DIKTAT

LOGIKA INFORMATIKA

DISUSUN OLEH:

Ir. Waniwatining Astuti, M.T.I.

Ir. Rizani Teguh, M.T.

Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer
Global Informatika MDP
2016

KATA PENGANTAR

Pertama-tama kami sebagai penulis mengucapkan puji dan syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Kuasa atas segala limpahan rahmat Nya, hingga Diktat Logika Informatika ini dapat diselesaikan. Mudah-mudahan diktat ini dapat membantu mahasiswa STMIK Global Informatika MDP dan AMIK MDP dalam mengikuti mata kuliah Logika Informatika.

Penulis mengucapkan terimakasih dan menyampaikan pengharagaan yang setinggi-tingginya pada Ketua STMIK Global Informatika MDP dan Direktur AMIK MDP yang selalu memberikan dorongan baik pada penulis maupun maupun pada rekan-rekan dosen lainnya untuk menyusun materi kuliah baik dalam bentuk diktat atau buku. Dorongan tersebut telah menambah semangat penulis dalam menyelesaikan tulisan ini. Ucapan terimakasih juga penulis sampaikan pada rekan-rekan dosen yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan diktat ini. Mudahan-mudahan dengan adanya dorongan dan dukungan yang diberikan pada penulis akan dapat dihasilkan diktat lain dalam waktu singkat.

Meskipun telah berhasil diterbitkan, penulis menyadari bahwa diktat ini masih sangat sederhana dan tentu masih banyak kekurangan dan kelemahannya. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca sekalian, sehingga dapat dihasilkan diktat yang lebih baik pada masa yang akan datang. Saran, kritik dan koreksi dapat disampaikan pada alamat,

wani@mdp.ac.idataurizani@mdp.ac.id

Akhirnya penulis mengucapkan selamat belajar kepada seluruh mahasiswa STMIK Global Informatika MDP dan AMIK MDP. Mudahan-mudahan sukses selalu menyertai saudara-saudara.

Palembang, 7 Mei 2016
Penulis,

1. Ir. Waniwating Astuti, M.T.I. . __________________

2. Ir. Rizani Teguh, M.T. __________________

DAFTAR ISI

BAB I
LOGIKA PROPOSISIONAL

1.1. Proposisi

Logika adalah metode atau teknik yang diciptakan untukmeneliti ketepatan penalaran serta mengkaji prinsip-prinsip penalaran yang benar dan penarikan kesimpulanyang absah.Ilmu logika berhubungan dengan kalimat-kalimat(argumen) dan hubungan yang ada diantara kalimat-kalimat tersebut. Kalimat deklaratif dalam logika proposisional disebut **proposisi**.Setiap **proposisi** hanya mengandung tepat satu nilaikebenaran, yaitu benar saja atau salah saja; tidakmempunyai dua nilai kebenaran secara bersamaan.

Contoh 1.1:
a) Kota Palembang adalah ibukota Provinsi Sumatera Selatan.
b) 3 + 6 = 9
c) Indonesia adalah negara terkecil di kawasan Asia Tenggara.
Ketiga pernyataan di atas adalah proposisi karena ketiganya mempunyai nilai kebenaran yang pasti, yaitu *a*) dan *b*) mempunyai nilai kebenaran "benar". Sedangkan *c*) mempunyai nilai kebenaran yang "salah".

Contoh 1.2
Tentukan, apakah kalimat berikut merupakan proposisi.
a) $7 = 2x + 1$
b) Ali lebih kaya dari Badu
c) Siapakah Gubernur Provinsi Sumatera Selatan?
Jawab
a) Bukan proposisi karena nilai kebenarannya tidak dapat ditentukan (bisa salah, bisa juga benar; tergantung nilai *x*)
b) Juga bukan proposisi karena kita tidak mempunyai informasi Ali dan Badu yang mana.
c) Bukan proposisi karena merupakan kalimat tanya.

Biasanya proposisi dilambangkan dengan huruf kecil *p*, *q* atau *r* dst.Jika kita inginmenyatakan proposisi *p* sebagai "Tiga belas adalah bilangan ganjil", maka ditulis sebagai, *p* : Tiga belas adalah bilangan ganjil(dibaca : *p* adalah proposisi tiga belas adalah bilangan ganjil).

Proposisi Tunggal (disebut juga atom atau primitif) adalah proposisi yang tidak bisa dipecah menjadi beberapa proposisi lagi.

Proposisi Majemuk adalah proposisi yg terdiri dari beberapa proposisi tunggal yang dihubungkan dengan perangkai.

Contoh 1.3
p : Kuliah hari ini sudah selesai
q : Saya akan pulang

Jika proposisi *p* dan *q* digabungkan, misal dengan menggunakan perangkai atau kata hubung "dan", maka akan dihasilkan sebuah proposisi majemuk *r* sebagai berikut,

$p \wedge q \equiv r$: Kuliah hari ini sudah selesai dan saya akan pulang

Tabel 1.1 Perangkai Proposisi

No.	Simbol	Dibaca	Arti
1	$\neg$ atau ~	Negasi	Tidak/bukan
2	$\wedge$	Konjungsi (and)	Dan
3	$\vee$	Disjungsi (or)	Atau (satu atau keduanya)
4	$\rightarrow$	Implikasi	Jika ... maka ...
5	$\leftrightarrow$	Bi-Implikasi	... jika dan hanya jika ...
6	$\oplus$	Ekslusif Or	Atau, (hanya salah satu)
7	$\mid$	Not And	Bukan dan
8	$\downarrow$	Not Or	Bukan atau

1.2 Tabel Kebenaran (*Truth Table*)

Tabel kebenaran (*truth table*) adalah salah satu perangkat yang dapat digunakan untuk menentukan nilai kebenaran proposisi majemuk. Jumlah baris tabel kebenaran tergantung dari banyaknya proposisi tunggal yang terdapat pada proposisi majemuk. Jika terdapat n proposisi tunggal pada proposisi majemuk, maka jumlah baris tabel kebenaran adalah 2^n.

Contoh 1.7

p	q	$\neg$p	$\neg$q	p $\vee$ q	p $\wedge$ q	p $\rightarrow$ q	p $\leftrightarrow$ q	p $\oplus$ q	$\neg$(p $\vee$ q)	$\neg$(p $\wedge$ q)
T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	F	F	T	T	F	T	T

Contoh 1.8

Jika nilai A dan B adalah T, sedangkan C adalah F,

tentukan nilai kebenaran dari ekspresi-ekspresi berikut!

a) $A \wedge (B \vee C)$ *b*) $A \vee (B \wedge C)$ *c*) $(A \vee B) \wedge C) \vee \neg((A \vee B) \wedge (A \wedge B))$

Penyelesaian

A	B	C	(B $\vee$ C)	(B $\wedge$ C)	*a*) A $\wedge$ (B $\vee$ C)	*b*) A $\vee$ (B $\wedge$ C)
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	F	F	T	F	T	T
F	T	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F

c) $(A \vee B) \wedge C) \vee \neg((A \vee B) \wedge (A \vee B))$

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \wedge C$	$A \wedge B$	$\neg((A \vee B) \wedge (A \vee B))$	
T	T	T	T	T	T	F	T
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F	T	T

1.3 Tautologi

Tautologi adalah proposisi majemuk yang selalu mempunyai nilai kebenaran "benar" untuk setiap nilai kebenaran variabelnya.

Contoh 1.9

Dengan menggunakan tabel kebenaran, buktikan bahwa $p \vee \sim(p \wedge q)$adalah tautologi!

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$p \vee \neg(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

1.4 Kontradiksi (*Unsatisfieble*)

Kontradiksi adalah proposisi majemuk yang selalu mempunyai nilai kebenaran salah untuk setiap nilai variabelnya.

Contoh 1.10

Dengan menggunakan tabel kebenaran, buktikan bahwa $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$adalah kontradiksi!

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

1.5 Satisfiable

Satisfiable adalah proposisi majemuk yang setidak-tidaknya mempunyai satu nilai kebenaran "benar" untuk setiap nilai variabelnya.

Contoh 1.11

Dengan menggunakan tabel kebenaran, buktikan bahwa
($p \wedge (p \to q)$) adalah satisfiable!

Penyelesaian

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	T
F	F	T	T

1.6 Proposisi Majemuk

Proposisi majemuk adalah kombinasi dari satu proposisi tunggal atau lebih dengan menggunakan perangkai logika.Perangkai logika digunakan untuk mengkombinasikan proposisi-proposisi tunggal menjadi proposisi majemuk. Untuk menghindari kesalahan tafsir akibat adanya abiguitas biasanya proposisi majemuk yang akan dikerjakan lebih dahulu diberi tanda kurung. Proposisi-proposisi dengan perangkai-perangkai yang berada di dalam tanda kurung disebut *fully peranthesized expression*(*fpe*).

Contoh 1.12

Jika terdapat ekspresi logika $A \to B \wedge C$, maka yang harus diselesaikan terlebih dahulu adalah proposisi $B \wedge C$. Jika terdapat ekspresi logika $(A \to B) \wedge C$, maka yang harus dikerjakan terlebih dahulu adalah proposisi $(A \to B)$, karena merupakan *fpe*.

