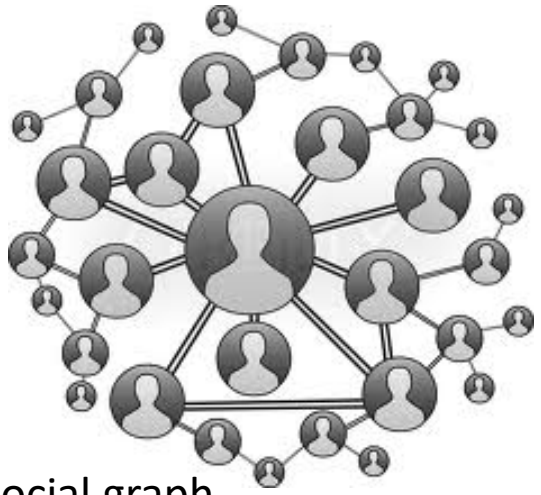
Breadth/Depth First Search (BFS/DFS)

Bahan Kuliah IF2211 Strategi Algoritmik
Oleh: Rinaldi Munir
Update: Nur Ulfa Maulidevi
2 Maret 2015

Traversal Graf

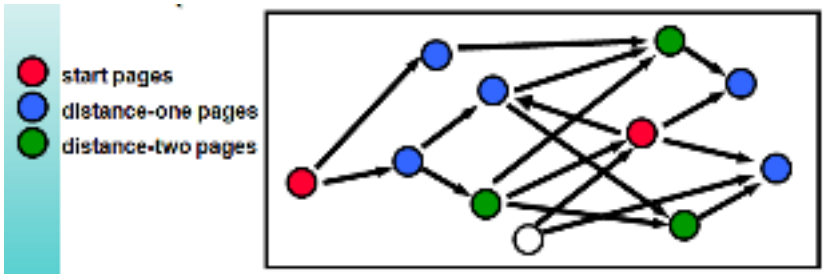
- Algoritma traversal graf: mengunjungi simpul dengan cara yang sistematik
  - Pencarian melebar (breadth first search/BFS)
  - Pencarian mendalam (depth first search/DFS)
  - Asumsi: graf terhubung
- Graf: representasi persoalan ➔ Traversal graf: pencarian solusi



social graph

http://www.oreilly.de/catalog/9780596518172/toc.html

Web page network



Algoritma Pencarian

- Tanpa informasi (uninformed/blind search)
  - Tidak ada informasi tambahan
  - Contoh: **DFS, BFS**, Depth Limited Search, Iterative Deepening Search, Uniform Cost Search
- Dengan informasi (informed Search)
  - Pencarian berbasis heuristik
  - Mengetahui non-goal state “lebih menjanjikan” daripada yang lain
  - Contoh: Best First Search, A*

Representasi Graf dalam Proses Pencarian

Dalam proses pencarian solusi, terdapat dua pendekatan:

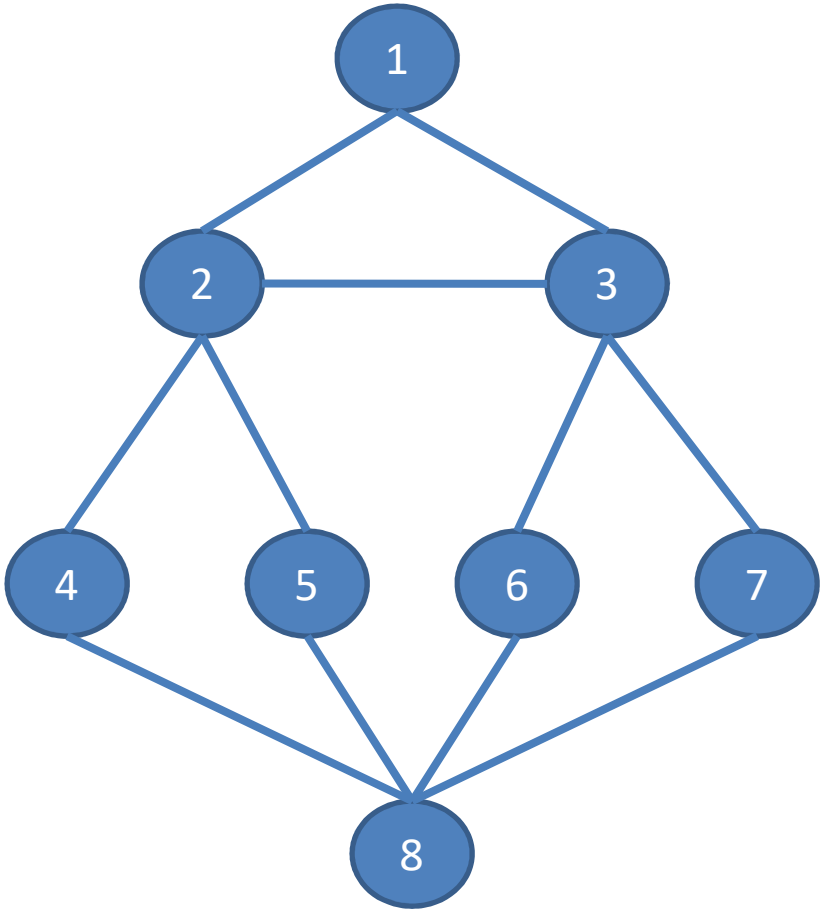
- Graf statis: graf yang sudah terbentuk sebelum proses pencarian dilakukan
- Graf dinamis: graf yang terbentuk saat proses pencarian dilakukan

GRAF STATIS

Pencarian Melebar (BFS)

- Traversal dimulai dari simpul v.
- Algoritma:

1. Kunjungi simpul v
2. Kunjungi semua simpul yang bertetangga dengan simpul v terlebih dahulu.
3. Kunjungi simpul yang belum dikunjungi dan bertetangga dengan simpul-simpul yang tadi dikunjungi, demikian seterusnya.



BFS: Struktur Data

1. Matriks ketetanggaan A = [aij] yang berukuran nxn,
   a_{ij}= 1, jika simpul i dan simpul j bertetangga,
   a_{ij}= 0, jika simpul i dan simpul j tidak bertetangga.
2. Antrian q untuk menyimpan simpul yang telah dikunjungi.
3. Tabel Boolean, diberi nama “dikunjungi”

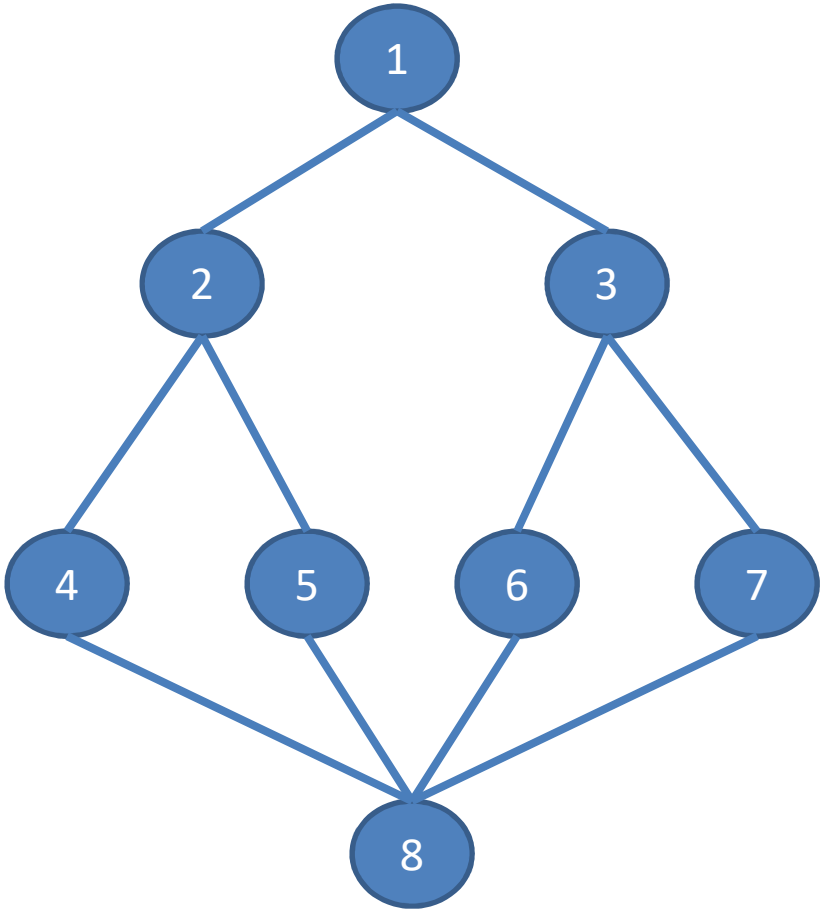
   ```
   dikunjungi : array[1..n] of boolean
   ```

   dikunjungi[i] = true jika simpul i sudah dikunjungi

   dikunjungi[i] = false jika simpul i belum dikunjungi

```
procedure BFS(input v:integer)
{ Traversal graf dengan algoritma pencarian BFS.

  Masukan: v adalah simpul awal kunjungan
  Keluaran: semua simpul yang dikunjungi dicetak ke layar
}
Deklarasi
   w : integer
   q : antrian;

   procedure BuatAntrian(input/output q : antrian)
   { membuat antrian kosong, kepala(q) diisi 0 }

   procedure MasukAntrian(input/output q:antrian, input v:integer)
   { memasukkan v ke dalam antrian q pada posisi belakang }

   procedure HapusAntrian(input/output q:antrian,output v:integer)
   { menghapus v dari kepala antrian q }

   function AntrianKosong(input q:antrian) → boolean
   { true jika antrian q kosong, false jika sebaliknya }

Algoritma:
   BuatAntrian(q)          { buat antrian kosong }

   write(v)                { cetak simpul awal yang dikunjungi }
   dikunjungi[v]←true      { simpul v telah dikunjungi, tandai dengan
                             true}
   MasukAntrian(q,v)       { masukkan simpul awal kunjungan ke dalam
                             antrian}

  { kunjungi semua simpul graf selama antrian belum kosong }
   while not AntrianKosong(q) do
        HapusAntrian(q,v)   { simpul v telah dikunjungi, hapus dari
                              antrian }
        for tiap simpul w yang bertetangga dengan simpul v do
              if not dikunjungi[w] then
                 write(w)     {cetak simpul yang dikunjungi}
                 MasukAntrian(q,w)
                 dikunjungi[w]←true
              endif
     endfor
   endwhile
  { AntrianKosong(q) }
```

