Matematika Diskrit 1

Relasi

Dr. Ahmad Sabri

Universitas Gunadarma

Pasangan terurut

- Pengasosiasian a kepada b direpresentasikan sebagai *pasangan berurut* (a, b).
- $(a, b) = (c, d)$ jika dan hanya jika $a = c$, $b = d$.
- *Domain* adalah himpunan semua nilai untuk a. *Range* adalah himpunan semua nilai untuk b

Himpunan hasil-kali

Definisi

Diberikan himpunan A dan B yang tidak kosong. *Himpunan hasil-kali* dari A dan B, dinotasikan sebagai $A \times B$, didefinisikan sebagai:

$$A \times B = \{(a,b)|a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ disebut juga *hasil-kali Cartesian* (*Cartesian product*) antara himpunan A dan B.

Q1: Apakah $A \times B$ komutatif? Q2:$n(A \times B) =?$

Generalisasi himpunan hasil-kali

Diberikan himpunan $A_1, A_2, \ldots, A_m$ yang tidak kosong. Maka,

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_m = \prod_{i=1}^{m} A_i$$

$$= \{(a_1, a_2, \ldots, a_m) | a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \ldots, a_m \in A_m\}$$

Relasi

Definisi

Diberikan A dan B himpunan tidak kosong. *Relasi* dari A ke B adalah sebuah subhimpunan dari $A \times B$.

Misalkan R relasi dari A ke B.

- $R \subseteq A \times B$
- Jika $B = A$ maka $A \times B = A \times A = A^2$

Relasi invers

Definisi

Diberikan R relasi dari A ke B. *Relasi invers* dari R, dinotasikan sebagai R^{-1}, didefinisikan sebagai:

$$R^{-1} = \{(b, a) | (a, b) \in R\}$$

Beberapa jenis relasi berdasarkan sifatnya

1. Refleksif

Definisi

Sebuah relasi R pada himpunan A adalah *refleksif* jika $(a, a) \in R$ untuk *setiap* $a \in A$. Jika terdapat $a \in A$ sehingga $(a, a) \notin R$, maka R *tidak refleksif*.

Beberapa jenis relasi berdasarkan sifatnya

2. Simetrik dan antisimetrik

Definisi

Sebuah relasi R pada himpunan A adalah *simetrik* jika untuk setiap $(a, b) \in R$, maka $(b, a) \in R$. Jika terdapat $(a, b) \in R$ sehingga $(b, a) \notin R$, maka R adalah *antisimetrik*.

Beberapa jenis relasi berdasarkan sifatnya

3. Transitif

Definisi

Sebuah relasi R pada himpunan A adalah *transitif* jika $(a, b), (b, c) \in R$, maka $(a, c) \in R$. Jika $(a, b), (b, c) \in R$ dan $(a, c) \notin R$, maka R *tidak transitif*.

Relasi ekivalen

Definisi

Relasi ekivalen adalah relasi yang memenuhi sifat refleksif, simetrik, dan transitif.

Kelas ekivalen

Definisi

Misalkan R adalah relasi ekivalen pada S, dan untuk setiap $a \in S$, didefinisikan $[a] = \{x|(a,x) \in R\}$. Maka, $[a]$ dikatakan *kelas ekivalen* dari a di S, dan $b \in [a]$ dikatakan *representasi* dari kelas ekivalen.

Definisi

Himpunan kuosien dari S atas R, dinotasikan sebagai $S \setminus R$, didefinisikan sebagai:

$$S \setminus R = \{[a]|a \in S\}$$

Kelas ekivalen

Definisi

Misalkan R adalah relasi ekivalen pada S, dan untuk setiap $a \in S$, didefinisikan $[a] = \{x|(a, x) \in R\}$. Maka, $[a]$ dikatakan *kelas ekivalen* dari a di S, dan $b \in [a]$ dikatakan *representasi* dari kelas ekivalen.

Definisi

Himpunan kuosien dari S atas R, dinotasikan sebagai $S \setminus R$, didefinisikan sebagai:

$$S \setminus R = \{[a]|a \in S\}$$

Partisi himpunan dan relasi ekivalen

Teorema

Diberikan R relasi ekivalen pada S. Maka, S/R adalah sebuah himpunan partisi dari S. Lebih rincinya, berlaku ketiga hal berikut:

- *untuk setiap $a \in S$, berlaku $a \in [a]$.*
- *$[a] = [b]$ jika dan hanya jika $(a, b) \in R$.*
- *Jika $[a] \neq [b]$, maka $[a]$ dan $[b]$ disjoin.*