

**BAHAN AJAR**

**LOGIKA INFORMATIKA**

## Bab 1

### Logika Proposisional

#### 1.1. Pendahuluan Introduction

Banyak pernyataan (statemeni) yang bisa langsung diterima kebenarannya, seperti misalnya pernyataan

*“Indonesia mempunyai jumlah penduduk lebih besar dari Cina atau Indonesia mempunyai jumlah penduduk lebih kecil atau sama dengan Cina.”*

adalah benar, meskipun kita tidak tahu apakah ada orang yang pernah membuktikan atau tidak. Kebenaran suatu pernyataan bisa ditentukan dan strukturnya saja, tanpa hams tahu kebenaran pembentuk-pembentuknya (constituents).

Ternyata pernyataan di atas merupakan contoh-contoh (instances) dari kalimat abstrak

*P or (not P)*

dan setiap pernyataan dengan bentuk serupa adalah benar, tidak peduli apakah P benar atau salah.

Kemudian dikatakan bahwa suatu kalimat abstrak adalah valid jika bernilai benar tanpa mempedulikan kebenaran atau kesaktian dan proposisi-proposisi pembentuknya. Dengan membuktikan validitas dan kalimat abstrak semacam ini, kita bisa menyimpulkan kebenarankebenaran dan semua (tak berhingga banyak) contoh-contoh kongkrit nya. Sebagai contoh, jika diketahui bahwa kalimat abstrak

*not (P and (not P)) or Q*

valid, maka bisa dengan cepat disimpulkan bahwa kalimat-kalimat kongkrit

*not ([x < 0] and (not [x < 0])) or (y ≥ 0)*

bernilai true (benar), tanpa hams tahu apakah  $x < 0$  dan  $y ≥ 0$  bernilai true atau false (salah). Sebaliknya, setiap instance dan suatu kalimat abstrak seperti

*P and (not P)*

bernilai false tanpa hams tahu apakah  $x < 0$  dan  $y ≥ 0$  bernilai true atau false. Selanjutnya, kalimat semacam ini akan disebut kalimat contradictory. Perhatikan bahwa suatu kalimat F adalah valid precisely when (ketika secara pasti) negasi (negation) nya, yaitu (not F adalah contradictory.

Di samping itu, banyak kalimat-kalimat abstrak seperti

*P or Q dan not P*

adalah tidak valid maupun tidak contradictory, karena mereka mempunyai instances yang bisa bernilai true atau false.

Kemudian ada pasangan kalimat-kalimat abstrak seperti

*if P then Q dan f (notQ) then (not P),*

adalah ekuivalen, dalam pengertian bahwa suatu instance konkrit salah satu dan keduanya bernilai true precisely when contoh yang bersesuaian dan satunya bernilai true. Sebagai contoh, dua kalimat kongnit

*"Jika seorang mahasiswa mengikuti ujian akhir suatu matakuliah, maka mahasiswa tersebut akan mendapat nilai untuk matakuliah tersebut."*

Dan

*"Jika seorang mahasiswa tidak mendapat nilai suatu matakuliah, maka mahasiswa tersebut tidak ujian akhir untuk matakuliah tersebut."*

Adalah contoh dari pasangan kalimat di atas dan keduanya bernilai true. Akan tetapi keduanya tidak valid.

## 1.2 Bahasa Language

Seperti halnya bahasa pada umumnya, maka logika proposisional terdiri dari kalimat-kalimat khususnya kalimat abstrak (abstract sentence).

### Definisi (proposisi propositions)

Kalimat-kalimat dalam (bahasa) logika proposisional dibentuk dari simbol-simbol, yang disebut proposisi (*propositions*). Simbol-simbol yang dimaksud dikelompokkan menjadi dua, yaitu:

- Simbol-simbol kebenaran (*truth symbols*)  
*true* dan *false*
- Simbol-simbol proposisional (*propositional symbols*)  
 $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R, S_1, P_2, R_2, S_2, \dots$   
(huruf-huruf besar F, Q, R, atau S, dan mungkin dengan indeks-indeks numerik).

Dalam pembicaraan tidak resmi, huruf-huruf skrip E, F, G, dan H, dan mungkin dengan subskrip (indeks) numerik akan digunakan untuk menyatakan kalimat.

### Definisi (kalimat sentences)

Kalimat-kalimat dalam logika proposisional dibangun dari proposisi-proposisi dengan menerapkan propositional connectives:

*not, and, or, if-then, if-and-only-if, if-then-else*

Kalimat dibentuk menurut aturan-aturan (rules) berikut:

- setiap proposisi, yaitu suatu simbol kebenaran atau suatu simbol proposisi merupakan kalimat.
- apabila F kalimat, maka demikian juga negasi (negation) nya (*not F*).
- apabila F dan G kalimat, maka demikian juga konjungsi (conjunction) nya, yaitu (*F and G*), selanjutnya F maupun G disebut conjuncts dan (*F and G*).

- apabila F dan G kalimat, maka demikian juga disjungsi (disjunction) nya, yaitu (F or selanjutnya F maupun G disebut disjuncts dan (F or G).
- apabila F dan G kalimat, maka demikian juga implikasi (implication) nya, yaitu (if F then G). Selanjutnya F disebut antecedent dan G disebut consequent dan (if F then G). Kalimat (if G then F) disebut converse dan kalimat (if F then G).
- apabila F dan G kalimat, maka demikian juga ekuivalensi (equivalence) nya, yaitu (F if and only if G), selanjutnya F disebut sisi-kiri (left-hand side) dan G disebut sisi-kanan (right-hand side) dan (F if and only if G).
- apabila F, G dan H kalimat, maka demikian juga kondisional (conditional) nya, yaitu (if F then G else H). Selanjutnya F, G, dan H masing-masing disebut klausa-if (if clause), klausa-then (then-cause), dan klausa-else (else-clause) dan kondisional (if F then G else H).

Dalam masing-masing kasus, kalimat-kalimat F, G, dan H digunakan untuk mengkonstruksikan kalimat yang lebih kompleks, dengan salah satu aturan-aturan di atas, dan selanjutnya disebut komponen-komponen kalimat. Sehingga komponen-komponen kalimat  $Q \text{ if } F \text{ then } G$  adalah anteseden dan F dan konsekuen dan G.

Setiap kalimat tengahan (intermediate) yang digunakan dalam pembentukan kalimat E, termasuk E sendiri merupakan kalimat bagian (subsentence) dan E. Sehingga subsentence dan E adalah E sendiri, komponen-komponen dan E, dan subsentences dan komponen-komponen tersebut. Kalimat-kalimat bagian dari E selain E sendiri disebut kalimat bagian sejati (proper subsentences) dan E.

### Contoh 1.1 (Kalimat)

Ekspresi berikut

$E: ((\text{not}(P \text{ or } Q)) \text{ if and only if } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)))$

merupakan kalimat, karena

P dan Q

keduanya merupakan kalimat, jadi

$(P \text{ or } (\text{not } P))$ , dan  $(\text{not } Q)$

merupakan kalimat, sehingga

$(\text{not } (P \text{ or } Q)) \text{ and } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q))$

merupakan kalimat, jadi ekspresi E,

$((\text{not } (P \text{ or } Q)) \text{ if and only if } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)))$ ,

merupakan kalimat.

Masing-masing dari delapan kalimat (termasuk E) diatas merupakan kalimat bagian dan E, dan selainnya E merupakan kalimat bagian sejati dan E.

Perhatikan bahwa mungkin ada lebih dan sam pemunculan (occurrence) dan kalimat bagian dalam kalimat yang dibenkan. Sebagai contoh, kalimat E di atas mempunyai dua pemunculan kalimat bagian P dan dua pemunculan kalimat bagian G

### Notasi -Notation

Pasangan-pasangan kurung dalam kalimat bisa dihilangkan apabila tidak diperlukan untuk menunjukkan struktur kalimat. Sebagai contoh, kalimat

(not (P and (not Q)))

bisa ditulis sebagai not (P and not Q), tanpa adanya ambguitas (ambiguity).

Untuk kejelasan, kadang-kadang digunakan pasangan kurung siku, [ dan ], atau kurung kurawal, { dan } dari pada beberapa pasangan kurung (dan). Di samping itu, akan sering digunakan indentasi dibanding pasangan kurung (dan) untuk menunjukkan struktur kalimat. Sehingga kalimat E dari contoh di atas bisa ditulis sebagai

not (P or Q)  
if and only if  
(not P) and (not Q).

Kalimat

F : (if ((P or Q) and (if Q then R)) then (if (P and Q) then (not R)))

bisa ditulis sebagai

$$\text{if } \left( \begin{array}{l} P \text{ or } Q \\ \text{and} \\ \text{if } Q \text{ then } R \end{array} \right) \text{ then } \text{if } (P \text{ and } R) \text{ then not } R.$$

Perhatikan bahwa dalam buku ini tidak digunakan notasi konvensional, melainkan digunakan tasi *Englishlike* untuk memudahkan dalam pemahaman. Untuk lebih jelasnya di bawah ini diberikan hubungan antara notasi yang digunakan dalam buku ini dengan notasi konvensional yang dimaksud.

