
ALJABAR LINIER

DR. RETNO KUSUMANINGRUM, S.SI., M.KOM.

Vector

OUTLINE

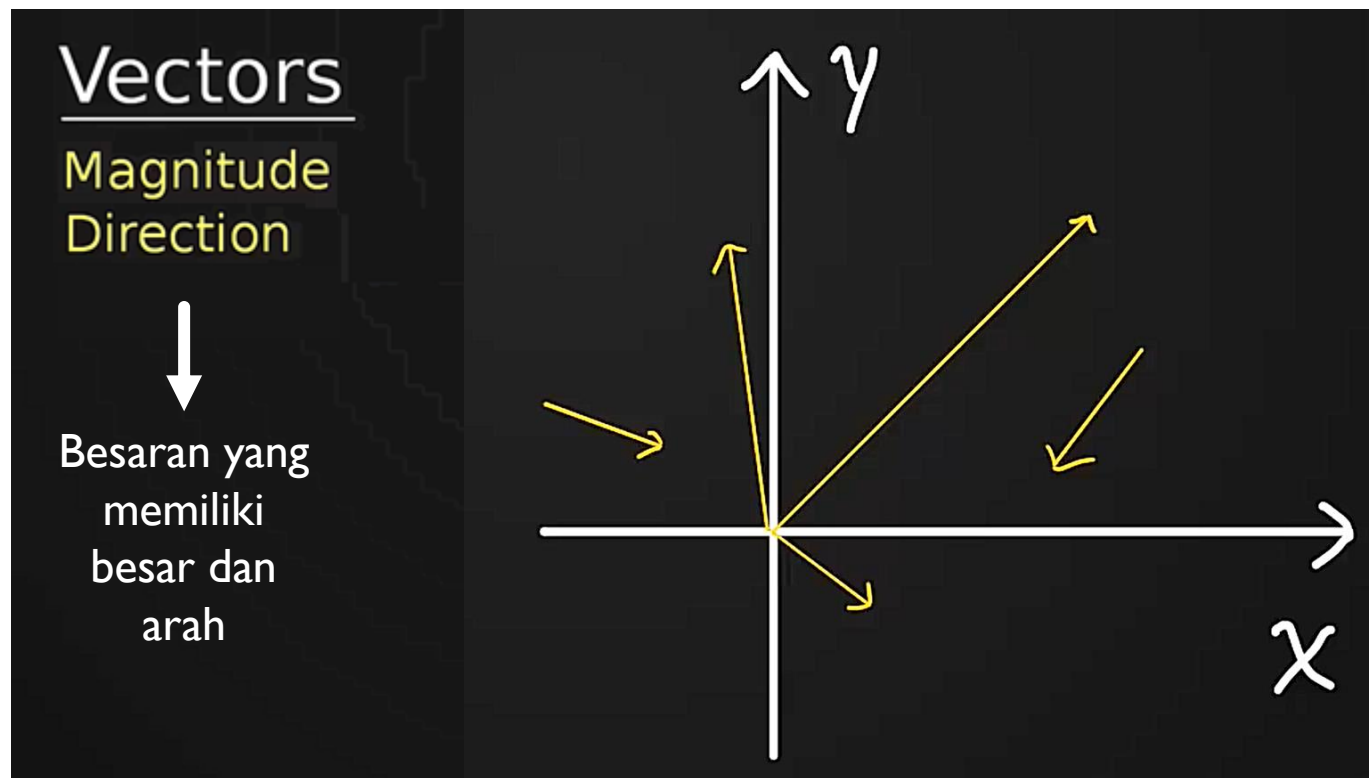
- **Besar dan Arah Vektor**
- **Operasi Vektor**
- **Dot Product**
- **Kesamaan Vektor**
- **Proyeksi Vektor pada Vektor**
- **Cross Product**



