

### Uraian

1. Diketahui PDB :  $\frac{dy}{dx} - y = 2x - x^2, y(0) = 1$ . Tentukan nilai  $y(0.3)$  dengan minimal 3 langkah dan galat relative absolutnya! Asumsikan  $y(x) = e^x + x^2$  dengan menggunakan metode Runge Kutta Orde 3!

**Jawab :**

$$\frac{dy}{dx} - y = 2x - x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - x^2 + y$$

$$f(x, y) = 2x - x^2 + y$$

$$h = \frac{0.3}{3} = 0.1$$

Titik awal  $x_0 = 0, y_0 = 1$

$x_1 = 0.1, y_1 = ?$

$$k_1 = hf(x_0, y_0) = 0.1 \times 2(0.1) - (0.1)^2 + 1 = 0.1$$

$$k_2 = hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{1}{2}k_1h\right) = 0.1(2(0.05) - (0.05)^2 + 1.05) = 0.11475$$

$$k_3 = hf(x_0 + h, y_0 - k_1 + 2k_2) = 0.1(2(0.1) - (0.1)^2 + 1.1295) = 0.13195$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) = 1 + \frac{1}{6}(0.1 + 0.11475 + 0.13195) = 1.11516$$

$x_2 = 0.2, y_2 = ?$

$$k_1 = hf(x_1, y_1) = 0.1(2(0.1) - (0.1)^2 + 1.11516) = 0.130516$$

$$k_2 = hf\left(x_1 + \frac{h}{2}, y_1 + \frac{1}{2}k_1\right) = 0.1\left(2(0.15) - (0.15)^2 + \left(1.11516 + \frac{0.130516}{2}\right)\right) = 0.1457918$$

$$k_3 = hf(x_1 + h, y_1 - k_1 + 2k_2) = 0.1(2(0.2) - (0.2)^2 + (1.11516 - 0.130516 + 2(0.1457918))) = 0.1635826$$

$$y_2 = y_1 + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) = 1.11516 + \frac{1}{6}(0.130516 + 0.1457918 + 0.1635826) = 1.26137$$

$x_3 = 0.3, y_3 = ?$

$$k_1 = hf(x_2, y_2) = 0.1(2(0.2) - (0.2)^2 + 1.26137) = 0.162137$$

$$k_2 = hf\left(x_2 + \frac{h}{2}, y_2 + \frac{1}{2}k_1\right) = 0.1\left(2(0.25) - (0.25)^2 + \left(1.26137 + \frac{0.162137}{2}\right)\right) = 0.177994$$

$$k_3 = hf(x_2 + h, y_2 - k_1 + 2k_2) = 0.1(2(0.3) - (0.3)^2 + (1.26137 - 0.162137 + 2(0.177994))) = 0.1964592$$

$$y_3 = y_2 + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) = 1.26137 + \frac{1}{6}(0.162137 + 0.177994 + 0.1964592) = 1.4397987$$

galat =

$$y(x) = e^x + x^2$$

$$\text{Nilai sebenarnya} = y(0.3) = e^{0.3} + (0.3)^2 = 1.43986$$

$$\text{Galat mutlak} = 1.43986 - 1.4396987 = 0.0000613$$

$$\text{Galat relative absolut} = 0.0000613/1.43986 = 0.00000425736$$

2. Diberikan pasangan data waktu (seconds) dan kecepatan (meter/seconds)

Waktu (s)	4	7	10	15	20
Kecepatan (m/s)	22	24	37	46	52

Tentukan perkiraan terbaik dari jarak dalam meter yang dicapai oleh tubuh dari  $t = 4$  detik sampai  $t = 20$  detik menggunakan aturan Simpson  $1/3$ !

**Jawab :**

Berdasarkan grafik antara kecepatan terhadap waktu, maka waktu berada di sumbu x dan kecepatan berada di sumbu y

x	4	7	10	15	20
y	22	24	37	46	52

Aturan Simpson  $1/3$  :

$$\int y \, dx = f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + f_5$$

$$\int y \, dx = 22 + 4 \times 24 + 2 \times 37 + 4 \times 46 + 52$$

$$\int_4^{20} y \, dx = 428$$

Perkiraan terbaik dari jarak yang dicapai oleh tubuh adalah 428 meter