Contoh 1.13

a) p: Mahasiswa libur kuliah
$\sim p$: Mahasiswa tidak libur kuliah

b) p : Saya memesan es jeruk
q : Saya memesan es buah
$p \wedge q$: Saya memesan es jeruk dan es buah
$p \vee q$: Saya memesan es jeruk atau es buah

Contoh 1.14

p : Hari ini hujan
q : Murid-murid diliburkan dari sekolah
Sehingga,$p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkandari sekolah
$p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkandari sekolah
$p \to q$: Jika hari hujan maka murid-murid diliburkan dari sekolah
$\sim q$: Murid-murid tidak diliburkan dari sekolah

Contoh 1.15

p : Pemuda itu tinggi
q : Pemuda itu tampan
Nyatakan ekspresi berikut dalam ekspresi logika
Penyelesaian
a) Pemuda itu tinggi dan tampan, $p \wedge q$

b) Pemuda itu tinggi, tapi tidak tampan, $p \wedge \sim q$

c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan, $\sim p \wedge \sim q$

d) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan, $\sim(\sim p \vee \sim q)$

e)Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan, $p \vee (\sim p \wedge q)$

f)Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan, $\sim(\sim p \wedge q)$

Contoh 1.16

Dari ekspresi logika berikut, tentukan sub-ekspresi yang menjadi prioritas sesuai dengan urutan prioritas dari perangkai.

a) $A \wedge B \wedge C \rightarrow D$ *b*) $A \vee B \vee C \rightarrow \neg D$ *c*) $\neg A \wedge B \rightarrow \neg C \vee D$

Penyelesaian

a) Pertama $A \wedge B \wedge C$

b) Pertama adalah $A \vee B \vee C$, selanjutnya $\neg D$

c) Pertama $\neg A$, $\neg C$, selanjutnya $\neg A \wedge B$ dan $\neg C \vee D$

1.7 Penyederhanaan Proposisi Majemuk mengunakan Hukum-hukum Logika

Materi ini akan membahas langkah penyederhanandengan menggunakan hukum-hukum logika (tabel 1.2).

Tabel 1.2 Hukum-hukum Logikas proposisi

1. Hukum Identitas (*i*) $p \vee F \equiv p$ (*ii*) $p \wedge T \equiv p$	6. Hukum Penyerapan (*i*) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (*ii*) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
2. Hukum Null/Dominasi (*i*) $p \wedge F \equiv F$ (*ii*) $p \vee T \equiv T$	7. Hukum Komutatif (*i*) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$ (*ii*) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$
3. Hukum Negasi (*i*) $p \vee \neg p \equiv T$ (*ii*) $p \wedge \neg p \equiv F$	8. Hukum Asosiatif (*i*) $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ (*ii*) $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
4. Hukum Idempoten (*i*) $p \vee p \equiv p$ (*ii*) $p \wedge P \equiv p$	9. Hukum Distributif (*i*) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (*ii*) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
5. Hukum Involusi $\neg(\neg p) \equiv p$	10. Hukum De Morgan (*i*) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (*ii*) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

Proses penyederhaan ekspresi logika adalah prosesmembentuk ekspresi logika menjadi sederhana sehinggatidak dapat dilakukan langkah-langkah manipulasi lebihlanjut.

Contoh 1.17

Sederhanakan proposisi berikut!

$(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B \wedge C) \equiv A \wedge (\neg B \vee (B \wedge C)$	Hukum Distributif
$\equiv A \wedge (\neg B \vee B) \wedge (\neg B \vee C)$	Hukum Distributif
$\equiv A \wedge (\neg B \vee B) \wedge (\neg B \vee C)$	Hukum Negasi
$\equiv A \wedge T \wedge (\neg B \vee C)$	Hukum Identitas

1.8 Menghilangkan perangkai → dan ↔

Seluruh perangkai yang terdapat pada proposisi majemuk dapat diganti dengan perangkai dasar ¬ , ∧, dan ∨.Ekivalensi proposisi majemuk implikasi A→ B ≡ ¬A∨B. Sedangkan A↔ B ≡ (A→ B) ∧ (B→A) ≡ (¬A∨B) ∧ (¬B∨A).Sehingga jika sebuah proposisi majemuk mengandung perangkai → dan ↔, maka dapat diganti dengan perangkai dasar ¬ , ∧, dan ∨.

Latihan

Sederhanakan ekspresi-ekspresi berikut menjadi paling sederhana dengan menggunakan hukum-hukum logika!

1. A → ¬(A→ ¬B)
2. A∨(A∧B)
3. (A → B)∧(B→ A)
4. A ∧(¬A→ A)
5. ¬(¬A ∧(B ∨¬B)
6. ¬A → ¬(A →¬B)
7. A∨(A∧B)
8. A → (B∨¬C))∧¬A∧B)

1.9 Argumen

Argumen adalah rangkaian proposisi. Proposisi terakhir disebut kesimpulan. Sedangkan proposisi sebelumnya disebut hipotesa atau premis.Sebagai contoh,

$$\left.\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{array}\right\} \mathit{Hipotesa}\ \text{atau}\ \mathit{premis}$$
$$\overline{\qquad q\,(kesimpulan) \qquad}$$

Hipotesa atau premis dan kesimpulan secara keseluruhan adalah argumen.Argumen dapat dinyatakan dalam bentuk implikasi, yaitu$p_1 \wedge p_1 \wedge \ldots \wedge p_n \rightarrow q$

Jika semua hipotesa benar dan kesimpulan benar maka argumen dikatakan valid. Sebaliknya jika hipotesa bernilai benar dan kesimpulannya salah, maka argumen tersebut tidak valid.

Berikut diberikan tuntunan untuk menentukan apakah suatu argumen dikatakan valid atau tidak valid.

1) Tentukan hipotesa dan kesimpulan
2) Buat tabel yang menunjukkan nilai kebenaran untuk semua hipotesa dan kesimpulan
3) Tandai baris kritis, yaitu baris yang nilai kebenaran hipotesa bernilai *T* (benar)
4) Jika semua kesimpulan pada baris-baris kritis bernilai benar maka argumen bernilai valid. Jika ada kesimpulanpada baris kritis bernilai salah maka argumen tidak valid.

Perlu diperhatikan bahwa kesimpulan suatu argumen harus mempunyai hubungan dengan premis-premisnya.Kita tidak dapat menarik kesimpulan dari suatu argumen jika kesimpulan tidak terkait dengan premis-premisnya.

Contoh 1.18

Tentukan validitas dari argumen

$$\begin{array}{l} p \wedge (q \vee r) \\ r \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

Penyelesaian

Argumen dapat ditulis menjadi$(p \wedge (q \vee r)) \wedge r$

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	F
F	F	F	F	F	F

Karena terdapat kesimpulan yang salah, maka argumen dikatakan tidak valid.

Contoh 1.19

Perlihatkan bahwa penalaran pada argumen berikut
tidak valid.

Jika air laut surut setelah gempa di laut maka tsunami datang.
Tsunami datang.
Jadi air laut surut setelah gempa di laut.

Penyelesaian

Misal p: Air laut surut setelah gempa di laut
q:Tsunami datang

$p \rightarrow q$
q atau $((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$
$\therefore p$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Karena terdapat kesimpulan (p) yang salah untuk tiap-tiap nilai kebenaran premis yang benar, maka argumen dinyatakan tidak valid

Contoh 1.20

Periksa validitas argumen berikut.

Penyelesaian

Jika 17 adalah bilangan prima, maka 3 tdk habis membagi 17
3 habis membagi 17

$\therefore$ 17 bukan bilangan prima

Penyelesaian

Misal p : 17 bilangan prima
q : 3 habis membagi 17

$$\begin{array}{l} p \to \neg q \\ q \\ \hline \therefore \neg p \end{array} \quad \text{atau } ((p \to \neg q) \wedge q) \to \neg p$$

p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \to \neg q$
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T

Dari tabel dapat dilihat bahwa untuk nilai kebenaran masing-masing premis, yaitu $p \to \neg q$ dan q benar, nilai kebenaran $\neg p$ (kesimpulan) juga benar. Hal ini menunjukkan bahwa argumen pada contoh 1.20 adalah valid.

1.10 Aturan-aturan Inferensi

Inferensi adalah proses penarikan kesimpulan dari beberapa proposisi.Hal yang perlu diperhatikan pada saat melakukan inferensi dari suatu argumen adalah bahwakesimpulan merupakan proposisi yang ada hubungannya dengan premis.Jika tidak ada hubungan, maka kita tidak dapatmenarik kesimpulan dari argumen tersebut.Aturan-aturan Inferensi terdiri dari Modus Ponens, Modus Tollens, Silogisme Hipotesis, Silogisme Disjungtif, Penjumlahan (*Addition*), Penyederhanaan (*Simplification*), Konjungi, dan Disjungsi.

