

Θεωρία:

Άσκηση 3

Ζαμάγιας Μιχαήλ Ανάργυρος – ΤΠ5000

Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

9 Μαΐου 2021

Περιεχόμενα

Άσκηση 1	2
Ακολουθία A	2
Ακολουθία B	2
Άσκηση 2	4
Α. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος.	4
Β. Να βρεθεί η κρουστική απόκριση του συστήματος με την μέθοδο άθροισμα μερικών κλασμάτων.	4
Γ. Να βρεθεί η έξοδος στο σήμα	4
Άσκηση 3	5
Α. Υπολογίστε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος και να σχεδιάσετε τα μηδέν και τους πόλους στο z επίπεδο.	5
Β. Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h(n)$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο υπολοίπων.	5
Γ. Το σύστημα είναι σταθερό και γιατί;	5
Άσκηση 4	6
Α. Σχεδιάστε τους πόλους και τα μηδέν στον μοναδιαίο κύκλο.	6
Β. Να βρεθεί το μέγεθος και η φάση του φίλτρου χρησιμοποιώντας γεωμετρική εκτίμηση (geometric evaluation) στις συχνότητες $/4, /2, 3/4, \dots$	6
Άσκηση 5	7

Άσκηση 1

Να βρεθεί ο μετασχηματισμός Z κάθε μιας από τις παρακάτω ακολουθίες:

Ακολουθία A

$$x(n) = (0.5)^n u(n) + (-0.6)^n u(n)$$

Ακολουθία B

$$x(n) = \begin{cases} (0.3)^{|n|}, & |n| < 4 \\ 0, & \text{αλλού.} \end{cases}$$

Για $0 \leq n < 4$:

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=0}^3 x(n) z^{-n} \Rightarrow \\ &= \sum_{n=0}^3 0.3^{|n|} z^{-n} \Rightarrow \\ &= \sum_{n=0}^3 0.3^n z^{-n} \Rightarrow \\ &= \sum_{n=0}^3 (0.3 z^{-1})^n \Rightarrow \\ &= \sum_{n=0}^3 \left(\frac{0.3}{z}\right)^n \Rightarrow \\ &= \frac{1 - \left(\frac{0.3}{z}\right)^4}{1 - \frac{0.3}{z}} \Rightarrow \\ &= \frac{1}{1 - 0.3 z^{-1}} \Rightarrow \\ &= \frac{z}{z - 0.3} \end{aligned}$$

Για $4 < n < 0$:

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-3}^{-1} x(n)z^{-n} \implies \\ &= \sum_{n=-3}^{-1} 0.3^{|n|}z^{-n} \implies \\ &= \sum_{n=-3}^{-1} 0.3^{-n}z^{-n} \implies \\ &= \sum_{n=-3}^{-1} (0.3z)^{-n} \implies \\ &= \sum_{n=-3}^{-1} \frac{1}{(0.3z)^n} \implies \\ &= 0.027z^3 + 0.09z^2 + 0.3z \end{aligned}$$

Άσκηση 2

Για το παρακάτω σύστημα:

$$y(n) = 0.8y(n-1) - 0.52y(n-2) + x(n) + 0.2x(n-1) - 0.15x(n-2)$$

A. Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος.

B. Να βρεθεί η κρουστική απόκριση του συστήματος με την μέθοδο άθροισμα μερικών κλασμάτων.

Γ. Να βρεθεί η έξοδος στο σήμα

$$x(n) = u(n) - u(n-5)$$

Άσκηση 3

Για το παρακάτω γραμμικό, διακριτό, αιτιατό, χρονικά αμετάβλητο κατά την μετατόπιση σύστημα με μηδέν και πόλους στα σημεία:

$$p_1 = 0.4 + j0.6, p_2 = 0.4 - j0.5, z_1 = 0.5, z_2 = -0.6$$

- A. Υπολογίστε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος και να σχεδιάσετε τα μηδέν και τους πόλους στο z επίπεδο.
- B. Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h(n)$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο υπολοίπων.
- Γ. Το σύστημα είναι σταθερό και γιατί;

Άσκηση 4

Για το παρακάτω IIR φίλτρο με μηδέν και πόλους στα σημεία:

$$p_1 = 0.4 + j0.6, p_2 = 0.4 - j0.5, z_1 = 0.5, z_2 = -0.6$$

- A. Σχεδιάστε τους πόλους και τα μηδέν στον μοναδιαίο κύκλο.
- B. Να βρεθεί το μέγεθος και η φάση του φίλτρου χρησιμοποιώντας γεωμετρική εκτίμηση (geometric evaluation) στις συχνότητες $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$.

Άσκηση 5

Να βρεθεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός Z της συνάρτησης:

$$H(z) = \frac{3z^2 + 0.4z + 1}{(z + 0.2)(z - 0.5)}$$

Με τις τρεις μεθόδους.