**Programa de Pós-Graduação em Ciências Computacionais e Modelagem Matemática (PPG-CompMat)**

*Desenho com traços pretos em fundo branco

Descrição gerada automaticamente com confiança baixaLogotipo

Descrição gerada automaticamente*

**AMPLIAÇÃO DE IMAGENS UTILIZANDO INTERPOLAÇÃO DE NEWTON**

**Aluno**: Matheus Henrique Branco Zeitune 1

**Orientador(s)**: Americo Barbosa da Cunha Junior 1

1 Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Álgebra Linear: Aspectos Teóricos e Computacionais

**Introdução**

A evolução computacional constante das últimas duas décadas tem permitido a duplicação do número de transistores em circuitos integrados a cada dois anos, conforme previsto pela Lei de Moore. Essa expansão progressiva da capacidade computacional possibilitou um significativo avanço na resolução de imagens digitais.

A primeira imagem digital, criada por Russel Kirsch em 1957, possuía uma resolução de 176 por 176 pixels. Em contraste, em 2020, pesquisadores da Universidade de Stanford criaram a maior imagem digital registrada até então, utilizando uma câmera digital LSST com uma resolução de 3,2 bilhões de pixels. Essa disparidade entre as resoluções antigas e modernas cria desafios para a conservação histórica de imagens digitais. Ao abrir imagens antigas em dispositivos contemporâneos, essas imagens frequentemente aparecem muito pequenas em relação ao tamanho da tela, e o processo de redimensionamento pode resultar em distorções e perda de qualidade.

Assim, a melhor forma de conservar imagens antigas é aplicar processos de ampliação que respeitem as proporções e preservem a qualidade original, sem gerar deformações. Este procedimento é essencial para a preservação de dados históricos e tem aplicação em diversas áreas, como história, artes, pesquisa aeroespacial e outras disciplinas que dependem da reprodução precisa de imagens históricas em dispositivos modernos.

Diante dessa necessidade, este trabalho propõe a criação de um algoritmo de ampliação de imagens utilizando a Interpolação de Newton no ambiente Octave, com foco em fins didáticos. Embora o desempenho dessa abordagem seja inferior ao de algoritmos de ampliação baseados em interpolação bicúbica, sua implementação visa um propósito educacional, permitindo a compreensão dos princípios de interpolação e suas aplicações na ampliação de imagens.

**A representação de imagens digitais como matrizes**

No contexto do processamento de imagens digitais, é fundamental compreender que as imagens podem ser representadas matematicamente como matrizes. Essa representação permite a manipulação e análise eficientes das imagens por meio de conceitos de álgebra linear, facilitando a implementação de algoritmos que executam operações como redimensionamento, rotação, filtragem e interpolação.

**Imagens em escala de cinza**

Uma imagem em escala de cinza pode ser modelada como uma matriz bidimensional de valores de intensidade de pixels. Cada elemento dessa matriz corresponde a um pixel específico da imagem, e seu valor numérico representa o nível de brilho ou intensidade luminosa daquele ponto. Para imagens de 8 bits, esses valores geralmente variam no intervalo de 0 a 255, onde 0 representa o preto absoluto e 255 o branco máximo.

Matematicamente, uma imagem em escala de cinza de dimensões pode ser representada por:

Onde é o valor de intensidade do pixel localizado na linha e coluna da imagem.

**Imagens coloridas**

As imagens coloridas são compostas por múltiplos canais de cor, tipicamente Vermelho (Red), Verde (Green) e Azul (Blue), formando o modelo de cor RGB. Cada canal pode ser representado como uma matriz bidimensional semelhante à utilizada para imagens em escala de cinza, correspondendo às intensidades de vermelho, verde e azul em cada pixel.

Assim, uma imagem colorida é formada por três matrizes :

Onde representam as intensidades dos canais vermelho, verde e azul, respectivamente, na posição da imagem.

A combinação desses três canais resulta em uma matriz tridimensional que descreve completamente a imagem colorida. Essa estrutura matricial é essencial para a aplicação de operações que afetam as cores da imagem de forma coordenada.

**Redimensionamento de imagens**

O redimensionamento de uma imagem envolve alterar suas dimensões espaciais, seja para aumentar (ampliar) ou diminuir (reduzir) seu tamanho. Para realizar essa transformação sem comprometer a qualidade visual, é necessário aplicar técnicas de interpolação que estimem os valores de intensidade dos pixels nas novas posições resultantes do redimensionamento.

* Ampliação: Consiste em aumentar o tamanho da imagem adicionando novos pixels. Isso requer a estimativa dos valores desses novos pixels com base nos pixels existentes, utilizando métodos de interpolação para manter a continuidade visual e evitar distorções.
* Redução: Envolve diminuir o tamanho da imagem, o que pode ser feito por meio da remoção ou combinação de pixels adjacentes. Também neste caso, técnicas de filtragem são empregadas para preservar ao máximo os detalhes e a integridade da imagem original.

