

- 第六章 激光锁模技术
- 第一节 理想锁模特性
- 第二节 主动锁模技术
- 第三节 被动锁模技术
- 第四节 其他锁模技术
- 第五节 啁啾脉冲特性（压缩或展宽）

- 第一节 理想锁模特性

超短脉冲激光：脉冲宽度小于1纳秒的激光.

上世纪60年代,—— 10^{-12} 秒； 70年代,—— 10^{-13} 秒；

1981年，贝尔实验室，R.L.Fork,利用染料工作物质和染料可饱和吸收体，的碰撞锁模技术，获得90fs,+压缩 \Rightarrow 6fs；

1990年，利用钛宝石（Ti:Sapphire)工作物质的自锁模技术，获得8.5fs,+压缩 $\Rightarrow 4.5\text{fs} = \Delta t$ ；

(1060nm,光场周期 $T = 3.53\text{fs}$, $\Delta t < 2T$)

脉冲激光器进展

60年代 Q-Switching $10^{-9} \text{ — } 10^{-10} \text{ s (ns)}$

70年代 Modelocking $10^{-11} \text{ — } 10^{-12} \text{ s(ps)}$

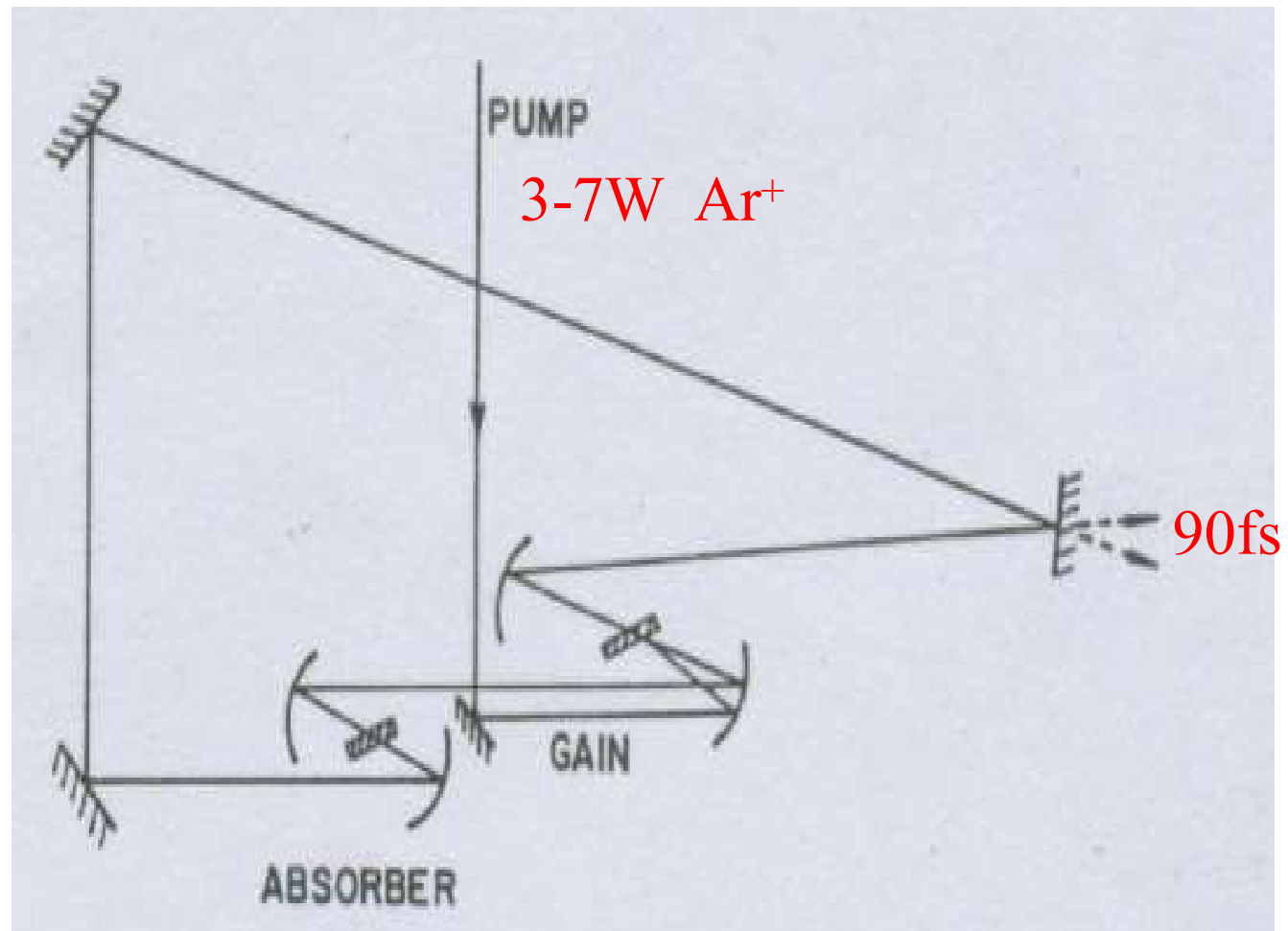
(Active, Synchronous Pumping, Passive Modelocking)

80年代 Colliding Pulse Modelocking $10^{-13} \text{ s (sub-ps)}$

90年代 Kerr Lens Modelocking 10^{-15} s (fs)