Table 1.1

Perbandingan antara notasi yang digunakan dalam buku ini dengan notasi konvensional

Notasi yang digunakan	Notasi konvensional
<i>and</i>	$\wedge$ atau $\&$
<i>or</i>	$\vee$
<i>not</i>	$\sim$ atau $\neg$
<i>if - then</i>	$\supset$ atau $\rightarrow$
<i>if - and - only - if</i>	$\equiv$ atau $\leftrightarrow$
<i>if - then - else</i>	<i>tidak ada</i>

(Konektif **if-then-else** umumnya tidak termuat dalam sistem logika konvensional.) Dalam pembahasan dalam buku ini telah dipilih notasi *Englishlike* demi kejelasan dalam teks; pembaca mungkin lebih suka menggunakan notasi matematika yang lebih ringkas dalam penulisan. Sebagai contoh, kalimat E di atas bisa ditulis sebagai

$$((\sim(P \vee Q)) \equiv ((\sim P) \wedge (\sim Q))).$$

Sementara kalimat F bisa ditulis sebagai

$$(((P \vee Q) \wedge (Q \supset R)) \supset ((P \wedge R) \supset (\sim R))).$$

### 1.3 Arti Suatu Kalimat Meaning of a Sentence

Sampai disini kami telah menyajikan sintaks atau bentuk kalimat-kalimat logika proposisional tanpa memberi (*assign*) mereka suatu semantik atau arti apapun. Sekarang sudah saatnya untuk memperlihatkan bagaimana memberi (atau memasang) nilai-nilai kebenaran (truth values), true atau false, ke kalimat logika proposisional.

#### Interpretasi - Interpretation

Mulai sekarang akan definisikan secara lebih tepat (*more precisely*) pengertian suatu interpretasi.

#### Definisi (Interpretasi)

Suatu interpretasi *I* merupakan suatu pemberian (*assignment*) suatu nilai kebenaran, true atau false, ke masing-masing himpunan simbol-simbol proposisional; interpretasi kosong (empty interpretation) tidak memberi nilai kebenaran ke suatu simbol proposisional manapun.

Untuk sebarang kalimat *F*, suatu interpretasi *I* dikatakan sebagai interpretasi untuk (interpretation for) *F* jika *I* memberi suatu nilai kebenaran, true atau false, ke masing-masing simbol proposisional dan *F*.

Sebagai contoh, perhatikan kalimat

$$F : P \text{ or } (\text{not } Q)$$

Salah interpretasi  $I_1$  untuk F memberi nilai false ke P dan nilai true ke Q, yaitu:

$$I_1: \begin{array}{l} P \leftarrow \text{false} \\ Q \leftarrow \text{true} \end{array}$$

Interpretasi lain  $I_2$  untuk F adalah:

$$I_2: \begin{array}{l} P \leftarrow \text{false} \\ Q \leftarrow \text{false} \end{array}$$

Kita selanjutnya bisa mengatakan bahwa  $P$  bernilai false dan  $Q$  bernilai true di bawah (*under*)  $I_1$  dan  $P$  false dan  $Q$  bernilai false under  $I_2$ .

Pada umumnya, suatu interpretasi untuk suatu kalimat bisa memberi nilai-nilai kebenaran ke beberapa simbol yang tidak muncul dalam kalimat, selama setiap simbol proposisional yang muncul suatu nilai.

Sebagai contoh, interpretasi

$$I_3: \begin{array}{l} P \leftarrow \text{true} \\ Q \leftarrow \text{false} \\ R \leftarrow \text{true} \end{array}$$

juga merupakan suatu interpretasi untuk F, meskipun R sama sekali tidak muncul dalam F.

Perhatikan bahwa semua pemunculan dan suatu simbol proposisional yang diberikan diben nilai sama oleh suatu interpretasi yang diberikan; seperti dalam kalimat

if P then (P or Q)

dua pemunculan dari P masing-masing diberi nilai sama.

### **Aturan-aturan Semantik - *Semantic Rules***

Dalam bagian ini akan dibicarakan tentang bagaimana cara menentukan nilai kebenaran suatu kalimat, atau aturan-aturan apa saja yang diperlukan untuk menentukan nilai kebenaran dan suatu kalimat.

#### **Definisi (aturan-aturan semantik)**

Misal  $E$  suatu kalimat dan  $I$  merupakan suatu interpretasi untuk  $E$ . Maka nilai kebenaran dan  $E$  (dan semua kalimat-kalimat bagiannya) di bawah  $I$  ditentukan dengan menerapkan secara berulang-ulang aturan-aturan semantik berikut:

- aturan proposisi  
nilai kebenaran dan masing-masing simbol proposisional  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ... dalam  $E$  sama dengan nilai kebenaran yang diberikan oleh  $I$  pada simbol tersebut.
- aturan true  
kalimat true bernilai true under  $I$ .

- Untuk menentukan nilai kebenaran dan suatu kalimat yang kompleks di bawah suatu interpretasi yang diberikan, pertama diterapkan aturan-aturan semantik untuk menentukan nilai kebenaran dan masing-masing komfonennya; selanjutnya diterapkan aturan semantik yang sesuai menentukan nilai kebenaran dari keseluruhan sentence.

$F: \text{if } (P \text{ and } (\text{not } Q)) \text{ then } ((\text{not } P) \text{ or } R)$

Universitas Gadjah Mada 8



Maka aturan-aturan semantik bisa digunakan. untuk menentukan nilai kebenaran dan suatu kalimat F di bawah interpretasi yang diberikan sebagai berikut:

Karena Q bernilai false, maka dengan aturan **not** diperoleh bahwa

$(\text{not } Q)$  bernilai true.

Karena P bernilai true dan  $(\text{not } Q)$  bernilai true, maka dengan menggunakan aturan and diperoleh bahwa

$(P \text{ and } (\text{not } Q))$  bernilai true.

Karena P bernilai true, maka dengan aturan not diperoleh bahwa


$(\text{not } P)$  bernilai false.

Karena  $(\text{not } P)$  bernilai false dan R bernilai false, maka dengan menggunakan aturan or diperoleh bahwa

$((\text{not } P) \text{ or } R)$  bernilai false.

Karena  $(P \text{ and } (\text{not } Q))$  bernilai true dan  $((\text{not } P) \text{ or } R)$  bernilai false, maka dengan aturan **if-then** diperoleh nilai kebenaran dari kalimat keseluruhan

$\text{if}(P \text{ and } (\text{not } Q)) \text{ then } ((\text{not } P) \text{ or } R)$

bernilai false. 

#### 1.4 Sifat-sifat Kalimat Sentence Properties

Berikut adalah pengertian-pengertian secara tepat (precisefy) tentang sifat-sifat kalimat:

**Definisi** (*valid, satisfiable, contradictory, implies, equivalent, consistent*)

- Suatu kalimat F dikatakan valid jika F bernilai true di bawah (under) setiap interpretasi untuk F. Kalimat valid dalam logika proposisional kadang-kadang disebut tautologies.
- Suatu kalimat F dikatakan satisfiable jika F bernilai true di bawah suatu interpretasi untuk F.
- Suatu kalimat F dikatakan contradictory (atau unsatisfiable) jika F bernilai false di bawah setiap interpretasi untuk F.
- Suatu kalimat F implies kalimat G jika untuk setiap interpretasi I sekaligus untuk F dan G. Jika F bernilai true di bawah I maka G juga bernilai true di bawah I.
- Dua kalimat F dan G dikatakan equivalent jika di bawah setiap interpretasi I untuk F dan G, F mempunyai nilai kebenaran sama dengan nilai kebenaran G
- Suatu kumpulan kalimat-kalimat F1, F2, ... dikatakan consistent jika ada beberapa interpretasi untuk F1, F2, ... di mana masing-masing F1 bernilai true.

Perhatikan ilustrasi berikut:

Kalimat

$P \text{ or } (\text{not } P)$

merupakan kalimat satisfiable sekaligus valid, karena kalimat tersebut bernilai true di bawah setiap interpretasi untuk kalimat tersebut. Pada umumnya, kalimat valid juga sekaligus satisfiable.

Sebaliknya kalimat

$P \text{ and } (\text{not } P)$

merupakan kalimat contradictory, karena kalimat tersebut bernilai false untuk setiap interpretasi untuk kalimat tersebut, tanpa memperhatikan nilai apa yang diberikan oleh  $I$  pada simbol proposisional  $P$ .

Kalimat  $(P \text{ and } Q)$  implies kalimat  $P$ , karena di bawah setiap interpretasi untuk kedua kalimat tersebut, jika  $(P \text{ and } Q)$  bernilai true;  $P$  juga bernilai true.

Dua kalimat  $P$  dan  $\text{not } (\text{not } P)$  merupakan dua kalimat equivalent karena keduanya selalu mempunyai nilai kebenaran sama di bawah setiap interpretasi untuk kedua kalimat tersebut.

Kumpulan kalimat-kalimat  $P$ ,  $(P \text{ or } Q)$ ,  $\text{not } Q$  mempunyai sifat consistent, karena ada suatu interpretasi untuk kalimat-kalimat tersebut yang menyebabkan semuanya bernilai true. Pengertian-pengertian di atas, semuanya bisa di-paraphrase (diuraikan) dalam terms (suku-suku) validitas. Untuk menjelaskannya, di sini diperkenalkan suatu terminologi tak-resmi (informal terminology) seperti

$A \text{ precisely when } B$

untuk menunjukkan bahwa  $A$  bernilai true jika  $B$  bernilai true dan  $B$  bernilai true jika  $A$  bernilai true. (Perhatikan, bahwa precisely when berbeda dengan equivalen).

- Catatan – Remark (satisfiable and valid)  
Suatu kalimat  $F$  satisfiable precisely when negasinya ( $\text{not } F$ ) tidak valid.
- Catatan Remark (contradictory and valid)  
Suatu kalimat  $F$  contradictory precisely when negasinya ( $\text{not } F$ ) valid.
- Catatan Remark (implies and valid)  
Untuk dua kalimat  $F$  dan  $G$ ,  $F$  implies  $G$  precisely when kalimat  $(F \text{ then } G)$  valid.
- Catatan – Remark (equivalent and valid)  
Dua kalimat  $F$  dan  $G$  equivalent precisely when kalimat  $(F \text{ if and only if } G)$  valid.
- Catatan Remark (equivalent and implies)  
Dua kalimat  $F$  dan  $G$  equivalent precisely when  $F$  implies  $G$  dan  $G$  implies  $F$ .
- Catatan - Remark (consistent and satisfiable)  
Sebuah kumpulan berhingga kalimat-kalimat  $F_1, F_2, \dots, F_n$  consistent precisely when konjungsi mereka  $(F_1 \text{ and } (F_2 \text{ and } \dots \text{ and } (F_n \text{ if } I_1 \text{ and } F_1, \dots)))$  satisfiable.