BESAR DAN ARAH VEKTOR

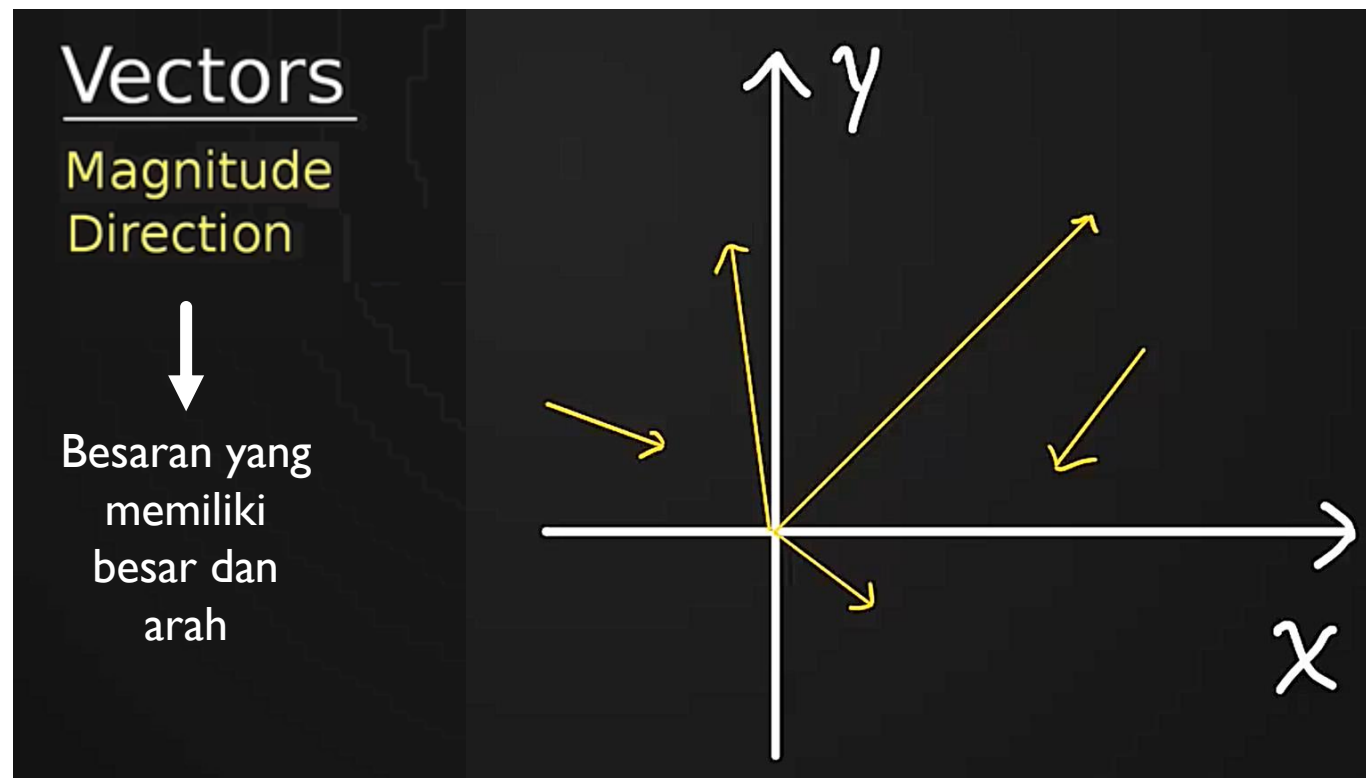


VECTOR DEFINITION



Skalar ? ---- Skalar hanya memiliki besaran saja

VECTOR DEFINITION



Skalar ? ---- Skalar hanya memiliki besaran saja

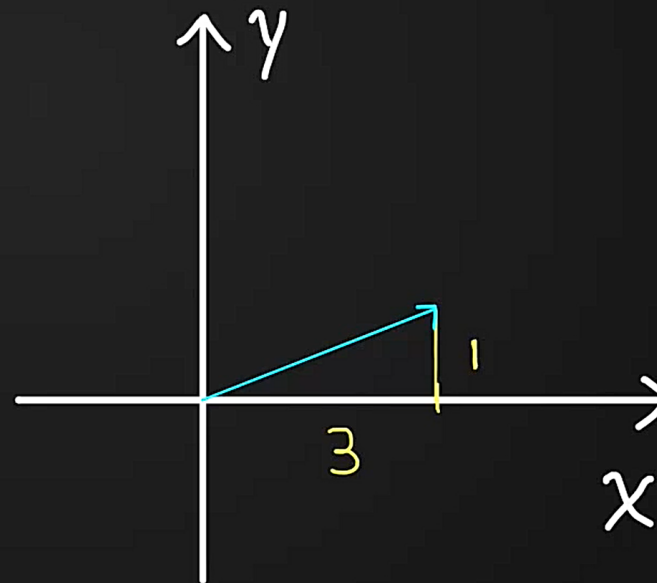
Vectors

Direction

Length / Magnitude

$$\vec{V} = [3, 1]$$

x, y

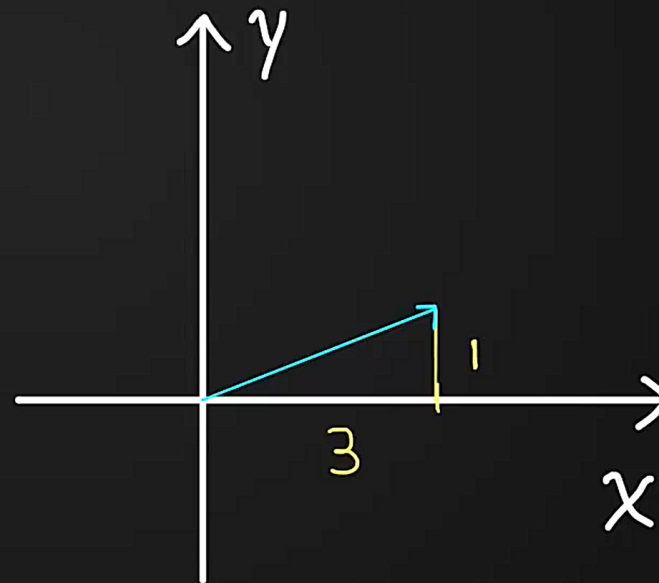


Vectors

Direction

Length / Magnitude

$$\vec{V} = [3, 1] = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$



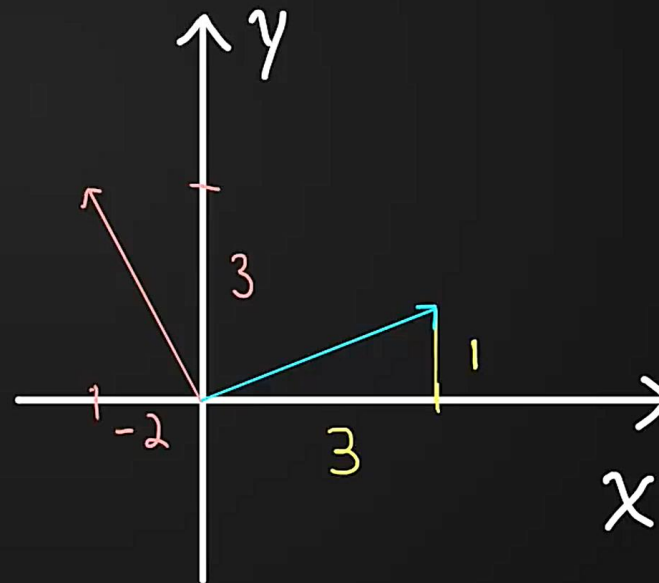
Vectors

Direction

Length / Magnitude

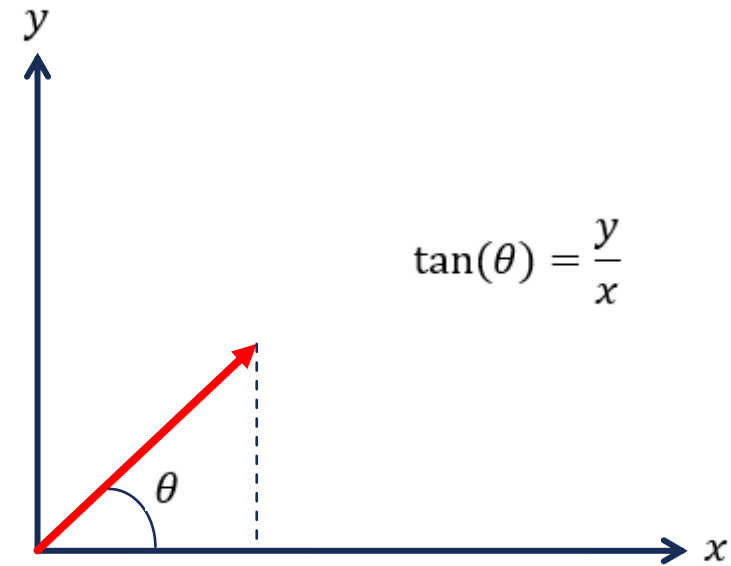
$$\vec{V} = [3, 1] = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u} = [-2, 3] = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



DIRECTION

- Direction (Arah) merupakan sudut yang dibentuk oleh vektor dengan sumbu x positif





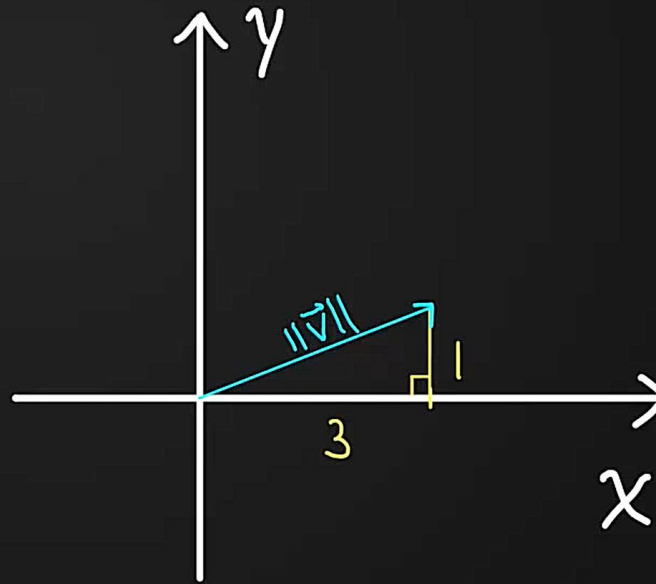
x	y	Kuadran	Arah
3	4	Kuadran I	θ
-2	3	Kuadran II	$\beta = 180 - \theta$
-3	-4	Kuadran III	$\gamma = 180 + \theta$
4	-3	Kuadran IV	$\delta = 360 - \theta$