BFS: Ilustrasi

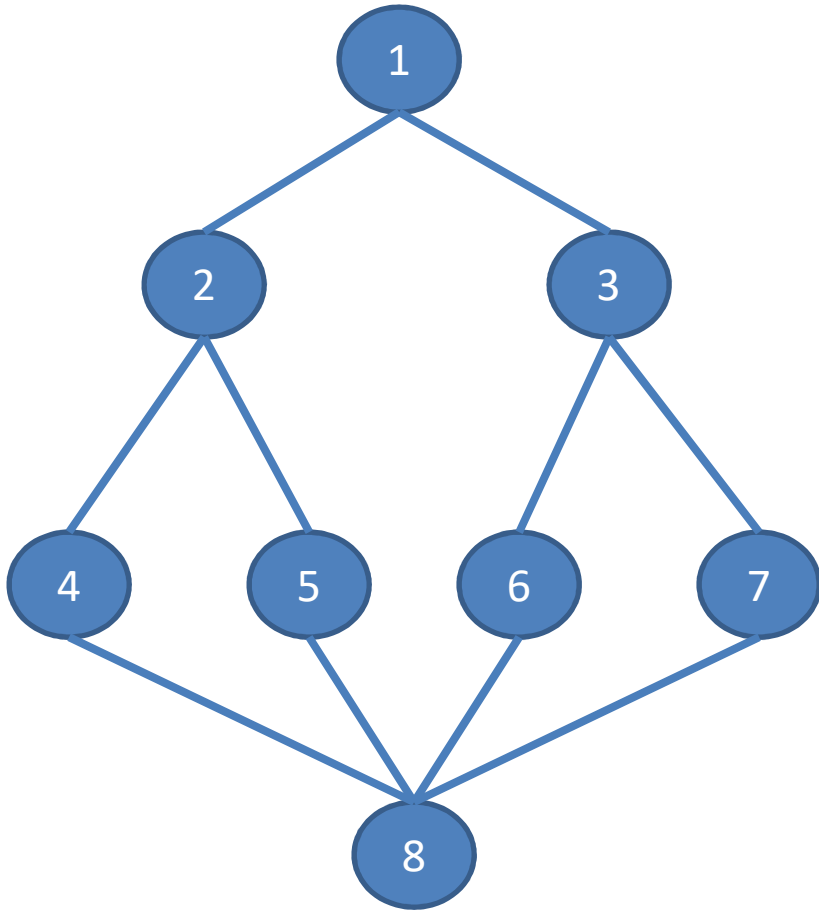


Iterasi	V	Q	dikunjungi							
			1	2	3	4	5	6	7	8
Inisialisasi	1	{1}	T	F	F	F	F	F	F	F
Iterasi 1	1	{2,3}	T	T	T	F	F	F	F	F
Iterasi 2	2	{3,4,5}	T	T	T	T	T	F	F	F
Iterasi 3	3	{4,5,6,7}	T	T	T	T	T	T	T	F
Iterasi 4	4	{5,6,7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 5	5	{6,7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 6	6	{7,8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 7	7	{8}	T	T	T	T	T	T	T	T
Iterasi 8	8	{}	T	T	T	T	T	T	T	T

Pencarian Mendalam (DFS)

- Traversal dimulai dari simpul v.
- Algoritma:

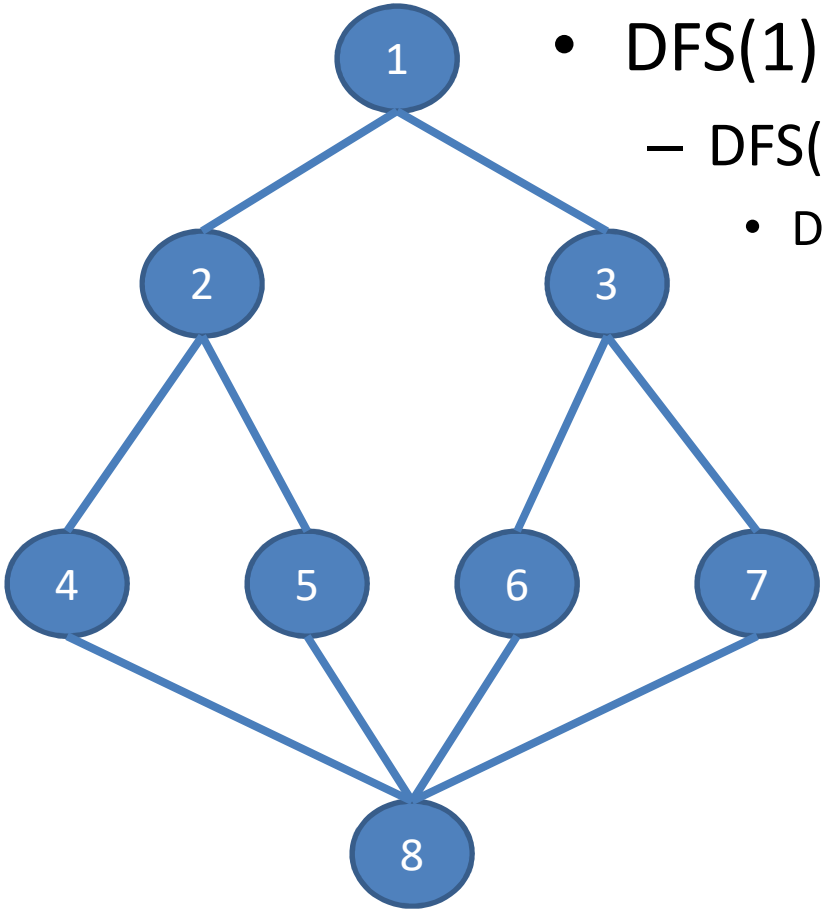
1. Kunjungi simpul v
2. Kunjungi simpul w yang bertetangga dengan simpul v.
3. Ulangi DFS mulai dari simpul w.
4. Ketika mencapai simpul u sedemikian sehingga semua simpul yang bertetangga dengannya telah dikunjungi, pencarian dirunut-balik (backtrack) ke simpul terakhir yang dikunjungi sebelumnya dan mempunyai simpul w yang belum dikunjungi.
5. Pencarian berakhir bila tidak ada lagi simpul yang belum dikunjungi yang dapat dicapai dari simpul yang telah dikunjungi.



DFS

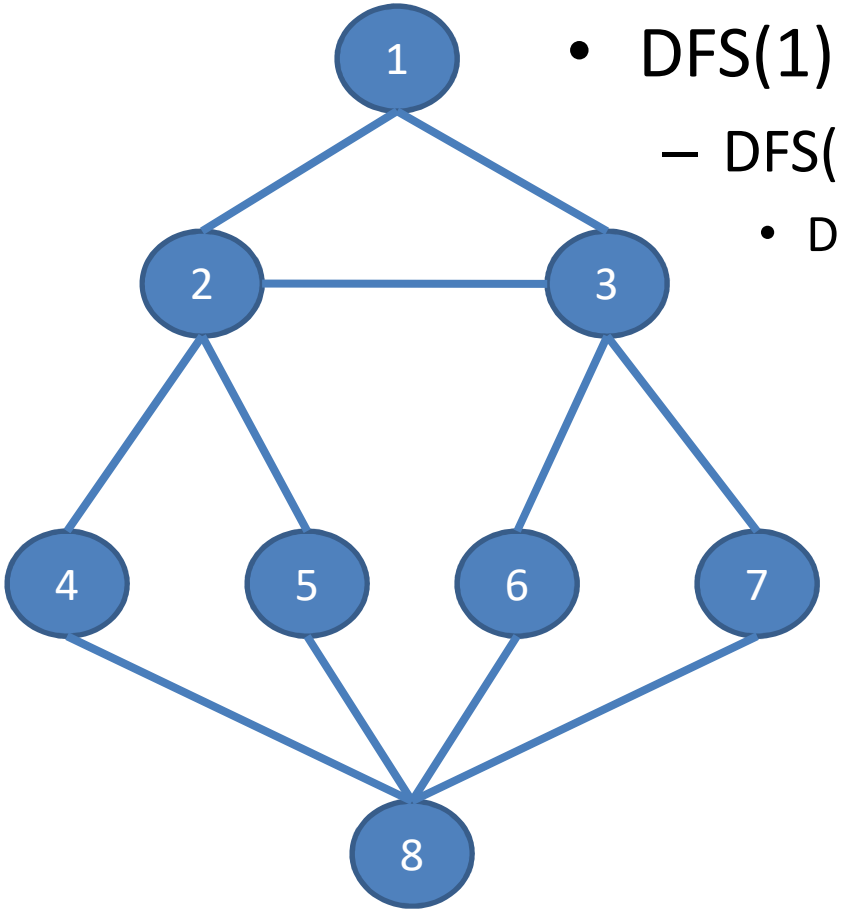
```
procedure DFS(input v:integer)
{Mengunjungi seluruh simpul graf dengan algoritma pencarian DFS

Masukan: v adalah simpul awal kunjungan
Keluaran: semua simpulyang dikunjungi ditulis ke layar
}
Deklarasi
   w : integer

Algoritma:
   write(v)
   dikunjungi[v]←true
   for w←1 to n do
      if A[v,w]=1 then {simpul v dan simpul w bertetangga }
         if not dikunjungi[w] then
            DFS(w)
         endif
      endif
   endfor
```

DFS: Ilustrasi 1



- DFS(1): v=1; dikunjungi[1]=true; DFS(2)
  - DFS(2): v=2; dikunjungi[2]=true; DFS(4)
    - DFS(4): v=4; dikunjungi[4]=true; DFS(8)
      - DFS(8): v=8; dikunjungi[8]=true; DFS(5)
        - » DFS(5): v=5; dikunjungi[5]=true
        - » DFS(6): v=6; dikunjungi[6]=true; DFS(3)
          - DFS(3): v=3; dikunjungi[3]=true; DFS(7)
            - DFS(7): v=7; dikunjungi[7]=true

DFS: Ilustrasi 2

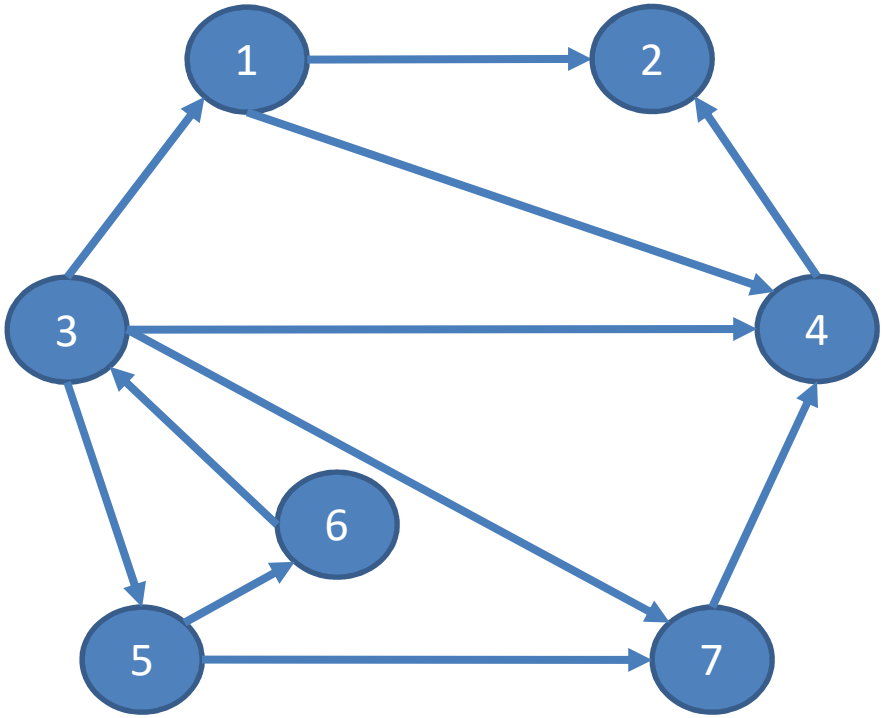


- DFS(1): v=1; dikunjungi[1]=true; DFS(2)
  - DFS(2): v=2; dikunjungi[2]=true; DFS(3)
    - DFS(3): v=3; dikunjungi[3]=true; DFS(6)
      - DFS(6): v=6; dikunjungi[6]=true; DFS(8)
        - » DFS(8): v=8; dikunjungi[8]=true; DFS(4)
          - DFS(4): v=4; dikunjungi[4]=true;

