

# 連続系アルゴリズム レポート課題 11

連絡先：mail@myuuuuun.com

平成 28 年 2 月 16 日

レポート内で使用したプログラムは GitHub にアップロードしています。 <https://github.com/myuuuuun/various/tree/master/ContinuousAlgorithm/HW11/>

## 問題 1

$y_i = u_i^2$   $u_i$  は  $[0, 1]$  の一様分布 として、 $y_i$  の平均と分散を求めよ。  
また、 $Y = E[y_i]$  として、 $Y$  の期待値と分散を求めよ。

$y_i$  の分布関数を  $F$ , 密度関数を  $f$  をおけば,

$$F(y_i) = P(Y_i \leq y_i) = P(U^2 \leq y_i) = P(-\sqrt{y_i} \leq U \leq \sqrt{y_i}) = \sqrt{y_i}, \quad 0 \leq y_i \leq 1$$

$$f(y_i) = \frac{dF}{dy_i} = \frac{1}{2\sqrt{y_i}}, \quad 0 \leq y_i \leq 1$$

となる。したがって平均と分散は、

$$E[y_i] = \int_0^1 y f(y) dy = \left[ \frac{1}{3} y^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

$$E[y_i^2] = \int_0^1 y^2 f(y) dy = \left[ \frac{1}{5} y^{\frac{5}{2}} \right]_0^1 = \frac{1}{5}$$

$$\text{Var}(y_i) = E[y_i^2] - (E[y_i])^2 = \frac{4}{45}$$

となる。

また  $Y$  は、

$$E[Y] = E[E[y_i]] = \frac{1}{3}$$

$$\text{Var}(Y) = E[Y^2] - (E[Y])^2 = (E[y_i])^2 - (E[y_i])^2 = 0$$

となる。

## 問題 2

$y_i$  の標本平均と標本分散を求めよ。

結果:

サンプルサイズ (2 の  $n$  乗) 平均、分散

1, 0.37064, 0.135654

5, 0.29848, 0.0760213

10, 0.329174, 0.0864833

15, 0.335747, 0.0892373

20, 0.333344, 0.0890352

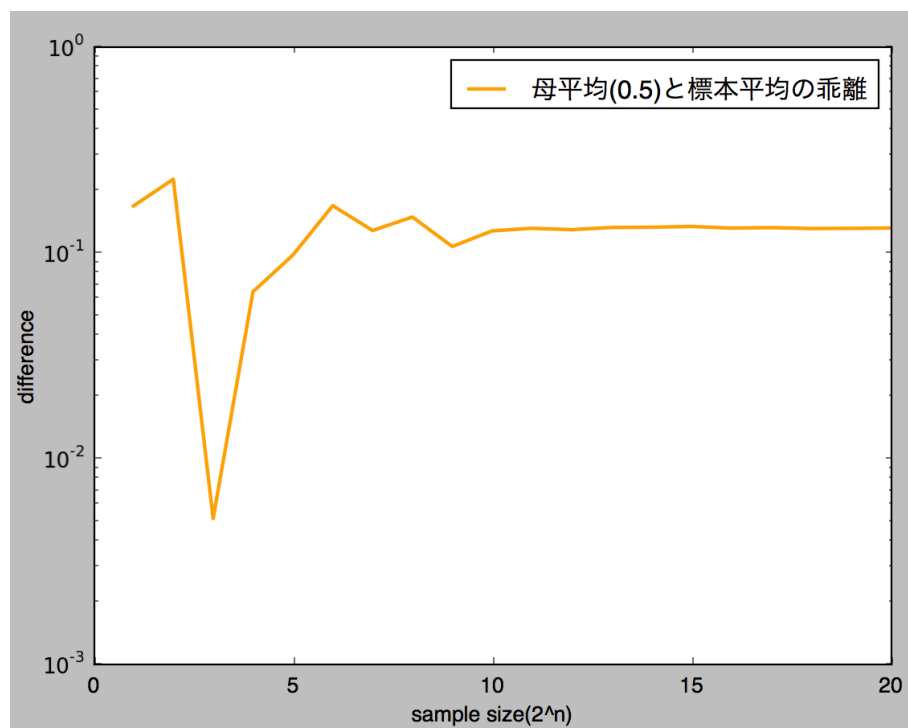


図 1: 標本平均と母平均の乖離

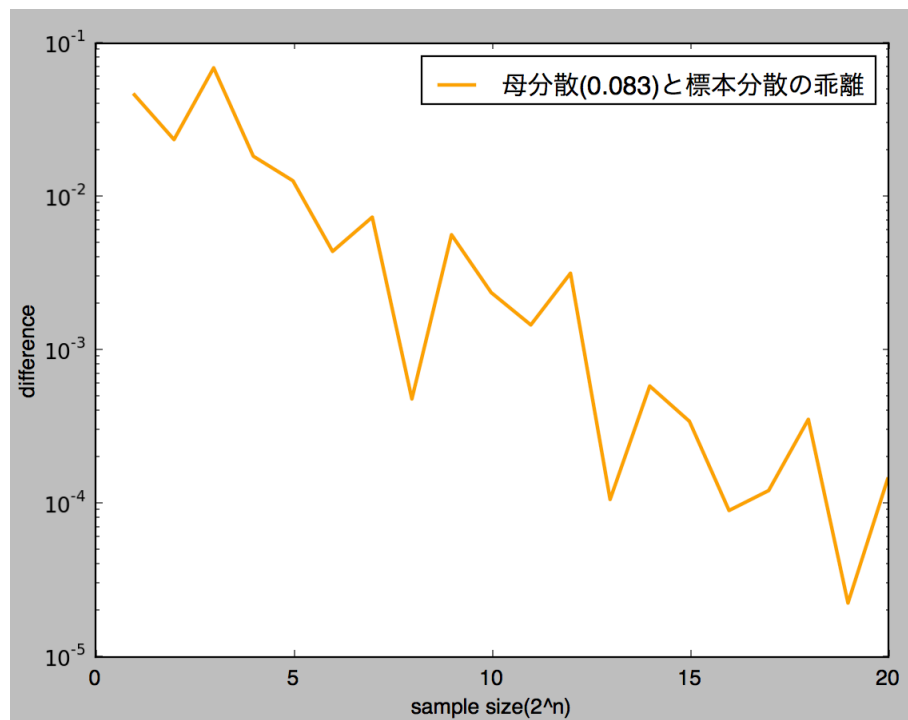


図 2: 標本分散と母分散の乖離

ソースコード: hw11-1.cpp

```
/*
Copyright (c) 2015 @myuuuuun
https://github.com/myuuuuun
*/
#include <iostream>
#include "MT.h"
#include <cmath>
using namespace std;

// MT19937 から一様分布を発生
double uniform(void){
    return genrand_real3();
}

int main(){
```

```
// メルセンヌ・ツイスタ初期化
init_genrand(214);

for(int n=3; n<=20; n++){
    int sample_size = pow(2, n);
    double sample_sum = 0, squared_sample_sum = 0;
    double s, sample_ave, sample_var;

    for(int i=0; i<sample_size; i++){
        s = uniform();
        sample_sum += s;
        squared_sample_sum += pow(s, 2);
    }

    sample_ave = sample_sum / sample_size;
    sample_var = (squared_sample_sum / sample_size) - pow(sample_ave, 2);
    cout << n << ", " << sample_ave << ", " << sample_var << endl;
}

return 0;
}
```