最短的激光脉冲为 **4.5 fs** 激光振荡周期为 **T= 2.7fs**

腔外压缩 **4.0 fs**

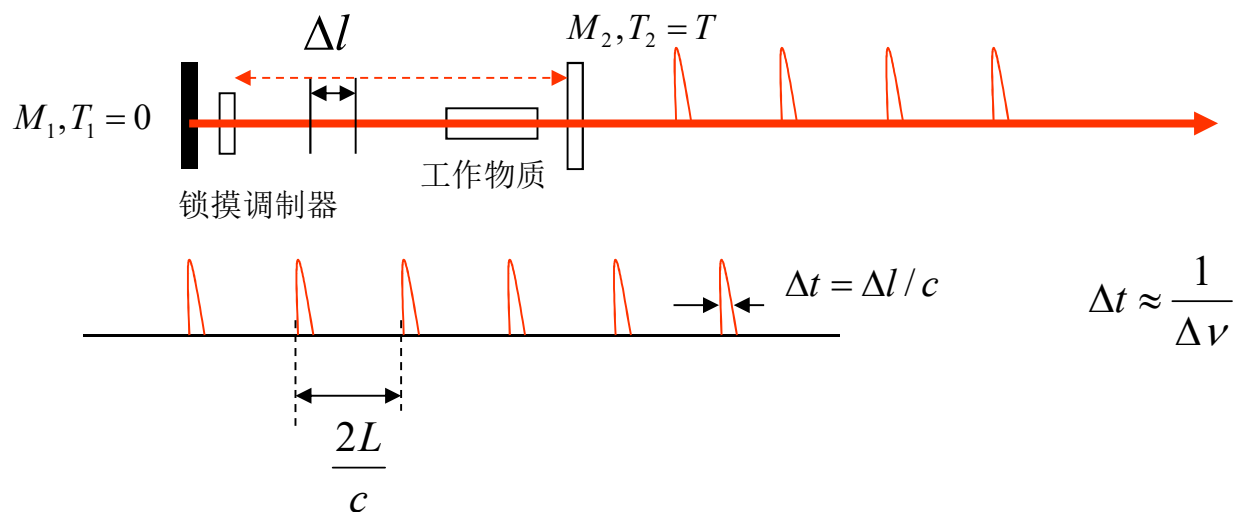


一、超短脉冲产生的途径

1、超短腔调Q途径

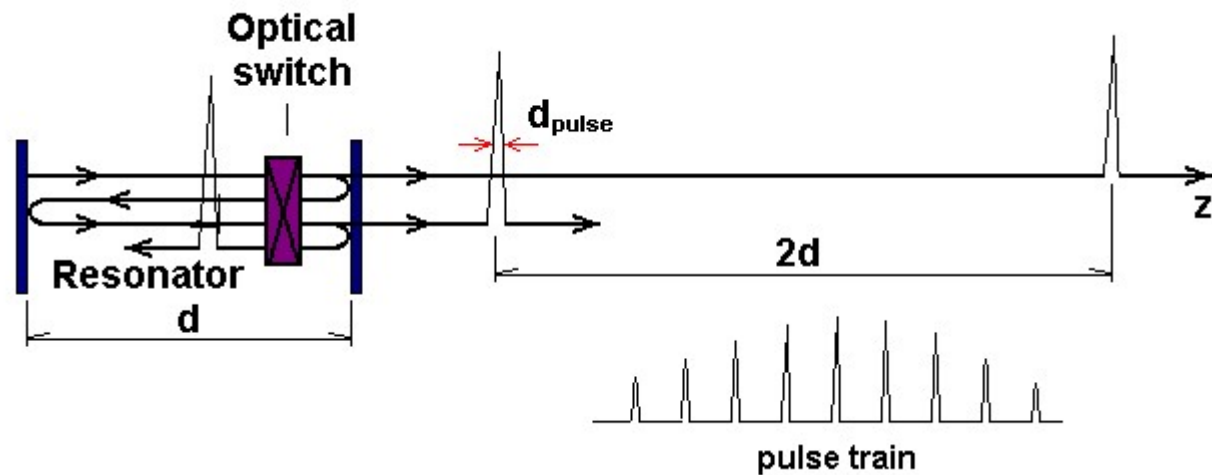
对于调Q激光器而言,光辐射场(光子)平均分布在整個谐振腔中,即使在瞬
时进行开关倒空,输出的脉冲宽度极限也由光在腔内往返一次所需要的时间
决定: $\Delta t=2L/C$,要想获得小于脉宽1纳秒的超短脉冲激光,必须缩短腔长
L,即采用超短腔调Q途径,这种方法对于高增益的染料薄片在瞬时泵浦下
可以实现;

2、改变腔内光辐射场(光子)的平均分布---锁模途径



- 从涨落中逐步形成
 - 通常需要振荡数千次
 - 而电光Q开关振荡次数通常希望越少越好
- 连续激光器的锁模比脉冲激光器较容易实现，且稳定性也较易保障

•



3、腔外再压缩途径

$\Delta t, (\Delta \nu) + \text{自相位调制} \rightarrow \text{展宽 } \Delta t', (\Delta \nu') \rightarrow \text{压缩 } \Delta t'', (\Delta \nu'')$

常用锁模的途径，获得的脉冲宽度受下列两方面因素影响：

(1)、受到激光工作物质线宽 $\Delta \nu$ 的限制，

$$\Delta t \sim \frac{1}{\Delta \nu}, \Delta \nu_{os} \rightarrow N$$

(2)、与具体的锁模技术有关

二、锁模的基本物理过程

设法通过一定的途径，使腔内光场在振荡过程中，形成一个极窄的时间包络，同时在腔内不断地被放大、压窄，最终形成时间宽度极窄、峰值功率很高的激光脉冲。

***频率域：**通过一定技术，使激光腔内振荡模之间具有确定的位相关系（各振荡模位相同步），从而使腔内总光场形成的光强是一个周期性结构的窄的时间包络。（输出锁模脉冲序列）；---各**振荡模相位同步（相位锁定）**或模式锁定

***时间域：**通过一定技术，从激光腔内初始光强的起伏结构（初始噪声脉冲）中，逐步选切出一个时间宽度极窄的光脉冲，并将其不断压窄和放大，在腔内往返一次输出一个脉冲（输出锁模脉冲序列）。--**周期性重复选切。**

三、锁模的基本技术途径

- 1、调制谐振腔内光场的损耗；
- 2、调制谐振腔内光场的增益；
- 3、调制谐振腔内光场的相位（频率）；

主动锁模：对谐振腔内光场的损耗、或相位（频率）、或增益的调制由外加信号来控制实现的。

- 声光调制器（主动损耗型）；
- 电光调制器（主动损耗型、主动相位型）；
- 同步泵浦（主动增益型）；

被动锁模（可饱和吸收体锁模）：由腔内光场本身、可饱和吸收体的非线性可饱和吸收特性、工作物质的增益及其增益饱和特性共同作用，选切、放大、压窄--获得锁模脉冲激光

- **碰撞锁模(CPM):** 通过对被动锁模脉冲进一步在可饱和吸收体中碰撞,压窄脉冲。
- **附加脉冲锁模 (APM):** 在主动锁模激光器腔外附加一个非线性子腔进行反馈,在反馈的脉冲与原来的脉冲有适当相位关系时,两脉冲相干的结果能使脉冲被有效地压窄。

