DISTRIBUSI PROBABILITAS

FERDIANA YUNITA

DEFINISI DISTRIBUSI PROBABILITAS

- Model untuk variable acak, yg menggambarkan cara probabilitas tersebar pada semua nilai yang mungkin terjadi dari variable acak tersebut
- Variabel acak/random variable: variable yang diukur sebagai bagian dari suatu eksperimen/percobaan pada pengambilan sampel
- Contoh: table distribusi produk baru

TABEL DISTRIBUSI PROBABILITAS

PRODUK	FREKUENSI	PERSEN	PERSEN KUMULATIF
1	15	37.5	37.5
2	6	15	52.5
3	10	25	77.5
4	5	12.5	90
5	4	10	100
	40	100	100

KETERANGAN TABEL DISTRIBUSI FREKUENSI

KOLOM PERSEN→ Menggambarkan fungsi distribusi probabilitas (probability distribution function=pdf)→ merupakan model probabilitas untuk var. acak jumlah produk terjual perhari

KOLOM PERSEN KUMULATIF→ Menggambarkan fungsi distribusi kumulatif (cdf)

JENIS DISTRIBUSI PROBABILITAS

1. DISTRIBUSI BINOMIAL→distribusi probabilitas diskrit dari percobaan yang dilakukan sebanyak n kali dgn masing2 percobaan mempunyai probabilitas p dan masing2 percobaan tidak saling mempengaruhi (independen)
2. DISTRIBUSI HIPERGEOMETRIK→distribusi prob diskrit dari sekelompok obyek yg dipilih tanpa pengembalian
3. DISTR. POISSON→ distribusi probabilitas diskrit yg menyajikan frekuensi dari kejadian acak tertentu
4. DISTR. NORMAL/GAUSS→ Distribusi probabilitas untuk var acak kontinyu → paling penting dalam statistic dan paling sering digunakan

DISTRIBUSI BINOMIAL/BERNAULLI

- Menggambarkan fenomena dgn 2 hasil m/ sakit-sehat, sukses-gagal
- 4 syarat:
  - jumlah trial bilangan bulat
  - tiap eksperimen menghasilkan 2 outcome
  - peluang sukses tiap eksp sama
  - saling independen

RUMUS PROBABILITAS BINOMIAL

$$P(y) = \frac{n!}{y!(n-y)!}\,\pi^{y}\,(1-\pi)^{n-y}$$

P(Y)→ probabilitas terjadinya y subyek yang memiliki keluaran yang diinginkan dari n subyek yang ada→ pdf (y)

n→ jumlah subyek

Y→ jumlah subyek dengan keluaran yang diinginkan

Π→probabilitas terjadinya keluaran yang ingin dihitung (misal ketidakhadiran)

n!→n faktorial

CONTOH

10 produk diluncurkan, kemungkinan 4 produk yang cacat produksi dengan π 0.05 adalah:

$$P(y) = \frac{10!}{4!(10-4)!} \, 0.05^4 \, (1 - 0.05)^{10-4}$$

$$P(4) = \frac{10!}{4! * 6!} \, 0.05^4 \, (0.95)^6$$

= 0.001

TABEL FUNGSI DISTRIBUSI PROBABILITAS BINOMIALBINOMIAL TABLE.PDF

- Carilah table untuk n=10
- Carilah kolom untuk phi=0.05
- Carilah baris untuk y=4
- Temukan perpotongan antara kolom phi=0.05, baris y=4 (n=10)
- Nilai pada sel tsb adalah nilai P(4)

CONTOH LAIN

1. Berapa probabilitas paling banyak 2 produk rusak
2. Berapa probabilitas paling sedikit 1 produk rusak

JAWABAN NO 1

- $P(y<=2) \rightarrow P(0)+P(1)+P(2) \rightarrow$ dengan table $P(y<2)= 0.5987+0.3151+0.0746=0.9884$
- $P(y<2) \rightarrow$ disebut juga cdf(2)$\rightarrow$ probabilitas kumulatif untuk y=0, y=1 dan y=2
- Paling banya 2 produk rusak$\rightarrow$ termasuk di dalamnya tidak ada yang rusak, 1 rusak dan 2 rusak