        DFS(8): DFS(5)
          - DFS(5): v=5; dikunjungi[5]=true

        DFS(8): DFS(7)
          - DFS(7): v=7; dikunjungi[7]=true

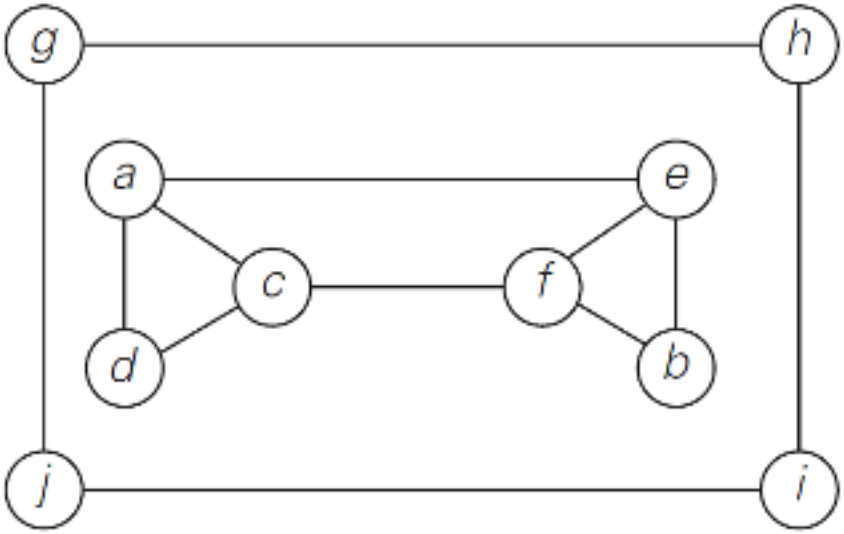
Contoh (hal 113)



- Khusus untuk graf berarah, beberapa simpul mungkin tidak dapat dicapai dari simpul awal. Coba dengan simpul yang belum dikunjungi sebagai simpul awal. (hal 113)

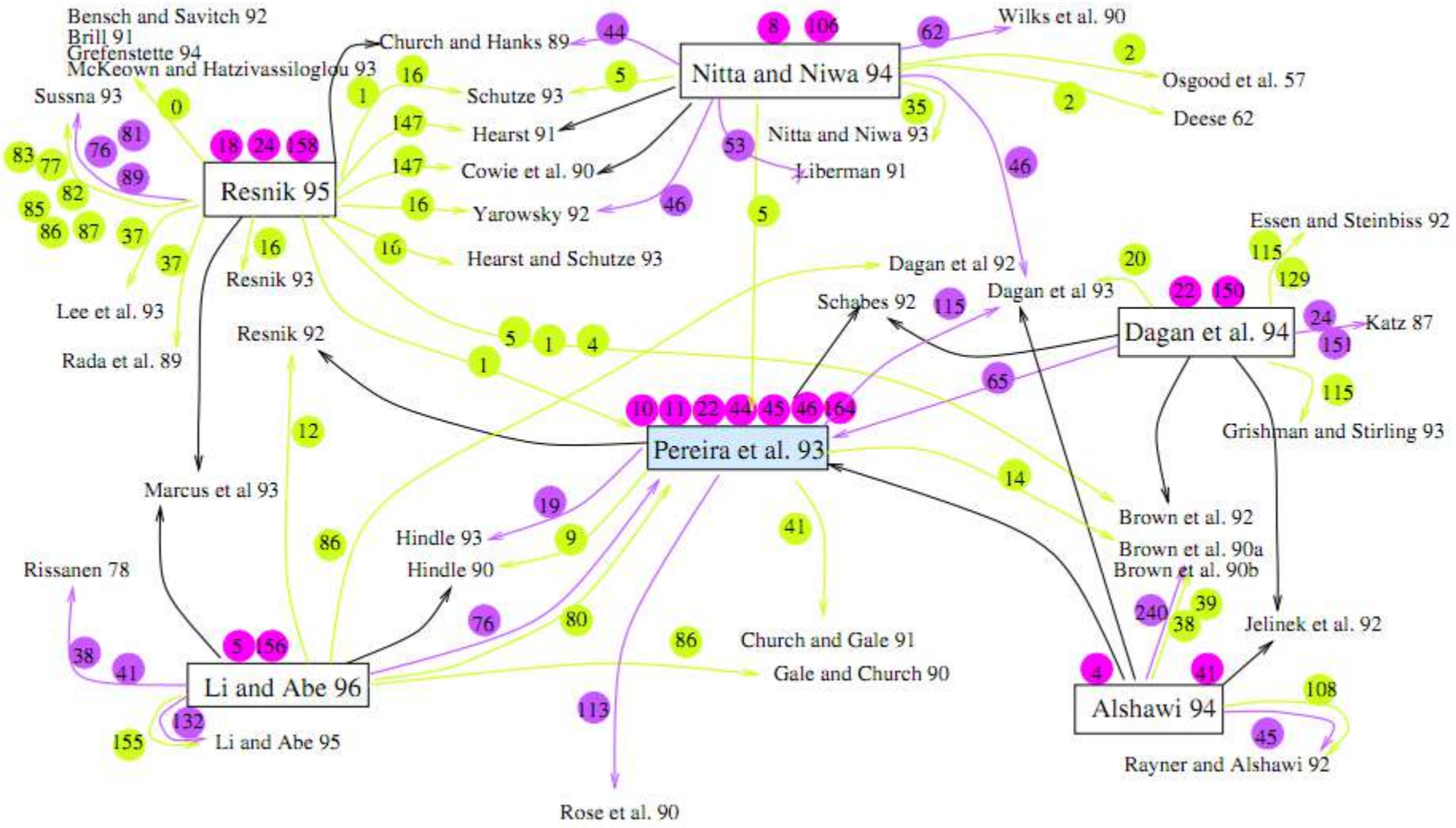
- DFS (1): 1-2-4-3-5-6-7
- BFS (1): 1-2-4-3-5-7-6

Contoh Lain



- Bagaimana penelusuran graf dengan BFS?
- Bagaimana Penelusuran graf dengan DFS

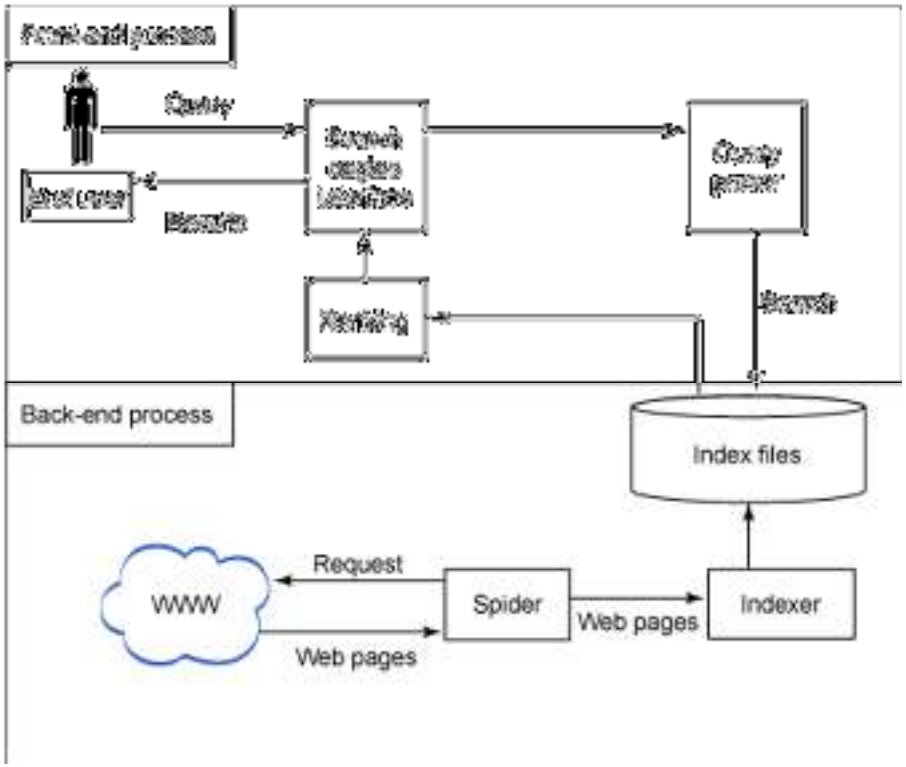
Penerapan BFS dan DFS: Citation Map



Sumber: Teufel (1999), Argumentative Zoning

Penerapan BFS dan DFS: Web Spider

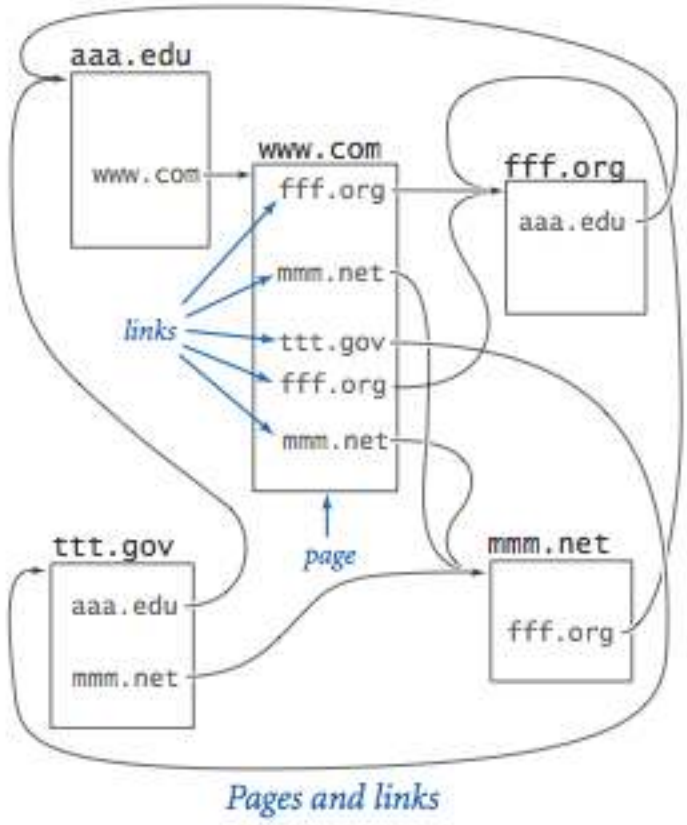
Arsitektur umum mesin pencari



http://www.ibm.com/developerworks/web/library/wa-lucene2/

- Secara periodik, web spider menjejalahi internet untuk mengunjungi halaman-halaman web

Web Spider: Penjelajahan Web



http://introcs.cs.princeton.edu/java/16pagerank/

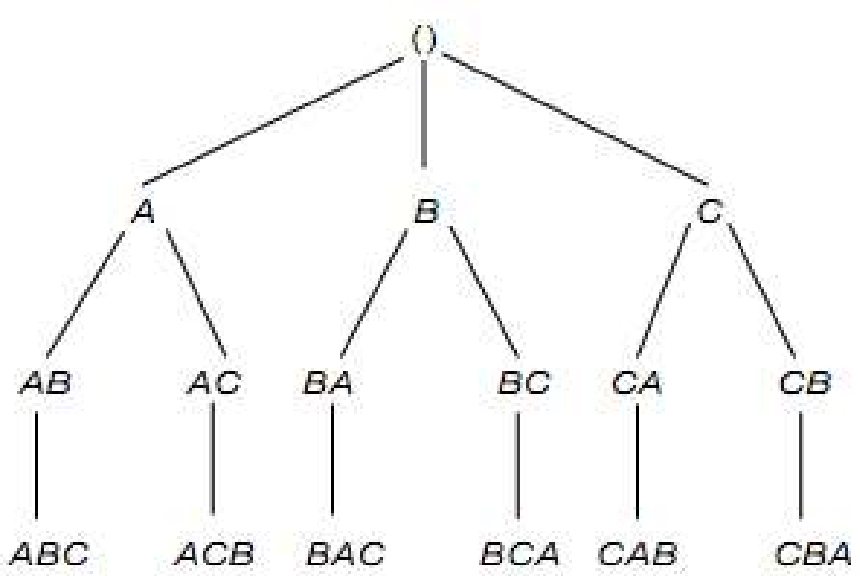
- Halaman web dimodelkan sebagai graf berarah
  - Simpul menyatakan halaman web (web page)
  - Sisi menyatakan link ke halaman web
- Bagaimana teknik menjelajahi web? Secara DFS atau BFS
- Dimulai dari web page awal, lalu setiap link ditelusuri secara DFS sampai setiap web page tidak mengandung link.