自锁模: 当激活介质的非线性光学效应---自聚焦,能够使得各个纵模频率维持等间隔分布,并且使它们具有确定的相位关系,从而实现纵模锁定。

四、一般多纵模激光器的输出光强特性

- 假设：**TEM₀₀**模,各纵模的单程损耗因子 γ 相同.相邻纵模频率差 $\Delta \nu_q$, 可起振频率范围 $\Delta \nu_{os}$ (超阈值).
- 可起振纵模数:

$$N = \left(\frac{\Delta \nu_{os}}{\Delta \nu_q} \right)_{\text{整数}} + 1$$

- 对于均匀加宽洛仑兹线型, 阈值条件有:

- $$G_H^0(\nu_0) \frac{\frac{\Delta\nu_H}{2}}{(\nu - \nu_0)^2 + (\frac{\Delta\nu_H}{2})^2} = G_H^0(\nu, \nu_0) = G_t = \frac{\gamma}{\ell}$$

可得:
$$\Delta\nu_{os} = 2(\nu_s - \nu_0) = \Delta\nu_H \sqrt{\frac{G_H^0(\nu_0)\ell}{\gamma} - 1}$$

$$\Rightarrow \Delta\nu_{os} = \Delta\nu_H \sqrt{\beta_{sm} - 1}, \beta_{sm} \text{---最大泵浦超阈}$$

同样, 对于强非均匀加宽高斯线型, 可得:

$$\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_D \sqrt{\frac{\ln \beta_{sm}}{\ln 2}}$$