JAWABAN NO 2

- $P(y>=1) \rightarrow P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)+$ dst s.d $P(10)$
- $P(y>=1) \rightarrow 1-P(0)=1-0.5987=0.4013$

3. DISTRIBUSI POISSON

Definisi Distribusi Peluang Poisson :

$$poisson(x;\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

e : bilangan natural = 2.71828...

x : banyaknya unsur BERHASIL dalam sampel

μ : rata-rata keberhasilan

Perhatikan rumus yang digunakan! Peluang suatu kejadian Poisson hitung dari rata-rata populasi (μ)

TABEL DISTRIBUSI POISSONTABEL DISTRIBUSI POISSON.PDF

Seperti halnya peluang binomial, soal-soal peluang Poisson dapat diselesaikan dengan Tabel Poisson (Statistika 2, hal 163-164)

Cara membaca dan menggunakan Tabel ini tidak jauh berbeda dengan Tabel Binomial

Misal:

x	$\mu = 4.5$	$\mu = 5.0$
0	0.0111	0.0067
1	0.0500	0.0337
2	0.1125	0.0842
3	0.1687	0.1404
dst	dst	dst
15	0.0001	0.0002

TABEL DISTR. POISSON

$poisson(2;\ 4.5) = 0.1125$

$poisson(x < 3;\ 4.5) = poisson(0;4.5) + poisson(1;\ 4.5) + poisson(2;\ 4.5)$

$= 0.0111 + 0.0500 + 0.1125 = 0.1736$

$poisson(x > 2;4.5) = poisson(3;\ 4.5) + poisson(4;\ 4.5) + \ldots + poisson(15;4.5)$

atau

$= 1 - poisson(x \leq 2)$

$= 1 - [poisson(0;4.5) + poisson(1;\ 4.5) + poisson(2;\ 4.5)]$

$= 1 - [0.0111 + 0.0500 + 0.1125\ ] = 1 - 0.1736 = 0.8264$

CONTOH SOAL DISTRIBUSI POISSON

Rata-rata seorang sekretaris baru melakukan 5 kesalahan ketik per halaman. Berapa peluang bahwa pada halaman berikut ia membuat:

a. tidak ada kesalahan?($x = 0$)

b. tidak lebih dari 3 kesalahan?($x \leq 3$)

c. lebih dari 3 kesalahan?($x > 3$)

d. paling tidak ada 3 kesalahan ($x \geq 3$)

JAWAB

$\mu = 5$

a. x = 0 dengan rumus? hitung poisson(0; 5)

atau

dengan Tabel Distribusi Poisson

di bawah x:0 dengan = 5.0 (0; 5.0) = 0.0067

b. x 3 dengan Tabel Distribusi Poisson hitung

poisson(0; 5.0) + poisson(1; 5.0) + poisson(2; 5.0) + poisson(3; 5.0) =

0.0067 + 0.0337 + 0.0842 + 0.1404 = 0.2650

JAWAB

c. $x > 3$ poisson(x 3; 5.0) = poisson(4; 5.0) + poisson(5; 5.0) + poisson (6; 5.0) +

poisson(7; 5.0) + … + poisson(15; 5.0)

atau

poisson(x >3) = 1 – poisson (x<=3)

= 1 - [poisson(0; 5.0) + poisson(1; 5.0) + poisson(2; 5.0) + poisson(3; 5.)

= 1 - [0.0067 + 0.0337 + 0.0842 + 0.1404]

= 1 - 0.2650

= 0.7350

PENDEKATAN POISSON UNTUK DISTRIBUSI BINOMIAL

Pendekatan Peluang Poisson untuk Peluang Binomial, dilakukan jika *n besar* ($n > 20$) dan *p sangat kecil* ($p < 0.01$) dengan terlebih dahulu menetapkan p dan kemudian menetapkan $\mu = n \times p$

PENYELESAIAN DGN DISTRIBUSI BINOMIAL??