GRAF DINAMIS

Pencarian Solusi dengan BFS/DFS

- Menyelesaikan persoalan dengan melakukan pencarian
- Pencarian solusi ≈ pembentukan pohon dinamis
  - Setiap simpul diperiksa apakah solusi telah dicapai atau tidak. Jika simpul solusi , pencarian dapat selesai (satu solusi) atau dilanjutkan mencari solusi lain (semua solusi).
- Representasi pohon dinamis:
  - Pohon ruang status (*state space tree*)
  - Simpul: *problem state* (layak membentuk solusi)
    - Akar: *initial state*
    - Daun: *solution/goal state*
  - Cabang: operator/langkah dalam persoalan
  - Ruang status (*state space*): himpunan semua simpul
  - Ruang solusi: himpunan status solusi
- Solusi: path ke status solusi

Pohon Dinamis: Permutasi A,B,C



Ket: () = status kosong

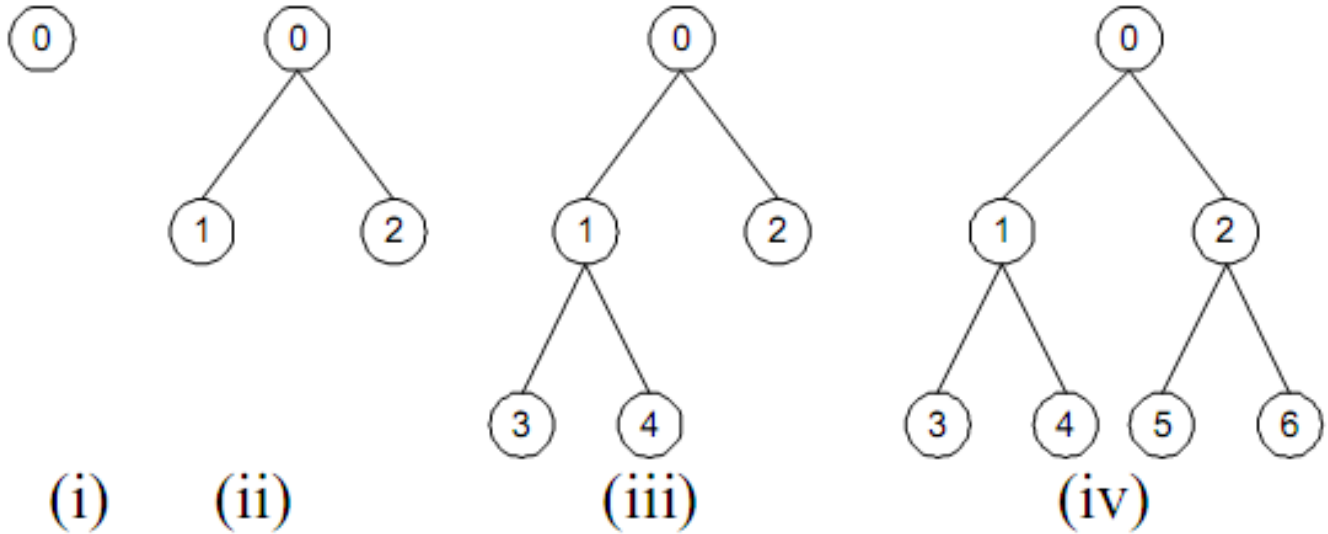
Pohon ruang status

- Operator: add X
- Akar : status awal (status "kosong")
- Simpul: problem state
  - Status persoalan (*problem state*): simpul-simpul di dalam pohon dinamis yang memenuhi kendala (constraints).
- Daun: status solusi
  - Status solusi (*solution state*): satu atau lebih status yang menyatakan solusi persoalan.
- Ruang solusi:
  - Ruang solusi (*solution space*): himpunan semua status solusi.
- Ruang status (*state space*): Seluruh simpul di dalam pohon dinamis dan pohonnya dinamakan juga pohon ruang status (*state space tree*).

Pembangkitan Status

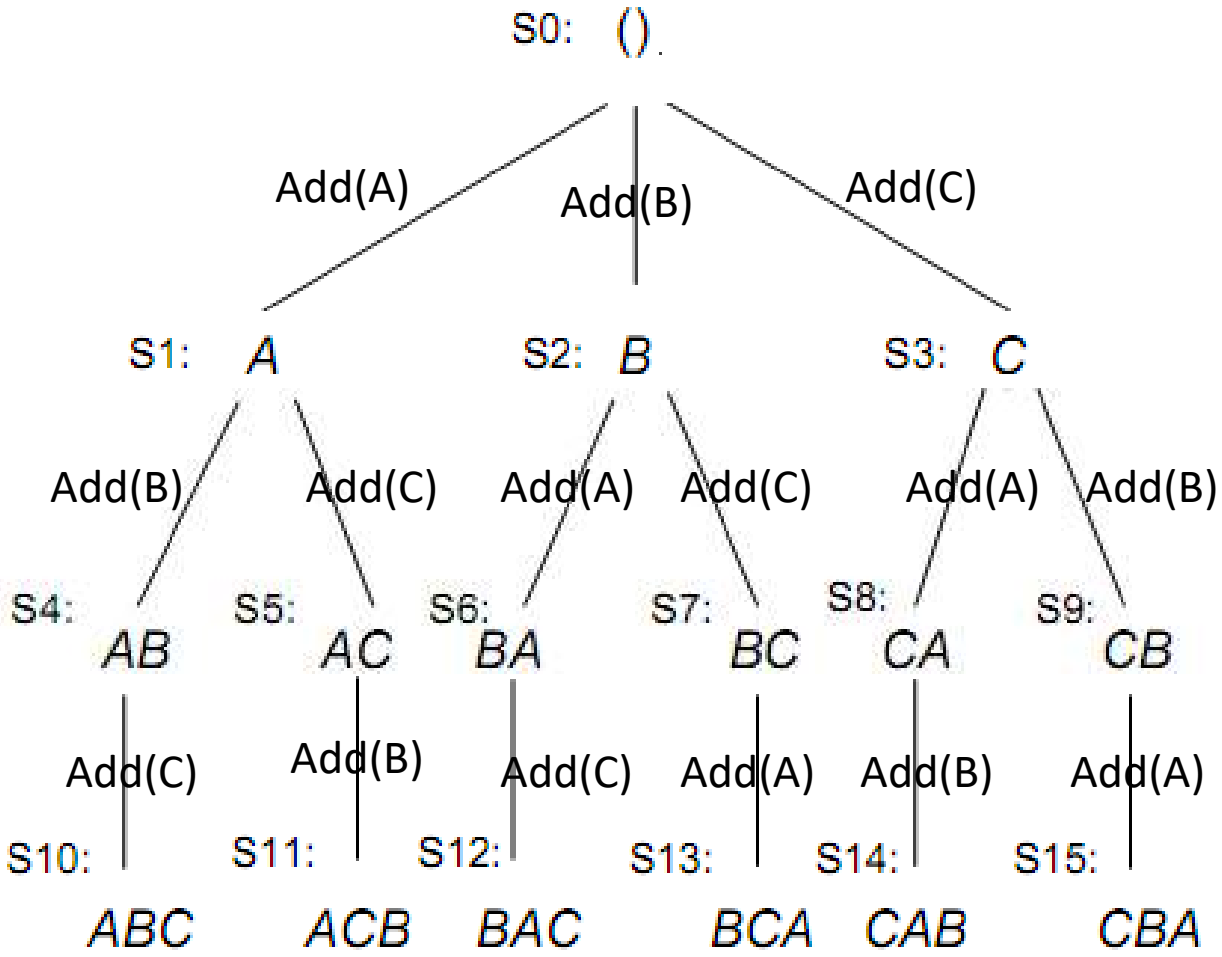
- Pembangkita status baru dengan cara mengaplikasikan operator (langkah legal) kepada status (simpul) pada suatu jalur
- Jalur dari simpul akar sampai ke simpul (daun) solusi berisi rangkaian operator yang mengarah pada solusi persoalan

BFS untuk Pembentukan Pohon Ruang Status



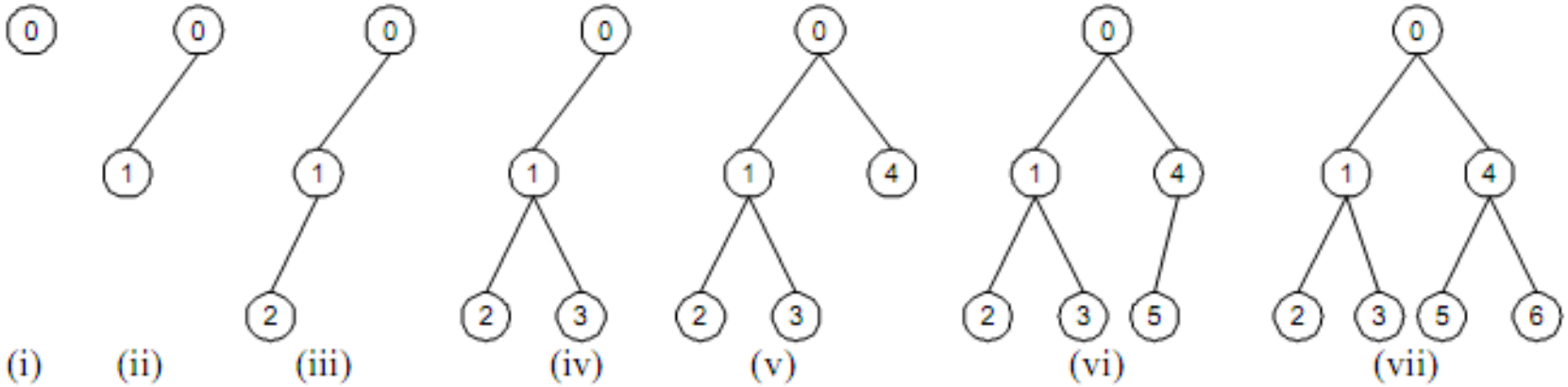
- Inisialisasi dengan status awal sebagai akar, lalu tambahkan simpul anaknya, dst.
- Semua simpul pada level d dibangkitkan terlebih dahulu sebelum simpul-simpul pada level d+1