LENGTH OF VECTOR

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

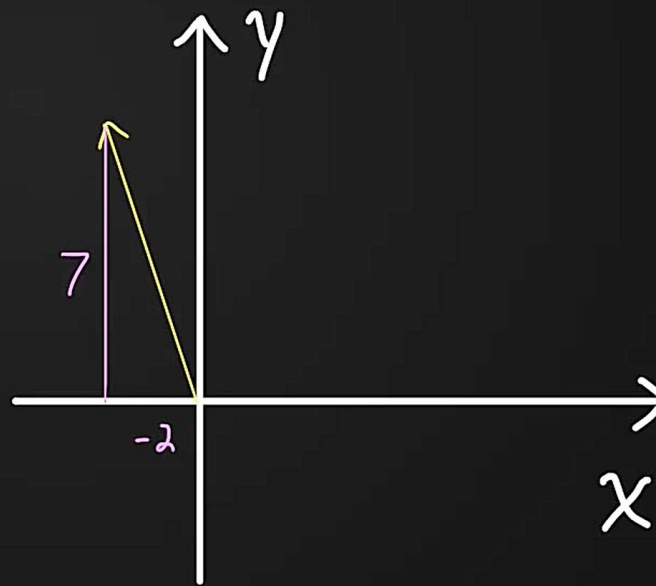
$$\|\vec{v}\|^2 = 3^2 + 1^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \|\vec{v}\| &= \sqrt{3^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$



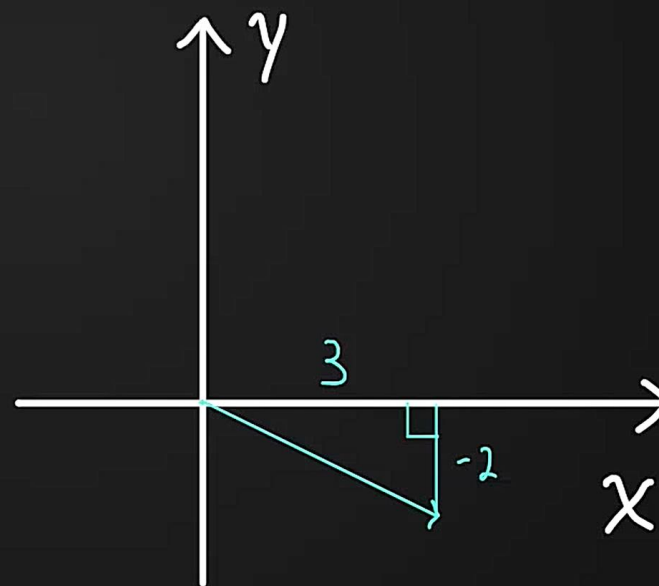
$$\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \|\vec{u}\| &= \sqrt{(-2)^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{53} \end{aligned}$$



$$\vec{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \|\vec{w}\| &= \sqrt{3^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{13} \end{aligned}$$



LATIHAN SOAL (I)

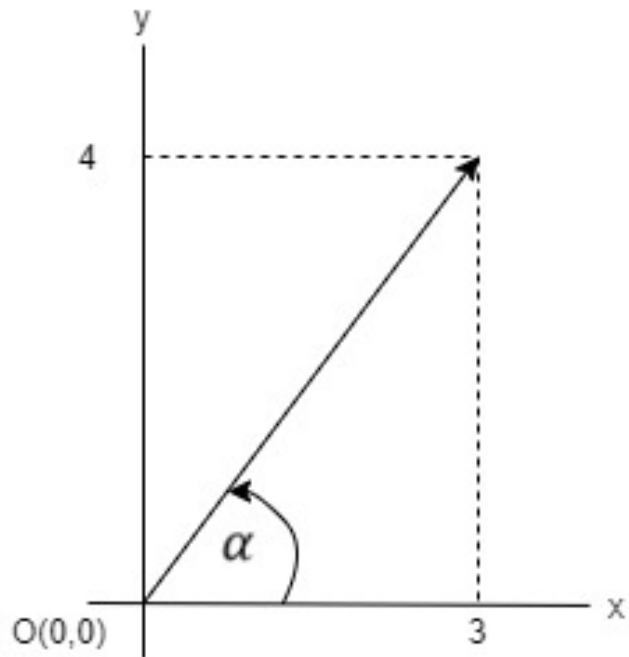
Gambar geometris vektor berikut ini serta hitung besar dan arah vektornya!

a. $\vec{a} = (3, 4)$

b. $\vec{b} = (-\sqrt{3}, 1)$

c. $\vec{c} = (-2\sqrt{3}, -2)$

JAWABAN (a)



Arah vektor \vec{a} adalah : $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$

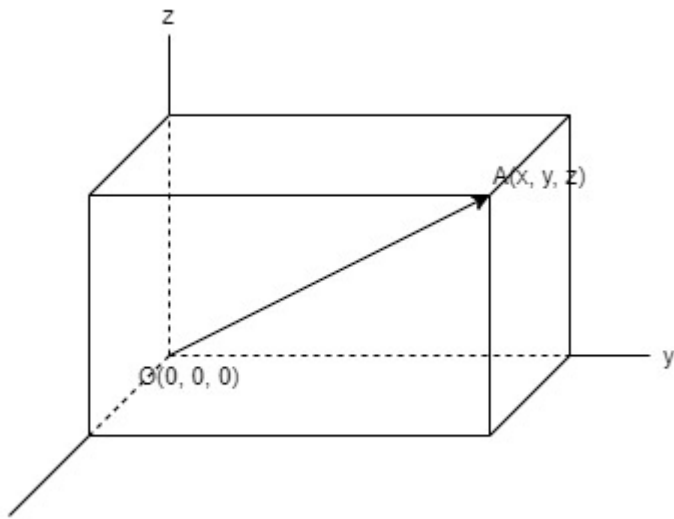
$$\alpha = 53^\circ$$

Besar vektor \vec{a} adalah : $\|\vec{a}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

VEKTOR DIMENSI TIGA

- Dalam sistem 3 dimensi suatu titik dinyatakan oleh pasangan tiga bilangan (tripel)
- Misalkan $P(x_1, y_1, z_1)$
- Sumbu x adalah absis, sumbu y adalah ordinat, dan sumbu z adalah aplikat
- Tiap dua sumbu menentukan sebuah bidang yang disebut koordinat, yaitu bidang XY , bidang YZ , dan bidang XZ , yang membagi ruang menjadi 8 ruang bagian dimana masing-masing disebut sebagai oktan.

x	y	z	Koordinat Titik	Posisi Titik
3	4	4	A(3, 4, 2)	Oktan I
2	-3	4	B(2, -3, 4)	Oktan II
-3	-4	2	C(-3, -4, 2)	Oktan III
-4	3	2	D(-4, 3, 2)	Oktan IV
3	4	-2	E(3, 4, -2)	Oktan V
-2	3	-4	F(-2, 3, -4)	Oktan VI
-3	-4	-2	G(-3, -4, -2)	Oktan VII
4	-3	-2	H(4, -3, -2)	Oktan VIII



Besar vektor \vec{a} adalah $\|\vec{a}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Arah vektor \vec{a} adalah

- Terhadap sumbu x adalah $\cos \alpha = \frac{x}{\|\vec{a}\|}$
- Terhadap sumbu y adalah $\cos \beta = \frac{y}{\|\vec{a}\|}$
- Terhadap sumbu z adalah $\cos \gamma = \frac{z}{\|\vec{a}\|}$

LATIHAN SOAL (2)

Gambar geometris dari vektor berikut ini serta hitung besar dan arah vektornya:

- $\vec{d} = (2, 3, 6)$

4-dimensional? 5-dimensional?
n-dimensional?

