

A collection of objects is arranged on the left side of the slide. At the top left is a portion of a chessboard with a blue and brown checkered pattern and several white pawns. Below the chessboard are two medals: one with a red ribbon and a white star, and another with a blue ribbon and a white star. A small compass is visible at the bottom left. A pair of glasses with thin metal frames and a single lens is positioned diagonally across the middle. A thin metal rod with a red tip is also present.

Konsep Dasar Proporsional Logic

By Sukmawati NE



Contents

- Proposisi
- Logical Connective
- Tabel Kebenaran
- Tautologi



Proposisi

Logika

- Logika merupakan dasar dari semua penalaran (*reasoning*).
- Penalaran didasarkan pada hubungan antara pernyataan (*statements*).

Proposisi

- Pernyataan atau kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.



Contoh Proposisi

“Gajah lebih besar daripada tikus.”

Apakah ini sebuah pernyataan? YA

Apakah ini sebuah proposisi? YA

Apakah nilai kebenaran dari
proposisi ini? BENAR



Contoh Proposisi

“520 < 111”

Apakah ini sebuah pernyataan? YA

Apakah ini sebuah proposisi? YA

Apakah nilai kebenaran dari
proposisi ini? SALAH



Contoh Pernyataan

$$“y > 5”$$

Apakah ini sebuah pernyataan? YA

Apakah ini sebuah proposisi? TIDAK

Nilai kebenaran dari pernyataan tersebut bergantung pada y , tapi nilainya belum ditentukan.

Pernyataan jenis ini kita sebut sebagai **fungsi proposisi** atau **kalimat terbuka**.



Contoh Proposisi

“Sekarang tahun 2003 dan $99 < 5$.”

Apakah ini sebuah pernyataan? YA

Apakah ini sebuah proposisi? YA

Apakah nilai kebenaran dari
proposisi ini? SALAH



Permintaan

“Tolong untuk tidak tidur selama kuliah”

Apakah ini sebuah pernyataan? **TIDAK**

Ini adalah sebuah permintaan.

Apakah ini sebuah proposisi? **TIDAK**

Hanya pernyataanlah yang bisa menjadi proposisi.



Contoh Proposisi

“ $x < y$ jika dan hanya jika $y > x$.”

Apakah ini pernyataan ?

YA

Apakah ini proposisi ?

YA

... karena nilai kebenarannya
tidak bergantung harga
spesifik x maupun y .

Apakah nilai kebenaran
dari proposisi ini ?

BENAR



Contoh Proposisi

Semua pernyataan di bawah ini adalah proposisi:

- (a) 13 adalah bilangan ganjil
- (b) Soekarno adalah alumnus UGM.
- (c) $1 + 1 = 2$
- (d) $8 \geq$ akar kuadrat dari $8 + 8$
- (e) Ada monyet di bulan
- (f) Hari ini adalah hari Rabu
- (g) Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka $2n$ adalah bilangan genap
- (h) $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil





Semua pernyataan di bawah ini bukan proposisi

(a) Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?

(b) Isilah gelas tersebut dengan air!

(c) $x + 3 = 8$

(d) $x > 3$ ■

Kesimpulan: Proposisi adalah kalimat berita



Lambang Proposisi

Proposisi dilambangkan dengan huruf kecil
 p, q, r, \dots

Contoh:

p : 13 adalah bilangan ganjil.

q : Soekarno adalah alumnus UGM.

r : $2 + 2 = 4$



Logical Connective

- Not : negation,
 - denoted by \neg or \sim
- And : conjunction,
 - denoted by \wedge (by $\&$)
- Or : disjunction,
 - denoted by \vee
- if...then... : implication, or conditional,
 - denoted by \rightarrow
- ...if and only if... : biconditional,
 - denoted by \leftrightarrow



Mengkombinasikan Proposisi

- Misalkan p dan q adalah proposisi.
 1. **Konjungsi** (*conjunction*): p dan q
Notasi $p \wedge q$,
 2. **Disjungsi** (*disjunction*): p atau q
Notasi: $p \vee q$
 3. **Ingkaran** (*negation*) dari p : tidak p
Notasi: $\sim p$
- p dan q disebut **proposisi atomik**
- Kombinasi p dengan q menghasilkan **proposisi majemuk** (*Compound proposition / Composite proposition*)



Contoh Mengkombinasikan Proposisi

Diketahui proposisi-proposisi berikut:

p : Hari ini hujan

q : Murid-murid diliburkan dari sekolah

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan
dari sekolah

$p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari
sekolah

$\sim p$: Tidak benar hari ini hujan
(atau: Hari ini *tidak* hujan)