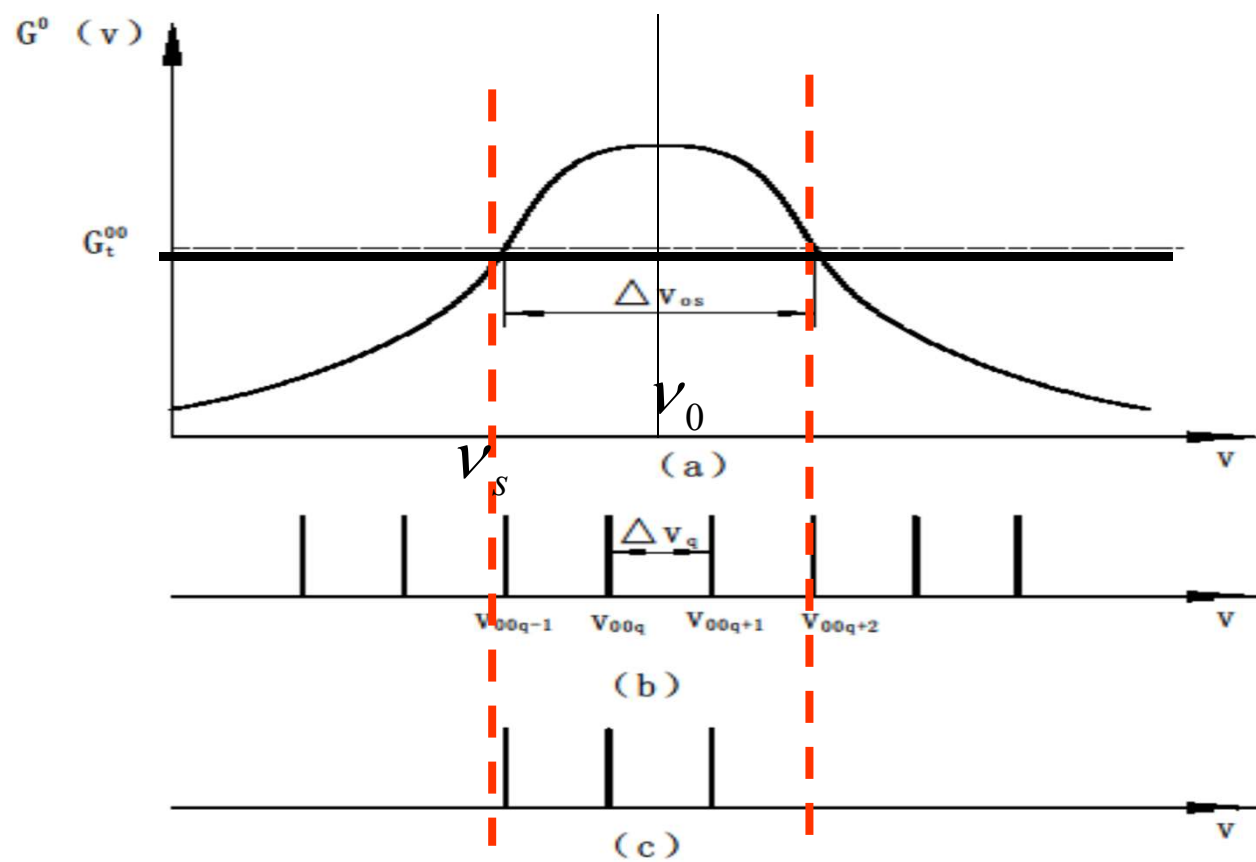


图5-3-8 激光器起振模谱
 (a) 介质的小讯号增益曲线及 Δv_{os} (b) 谐振腔的纵模频率
 (c) 起振的纵模频谱

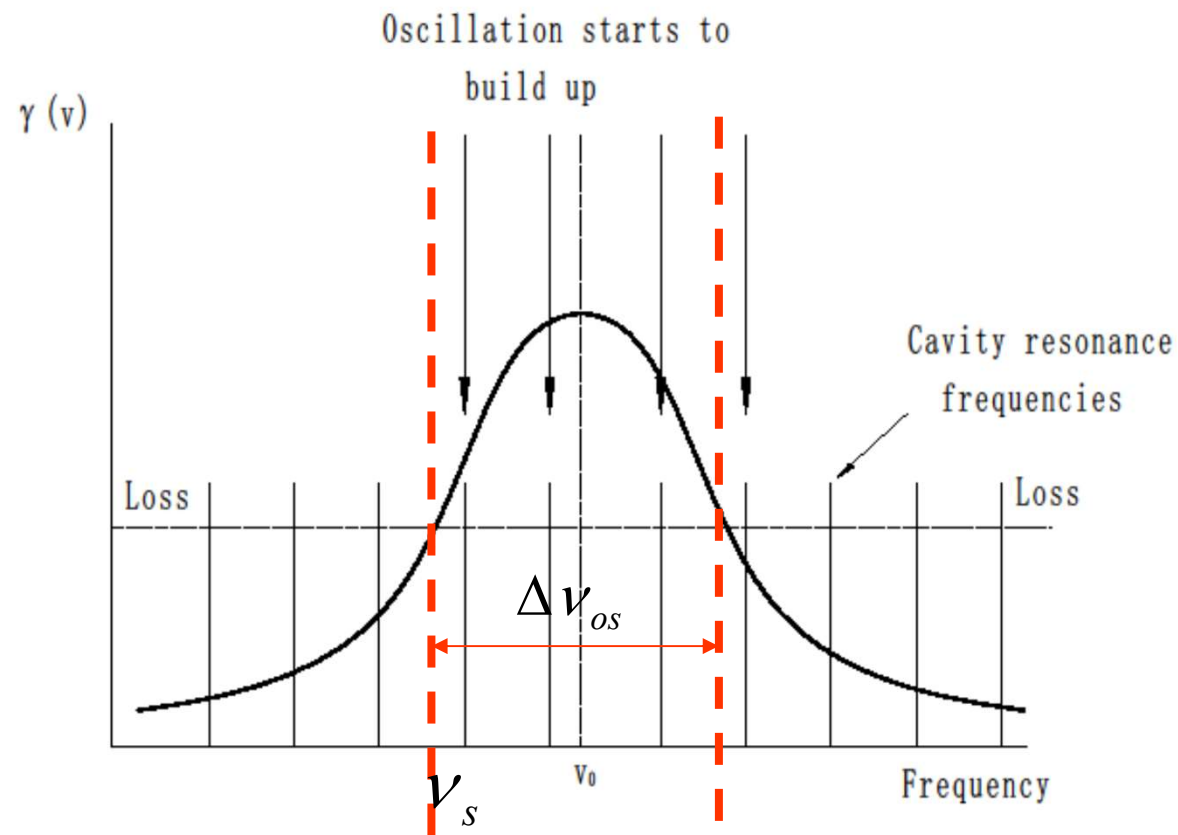


Fig.5.4. Schematic illustration of the onset of oscillation at cavity resonances that lie above the loss line in a homogeneously broadened laser.

- 假设有N个相同偏振的模式超过阈值可以振荡，形成激光，

总的光场随时间的变化可以表示为：
$$E(t) = \sum_{q=1}^N E_q \cos(\omega_q t + \varphi_q)$$

某一瞬时的输出光强可表示为：
$$I(t) = E^2(t) = \left(\sum_{q=1}^N E_q \cos(\omega_q t + \varphi_q) \right)^2$$
$$= \sum_{q=1}^N E_q^2 \cos^2(\omega_q t + \varphi_q) + 2 \sum_{q \neq q'}^N E_q E_{q'} \cos(\omega_q t + \varphi_q) \cos(\omega_{q'} t + \varphi_{q'})$$

通常接收到的输出光强是在一段比 $\frac{2\pi}{\omega_q}$ 大的时间T内的平均值，

其平均光强可表示为：
$$\overline{I(t)} = \overline{E^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E^2(t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(\sum_{q=1}^N E_q \cos(\omega_q t + \varphi_q) \right)^2 dt$$

•

$$\text{因为} \frac{1}{T} \sum_{q=1}^N \int_{-T/2}^{T/2} E_q^2 \cos^2(\omega_q t + \varphi_q) dt = \sum_{q=1}^N E_q^2$$

$$\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(\sum_{q \neq q'}^N E_q E_{q'} \cos(\omega_q t + \varphi_q) \cos(\omega_{q'} t + \varphi_{q'}) \right) dt = 0$$

所以: $\overline{I(t)} = \overline{E^2(t)} = \sum_{q=1}^N E_q^2$, 平均光强是个纵模光强之和。

如果各纵模振幅相同: $E_1 = E_2 = \dots = E_q = E_0$,

则 $\overline{I(t)} = \overline{E^2(t)} = \sum_{q=1}^N E_q^2 = N E_0^2 = N I_q$,

总的平均光强为单个纵模光强的N倍。

四、理想锁模激光器的输出光强特性

未经锁模的自由振荡激光器的各纵模的初始相位是彼此无关的,设法控制谐振腔内光学元件参数,使各纵模的初始相位彼此相关联。

假设: 单一横模, 有 N 个纵模振荡, 沿着 z 方向传播,

第 q 个纵模, $\omega_q, E_{0q}, \varphi_q, E_q(t) = E_{0q} e^{i(\omega_q(t-\frac{z}{c})+\varphi_q)} e^{i\omega_0 t},$

(1)、频率条件 $\omega_q = q\Omega, q = 1, 2, 3, \dots, N.,$

(2)、相位(锁定)条件 $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_N = \varphi_0,$

