Validitas, Invaliditas dan Inference Rule

Sukmawati Nur Endah
Logika Informatika , 3 SKS

Ingat Kembali

- Ingat Kembali tentang Tautologi dan Contradictory formulae
- **Definition**
  - ***A tautology is*** *a propositional formula that obtains a truth value true for any assignment of truth values to the occurring variables.*
  - *Tautologies are also called* ***logically valid formulae.***
- Bagaimana membuktikan sebuah formula itu Tautologi?
  - *Dengan menggunakan Tabel Kebenaran*
- Kebalikan dari Tautologi adalah Contradictory formulae

Contoh

p	$\neg p$	$(p \vee \neg p)$	$(p \wedge \neg p)$	$\neg(p \wedge \neg p)$
T	F	T	F	T
F	T	T	F	T

p	q	$(p \to q)$	$(p \wedge (p \to q))$	$((p \wedge (p \to q)) \to q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Inferensi

- Proses penarikkan kesimpulan dari beberapa proposisi di sebut dengan inferensi.
- Aturan Inferensi :
  - Modus Ponen
  - Modus Tollen
  - Silogisme Hipotesis
  - Silogisme Disjungtif
  - Simplifikasi (And – Elimination)
  - Penjumlahan (Or – Introduction)
  - Konjungsi (And – Introduction)

Modus ponen

Modus ponen menyatakan bahwa jika hipotesis p dan implikasi p→q benar, maka konklusi q benar.

$$
\begin{array}{c}
p \rightarrow q \\
p \\
\hline
\therefore q
\end{array}
$$

Berikan contohnya!

Modus tollen

$$p \to q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p$$

Berikan contohnya!

Silogisme Hipotesis

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore p \rightarrow r$$

Berikan contohnya!

Silogisme disjungtif

$p \vee q$

$\sim p$

$\therefore q$

Berikan contohnya!

Simplifikasi (And Elimination)

$$p \wedge q$$

$$\therefore p$$

Berikan contohnya!

Penjumlahan (Or Introduction)

p

$\therefore\ p \vee q$

Berikan contohnya!

Konjungsi (And Introduction)

$$p$$

$$q$$

$$\therefore\ p \wedge q$$

Berikan contohnya!

Argumen

Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai

$$
\begin{array}{ll}
 & p_1 \\
 & p_2 \\
 & \vdots \\
 & p_n \\
\hline
\therefore & q
\end{array}
$$

yang dalam hal ini, p_1, p_2, …, p_n disebut hipotesis (atau premis), dan q disebut konklusi.

Argumen ada yang **sahih** (*valid*) dan **palsu** (*invalid*).

Definisi. Sebuah argumen dikatakan sahih jika konklusi benar bilamana semua hipotesisnya benar; sebaliknya argumen dikatakan palsu (*fallacy* atau *invalid*).

Jika argumen sahih, maka kadang-kadang kita mengatakan bahwa secara logika konklusi mengikuti hipotesis atau sama dengan memperlihatkan bahwa implikasi

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q$$

adalah benar (yaitu, sebuah tautologi). Argumen yang palsu menunjukkan proses penalaran yang tidak benar.

Contoh

Perlihatkan bahwa argumen berikut:

> *Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang.*

adalah sahih.

Penyelesaian:

Misalkan:

p : Air laut surut setelah gempa di laut

q : Tsunami datang:

Argumen:

$$
\begin{array}{ll}
 & p \to q \\
 & p \\
\hline
\therefore & q
\end{array}
$$

Ada dua cara yang dapat digunakan untuk membuktikan kesahihan argumen ini.

Cara 1: Bentuklah tabel kebenaran untuk p, q, dan $p \to q$

p	q	$p \to q$	
T	**T**	**T**	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	T	T	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

Argumen dikatakan sahih jika semua hipotesisnya benar, maka konklusinya benar. Kita periksa apabila hipotesis p dan $p \to q$ benar, maka konklusi q juga benar sehingga argumen dikatakan benar. Periksa tabel, p dan $p \to q$ benar secara bersama-sama pada baris 1. Pada baris 1 ini q juga benar. Jadi, argumen di atas **sahih**.

Cara 2: Perlihatkan dengan tabel kebenaran apakah

$$[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$$

merupakan tautologi. Tabel 1.16 memperlihatkan bahwa $[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$ suatu tautologi, sehingga argumen dikatakan sahih.

Tabel 1.16 $[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$ adalah tautologi

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$[\, p \wedge (p \rightarrow q)\,] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Perhatikanlah bahwa penarikan kesimpulan di dalam argumen ini menggunakan modus ponen. Jadi, kita kita juga telah memperlihatkan bahwa modus ponen adalah argmen yang sahih. ■

Contoh 2:

Perlihatkan bahwa penalaran pada argumen berikut:

"Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang Tsunami datang. Jadi, air laut surut setelah gempa di laut"

tidak benar, dengan kata lain argumennya palsu.

