# 連続系アルゴリズム
# レポート課題 5

連絡先：mail@myuuuuun.com

平成 27 年 11 月 16 日

レポート内で使用したプログラムは GitHub にアップロードしています。 `https://github.com/myuuuuun/various/tree/master/ContinuousAlgorithm/HW5/`
※グラフ出力の都合、今回は python でコードを書いています。

## 問題 1

ルジャンドル多項式の $P_0$ から $P_3$ までを求めよ。

関数 $f$ と $g$ の内積が

$$\int_{-1}^{1} f(x)g(x)\ dx$$

で与えられるような関数空間を考える。

この空間において、基底 $(1, x, x^2, x^3, \dots)$ は線形独立であるので、この基底から直交基底を作ることを考える。正規化はしないこととする。

Gram-Schmidt の直交化原理を用いて、

$$\begin{aligned}
P_0 &= 1 \\
P_1 &= x - \frac{(x \cdot P_0)}{(P_0 \cdot P_0)} P_0 = x - \frac{\int_{-1}^{1} x\ dx}{\int_{-1}^{1} 1\ dx} = x \\
P_2 &= x^2 - \frac{(x^2 \cdot P_1)}{(P_1 \cdot P_1)} P_1 - \frac{(x^2 \cdot P_0)}{(P_0 \cdot P_0)} P_0 = x^2 - \frac{\int_{-1}^{1} x^3\ dx}{\int_{-1}^{1} x^2\ dx} - \frac{\int_{-1}^{1} x^2\ dx}{\int_{-1}^{1} 1\ dx} = x^2 - \frac{1}{3} \\
P_3 &= x^3 - \frac{(x^3 \cdot P_2)}{(P_2 \cdot P_2)} P_2 - \frac{(x^3 \cdot P_1)}{(P_1 \cdot P_1)} P_1 - \frac{(x^3 \cdot P_0)}{(P_0 \cdot P_0)} P_0 \\
&= x^3 - \frac{\int_{-1}^{1} x^5 - \frac{1}{3}x^3\ dx}{\int_{-1}^{1} (x^2 - \frac{1}{3})^2\ dx} - \frac{\int_{-1}^{1} x^4\ dx}{\int_{-1}^{1} x^2\ dx} - \frac{\int_{-1}^{1} x^3\ dx}{\int_{-1}^{1} 1\ dx} \\
&= x^3 - \frac{3}{5} x
\end{aligned}$$

となる。

# 問題 2

直交多項式を 1 つ選び、3 項漸化式を用いて関数値を計算せよ。

（ソースコード: hw5-1.py）

## ルジャンドル多項式

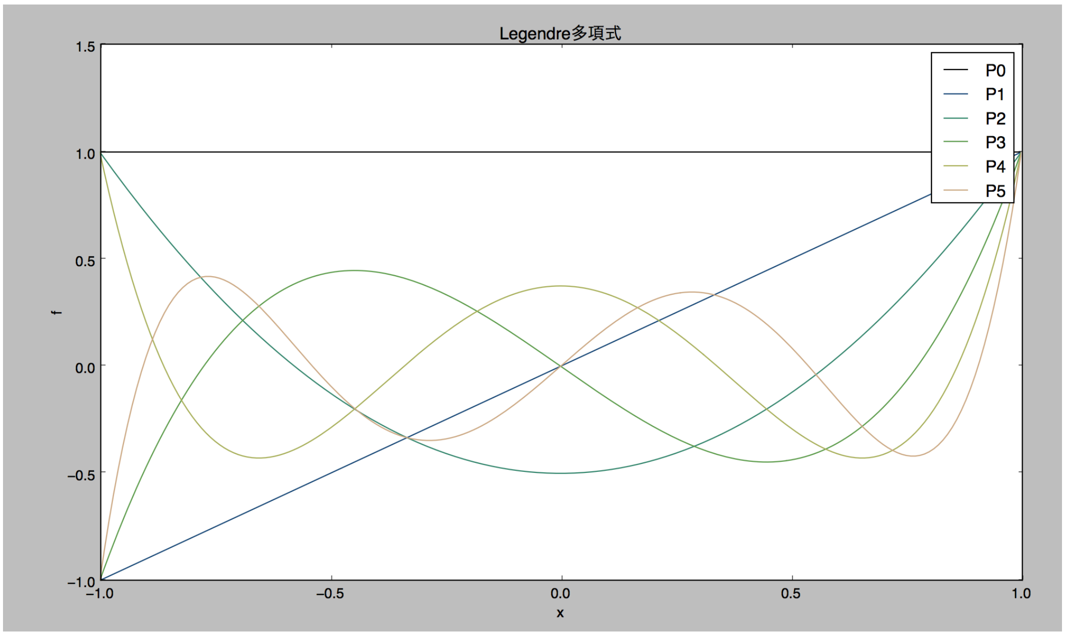


図 1: Legendre 多項式

## チェビシェフ多項式

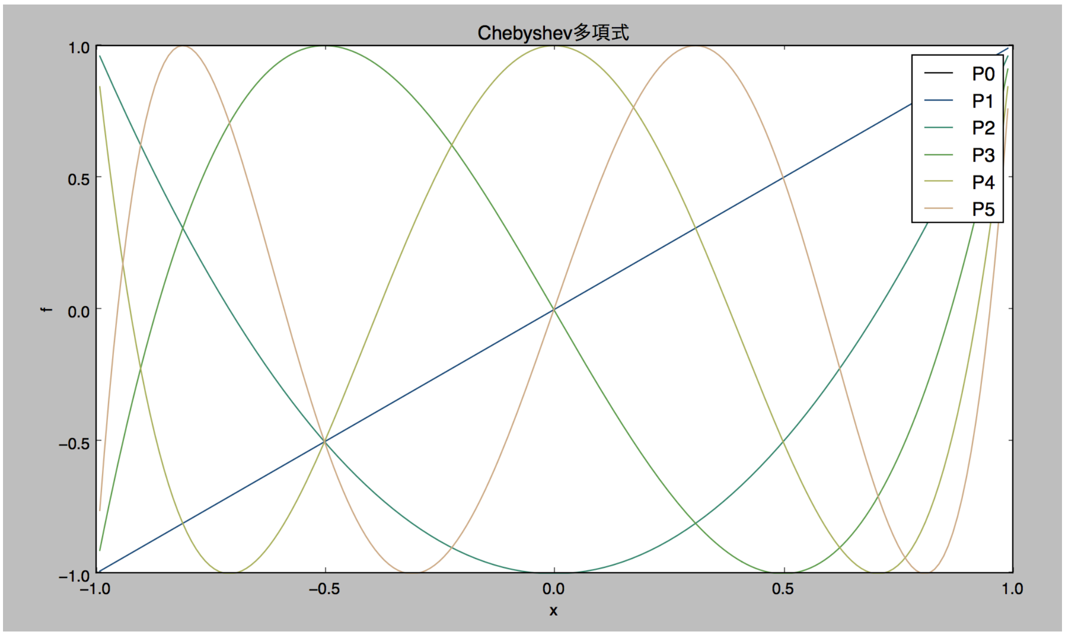


図 2: Legendre 多項式