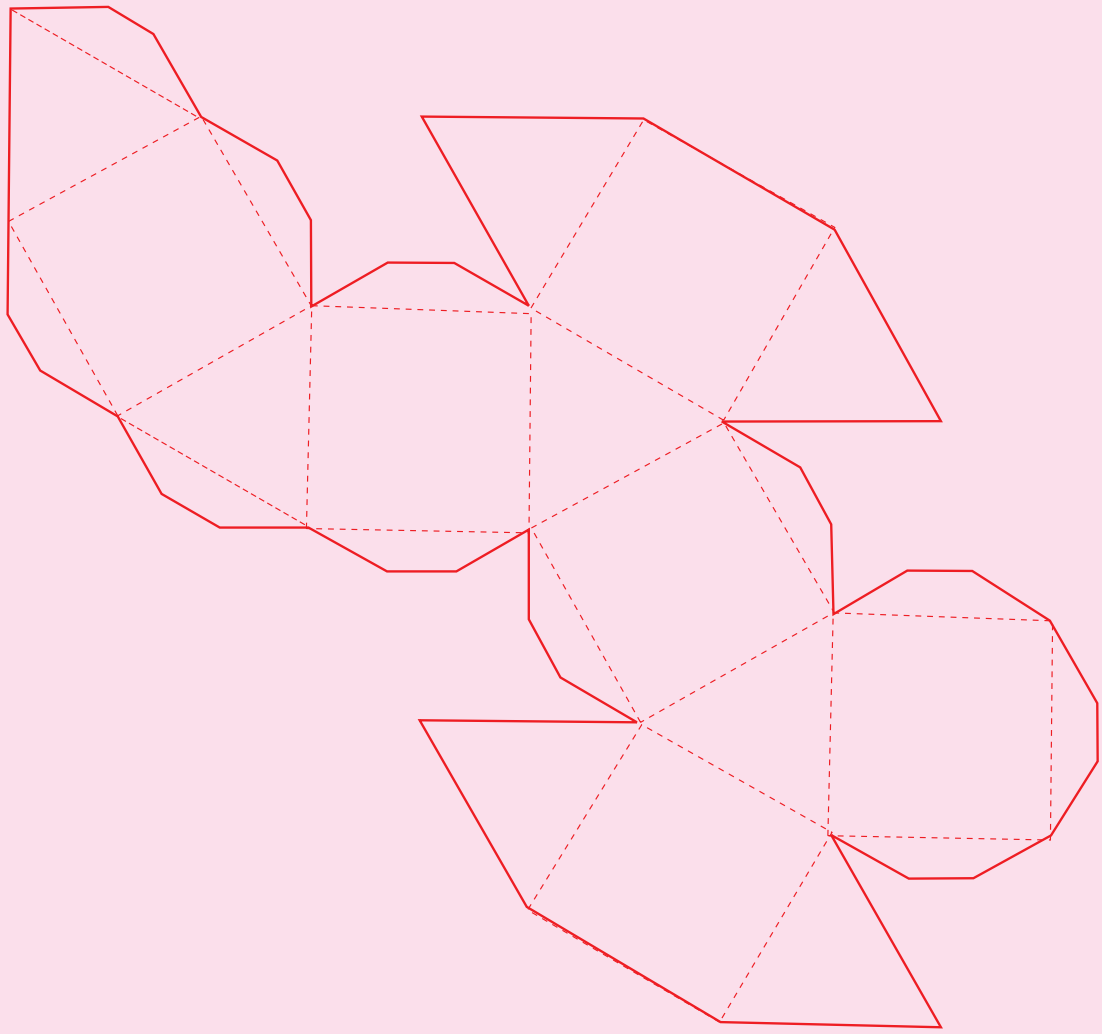
3, 4 என்ற கட்டத்தில் இருக்கும்போது ஒற்றை எண் விழுந்தாலும், 7, 8 என்ற கட்டத்தில் இருக்கும்போது இரட்டை எண் விழுந்தாலும், வாய்ப்பு அடுத்தவருக்கு செல்லும். இவ்விளையாட்டை பலமுறை விளையாடி நீங்கள் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பை கண்டுபிடி.

நீங்கள் வெற்றி பெறுவதற்கு எத்தனை இரட்டை எண் மற்றும் ஒற்றை எண் கிடைக்க வேண்டும்.

நீங்கள் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? இவ்விளையாட்டை 4×4, 5×5 உடைய அட்டையை பயன்படுத்தியும் விளையாடி பார்க்க.

செயல் 2

ஆறு சதுரங்களையும் எட்டு முக்கோணங்களையும் உடைய கீழ்க்கண்ட முப்பரிமாண உருவத்தை செய்க.



அந்த உருவத்தை உருட்டும் போது அதனுடைய முகம் கீழ்ப்பகுதியில் சதுரமாக இருப்பதற்கு நிகழ்தகவு என்ன ?