DEFINITION OF \mathbb{R}^n

$$\vec{v} = [v_1, v_2]$$

$$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$$

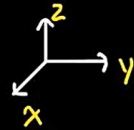
$$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

$$\vec{v} = [v_1, v_2]$$



$$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$$

x, y, z



$$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n] \quad ?$$

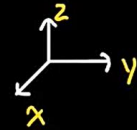
$$\vec{v} = [v_1, v_2]$$



2-tuple

$$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$$

x, y, z



3-tuple

$$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

?

n-tuple

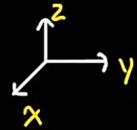
$$\vec{v} = [v_1, v_2]$$



2-tuple

$$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$$

x, y, z




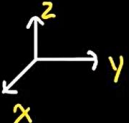
3-tuple

$$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

?

n-tuple

\mathbb{R}^n is the set of all n-tuples of real numbers

$\vec{v} = [v_1, v_2]$		2-tuple	$\vec{v} \in \mathbb{R}^2$
$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$ x, y, z		3-tuple	$\vec{u} \in \mathbb{R}^3$
$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$?	n-tuple	$\vec{w} \in \mathbb{R}^n$

\mathbb{R}^n is the set of all n-tuples of real numbers

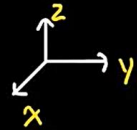
$$\vec{v} = [v_1, v_2]$$



2-tuple

$$\vec{u} = [u_1, u_2, u_3]$$

x, y, z



3-tuple

$$\vec{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

?

n-tuple

$$\vec{v} \in \mathbb{R}^2$$

$$\vec{u} \in \mathbb{R}^3$$

$$\vec{w} \in \mathbb{R}^n$$

\vec{v} adalah vektor dengan 2 komponen

\vec{u} adalah vektor dengan 3 komponen

\vec{w} adalah vektor dengan n komponen

\mathbb{R}^n is the set of all n-tuples of real numbers

LENGTH OF N-DIMENSIONAL VECTOR

$$\vec{v} \in \mathbb{R}^2, \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$\vec{u} \in \mathbb{R}^3, \quad \|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

$$\vec{w} \in \mathbb{R}^n, \quad \|\vec{w}\| = \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + \dots + w_n^2}$$

LATIHAN SOAL (3)

Hitung besar vektor berikut ini:

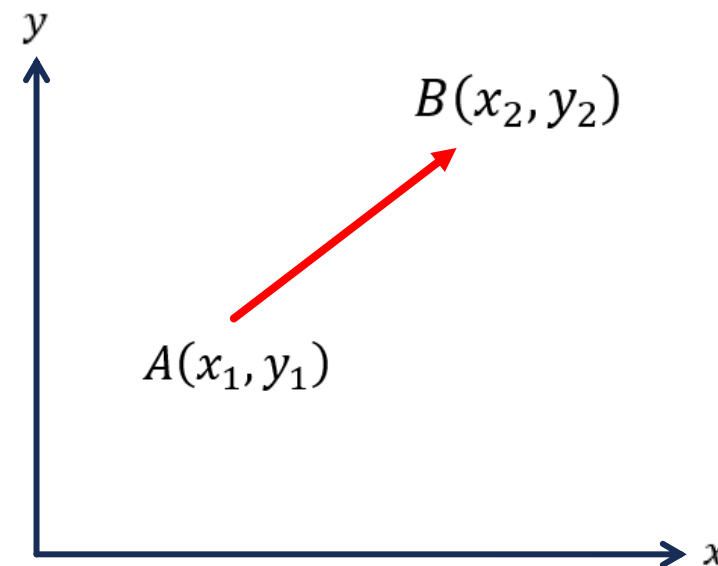
- $\vec{e} = (2, -5, -2, 4)$

VEKTOR DENGAN TITIK PANGKAL BUKAN DI TITIK ASAL (0,0)

Misal vektor \vec{a} memiliki titik pangkal $A(x_1, y_1)$ dan titik ujung $B(x_2, y_2)$ maka vektor:

$$\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

ujung - pangkal



LATIHAN SOAL (4)

Diketahui vektor \vec{a} memiliki titik pangkal $A(3,5)$ dan titik ujung $B(7,2)$, gambarkan vektor \vec{a} dan tentukan arah (besar sudut θ) dari vektor \vec{a} !



OPERASI VEKTOR

PENJUMLAHAN, PENGURANGAN, PERKALIAN DENGAN SKALAR



OPERASI VEKTOR - PENJUMLAHAN

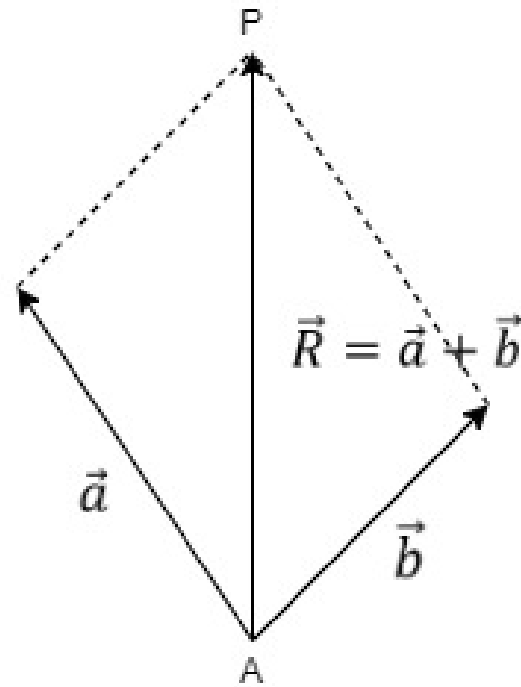
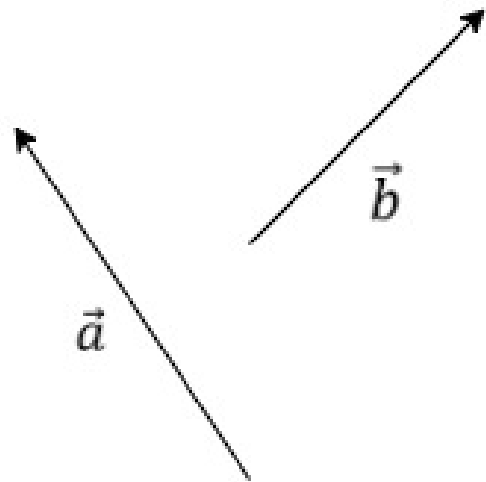
Jika $\vec{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ dan $\vec{b} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ dua buah vektor di R^n

- Bentuk aljabar : $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$
- Bentuk geometris ditentukan dengan berbagai metode, yaitu:
 - Metode jajaran genjang
 - Metode segitiga
 - Metode poligon

METODE JAJARAN GENJANG

Penjumlahan dua buah vektor \vec{a} dan \vec{b} menggunakan metode jajaran genjang adalah sebagai berikut:

- Pindahkan vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} dengan titik pangkal yang sama misal titik A .
- Tarik garis melalui titik ujung \vec{a} sejajar dengan vektor \vec{b} dan garis melalui titik ujung \vec{b} sejajar dengan vektor \vec{a} hingga berpotongan di titik P .
- Resultan vektor adalah vektor yang ditarik dari titik pangkal A ke titik ujung P