Compreender a representação matricial das imagens e as operações matemáticas associadas é crucial para o desenvolvimento de algoritmos eficazes em processamento de imagens. No contexto deste trabalho, essa compreensão fundamenta a implementação de um algoritmo de ampliação de imagens utilizando a Interpolação de Newton, contribuindo para a preservação e melhor visualização de imagens históricas em dispositivos modernos.

**Interpolação de Newton em matrizes**

A interpolação é uma ferramenta essencial na matemática numérica, utilizada para estimar valores de uma função desconhecida a partir de um conjunto de pontos conhecidos. Entre os diversos métodos disponíveis, a Interpolação de Newton destaca-se por construir um polinômio interpolador utilizando diferenças divididas. Essa técnica é particularmente eficiente quando novos pontos são adicionados, pois permite a atualização do polinômio sem a necessidade de recalcular todos os coeficientes. Quando aplicada a matrizes, essa abordagem possibilita a estimativa de valores intermediários em dados bidimensionais, como em imagens digitais.

**Fundamentos da Interpolação de Newton**

A Interpolação de Newton baseia-se na construção de um polinômio interpolador na forma de Newton, expressa pela seguinte equação:

Onde são as diferenças divididas, calculadas recursivamente a partir dos valores conhecidos da função.

**Diferenças Divididas**

As diferenças divididas são definidas de forma recursiva, permitindo a construção incremental do polinômio interpolador:

Essas diferenças divididas permitem incrementar a ordem do polinômio interpolador sem recalcular os coeficientes anteriores, tornando o método eficiente e flexível.

**Interpolação em Duas Variáveis**

Para aplicar a Interpolação de Newton em matrizes, estende-se o conceito para funções de duas variáveis, . Nesse caso, utiliza-se a Interpolação de Newton bilinear ou bicúbica, construindo polinômios nas direções e simultaneamente.

O polinômio interpolador em duas variáveis é dado por:

Onde são as diferenças divididas em duas dimensões.

**Aplicação da Interpolação de Newton para ampliação de imagens**

A ampliação de imagens digitais exige a estimativa de valores de pixels em posições intermediárias não presentes na imagem original. A Interpolação de Newton oferece uma metodologia matemática para estimar esses valores, permitindo criar imagens ampliadas sem perda significativa de qualidade.

**Processo de Ampliação de Imagens**

1. Definição dos Pontos Originais: Considere uma imagem representada por uma matriz de dimensões onde corresponde à intensidade do pixel na posição .
2. Determinação dos novos pontos: Ao ampliar a imagem, inserem-se novos pontos intermediários entre os pixels originais. As coordenadas desses novos pontos são fracionárias em relação à matriz original.
3. Cálculo das Diferenças Divididas: Utilizamos os valores dos pixels originais para calcular as diferenças divididas nas direções e , necessárias para construir o polinômio interpolador.
4. Construção do Polinômio Interpolador: Com as diferenças divididas, construímos o polinômio que estima os valores de intensidade nos pontos intermediários.
5. Estimativa dos Novos Valores de Pixels: Avaliamos o polinômio nas coordenadas dos novos pontos para obter os valores de intensidade correspondentes.

**Exemplo Prático**

Suponha uma imagem em escala de cinza com os seguintes valores de pixels

|  |  |
| --- | --- |
| Coordenada | Valor do Pixel |
| (0, 0) |  |
| (0, 1) |  |
| (1, 0) |  |
| (1, 1) |  |

Queremos estimar o valor de intensidade no ponto . Aplicamos a Interpolação de Newton bilinear:

1. Diferenças Divididas em :
2. Diferenças Divididas em
3. Construção do Polinômio Interpolador:
4. Estimativa do Valor Interpolado:









**Conclusão**

A compreensão da representação matricial das imagens e da Interpolação de Newton é crucial para o desenvolvimento de algoritmos eficazes no processamento de imagens. No contexto deste trabalho, essa compreensão fundamenta a implementação de um algoritmo de ampliação de imagens utilizando a Interpolação de Newton, contribuindo para a preservação e melhor visualização de imagens históricas em dispositivos modernos. Embora existam métodos mais avançados, como a interpolação bicúbica, a abordagem proposta tem valor didático, facilitando a compreensão dos princípios matemáticos envolvidos e suas aplicações práticas.

**Referências**

* Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Análise Numérica. Cengage Learning.
* Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2008). Processamento Digital de Imagens. Pearson Prentice Hall.
* Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press.
* Today's Picture: (1995). The Pleiades Star Cluster. Picture Credit: Mount Wilson Observatory