Tabel 1.3 Tabel Aturan Inferensi

No.	Inferensi	Bentuk	No.	Inferensi	Bentuk
1	Modes Ponens	$\begin{array}{l} p \\ p \to q \\ \hline \therefore q \end{array}$	5	Silogisme Disjungtif	$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$ atau $\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore p \end{array}$
2	Modus Tollens	$\begin{array}{l} \neg q \\ p \to q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	6	Penjumlahan (*Addition*)	$\begin{array}{l} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$ atau $\begin{array}{l} q \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$
3	Silogisme Hipotesis	$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore p \to r \end{array}$	7	Penyederhanaan (*Simplification*)	$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$ atau $\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \therefore q \end{array}$
4	Konjungsi	$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge r \end{array}$	8	Resolusi	$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \vee r \\ \hline \therefore q \to s \end{array}$

1.11 Tablo Semantik

Konsistensi dari proposisi majemuk dapat dilihatmelalui tabel kebenaran. Telah kita ketahui bahwajumlah baris dari tabel kebenaran berjulah 2^n dgn$n$ adalah jumlah atom atau primitif pada proposisi majemuk. Hal ini akan bermasalah jika n berukuran besar, misalnya 10, sehingga kita harus membuat tabel dengan jumlah baris sebanyak 2^{10}. Ada cara yang lebih efisien untuk mengetahui konsistensi dari ekspresi logika, yaitu dengan menggunakan tablo semantik. Tablo semantik dapat digunakan untuk menyimpulkan konsistensi suatu himpunan logika dan validitas suatu argumen.

1.12 Aturan-aturan Tablo Semantik

Tablo semantik adalah bentuk-bentuk proposisi yang dibangun berdasarkan aturan-aturan tertentu yang berbentuk pohon.

Tabel 1.4 Tablo Semantik

No.	Aturan	No.	Aturan	No.	Aturan
1	$A \wedge B$ A B	4	$A \leftrightarrow B$ $A \wedge B$ $\neg A \wedge \neg B$	7	$\neg A \vee \neg B$ $\neg A$ $\neg B$
2	$A \vee B$ A B	5	$\neg(\neg A)$ A	8	$\neg(A \rightarrow B)$ A $\neg B$
3	$A \rightarrow B$ $\neg A$ B	6	$\neg(A \wedge B)$ $\neg A$ $\neg B$	9	$A \leftrightarrow B$ $A \wedge \neg B$ $\neg A \wedge B$
10	Jika logika A dan negasinya berada pdsatu deretan cabang tablo, berarti terdapat ketidak-konsistenan pada cabang tersebut dan cabang dinyatakan tertutup.				

1.13 Tablo Semantik Pada Suatu Himpunan Ekspresi Logika

Penerapan tablo semantik pada himpunan logika adalah untuk menentukan apakah suatu himpunan logika konsisten atau tidak konsisten secara bersama-sama. Jika ada cabang tablo yang tidak tertutup maka himpuan logika dikatakan konsisten secara bersama-sama. Sebaliknya jika seluruh cabang tablo tertutup maka himpuan logika dikatakan tidak konsisten secara bersama-sama.

Contoh 1.21

Tentukan konsistensi ekspresi logika$\neg(A \rightarrow B)$ dan $\neg A \vee B$

Penyelesaian

$\neg(A \rightarrow B)$
$\neg A \vee B$

$\neg \neg A$
$\neg B$

A

$\neg A$ B

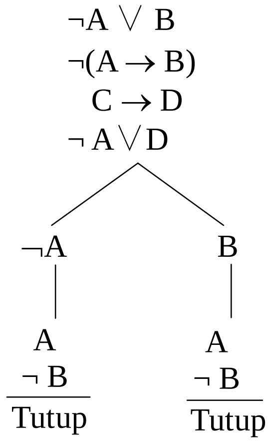
Tutup   Tutup

Karena seluruh cabang tablo tertutup, maka ekspresi logika $\neg(A \rightarrow B)$ dan $\neg A \vee B$ tidak konsisten secara bersama-sama.

Contoh 1.22

Tentukan konsistensi ekspresi logika $\neg(A \rightarrow B)$, $\neg A \vee B$, $C \rightarrow D$, dan $(\neg A \vee D)$

Penyelesaian



1.14PENERAPAN TABLO SEMANTIK PADA ARGUMEN

Penerapan tablo semantik pada argumen dilakukan dengan cara menegasi kesimpulan. Jika seluruh cabang tablo tertutup, maka disimpulkan bahwa argumen valid. Jika ada cabang tablo yang tidak tertutup maka disimpulkan bahwa argumen tidak valid.

Contoh 1.21

Dengan menggunakan strategi pembalikan pada tablo semantik, tentukan apakah argumen berikut valid!

$A \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$	premis 1
$\neg A \vee B$	premis 2
$(A \rightarrow B)$	kesimpulan

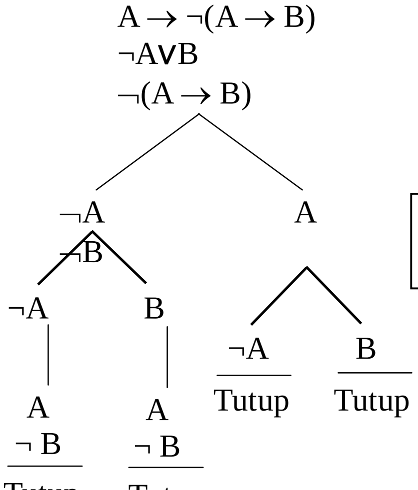
Penyelesaian

Argumen dapat ditulis dalam bentuk

$A \rightarrow \neg(A \rightarrow B), \neg A \vee B \models (A \rightarrow B)$

atau

$A \rightarrow \neg(A \rightarrow B) \wedge \neg A \vee B \wedge \neg(A \rightarrow B)$



Karena seluruh cabang tablotertutup, maka argumen dinyatakan valid

1.15 Bentuk Normal

Bentuk normal (*Normal Form*) adalah bentuk standarekspresi logika yang hanya menggunakan perangkai dasar.Bentuk normal disebut juga bentuk kanonik. Setiap ekspresi logika dalam bentuk *fpe* atau *wwf* dapat diubahmenjadi bentuk normal dengan hanya menggunakanprangkai dasar.

Bentuk normal dibedakan menjadi dua jenis, yaitu:

a. Bentuk Normal Disjungtif (*DNF*)

b. Bentuk Normal Konjungtif (*CNF*)

1.15.1 BENTUK NORMAL KONJUNGTIF

Ekspresi logika dikatakan dalam bentuk normal konjungtif bila merupakan konjungsi dari disjungsi literal-literal.

Bentuk umum dari bentuk normal konjungtif adalah$A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge A_4 \ldots \wedge A_n$

Setiap $A_i$mempunyai bentuk $\lambda_1 \vee \lambda_2 \vee \lambda_3 \vee \lambda_4 \ldots \vee \lambda_m$

Contoh-contoh *CNF*

1. $(p_2 \vee p_5 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_2 \vee p_1 \vee p_3) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_7 \vee \neg p)$
2. $(\neg p_1 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1 \vee p_3)$
3. $(p_2 \vee \neg p_3 \vee \neg p_4 \vee p_7) \wedge p_2)$
4. $\neg p_{10}$

1.15.2 BENTUK NORMAL DISJUNGTIF

Ekspresi logika dikatakan dalam bentuk normal disjungtif bila merupakan disjungsi dari konjungsi literal-literal.

Bentuk umum dari bentuk normal disjungtif adalah $A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee A_4 \ldots \vee A_n$

Setiap $A_i$mempunyai bentuk $\lambda_1 \wedge \lambda_2 \wedge \lambda_3 \wedge \lambda_4 \ldots \wedge \lambda_m$

Contoh-contoh *DNF*

1. $(p_2 \wedge p_5 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_2 \wedge p_1 \wedge p_3) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge p_7 \wedge \neg p)$
2. $(\neg p_1 \wedge \neg p_3) \wedge (\neg p_2 \wedge \neg p_1 \wedge p_3)$
3. $(p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4 \wedge p_7) \vee p_2)$
4. $\neg p_{10}$

1.16 BENTUK NORMAL dan TABEL KEBENARAN

Bentuk DNF dapat disusun dari tabel kebenaran dengan cara mengambil nilai *true* dari ekspresi logika. Untuk setiap baris yang bernilai true, bentuk proposisi majemuk yang terdiri dari atom-atom pada tabel kebenaran dengan menggunakan perangkai $\wedge$. Selanjutnya rangkai proposisi majemuk yang telah dibentuk dengan menggunakan perangkai $\vee$.

Selain bentuk DNF, kita juga dapat menyusun CNF dari tabel kebenaran dengan cara mengambil nilai *false* dari ekspresi logika. Untuk setiap baris yang bernilai *false*, bentuk proposisi majemuk yang terdiri dari atom-atom pada tabel kebenaran dengan menggunakan perangkai $\vee$, dengan catatan nilai variabel proposisionalnya berlawanan dengan tabel kebenaran; F menjadi T dan T menjadi F. Selanjutnya rangkai proposisi majemuk yang telah dibentuk dengan menggunakan perangkai $\wedge$.