BFS untuk Permutasi

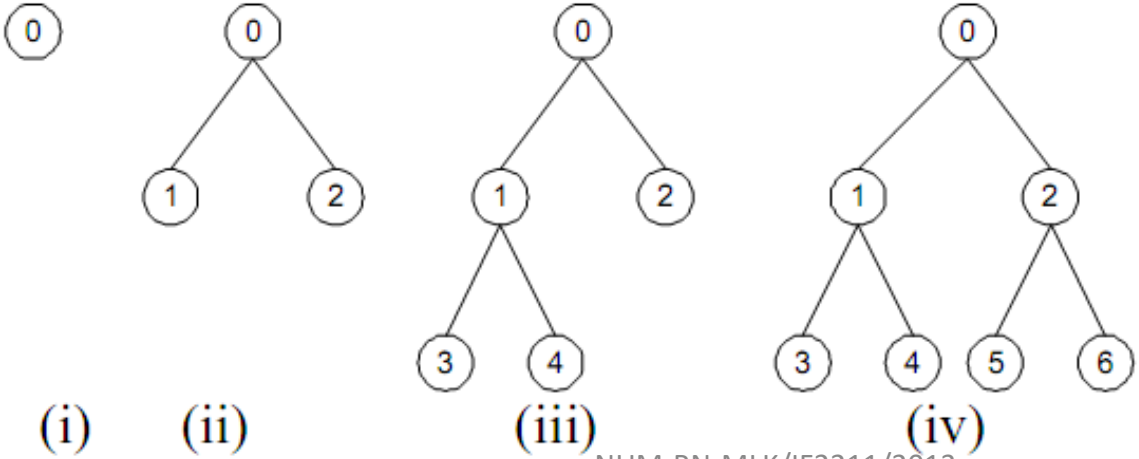


DFS untuk Pembentukan Pohon Ruang Status

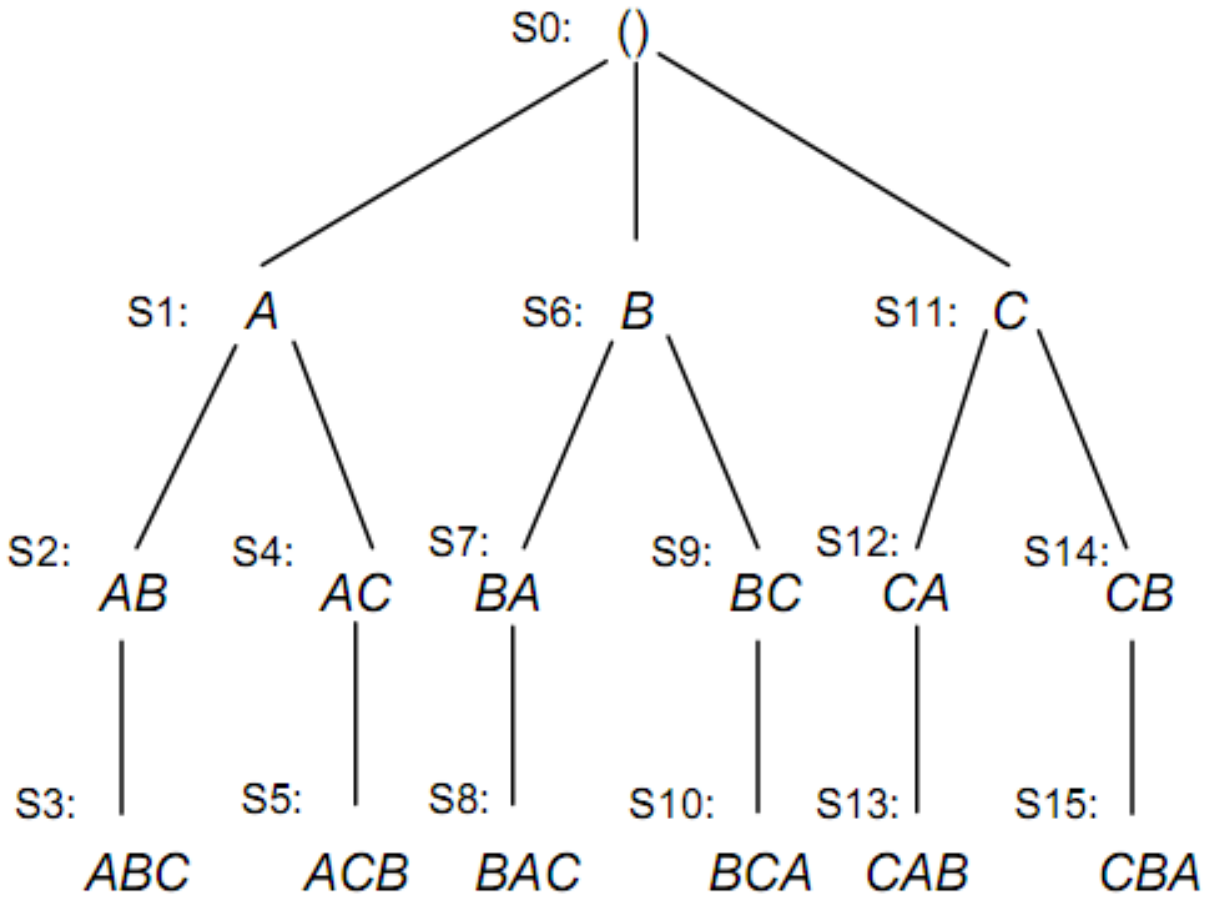
DFS:



BFS:



DFS Permutasi A,B,C



Evaluasi dari Teknik Pencarian

- Aspek untuk melihat seberapa 'baik' suatu teknik pencarian
  - *Completeness:* apakah menjamin ditemukannya solusi jika memang ada
  - *Optimality:* apakah teknik menjamin mendapatkan solusi yang optimal *(e.g: lowest path cost)?*
  - *Time Complexity:* waktu yang diperlukan untuk mencapai solusi
  - *Space Complexity:* memory yang diperlukan ketika melakukan pencarian
- Kompleksitas waktu dan ruang diukur dengan menggunakan istilah berikut.
  - b: (*branching factor*) maksimum pencabangan yang mungkin dari suatu simpul
  - d: (*depth*) kedalaman dari solusi terbaik (*cost* terendah)
  - m: maksimum kedalaman dari ruang status (bisa ∞)

Permainan 8-Puzzle

2	1	6
4		8
7	5	3

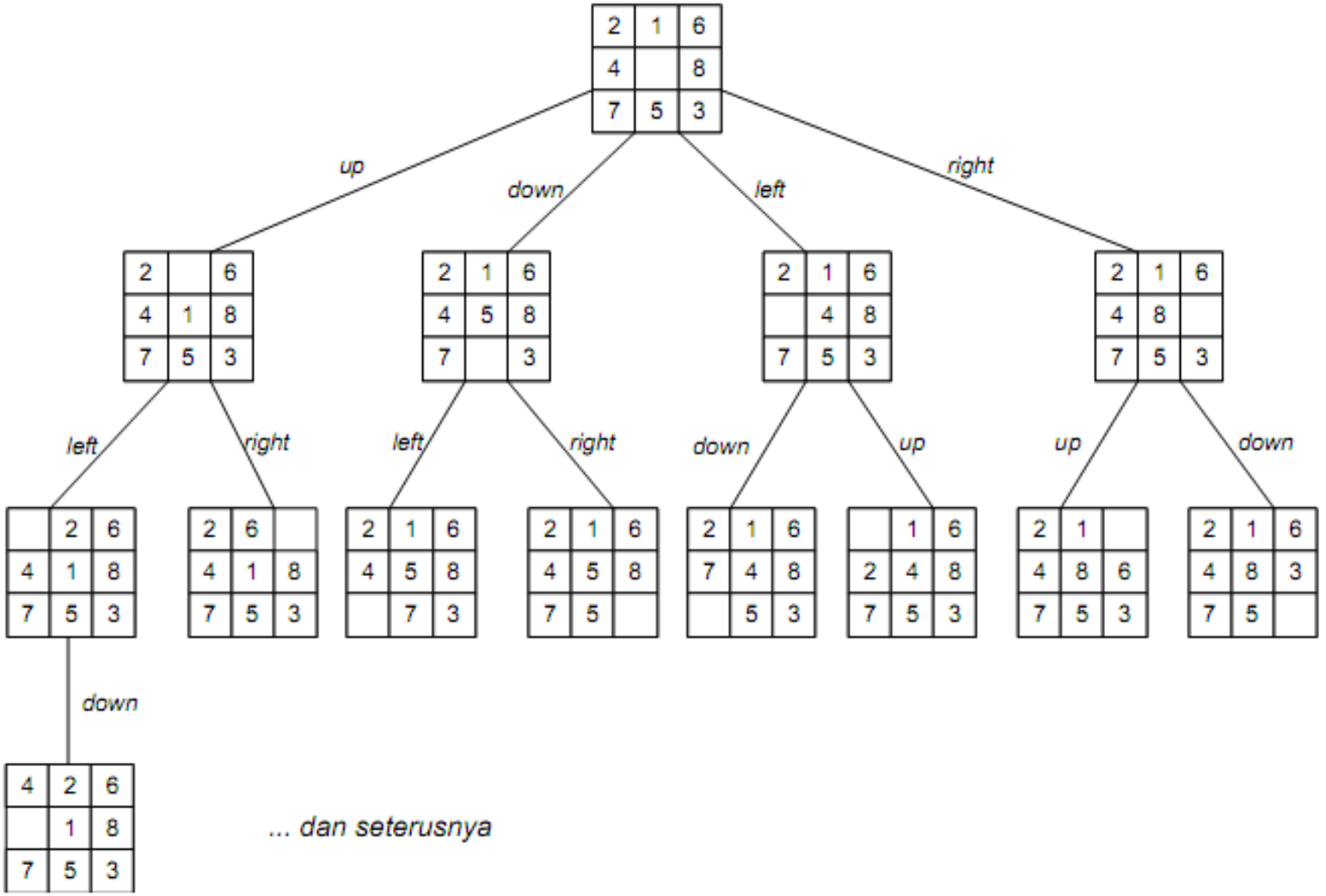
(a) Susunan awal (*initial state*)

1	2	3
8		4
7	6	5

(b) Susunan akhir (*goal state*)

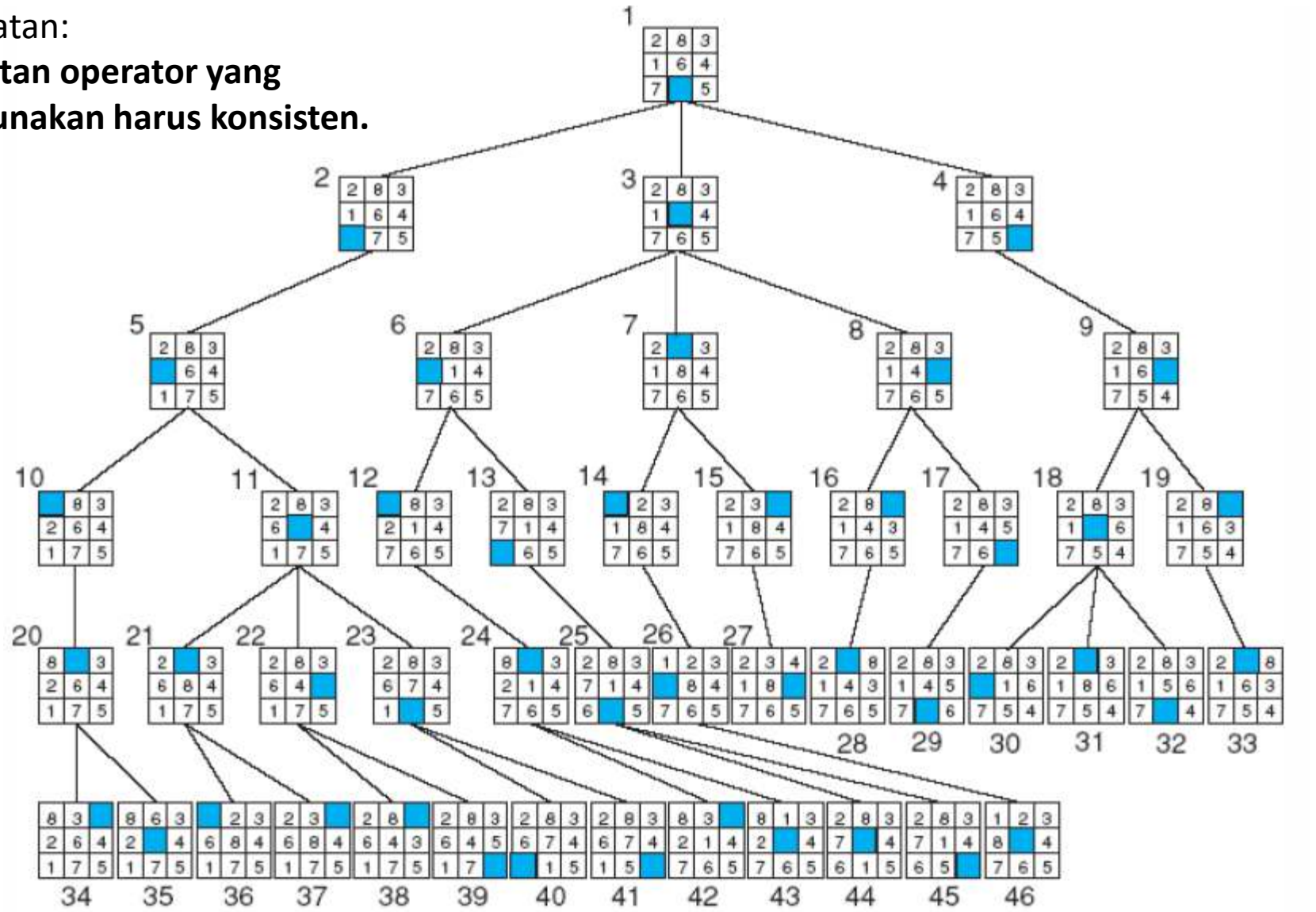
- State berdasarkan ubin kosong (*blank*)
- Operator: up, down, left, right