(3)、偏振条件, 各纵模光场有相同的振动分量,
或同振动方向(同偏振),

(4)、振幅条件(也是理想锁模条件)

$$E_{01} = E_{02} = \dots = E_{0q} = E_0.$$

•

则总的光场: $E(z, t) = \sum_{q=1}^N E_q(t) = \sum_{q=1}^N E_{0q} e^{i(\omega_q(t - \frac{z}{c}) + \varphi_q)} e^{i\omega_0 t}$

$$= E_0 e^{i\omega_0 t} e^{i\varphi_0} \sum_{q=1}^N e^{iq\Omega(t - \frac{z}{c})} \text{ (等比级数求和),}$$

$$= E_0 e^{i\omega_0 t} e^{i\varphi_0} \frac{1 - e^{iN\Omega(t - \frac{z}{c})}}{1 - e^{i\Omega(t - \frac{z}{c})}},$$

$$\Rightarrow I(z, t) = E(z, t) E^*(z, t) = E_0^2 \frac{\sin^2 \frac{N}{2} \Omega(t - \frac{z}{c})}{\sin^2 \frac{1}{2} \Omega(t - \frac{z}{c})},$$

在主极大之间，
有 $N - 1$ 个零点，
有 $N - 2$ 个次极大。

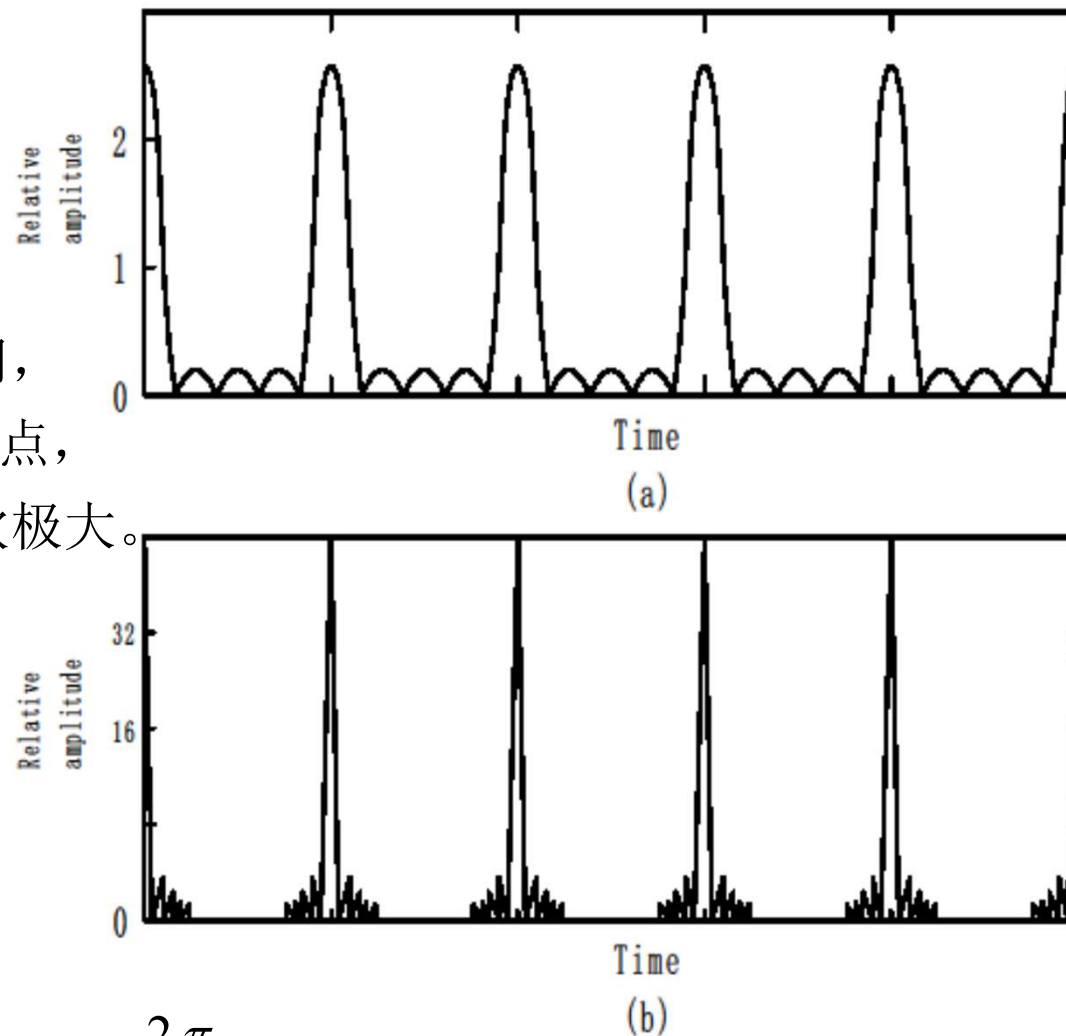


Fig.7.7. Mode-locked pulse trains calculated from Eq. (7.15) (a) $N=5$ and (b) $N=20$.

$$\text{当: } (t - z/c) = m \frac{2\pi}{\Omega},$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$I(z, t) = I_{\max} = N^2 E_0^2 = N \overline{I(t)},$$

- 单一横模，同偏振，同一传播方向（可以容易做到）
- 1、各光场的频率都可表示为某一数值的整数倍；
- 2、各光场具有相等初始位相，或者说每两个相邻光场具有确定的位相差；
- 3、各光场具有相等的振幅。
- 上述三个条件一般激光器难以满足，通过实际的锁模技术可以满足1，2两个条件，第三个条件不能满足。（说明）
- 上述条件称为理想锁模条件。

- 1、理想锁模脉冲宽度

以主极大脉冲的半底宽（次极大底宽）理想锁模脉冲宽度 Δt

$$\frac{N}{2}\Omega(t - \frac{z}{c}) = m\pi, \quad \text{和} \quad \frac{N}{2}\Omega(t + \Delta t - \frac{z}{c}) = (m+1)\pi,$$

$$\Rightarrow \frac{N}{2}\Omega\Delta t = \pi, \Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{N \cdot \Omega}$$

实际激光器中，可以使得 $\Omega = 2\pi\Delta\nu_q = 2\pi \cdot \frac{c}{2L}$,

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{N \cdot \Omega} = \frac{1}{N \cdot \Delta\nu_q} = \frac{1}{\Delta\nu_{os}}$$

- 2、理想锁模脉冲周期
- 相邻主极大之间的时间间隔T.

