

8. Fungsi Periodik

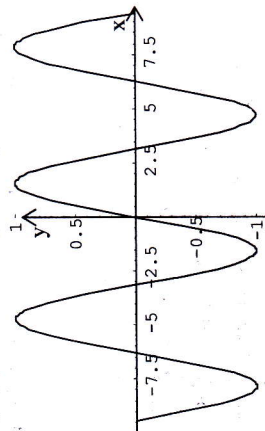
Fungsi f dikatakan periodik dengan periode p , jika terdapat $p \neq 0$, sedemikian sehingga $f(x + p) = f(x)$ untuk setiap x dalam daerah asal f .

Contoh

a. Fungsi $f(x) = \sin x$, adalah fungsi periodik dengan periode 2π , karena $f(x + 2\pi) = \sin(x + 2\pi) = \sin x \cdot \cos 2\pi + \sin 2\pi \cdot \cos x = \sin x$.

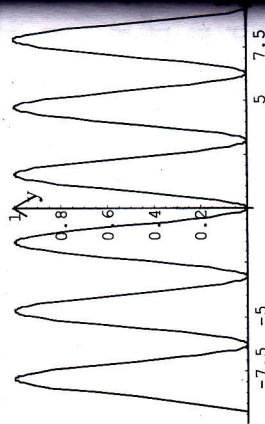
b. Karena $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$, $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$ dan periode dari $\cos 2x$ adalah π , maka periode dari $\cos^2 x$ dan $\sin^2 x$ juga π .

a. $f(x) = \sin x$, $x \in [-3\pi, 3\pi]$



Gambar 3.26a

b. $f(x) = \sin^2 x$, $x \in [-3\pi, 3\pi]$



Gambar 3.26b

Tampak bahwa bukit dan lembah grafik $f(x) = \sin x$ dan $f(x) = \sin^2 x$, berulang se-

9. Fungsi Bilangan Bulat Terbesar

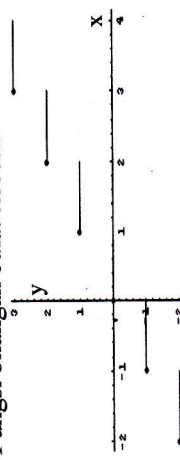
Jika x adalah bilangan real, maka terdapat tak hingga banyaknya bilangan bulat yang lebih kecil atau sama dengan x . Di antara semua bilangan bulat tersebut tentunya ada yang terbesar. Fungsi bilangan bulat terbesar dinotasikan dengan $[x]$ dan didefinisikan dengan $[x] = n \Leftrightarrow n \leq x < n+1$

Contoh

$$[1,5] = 1 \text{ karena } 1 \leq 1,5 \leq 2, [-1,5] = -2, \text{ karena } -2 \leq -1,5 \leq -1, [2] = 2$$

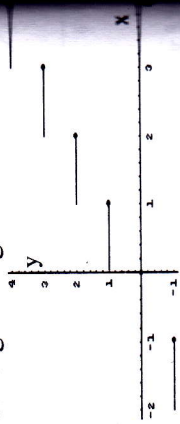
Grafiknya adalah sebagai berikut

a. Fungsi bilangan bulat terbesar



Gambar 3.27a

b. Fungsi bilangan bulat terkecil



Gambar

c. Operasi pada Fungsi

Definisi 3.3

Misalkan f dan g keduanya fungsi dengan daerah asal D_f dan D_g , jumlah, selisih, hasil kali, dan hasil bagi f dan g didefinisikan dengan:

- $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

Pada tiap tiap operasi di atas, domain hasil pengoperasian adalah irisan dari domain f dan domain g , kecuali untuk d, dimana $g(x) \neq 0$

Contoh 8

1. Bila f dan g didefinisikan dengan $f(x) = \sqrt{x+2}, x \geq -2$ dan $g(x) = \sqrt{x-3}, x \geq 3$, tentukan

- $(f + g)(x)$
- $(f - g)(x)$
- $(f \cdot g)(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

2. Diketahui fungsi yang terdefinisi sepotong-sepotong berikut ini

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases} \text{ dan } g(x) = \begin{cases} -2x, & x < 1 \\ 1-x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Tentukan:

- $(f + g)(x)$
- $(f - g)(x)$
- $(f \cdot g)(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

Penyelesaian

1. Menurut definisi

$$a. (f + g)(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-3}$$