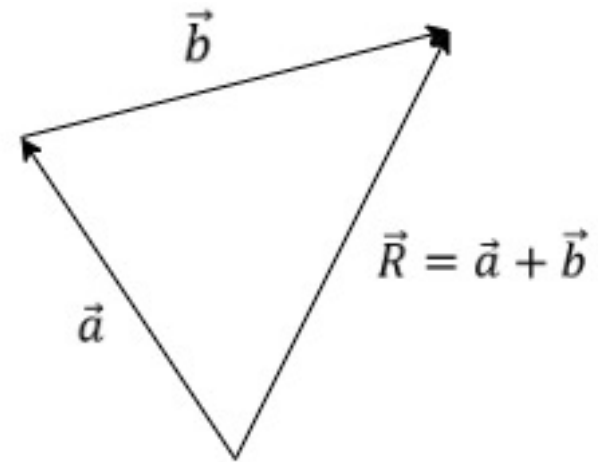
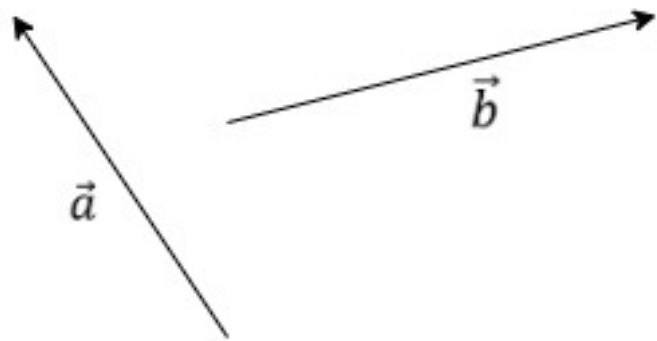


CONTOH
SOAL

METODE SEGITIGA

Penjumlahan dua buah vektor \vec{a} dan \vec{b} menggunakan metode segitiga adalah sebagai berikut:

- Gambar salah satu vektor, misalkan vektor \vec{a}
- Gambar vektor \vec{b} dengan titik pangkal pada titik ujung vektor \vec{a} .
- Resultan vektor adalah vektor yang ditarik dari titik pangkalvektor \vec{a} ke titik ujung vektor \vec{b}



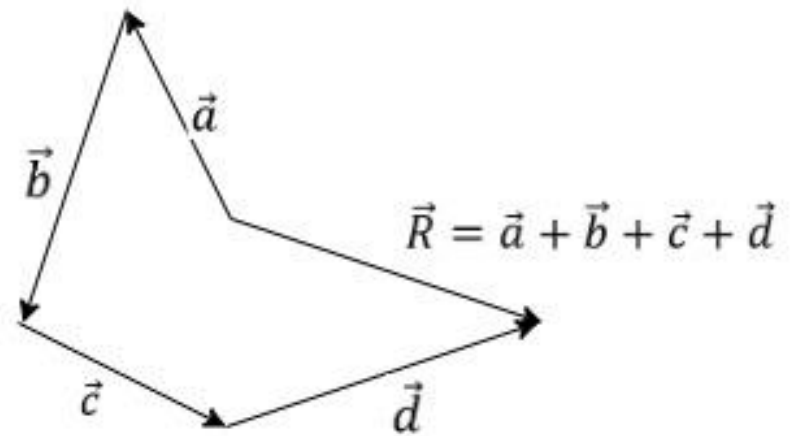
CONTOH SOAL

METODE POLIGON

Diketahui vektor $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots$ maka menentukan penjumlahan (resultan) dari vektor-vektor tersebut adalah sebagai berikut:

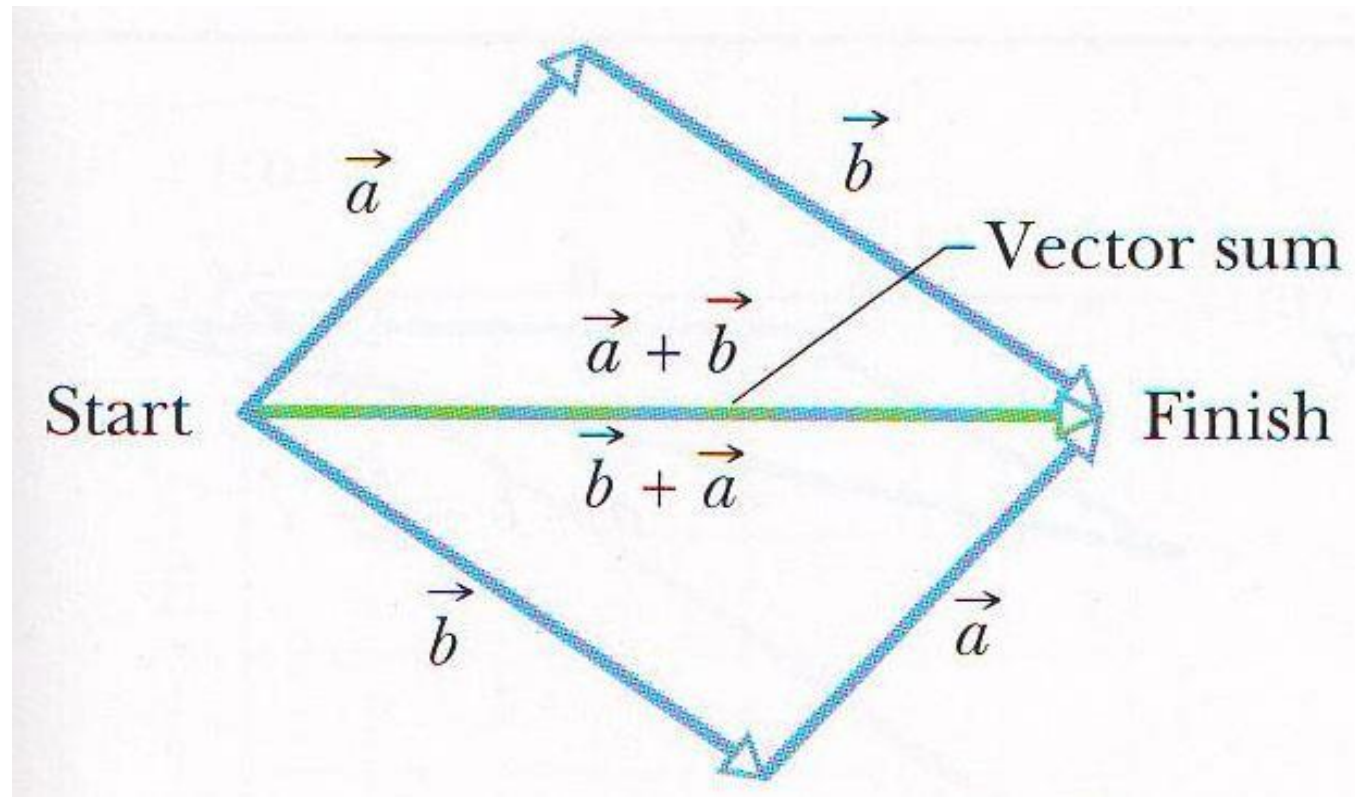
- Gambar salah satu vektor, sebut vektor \vec{a}
- Gambar vektor selanjutnya yakni vektor \vec{b} dengan titik pangkal pada ujung vektor \vec{a}
- Gambar vektor \vec{c} dengan titik pangkal pada titik ujung vektor \vec{b} , demikian seterusnya hingga semua vektor ditambahkan.
- Resultan vektor adalah vektor yang ditarik dari titik pangkal vektor pertama dan titik ujung vektor terakhir yang ditambahkan.