Contoh 1.22
Tulis proposisi $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg C)$ ke dalam bentuk DNF dan CNF
Penyelesaian

a	$\neg a$	b	c	$\neg c$	$(a \wedge b)$	$\neg(a \wedge b)$	$\neg a \vee \neg c$	$\neg(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg a \vee \neg c)$
T	F	T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T	F
T	F	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T	T
F	T	F	F	T	F	T	T	T

Membentuk DNF
Pilih nilai kebenaran proposisi $\neg(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg a \vee \neg c)$ = T
Dari tabel kebenaran didapat:
$(a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge b \wedge c) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg c) \vee (\neg a \wedge \neg b \wedge c)$
$) \vee (\neg a \neg \wedge b \wedge \neg c)$

Membentuk CNF
Pilih nilai kebenaran proposisi $\neg(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg a \vee \neg c)$ = F
Dari tabel kebenaran didapat, $(\neg a \vee \neg b \vee c) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg c)$

Contoh 1.23
Tulis proposisi $(\neg p \wedge q) \rightarrow r$ ke dalam bentuk DNF dan CNF
Penyelesaian

p	$\neg p$	q	r	$(\neg p \wedge q)$	$(\neg p \wedge q) \rightarrow r$
T	*F*	*T*	*T*	*F*	*T*
T	*F*	*T*	*F*	*F*	*T*
T	*F*	*F*	*T*	*F*	*T*
T	*F*	*F*	*F*	*F*	*T*
F	*T*	*T*	*T*	*T*	*T*
F	*T*	*T*	*F*	*T*	*F*
F	*T*	*F*	*T*	*F*	*T*
F	*T*	*F*	*F*	*F*	*T*

Membentuk DNF
Pilih nilai kebenaran proposisi $(\neg p \wedge q) \rightarrow r$ = T
Dari tabel kebenaran didapat:
$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg\ r \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg\ r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

Membentuk CNF
Pilih nilai kebenaran proposisi $(\neg p \wedge q) \rightarrow r$= F
Dari tabel kebenaran didapat, $(p \vee \neg q \vee r)$

1.17Resolusi

Pada materi sebelumnya telah dibahas tentang ekspresi-ekspresi logika berupa validitas argumen-argumen denganmenggunakan tabel kebenaran, hukum- hukum logika, dan tablo semantik. Metode lain yang dapat digunakan untuk menguji validitas argumen adalah dgn menggunakanmetode resolusi. Metode resolusi juga dapat digunakandengan cara menegasi kesimpulan.

1.17.1 Klausa(*Clause*)

Klausa adalah disjungsi dari literal-literal. Setiap klausa dapat mengandung satu literal, misalnya A atau ¬A yang disebut sebagai klausa unit. Berikut adalah contoh klausa.

a. $q_2 \wedge q_5 \wedge \neg q_3$

b. $\neg q_1 \wedge q_3$

1.17.2*Resolvent Clause*

Jika terdapat dua klausa yang masing-masing memiliki literal yang berpasangan, misal A dan ¬A, maka literal yang berpasangan tersebut dapat di resolve; yaitu menghapus literal yang berpasangan yang ada pada klausa. Hasil dari proses resolve disebut *resolvent clause*.
Sebagai contoh, jika terdapat klausa

a. Klausa $(\neg A \vee B)$ dan $(\neg B \vee C)$ maka dapat diresolve menjadi sebuah resolvent $\neg A \vee C$
b. Klausa $(\neg A \vee C)$ dan A di resolve menjadi C
c. Klausa C dan ¬C di resolve menjadi $\perp$

$\perp$ adalah *falsum*, yaitu konstanta proposisional yang selalu bernilai salah.Untuk menggunakan metode pembuktian resolusi, ekspresi logika harus dalam bentuk CNF.Kemudian nyatakanCNF sebagai himpunan klausa.

Contoh 1.24
Ubah ekspresi CNF berikut ke dalam bentuk himpunan klausa!
$(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C$
Penyelesian
$(\neg A \vee B) \equiv \{\neg A, B\}$
$(\neg B \vee C) \equiv \{\neg B, C\}$
$A \equiv \{A\}$
$\neg C \equiv \{\neg C\}$

Sehingga $(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C$dapat ditulis dalam bentuk himpunan klausa $\{\{\neg A \vee B\}, \{\neg B \vee C\}, \{A\}, \{\neg C\}\}$.

Contoh 1.25

Buktikan bahwa validitas argumen berikut!

$(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \vee C \vee D) \wedge (\neg C \vee (E \wedge F) \wedge ((F \rightarrow \neg D) \rightarrow \neg E) |= (\neg D \rightarrow B)$

Penyelesaian

$(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \vee C \vee D) \wedge (\neg C \vee (E \wedge F) \wedge ((F \rightarrow \neg D) \rightarrow \neg E) \wedge \neg(\neg D \rightarrow B) |= \perp$

$\neg A \rightarrow B \equiv A \vee B \equiv \{A, B\}$

$\neg A \vee C \vee D \equiv \{\neg A, C, D\}$

$\neg C \vee (E \wedge F) \equiv \{\neg C\}, \{E\}, \{F\}$

$(F \wedge \neg D) \rightarrow \neg E \equiv \neg F \vee D \vee \neg E \equiv \{\neg F, D, \neg E\}$

$\neg(\neg D \rightarrow B) \equiv \neg D \wedge \neg B \equiv \{\neg D\} \{\neg B\}$

Sehingga argumen

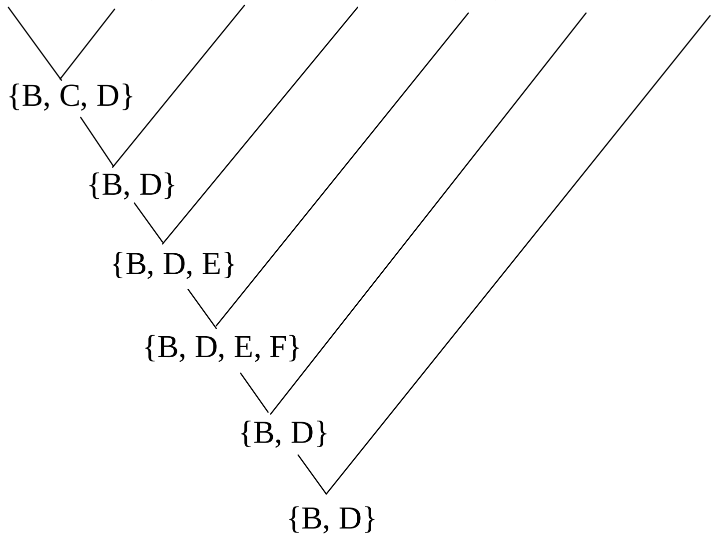
$(\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \vee C \vee D) \wedge (\neg C \vee (E \wedge F) \wedge ((F \rightarrow \neg D) \rightarrow \neg E) |= (\neg D \rightarrow B)$

Dapat ditulis dalam bentuk

$\{\{A, B\}, \{\neg A, B, C\}, \{\neg C\}, \{E\}, \{F\}, \{\neg F, D, \neg E\}\} |= \{D, B\}$

Selanjutnya bangun pohon sebagai berikut.

$\{A, B\}$ $\{\neg A, C, D\}$ $\{\neg C\}$ $\{E\}\{F\}$ $\{\neg F, D, \neg E\}\}\{D, B\}$



Cara lain utk membuktikan validitas argumen adalah dengan cara menegasi kesimpulan. Jika menghasilkan kesimpulan $\perp$,maka disimpulkan bahwa argumen terbukti valid.

Contoh 1.26

Buktikan bahwa argumen berikut valid!

$\{(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (\neg (p_2 \rightarrow p_3) \rightarrow \neg p_1)\} |= (p_1 \rightarrow p_3)$

Penyelesaian

Langkah 1

Ubah bentuk klausa menggunakan prinsip ekivalensi

$(p_1 \rightarrow p_2) \equiv \neg p_1 \vee p_2 \equiv \{\neg p_1 , p_2\}$

$\neg(p_2 \rightarrow p_3) \rightarrow \neg p_1 \equiv \neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3 \equiv \{\neg p_1, \neg p_2, p_3\}$

Langkah 2
Negasikan kesimpulan
$\neg(p_1 \rightarrow p_3) \equiv p_1 \wedge \neg p_3 \equiv \{p_1\}, \{\neg p_3\}$

Langkah 3
Susun menjadi himpunan klausa
$\{\neg p_1 , p_2\}$, $\{\neg p_1, \neg p_2, p_3\}$, $\{p_1\}$, $\{\neg p_3\} \models \perp$

Langkah 4
Bangun pohon resolusi

$\{\neg p_1 , p_2\}$ $\{\neg p_1, \neg p_2, p_3\}$ $\{p_1\}$ $\{\neg p_3\}$

$\{\neg p_1 , p_3\}$

$\{p_3\}$

$\perp$

Karena hasil dari proses resolve menghasilkan $\perp$, maka argumen terbukti valid.