Dari 1 000 orang mahasiswa 2 orang mengaku selalu terlambat masuk kuliah setiap hari, jika pada suatu hari terdapat 5 000 mahasiswa, berapa peluang ada lebih dari 3 orang yang terlambat?

Kejadian Sukses : selalu terlambat masuk kuliah

$p = \dfrac{2}{1000} = 0.002$ $\qquad$ $n = 5\,000$ $\qquad$ $x > 3$

jika diselesaikan dengan peluang Binomial $\rightarrow$ b(x > 3; 5 000, 0.002)

tidak ada di Tabel, jika menggunakan rumus sangat tidak praktis.

PENYELESAIAN DGN PENDEKATAN DISTRB. POISSON

$p = 0.002$ $\quad$ $n = 5\ 000$ $\quad$ $x>3$

$\mu = n \times p = 0.002 \times 5\ 000 = 10$

diselesaikan dengan peluang Poisson $\rightarrow$ poisson $(x > 3; 10) = 1 -$ poisson $(x \leq 3)$

$= 1 - [$poisson $(0;10) +$ poisson$(1; 10) +$ poisson$(2;10) +$ poisson$(3; 10)$

$= 1 - [0.0000 + 0.0005 + 0.0023] = 1 - 0.0028 = 0.9972$

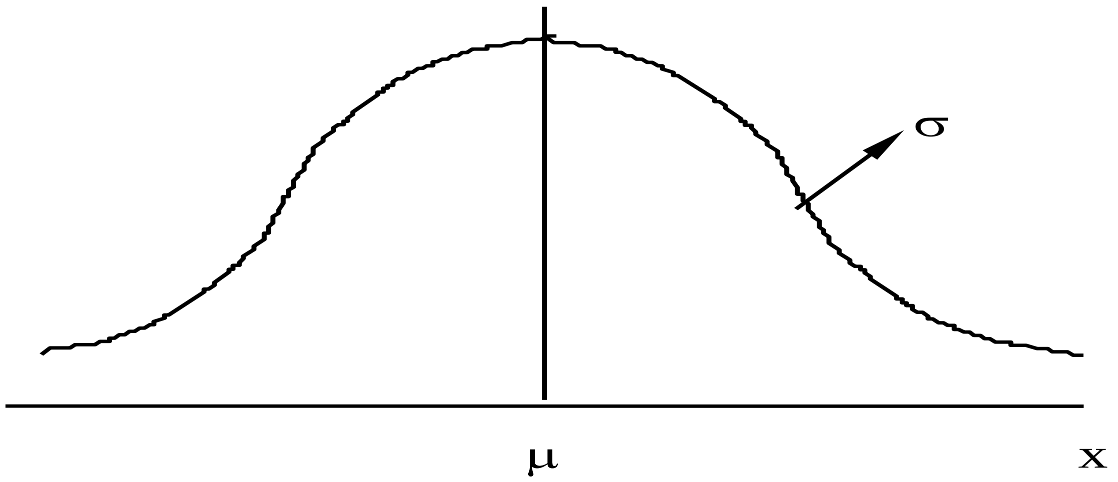
4. DISTRIBUSI NORMAL (DISTRB. VAR KONTINYU)

Nilai Peluang peubah acak dalam Distribusi Peluang Normal dinyatakan dalam luas dari di bawah kurva berbentuk genta\lonceng (*bell shaped curve*).

Kurva maupun persamaan Normal melibatkan nilai x, μ dan σ.