Karena diketahui bahwa satisfiabilitas (satisfiability) bisa diekspresikan dalam term-term validitas, ini memperlihatkan bahwa konsistensi bisa juga diekspresikan dalam term-term validitas.

Sering kali tidak selalu mudah untuk melihat apakah suatu kalimat adalah valid atau tidak; sebagai contoh perhatikan kalimat.

$$\text{if } \left( \left( \left( \text{if } P_1 \text{ then } (P_2 \text{ or } P_3) \text{ else } (P_3 \text{ or } P_4) \right) \text{ and } \left( \left( \text{if } P_3 \text{ then } (\text{not } P_6) \text{ else } (\text{if } P_4 \text{ then } P_1) \right) \text{ and } \left( \text{not}(P_2 \text{ and } P_5) \text{ and } (\text{if } P_2 \text{ then } P_5) \right) \right) \right) \right) \text{ then } \text{not}(\text{if } P_3 \text{ then } P_6).$$

Kalimat ini sebenarnya valid, meskipun tidak mudah untuk mengenali validitas-nya pada pengamatan pertama.

### 1.5 Tabel Kebenaran Truth table

Cara yang paling jelas (straight forward) untuk menentukan validitas suatu kalimat adalah dengan suatu analisa kasus lengkap dan nilai-nilai kebenaran yang mungkin diberikan pada simbol-simbol proposisionalnya.

Sehingga untuk kalimat yang hanya memuat simbol-simbol proposisional P dan Q akan ada empat kemungkinan interpretasi yang perlu kita perhatikan, yaitu:

P bernilai true dan Q bernilai true

P bernilai true dan Q bernilai false

P bernilai false dan Q bernilai true

P bernilai false dan Q bernilai false

Proses semacam ini difasilitasi dengan suatu tabel yang disebut tabel kebenaran. Sebagai contoh, misalnya diketahui kalimat berikut:

F: not (P or Q) if and only if ((not P) and (not Q))

Maka tabel kebenaran yang bersesuaian dengan kalimat F di atas bisa dilihat pada Tabel 1.5 berikut. Tabel 1.5 Tabel kebenaran untuk kalimat not (P or Q) if and only if ((not P) and (not Q))

$P$	$Q$	$P \text{ or } Q$	$\text{not } (P \text{ or } Q)$	$\text{not } P$	$\text{not } Q$	$(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$	F
true	true	true	false	false	false	false	true
true	false	true	false	false	true	false	true
false	true	true	false	true	false	false	true
false	false	false	true	true	true	true	true

Dua kolom paling kiri tabel berisi empat kemungkinan pemberian nilai kebenaran pada P dan Q. Untuk masing-masing interpretasi kita isikan nilai-nilai kebenaran dan kalimat-kalimat bagian dan F. Nilai kebenaran dalam masing-masing kolom ditentukan dan nilai-nilai kebenaran kolom sebelumnya dengan menerapkan aturan semantik untuk connective yang bersesuaian. Kolom terakhir memperlihatkan nilai kebenaran dan keseluruhan kalimat. Karena F bernilai true untuk masing-masing kasus, maka kita bisa menyimpulkan bahwa F valid.

Sebaliknya, jika diketahui kalimat

G : if (if P then Q) then (if (not P) then (not Q)),

maka tabel yang bersesuaian dengan kalimat G bisa dilihat pada Tabel 1.6 berikut.

Tabel 1.6 Tabel kebenaran untuk kalimat if (if P then Q) then (if (not F) then (not Q))

$P$	$Q$	$\text{if } P \text{ then } Q$	$\text{not } P$	$\text{not } Q$	$\text{if } (\text{not } Q) \text{ then } (\text{not } P)$	G
true	true	true	false	false	true	true
true	false	false	false	true	false	false
false	true	true	true	false	true	true
false	false	true	true	true	true	true

Dengan hanya melihat kolom terakhir dari tabel kebenaran di atas, bisa disimpulkan bahwa kalimat Q tidak valid karena hanya bernilai true dalam tiga kasus, tapi bernilai false dalam kasus di mana P bernilai false dan Q bernilai true.

Teknik yang satu bisa digunakan untuk menentukan apakah suatu kalimat contradictory. Dari tabel kebenaran-nya suatu kalimat dikatakan contradictory jika kolom terakhir-nya berisi nilai-nilai false dalam setiap kasus.

Secara serupa, kita bisa menentukan apakah dua kalimat ekuivalen atau tidak dengan menentukan tabel kebenaran untuk masing-masing kalimat secara terpisah, termasuk untuk masing-masing tabel dan semua simbol proposisional di mana ia muncul dalam kalimat. Dua kalimat dikatakan ekuivalen jika isi kolom-kolom terakhir dan tabel-tabel yang bersesuaian dengan kalimat yang dibandingkan semuanya identik (sama).

Sehingga dengan membandingkan kolom-kolom terakhir dan Tabel 1.7, kita bisa menentukan bahwa kalimat-kalimat

$\text{not } (P \text{ or } Q)$

dan

$(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$

adalah ekuivalen.

Tabel 1.7 Tabel kebenaran untuk dua kalimat  $\text{not } (P \text{ or } Q)$  dan  $(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$

$P$	$Q$	$P \text{ or } Q$	$\text{not } (P \text{ or } Q)$	$\text{not } P$	$\text{not } Q$	$(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$
true	true	true	false	false	false	false
true	false	true	false	false	true	false
false	true	true	false	true	false	false
false	false	false	true	true	true	true

Cara lain, sebagaimana yang telah disebutkan di depan, kita bisa menentukan apakah suatu kalimat  $F$  contradictory dengan mengecek apakah kalimat  $(\text{not } F)$  tidak valid; secara serupa kita bisa menentukan apakah dua kalimat  $F$  dan  $G$  ekuivalen dengan mengecek apakah kalimat  $(F \text{ if and only if } G)$  valid. Karena telah ditunjukkan sebelumnya bahwa, kalimat

$$[\text{not } (P \text{ or } Q)] \text{ if and only if } [(\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)]$$

adalah valid, maka bisa langsung disimpulkan bahwa dua kalimat

$$\text{not } (P \text{ or } Q) \quad \text{dan} \quad (\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)$$

adalah ekuivalen.

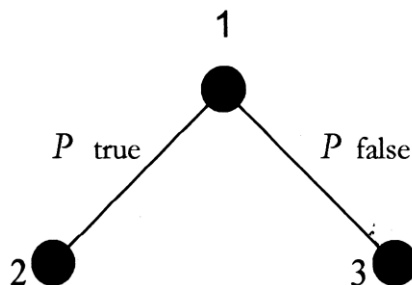
## 1.6 Pohon Semantik - Semantic Tree

Metode lain untuk pengujian (*testing*) validitas suatu kalimat adalah semantic-tree technique, yang lebih efisien dibanding dengan metode *truth-table*. Teknik semantic-tree ini akan diilustrasikan dengan suatu contoh. Perhatikan bahwa kalimat

$$G : \text{if}(\text{if } P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if } (\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$$

Adalah valid.

Perhatikan dua kemungkinan nilai-nilai kebenaran untuk  $P$ , yang mewakili pemilihan dalam bentuk tree.



Dalam semantic tree di samping, ditunjukkan bahwa  $P$  bernilai true dalam node 2, yaitu dengan menandai setiap pemunculan  $P$  dalam kalimat  $G$  dengan huruf T (dari true).

**Node 2 :**  $\text{if}(\text{if } P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

T

T

Mulai dari P, selanjutnya tentukan nilai kebenaran untuk kalimat-kalimat bagian Q yang lebih besar. Meskipun P bernilai true, aturan if-then belum bisa digunakan untuk menentukan nilai kebenaran antecedent (if P then Q) dengan tanpa mengetahui nilai kebenaran Q. Karena P true, maka nilai kalimat bagian (not P) adalah false (dengan aturan nol); yaitu

**Node 2** :  $\text{if } (P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

T                      F   T

Karena (not P) false, maka dengan aturan if then consequent (if (not P) then (not Q)) bernilai true, meskipun tidak diketahui apakah (not Q) bernilai true atau false.

Sehingga diperoleh

**Node 2** :  $\text{if } (P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

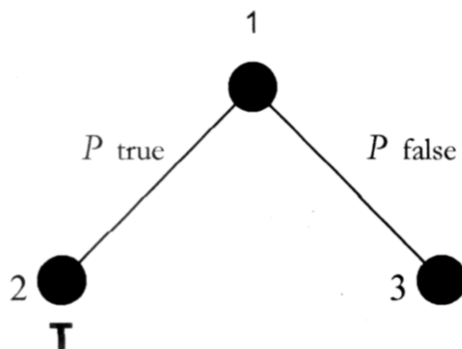
T                      T F   T

Karena consequent if(not F) then (not Q)) true, maka keseluruhan kalimat G bernilai true, yaitu:

**Node 2** :  $\text{if } (P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

T   T                      T F   T

Dari hasil analisa ini, selanjutnya bisa dirangkum dalam bentuk *tree* sebagai berikut:



Sampai di sini telah diperlihatkan bahwa nilai G di node 2 adalah true dengan menandai node dengan T.

Analisa selanjutnya adalah pada node 3, di mana P bernilai false.