Latihan

1. Manakah dari himpunan klausa berikut yang konsisten atau kompatibel?
   a. $\{\{p_1, p_2, p_3\}, \{p_1, \neg p_3\}, \{\neg p_1, \neg p_2\}\}$
   b. $\{\{\neg p_1, \neg p_2, p_3\}, \{p_1, \neg p_3\}, \{\neg p_1, p_2\}\}$
   c. $\{\{p_1, \neg p_2, p_3\}, \{p_1, \neg p_3\}, \{\neg p_1, p_2, \neg p_2\}\}$
   d. $\{\{p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4\}, \{p_1, \neg p_3\}, \{p_1, p_2 , \neg p_4\}, \{p_4\}\}$

2. Buktikan bahwa argumen berikut valid!
   a. $J \rightarrow K$
   $J \vee K \vee \neg L$
   $\neg K$
   $\therefore \neg L \wedge \neg K$

   b. $M \rightarrow N$
   $N \rightarrow N$
   $(M \rightarrow O) \rightarrow (N \rightarrow P)$
   $(M \rightarrow P) \rightarrow Q$
   $\therefore Q$

BAB II
LOGIKA PREDIKAT

2.1. Pengantar

Pada pembahasan pasal sebelumnya kita telah membahaslogika proposisional yang terdiri dari proposisi tunggal(disebut juga atom atau primif) dan proposisi majemuk. Kelemahan utama dari logika proposisional adalah tidakboleh mengandung peubah. Hal ini berkaitan dengan definisi dari proposisi, yaituhanya mempunyai nilai benar atau salah; tidak keduanya.

Misalnya pernyataan $2x + 1 = 3$ dengan daerah asal bilangan ril. Padahal dalam banyak hal pernyataan-pernyataan dalam matematika dan/atau ilmu komputer dinyatakan dalam bentuk rumus-rumus. Kelemahan lain dari logika proposisional adalah dari segieffisiensi, karena tidak menjelaskan tentang banyaknyakuantitas yang terlibat dalam pembahasan. Jika kita ingin menyatakan keseluruhan dari 1000orangmahasiswa STMIK "αβχ", maka kita harus menulis satupersatu proposisi dari masing-masing mahasiswa tsb.,misal:
Adi adalah mahasiswa STMIK "αβχ"
Benny adalah mahasiswa STMIK "αβχ"
Chairul adalah mahasiswa STMIK "αβχ"
⋮
Zainal adalah mahasiswa STMIK "αβχ"

Kelemahan lain dari logika proposisional adalah pada saat kita harus menarik kesimpulan (inferensi) suatu argumen, maka kesimpulannya harus terkaitdengan hipotesis atau premis.

Perhatikan

Modus Ponens $p \to q$
p
$\therefore q$

Modus Ponens $p \to q$
$\neg q$
$\therefore \neg q$

Silogisme Hipotesis $p \to q$
$q \to r$
$\therefore p \to r$

Seluruh kesimpulan dari ketiga modus diatas selalu terkait dengan hipotesis atau premis.Perhatikan argumen berikut!

Semua makhluk hidup pasti mati
Kucing adalah makhluk hidup

∴Kucing pasti mati
Adalah hal yang masuk akal jika kita menarikkesimpulan, *Kucing pasti mati*.

Akan tetapi menurut aturan inferensi pada logikaproposisional, “Kesimpulan harus mempunyai kaitan dengan premis/ premis-premisnya”. Untuk lebih jelas kita akan menggunakan simbol proposisi pada argumen diatas.

p : Semua makhluk hidup pasti mati
q : Kucing adalah makhluk hidup
r : Kucing pasti mati

Sehingga dapat ditulis

$$\begin{array}{c} p \\ q \\ \hline \therefore r \end{array}$$

Karena proposisi r tidak ada hubungannya dengan proposisi p dan q, maka r bukan kesimpulan dariargumen.Karena beberapa kelemahan logika proposisi, makakita perlu untuk mempelajari logika predikat.

2.2 *Universe of Discourse*

Universe of Discourse atau ***domain***, diterjemahkansebagai semesta pembicaraan, yaitu kumpulan dariorang, ide, simbol, dan lain-lain yang mempengaruhielemen logis dengan batasan tertentu. Elemen-elemen dari ***Universe of Discourse*** disebutobjek-objek. ***Universe of Discourse*** digunakan untukmenghindari munculnya ambiguitas atau penafsiranyang berbeda satu dengan yang lain.

Sebagai contoh:
- Ali adalah ayah dari Badu
- Amir adalah mahasiswa STMIK MDP

Pernyataan diatas dapat menimbulkan ambiguitas, karena orang yang bernama Ali, Badu, atau Amir lebihdari satu.Dengan alasan diatas maka diperlukan penerapankonsep ***Universe of Discourse***.

2.3 Predikat

Predikat adalah properti yang menjelaskan tentang indivual atau subjek yang terlibat dalam pernyataan.Sebagai contoh pada pernyataan $x< 5$. Pernyataan lebih kecil dari 5 adalah predikat; biasa dilambangkan dengan huruf kapital, misalnya K.Sebagai fungsi proposisional ditulis dalam bentuk,$K(x) = x< 5$. $x$adalah variabel dan Kadalah predikat. $K(a)$ adalah nilai kebenaran fungsi proposisional pada $a \in D$.

2.4 Fungsi Proposisional

Pada logika predikat, setiap predikat diberi nama dan diikuti oleh argumen. Daftar argumen diletakkan didalam kurung biasa. Untuk penulisan, predikat dapatdilambangkan dengan sebuah huruf besar, sedangkan Agumen dilambangkan dengan huruf kecil.
Sebagai contoh:
a) ″$x> 3$″
b) ″$x = y + 3$″
c) ″$x = y + z$″

Pernyataan *a*) sampai *c*) adalah fungsi proposisional.
Fungsi proposisional ″$x> 3$″pada *a*) terdiri dari dua bagian. Bagian pertamaadalah x merupakan subjek dari pernyataan. Bagiankedua adalah predikat ″lebih besar dari 3″ merupakan sifat yang dimiliki oleh subjek. Kita dapat menuliskan pernyataan ″$x> 3$″

dengan $P(x)$. P merupakan predikat ″lebih besar dari 3″, sedangkan x adalah varibel. Pernyataan $P(x)$ merupakan nilai fungsi proposisional P pada x. Nilai kebenaran untuk $P(4)$ dan $P(2)$ pada *a*) adalah$P(4) = 4 > 3$ menghasilkan pernyataan yang benar.Sedangkan $P(2) = 2 > 3$ menghasilkan pernyataan yang salah.

Pada pernyataan *b*) , yaitu ″$x = 3+ y$″ dapat ditulisdalam bentuk $Q(x, y)$, x dan y adalah variabel,sedangkan Q adalah predikat. Jika diberikan nilaitertentu pada variabel x dan y maka pernyataan $Q(x, y)$mempunyai nilai kebenaran. Nilai kebenaran dari $Q(2, 1)$ adalah ″2 = 1 + 3″ adalah salah. Sedangkan nilai kebenaran dari $Q(5, 2)$ adalah ″5 = 2 + 3″ adalah benar.
Pada pernyaan *c*), yaitu ″$x = y + z$″ dapat ditulis dalam bentuk $R(x, y, z)$, x, y, dan z adalah variabel, sedangkan R adalah predikat. Jika diberikan nilai tertentu pada variabel x, y, dan z maka pernyataan $R(x, y, z)$mempunyai nilai kebenaran. Nilai kebenaran dari $P(2, 1, 4)$ adalah ″2 = 1 + 4″adalah salah. Sedangkan kebenaran dari $P(5, 1, 4)$ adalah ″5 = 1 + 5″.

2.5 Kuantor (*Quantifier*)

Ada 2 jenis kuantor, yaitu Kuantor Universal yangdilambangkan dengan simbol $\forall$ dan Kuantor Eksistensial yang dilambangkan dengan $\exists$. Sebagai contoh:
a) Dumbo adalah seekor gajah
b) Semua gajah mempunyai belalai.

Pada contoh *a*) jika predikat seekor gajah dilambangkan$G$, maka *a*) dapat ditulis menjadi $G(x)$. Pada contoh *b*) jika predikat ″mempunyai belalai ″dilambangkan dengan B, maka *b*) dapat ditulis menjadi $B(x)$. Selanjutnya *a*) dan *b*) dapat ditulis menjadi $G(x) \rightarrow B(x)$.Notasi tersebut dibaca jika x seekor gajah maka x mempunyai belalai.Akan tetapi kita perlu menjelaskan apakah yang kita maksud semua x atau hanya sebagian saja. Jika yangkita maksud semua x, maka kita gunakan kuantoruniversal $\forall$.Jika yang dimaksud hanya sebagian x, maka kitagunakan kuantor eksistensial $\exists$. Jika kita maksudkan semua atau seluruh atau setiap x, maka kita gunakan kuantor universal $\forall$, sehingga$G(x) \rightarrow B(x)$ ditulis menjadi $(\forall x)$ $(G(x) \rightarrow B(x))$, dibaca ″untuk setiap x, jika x adalah gajah maka $x$mempunyai belalai. Misal terdapat pernyataan
a) x adalah mahasiswa
b) x rajin belajar.
Jika pada *a*) predikat ″mahasiswa″ dilambangkandengan M, sedangkan pada *b*) predikat ″predikatbelajar″ dilambang kan dengan R, maka dapat ditulismenjadi $(\exists x)$ $(M(x) \wedge R(x))$, dibaca, ″untuk sebagian x, x adalah mahasiswa dan x rajin belajar atau “sebagian mahasiswa rajin belajar.”