அந்த உருவத்தை உருட்டும்போது அதனுடைய முகம் கீழ்ப்பகுதியில் முக்கோணமாக இருப்பதற்கு நிகழ்தகவு என்ன ?

அந்த உருவத்தை குறைந்த பட்சம் நூறு முறை உருட்டி நிகழ்தகவைக் கண்டுபிடி.

பயிற்சி 5.1

1. (ii) $\frac{-1}{5}$ (iv) -0.78 (vi) 1.45 (ix) 112% **4.** $\frac{13}{20}$ **5.** (i) $\frac{13}{20}$ (ii) $\frac{7}{20}$

6. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{8}{25}$ (iii) $\frac{2}{25}$ **7.** (i) $\frac{21}{50}$ (ii) $\frac{9}{10}$ (iii) $\frac{11}{25}$ (iv) $\frac{24}{25}$

8. (i) $\frac{49}{100}$ (ii) $\frac{4}{25}$ (iii) $\frac{69}{100}$ (iv) $\frac{19}{100}$ (v) $\frac{81}{100}$ **9.** (i) $\frac{39}{125}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) $\frac{119}{500}$

10. (i) $\frac{179}{500}$ (ii) $\frac{53}{500}$ (iii) $\frac{281}{500}$ (iv) $\frac{219}{500}$ **11.** (i) $\frac{4}{15}$ (ii) $\frac{19}{30}$ (iii) $\frac{11}{30}$ (iv) $\frac{1}{6}$

12. (i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{1}{5}$ **13.** (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{3}{20}$

14. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{20}$ **15.** (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{20}$ (iii) $\frac{1}{10}$

16. (i) $\frac{7}{20}$ (ii) $\frac{3}{25}$ (iii) $\frac{11}{50}$ (iv) $\frac{9}{50}$ (v) $\frac{3}{4}$

17. (i) $\frac{7}{20}$ (ii) $\frac{1}{20}$ (iii) $\frac{3}{20}$ (iv) $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{1}{20}$

18. (i) $\frac{183}{500}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{21}{250}$ (iv) $\frac{793}{1000}$ (v) $\frac{33}{250}$

19. (i) $\frac{3}{25}$ (ii) $\frac{19}{125}$ (iii) $\frac{21}{125}$ (iv) $\frac{29}{125}$ (v) $\frac{14}{25}$

பயிற்சி 5.2

1. A **2.** D **3.** B **4.** C **5.** A

6 வரைபடங்கள்

A mathematical theory can be regarded as perfect only if you are prepared to present its contents to the first man in the street

– D.HILBERT

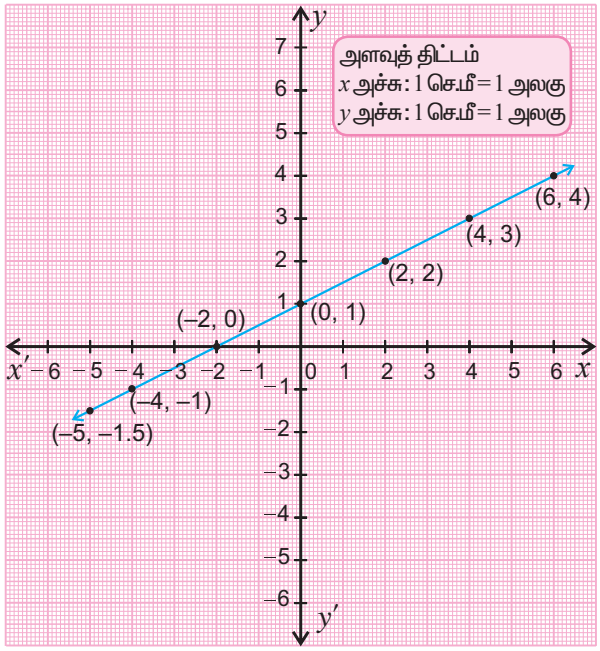
முக்கியக் குறிக்கோள்கள்

- வரைபடக் கருத்தினைப் புரிதல்
- நேரியச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைதல்
- இரு மாறிகளைக் கொண்ட நேரியச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு காணல்

6.1 அறிமுகம்

வரைபடத்தின் அடிப்படைக் கருத்துக்களை இப்பாடப்பகுதி விளக்குகிறது. நாம் ஒவ்வொரு நாளும் செய்தித்தாள்கள், பத்திரிக்கைகள் மற்றும் புத்தகங்கள் போன்றவற்றில் வரைபடங்களைக் காண்கிறோம். வரைபடங்கள் பல்வேறு விவரமதிப்புகளை பட வடிவில் விளக்குகிறது. இதன் மூலம் விவரமதிப்புகளை விரைவாகவும், எளிதாகவும் மற்றும் தெளிவாகவும் புரிந்து கொள்ள முடிகிறது. இப்பாடப்பகுதியில் இரண்டு மாறிகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினை வரைபடத்தில் குறிப்பிடவும், சமன்பாடுகளின் தீர்வினை வரைபடம் மூலம் பெறுவதையும் கற்போம்.