Contoh 4. Diketahui proposisi-proposisi berikut:

p : Pemuda itu tinggi

q : Pemuda itu tampan

Nyatakan dalam bentuk simbolik:

- (a) Pemuda itu tinggi dan tampan
- (b) Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
- (c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan
- (d) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan
- (e) Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan
- (f) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan

Penyelesaian:

- (a) $p \wedge q$
- (b) $p \wedge \sim q$
- (c) $\sim p \wedge \sim q$
- (d) $\sim(\sim p \vee \sim q)$
- (e) $p \vee (\sim p \wedge q)$
- (f) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

Tabel Kebenaran

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	$\sim q$
T	F
F	T

Misalkan

p : 17 adalah bilangan prima (benar)

q : bilangan prima selalu ganjil (salah)

$p \wedge q$: 17 adalah bilangan prima dan bilangan prima selalu ganjil (salah)

Tabel Kebenaran


p	$\neg p$
T	F
F	T

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T



Contoh Bentuklah tabel kebenaran dari proposisi majemuk $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$.

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

- 
- Proposisi majemuk disebut **tautologi** jika ia benar untuk semua kasus
 - Proposisi majemuk disebut **contradictory formula** jika ia salah untuk semua kasus.



Disjungsi Eksklusif

Kata “atau” (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:

1. *Inclusive or*

“atau” berarti “ p atau q atau keduanya”

Contoh: “Tenaga IT yang dibutuhkan menguasai Bahasa C++ atau Java”.

2. *Exclusive or*

“atau” berarti “ p atau q tetapi bukan keduanya”.

Contoh: “Ia dihukum 5 tahun atau denda 10 juta”.



Operator logika disjungsi eksklusif: *xor*

Notasi: \oplus

Tabel kebenaran:

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F



Definisi Implikasi

- Misalkan p , q proposisi. Bentuk proposisi: “jika p , maka q ” disebut proposisi bersyarat (implikasi), dinotasikan :

$$p \rightarrow q$$

- Proposisi p disebut **antesenden**, **hipotesis**, **premis**, atau **kondisi**
- Proposisi q disebut **konsekuen** atau **konklusi**.

Mengapa Tabel Kebenaraan untuk
Implikasi : Hanya bernilai salah jika
anteseden True, konsekuen False, lainnya
True



Alasan (1)

- Implikasi dapat dipikirkan sebagai sebuah janji
- Contoh kasus:
 - Ayah Johny berkata kepada Johny: “Jika kamu lulus ujian Logika, saya akan membelikan kamu sepeda motor”
- Ada 4 situasi yang mungkin terjadi






Alasan (Situasi 1 dan 2)

- Johnny lulus ujian (anteseden T), ayah Johnny membelikan sepeda motor (konsekuen T).
Pernyataan Ayahnya benar.
- Johnny lulus ujian (anteseden T), ayah Johnny tidak membelikan sepeda motor (konsekuen F).
Ayahnya tidak menepati janji (pernyataan salah)



Alasan (Situasi 3 dan 4)

- Johnny tidak lulus ujian (anteseden F), ayah Johnny membelikan sepeda motor (konsekuen T). Tidak bisa dikatakan pernyataan Ayahnya salah karena mungkin melihat usaha anaknya yang telah berupaya keras agar lulus
- Johnny tidak lulus ujian (anteseden F), ayah Johnny tidak membelikan sepeda motor (konsekuen F). Pernyataan Ayahnya benar.



Implikasi tidak memandang hubungan sebab akibat

- Contoh :
 - Jika Semarang ibu kota Jawa Tengah maka $1+4=6$?
- Implikasi secara matematik memiliki arti lebih luas dibanding implikasi secara bahasa → tidak memandang hubungan sebab akibat



Cara-cara Mengekspresikan Implikasi $p \rightarrow q$

- Jika p , maka q *(if p , then q)*
- Jika p, q *(if p, q)*
- p mengakibatkan q *(p implies q)*
- q jika p *(q if p)*
- p hanya jika q *(p only if q)*
- p syarat cukup untuk q *(p is sufficient for q)*
(kebenaran p adalah cukup untuk kebenaran q)
- q syarat perlu untuk p *(q is necessary for p)*
(kebenaran q diperlukan agar p bernilai True)
- q bilamana p *(q whenever p)*



Contoh

1. Jika cuaca panas, maka tanaman akan kering.
2. Jika rem diinjak, mobil melaju akan berhenti.
3. Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
4. Orang itu mau berangkat jika ia diberi uang perjalanan.
5. Nina bisa mengambil matakuliah Sistem Cerdas hanya jika ia sudah lulus matakuliah Logika Informatika.
6. Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
7. Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
8. Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi.