Penyelesaian:

Argumen di atas berbentuk

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

p	q	$p \to q$	
T	T	T	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	**T**	**T**	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

Dari tabel tampak bahwa hipotesis q dan $p \to q$ benar pada baris ke-3, tetapi pada baris 3 ini konklusi p salah. Jadi, argumen tersebut tidak sahih atau palsu, sehingga penalaran menjadi tidak benar.

Contoh 3:
Periksa kesahihan argumen berikut ini:

Jika 5 lebih kecil dari 4, maka 5 bukan bilangan prima.
5 tidak lebih kecil dari 4.
―――――――――――――――――――――
$\therefore$ 5 adalah bilangan prima

Penyelesaian:
Misalkan p : 5 lebih kecil dari 4
q: 5 adalah bilangan prima.

Argumen:

$p \rightarrow \sim q$
$\sim p$
―――――――
$\therefore\ q$

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$\sim p$
T	T	F	F	F
T	F	T	T	F
F	**T**	F	**T**	**T**
F	F	T	**T**	**T**

Tabel memperlihatkan tabel kebenaran untuk kedua hipotesis dan konklusi tersebut. Baris ke-3 dan ke-4 pada tabel tersebut adalah baris di mana $p \rightarrow \sim q$ dan $\sim p$ benar secara bersama-sama, tetapi pada baris ke-4 konklusi q salah (meskipun pada baris ke-3 konklusi q benar). Ini berarti argumen tersebut palsu.

- Perhatikanlah bahwa meskipun konklusi dari argumen tersebut kebetulan merupakan pernyataan yang benar ("5 adalah bilangan prima" adalah benar),

- tetapi konklusi dari argumen ini tidak sesuai dengan bukti bahwa argumen tersebut palsu. ■

Valid dan Invalid

- Logika tidak peduli dengan apa yang benar atau apa yang salah, tetapi lebih pada kebenaran dalam penalaran atau argumentasi
- Contoh :

  Inferensi apakah ini?

  All logicians are clever.
  All clever people are rich.

  All logicians are rich.

  Dapat dibaca juga sbb :

  If all logicians are clever *and* all clever people are rich, *then* all logicians are rich.

- Penting untuk diperhatikan bahwa :
  - Penalaran tersebut benar, tapi kesimpulan tersebut belum tentu bernilai benar

Contoh lain:

All natural numbers are integers.
Some integers are odd numbers.

Some natural numbers are odd numbers.

- Apakah Argumen tersebut valid?
- Bagaimana jika :
  - “Natural numbers” diganti “mice”
  - “Integer” diganti “animals”
  - “Odd numbers” diganti dengan “elephants”

Lanjutan contoh

All mice are animals.
Some animals are elephants.

Some mice are elephants.

- Apakah argumen tersebut tetap valid?
- Bentuk logik argument tersebut tetap, maka seharusnya tidak merubah kebenaran penalarannya.

Propositional Logical Consequence (Konsekuensi Logis Proposisi)

- **Definition**
- *A propositional formula B is* ***a logical consequence of*** *the propositional formulae* $A_1, \ldots, A_n$*, denoted :*
  - $A_1, \ldots, A_n \vDash B$,

  if B is true whenever all $A_1, \ldots, A_n$ *are true*
- Semua variabel yang terjadi pada $A_1, \ldots, A_n$ harus benar sehingga mengakibatkan B nya harus benar.
- *When* $A_1, \ldots, A_n \vDash B$*, we also say that B* ***follows logically*** *from* $A_1, \ldots, A_n$ *or that* $A_1, \ldots, A_n$ ***logically imply*** *B.*

Contoh

- Q follows logically from P and P $\longrightarrow$ Q, for any formulae P and Q.

P	Q	P	$P \to Q$	Q
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	F	T	F

- Is it true that $p \vee q, q \longrightarrow p \vDash p \wedge q$?

Lanjutan

p	q	$p \vee q$	$q \to p$	$p \wedge q$
T	T	T	T	T
T	F	T	T	F
F	T	...	...	...
F	F	...	...	...

We see that in the second row both assumptions are true while the conclusion is false, and this suffices to conclude that $p \vee q, q \to p \not\models p \wedge q$, so there is no need to complete the truth table any further.

Hubungan dengan tautology

- The formula B follows logically from A1,…, An if and only if the formula (A1 ∧…∧ An) ⟶ B is a tautology.
- Contoh *:*
  - Show that *p* ⟶ r and q ⟶ r logically imply (p ∨ q) ⟶ r.

• *Method 1 (truth tables)*

p	q	r	$p \to r$	$q \to r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \to r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F	T

  - Cara ke 2 dengan Indirect Proof (dipelajari minggu depan)

Valid dan Invalid

- Jika $A_1, \ldots, A_n \vDash B$ maka Argumen tersebut dikatakan valid.

Latihan :

Argumen berikut apakah valid?

Chantel is singing.

If Chantel is singing, then Chantel is happy.

Chantel is happy

Ada Pertanyaan??

- Jika tidak ada silahkan kerjakan kuisnya