2.6 Penggunaan Kuantor

Berikut akan dijelaskan situasi-situasi yang melibatkan kuantor universal atau eksistensial.

2.6 .1 Kuantor Universal

Kuantor universal ($\forall$) menunjukkan bahwa setiap objek dalam semestanya mempunyai sifatdari kalimat yang menyatakannya.Jika pernyataan memaki kunator universal ($\forall$),
maka gunakan perangkai implikasi ($\rightarrow$), yaitu″Untuk semua (variabel), jika … maka …″.

Contoh 2.1

Misal terdapat pernyataan ″x adalah orang″ dilambangkan dengan $O(x)$dan″Setiap x mencintai Indonesia″ dilambangkan dengan $C(x, i)$, maka dapat ditulis menjadi$(\forall x)(O(x) \rightarrow C(x, i))$.

2.6.2 Kuantor Eksistensial

Sedangkan kuantor eksistensial ($\exists$) menunjukkan bahwa sebagian (setidak-tidaknya satu objek) dalam semestanya memenuhi sifat kalimat yang menyatakannya. Jika pernyataan memakai kunator universal ($\exists$), maka gunakan perangkai konjungai ($\wedge$), yaitu″Ada (variabel) yang … dan …″.

Contoh 2.2

Pernyataan, ″x adalah mahasiswa″ dapat ditulis dalam bentuk simbol $M(x)$. M adalah predikat mahasiswa.Pernyataan, ″x mendapat beasiswa″, dapat ditulis dalam bentuk simbol $B(x)$. B adalah predikat beasiswa.Jika kita ingin menyatakan sebagian mahasiswa mendapat beasiswa, dan *universe of discourse* adalah seluruh mahasiswa, pernyataan dalam bentuk simbol adalah$\exists x\ (M(x) \wedge B(x))$.

Contoh 2.3

Nyatakan pernyatan berikut ke dalam bentuk simbol logika predikat!

a) Setiap bilangan ril x mempunyai kuadrat tak negatif

b) Setiap bilangan ril x mempunyai kuadrat tidak sama dengan nol.

c) Ada bilangan bulat yang kuadratnya sama dengan bilangan itu sendiri

Penyelesaian

a) $\forall x(R(x) \rightarrow K(x))$

b) $\forall x(R(x) \rightarrow B(x))$

c) $\exists m(R(m) \wedge S(m))$

Latihan

1. Ubah ekspresi berikut menjadi bentuk logika predikat jika universe of discourse adalah semua hewan.
   a) Semua harimau adalah pemangsa
   b) Ada harimau yang hidup di kebun binatang Ragunan
   c) Hanya harimau yang mengaum
   d) Ada harimau yang memangsa kijang
   e) Ada harimau yang hanya memangsa kijang

2. Misal $B(x, y)$ adalah pernyataan “x mengikuti mata kuliah y”, dan universe of discourse untuk x adalah semua mahasiswa STMIK MDP, dan y adalah mata kuliah yang ditawarkan di STMIK MDP. Ubah ekspresi-ekspresi berikut ke dalam pernyataan berbahasa Indonesia.
   a) $(\exists x)(\exists y)B(x, y)$ *d*) $(\exists y)(\forall x)\ B(x, y)$
   b) $(\exists x)(\forall y)\ B(x, y)$ *e*) $(\forall y)(\exists x)\ B(x, y)$
   c) $(\forall x)(\exists y)\ B(x, y)$ *f*) $(\forall x)(\forall y)\ B(x, y)$

3. Misal $B(x)$ adalah pernyataan “x berbicara bahasa Inggris ”, dan $B(x)$ adalah pernyataan “x menguasai bahasa pemrogr. Java”.Ubah pernyataan-pernyataan berikut dengan A(x), B(x), kuantor, dan perangkat-perangkat logika yang relevan. *Universe of Discourse* adalah seluruh mahasisawa di STMIK MDP.

a) Ada mahasiswa STMIK MDP yg dapat berbicara bahasa Inggris dan menguasai bahasa pemrograman Java.
b) Ada mahasiswa STMIK MDP yg dapat berbicara bahasa Inggris tapi tidak menguasai bahasa pemrograman Java.
c) Ada mahasiswa STMIK MDP yg dapat berbicara bahasa Inggris sekaligus menguasai bahasa pemrograman Java.
d) Tidak ada mahasiswa STMIK MDP yg dapat berbicara bahasa Inggris atau menguasai bahasa pemrograman Java.

2.7 Bentuk Normal Prenex

Bentuk logika predikat dengan proposisi penyusunnyadisebut normal prenex jika dan hanya jika bentuk tsb hanya mengandung perangkai negasi, konjungsi dan disjungsi dan kuantor-kuantornya berada di depan.

Bentuk umum Normal Prenex adalah sebagai berikut.

$(Q_1 x_1)(Q_3 x_3)(Q_3 x_3)\ldots (Q_n x_n)\ A(x_1, x_2, x_3,\ldots , x_n)$

$Q_1 \ldots Q_n$ adalah kuantor-kuantor termasuk ∀ dan ∃ dan disebut sebagai prefix.
Sedangkan $A(x_1, x_2, x_3,\ldots , x_n)$ disebut matriks.Untuk mengubah bentuk ekspresi menjadi Normal prenex, pertama-tama uah perangkai → dan ↔ menjadi bentuk ∨, ∧, dan ¬.

Selanjutnya gunakan ekivalensi berikut.

1. (∀x) A(x) ∧ B ≡(∀x)(A(x) ∧ B)
2. (∀x) A(x) ∨ B ≡(∀x)(A(x) ∨ B)
3. (∃x) A(x) ∧ B ≡(∀x)(A(x) ∧ B)
4. (∃x) A(x) ∨ B ≡(∀x)(A(x) ∨ B)
5. (∀x) A(x) ∧(∀x) B(x) ≡(∀x)(A(x) ∧ B(x))
6. (∃x) A(x) ∨(∃x) B(x) ≡(∃x)(A(x) ∨ B(x))
7. (∀x) A(x) ∧(∀y) B(y) ≡(∀x) (∀y)(A(x) ∧ B(y))
8. (∀x) A(x) ∧(∃y) B(y) ≡(∀x) (∃y)(A(x) ∧ B(y))
9. (∃x) A(x) ∧(∀y) B(y) ≡(∃x) (∀y)(A(x) ∧ B(y))
10. (∃x) A(x) ∧(∃y) B(y) ≡(∃x) (∃y)(A(x) ∧ B(y))
11. (∀x) A(x) ∨(∀y) B(y) ≡(∀x) (∀y)(A(x) ∨ B(y))
12. (∀x) A(x) ∨(∃y) B(y) ≡(∀x) (∃y)(A(x) ∨ B(y))
13. (∃x) A(x) ∨(∀y) B(y) ≡(∃x) (∀y)(A(x) ∨ B(y))
14. (∃x) A(x) ∨(∃y) B(y) ≡(∃x) (∃y)(A(x) ∨ B(y))

2.8 Mengubah Ekspresi ke Bentuk Normal Prenex

Berikut adalah langkah-langkah untuk mengubah ekspresi ke bentuk normal Prenex:

1. Hapus semua perangkai → dengan menggunakan ekivalensi A → B ≡¬A ∨ B
2. Hapus semua perangkai ↔dengan menggunakan ekivalensi A ↔ B ≡ (A→B)∧(B→A)
3. Ubah semua negasi ke dalam ekspresi, dan akhirnyanegasi hanya tampak sebagai bagian dari literal saja.Gunakan hukum-hukum:
   a) De Morgan,
   b) Negasi Ganda, dan
   c) Hukum-hukum, ¬(∀x) A(x) ≡ (∃x)¬A(x) dan ¬(∃x) A(x) ≡ (∀x)¬A(x)
   4. Ganti nama variabel terikat jika diperlukan

5. Gunakan ekivalensi no. 1 – 14 untuk memindahkan semuakuantor ke depan.
6. Gunakan hukum distributif $A \lor (B \land C) \equiv (A \lor B) \land (A \lor C)$ untuk mengubah
matriks menjadi bentuk CNF.