Latihan

- Ubahlah ke dalam bentuk “jika p maka q” untuk contoh-contoh di atas!





Jawaban

3. Es yang mencair di kutub mengakibatkan permukaan air laut naik.
Jika es mencair di kutub, maka permukaan air laut naik
4. Orang itu mau berangkat jika ia diberi uang perjalanan.
Jika orang itu diberi uang perjalanan, maka ia mau berangkat
5. Nina bisa mengambil matakuliah Sistem Cerdas hanya jika ia sudah lulus matakuliah Logika Informatika.
Jika Nina mengambil mata kuliah Sistem Cerdas, maka ia sudah lulus mata kuliah logika informatika

Jawaban (2)

6. Syarat cukup agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.

Pernyataan ekuivalen dengan “percikan api dari rokok adalah syarat cukup agar pom bensin meledak”

Sehingga : Jika api memercik dari rokok maka pom bensin meledak

7. Syarat perlu bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.

Pernyataan ekuivalen dengan “Mengontrak pemain asing kenamaan adalah syarat perlu untuk Indonesia agar ikut Piala Dunia”

Sehingga : Jika Indonesia ikut Piala Dunia maka Indonesia mengontrak pemain asing kenamaan

8. Banjir bandang terjadi bilamana hutan ditebangi
Jika hutan-hutan ditebangi maka banjir bandang terjadi



Implikasi dalam Bahasa Pemrograman

- Implikasi Dalam Bahasa Pemrograman

if *c* **then** *S*


c : ekspresi logika yang menyatakan syarat/kondisi

S : satu atau lebih pernyataan.

S dieksekusi jika *c* benar,

S tidak dieksekusi jika *c* salah.

- Struktur *if-then* pada bahasa pemrograman berbeda dengan implikasi *if-then* yang digunakan dalam logika.
- Pernyataan *if-then* dalam bahasa pemrograman bukan proposisi karena tidak ada korespondensi antara pernyataan tersebut dengan operator implikasi (\rightarrow).
- *Interpreter* atau *compiler* tidak melakukan penilaian kebenaran pernyataan *if-then* secara logika. *Interpreter* hanya memeriksa kebenaran kondisi *c*, jika *c* benar maka *S* dieksekusi, sebaliknya jika *c* salah maka *S* tidak dieksekusi.



Contoh: Misalkan di dalam sebuah program yang ditulis dalam Bahasa Pascal terdapat pernyataan berikut:

if $x > y$ **then** $y := x + 10$;

Berapa nilai y setelah pelaksanaan eksekusi if-then jika:

- (i) $x = 2, y = 1$
- (ii) $x = 3, y = 5$?

Penyelesaian:

- (i) $x = 2$ dan $y = 1$

Ekspresi $x > y$ bernilai benar

Pernyataan $y := x + 10$ dilaksanakan

Nilai y sekarang menjadi $y = 2 + 10 = 12$.

- (ii) $x = 3$ dan $y = 5$

Ekspresi $x > y$ bernilai salah

Pernyataan $y := x + 10$ tidak dilakukan

Nilai y tetap seperti sebelumnya, yaitu 5.

Varian Implikasi

Implikasi lain yang berkaitan dengan $p \rightarrow q$, yaitu:

Konvers (kebalikan): $q \rightarrow p$


Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$

Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

- Mana yang memiliki nilai kebenaran yang sama dengan $p \rightarrow q$?

Varian Implikasi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Implikasi $p \rightarrow q$	Konvers $q \rightarrow p$	Invers $\sim p \rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T



Contoh : Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari:

“Jika Budi mempunyai jet pribadi, maka ia orang kaya”

Penyelesaian:

Konvers : Jika Budi orang kaya, maka ia mempunyai jet pribadi


Invers : Jika Budi tidak mempunyai jet pribadi, maka ia bukan orang kaya

Kontraposisi: Jika Budi bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai jet pribadi

Bikondisional (Bi-implikasi)

- Bentuk proposisi: “ p jika dan hanya jika q ”
- Notasi: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

- 
- $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

- Dengan kata lain, pernyataan “ p jika dan hanya jika q ” dapat dibaca “Jika p maka q dan jika q maka p ”.



