



# Semantic Tableaux pada Proporsional Logic

Informatika - Undip



## SEMANTIC TABLEAUX / TABLO SEMANTIK

- Digunakan untuk membuktikan konsekuensi logis  $A1, \dots, An \models B$
- Caranya dengan menunjukkan bahwa  $A1, \dots, An$  dan  $\neg B$  tidak dapat satisfiable secara bersamaan
- Ingat kembali definisi Satisfiable!!
- Sistem Tablo Semantik didasarkan pada Aturan Dekomposisi Formula:
  - Mereduksi kebenaran formulanya ke kebenaran sub formulanya





# INGAT TABEL KEBENARAN LOGIKA PREPOSISI

1.  $\neg$  :

( $\neg$ T) For  $\neg A$  to be true,  $A$  must be false.

( $\neg$ F) For  $\neg A$  to be false,  $A$  must be true.

2.  $\wedge$  :

( $\wedge$ T) For  $A \wedge B$  to be true,  $A$  must be true *and*  $B$  must be true.

( $\wedge$ F) For  $A \wedge B$  to be false,  $A$  must be false *or*  $B$  must be false.

3.  $\vee$  :

( $\vee$ T) For  $A \vee B$  to be true,  $A$  must be true *or*  $B$  must be true.

( $\vee$ F) For  $A \vee B$  to be false,  $A$  must be false *and*  $B$  must be false.



# INGAT TABEL KEBENARAN LOGIKA PREPOSISI

4.  $\rightarrow$ :

( $\rightarrow$  T) For  $A \rightarrow B$  to be true,  $A$  must be false *or*  $B$  must be true.

( $\rightarrow$  F) For  $A \rightarrow B$  to be false,  $A$  must be true *and*  $B$  must be false.

5.  $\leftrightarrow$ :

( $\leftrightarrow$  T) For  $A \leftrightarrow B$  to be true,  $A$  and  $B$  must be true *or*  $A$  and  $B$  must be false.

( $\leftrightarrow$  F) For  $A \leftrightarrow B$  to be false,  $A$  must be true and  $B$  must be false *or*  $A$  must be false and  $B$  must be true.

# ATURAN UNTUK POHON SEMANTIK

## Rules for semantic tableaux in propositional logic

Non-branching rules ( $\alpha$ -rules)	Branching rules ( $\beta$ -rules)
$(\wedge T)$ $A \wedge B : T$ $\downarrow$ $A : T, B : T$	$(\wedge F)$ $A \wedge B : F$ $\swarrow \quad \searrow$ $A : F \quad B : F$
$(\vee F)$ $A \vee B : F$ $\downarrow$ $A : F, B : F$	$(\vee T)$ $A \vee B : T$ $\swarrow \quad \searrow$ $A : T \quad B : T$
$(\rightarrow F)$ $A \rightarrow B : F$ $\downarrow$ $A : T, B : F$	$(\rightarrow T)$ $A \rightarrow B : T$ $\swarrow \quad \searrow$ $A : F \quad B : T$
$(\neg T)$ $\neg A : T$ $\downarrow$ $A : F$	$(\leftrightarrow T)$ $A \leftrightarrow B : T$ $\swarrow \quad \searrow$ $A : T, B : T \quad A : F, B : F$
$(\neg F)$ $\neg A : F$ $\downarrow$ $A : T$	$(\leftrightarrow F)$ $A \leftrightarrow B : F$ $\swarrow \quad \searrow$ $A : T, B : F \quad A : F, B : T$



# Membangun Tablo Semantik

Misal ingin mencari konsekuensi logis dari :  $A1, \dots, An \models B$

Langkah-langkahnya:

- Tempatkan di root :  $A1 : T, \dots, An : T, B : F$
- Lakukan secara berulang-ulang penerapan dari aturan dekomposisi untuk formula-formula yang terlihat dalam tree
  - Pilih cabang yang ada di tree
  - Formula pada cabang tersebut atau formula yang ditandai, dipilih dimana aturan komposisi belum diterapkan pada percabangan tersebut
  - Terapkan aturan dekomposisi pada formula yang terpilih. Satu node (untuk  $\alpha$ -rules) atau dua node (untuk  $\beta$ -rules) ditambahkan pada cabang anaknya.
- Lakukan berulang hingga :
  - Sepasang formula yang kontradiksi (tandai dengan x, cabang dinyatakan close)  $\rightarrow$  tidak perlu di extend
  - Tidak ada yang bisa diterapkan lagi dari aturan dekomposisinya (tandai dengan o, cabang dinyatakan dengan open)





# Lanjutan

- Jika ada yang cabang yang **open**, maka premis tidak mempunyai konsekuensi logis terhadap konklusi (invalid)
- Jika semua cabang di Tablo **close**, maka seluruh tablo dinyatakan **close**.
  - Dikatakan bahwa ***B is derived from  $A1, \dots, An$  in  $ST$***
  - Dinotasikan:
$$A1, \dots, An \vdash_{ST} B$$
- *$A1, \dots, An \vdash_{ST} B$  iff  $A1, \dots, An \models B$*
- Secara khusus  *$B : F$  closes iff  $B$  is a tautology*