CONTOH SOAL



KOMUTATIF

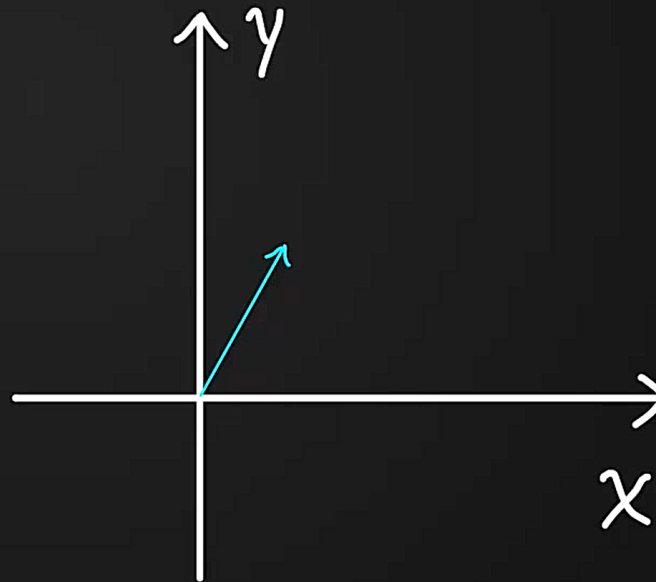
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$



MULTIPLYING A VECTOR BY A SCALAR

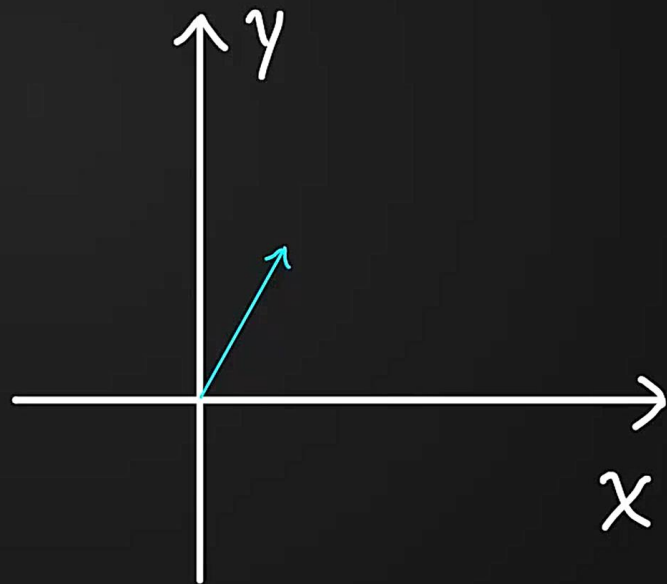
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{v} =$$



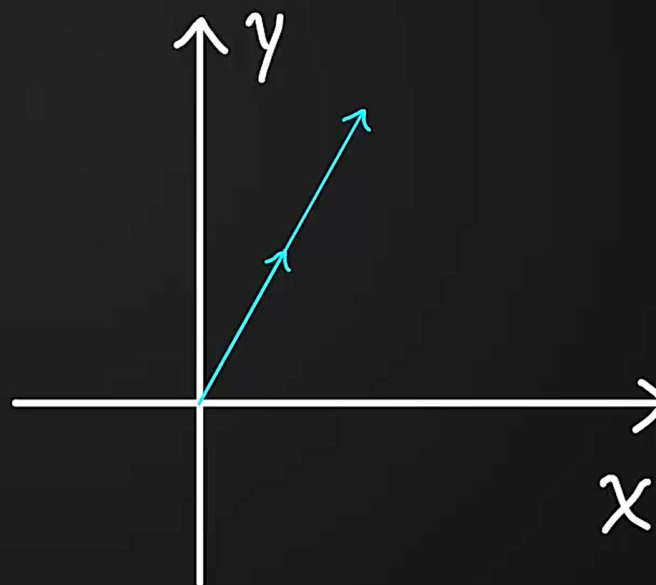
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

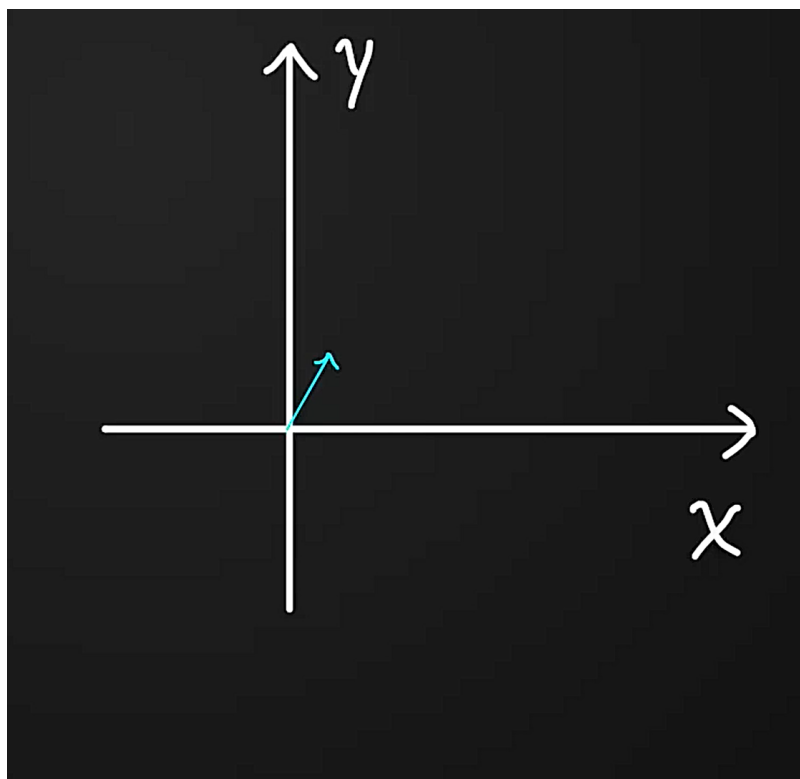
$$\begin{aligned} 2\vec{v} &= 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



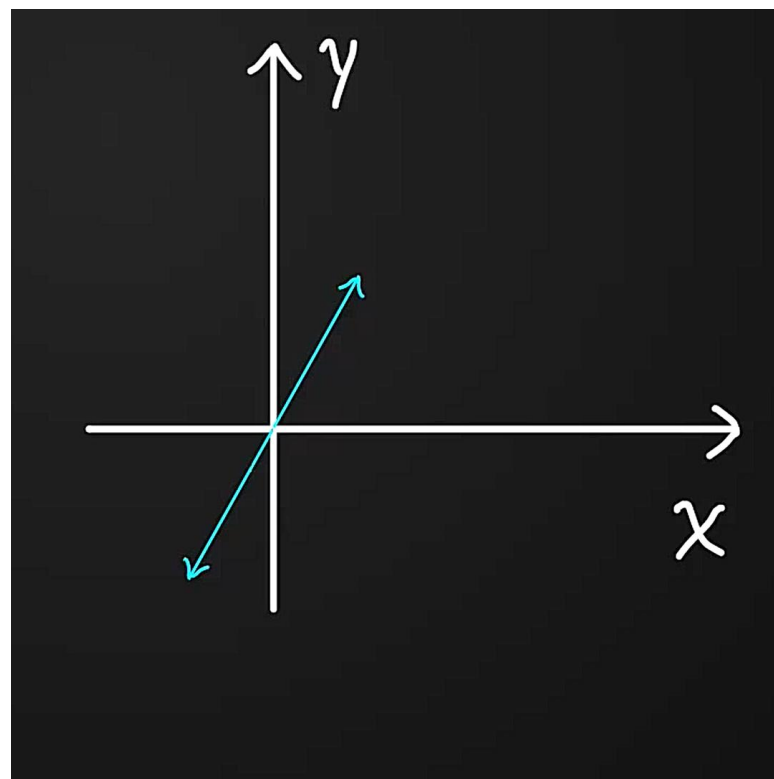
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{v} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$