8-Puzzle: Pohon Ruang Status



BFS untuk 8-Puzzle

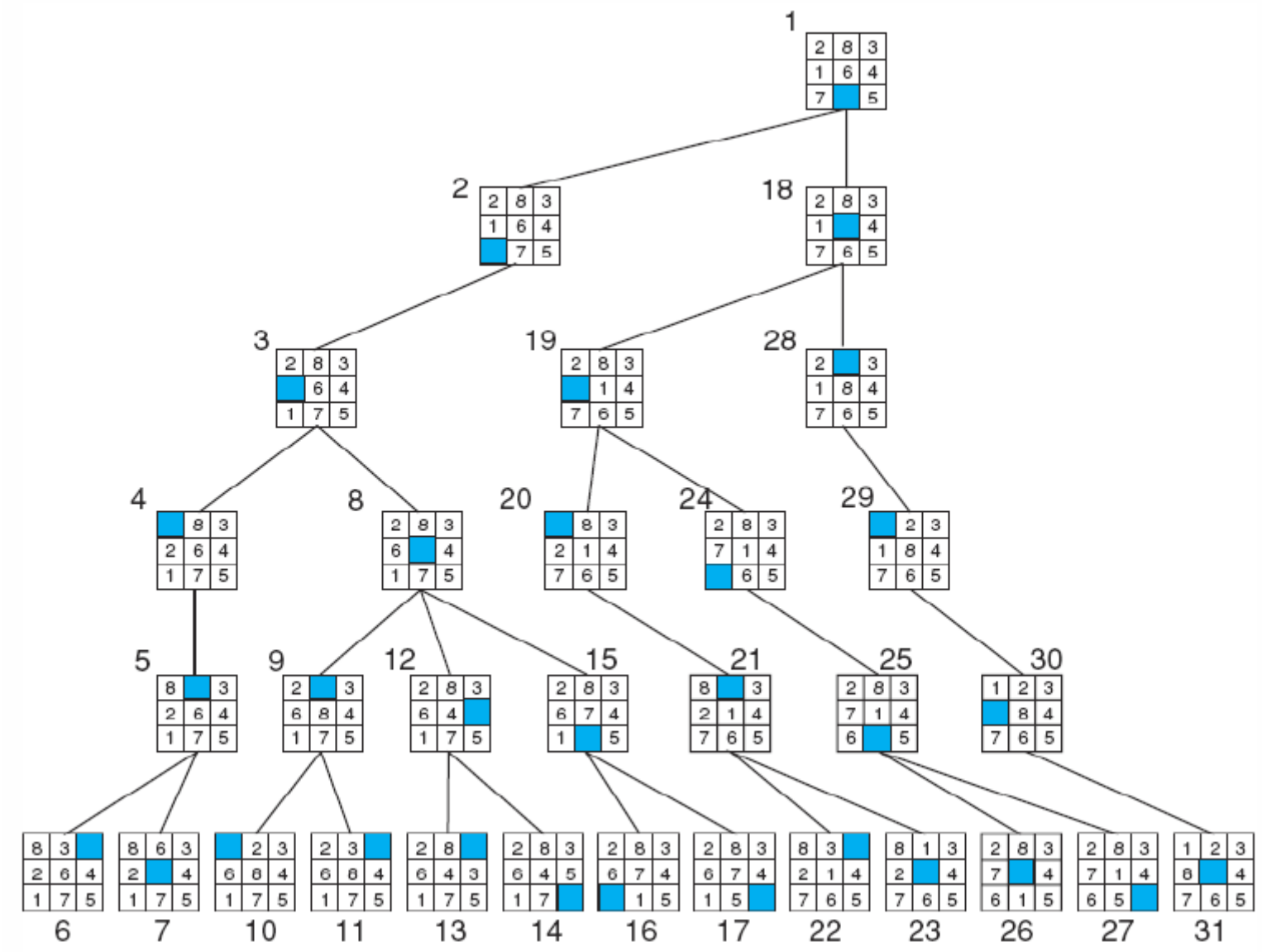
Catatan:
Urutan operator yang digunakan harus konsisten.



Bagaimana property dari BFS?

- Completeness?
  - Ya (selama nilai b terbatas)
- Optimality?
  - Ya, jika langkah = biaya
- Kompleksitas waktu:
  - $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d = O(b^d)$
- Kompleksitas ruang:
  - $O(b^d)$
- Kurang baik dalam kompleksitas ruang

DFS untuk 8-Puzzle



Bagaimana property dari DFS?

- Completeness?
  - Ya (selama nilai b terbatas, dan ada penanganan ‘redundant paths’ dan ‘repreated states’)
- Optimality?
  - Tidak
- Kompleksitas waktu:
  - $O(b^m)$
- Kompleksitas ruang:
  - O(bm)
- Kurang baik dalam kompleksitas waktu, lebih baik dalam kompleksitas ruang

DFS: Contoh Lain

Contoh. Sebuah bidak (pion) bergerak di dalam sebuah matriks pada Gambar 6.11. Bidak dapat memasuki elemen matriks mana saja pada baris paling atas. Dari elemen matriks yang berisi 0, bidak dapat bergerak ke bawah jika elemen matriks di bawahnya berisi 0; atau berpindah horizontal (kiri atau kanan) jika elemen di bawahnya berisi 1. Bila bidak berada pada elemen yang berisi 1, ia tidak dapat bergerak kemanapun. Tujuan permainan ini adalah mencapai elemen matriks yang mengandung 0 pada baris paling bawah.

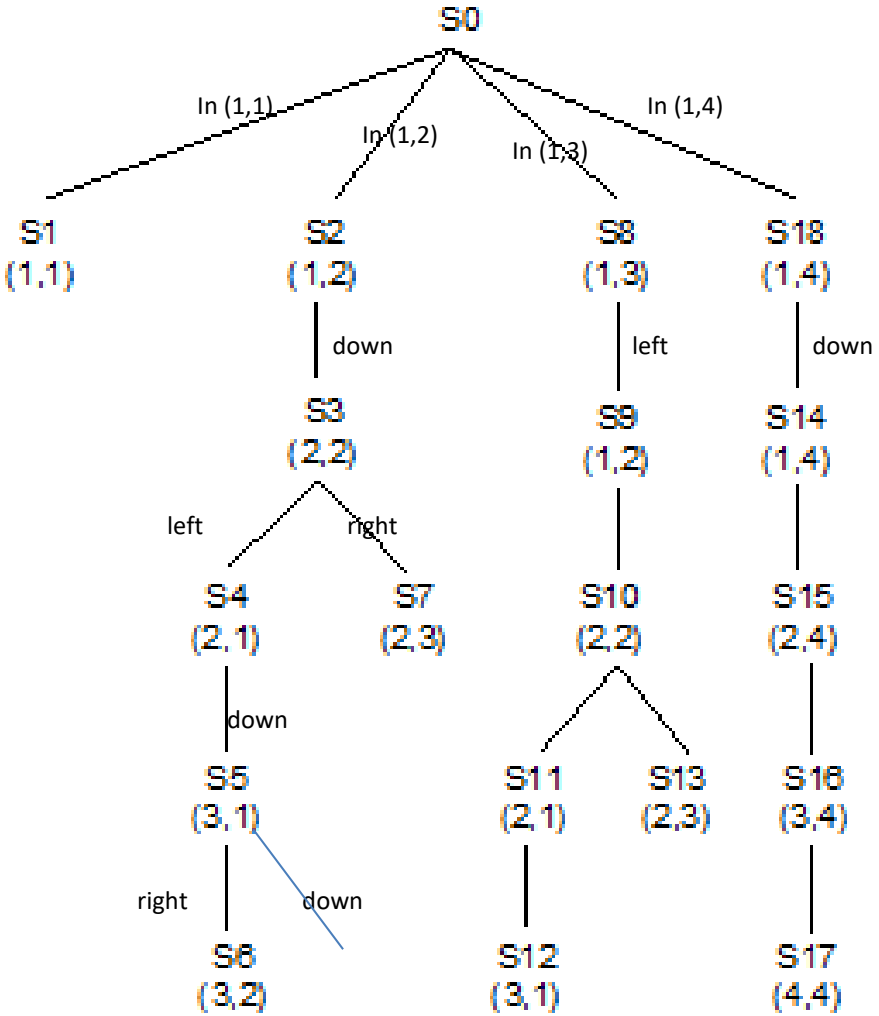
	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	1	0	0	0

Gambar 6.11 Matriks bidak

DOWN pindahkan bidak satu posisi ke bawah
LEFT pindahkan bidak satu posisi ke kiri
RIGHT pindahkan bidak satu posisi ke kanan

Batas kedalaman maksimum pohon ruang status diandaikan 5.

Pohon Ruang Status



	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	0
4	1	0	0	0

Gambar 6.11 Matriks bidak

Algoritma Pencarian Lainnya

- Depth-limited search
- Iterative deepening search

Depth-Limited Search

- BFS: dijamin menemukan path dgn langkah minimum tapi membutuhkan ruang status yang besar
- DFS: efisien, tetapi tidak ada jaminan solusi dgn langkah minimum
  - DFS dapat memilih langkah yang salah, sehingga path panjang bahkan infinite. Pemilihan langkah sangat penting
- Salah satu solusi: DFS-limited search
  - DFS dengan pembatasan kedalaman sampai l
  - Simpul pada level l dianggap tidak memiliki successor
  - Masalah: penentuan batas level ($\geq$ shallowest goal)

DLS Algorithm

```
Function DLS (problem, limit)
→ rec_DLS(make_node(init_state),problem,limit)

Function Rec_DLS (node,problem, limit)
  if isGoal(node) then → solution(node)
  else if depth(node)=limit then → cutoff
  else
      for each successor in Expand(node,problem) do
        result ←rec_DLS(successor,problem,limit)
        if result=cutoff then cutoff_occured← true
        else if result≠failure then → result
  if cutoff_occured then → cutoff
  else → failure
```

Bagaimana property dari DLS?