Contoh 2.4
Ubah ekspresi $(\exists x)\, A(x) \rightarrow (\forall x) B(x)$ menjadi normal Prenex!
Penyelesaian

$(\exists x)\, A(x) \rightarrow (\forall x) B(x)$	langkah 1
$\neg(\exists x)\, A(x) \lor (\forall x) B(x)$	langkah 3c
$(\forall x)\, \neg A(x) \lor (\forall x) B(x)$	langkah 4 Ekivalensi no. 11
$(\forall x)\, \neg A(x) \lor (\forall y) B(y)$	langkah 5
$(\forall x)\, (\forall y)\, \neg A(x) \lor B(y)$	Selesai

Contoh 2.5
Tentukan bentuk Normal prenex dari ekspresi berikut!
$(\forall x)(\forall y)((\forall z)\, (A(x, y, z) \land B(y)) \rightarrow (\forall x)\, C(x, z))$
Penyelesaian
$(\forall x)(\forall y)(\neg(\forall z)\, (A(x, y, z) \land B(y)) \lor (\forall x)\, C(x, z))$

$\equiv (\forall x)(\forall y)(\exists z)\neg(A(x, y, z) \land B(y)) \lor (\forall x)\, C(x, z))$

$\equiv (\forall x)(\forall y)((\exists z)\, (\neg(A(x, y, z) \lor \neg B(y)) \lor (\forall x)\, C(x, z))$

$\equiv (\forall x)(\forall y)((\exists z)\, ((\neg A(x, y, z) \lor \neg B(y)) \lor (\forall u)\, C(u, z))$

$\equiv (\forall x)(\forall y)((\exists z)(\forall u)(\neg A(x, y, z) \lor \neg B(y) \lor C(u, z))$

Contoh 2.6
$(\forall x)(\exists y)\, A(x, y) \land (\exists u)(\forall v)\, A(u, v) \equiv (\forall x)(\exists y)(\exists u)(\forall v)\, A(x, y) \land A(u, v)$

Contoh 2.7
$(\forall x)(\forall y)\, (A(x, y) \rightarrow (\exists z)\, (B(x, z)) \lor (\exists x)(\forall y)\, C(x, y, z)$
$\equiv (\forall x)(\forall y)(\exists z)(\exists u)(\forall v)(\neg A(x, y) \lor (B(x, z) \lor C(u, v, w))$

Contoh 2.8
$\neg(\exists x\, P(x)) \land (\exists y\, Q(y) \lor \forall z\, P(z)) \equiv \forall x\, \neg P(x) \land (\exists y\, Q(y) \lor \forall z\, P(z))$
$\equiv \forall x\, \neg P(x) \land (\exists y\, (Q(y) \lor \forall z\, P(z)))$
$\equiv \exists y(\forall x\, \neg P(x) \land (Q(y) \lor \forall z\, P()))$
$\equiv \exists y\, (\forall x\, \neg P(x) \land \forall z\, (Q(y) \lor P(z)))$
$\equiv \exists y \forall z\, (\forall x\, \neg P(x) \land (Q(y) \lor P(z)))$
$\equiv \exists y \forall z \forall x\, (\neg P(x) \land (Q(y) \lor P(z)))$

Contoh 2.9
$\forall x\, P(x) \rightarrow \exists y \forall z\, R(y, z) \equiv \neg\forall x\, P(x) \lor \exists y \forall z\, R(y, z)$
$\equiv \exists x\, \neg P(x) \lor \exists y \forall z\, R(y, z)$
$\equiv \exists x\, (\neg P(x) \lor \forall z\, R(y, z))$
$\equiv \exists x \forall z\, (\neg P(x) \lor R(y, z))$

Contoh 2.10
$\neg\exists y(\forall x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x, y)) \equiv \neg\exists y(\neg\forall x P(x) \lor \forall x Q(x, y)) \equiv \forall y \neg(\neg\forall x P(x) \lor \forall x Q(x, y))$

$\equiv \forall y(\forall x P(x) \land \neg\forall x Q(x, y)) \equiv \forall y(\forall x P(x) \land \exists x \neg Q(x, y))$

$\equiv \forall y(\forall x P(x) \wedge \exists z \neg Q(z, y)) \quad \equiv \forall y \forall x(P(x) \wedge \exists z \neg Q(z, y))$
$\equiv \forall y \forall x \exists z(P(x) \wedge \neg Q(z, y))$

Latihan
Susun bentuk Normal Prenex dari ekspresi berikut!

1. $(\forall x)(\forall y)(A(x, y) \wedge B(y, z)) \rightarrow (\exists x)C(x, z)$
2. $(\forall x)((\forall y) (A(x, y) \rightarrow B(y, z)) \rightarrow (\exists x)C(x, z))$
3. $(\forall x)(\forall y)((\exists z) A(x, y, z) \wedge ((\exists u)C(x, u) \rightarrow (\exists v)(C(x,v)))$
4. $\neg(\forall x) (\exists y) A(x, y) \vee \neg((\exists z) A(z, x))$
5. $\neg(\forall x) ((\exists y) A(x, y) \vee \neg ((\forall x)((\forall y) B(x, y) \leftrightarrow A(x, y)))$
6. $\neg(\forall x) (\exists y)((\forall z) A(x, y, z) \rightarrow B(x, y, z))$

2.9 Skolemisasi

Skolemissi adalah proses penghapusan semua kuantor eksistensial agar menjadi *wff*dengan bentuk standar skolem (*skolem standard form*).

Contoh 2.11
Ubah *wff* $(\exists x)P(x)$menjadi bentuk stadar skolem!
Penyelesaian
Perhatikan! Tidak terdapat kuantor universal disebelah kiri kuantor eksistensial, sehingga *wff* menjadi P(*d*).
d adalah suatu individual (*witness*) yang memiliki properti P.

Contoh 2.12
Ubah *wff* beriku menjadi bentuk standar skolem!
$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(\forall u)((\neg A(x, y, z) \vee C(u, z)) \wedge (\neg B(y) \vee C(u, z)))$
Penyelesaian
Perhatikan variabel yang diikat oleh kuantor universal di sebelah kiri kuantor eksistensial, yaitu *x* dan *y*. Selanjutnya hapus kuantor eksistensial. Karena kuantor eksistensial mengikat variabel *z*, maka variabel *z* diganti dengan *f* (*x*, *y*), sehingga *wff* menjadi,
$(\forall x)(\forall y)(\forall u)((\neg A(x, y, f(x, y)) \vee C(u, f(x, y))) \wedge (\neg B(y) \vee C(u, f(x, y)))$.
Perhatikan bahwa fungsi yang menggantikan *z* tidak mengandung *u*, karena $\forall u$ berada pada sebelah kanan dari $\exists z$.

Latihan
Ubah *wff* beriku menjadi bentuk standar skolem!

1. $(\forall x)(\forall y)((\exists z)(\forall u)(\neg A(x, y, z) \vee \neg B(y) \vee C(u, z))$
2. $(\forall x)(\exists y)(\exists u)(\forall v)A(x, y) \wedge A(u, v)$
3. $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(\exists u)(\forall v)(\neg A(x, y) \vee (B(x, z) \vee C(u, v, w))$
4. $\exists y \forall z \forall x (\neg P(x) \wedge (Q(y) \vee P(z)))$
5. $\exists x \forall z (\neg P(x) \vee R(x, z))$
6. $(\forall y)(\forall x)(\exists z)(P(x) \wedge \neg Q(z, y))$

2.10Himpunan Klausa

Logika predikat yang sudah dalam bentuk standar skolem dapat ditulis dalam bentuk himpunan klausa dengan cara menghapus kuantor universal. Penghapusan kuantor universal dilakukan karena tdk diperlukan lagi, karena semua variabel dan fungsi yang ada semuanya diikat oleh kuantor yang sama, yaitu kuantor universal.

Contoh 2.11
Ubah bentuk skolem berikut menjadi bentuk himpunan klausa.
$(\forall x)(\forall y)(\forall u)((\neg \mathrm{A}(x, y, f(x, y)) \vee \mathrm{C}(u, f(x, y))) \wedge (\neg \mathrm{B}(y) \vee \mathrm{C}(u, f(x, y)))$
Penyelesaian
$\{((\neg \mathrm{A}(x, y, f(x, y)), \mathrm{C}(u, f(x, y))\}, \{\neg \mathrm{B}(y), \mathrm{C}(u, f(x, y))\}$
Literal pada klausa pertama adalah $\neg \mathrm{A}(x, y, f(x, y))$ dan $\mathrm{C}(u, f(x, y))$. Sedangkan literal pada klausa ke dua adalah$\neg \mathrm{B}(y)$, $\mathrm{C}(u, f(x, y))$.

2.11 Resolusi

Untuk melakukan proses resolusi pada suatu wff, kita harus melaukan perubahan menjadi normal prenex,skolem, dan himpunan klausa. Jika suatu wff sudah dalam bentuk klausa, kita dapat melakukan resolusi.

Contoh 2.12
Lakukan proses resolve dari dua buah klausa berikut.
1. $(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{Q}(y, f(z)) \vee \mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z)$
2. $(\mathrm{U}(x, z) \vee \neg \mathrm{Q}(x, f\,(g(a))) \vee \mathrm{V}(x))$

Penyelesaian

Terdapat dua komplemen literal, yaitu Q dan $\neg$Q. Akantetapi kedua literal tersebut memiliki occurence yang tidak sama. Literal pada klausa 1 adalah $\mathrm{Q}(y, f(z))$. Sedangkan pada klausa 2 adalah $\neg \mathrm{Q}(x, f(g(a))$.