6.2 நேரிய வரைபடம் (*Linear Graph*)



$x - 2y = -2$ என்ற சமன்பாடு x, y என்ற இரு மாறிகளில் அமைந்த ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டிற்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டாகும். $x_0 - 2y_0 = -2$ என்றவாறு உள்ள x_0, y_0 என்ற எண்களின் சோடி (x_0, y_0) ஆனது $x - 2y = -2$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு ஆகும். இவ்வாறு சோடியின் முதல் எண் x_0 மற்றும் இரண்டாவது எண் y_0-க்கு குறிப்பிட்ட மதிப்புகள் கொடுப்பதன் மூலம் சமன்பாட்டின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எளிதாக காணமுடியும். தளத்தில் உள்ள இரு அச்சுக்களை பொறுத்து அமையும் $x - 2y = -2$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளான (x_0, y_0) ஆகிய புள்ளிகளின் தொகுப்பு $x - 2y = -2$ இன் வரைபடம் எனப்படும். பல்வேறு x_0 மற்றும் y_0 மதிப்புகளை $x - 2y = -2$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளாக கண்டு பெறப்படும் பல்வேறு சோடிகள் (x_0, y_0)-ஐ வரைபடத்தில் குறிப்பதன் மூலம் வரைபடத்தினை பற்றி நன்கு அறிந்து கொள்ளலாம். உதாரணமாக, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள

படம் (−5,−1.5), (−4,−1), (−2, 0), (0, 1), (2, 2), (4, 3) மற்றும் (6, 4) ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்கும் வரைபடமாகும்.

இப்புள்ளிகள் $x - 2y = -2$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு நேர்க்கோடாகும் என்பதை உணர்த்துகிறது.

இதிலிருந்து, இருமாறிகளில் அமைந்த ஒருபடிச் சமன்பாடு எப்போதும் ஒரு நேர்க்கோட்டை குறிக்கும் என அறியலாம். $ax + by + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டை நேர்க்கோட்டின் பொதுவடிவமாக எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும். இதில் a அல்லது b ஏதாவது ஒன்று பூச்சியமில்லாமல் இருக்கவேண்டும். வரைபடத்தாளில் நேர்க்கோட்டின் வரைபடம் எளிதாக வரைய நேர்க்கோட்டின் மற்றொரு எளிய அமைப்பான $y = mx + c$ யை பயன்படுத்துகிறோம். x-ன் ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் $y = mx + c$ என்ற சமன்பாடானது y-ன் மதிப்பைக் கொடுப்பதால், நாம் (x, y) என்ற வரிசைப்படுத்தப்பட்ட சோடியைப் எளிதாகப் பெறுகிறோம்.

குறிப்பு

$ax + by + c = 0$ என்பது நேர்கோட்டின் பொது வடிவமாகும்

(i) $c = 0$ எனில் சமன்பாடு $ax + by = 0$ ஆகும். இக்கோடு ஆதி வழியே செல்லும்.

(ii) $a = 0$ எனில் சமன்பாடு $by + c = 0$ ஆகும். இக்கோடு x அச்சுக்கு இணையாக செல்லும்.

(iii) $b = 0$ எனில் சமன்பாடு $ax + c = 0$ ஆகும். இக்கோடு y அச்சுக்கு இணையாக செல்லும்.

6.2.1 நேரிய வரைபடம் வரையும் முறை

ஒரு சமன்பாட்டின் வரைபடத்தைக் காண x மற்றும் y-ன் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும். x-ன் மூன்று மதிப்புகளைக் கொண்டு இவற்றிற்கான y-ன் மதிப்புகளைக் காண்போம். ஒரு கோடு வரைய இரண்டு புள்ளிகளே போதுமானது, எனினும், மூன்று புள்ளிகளை எடுத்துக்கொள்வதன் மூலம் நமது வரைபடம் சரியானது என்பதை உறுதி செய்ய இயலும்.

படி 1: சமன்பாட்டைக் கொண்டு x மற்றும் y-ன் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.
படி 2: வரைபடத்தாளில் x அச்சு மற்றும் y அச்சினை வரைக.
படி 3: அச்சுக்களின் மீது தேவையான அளவுத்திட்டத்தினைக் குறிக்கவும்.
படி 4: வரைபடத்தாளில் புள்ளிகளைக் குறிக்கவும்.
படி 5: புள்ளிகளை இணைத்தும், நீட்டியும் கோட்டினை பெறவும்.