- Completeness?
  - Tidak
- Optimality?
  - Tidak
- Kompleksitas waktu:
  - $O(b^l)$
- Kompleksitas ruang:
  - O(bl)

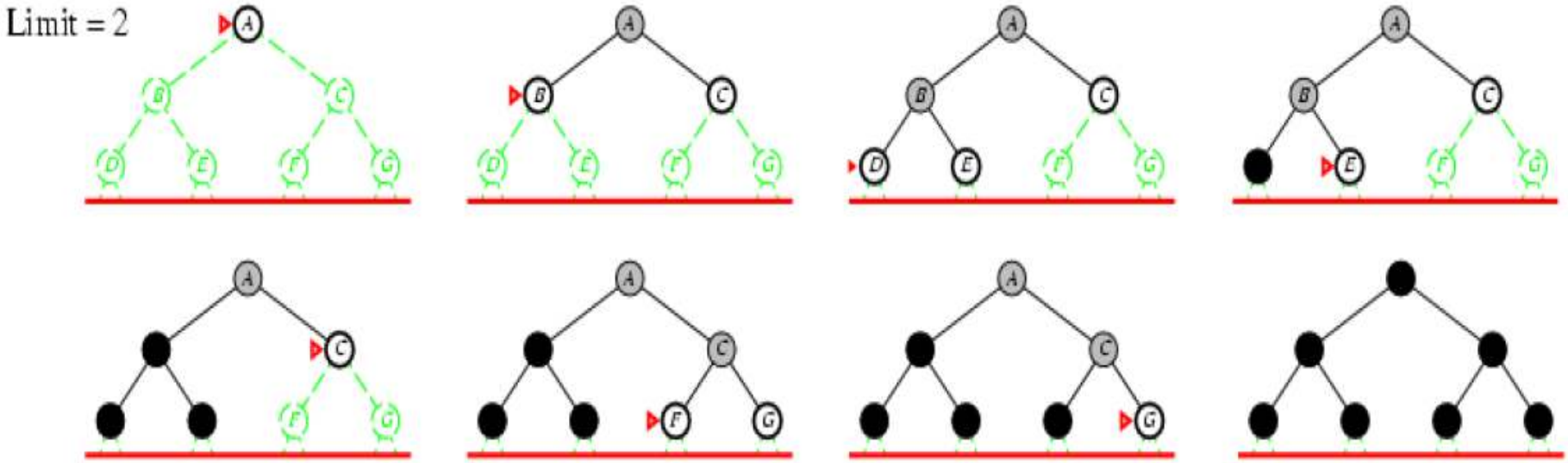
Iterative Deepening Search (IDS)

- IDS: melakukan serangkaian DFS, dengan peningkatan nilai kedalaman-cutoff, sampai solusi ditemukan
- Asumsi: simpul sebagian besar ada di level bawah, sehingga tidak menjadi persoalan ketika simpul pada level-level atas dibangkitkan berulang kali

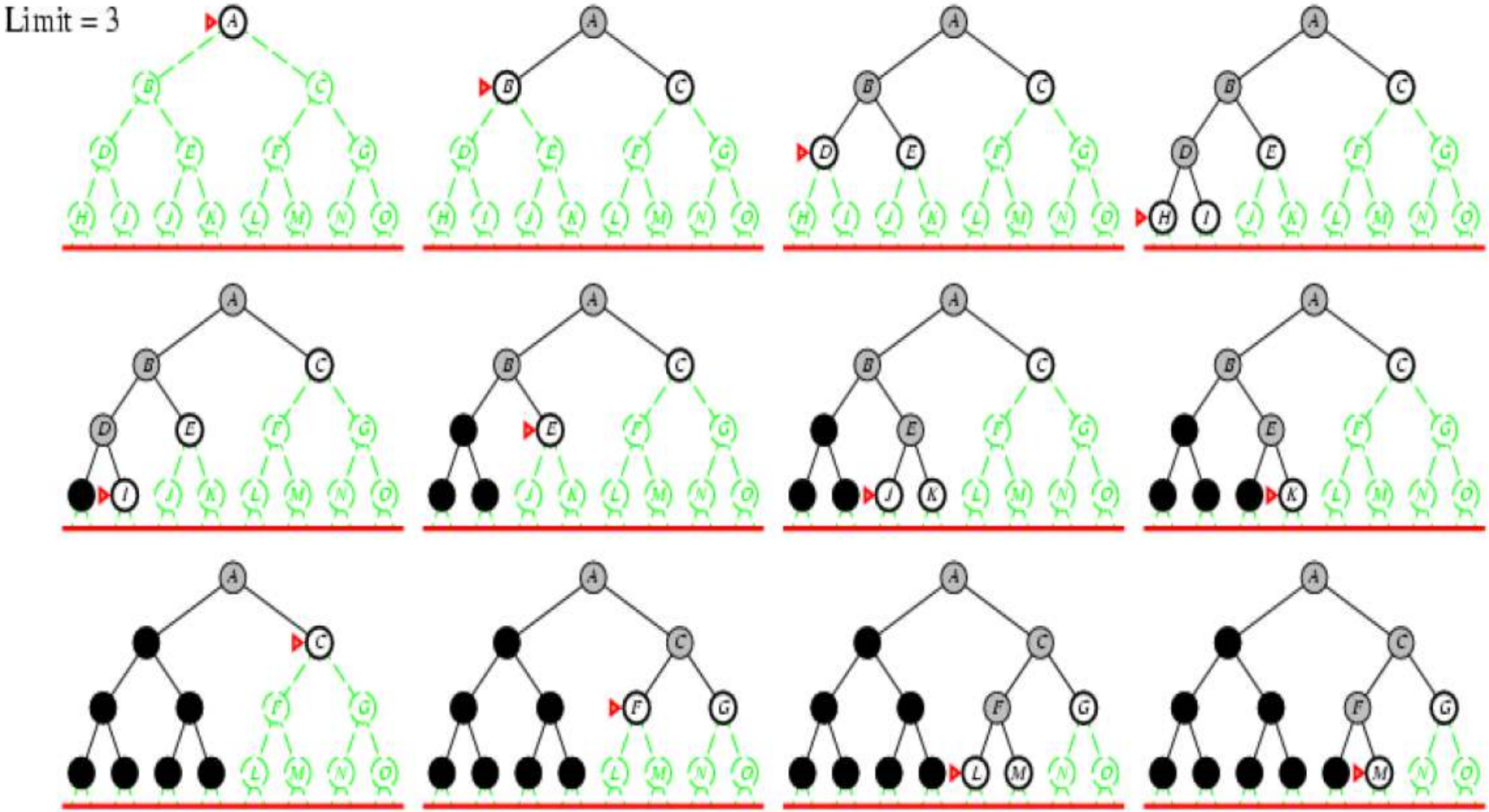
```
Depth ← 0
Iterate
  result← DLS(problem,depth)
stop: result ≠ cutoff
  depth← depth+1
→ result
```

IDS dengan d=1

IDS dengan d=2



IDS dengan d=3



Bagaimana property dari IDS?

- Completeness?
  - Ya, jika b terbatas
- Optimality?
  - Ya, jika langkah = biaya
- Kompleksitas waktu:
  - $O(b^d)$
- Kompleksitas ruang:
  - O(bd)

Route/Path Planning

Materi Kuliah IF2211 – Strategi Algoritma

Teknik Informatika - ITB

Referensi

- Materi kuliah IF3170 Inteligensi Buatan Teknik Informatika ITB, Course Website:

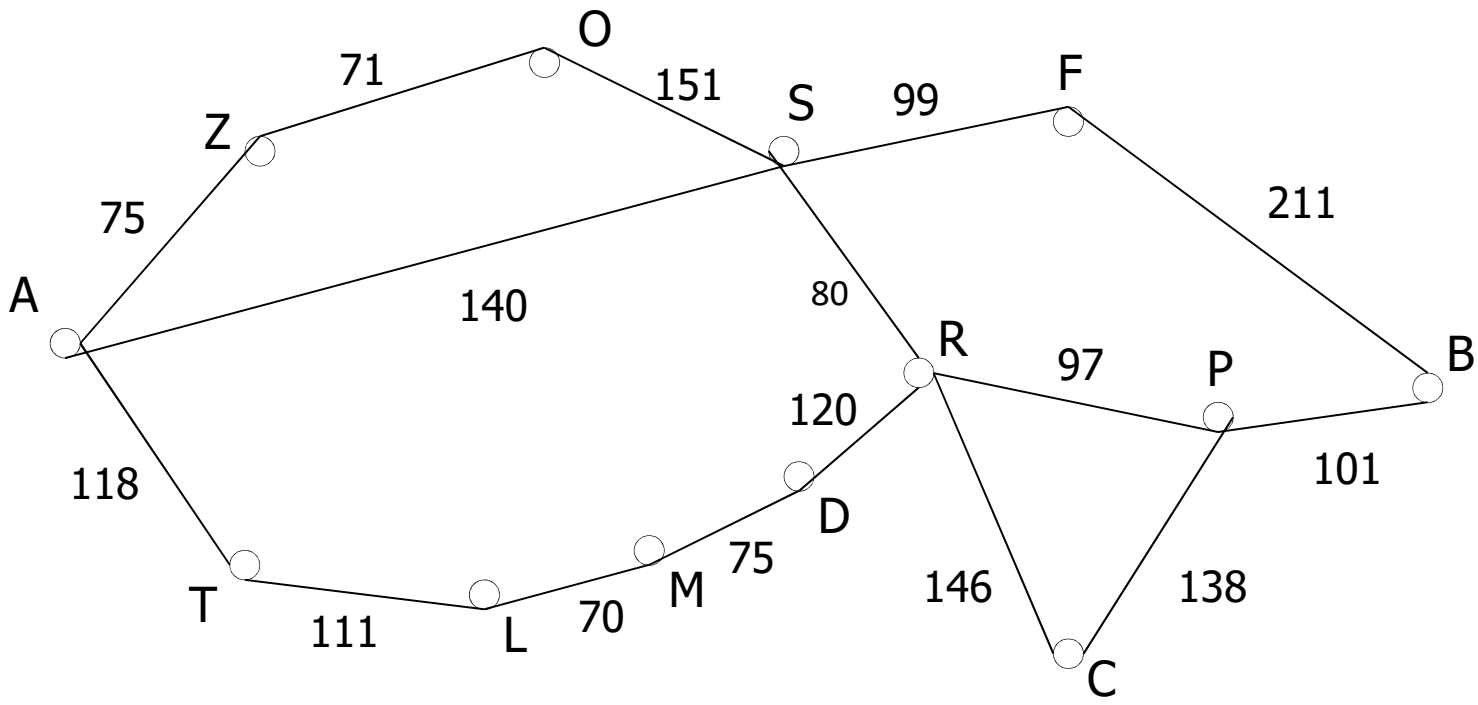
  http://kuliah.itb.ac.id → STEI → Teknik Informatika → IF3170
- Stuart J Russell & Peter Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3rd Edition, Prentice-Hall International, Inc, 2010, Textbook

  Site: http://aima.cs.berkeley.edu/ (2nd edition)
- Free online course materials | MIT OpenCourseWare Website:
  Site: http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/

