



[G] Sudut Dua Vektor

Batas Waktu = 1 detik

Batas *Memory* = 100 MB

Deskripsi Masalah

Bagaimana cara mengukur besar sudut terkecil antara dua vektor \vec{u} dan \vec{v} di sebuah ruang berdimensi dua atau tiga? Sebagian dari Anda mungkin masih mengingat cara menghitung besar sudut terkecil antara dua vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2)$ pada ruang berdimensi dua (selanjutnya dinotasikan dengan \mathbb{R}^2) dengan formulasi berikut:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}\right),$$

dengan

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2,$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2},$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2},$$

dan $\arccos(x)$ menyatakan besar sudut terkecil (dalam radian) yang dibentuk oleh vektor \vec{u} dan \vec{v} . Nilai dari $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$ dapat diperumum ke ruang berdimensi n , yaitu \mathbb{R}^n , dengan memanfaatkan ketaksamaan Cauchy-Schwarz, yaitu

$$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|.$$

Dalam hal ini, bila $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ dan $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, maka

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n = \sum_{i=1}^n u_i v_i,$$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2},$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}.$$



Jika \vec{u} dan \vec{v} keduanya vektor tak nol (vektor nol adalah vektor yang seluruh komponennya nol), maka $\|\vec{u}\| \neq 0$ dan $\|\vec{v}\| \neq 0$, sehingga kita memiliki

$$\frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \leq 1$$

yang ekuivalen dengan

$$-1 \leq \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \leq 1.$$

Pada \mathbb{R}^n , nilai $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$ dinamakan similaritas *cosinus*. Nilai ini banyak diterapkan pada penambangan data dan penambangan teks. Diberikan dua buah vektor \vec{u} dan \vec{v} , tugas Anda adalah menghitung similaritas cosinus antara dua vektor tersebut. Ada beberapa catatan:

1. Nilai similaritas *cosinus* dapat dihitung bila kedua vektor yang ditinjau berada pada dimensi yang sama. Jika tidak, maka program mengeluarkan string DIMENSI SALAH.
2. Nilai similaritas *cosinus* dapat dihitung bila kedua vektor yang ditinjau bukan vektor nol. Jika tidak, maka program mengeluarkan string TAK TERDEFINISI.
3. Jika dua vektor yang ditinjau bukan vektor nol dan keduanya berada pada dimensi yang sama, maka nilai dari similaritas *cosinus* dihitung memakai formulasi yang telah dijelaskan pada soal, yaitu $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$. Pada soal ini angka dibulatkan hingga tiga angka di belakang koma.

Format Masukan dan Keluaran

Masukan terdiri dari dua baris, baris pertama terdiri atas M angka yang dipisahkan dengan spasi dengan $1 \leq M \leq 10$. Sedangkan baris kedua terdiri atas N angka yang dipisahkan dengan spasi dengan $1 \leq N \leq 10$. Setiap angka dapat berupa bilangan real pada rentang $[-10,10]$.

Keluaran dari program adalah DIMENSI SALAH (jika vektor yang akan dihitung nilai similaritas *cosinus*-nya berada di dimensi yang berbeda), TAK TERDEFINISI (bila vektor yang akan dihitung berada di dimensi yang sama, namun salah satunya adalah vektor nol, yaitu vektor yang semua komponennya nol), dan nilai similaritas *cosinus* yang dimaksud (bila hal tersebut dapat dihitung). Nilai similaritas *cosinus* dibulatkan hingga tiga angka di belakang koma.



Contoh Masukan/Keluaran

Masukan	Keluaran
-1 0 1 0 0	DIMENSI SALAH
-1 0 1 0 0 0	TAK TERDEFINISI
-1 2 2 1 2 2	-0.111

Penjelasan untuk contoh ke-3: kita memiliki $\vec{u} = (-1, -2, 2)$ dan $\vec{v} = (1, 2, 2)$, maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1 - 4 + 4 = -1$, $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$, dan $\|\vec{v}\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$.

Akibatnya $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} = \frac{-1}{9} = -0.111$.