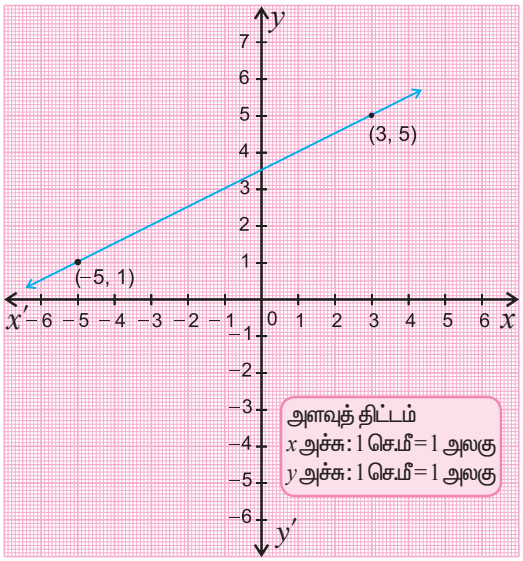
6.2.2 நேர்க்கோடு வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 6.1

(3, 5) மற்றும் (−5, 1) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டினை வரைக.

தீர்வு

1. 1 செ.மீ = 1 அலகு என்ற அளவுத்திட்டத்தில் x அச்சு மற்றும் y அச்சினை வரைக.
2. வரைபடத்தாளில் (3, 5), (−5, 1) என்ற கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு புள்ளிகளை குறிக்க.
3. புள்ளிகளை இணைத்து கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதனை இரண்டு புறமும் நீட்டவும்.
4. நாம் தேவையான நேரிய வரைபடத்தைப் பெறுகிறோம்.



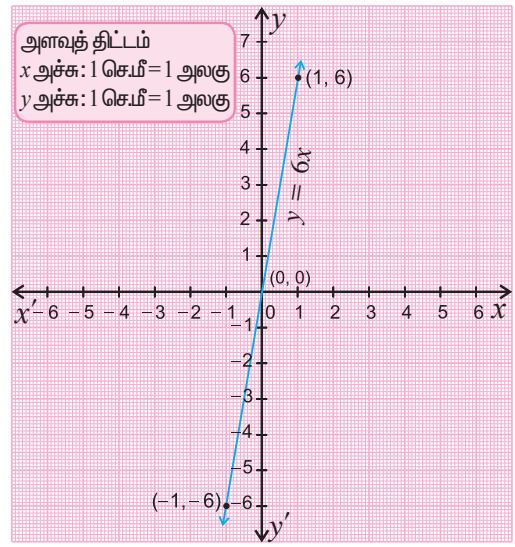
எடுத்துக்காட்டு 6.2

$y = 6x$-ன் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டில் $x = -1, 0, 1$ என்ற மதிப்புகளைப் பிரதியிட கீழ்க்காணும் y-ன் மதிப்புகளை பெறலாம்.

$y = 6x$			
x	-1	0	1
y	-6	0	6

$(-1, -6)$, $(0, 0)$ மற்றும் $(1, 6)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டினை வரையவும். இதுவே தேவையான நேர்க்கோட்டு வரைபடமாகும்.



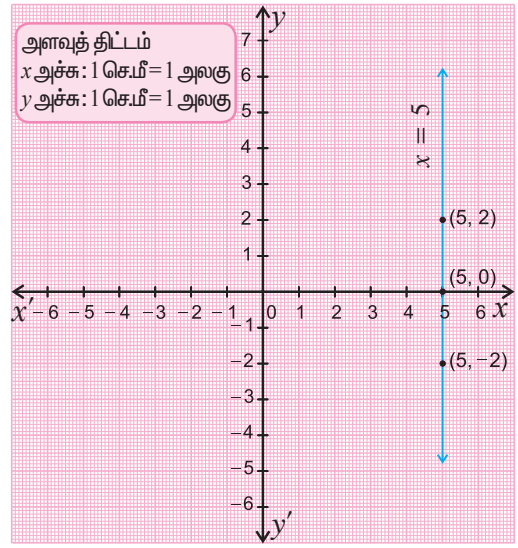
எடுத்துக்காட்டு 6.3

$x = 5$-ன் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு $x = 5$ என்ற கோடு y அச்சுக்கு இணையானது. இந்த கோட்டில் x ஒரு மாறிலி. மேலும், இக்கோட்டின் எந்த புள்ளியும் $(5, y)$ என்ற வடிவில் அமையும். எனவே $y = -2, 0, 2$ என எடுத்துக்கொள்ள நாம் $(5, -2)$, $(5, 0)$ மற்றும் $(5, 2)$ என்ற புள்ளிகளைப் பெறுகிறோம்.

$x = 5$			
x	5	5	5
y	-2	0	2

வரைபடத்தாளில், இப்புள்ளிகளைக் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டினை வரையவும். ஆகவே நாம் நமக்கு தேவையான நேரிய வரைபடத்தைப் பெறுகிறோம்.