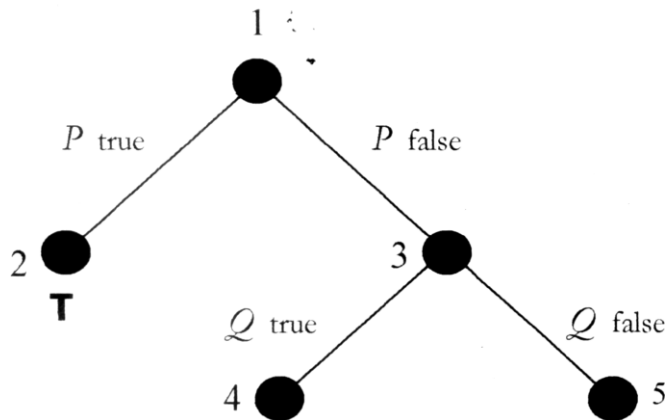
**Node 3** :  $\text{if } (P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

F                      F

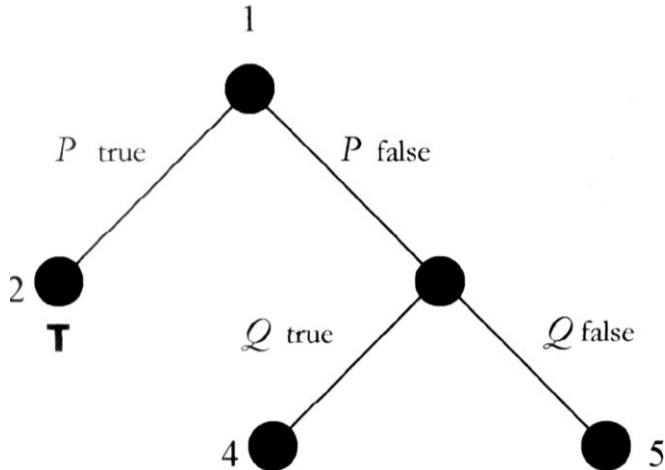
Karena P bernilai false, kalimat-kalimat bagian (if P then Q) dan (not P) keduanya bernilai true masing dengan aturan if-then dan not); yaitu diperoleh

**Node 3** :  $\text{if } (P \text{ then } Q) \text{ then } (\text{if}(\text{not } P) \text{ then } (\text{not } Q))$

T F                      T   F



Sayangnya jika antecedent dari suatu implikasi bernilai true, aturan if-then belum bisa digunakan untuk menentukan nilai kebenaran suatu implikasi tanpa terlebih dahulu mengetahui apakah consequent nya bernilai true atau false. Sehingga tanpa dengan mengetahui apakah (not Q) bernilai true atau false, nilai kebenaran dan consequent (if (not P) then (not Q)) belum bisa ditentukan, dan tentunya tanpa dengan mengetahui nilai kebenaran dan consequent (if (not P) then (not Q)) kita belum bisa menentukan nilai kebenaran dan keseluruhan kalimat G. Oleh karena itu analisa kita di node 3 disebut inconclusive.



Mulai dari node 3 (untuk kasus di mana P bernilai false), kita perhatikan dua kemungkinan kebenaran untuk Q yaitu :

Pada node 4, Q bernilai true, maka dengan menerapkan aturan-aturan not dan if-then, diperoleh sebagai berikut

**Node 4 :** *if (if P then Q) then (if(not P) then (not Q))*

$F \quad \perp \quad F \quad T \quad \perp \quad T \quad F \quad F \quad T$

Singkatnya nilai kebenaran kalimat G di node 4 adalah false.

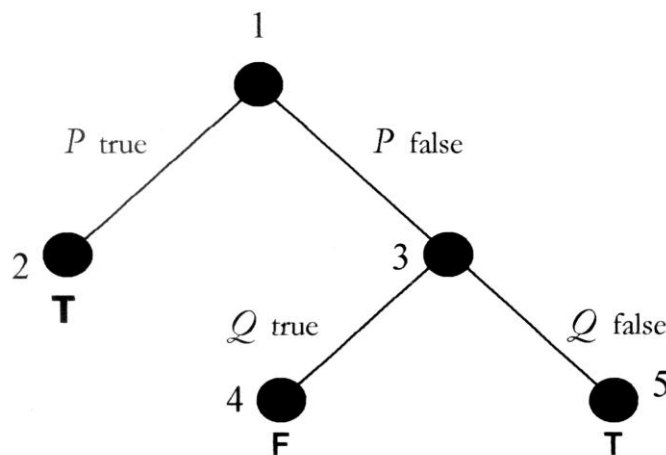
Sebaliknya, pada node 5, Q bernilai false. Sehingga dengan menerapkan aturan-aturan semantik seperti sebelumnya, maka diperoleh

**Node 4 :** *if (if P then Q) then (if(not P) then (not Q))*

T F F T F T F

Sehingga kalimat G bernilai true pada **node 5**.

Rangkuman hasil-hasil dari analisa di atas diperoleh semantic tree untuk kalimat G sebagai berikut:



Dengan mengamati terhadap semantic tree yang dihasilkan, maka bisa disimpulkan bahwa G tidak valid. Node 4 berlabel F, menandakan bahwa kalimat G bernilai false di bawah tasi yang bersesuaian, dalam hal ini P bernilai false dan Q bernilai true.

Jika dijumpai bahwa kalimat bernilai true di akhir setiap cabang (branch) dan tree (yaitu, jika node akhir berlabel T), disimpulkan bahwa kalimatnya valid.

### 1.7.Pembuktian dengan Falsifikasi - Proof by falsicification

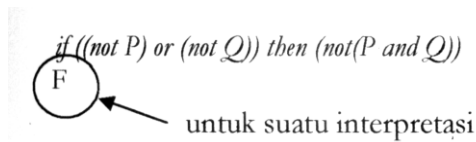
Suatu metode alternatif untuk pengujian validitas kalimat disebut proof falsification. Seperti biasa perhatikan kalimat berikut:

E: *if ((not P) or (not Q)) then (not(P and Q))*

Selanjutnya akan diperlihatkan bahwa kalimat E *valid*.

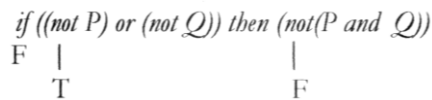
Pertama-tama diandaikan E tidak valid, berarti E bernilai false di bawah suatu interpretation I hal ini kita tunjukkan dengan memberi catatan (*annotation*) di bawah konektif if dengan huruf F.





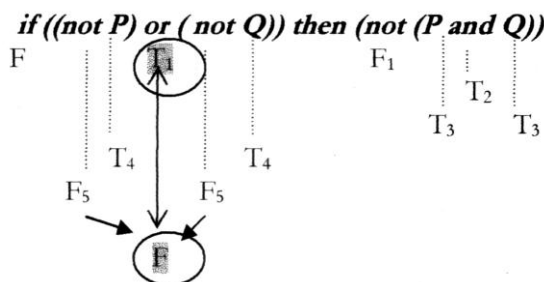
Kemudian dengan aturan-aturan., konektif akan diusahakan untuk bisa menunjukkan suatu kontradiksi, yaitu untuk memperlihatkan bahwa kejadian ini tidak boleh terjadi.

Dengan aturan if-then, antecedent  $((\text{not } P) \text{ or } (\text{not } Q))$  dan consequent  $(\text{not}(P \text{ and } Q))$  masing-masing mempunyai nilai kebenaran true dan false di bawah interpretasi I, yaitu



Nilai kebenaran dari antecedent  $((\text{not } P) \text{ or } (\text{not } Q))$  tidak bisa digunakan untuk menentukan nilai-nilai kebenaran dan kalimat-kalimat bagiannya  $(\text{not } P)$  dan  $(\text{not } Q)$  secara tunggal (ingat aturan or).

Karena consequent  $(\text{not}(P \text{ and } Q))$  bernilai false, kalimat bagiannya  $(P \text{ and } Q)$  bernilai true. Kemudian dengan menerapkan aturan and, maka kedua simbol proposisional  $P$  dan  $Q$  masing-masing bernilai true. Sehingga



*Keterangan :* indeks menunjukkan urutan penurunan.

(Yang diarsir menandakan suatu kontradiksi). Berarti telah terjadi pertentangan (contradiction) dengan asumsi awal, yaitu bahwa kalimat E bernilai false di bawah suatu interpretasi I. Dengan kata lain asumsi yang dibuat tidak benar, berarti E valid.

### 1.8 Skema Kalimat Valid - Valid Sentence Schemata

Dalam bagian ini akan digunakan sentences sebagai satu kesatuan dengan simbol-simbol script E, G, H, ada menggunakan simbol-simbol proposisional biasa P, Q R S... . Simbol-simbol semacam ini bisa mewakili sebarang kalimat dalam propositional logic. Sebagai contoh, apabila F or (not F) adalah valid, maka bisa untuk menyimpulkan bahwa kalimat-kalimat

$P \text{ or } (\text{not } P), Q \text{ or } (\text{not } Q), (P \text{ and } Q) \text{ or } (\text{not}(P \text{ and } Q)),$

dan keluarga tak-hingga (infinitely families) dan kalimat-kalimat yang lain semuanya valid. Secara tidak sentences semacam ini akan disebut sebagai sentence schema (atau skema kalimat).

## Katalog Catalog

Dalam bagian ini kami akan menyajikan katalog beberapa skema kalimat valid yang sangat penting.