$$\text{当}(t - \frac{z}{c}) = m \frac{2\pi}{\Omega} \text{时, } I(t) = I_{\max},$$

$$(t - \frac{z}{c}) = 0, (m = 0), \text{和} (t + T - \frac{z}{c}) = \frac{2\pi}{\Omega},$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2L}{c},$$

为光在腔内往返一次所需要的时间。

腔内有一个脉冲不断往返，每往返一次，
到输出镜，就输出一个脉冲，

所以锁模激光器输出等时间间隔的序列脉冲。

- 3、理想锁模脉冲峰值光强

- 当: $(t - z/c) = m \frac{2\pi}{\Omega},$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$I(z, t) = I_{\max} = N^2 E_0^2 = N \overline{I(t)},$$

•实际锁模激光器中的输出激光脉宽定义为**脉冲的半高全宽度** Δt ，与激光器工作物质激活粒子的**自发辐射光谱线宽** $\Delta \nu$ 成反比关系，其时间-带宽积可为一常数。即：

$$\Delta t \cdot \Delta \nu = k < 1$$

通常实际锁模脉冲为矩形脉冲， **$k=0.886$** ，
或高斯脉冲， **$k=0.441$** ，
或双曲正割脉冲， **$k=0.315$** 。

而实际锁模脉冲的时间-带宽积通常都大于 **k** 值，越接近 **k** 值，模式锁定越完全。
希望工作物质有足够宽的荧光线宽。

激光器, 增益线宽 $\Delta\nu(\text{Hz})$, 极限脉冲宽度 $\Delta t(s)$, 已达到的脉宽 $\Delta t(s)$

$He-Ne(633nm), 1.5 \times 10^9, 10^{-10}, 6 \times 10^{-10};$

$CO_2(10.6\mu m), 1 \times 10^8, 10^{-10};$

$Ar^+, 6 \times 10^8, 10^{-10};$

红宝石($694.3nm$), $3.3 \times 10^{11}, 10^{-11}, 1.2 \times 10^{-11};$

$Nd^{3+}:YAG(1064nm), 1.95 \times 10^{11}, 8 \times 10^{-11}, 7.6 \times 10^{-11};$

钕玻璃($1060nm$), $7.5 \times 10^{12}, 10^{-12} \sim 10^{-13}, 10^{-11} \sim 4 \times 10^{-13};$

染料, $10^{13}, 10^{-13} \sim 10^{-14}, 1.5 \times 10^{-12} \sim 4 \times 10^{-13};$

• 第二节 主动锁模技术

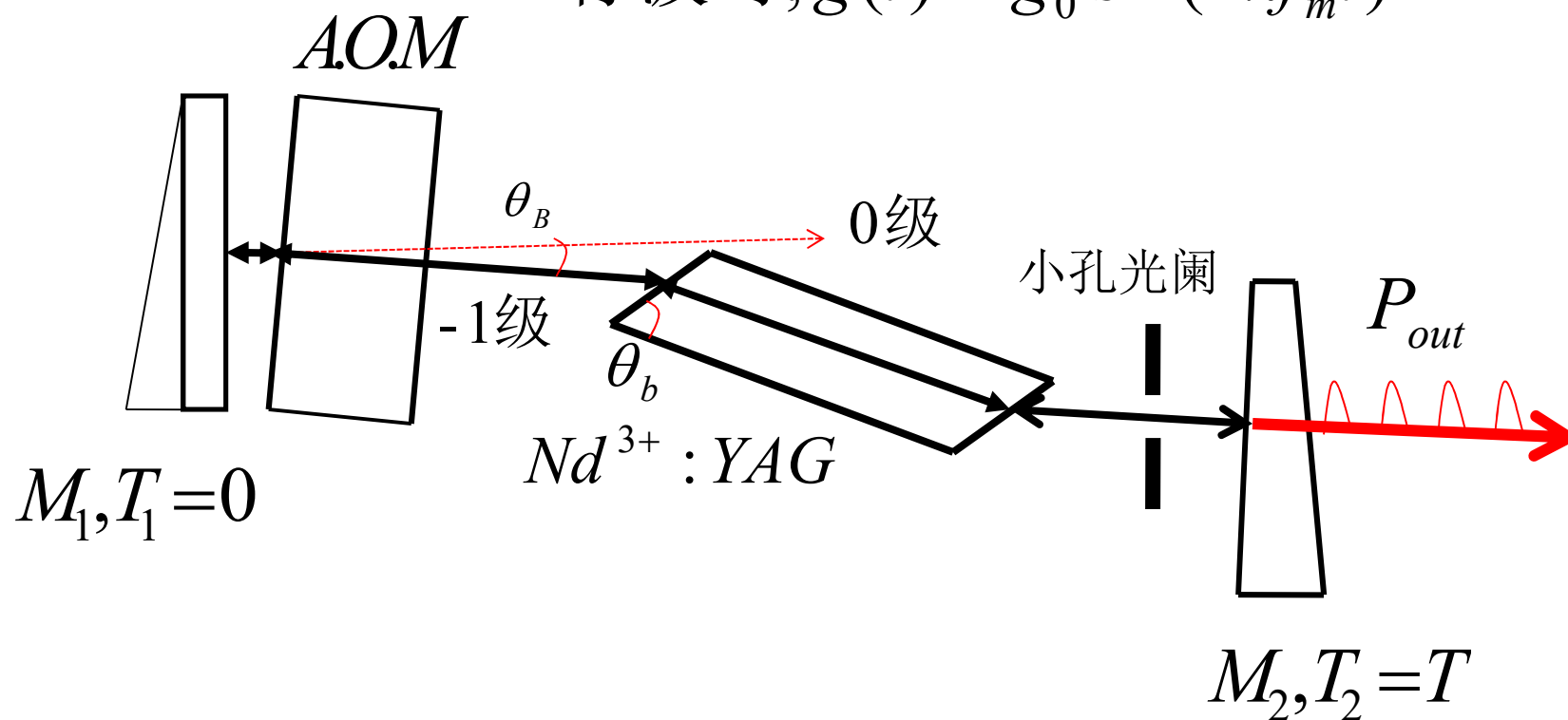
- 腔内插入一个锁模调制器，其调制频率 f 应精确等于相邻纵模频率间隔 $\Delta\nu_q$ ，可以获得重复频率为 $c/2L$ 的锁模脉冲序列。