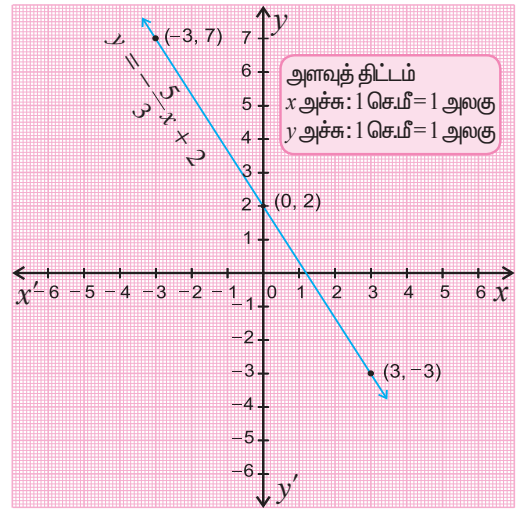


எடுத்துக்காட்டு 6.4

$y = -\frac{5}{3}x + 2$ என்ற நேர்க்கோட்டின் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டில் $x = -3, 0, 3$ எனப் பிரதியிட, கீழ்க்கண்டவாறு y-ன் மதிப்புகளை நாம் காண்கிறோம்.

$y = -\frac{5}{3}x + 2$			
x	-3	0	3
$-\frac{5}{3}x$	5	0	-5
$y = -\frac{5}{3}x + 2$	7	2	-3



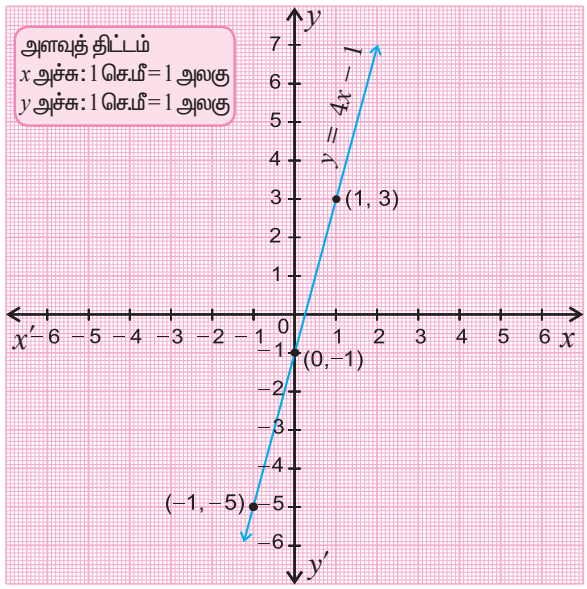
$(-3, 7), (0, 2)$ மற்றும் $(3, -3)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டினை வரையவும். இதுவே $y = -\frac{5}{3}x + 2$ என்ற சமன்பாட்டின் நேர்க்கோட்டு வரைபடமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 6.5

$y = 4x - 1$-ன் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டுச் சமன்பாட்டில் $x = -1, 0, 1$ என பிரதியிட, கீழ்கண்டவாறு y-ன் மதிப்புகளை நாம் பெறுகிறோம்.

$y = 4x - 1$			
x	-1	0	1
$4x$	-4	0	4
$y = 4x - 1$	-5	-1	3



$(-1, -5)$, $(0, -1)$ மற்றும் $(1, 3)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டினை வரையவும். நாம் இப்பொழுது தேவையான நேர்க்கோட்டு வரைபடத்தை பெறுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 6.6

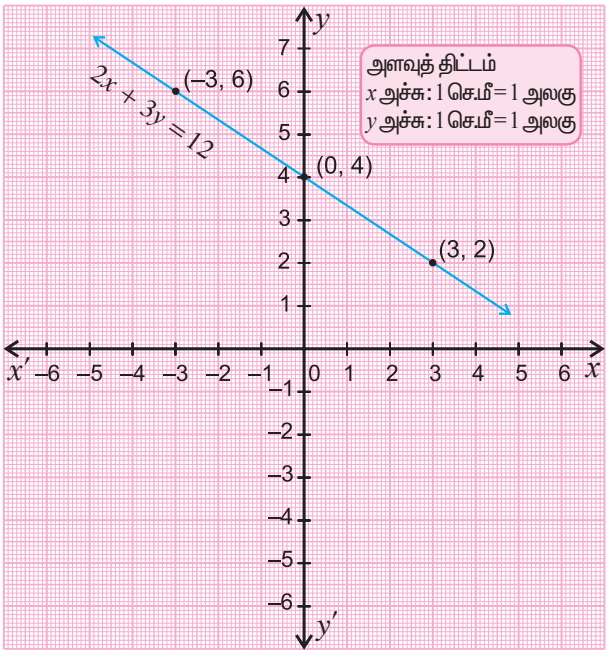
$2x + 3y = 12$-ன் வரைபடம் வரைக.

தீர்வு முதலில் நாம் $2x + 3y = 12$ என்ற சமன்பாட்டை $y = mx + c$ என்ற வடிவில் எழுதுவோம்.

$2x + 3y = 12$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து $y = -\frac{2}{3}x + 4$ எனக்கிடைக்கிறது.

மேற்கண்ட சமன்பாட்டில் $x = -3, 0, 3$ எனப் பிரதியிட, கீழ்க்கண்டவாறு y-ன் மதிப்புகளை நாம் பெறுகிறோம்.