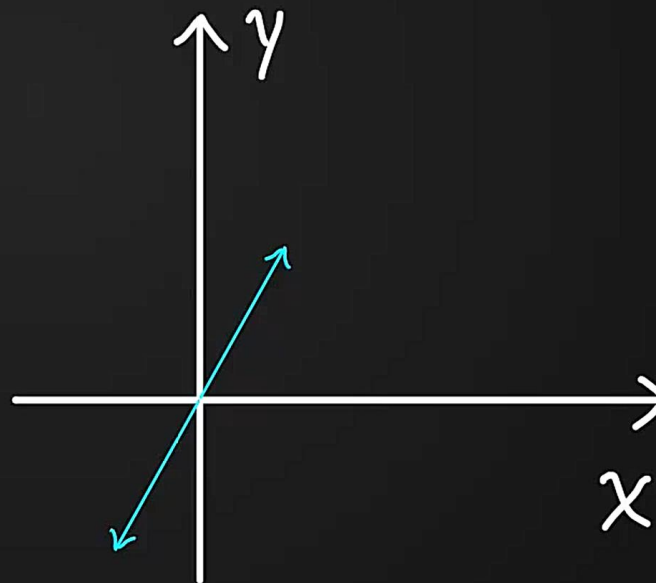
$$\frac{1}{2}\vec{v}$$



$$-\vec{v}$$

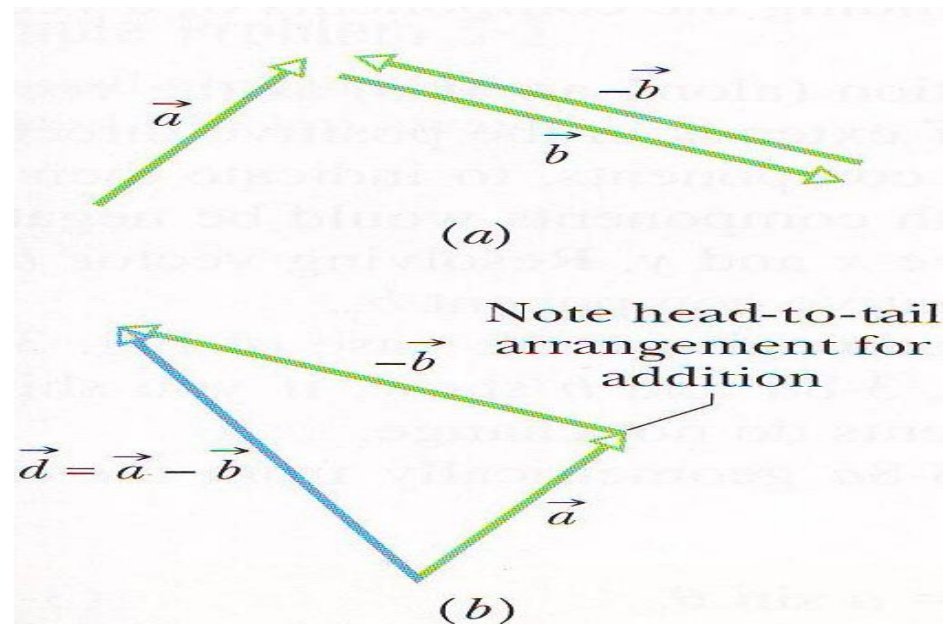
$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$-\vec{v} = -1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$



VEKTOR \vec{b} ADALAH VEKTOR YANG MEMILIKI
BESARAN YANG SAMA DENGAN VEKTOR $-\vec{b}$ TETAPI
BERLAWANAN ARAH, BILA DIJUMLAHKAN AKAN
MENGHASILKAN 0

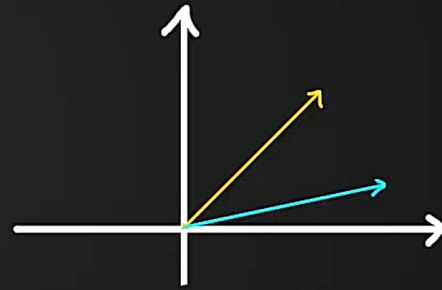
$$(\vec{b}) + (-\vec{b}) = 0$$



VECTOR SUBTRACTION

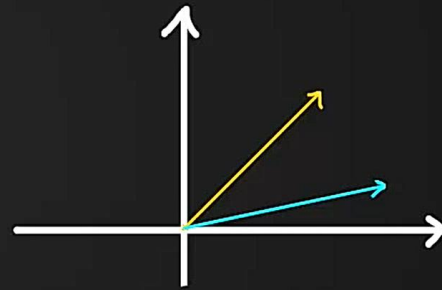
$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

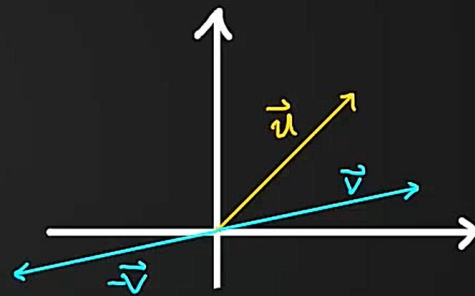


$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \vec{u} + (-\vec{v}) \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

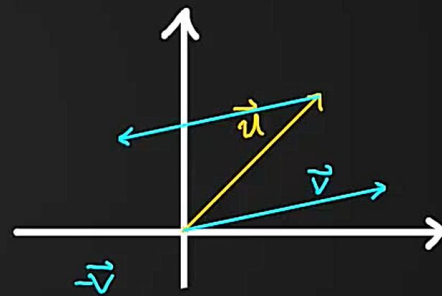
$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \vec{u} + (-\vec{v}) \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

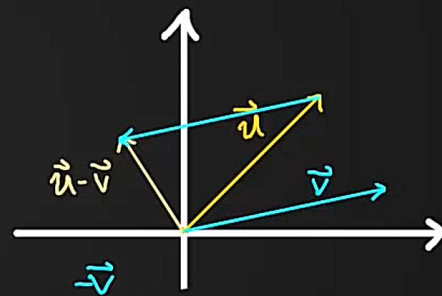
$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \vec{u} + (-\vec{v}) \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

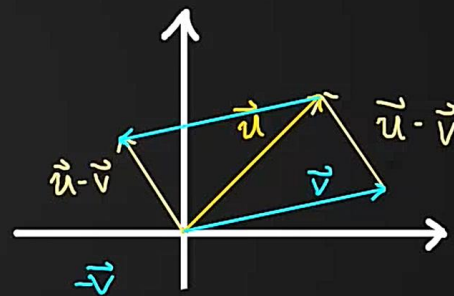
$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \vec{u} + (-\vec{v}) \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\vec{u} - \vec{v} &= \vec{u} + (-\vec{v}) \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$