相位调制(PM)或频率调制(FM)，-电光调制器
振幅调制(AM)-声光调制器或电光调制器；

振幅调制(AM)-又称为损耗内调制，是实现稳定主动锁模的主要方法。

- 一、振幅调制(AM)（损耗内调制锁模）
- 腔内插入声光（或电光）调制器，使光通过调制器时，产生周期性损耗。A.O.M.所加电信号： $F(t) = f(t)g(t)$

行波时, $g(t) = g_0 \sin(2\pi f_m t)$



A.O.M.的透过率： $T(t) = T_0 + \Delta T_0 \cos(2\pi f_m t)$

声光调制器 $A.O.M$. 上所加电信号 : $F(t) = f(t)g(t)$

其中 : $f(t) = f_0 \sin(2\pi f_s t)$, $g(t) = g_0 \sin(2\pi f_m t)$,

f_s 超声波频率, $\omega_s = 2\pi f_s$,

f_m 调制频率, $f_m = \Delta \nu_q = \frac{c}{2L}$, $\omega_m = 2\pi f_m$

声光调制器 $A.O.M$. 的透过率 :

$$T(t) = T_0 + \Delta T_0 \cos(2\pi f_m t)$$

最先起振的纵模 通常为靠近增益曲线中心频率 ν_0

的纵模 $E_q(\nu_q, t)$ 该纵模光场可表示为 :

$$E_q(\nu_q, t) = E_{0q} \sin(\omega_q t + \varphi_{0q}), \omega_q = 2\pi \nu_q, \varphi_{0q} \text{ 初始位相。}$$

- 该纵模光场一次通过声光调制器后变为：

$$E(t) = T(t)E_{0q} \sin(\omega_q t + \varphi_{0q})$$

$$= E_{0q} (T_0 + \Delta T_0 \cos(2\pi f_m t)) \sin(\omega_q t + \varphi_{0q})$$

$$= A_q (1 + M \cos(2\pi f_m t)) \sin(\omega_q t + \varphi_{0q}),$$

$$A_q = E_{0q} T_0 \quad \text{—— 一次调制后光场振幅}$$

$$M = \frac{E_{0q} \Delta T_0}{A_q} \quad \text{—— 调制系数（调制度）}$$

应取 $M < 1$, (无失真调制)

频域分析:

$$\begin{aligned} E(t) &= A_q (1 + M \cos(2\pi f_m t)) \sin(\omega_q t + \varphi_{0q}), \\ &= A_q \sin(\omega_q t + \varphi_{0q}) + \frac{1}{2} M A_q \sin((\omega_q + \omega_m)t + \varphi_{0q}) \\ &\quad + \frac{1}{2} M A_q \sin((\omega_q - \omega_m)t + \varphi_{0q}) \end{aligned}$$

该纵模光场一次通过声光调制器后,除了保留原有的纵模光场(频率 ω_q)外,还出现了频率为 $(\omega_q + \omega_m)$ 的上边频和频率为 $(\omega_q - \omega_m)$ 的下边频。

•

• 由于 $\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi\Delta\nu_q = 2\pi\frac{c}{2L}$, 等于相邻纵模的频率间隔,

所以初始时刻, 最靠近中心频率附近的纵模 q (频率 ν_q)起振,

一次经过声光调制器调制后, 带动的上边频 ($\nu_q + \Delta\nu_q$)

和下边频($\nu_q - \Delta\nu_q$)正好落在 ν_q 的左、右相邻的两个纵模上,

而且, 它们的初始位相与纵模 q 的初始位相完全相同。

它们经过增益介质后会获得有效的放大。

这样, 经过若干次调制、放大、往返循环, 可以带动所有的超过阈值的纵模振荡、放大, 而且由于它们的位相完全相同(即相位所定), 所有振荡的纵模光场叠加后形成的总光场的时间特性为一序列的锁模脉冲。

由于调制, \Rightarrow 初始位相相同

\Rightarrow 满足位相条件;