$y = -\frac{2}{3}x + 4$			
x	-3	0	3
$-\frac{2}{3}x$	2	0	-2
$y = -\frac{2}{3}x + 4$	6	4	2



வரைபடத்தாளில் $(-3, 6), (0, 4)$ மற்றும் $(3, 2)$ என்ற புள்ளிகளை குறித்து அப்புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டினை வரையவும். நாம் இப்பொழுது தேவையான வரைபடத்தை பெறுகிறோம்.

பயிற்சி 6.1

1. பின்வரும் புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரைக.

   (i) $(2, 3)$ மற்றும் $(-6, -5)$ (ii) $(-2, -4)$ மற்றும் $(-1, 6)$

   (iii) $(5, -7)$ மற்றும் $(-1, 5)$ (iv) $(-3, 9)$ மற்றும் $(5, -6)$ (v) $(4, -5)$ மற்றும் $(6, 10)$

2. பின்வருவனவற்றிற்கு வரைபடம் வரைக.

   (i) $y = 5$ (ii) $y = -6$ (iii) $x = 3$

   (iv) $x = -5$ (v) $2x + 7 = 0$ (vi) $6 + 3y = 0$

3. பின்வருவனவற்றிற்கு வரைபடம் வரைக.

   (i) $y = 4x$ (ii) $3x + y = 0$ (iii) $x = -2y$

   (iv) $y - 3x = 0$ (v) $9y - 3x = 0$

4. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்கு நேர்க்கோட்டு வரைபடம் வரைக.

   (i) $y = 3x + 1$ (ii) $4y = 8x + 2$ (iii) $y - 4x + 3 = 0$

   (iv) $x = 3y + 3$ (v) $x + 2y - 6 = 0$ (vi) $x - 2y + 1 = 0$

   (vii) $3x + 2y = 12$

5. பின்வருவனவற்றில் m மற்றும் c-ன் மதிப்புகளைக் கொண்டு $y = mx + c$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான வரைபடம் வரைக.

   (i) $m = 2$ மற்றும் $c = 3$ (ii) $m = -2$ மற்றும் $c = -2$ (iii) $m = -4$ மற்றும் $c = 1$

   (iv) $m = 3$ மற்றும் $c = -4$ (v) $m = \frac{1}{2}$ மற்றும் $c = 3$ (vi) $m = \frac{-2}{3}$ மற்றும் $c = 2$

6.3 வரைபடங்களின் பயன்பாடு (*Application of Graphs*)

இரு மாறிகளின் ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு என்பது இரு மாறிகளாலான ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஒரு படிச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஆகும். அத்தொகுப்பில் உள்ள எல்லா சமன்பாடுகளையும் நிறைவு செய்யும் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட சோடிகளின் கணம் அத்தொகுப்பின் தீர்வு ஆகும். இப்பாடப்பகுதியில் இரு மாறிகளாலான இரு நேரியச் சமன்பாடுகளின் தீர்வை வரைபடமுறையில் காண்பது பற்றி படிப்போம்.

இங்கே தீர்வானது மூன்று வகைகளில் நிகழலாம். அவை

(i) இரண்டு சமன்பாடுகளின் வரைபடமும் ஒன்றின் மீது ஒன்று அமைந்து ஒரே நேர்கோடாகலாம். இந்நிலையில் இச்சமன்பாடுகளுக்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் உண்டு.

(ii) இரு சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களும் ஒன்றையொன்று எங்கும் சந்திக்காமல் இணையாக இருக்கலாம். இணையானவை என்பதால் இதற்கு பொதுவான புள்ளிகள் கிடையாது. ஆகவே, இச்சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகள் கிடையாது.

(iii) இரு சமன்பாடுகளின் வரைபடங்களும் ஒரே ஒரு புள்ளியில் மட்டும் வெட்டிக் கொள்ளலாம். ஆகவே, இச்சமன்பாடுகள் ஒரே ஒரு தீர்வை மட்டும் கொண்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 6.7

$x + 2y = 4$; $2x + 4y = 8$ என்ற சமன்பாடுகளை வரைபடம் மூலம் தீர்க்க.

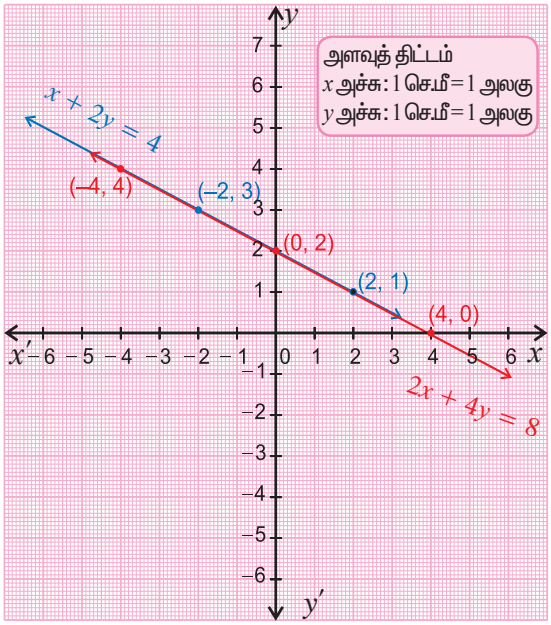
தீர்வு ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிற்கும் மூன்று புள்ளிகளைக் காண, x-க்கு மூன்று மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டு அதற்குரிய y-ன் மதிப்புகளைப் பெறுகிறோம். நாம் பெறும் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