- Kalimat-kalimat valid dasar

$$F \text{ if and only } F$$

$$F \text{ or } (\text{not } F)$$

$$\text{if } F \text{ then } F$$

$$\text{if } (F \text{ and } G) \text{ then } F$$

$$\text{if } F \text{ then } (F \text{ or } G)$$

$$F \text{ and } (F \text{ or } G) \text{ if and only if } F$$

$$F \text{ or } (F \text{ and } G) \text{ if and only if } F$$

$$(\text{if } F \text{ then } G \text{ else } G) \text{ if and only } G$$

- Aturan true-false

$$\text{true}$$

$$\text{not false}$$

$$F \text{ or true}$$

$$\text{not}(F \text{ and false})$$

$$\text{If false then } F$$

$$\text{if } F \text{ then true}$$

$$(F \text{ or false}) \text{ if and only if } F$$

$$(F \text{ and true}) \text{ if and only if } F$$

$$(\text{if true then } F) \text{ if and only if } F$$

$$(\text{if true then } F \text{ else } G)$$

$$(\text{if false then } F \text{ else } G)$$

$$\text{if and only if } F$$

$$\text{if and only if } G$$

$$(\text{true if and only if } F)$$

$$(\text{false if and only if } F)$$

$$\text{if and only if } F$$

$$\text{if and only if } (\text{not } F)$$

- Komutatifitas

$$(F \text{ and } G)$$

$$(F \text{ or } G)$$

$$\text{if and only if}$$

$$\text{if and only if}$$

$$(G \text{ and } F)$$

$$(G \text{ or } F)$$

$$(F \text{ if and only if } G) \text{ if and only if } (G \text{ if and only if } F)$$

- Asosiatifitas

$$((F \text{ and } G) \text{ and } H)$$

$$((F \text{ or } G) \text{ or } H)$$

$$\text{if and only if}$$

$$\text{if and only if}$$

$$(F \text{ and } (G \text{ and } H))$$

$$(F \text{ or } (G \text{ or } H))$$

$(F \text{ if and only if } G) \text{ if and only if } H$   
 $\text{if and only if}$   
 $F \text{ if and only if } (G \text{ if and only if } H)$

- Transifitas

$\text{if } [(if F \text{ then } G) \text{ and } (if G \text{ then } H)]$   
 $\text{then } if F \text{ then } H$

$\text{if } [(F \text{ if and only if } G) \text{ and } (G \text{ if and only if } H)]$   
 $\text{then } F \text{ if and only if } H$

- Hukum Kontrapositif

$(if F \text{ then } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if (not G) \text{ then } (not F))$

$(F \text{ if and only if } G) \text{ if and only if } ((not F) \text{ if and only if } (not G))$

$(if (not F) \text{ then } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if (not G) \text{ then } F)$

- Distributifitas

$(F \text{ and } (G \text{ or } H))$   
 $\text{if and only if}$   
 $((F \text{ and } G) \text{ or } (F \text{ and } H))$

$(F \text{ or } (G \text{ and } H))$   
 $\text{if and only if}$   
 $((F \text{ or } G) \text{ and } (F \text{ or } H))$

$(if (F \text{ or } G) \text{ then } H)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if F \text{ then } H) \text{ and } (if G \text{ then } H)$

$(if F \text{ then } (G \text{ or } H))$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if F \text{ then } G) \text{ or } (if F \text{ then } H)$

$(if (F \text{ and } G) \text{ then } H)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if F \text{ then } H) \text{ or } (if G \text{ then } H)$

$(if F \text{ then } (G \text{ and } H))$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if F \text{ then } G) \text{ and } (if F \text{ then } H)$

$(if (F \text{ and } G) \text{ then } H) \text{ if and only if } (if F \text{ then } (if G \text{ then } H))$

- Aturan negasi

$not (not F)$   
 $\text{if and only if}$   
 $F$

$not (F \text{ and } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $((not F) \text{ or } (not G))$

$not (F \text{ or } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $((not F) \text{ and } (not G))$

$not (if F \text{ then } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(F \text{ and } (not G))$

$not (if F \text{ then } G \text{ else } H)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(if F \text{ then } (not G) \text{ else } (not H))$

$not(F \text{ if and only if } G)$   
 $\text{if and only if}$   
 $(F \text{ if and only if } (not G))$

- Hukum Reduksi

$(if F \text{ then } G) \text{ if and only if } ((not F) \text{ or } G)$

$(if F \text{ then } G \text{ else } H)$   
 $\text{if and only if}$   
 $[(F \text{ and } G) \text{ or } ((not F) \text{ and } H)]$

$(if F \text{ then } G \text{ else } H)$   
 $\text{if and only if}$   
 $[(if F \text{ then } G) \text{ and } (if (not F) \text{ then } H)]$

$$\begin{aligned} & (F \text{ if and only if } G) \\ & \text{if and only if} \\ & [(F \text{ and } G) \text{ or } ((\text{not } F) \text{ and } (\text{not } G))] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (F \text{ if and only if } G) \\ & \text{if and only if} \\ & [(if F \text{ then } G) \text{ and } (if G \text{ then } F)] \end{aligned}$$

## Konjungsi dan Disjungsi Multi Multiple Conjunction and Disjunction

Pembaca mungkin memperhatikan bahwa, karena sifat asosiatifitas maka berlaku  
 $((F \text{ and } G) \text{ and } H \text{ if and only if } (F \text{ and } (G \text{ and } H)))$

Sehingga kalimat-kalimat seperti :

$((P \text{ and } Q) \text{ and } R) \text{ and } S,$

$P \text{ and } (Q \text{ and } (R \text{ and } S)),$

$P \text{ and } ((Q \text{ and } R) \text{ and } S)$

dan seterusnya, semuanya ekuivalen. Untuk itu, kadang-kadang pasangan kurung bisa dihilangkan, seperti

$P \text{ and } Q \text{ and } R \text{ and } S.$

Sehingga konjungsi multi (*multiple conjunction*) seperti

$F_1 \text{ and } F_2 \text{ and } F_3 \text{ and... and } F_n$

merupakan cara singkat untuk menuliskan

$((... ((F_1 \text{ and } F_2) \text{ and } F_3) \text{ and...}) \text{ and } F_n).$

Secara serupa, disjungsi multi (*multiple disjunction*) seperti

$F_1 \text{ or } F_2 \text{ or } F_3 \text{ or... or } F_n$

merupakan cara singkat untuk menuliskan

$((... ((F_1 \text{ or } F_2) \text{ or } F_3) \text{ or...}) \text{ or } F_n).$

Selanjutnya bisa diturunkan aturan-aturan semantik untuk konektif-konektif multi berikut:

- **Konjungsi Multi - Multiple Conjunction**

$F_1 \text{ and } F_2 \text{ and } F_3 \text{ and... and } F_n$

bernilai true precisely when masing-masing “konjung” (*conjunct*)-nya  $F_1$  ,  $F_2$ ,  $F_3$  , ... dan  $F_n$  bernilai true.

- **Disjungsi Multi - Multiple Disjunction**

$F_1 \text{ or } F_2 \text{ or } F_3 \text{ or... or } F_n$

bernilai true precisely when paling sedikit satu dari “disjung” (*disjunct*)-nya  $F_1$  ,  $F_2$ , ... dan  $F_n$  bernilai true.

## 1.9 Substitusi -Substitution

Selanjutnya, akan dibedakan antara penggantian keseluruhan (*total substitution*) dengan penggantian sebagian (*partialsubstitution*).

### Substitusi Total - Total Substitution

Operator  $\leftarrow$  memungkinkan melakukan penggantian terhadap semua pemunculan kalimat bagian dari kalimat yang diberikan dengan kalimat bagian lain.

#### Definisi (substitusi total – total substitution)

Jika  $F$ ,  $G$ , dan  $H$  merupakan kalimat-kalimat, maka substitusi total dengan notasi

$$F \leftarrow \{G \leftarrow H\}$$

Merupakan kalimat yang dihasilkan dari penggantian semua pemunculan  $G$  dalam  $F$  dengan  $H$ .

#### Contoh 1.3 (Substitusi total)

Hasil substitusi total berikut

$$\text{Adalah } [(P \text{ and } Q) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } (Q \text{ and } R))] \leftarrow \{Q \leftarrow P \text{ and } S\} \\ (P \text{ and } (P \text{ and } S)) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } ((P \text{ and } S) \text{ and } R))$$

Perhatikan juga bahwa jika kalimat bagian yang akan diganti tidak muncul dalam kalimat, substitusi tidak akan berpengaruh.

Sehingga hasil dari  $[P \text{ and } Q] \leftarrow \{R \leftarrow S\}$  adalah  $P \text{ and } Q$ .

#### Catatan - Remark(konjungsi dan disjungsi multi)

Dalam menerapkan operator substitusi, kita harus mengingat kembali bahwa konjungsi multi

$$F_1 \text{ and } F_2 \text{ and } \dots \text{ and } F_n$$

merupakan cara tulis singkat untuk kalimat  $(\dots (F_1 \text{ and } F_2) \text{ and } \dots \text{ and } F_n)$ .

Oleh karena itu kalimat  $[P \text{ and } Q \text{ and } R] \leftarrow \{(P \text{ and } Q) \leftarrow S\}$

maksudnya adalah  $[(P \text{ and } Q) \text{ and } R] \leftarrow \{(P \text{ and } Q) \leftarrow S\}$ .

Sehingga hasilnya adalah kalimat  $S \text{ and } R$ .

Akan tetapi, oleh karena itu kalimat  $[(P \text{ and } Q) \text{ and } R] \leftarrow \{(Q \text{ and } R) \leftarrow S\}$

Menghasilkan  $(P \text{ and } Q \text{ and } R)$ , yaitu kalimat itu sendiri. Karena  $(Q \text{ and } R)$  tidak muncul dalam kalimat.

Catatan serupa juga berlaku untuk disjungsi multi.

$$F_1 \text{ or } F_2 \text{ or } \dots \text{ or } F_n$$

Operator substitusi  $\leftarrow$  mempunyai sifat-sifat sederhana berikut:

$$F \leftarrow \{F \leftarrow H\} \text{ adalah } H$$

$$F \leftarrow \{G \leftarrow H\} \text{ adalah } F \text{ jika } G \text{ tidak muncul dalam } F.$$

Operator substitusi  $\triangleleft$  bisa didistribusikan atas komponen-komponen dalam kalimat. Atau secara lebih tepatnya, perhatikan

Jika  $(\text{not } F)$  berbeda dengan  $G$ ; maka  $(\text{not } F) \triangleleft \{G \leftarrow H\}$  adalah  $\text{not}(F \triangleleft \{G \leftarrow H\})$ .