Cara-cara menyatakan $p \leftrightarrow q$:

- (a) p jika dan hanya jika q .
- (b) p adalah syarat perlu dan cukup untuk q .
- (c) Jika p maka q , dan sebaliknya.
- (d) p iff q



Contoh

- $5 \times 2 = 10$ jika dan hanya jika $10 : 2 = 5$
- Syarat cukup dan syarat perlu agar kamu bisa wisuda adalah lulus ujian sidang TA
- Jika Anda orang Islam maka tempat ibadahnya masjid/musholla, dan sebaliknya
- Semarang terletak di Jawa Tengah iff Jawa Tengah adalah propinsi di Indonesia



Propotional Formulae

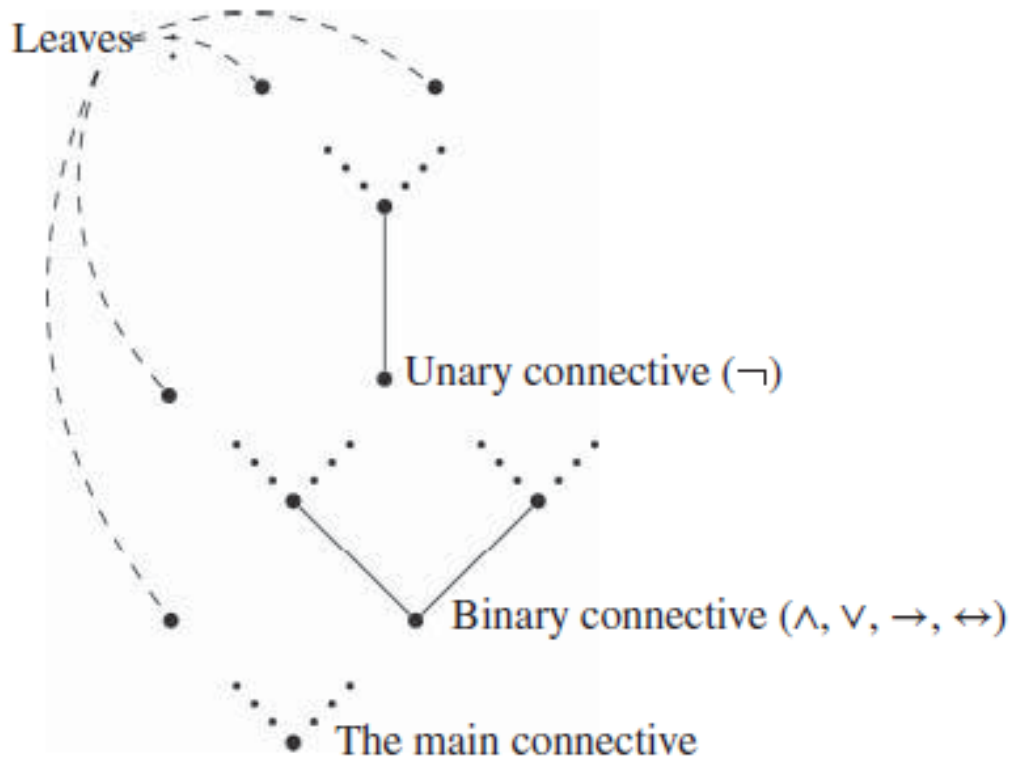
1. Every propositional constant or variable is a propositional formula.
2. If A is a propositional formula then $\neg A$ is a propositional formula.
3. If A , B are propositional formulae then $(A \vee B)$, $(A \wedge B)$, $(A \rightarrow B)$ and $(A \leftrightarrow B)$ are propositional formulae.



Construction and parsing tree of a propositional formula

1. Every leaf is labelled by a propositional constant or variable.
2. Propositional constants and variables label only leaves.
3. Every node labelled with \neg has exactly one successor node.
4. Every node labelled with any of \wedge , \vee , \rightarrow or \leftrightarrow has exactly two successor nodes – a left successor and a right successor.

Skema Tree



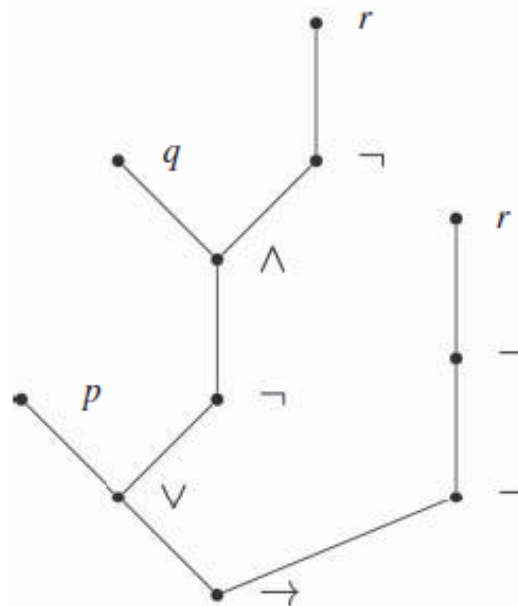
Contoh

Example 3.1.1 (Construction tree)

Formula:

$$(p \vee \neg(q \wedge \neg r)) \rightarrow \neg \neg r.$$

Construction tree:





Ada pertanyaan?