

UJIAN TENGAH SEMESTER 2019/2020

1. a. Himpunan bilangan integer non negative ganjil \rightarrow infinite
- b. Himpunan bilangan integer non negative yang kurang dari 22.000 \rightarrow finite
- c. Himpunan bilangan real antara 1 sampai 20 \rightarrow Uncountable
- d. Himpunan bilangan integer non negative kelipatan 5 \rightarrow infinite

2.

$$R: x = 2y \rightarrow (0,0), (2,1), (4,2), (6,3), (8,4)$$

$$S: x \cdot y = 8 \rightarrow (1,8), (2,4), (4,2), (8,1)$$

$$T: y = x^2 \rightarrow (0,0), (1,1), (2,4), (3,9), (4,16)$$

i) Apakah R, S dan T relasi reflektif

R, S dan T tidak berelasi reflektif, karena setiap anggota himpunan tidak berpasangan dengan dirinya sendiri

ii) Apakah R, S, dan T relasi Transitif

R, S, T tidak Transitif

iii) Apakah R, S, dan T relasi simetris

Hanya S yang simetris $\rightarrow (1,8) \text{ dan } (8,1), (2,4), (4,2)$
R dan T tidak

$$3. f(x) = x+2 \rightarrow (1,3), (2,4), (3,5), (4,6)$$

$$g(x) = x^2+1 \rightarrow (1,2), (2,5), (3,10), (4,17)$$

$$h(x) = \frac{1}{x} \rightarrow (1,1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4})$$

i) Apakah $f(x)$, $g(x)$ dan $h(x)$ fungsi injektif

$f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ fungsi injektif

ii) Apakah $f(x)$, $g(x)$ dan $h(x)$ fungsi surjektif

$f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ fungsi surjektif

iii) Apakah $f(x)$, $g(x)$ dan $h(x)$ fungsi bijektif

$f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ fungsi bijektif

4. a. Ada berapa banyak bit string yang panjangnya 8
 $2^8 = 256$

b. Berapa banyak bit string yang panjangnya 10 yang terbentuk dimulai dengan 11 atau berakhir dengan 101

A : Himpunan awal "11"

$$|A| = 2^8 = 256$$

B : Himpunan akhir "101"

$$|B| = 2^7 = 128$$

$$|A \cap B| = 2^5 = 32$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$= 256 + 128 - 32$$

$$= 352$$

5. Apakah koefisien dari $x^6 y^6$ dalam $(\frac{2}{3}y - \frac{3}{4}x)^{15}$?

$$\left(\frac{2}{3}y + \left(-\frac{3}{4}x\right)\right)^{15} = \sum_{j=0}^{15} \binom{15}{j} \left(-\frac{3}{4}x\right)^{15-j} \left(\frac{2}{3}y\right)^j$$

$$j=6$$

$$\binom{15}{6} \left(-\frac{3}{4}\right)^9 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{15!}{9!6!} \left(-\frac{3}{4}\right)^9 \left(\frac{2}{3}\right)^6$$

$$= 5005 (-0.075) (0.08779)$$

$$= 32.959$$

6. $a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$, $a_0 = 2, a_1 = 5, a_2 = 15$

$$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}$$

$$a_n - 6a_{n-1} + 11a_{n-2} - 6a_{n-3} = 0$$

$$r^3 - 6r^2 + 11r - 6 = 0 \rightarrow r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 3$$

Maka:

$$a_n = C_1 \cdot 1^n + C_2 \cdot 2^n + C_3 \cdot 3^n$$

$$a_0 = 2 = C_1 + C_2 + C_3$$

$$a_1 = 5 = C_1 + 2C_2 + 3C_3$$

$$a_2 = 15 = C_1 + 4C_2 + 9C_3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{eliminasi} \\ \text{substitusi} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} C_1 = 1 \\ C_2 = -1 \\ C_3 = 2 \end{array}$$

Solusi: $a_n = 1 - 2^n + 2 \cdot 3^n$