Sebelum dilakukan proses resolusi, kita harus merubah occurrence pada Q dan $\neg$Q, sehingga menjadi sama.
1. $(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{Q}(y, f(z)) \vee \mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z)$
2. $(\mathrm{U}(x, z) \vee \neg \mathrm{Q}(x, f\,(g(a))) \vee \mathrm{V}(x))$

Ganti y dan z pada Q menjadi masing-masing x dan $g(a)$, sehingga klausa menjadi,
1. $(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{Q}(x, f(g(a)) \vee \mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z))$
2. $(\mathrm{U}(x, z) \vee \neg \mathrm{Q}(x, f(g(a))) \vee \mathrm{V}(x))$

Himpunan klausa menjadi,
$\{(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{Q}(x, f(g(a)\} \vee \{\mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z)\}$
$\{(\mathrm{U}(x, z) \vee \neg \mathrm{Q}(x, f\,(g(a)) \vee \mathrm{V}(x)\}$

Proses resolve
$\{(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{Q}(x, f(g(a)) \vee \mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z)\}$ $\{(\mathrm{U}(x, z) \vee \neg \mathrm{Q}(x, f\,(g(a)) \vee \mathrm{V}(x)\}$

$(\mathrm{P}(x) \vee \mathrm{R}(a, x, y) \vee \mathrm{T}(z) \vee (\mathrm{U}(x, z) \vee \mathrm{V}(x))$

Contoh 2.13
Buktikan $\{\{(\forall x)(\mathrm{A}(x)\} \vee \{\mathrm{B}(x)\}\} \wedge \neg \mathrm{B}(a)\} \vDash \{\mathrm{A}(a)\}$
Penyelesaian

$\{\{(A(x)\} \vee \{B(x)\}\} \wedge \neg B(a)\} \vDash \{A(a)\}$
Substitusi *a* ke *x* pada literal B dan A
$\{\{(A(a)\} \vee \{B(a)\}\} \wedge \neg B(a)\} \vDash \{A(a)\}$

Pohon resolusi

$\{A(a)\ ,\ B(a)\},\ \{\neg B(a)\}$

$\{A(a)\}$

Contoh 2.14
Buktikan
$\{\{(\forall x)(A(x)\} \vee \{B(x)\}\} \wedge \neg B(a)\} \vDash \{A(a)\}$menggunakan strategi pembalikan
Penyelesaian
$\{\{(A(x)\} \vee \{B(x)\}\} \wedge \neg B(a)\} \wedge \{\neg A(a)\} \vDash \perp$
Substitusi *a* ke *x* pada literal B dan A
$\{\{(A(a)\} \vee \{B(a)\}\} \wedge \neg B(a)\} \wedge \{\neg A(a)\}$
Pohon resolusi
$\{(A(a) \vee B(a)\} \wedge \{\neg B(a)\} \wedge \{\neg A(a)\} \vDash \perp$

$\{A(a)\}$

$\perp$

2.12 Penerapan Tablo Semantik pada Ekspresi Logika Predikat

Aturan tablo semantik yang diterapkan pada ekspresi logika proposisional tetap berlaku pada penerapannya pada ekspresi logika predikat. Akan tetapi harus mengikuti aturan bahwa Term yang telah dipakai pada tablo semantik tidak boleh digunakan lagi pada Existensial Instantiation, tapi bisadigunakan berkali-kali pada Universal Instantiation.

Contoh 2.15
Buktikan konsistensi dari ekspresi,
$(\forall x)(\forall y)\ R(x, y) \rightarrow R(a, a)$
Penyelesaian

1.	$\neg((\forall x)(\forall y)\ R(x, y) \rightarrow R(a, a))$	
2.	$(\forall x)(\forall y)\ R(x, y)$	Aturan 8 pada baris 1.
3.	$\neg R(a, a))$	
4.	$(\forall y)\ R(a, y)$	Aturan 10 padabaris 2.
5.	$R(a, a)$	Aturan 10 pada baris 4.
	Tutup	

Karena cabang tablo tertutup, maka terbukti bahwa $(\forall x)(\forall y)\ R(x, y) \rightarrow R(a, a)$konsisten

Contoh 2.16
Buktikan konsistensi dari ekspresi $(\forall x)\ A(x) \rightarrow (\exists y)\ A(y)$

Penyelesaian

1. ¬((∀*x*) A(*x*) →(∃*y*) A(*y*))

2. (∀*x*) A(*x*)
3. ¬((∃*y*) A(*y*)) — Aturan 8 pada baris 1

4. (∀*y*) ¬A(*y*) — Aturan 13 pada baris 3

5. ¬A(*a*) — Aturan 10 pada baris 4

6. A(*a*) — Aturan 10 pada baris 2

Tutup

Karena cabang tablo tertutup, maka terbukti bahwa(∀*x*) A(*x*) →(∃*y*) A(*y*)

2.13 Penerapan Tablo Semantik pada Argumen

Pembuktian validitas argumen pada tablo semantikmenggunakan strategi pembalikan, yaitu menegasi kesimpulan. Jika seluruh cabang tablo tertutup berartiargumen dinyatakan konsisten secara bersama-sama.

Contoh 2.17
Buktikan validitas argumen berikut,
Semua gajah memiliki belalai
Dumbo seekor gajah
Dengan demikian, **Dumbo memiliki belalai**.
Fungsi proposisional
G(*x*) = *x* adalah gajah
B(*x*) = *x* memiliki belalai
G(*d*) = Dumbo seekor gajah

Ekspresi logika

Semua gajah memilki belalai	(∀*x*)(*G*(*x*) → *B*(*x*)
Dumbo seekor gajah	*G*(*d*)
Dumbo memiliki belalai	*B*(*d*)

Susun ekspresi logika menjadi
(∀*x*)(*G*(*x*) →*B*(*x*) |= *B*(*d*)
Selanjutnya susun ekspresi logika menggunakan strategi pembalikan
(∀*x*)(G(*x*) → B(*x*) ∧ G(*d*) ∧¬B(*d*)
Tablo semantik

(∀*x*)(G(*x*) → B(*x*))
G(*d*)
¬B(*d*)

G(*d*) → B(*d*)

¬G(*d*)*B*(*d*)
TutupTutup

Semua cabang tablo tertutup, sehingga argumen dinyatakan valid.

Contoh 2.18
Buktikan validitas argumen berikut:
Semua mahaiswa rajin belajar
Setiap mahasiswa yang rajin belajar dan pandai akan
lulus ujian sarjana
Badu seorang mahasiswa yang pandai
Dengan demikian, **Badu akan lulus ujian sarjana**.

Penyelesaian

Fungsi proposisional
M(x) = x adalah mahasiswa
R(x) = x rajin belajar
P(x) = x pandai
L(x) = x lulus ujian sarjana

Ekspresi logika
Semua mahasiswa rajin belajar $(\forall x)(M(x) \rightarrow R(x))$
Setiap mahasiswa yang rajin belajar dan pandai akan lulus
ujian sarjana $(\forall x)((R(x) \wedge P(x)) \rightarrow L(x))$
Badu seorang mahasiswa yang pandai $M(b) \wedge P(b)$
Badu akan lulus ujian sarjana $\neg L(b)$

Susun ekspresi logika menjadi
$(\forall x)(M(x) \rightarrow R(x)), (\forall x)((R(x) \wedge P(x)) \rightarrow L(x)), (M(b), P(b)) \models L(b)$
Susun ekspresi logika menggunakan strategi pembalikan

$(\forall x)(M(x) \rightarrow R(x)) \wedge (\forall x)((R(x) \wedge P(x)) \rightarrow L(x)) \wedge (M(b) \wedge P(b)) \wedge \neg L(b)$
$(\forall x)(M(x) \rightarrow R(x)), (\forall x)((R(x) \wedge P(x)) \rightarrow L(x)), (M(b) \wedge P(b))$, $\neg L(b)$

Tablo semantik

$(\forall x)(M(x) \rightarrow R(x))$
$(\forall x)((R(x) \wedge P(x)) \rightarrow L(x))$
$M(b)$ Aturan 8 pada ekspresi
$P(b)$
$\neg L(b)$

$M(b) \rightarrow R(b)$ Aturan 10 pada ekspresi 1

$(R(b) \wedge P(b)) \rightarrow L(b)$ Aturan 10 pada ekspresi 2

$\neg M(b)$ $R(b)$ Aturan 5 pada ekspresi 6
Tutup

$\neg(R(b) \wedge P(b))$ $L(b)$ Aturan 5 pada ekspresi 7
Tutup

$\neg R(b)$ $\neg P(b)$ Aturan 3 pada ekspresi 9
Tutup Tutup

Semua cabang tertutup. Sehingga argumen dinyatakan valid.

Latihan

Periksa validitas argumen berikut!

1. $(\forall x)(P(x) \to Q(x)), (\forall x)P(x) \models (\forall x)Q(x)$
2. $(\exists x)(P(x) \wedge Q(x)), (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \models (\exists x)P(x)$
3. $(\forall x)(\forall y)(Q(x, y) \to P(x, y)), (\forall z)(Q(z, z) \models (\forall x)P(x, x)$
4. $(\exists x)(\forall x)(P(x, y) \to R(x)), (\forall x)(\forall y)P(x, y) \models (\exists z)R(z)$
5. $(\forall x)(P(x) \to Q(x)), (\exists x)P(x, y) \models (\exists x)Q(x)$

DAFTAR BACAAN

1. Soesianto, F dan Djoni Dwijono,*Logika Matematika untuk Ilmu Kompuyter*, Edisi I, Penerbit Andi, 2006.

2. Ben-Ari Mordechai, *Mathematical Logic for Computer Science*, Third Edition, Springer, 2012.

3. Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications,* Seventh Edition, McGrraw-Hill, 2012.