PROOF – VECTOR ADDITION IS COMMUTATIVE AND ASSOCIATIVE

1. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
2. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} &= [u_1 + v_1, u_2 + v_2, \dots, u_n + v_n] \\ &= [v_1 + u_1, v_2 + u_2, \dots, v_n + u_n] \\ &= \vec{v} + \vec{u}\end{aligned}$$

u_1 dan v_1 dan seterusnya merupakan bilangan real, maka berdasarkan sifat bilangan real berlaku komutatif, sehingga $u_1 + v_1 = v_1 + u_1$ dan seterusnya berlaku hal yang sama

$$\begin{aligned}
 (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} &= [u_1 + v_1, \dots, u_n + v_n] + [w_1, \dots, w_n] \\
 &= [(u_1 + v_1) + w_1, \dots, (u_n + v_n) + w_n] \\
 &= [u_1 + (v_1 + w_1), \dots, u_n + (v_n + w_n)] \\
 &= [u_1, \dots, u_n] + [v_1 + w_1, \dots, v_n + w_n] \\
 &= \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})
 \end{aligned}$$

ALGEBRAIC PROPERTIES OF VECTOR

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}.$$

$$(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w}).$$

There is a **zero** vector $\mathbf{0}$ in V such that $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$.

For each \mathbf{u} in V , there is a vector $-\mathbf{u}$ in V such that $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$.

The scalar multiple of \mathbf{u} by c , denoted by $c\mathbf{u}$, is in V .

$$c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}.$$

$$(c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}.$$

$$c(d\mathbf{u}) = (cd)\mathbf{u}.$$

$$1\mathbf{u} = \mathbf{u}.$$



DOT PRODUCT



DEFINITION OF DOT PRODUCT

$$\vec{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n] \quad \vec{v} = [v_1, v_2, \dots, v_n]$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$$

$$= \sum_{i=1}^n u_i v_i$$

$$u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n \quad \leftarrow$$

$$= \sum_{i=1}^n u_i v_i$$

$$\vec{u} = [1, -2, 5] \quad \vec{v} = [4, 3, 1]$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 4 + (-2)(3) + 5 \cdot 1$$

$$= 4 - 6 + 5 = \underline{3}$$

DOT PRODUCT – ANGLE BETWEEN TWO VECTORS

Jika diketahui $\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$ maka $\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u}$, sehingga berlaku

$$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta \dots\dots\dots (i)$$

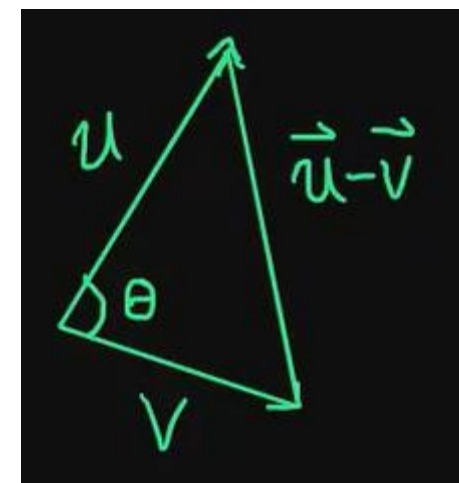
Ruas Kiri : $(\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{u} - \vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{v} \cdot \vec{v}$
 $= \|\vec{u}\|^2 - 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) + \|\vec{v}\|^2$

Persamaan (i) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\cancel{\|\vec{u}\|^2} - \cancel{2(\vec{u} \cdot \vec{v})} + \cancel{\|\vec{v}\|^2} = \cancel{\|\vec{u}\|^2} + \cancel{\|\vec{v}\|^2} - \cancel{2\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$$



EXAMPLE

Find the angle between two vectors $\vec{u} = [2, 1, -2]$ dan $\vec{v} = [1, 1, 1]$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$$

Jika diperoleh :

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 = 2 + 1 - 2 = 1$
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = \sqrt{9} = 3$
- $\|\vec{v}\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1 + 1} = \sqrt{3}$

Maka nilai :

$$\cos \theta = \frac{1}{3\sqrt{3}}, \text{ sehingga } \theta = \arccos \frac{1}{3\sqrt{3}} \approx 78,9^\circ \approx 1,37 \text{ rad}$$

SIFAT-SIFAT DOT PRODUCT

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

2. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

3. $k(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (k\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (k\vec{v})$

4. \vec{u} tegak lurus terhadap \vec{v} maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

LATIHAN SOAL (5)

Hitung besar sudut yang dibentuk oleh dua buah vektor \vec{a} dan \vec{b} sebagai berikut:

a. $\vec{a} = (3, 1, 2)$ dan $\vec{b} = (2, 3, -1)$

b. $\vec{a} = (-1, 0, 2)$ dan $\vec{b} = (-3, 0, 1)$

c. $\vec{a} = (3, -1, -2)$ dan $\vec{b} = (-2, 3, -1)$



KESAMAAN VEKTOR



DEFINISI

- Dua buah vektor \vec{a} dikatakan sama dengan vektor \vec{b} , jika besar dan arah vektor \vec{a} sama dengan vektor \vec{b}
- Dalam bentuk aljabar, vektor \vec{a} dikatakan sama dengan vektor \vec{b} , jika komponen setiap vektor \vec{a} sama dengan vektor \vec{b}

LATIHAN SOAL (6)

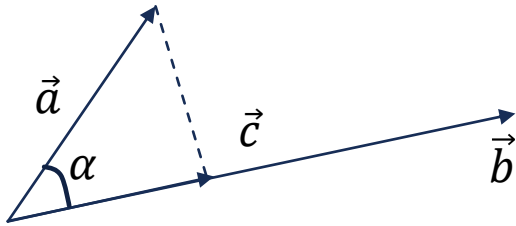
- Hitung nilai x, y, z jika $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ dimana $\vec{a} = (x, 2 - x - y, x - y - z)$ dan titik A adalah $(x, -y, x - z)$ dan titik B adalah $(4, 6, 9)$



PROYEKSI VEKTOR PADA VEKTOR & JARAK DIANTARA DUA VEKTOR



PROYEKSI VEKTOR PADA VEKTOR



$$\cos \alpha = \frac{\|\vec{c}\|}{\|\vec{a}\|} \quad \text{maka} \quad \|\vec{c}\| = \|\vec{a}\| \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \alpha \\ &= \|\vec{b}\| \|\vec{a}\| \cos \alpha \\ &= \|\vec{b}\| \|\vec{c}\| \end{aligned}$$

Jadi panjang proyeksi \vec{a} pada \vec{b} adalah $\|\vec{c}\| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|}$

Proyeksi \vec{a} pada \vec{b} dapat didefinisikan sebagai $\text{proj}(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \vec{b}$

LATIHAN SOAL (7)

Tentukan proyeksi vektor \vec{a} terhadap \vec{b} serta panjang vektor proyeksi \vec{a} terhadap \vec{b} jika diketahui $\vec{a} = (1, -2, 3)$ dan $\vec{b} = (2, 4, 5)$

JARAK (DISTANCE) DIANTARA DUA VEKTOR

Jarak antara vektor $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ dan $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ di \mathbb{R}^n adalah:

$$\begin{aligned} d(\vec{a}, \vec{b}) &= \|\vec{a} - \vec{b}\| \\ &= \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2} \end{aligned}$$

LATIHAN SOAL (8)

Tentukan jarak vektor \vec{a} dengan vektor \vec{b} jika diketahui $\vec{a} = (1, -2, 3)$ dan $\vec{b} = (2, 4, 5)$