Jika  $(F_1 \text{ and } F_2)$  berbeda dengan  $G$ ; maka  $(F_1 \text{ and } F_2) \triangleleft \{G \leftarrow H\}$  adalah  $(F_1 \triangleleft \{G \leftarrow H\}) \text{ and } (F_2 \triangleleft \{G \leftarrow H\})$ .

### Substitusi Parsial Partial Substitution

Operator yang analog dengan  $\triangleleft$  yaitu  $\triangleleft$  memungkinkan kita untuk mengganti beberapa, tetapi tidak perlu semuanya, pemunculan-pemunculan kalimat bagian-kalimat bagian dari kalimat yang diberikan dengan kalimat yang lain.

### Definisi (substitusi parsial partial substitution)

Jika  $F$ ,  $G$ , dan  $H$  merupakan kalimat-kalimat, maka substitusi parsial dengan notasi

$$F \triangleleft \{G \leftarrow H\}$$

Merupakan kalimat yang dihasilkan dari *penggantian nol, atau satu, atau dua, ..., atau semua* pemunculan  $G$  dalam  $F$  dengan  $H$ .

Ini agak bertentangan dengan operator substitusi total

$$F \triangleleft \{G \leftarrow H\},$$

operator substitusi  $F \triangleleft \{G \leftarrow H\}$  parsial tidak perlu menunjukkan suatu kalimat tertentu, melainkan bisa menunjuk beberapa kalimat.

### Contoh 1.4 (Substitusi parsial)

Perhatikan substitusi parsial berikut

$$[(P \text{ and } Q) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } (Q \text{ and } R))] \triangleleft \{Q \leftarrow P \text{ and } S\}$$

Hasilnya adalah

$(P \text{ and } Q) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } (Q \text{ and } R))$	$\{ \text{not pemunculan } G \text{ dengan } H \}$
$(P \text{ and } (P \text{ and } S)) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } (Q \text{ and } R))$	$\{ \text{satu pemunculan pertama } Q \text{ diganti dengan } (P \text{ and } S) \}$
$(P \text{ and } Q) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } ((P \text{ and } S) \text{ and } R))$	$\{ \text{satu pemunculan kedua } Q \text{ diganti dengan } (P \text{ and } S) \}$
$(P \text{ and } (P \text{ and } S)) \text{ or } (if (P \text{ or } R) \text{ then } ((P \text{ and } S) \text{ and } R))$	$\{ \text{semua pemunculan } Q \text{ diganti dengan } (P \text{ and } S), \text{ yaitu hasil substitusi total} \}$

### Catatan - Remark

Untuk sebarang kalimat-kalimat  $F$ ,  $G$ , dan  $H$ , kalimat yang ditunjukkan oleh substitusi total

$$F \blacktriangleleft \{G \leftarrow H\}$$

merupakan salah satu kalimat yang mungkin ditunjuk oleh substitusi parsial

$$F \triangleleft \{G \leftarrow H\}$$

Ini karena kalimat yang diperoleh dengan mengganti semua pemunculan G dalam F dengan H adalah salah satu dari kalimat-kalimat yang diperoleh dengan mengganti nol, satu, atau lebih pemunculan dari G dalam F dengan H.

Operator substitusi parsial  $\triangleleft$  adalah invertible dalam arti bahwa salah satu dari hasil-hasil yang mungkin dari substitusi parsial

$$(F \triangleleft \{G \leftarrow H\}) \triangleleft \{H \leftarrow G\}$$

adalah F sendiri. Sebagai contoh,

$$P \text{ or } Q$$

adalah salah satu hasil yang mungkin dari

$$[[P \text{ or } Q] \triangleleft \{P \leftarrow Q\}] \triangleleft \{Q \leftarrow P\}.$$

Sebaliknya, operator substitusi total  $\blacktriangleleft$  adalah tidak-invertible. Sebagai contoh, perhatikan bahwa

$$[[P \text{ or } Q] \blacktriangleleft \{P \leftarrow Q\}] \blacktriangleleft \{Q \leftarrow P\}$$

adalah  $P \text{ or } P$ , dan bukan  $(P \text{ or } Q)$ .

Selanjutnya, jika dua operator bersama-sama juga mempunyai sifat bahwa salah satu dari substitusi yang mungkin dari  $(F \blacktriangleleft \{G \leftarrow H\}) \triangleleft \{H \leftarrow G\}$  adalah F sendiri.

Sebagai contoh satu dari hasil-hasil yang mungkin dari substitusi

$$[[P \text{ or } Q] \blacktriangleleft \{P \leftarrow Q\}] \triangleleft \{Q \leftarrow P\}$$

adalah  $P \text{ or } Q$ .

- **Substitusi Multi - Multiple Substitution**

Substitusi multi merupakan perluasan dari substitusi tunggal (atau substitusi saja, yang akan dibahas dalam bagian sebelumnya). Dengan substitusi multi, bisa dilakukan penggantian untuk dua atau lebih kalimat bagian dalam suatu kalimat dengan kalimat bagian-kalimat bagian lain.

Penggantian terhadap masing-masing kalimat bagian dilakukan secara bersamaan (*simultaneously*). Sebagaimana dalam substitusi tunggal, dalam substitusi banyak juga dibedakan antara substitusi total dan substitusi parsial.

- **Substitusi Multi Total Total Multiple Substitution**

Jika  $F, G_1, G_2, \dots, G_m$ , dan  $H_1, H_2, \dots, H_m$  merupakan kalimat-kalimat, maka substitusi total dengan notasi

$$F \triangleleft \left\{ \begin{array}{l} G_1 \leftarrow H_1 \\ G_2 \leftarrow H_2 \\ \vdots \\ G_m \leftarrow H_m \end{array} \right\}$$

merupakan kalimat yang dihasilkan dan penggantian semua pemunculan  $G_1, G_2, \dots, G_m$  dalam  $F$  masing-masing dengan  $H_1, H_2, \dots, H_m$ .

Sebagai contoh, perhatikan substitusi berikut

$$\left( \begin{array}{l} \text{if } (P \text{ and } (Q \text{ or } R)) \\ \text{then } ((P \text{ and } Q) \text{ or } R) \\ \text{else } (P \text{ and } Q \text{ or } R) \end{array} \right) \triangleleft \left\{ \begin{array}{l} P \leftarrow P \text{ and } Q \\ R \leftarrow Q \text{ or } R \\ P \text{ and } Q \leftarrow P \\ Q \text{ or } R \leftarrow Q \end{array} \right\}$$

Hasil dari substitusi tersebut adalah kalimat *if((P and Q) and Q) then (P or R) else (P or R)*

- **Substitusi Multi Parsial - Partial Multiple Substitution**

Secara serupa, substitusi parsial multi didefinisikan sebagai berikut.

Jika  $F, G_1, G_2, \dots, G_m$  dan  $H_1, H_2, \dots, H_m$  merupakan kalimat-kalimat, maka substitusi parsial dengan notasi.

$$F \triangleleft \left\{ \begin{array}{l} G_1 \leftarrow H_1 \\ G_2 \leftarrow H_2 \\ \vdots \\ G_m \leftarrow H_m \end{array} \right\}$$

merupakan kalimat yang dihasilkan dari *penggantian nol satu, ..., atau semua pemunculan*  $G_1, G_2, \dots, G_m$  dalam  $F$  masing-masing dengan  $H_1, H_2, \dots, H_m$ .

Sebagai contoh, perhatikan substitusi parsial berikut



$$\left( \begin{array}{l} \text{if } P \\ \text{then if } (Q \text{ or } P) \\ \text{then } (Q \text{ or } R) \end{array} \right) \triangleleft \left( \begin{array}{l} P \leftarrow R, \\ (Q \text{ or } R) \leftarrow (not R) \end{array} \right)$$

bisa menunjukkan sebarang kalimat-kalimat, meliputi

<i>if R</i>	
<i>then if (Q or P)</i>	{mengganti pemunculan pertama dan P}
<i>then (Q or R)</i>	
<i>if P</i>	{mengganti pemunculan (Q or R)}
<i>then if (Q or P)</i>	
<i>then (not R)</i>	
<i>if R</i>	
<i>then if (Q or P)</i>	{mengganti pemunculan pertama dari P, dan
<i>then (not R)</i>	pemunculan (Q or R) }
<i>if R</i>	
<i>then if (Q or R)</i>	{mengganti kedua pemunculan pertama dari P, dan
<i>then (not R)</i>	pemunculan Q or R)}

Secara keseluruhan, substitusi parsial di atas bisa menunjukkan delapan kalimat. Perhatikan bahwa, penggantian-penggantian dalam substitusi multi dilakukan secara simultan dalam sam tahap. Sehingga hasil dan substitusi total

$$P \triangleleft \left\{ \begin{array}{l} P \leftarrow Q \\ Q \leftarrow R \end{array} \right\}$$

adalah kalimat Q (ingat bukan K). Berbeda dengan substitusi total berulang

$$[P \triangleleft \{P \leftarrow Q\}] \triangleleft \{Q \leftarrow R\} \text{ hasilnya adalah kalimat R.}$$

Bagaimana dengan substitusi total berikut :

$$[P \text{ or } Q] \triangleleft \left\{ \begin{array}{l} P \leftarrow R \\ (P \text{ or } Q) \leftarrow S \end{array} \right\}$$

Dalam kasus ini, kalimat bagian P muncul dalam kalimat bagian (P or Q), dan keduanya akan diganti. Menurut kesepakatan (aturan), bahwa kalimat bagian paling besar (*outermost subsentence*), dalam hal ini (P or Q) adalah kalimat bagian yang terpilih untuk diganti. Sehingga, hasil dari substitusi total di atas adalah kalimat S dan bukan kalimat (R or Q).

