1)

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
y	0,2	0,5	0,8	1,2	1,6	2,2	2,8	3,6	4,4	5,4	6,6	8,0

a) $f'(0,6) = \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0+h) - f(x_0+2h)}{2h}$

$= \frac{-3f(0,6) + 4f(0,8) - f(1)}{0,4}$

$= \frac{-3 \times 0,8 + 4 \times 1,2 - 1,6}{0,4} = \frac{-2,4 + 4,8 - 1,6}{0,4} = \frac{0,8}{0,4} = 2,000$ //

$f''(0,6) = \frac{-f(x_0+3h) + 4f(x_0+2h) - 5f(x_0+h) + 2f(x_0)}{h^2}$

$= \frac{-f(1,2) + 4f(1) - 5f(0,8) + 2f(0,6)}{0,04}$

$= \frac{-2,2 + 4(1,6) - 5(1,2) + 2(0,8)}{0,04} = \frac{-2,2 + 6,4 - 6 + 1,6}{0,04} = \frac{-0,2}{0,04} = -5,000$ //

b) NILAI SEJATI

$y' = x\,e^{0,5x}$ (u = x, v = $e^{0,5x}$)

$= u'v + v'u$

$y' = e^{0,5x} + 0,5\,e^{0,5x}\,x$

$f'(1,2) = e^{0,5 \times 1,2} + 0,5 \times 1,2\,e^{0,5 \times 1,2}$

$= 1,822 + 0,6 \times 1,822 = (1+0,6)1,822 = 2,915$

$y' = e^{0,5x} + 0,5x\,e^{0,5x}$

$= (1+0,5x)\,e^{0,5x}$

$y'' = 0,5\,e^{0,5x} + (1+0,5x)\,0,5\,e^{0,5x}$

$= e^{0,5x}(0,5 + (1+0,5x)0,5)$

$f''(1,2) = 1,822(0,5 + 1,6 \times 0,5)$

$= 2,3686$

APROKSIMASI

$f'(1,2) = \frac{-3f(1,2) + 4f(1,4) - f(1,6)}{0,4}$

$= \frac{-6,6 + 11,2 - 3,6}{0,4} = 2,5$

$f''(1,2) = \frac{-f(1,8) + 4f(1,6) - 5f(1,4) + 2f(1,2)}{0,04}$

$= \frac{-4,4 + 14,4 - 14 + 4,4}{0,04}$

$= 10$

Galat Relatif $= \left|\frac{f_S - f_A}{f_S}\right| \times 100\,\% = \left|\frac{2,915 - 2,5}{2,915}\right| \times 100\,\%$

$= 14,236\,\%$

$= 0,142$ //

Galat relatif $= \left|\frac{f_S - f_A}{f_S}\right| \times 100\,\%$

$= \left|\frac{2,3686 - 10}{2,3686}\right| \times 100\,\%$

$= 322,19\,\%$

$= 3,221$ //

c) Interpolasi Newton

d) Galat c

2) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 3\frac{\partial y}{\partial x} + 2y = e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

$y'' - 3y' + 2y = e^x$ $\quad \begin{cases} y' = z \\ y'' = z' \end{cases} \rightarrow y' = f(x_i, y_i, z_i) = z_i$, $y(0) = 1$

$z' - 3z + 2y = e^x$

$z' = e^{x_i} - 2y_i + 3z_i = g(x_i, y_i, z_i)$, $z(0) = -1$

a) $\gg x_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ \ell_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_i, y_i, z_i) \\ g(x_i, y_i, z_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 - 2 - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_2 \\ \ell_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_i + h/2,\ y_i + h/2 k_1,\ z_i + h/2 \ell_1) \\ f(x_i + h/2,\ y_i + h/2 k_1,\ z_i + h/2 \ell_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 + \frac{0,1}{2} \cdot (-4) \\ e^{\frac{0,1}{2}} - 2\left(1 + \frac{0,1}{2}(-1)\right) + 3\left(-1 + \frac{0,1}{2}(-4)\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,2 \\ -4,449 \end{bmatrix}$$

1,0512 - 1,9 - 3,6

$$\begin{bmatrix} k_3 \\ \ell_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_i + h,\ y_i - hk_1 + 2hk_2,\ z_i - h\ell_1 + 2h\ell_2) \\ g(x_i + h,\ y_i - hk_1 + 2hk_2,\ z_i - h\ell_1 + 2h\ell_2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 - 0,1(-4) + 2(0,1)(-4,449) \\ e^{0,1} - 2(1 - 0,1(-1) + 0,2(-1,2)) + 3(-1 - 0,1(-4) + 2(0,1)(-4,449)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,490 \\ -5,085 \end{bmatrix}$$

1,10517 - 2(0,86) + 3(-1,490)

$\gg x_1 = 0,1$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \frac{h}{6}\begin{bmatrix} k_1 + 4k_2 + k_3 \\ \ell_1 + 4\ell_2 + \ell_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{0,1}{6}\begin{bmatrix} -1 + (-4,8) + (-1,490) \\ -4 + (-17,796) + (-5,085) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,879 \\ -1,448 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ \ell_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,448 \\ e^{0,1} - 2(0,879) - 3(1,448) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,448 \\ -4,997 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_2 \\ \ell_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,448 + 0,1/2 \times (-4,997) \\ e^{0,15} - 2(0,879 + \frac{0,1}{2}(-1,448)) + 3(k_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,698 \\ -5,545 \end{bmatrix}$$

1,168 - 1,6132 - 5,094

$$\begin{bmatrix} k_3 \\ \ell_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,448 - 0,1(-4,997) + 0,2(-5,545) \\ e^{0,2} - 2(0,879 - 0,1(-1,448) + 0,2(-1,698)) + 3(k_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,0573 \\ -6,319 \end{bmatrix}$$

1,2214 - 1,3684 - 6,1719

$\gg x_2 = 0,2$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,879 \\ -1,448 \end{bmatrix} + \frac{0,1}{6}\begin{bmatrix} -1,448 - 6,792 - 2,057 \\ -4,997 - 22,18 - 6,39 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,707 \\ -2,006 \end{bmatrix}$$

$y(0,2) = 0,707$

$y'(0,2) = -2,006$ //

b) $y(0,2) = -e^{0,4} + 2e^{0,2} - 0,2e^{0,2}$

$= 0,7067$

$y'(0,2) = -2e^{2x} + 2e^{x} - (e^{x} + xe^{x})$

$= -2e^{0,4} + 2e^{0,2} - e^{0,2} - 0,2e^{0,2}$

$= -2e^{0,4} + 0,8e^{0,2}$

$= -2,0065$

Galat Relatif$^1 = \left| \frac{0,7067 - 0,707}{0,7067} \right| = 4,24 \times 10^{-4}$

$= 0,000424$

⇓ 3 desimal dibelakang koma

$= 0$ //

Galat Relatif$^2 = \left| \frac{-2,0065 + 2,006}{-2,0065} \right| = 2,49 \times 10^{-4}$

$= 0$ //