Keseluruhan kurva akan bernilai 1, ini mengambarkan sifat peluang yang tidak pernah negatif dan maksimal bernilai satu

Perhatikan gambar di bawah ini:



Gambar1. Kurva Distribusi Normal

Definisi Distribusi Peluang Normal

$$n(x;\, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

untuk nilai x : $-\infty < x < \infty$ $e = 2.71828.....$ $\pi = 3.14159...$

μ : rata-rata populasi

σ : simpangan baku populasi

σ^2 : ragam populasi

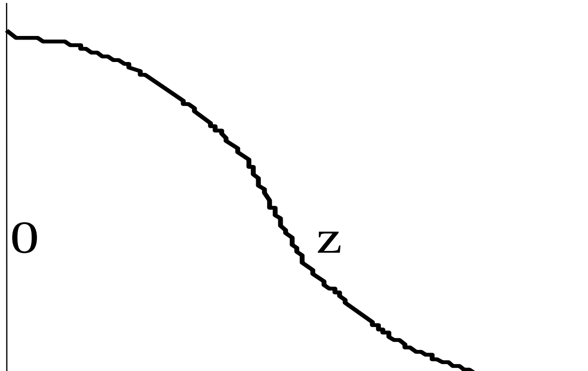
Untuk memudahkan penyelesaian soal-soal peluang Normal, telah disediakan tabel nilai z (matkul skewness kurtosis dan kurva distribusi normal)

Perhatikan dalam tabel tersebut :

1. Nilai yang dicantumkan adalah nilai z

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

2. Luas kurva yang dicantumkan dalam tabel = 0.50 (setengah bagian kurva normal)



3. Nilai z yang dimasukkan dalam tabel ini adalah luas dari sumbu 0 sampai dengan nilai z

Dalam soal-soal peluang Normal tanda = . ≤ dan ≥ diabaikan, jadi hanya ada tanda < dan >

TUGAS 1 (DISTRB. NORMAL)

Rata-rata upah seorang buruh = \$ 8.00 perjam dengan simpangan baku = \$ 0.60, jika terdapat 1 000 orang buruh, hitunglah :

a. banyak buruh yang menerima upah/jam kurang dari \$ 7.80

b. banyak buruh yang menerima upah/jam lebih dari \$ 8.30

c. .banyak buruh yang menerima upah/jam antara \$ 7.80 sampai 8.30

$\mu = 8.00$ $\sigma = 0.60$

- Pendekatan untuk peluang Binomial
  p bernilai sangat kecil dan n relatif besar dan

a) JIKA rata-rata (μ) ≤ 20 MAKA lakukan pendekatan dengan distribusi POISSON
dengan $\mu = n \times p$

b) JIKA rata-rata (μ) > 20 MAKA lakukan pendekatan dengan distribusi NORMAL
dengan $\mu = n \times p$

$$\sigma^2 = n \times p \times q$$

$$\sigma = \sqrt{n \times p \times q}$$

TUGAS 2

Dari 200 soal pilihan berganda, yang jawabannya terdiri dari lima pilihan (a, b, c,d dan e), berapa peluang anda akan menjawab BENAR lebih dari 50 soal?

$n = 300$ $p = 1/5 = 0.20$

$q = 1 - 0.20 = 0.80$

Kerjakan dengan DISTRIBUSI POISSON dan DISTRB. NORMAL!

TUGAS 3 (DISTRB. BINOMIAL)

Suatu perusahaan "pengiriman paket " terikat perjanjian bahwa keterlambatan paket akan menyebabkan perusahaan harus membayar biaya kompensasi.

Jika Peluang setiap kiriman akan terlambat adalah 0.20 Bila terdapat 5 paket, hitunglah probabilitas :

a. Tidak ada paket yang terlambat, sehingga perusahaan tidak membayar biaya kompensasi?

$(x = 0)$

b. Lebih dari 2 paket terlambat? $(x > 2)$

c. Tidak Lebih dari 3 paket yang terlambat?$(x \leq 3)$

d. Ada 2 sampai 4 paket yang terlambat?$(2 \leq x \leq 4)$

e. Paling tidak ada 2 paket yang terlambat?$(x \geq 2)$

TUGAS 4. DISTRIBUSI POISSON

Rata-rata seorang sekretaris baru melakukan 8 kesalahan ketik per halaman. Berapa peluang bahwa pada halaman berikut ia membuat:

a. tidak ada kesalahan?($x = 0$)

b. tidak lebih dari 3 kesalahan?($x \leq 3$)

c. lebih dari 3 kesalahan?($x > 3$)

d. paling tidak ada 3 kesalahan ($x \geq 3$)