### 1.10 Interpretasi Diperluas Extended Interpretation

#### Definisi (interpretasi d'perluas extended Interpretation)

Jika  $I$  adalah suatu interpretasi,  $p$  merupakan sebarang simbol proposisional, dan  $\pi$  suatu nilai kebenaran (yaitu, true atau false), maka interpretasi diperluas (*extended interpretation*)

$$\langle p \leftarrow \tau \rangle o I$$

interpretasi yang memberi nilai  $\tau$  ke  $p$  dan yang memberi ke semua simbol-simbol proposisional selain  $p$  dengan nilai-nilai kebenaran sama seperti nilai-nilai kebenaran yang diberikan  $I$  pada semua simbol proposisional selain  $p$  tersebut.

Dengan kata lain,  $I$  dan  $\langle p \leftarrow \tau \rangle o I$  memberi nilai kebenaran yang sama ke simbol-simbol proposisional selain  $p$ .

Perhatikan bahwa, dalam definisi di atas,  $I$  mungkin sudah memberi nilai kebenaran ke  $p$ . Hal ini, nilai sebelumnya diganti dengan nilai yang baru dalam interpretasi diperluas, dengan baru  $p \leftarrow \tau$ . Jelasnya jika  $I$  tidak memberi nilai apapun ke suatu simbol proposisional selain  $p$ , maka bukan interpretasi diperluas.

Sebagai contoh, perbatikan interpretasi  $I$  dengan  $Q \leftarrow \text{true}$  dan  $R \leftarrow \text{false}$ . Maka retasi diperluas, dengan merupakan interpretasi dengan  $P \leftarrow \text{false}$ ,  $Q \leftarrow \text{true}$  dan  $R \leftarrow \text{false}$ . Selanjutnya, interpretasi diperluas  $\langle Q \leftarrow \text{false} \rangle o I$  merupakan interpretasi di mana  $Q \leftarrow \text{false}$ , dan  $R \leftarrow \text{false}$ . Pemberian awal untuk  $Q$  oleh  $I$  telah diganti (superseeded).

Suatu interpretasi bisa diperluas beberapa kali dalam waktu berurutan. Sehingga untuk suatu interpretasi  $I$ , simbol-simbol proposisional  $p_1, p_2, \dots, p_n$  dan nilai-nilai kebenaran  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ , maka notasi

$$\langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle o \langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle o \dots o \langle p_n \leftarrow \tau_n \rangle o I$$

merupakan cara tulis singkat untuk multiply extended interpretation (m.e.i)

$$\langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle o (\langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle o \dots o (\langle p_n \leftarrow \tau_n \rangle o I) \dots).$$

Penjelasan,

jika  $p_1$  dan  $p_2$  berbeda, maka dua multzply extended interpretations berikut

$$\langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle o \langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle o I \text{ dan } \langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle o \langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle o I$$

berbeda untuk sebarang nilai-nilai kebenaran  $\tau_1$  dan  $\tau_2$ . Sebaliknya, jika  $\tau_1$  dan  $\tau_2$  merupakan nilai-nilai kebenaran yang berbeda, maka dua multipliy extended interpretations berikut

$$\langle p \leftarrow \tau_1 \rangle o \langle p \leftarrow \tau_2 \rangle o I \text{ dan } \langle p \leftarrow \tau_2 \rangle o \langle p \leftarrow \tau_1 \rangle o I$$

Berbeda multiply extended interpretation pertama, yaitu  $\langle p \leftarrow \tau_1 \rangle o \langle p \leftarrow \tau_2 \rangle o I$  i

identik dengan  $\langle P \leftarrow \tau \rangle \circ I$ , sementara yang kedua,  $\langle P \leftarrow \tau_2 \rangle \circ \langle P \leftarrow \tau_1 \rangle \circ I$  yaitu identik dengan  $\langle P \leftarrow \tau_2 \rangle \circ I$ .

Sebagai contoh perhatikan lagi suatu interpretasi  $I$  di mana  $Q \leftarrow \text{true}$  dan  $R \leftarrow \text{false}$  maka  $\langle P \leftarrow \text{true} \rangle \circ \langle Q \leftarrow \text{false} \rangle \circ \langle P \leftarrow \text{false} \rangle \circ I$  merupakan interpretasi di mana  $P \leftarrow \text{true}$ ,  $Q \leftarrow \text{false}$ , dan  $R \leftarrow \text{false}$ .

Dalam contoh di atas, conflicting assignments terhadap  $P$  muncul dalam multiply extended interpretation, tetapi pemberian nilai paling kiri, yaitu  $P \leftarrow \text{true}$  menggantikan pemberian nilai paling kanan,  $P \leftarrow \text{false}$ . Demikian juga,  $Q \leftarrow \text{false}$  dalam multiply extended menggantikan pemberian nilai awal ke  $Q$  di bawah  $I$ .

## Kesepakatan - Agreement

### Definisi (Agreement)

Dua interpretasi  $I$  dan  $J$  agree-on suatu kalimat  $F$  apabila:

- Nilai dari  $F$  dibawah  $I$  sama dengan nilai dari  $F$  dibawah  $J$ , atau
- baik  $I$  maupun  $J$  bukan merupakan interpretasi untuk  $F$ .

Sebagai contoh, perhatikan dua interpretasi  $I$  dan  $J$  dengan

$$I: \begin{array}{l} P \leftarrow \text{true} \\ Q \leftarrow \text{false} \end{array} \quad \text{dan} \quad J: \begin{array}{l} P \leftarrow \text{false} \\ Q \leftarrow \text{false} \end{array}$$

Maka  $I$  dan  $J$  agree-on kalimat  $Q$  karena nilai  $Q$  false di bawah masing-masing interpretasi  $I$  dan  $J$ . Demikian interpretasi  $I$  dan  $J$  agree-on kalimat  $R$ , karena baik  $I$  maupun  $J$  bukan merupakan interpretasi untuk  $R$ . Sebaliknya,  $I$  dan  $J$  tidak agree-on kalimat  $P$ , karena  $P$  bernilai true di bawah  $I$  sementara  $P$  bernilai false di bawah interpretasi  $J$ .

Selanjutnya  $I$  dan  $J$  agree-on kalimat  $(P \text{ and } Q)$ , karena kalimat  $(P \text{ and } Q)$  bernilai false di bawah masing-masing interpretasi  $I$  dan  $J$ . Demikian juga  $I$  dan  $J$  agree-on kalimat  $((P \text{ or } ) \text{ and } R)$ , karena baik  $I$  maupun  $J$  bukan merupakan interpretasi untuk kalimat  $((P \text{ or } Q) \text{ and } R)$ . Sebaliknya,  $I$  dan  $J$  tidak agree-on kalimat  $(P \text{ or } Q)$ , karena kalimat  $(P \text{ or } Q)$  bernilai true di bawah  $I$  sementara  $(P \text{ or } Q)$  bernilai false di bawah  $J$ .

### Proposition (agreement)

Apabila dua interpretasi untuk suatu kalimat  $F$  agree-on masing-masing simbol proposisional dan  $F$ , maka dua interpretasi tersebut agree-on  $F$ .

Proposisi ini secara intuitif sangat jelas. Karena dengan menerapkan aturan-aturan semantik yang sama dalam menentukan nilai kebenaran dan  $F$  di bawah masing-masing interpretasi akan menghasilkan nilai kebenaran sama pada setiap tahapan.

Sebagai contoh, perhatikan kalimat  $F: P \text{ or } Q$  dengan interpretasi-interpretasi

$P \leftarrow \text{true}$		$P \leftarrow \text{true}$
$I : Q \leftarrow \text{false}$	dan	$J : Q \leftarrow \text{false}$
$R \leftarrow \text{true}$		$R \leftarrow \text{false}$

karena  $I$  dan  $J$  agree-on simbol-simbol proposisional  $P$  dan  $Q$  dan  $F$ , maka kita bisa menyimpulkan bahwa  $I$  dan  $J$  agree-on  $F$ .

Observasi berikut menghubungkan pengertian agreement dengan pengertian extended interpretation.

### Catatan - Remark

Seandainya  $F$  merupakan kalimat dan  $I$  merupakan interpretasi untuk  $F$ . Misal  $p_1, p_2, \dots, p_n$  merupakan simbol-simbol proposisional yang tidak muncul dalam  $F$ , dan  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  merupakan sebarang nilai-nilai kebenaran.

Maka multiply extended interpretation  $J : \langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle \text{ or } \langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle \text{ or } \dots \text{ or } \langle p_n \leftarrow \tau_n \rangle \text{ or } I$  dan  $I$  sendiri agree-on  $F$ .

## 1.11 Ekuivalensi - Equivalence

### Implikasi dan Validitas - Implication and Validity

Sudah ditegakkan suatu hubungan antara pengertian implikasi dan validitas, khususnya telah diperlihatkan bahwa untuk sebarang dua kalimat  $F$  dan  $G$ , berlaku  $F$  implies  $G$  precisely when (if  $F$  then  $G$ ) valid.

### Proposition (implikasi dan validitas)

Untuk sebarang dua kalimat  $F$  dan  $G$ ,

jika  $F$  implies  $G$

maka jika  $F$  valid

maka  $G$  valid.  $\leftarrow$

### Bukti :

Menurut proposisi di atas diketahui bahwa,  $F$  implies  $G$  dan  $F$  valid, dan akan diperlihatkan bahwa  $G$  valid.

Untuk membuktikan bahwa  $G$  valid, cukup diperlihatkan bahwa, untuk sebarang interpretasi untuk  $G$ ,  $G$  bernilai true di bawah interpretasi  $I$ .

