

PEMBAHASAN ALJABAR LINEAR UAS 2017/2018

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

⑨ Eigen value

$$\det (\lambda I - A) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \lambda-5 & -2 & 2 \\ -2 & \lambda-5 & 2 \\ 2 & 2 & \lambda-5 \end{bmatrix} \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{* Cara adjoint} \quad \begin{vmatrix} \lambda-5 & -2 & 2 \\ -2 & \lambda-5 & 2 \\ 2 & 2 & \lambda-5 \end{vmatrix}$$

$$\text{ekspansi baris pertama : } (\lambda-5) \cdot ((\lambda-5)^2 - 4) - (-2) \cdot (-2 \cdot (\lambda-5) - 4) + 2 \cdot (-4 - 2(\lambda-5))$$

$$\Rightarrow (\lambda-5) (\lambda^2 - 10\lambda + 21) + 2 \cdot (-2\lambda + 6) + 2 \cdot (-2\lambda + 6)$$

$$\Rightarrow \lambda^3 - 10\lambda^2 + 21\lambda - 5\lambda^2 + 50\lambda - 105 - 4\lambda + 12 - 4\lambda + 12$$

$$\Rightarrow \lambda^3 - 15\lambda^2 + 63\lambda - 81$$

$$\begin{array}{c|ccc} \times & 3 & 1 & -15 & 63 & -81 \\ & & 3 & -36 & 81 & \\ \hline & & 1 & -12 & 27 & 0 \end{array}$$

$$\rightarrow (\lambda-3) (\lambda^2 - 12\lambda + 27)$$

$$= (\lambda-3) (\lambda-3) (\lambda-9)$$

$$\lambda=3 \quad \vee \quad \lambda=9$$

Eigen Vector

$$\begin{bmatrix} \lambda-5 & -2 & 2 \\ -2 & \lambda-5 & 2 \\ 2 & 2 & \lambda-5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{* } \lambda=3 \rightarrow \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$= -x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 = 5 - t$$

$$x_3 = 5$$

$$x_2 = t$$

$$x = \begin{bmatrix} 5-t \\ t \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{eigenspace} : 5 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = 9$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

eliminasi gauss

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 & | & 0 \\ -2 & 4 & 2 & | & 0 \\ 2 & 2 & 4 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{H_{11}(-2) \\ H_{13}(1)}} \begin{bmatrix} 0 & -6 & -6 & | & 0 \\ 0 & 6 & 6 & | & 0 \\ 2 & 2 & 4 & | & 0 \end{bmatrix}$$

$$-6x_2 - 6x_3 = 0$$

$$x_2 = -x_3$$

$$x_3 = 5$$

$$x_2 = -5$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0$$

$$2x_1 + 2(-5) + 4(5) = 0$$

$$x_1 = -5$$

$$x = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) * Basis eigenspace untuk $\lambda = 3 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

* Basis eigenspace untuk $\lambda = 9 \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$