கோடு 1: $x + 2y = 4$

$$2y = -x + 4 \implies y = -\frac{x}{2} + 2$$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -2, 0, 2$ எனப் பிரதியிட, நாம் அதற்குரிய y-ன் மதிப்புகளைப் பெறுகிறோம்.

$y = -\frac{x}{2} + 2$			
x	-2	0	2
$-\frac{x}{2}$	1	0	-1
$y = -\frac{x}{2} + 2$	3	2	1



கோடு 2: $2x + 4y = 8$

$$4y = -2x + 8 \implies y = -\frac{x}{2} + 2$$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -4, 0, 4$ என பிரதியிட, நாம் பெறும் y மதிப்புகள் பின்வருமாறு

$y = -\frac{x}{2} + 2$			
x	-4	0	4
$-\frac{x}{2}$	2	0	-2
$y = -\frac{x}{2} + 2$	4	2	0

நாம் புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து நேர்கோடுகள் வரைவோம். இரண்டு கோடுகளும் ஒன்றன் மீது ஒன்று அமைவதைக் காணலாம். ஒரு கோட்டின் மீது உள்ள எந்த ஒரு புள்ளியும் மற்றொரு கோட்டின் மீதும் அமையும். எனவே, இரு சமன்பாடுகளுக்கும் எண்ணற்ற பொதுவான புள்ளிகள் உண்டு. அதாவது, கோட்டின் மீதுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் தீர்வாகும். ஆகவே, சமன்பாடுகளுக்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் உண்டு.

எடுத்துக்காட்டு 6.8

வரைபட முறையில் தீர்: $x - 3y = 6$; $x - 3y + 9 = 0$

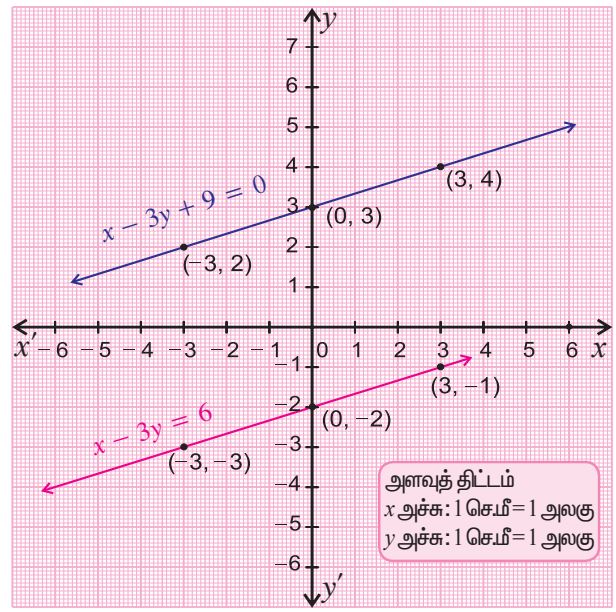
தீர்வு ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிற்கும் மூன்று புள்ளிகளைக் காண, x-க்கு மூன்று மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டு அதற்குரிய y-ன் மதிப்புகளைப் பெறுகிறோம். நாம் பெறும் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

கோடு 1: $x - 3y = 6$

$3y = x - 6 \Longrightarrow y = \frac{x}{3} - 2$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -3, 0, 3$ என பிரதியிட, நாம் பெறும் y-ன் மதிப்புகள் பின்வருமாறு

$y = \frac{x}{3} - 2$			
x	-3	0	3
$\frac{x}{3}$	-1	0	1
$y = \frac{x}{3} - 2$	-3	-2	-1



கோடு 2: $x - 3y + 9 = 0$

$3y = x + 9$

$y = \frac{x}{3} + 3$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -3, 0, 3$ என பிரதியிட, நாம் பெறும் y-ன் மதிப்புகள் பின்வருமாறு

$y = \frac{x}{3} + 3$			
x	-3	0	3
$\frac{x}{3}$	-1	0	1
$y = \frac{x}{3} + 3$	2	3	4

முதலில் $(-3, -3)$ $(0, -2)$ மற்றும் $(3, -1)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழியாக நேர்க்கோடு வரைக. பின்பு $(-3, 2)$ $(0, 3)$ மற்றும் $(3, 4)$ என்ற புள்ளிகளை அதே வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழியாகவும் நேர்க்கோடு வரைக. இரண்டு கோடுகளும் இணையாக இருப்பதைக் காணலாம். இரண்டு கோடுகளுக்கும் பொதுவான புள்ளிகள் இல்லை. ஆகவே, இச்சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வுகள் ஏதும் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 6.9

$2x - y = 1; x + 2y = 8$ என்ற சமன்பாடுகளை வரைபடமுறையில் தீர்க்க.