# Contoh :

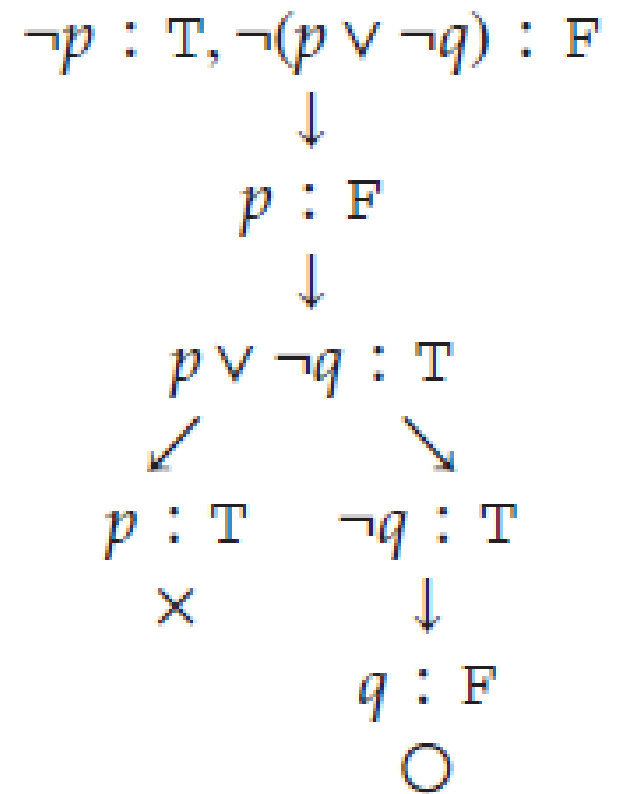
1. Show that  $\neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \vee \neg r)$  is a tautology:

$$\begin{array}{c} \neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \vee \neg r) : F \\ \downarrow \\ \neg(p \rightarrow \neg q) : T, (p \vee \neg r) : F^1 \\ \downarrow \\ p \rightarrow \neg q : F \\ \downarrow \\ p : T, \neg q : F \\ \downarrow \\ q : T \\ \downarrow^1 \\ p : F, \neg r : F \\ \times \end{array}$$



# Lanjutan Contoh

2. Check if  $\neg p \models \neg(p \vee \neg q)$ .



- Karena ada yang open maka keseluruhan tablo adalah open, sehingga  $\neg p \not\models \neg(p \vee \neg q)$

# Lanjutan Contoh

3. Check whether  $(\neg p \rightarrow q), \neg r \models p \vee \neg q$  :

$(\neg p \rightarrow q) : T, \neg r : T, p \vee \neg q : F$

↓

$r : F$

↓

$p : F, \neg q : F$

↓

$q : T$

↙ ↘

$\neg p : F$

$q : T$

↓

○

$p : T$

×

# Lanjutan contoh

4. Check whether  $((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r) \leftrightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$  is a tautology.

$$((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r) \leftrightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q) : F$$

↙      ↘

$$(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r : T, (p \wedge r) \rightarrow q : F$$

$$\downarrow$$
$$p \wedge r : T, q : F$$

$$\downarrow$$
$$p : T, r : T$$

$$\swarrow$$
$$p \wedge \neg q : F$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$p : F \quad \neg q : F$$
$$\times \quad \downarrow$$
$$\quad q : T$$
$$\quad \times$$

$$\searrow$$
$$\neg r : T$$
$$\downarrow$$
$$r : F$$
$$\times$$

$$(p \wedge r) \rightarrow q : T, (p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r : F$$

$$\downarrow$$
$$p \wedge \neg q : T, \neg r : F$$

$$\downarrow$$
$$p : T, \neg q : T$$

$$\downarrow$$
$$q : F$$

$$\downarrow$$
$$r : T$$

$$\swarrow$$
$$p \wedge r : F$$
$$\swarrow \quad \searrow$$
$$p : F \quad r : F$$
$$\times \quad \times$$

$$\searrow$$
$$q : T$$
$$\times$$

The tableau closes and hence the formula is a tautology.



# Soal Latihan 1

1. Check which of the following formulae are tautologies.

(a)  $((p \vee q) \rightarrow \neg r) \rightarrow \neg(\neg q \wedge r)$

(b)  $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$

(c)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

2. Check which of the following logical consequences are valid.

(a)  $(p \wedge q) \rightarrow r \models (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$

(b)  $(\neg p \wedge q) \rightarrow \neg r, r \models p \vee \neg q$

# Lanjutan Soal

3. Buktikan dengan Tablo Semantik! Cek apakah argumen ini valid?

(a) Rule of propositional resolution:

$$\frac{p \vee r, q \vee \neg r}{p \vee q}$$

(b)

$$\frac{(p \vee q) \rightarrow r, p \vee r}{r}$$

(c)

$$\frac{p \rightarrow q, \neg q \vee r, \neg r}{\neg p}$$

# Lanjutan Soal

4. Let  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  and  $S$  be propositions. Check whether:
- (a) if  $P \rightarrow Q$ ,  $Q \rightarrow R$  and  $P \wedge S$  are true, then  $R \wedge S$  is true;
  - (b) if  $R$  and  $(P \wedge \neg R)$  are false and  $\neg P \rightarrow \neg Q$  is true, then  $Q$  is false;
  - (c) if  $Q \rightarrow (R \wedge S)$  is true and  $Q \wedge S$  is false, then  $R \wedge Q$  is false;
  - (d) if  $P \rightarrow Q$  and  $Q \rightarrow (R \vee S)$  are true and  $P \rightarrow R$  is false, then  $S$  is true;
  - (e) if  $Q \rightarrow (R \wedge S)$  is true and  $Q \wedge S$  is false, then  $Q$  is false.





**ADA PERTANYAAN?**