Diketahui bahwa  $F$  bernilai true di bawah setiap interpretasi untuk  $F$  (karena diketahui  $F$  valid), akan tetapi jika ada beberapa simbol yang proposisional yang muncul dalam  $F$  dan muncul dalam  $G$ , maka  $I$  belum cukup untuk menjadi interpretasi

untuk  $F$  (karena ada kemungkinan bahwa  $I$  tidak meng-assign suatu nilai kebenaran ke suatu simbol proposisional dalam  $F$ ). Selanjutnya, kita akan memperluas interpretasi  $I$  menjadi suatu interpretasi untuk  $F$  sebagai berikut :

Misal  $p_1, p_2, \dots, p_n$  merupakan semua simbol proposisional muncul dalam  $F$  tetapi tidak muncul dalam  $G$ , dan misal  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  merupakan sebarang nilai-nilai kebenaran, true atau false.

Maka interpretasi yang diperluas  $J: \langle p_1 \leftarrow \tau_1 \rangle \circ \langle p_2 \leftarrow \tau_2 \rangle \circ \dots \circ \langle p_n \leftarrow \tau_n \rangle \circ I$  adalah suatu interpretasi baik untuk  $F$  maupun untuk  $G$ .

Karena menurut yang diketahui bahwa  $F$  valid, berarti (dengan definisi validitas) kita tahu bahwa  $F$  bernilai true di bawah  $J$ .

Karena diketahui bahwa  $F$  *implies*  $G$ , kita bisa simpulkan (dengan definisi) bahwa  $G$  bernilai true di bawah  $J$ .

Karena  $p_1, p_2, \dots, p_n$  tidak muncul dalam  $G$ , (dengan definisi  $J$ ) bahwa  $I$  dan  $J$  agree-on simbol-simbol proposisional dan  $G$ .

Sehingga (dengan proposisi agreement)  $I$  dan  $J$  agree-on  $G$ , yaitu,  $G$  mempunyai nilai kebenaran sama di bawah  $I$  maupun  $J$ . Karena kita telah membuktikan bahwa  $G$  bernilai true di bawah  $J$ , maka bisa disimpulkan bahwa  $G$  bernilai true di bawah  $I$ .

Karena  $I$  merupakan sebarang interpretasi untuk  $G$  maka terbukti bahwa  $G$  valid, seperti yang akan kita perlihatkan.

### Ekuivalensi dan Validitas - Equivalence and Validity

Dalam bagian ini akan diperlihatkan suatu sifat serupa dan relasi ekuivalensi. Sebelumnya sudah diperlihatkan bahwa

dua kalimat  $F$  dan  $G$  ekuivalen precisely when kalimat ( $F$  if and only if  $G$ ) valid

dan

dua kalimat  $F$  dan  $G$  ekuivalen pretisely when  $F$  implies  $G$  dan  $G$  implies  $F$

#### **Proposition (ekuivalensi dan validitas)**

Untuk sebarang dua kalimat  $F$  dan  $G$ ,

jika  $F$  dan  $G$  ekuivalen,

maka  $F$  valid precisely when  $G$  valid. 

### Rantai Ekuivalensi Chains Of Equivalences

Dalam katalog telah disebutkan bahwa penghubung ekuivalensi mempunyai sifat transitif, yaitu:

$$\text{if } \left( \begin{array}{l} F \text{ if and only if } G \\ \text{and} \\ G \text{ if and only if } H \end{array} \right) \text{ then } (F \text{ if and only if } H)$$

Merupakan kalimat valid. Secara khusus, hubungan ekuivalensi antara kalimat-kalimat adalah transitif, jika F ekuivalen G dan G ekuivalen H, maka F ekuivalen H. Sifat ini memberi suatu cara lain untuk pembuktian validitas kalimat-kalimat tertentu, yang disebut metode chain-of equivalent.

Seandainya akan dibuktikan validitas kalimat F. Maka harus bisa ditemukan suatu barisan kalimat-kalimat  $F_1, F_2, \dots, F_n$  sedemikian hingga

$$\begin{array}{ccccc} F & & \text{ekuivalen} & & F_1 \\ F_1 & & \text{ekuivalen} & & F_2 \\ & & \cdot & & \\ & & \cdot & & \\ & & \cdot & & \\ F_{n-1} & & \text{ekuivalen} & & F_n \end{array}$$

dan

$$F_n \text{ diketahui merupakan kalimat valid.}$$

Maka kita bisa menyimpulkan bahwa F merupakan kalimat valid.

Karena F ekuivalen dengan  $F_1$  dan  $F_1$  ekuivalen dengan  $F_2$ , maka (dengan hubungan transitifitas -ekuivalensi) kita simpulkan bahwa F ekuivalen dengan  $F_2$ . Dan karena  $F_2$  juga ekuivalen dengan  $F_3$ , maka (dengan hubungan transitifitas ekuivalensi lagi) kita simpulkan bahwa F ekuivalen dengan  $F_3$ .

Dengan mengulang penggunaan hubungan transitifitas-ekuivalensi, akhirnya bisa disimpulkan bahwa F ekuivalen dengan  $F_n$ .

Selanjutnya, karena F diketahui valid, maka (dengan proposisi ekuivalensi-dan-validitas) kita bisa menyimpulkan bahwa F valid.

### Contoh 1.7 (Validitas)

Misal akan diperlihatkan validitas kalimat

$$F: \text{if not } (not P) \text{ then } (P \text{ and } (P \text{ or } Q))$$

Kalimat

$$F_1: \text{if } P \text{ then } (P \text{ and } (P \text{ or } Q))$$

ekuivalen dengan F, (dengan substitutivitas-ekuivalensi), karena  $F_1$  diperoleh dari F dengan mengganti antecedent ( $not(not P)$ ) dengan P, dan (menurut katalog kita)

$$not(not P) \text{ ekuivalen dengan } P.$$

Kalimat

$$F_2: \text{if } P \text{ then } P$$

ekuivalen dengan  $F_1$ , (dengan substitutivitas-ekuivalensi lagi), karena  $F_2$  diperoleh dan  $F_1$  dengan mengganti consequent ( $P$  and  $(P$  or  $Q)$ ) dengan  $P$ , dan (menurut katalog kita), maka

$P$  and  $(P$  or  $Q)$  ekuivalen dengan  $P$ .

Kalimat  $F_2$  diketahui (menurut katalog) sebagai kalimat valid.

Sehingga bisa digunakan metode rantai-ekuivalensi (chain-of equivalence) untuk menyimpulkan bahwa  $F$  valid

Karena  $F$  ekuivalen dengan  $F_1$ ,  $F_1$  ekuivalen dengan  $F_2$ , dan  $F_2$  diketahui valid.

### Soal - Problems

Dalam menyelesaikan masalah (atau soal), bisa digunakan suatu hasil atau teknik yang dalam teks sebelum referensi halaman untuk soal. Di samping itu, bisa juga digunakan hasdhan suatu masalah sebelumnya, dan hasil-hasil dari bagian sebelumnya dan masalah yang sama.

#### Soal 11.1 (validitas validity)

Perhatikan kalimat-kalimat berikut:

- (a)  $(if P then Q) or (if Q then P)$
- (b)  $(if P then (not Q)) if and only if not (P and Q)$
- (c)  $[if (P or Q) then R] if and only if [(if P then R) and (if Q then R)]$
- (d)  $[if P then (if Q then R)] if and only if [if (P and Q) then R]$
- (e)  $[P and if Q then R] if and only if [if ((not P) or Q) then (P and R)]$
- (f)  $[P if and only if (Q if and only if R)] if and only if$   
 $[ (P if and only if Q) if and only if R ]$

Beberapa kalimat di atas adalah valid dan sebagian tidak valid. Temukan kalimat-kalimat mana yang tidak valid dan bentuk intepretasi-intepretasi di mana (under which) mereka bernilai false. Buktikan validitas kalimat-kalimat yang lain, menggunakan metode-metode berikut, yaitu tabel kebenaran (truth tables), semantic trees, dan proof b falsification (optional, gunakan masing-masing metode paling sedikit satu kali.

#### Soal 1.2 (Penghubung bersyarat Conditional connective)

Skema kalimat *valid (not F) if and only f (if F then falce else true)*

menerangkan bahwa konektif negasi not bisa diuraikan (paraphrased) ke dalam temis dan konektif kondisional if-then-else dan simbol-simbol kebenaran true dan false. Selanjutnya, perhatikan bahwa konektif-konektif lain (seperti, and, or, if then, dan if and-only- bisa diuraikan dengan cara yang sama, menggunakan kalimat yang hanya memuat if then-else, true, dan false.

**Soal 1.3 (Daerah pembohong dan orang jujur - *The land of the liars and truth teller*)**

Gunakan logika proposisional untuk menyelesaikan permasalahan berikut.

Suatu negara semua penghuninya adalah orang-orang yang selalu berkata benar atau orang-orang yang selalu berkata bohong, dan yang akan menjawab pertanyaan hanya dengan kata “ya” atau “tidak”.

Seorang pendatang (turis) menjumpai jalan bercabang, di mana cabang satu menuju ke restoran dan cabang lain tidak. Sayangnya tidak ada sama sekali tanda yang membentahu cabang mana yang harus diambil, tetapi ada penduduk disebut Pak X yang berdiri di percabangan.

Pertanyaan ya (tidak) apa yang bisa digunakan turis lapar untuk memilih cabang menuju restoran?

**Hint (Petunjuk).**

Misal P untuk “Pak X selalu berkata kebenaran”, dan Q untuk “Cabang ke kiri menuju ke restoran”. Tugas kita adalah mencari kalimat F dalam *terms* P dan Q sedemikian hingga bahwa, apakah atau tidakkah Pak X berkata benar, jawaban mereka terhadap pertanyaan “Apakah F true?”, jawabannya akan ya jika Q bernilai true. Konstruksikan tabel kebenaran untuk F, dalam terms P dan Q. Selanjutnya buat rancangan suatu kalimat F yang sesuai.