Route Planning

Source: Russell's book

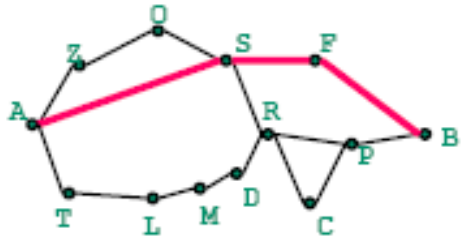
Search

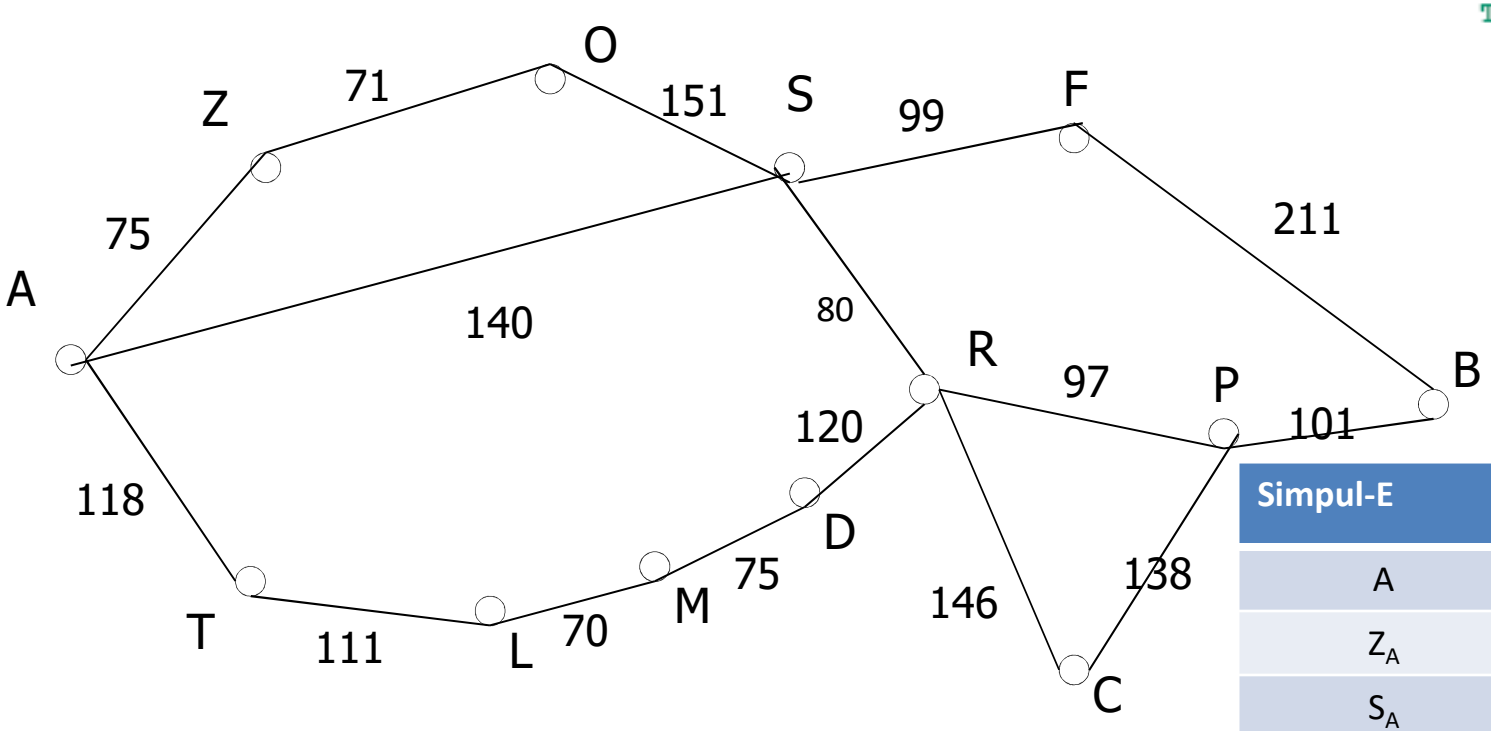


S: set of cities
i.s: A (Arad)
g.s: B (Bucharest)
Goal test: s = B ?
Path cost: time ~ distance

Breadth-First Search (BFS)

Treat agenda as a queue (FIFO)



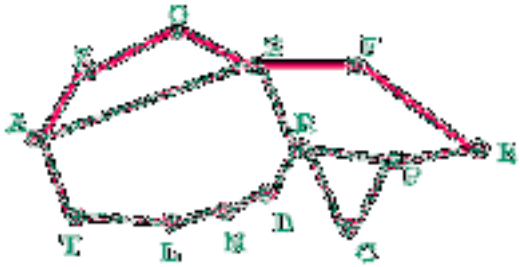


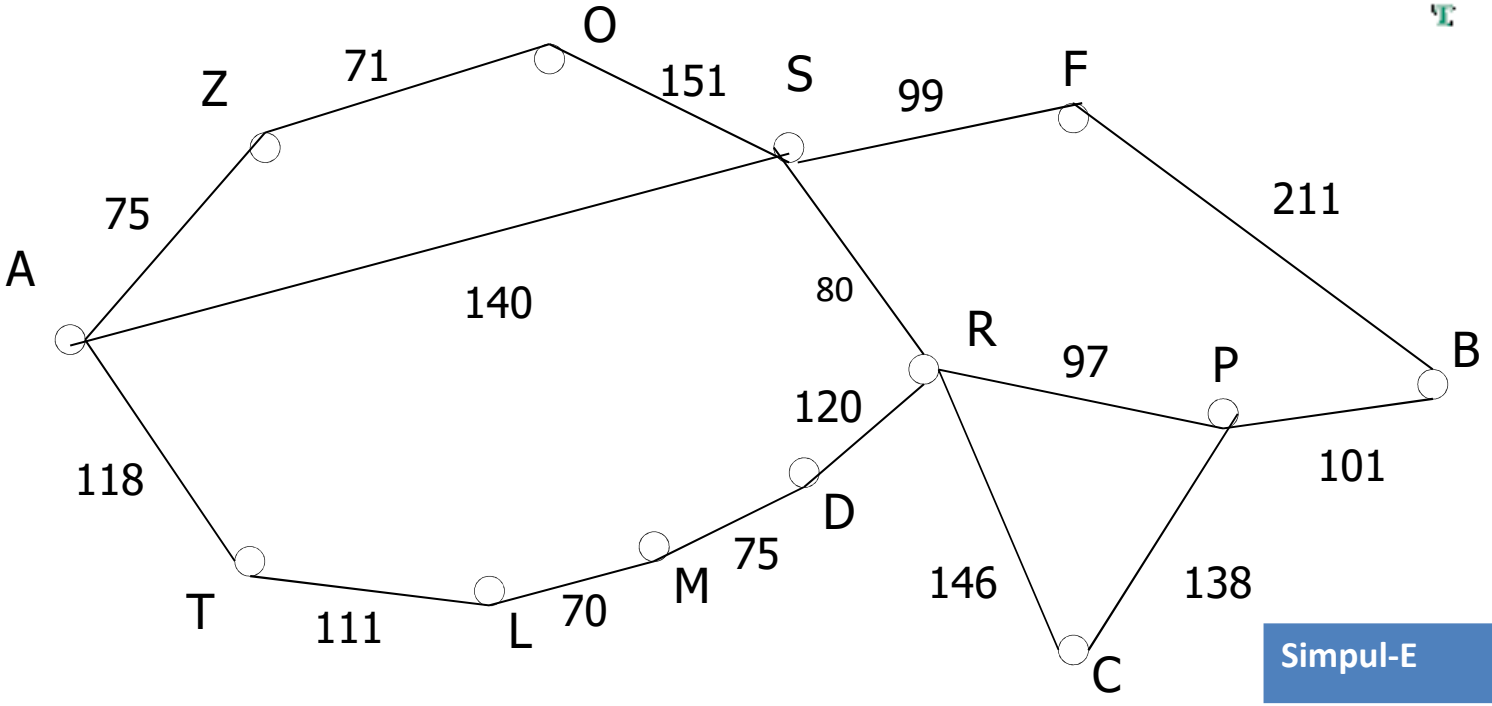
Path: A→ S → F → B,
Path-cost = 450

Simpul-E	Simpul Hidup
A	Z_A, S_A, T_A
Z_A	S_A, T_A, O_{AZ}
S_A	$T_A, O_{AZ}, O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}$
T_A	$O_{AZ}, O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}$
O_{AZ}	$O_{AS}, F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}$
O_{AS}	F_{AS}, R_{AS}, L_{AT}
F_{AS}	R_{AS}, L_{AT}, B_{ASF}
R_{AS}	$L_{AT}, B_{ASF}, D_{ASR}, C_{ASR}, P_{ASR}$
L_{AT}	$B_{ASF}, D_{ASR}, C_{ASR}, P_{ASR}, M_{ATL}$
B_{ASF}	Solusi ketemu

Depth-First Search (DFS)

Treat agenda as a stack (LIFO)



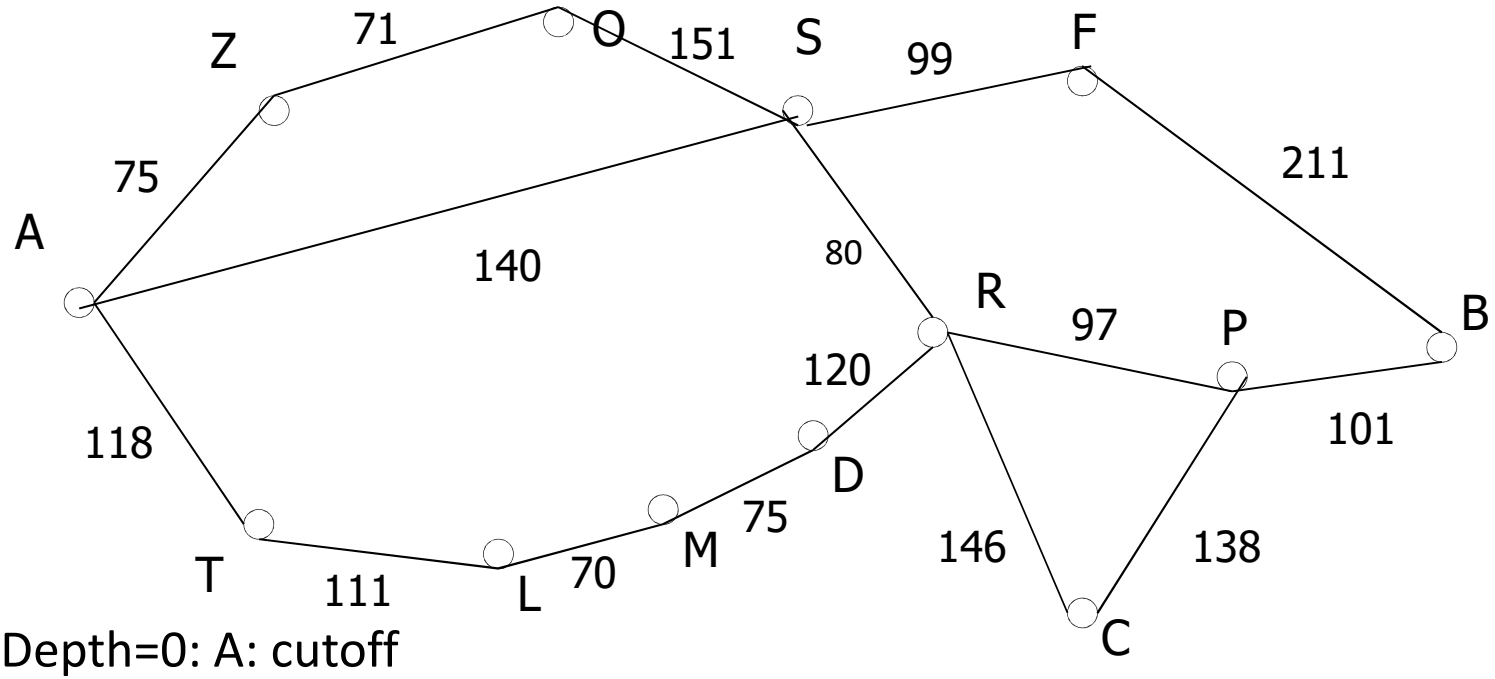


Path: A→ Z → O → S → F → B

Path-cost = 607

Simpul-E	Simpul Hidup
A	Z_A,S_A,T_A
Z_A	O_{AZ}, S_A,T_A
O_{AZ}	S_{AZO},S_A,T_A
S_{AZO}	F_{AZOS}, R_{AZOS},S_A,T_A
F_{AZOS}	B_{AZOSF}, R_{AZOS},S_A,T_A
B_{AZOSF}	Solusi ketemu

IDS



Depth=0: A: cutoff

Depth=1: A → Z_A,S_A,T_A → Z_A: cutoff, S_A: cutoff, T_A: cutoff

Depth=2: A → Z_A,S_A,T_A → O_{AZ}, S_A,T_A → O_{AZ} : cutoff → F_{AS}, R_{AS},T_A → F_{AS} : cutoff → R_{AS} : cutoff → L_{AT} → L_{AT} : cutoff

Depth=3: A → Z_A,S_A,T_A → O_{AZ}, S_A,T_A → S_{AZO},S_A,T_A → S_{AZO}: cutoff → F_{AS}, R_{AS},T_A → B_{ASF}, R_{AS},T_A → B_{ASF}

Stop: B=goal, path: A→ S → F → B, path-cost = 450

SELAMAT BELAJAR