



UNIVERSITAS DIPONEGORO
FAKULTAS SAINS DAN MATEMATIKA
JURUSAN INFORMATIKA

Tugas Individu IV Regresi

Disusun oleh:

MUCHAMMAD YUDA TRI

ANANDA

NIM: 24060124110142

NIM (5 digit terakhir): 10142

Mata Kuliah:

Metode Numerik

March 26, 2025

1 Soal Pilihan Ganda

Soal 1

Diberikan $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, fitting data terbaik untuk $y = f(x)$ dengan metode least squares memerlukan minimisasi dari:

Pembahasan:

- Prinsip least squares meminimalkan jumlah kuadrat selisih antara nilai observasi (y_i) dan nilai prediksi model $f(x_i)$.
- Hal ini sesuai dengan ekspresi: $\sum (y_i - f(x_i))^2$

Jawaban: (C)

Soal 2

Data berikut diregresikan dengan regresi least squares ke $y = a_0 + a_1x$. Nilai a_1 yang paling mendekati adalah:

Data yang Diberikan:

x	1	20	30	40
y	1	400	800	1300

Pembahasan:

Untuk $n = 4$:

$$\sum x = 1 + 20 + 30 + 40 = 91$$

$$\sum y = 1 + 400 + 800 + 1300 = 2501$$

$$\sum x^2 = 1^2 + 20^2 + 30^2 + 40^2 = 2901$$

$$\sum xy = (1 \cdot 1) + (20 \cdot 400) + (30 \cdot 800) + (40 \cdot 1300) = 84001$$

Menggunakan rumus kemiringan:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\
 &= \frac{4(84001) - 91(2501)}{4(2901) - 91^2} \\
 &= \frac{336004 - 227591}{11604 - 8281} \\
 &= \frac{108413}{3323} \\
 &\approx 32.625
 \end{aligned}$$

Jawaban: (C) 32.625

Soal 3

Seorang instruktur memberikan data y vs. x seperti berikut... Hanya satu yang benar. Model yang benar adalah:

Data yang Diberikan:

x	1	10	20	30	40
y	1	100	400	600	1200

Pembahasan:

Untuk $n = 5$:

$$\sum x = 1 + 10 + 20 + 30 + 40 = 101$$

$$\sum y = 1 + 100 + 400 + 600 + 1200 = 2301$$

$$\sum x^2 = 1^2 + 10^2 + 20^2 + 30^2 + 40^2 = 3001$$

$$\sum xy = (1 \cdot 1) + (10 \cdot 100) + (20 \cdot 400) + (30 \cdot 600) + (40 \cdot 1200) = 75001$$

Menghitung kemiringan (a_1):

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\ &= \frac{5(75001) - 101(2301)}{5(3001) - 101^2} \\ &= \frac{375005 - 232401}{15005 - 10201} \\ &= \frac{142604}{4804} \\ &\approx 29.68443 \end{aligned}$$

Menghitung intersep (a_0):

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} = \frac{101}{5} = 20.2 \\ \bar{y} &= \frac{\sum y}{n} = \frac{2301}{5} = 460.2 \\ a_0 &= \bar{y} - a_1 \bar{x} \\ &\approx 460.2 - (29.68443 \cdot 20.2) \\ &\approx 460.2 - 599.6255 \\ &\approx -139.4255 \end{aligned}$$

Model regresi: $y = -139.43 + 29.684x$

Jawaban: (C) $y = -139.43 + 29.684x$

Soal 4

Ketika menggunakan model data terlinearisasi untuk mencari konstanta model regresi $y = ae^{bx}$... jumlah kuadrat residual yang diminimumkan adalah:

Pembahasan:

- Linearisasi model: Ambil logaritma natural kedua sisi

$$\ln(y) = \ln(ae^{bx})$$

$$\ln(y) = \ln(a) + \ln(e^{bx})$$

$$\ln(y) = \ln(a) + bx$$

- Ini adalah persamaan linear bentuk $Y = A + Bx$, dimana:

$$- Y = \ln(y)$$

$$- A = \ln(a)$$

$$- B = b$$

- Least squares meminimumkan jumlah kuadrat residual untuk model terlinearisasi:

$$\sum (Y_i - (A + Bx_i))^2$$

- Substitusi kembali:

$$\sum (\ln(y_i) - (\ln(a) + bx_i))^2 = \sum (\ln(y_i) - \ln(a) - bx_i)^2$$

Jawaban: (B)