தீர்வு ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிற்கும் மூன்று புள்ளிகளைக் காண, x-க்கு மூன்று மதிப்புகளைப் பிரதியிட்டு அதற்குரிய y-ன் மதிப்புகளைப் பெறுவோம். நாம் பெறும் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

கோடு 1: $2x - y = 1$

$y = 2x - 1$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -1, 0, 1$ எனப் பிரதியிட, நாம் பெறும் y-ன் மதிப்புகள்

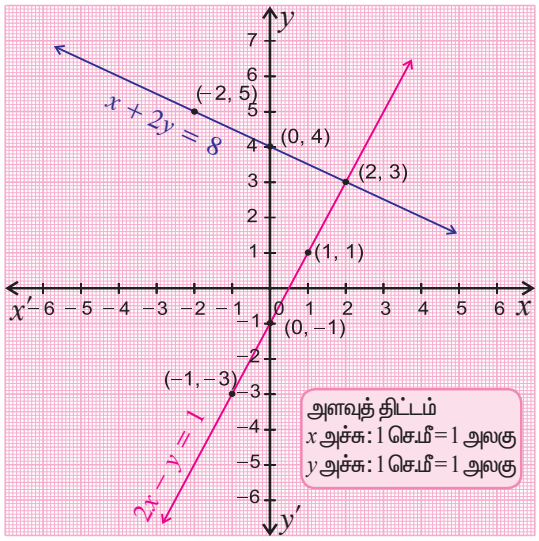
$y = 2x - 1$			
x	-1	0	1
$2x$	-2	0	2
$y = 2x - 1$	-3	-1	1

கோடு 2: $x + 2y = 8$

$$2y = -x + 8 \Longrightarrow y = -\frac{x}{2} + 4$$

மேற்காணும் சமன்பாட்டில் $x = -2, 0, 2$ எனப் பிரதியிட, நாம் பெறும் y-ன் மதிப்புகள்

$y = -\frac{x}{2} + 4$			
x	-2	0	2
$-\frac{x}{2}$	1	0	-1
$y = -\frac{x}{2} + 4$	5	4	3



முதலில் $(-1, -3)$, $(0, -1)$ மற்றும் $(1, 1)$ என்ற புள்ளிகளை வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழியாக நேர்கோடு வரைக. பின்பு $(-2, 5)$, $(0, 4)$ மற்றும் $(2, 3)$ என்ற புள்ளிகளை அதே வரைபடத்தாளில் குறித்து அப்புள்ளிகள் வழியாகவும் நேர்க்கோடு வரைக. இரண்டு கோடுகளும் $(2, 3)$ என்ற ஒரே ஒரு புள்ளியில் மட்டும் வெட்டிக்கொள்வதைக் காணலாம். ஆகவே, இச்சமன்பாடுகளுக்கு ஒரே ஒரு தீர்வு உண்டு. அத்தீர்வு $x=2$, $y=3$. அதாவது, தீர்வு $(2, 3)$.

பயிற்சி 6.2

பின்வரும் சமன்பாடுகளை வரைபட முறையில் தீர்.

1. $3x - y = 0;\ x - 2 = 0$
2. $2x + y = 4;\ 4x + 2y = 8$
3. $2x = y + 1;\ x + 2y - 8 = 0$
4. $x + y = 5;\ x - y = 1$
5. $x - 2y = 6;\ x - 2y = -6$
6. $4x - y - 5 = 0;\ x + y - 5 = 0$
7. $3x + 2y = 4;\ 9x + 6y - 12 = 0$
8. $y = 2x + 1;\ y + 3x - 6 = 0$
9. $y - 2x + 2 = 0;\ y = 4x - 4$
10. $x - y = 0;\ y + 3 = 0$
11. $2x - 4 = 0;\ 4x + y + 4 = 0$
12. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1;\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2$

பயிற்சி 6.2

1. (2, 6) **2.** எண்ணற்ற தீர்வுகள் **3.** (2, 3) **4.** (3, 2) **5.** தீர்வு இல்லை

6. (2, 3) **7.** எண்ணற்ற தீர்வுகள் **8.** (1, 3) **9.** (1, 0) **11.** (–3, –3)

11. (2, –12) **12.** தீர்வு இல்லை

‘என்னால் முடியும், நான் செய்தேன்’

(‘I can, I did’)

மாணவர் கற்றல் செயல்பாடுகள் பதிவேடு

பாடம் :

வ. எண்	நாள்	பாட எண்	பாடத்தலைப்பு	செயல்பாடுகள்	குறிப்புரை