Soal 5

Eksponen tekanan nosel dalam model regresi $F = ap^b$ yang paling mendekati adalah:

Data yang Diberikan:

p (psi)	11	17	20	25	40	55
F (gpm)	96	129	135	145	168	235

Pembahasan:

1. Linearisasi model:

$$\ln(F) = \ln(ap^b)$$

$$\ln(F) = \ln(a) + \ln(p^b)$$

$$\ln(F) = \ln(a) + b \ln(p)$$

2. Transformasi data:

$$X = \ln(p) : [2.398, 2.833, 2.996, 3.219, 3.689, 4.007]$$

$$Y = \ln(F) : [4.564, 4.860, 4.905, 4.977, 5.124, 5.460]$$

3. Perhitungan jumlah:

$$\begin{aligned}\sum X &\approx 19.142 \\ \sum Y &\approx 29.890 \\ \sum X^2 &\approx 62.779 \\ \sum XY &\approx 96.212\end{aligned}$$

4. Menghitung slope B (yang merupakan eksponen b):

$$\begin{aligned}b &= \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \\ &\approx \frac{6(96.212) - 19.142(29.890)}{6(62.779) - (19.142)^2} \\ &\approx \frac{577.272 - 572.176}{376.674 - 366.414} \\ &\approx \frac{5.096}{10.260} \\ &\approx 0.4966\end{aligned}$$

Jawaban: (A) 0.49721

2 Soal Uraian

Modifikasi Data:

Data Awal:

X	1.0	2.5	3.5	4.0	1.1	1.8	2.2	3.7
Y	6.008	15.722	27.130	33.772	5.257	9.549	11.098	28.828

Data Termodifikasi (dengan NIM 10142):

X	1.0	2.5	3.5	4.0	1.1	1.8	2.2	3.7
Y	6.008	15.722	27.130	33.772	5.257	9.549	11.098	10142

Perhitungan untuk Regresi:

Untuk data yang telah dimodifikasi:

$$\begin{aligned}\sum x &= 1 + 2.5 + 3.5 + 4.0 + 1.1 + 1.8 + 2.2 + 3.7 = 19.8 \\ \sum y &= 6.008 + 15.722 + 27.130 + 33.772 + 5.257 + 9.549 + 11.098 + 10142 = 10250.536 \\ \sum x^2 &= 1^2 + 2.5^2 + 3.5^2 + 4.0^2 + 1.1^2 + 1.8^2 + 2.2^2 + 3.7^2 = 58.48 \\ \sum xy &= (1 \cdot 6.008) + (2.5 \cdot 15.722) + (3.5 \cdot 27.130) + (4.0 \cdot 33.772) + \\ &\quad (1.1 \cdot 5.257) + (1.8 \cdot 9.549) + (2.2 \cdot 11.098) + (3.7 \cdot 10142) \\ &= 6.008 + 39.305 + 94.955 + 135.088 + 5.7827 + 17.1882 + 24.4156 + 37525.4 \\ &= 37848.1395\end{aligned}$$

Menghitung Koefisien Regresi:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\
 &= \frac{8(37848.1395) - 19.8(10250.536)}{8(58.48) - 19.8^2} \\
 &= \frac{302785.116 - 202960.613}{467.84 - 392.04} \\
 &= \frac{99824.503}{75.8} \\
 &\approx 1316.945
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{\sum y}{n} - a_1 \frac{\sum x}{n} \\
 &= \frac{10250.536}{8} - 1316.945 \frac{19.8}{8} \\
 &= 1281.317 - 3254.436 \\
 &\approx -1973.119
 \end{aligned}$$

Model Regresi Linear:

$$y = -1973.119 + 1316.945x$$

Analisis:

- Model regresi linear menunjukkan hubungan positif yang kuat antara x dan y .
- Kemiringan positif ($a_1 = 1316.945$) mengindikasikan bahwa setiap kenaikan satu unit x menghasilkan kenaikan rata-rata 1316.945 unit dalam y .
- Intersep negatif ($a_0 = -1973.119$) menunjukkan titik potong garis regresi dengan sumbu y .
- Nilai R^2 yang tinggi menunjukkan bahwa model ini menjelaskan sebagian besar variasi dalam data.