在足够大的调制度下,

强迫等间隔纵模频率

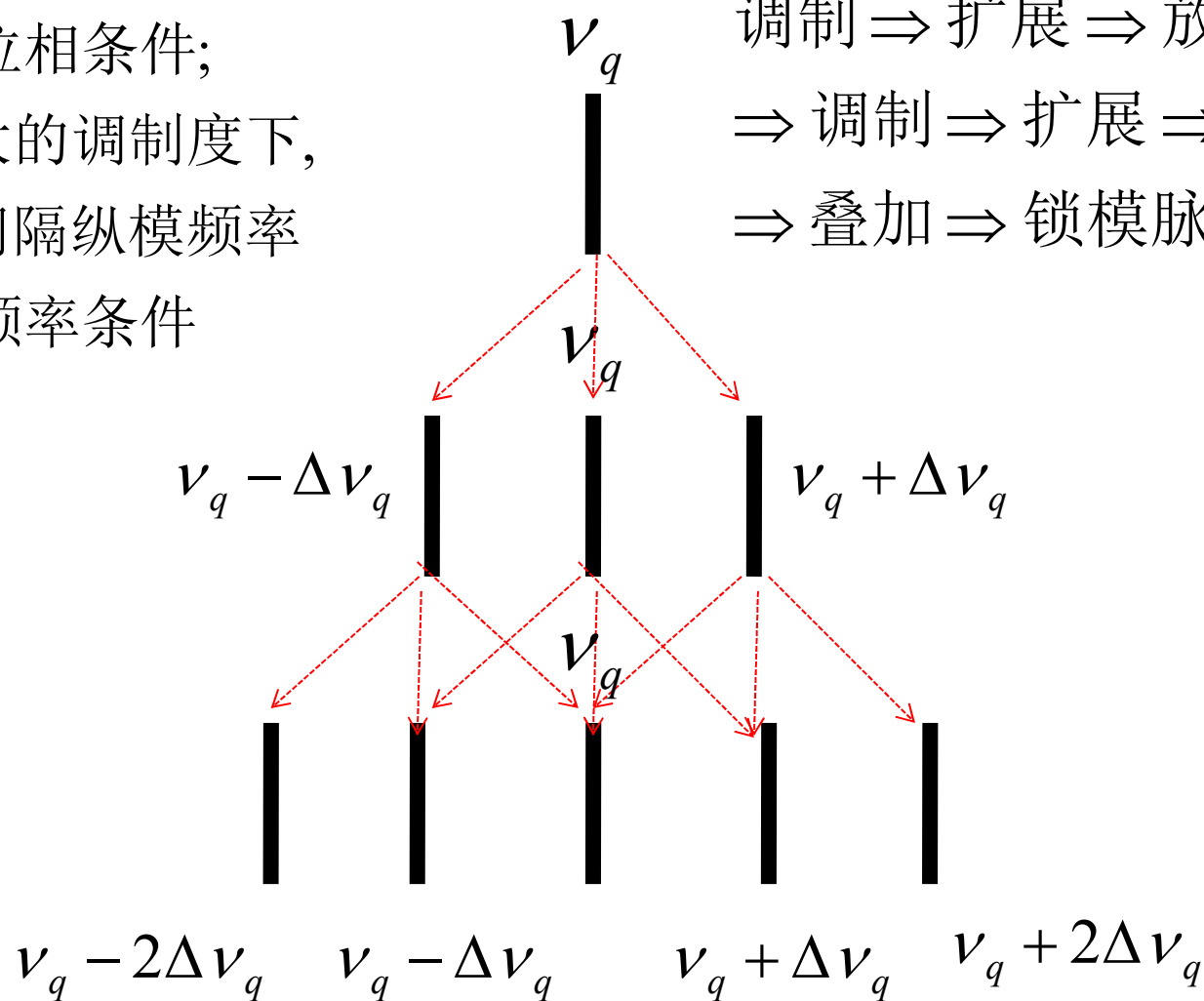
\Rightarrow 满足频率条件

调制 \Rightarrow 扩展 \Rightarrow 放大 \Rightarrow

\Rightarrow 调制 \Rightarrow 扩展 \Rightarrow 循环.....

\Rightarrow 叠加 \Rightarrow 锁模脉冲

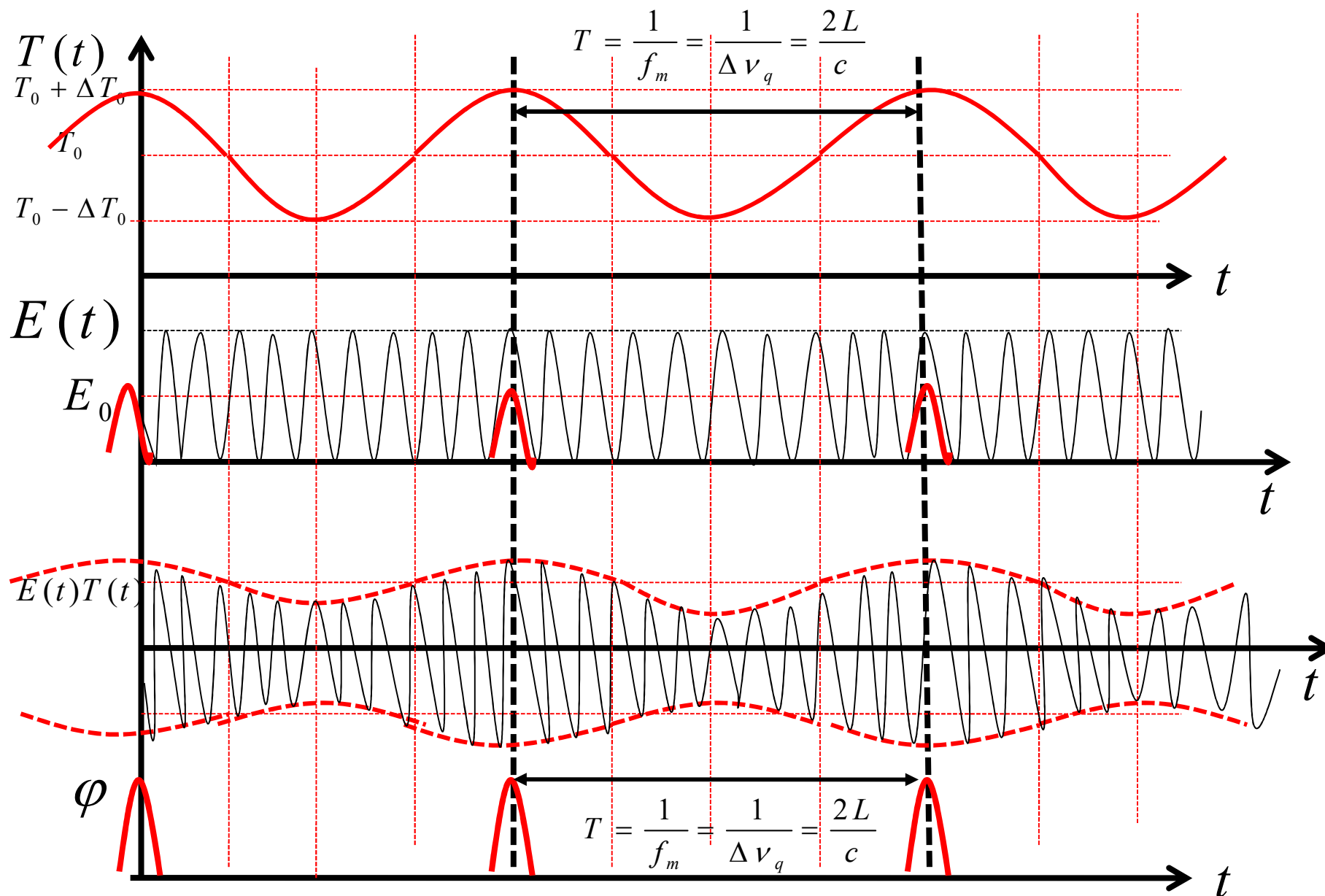
•



• • • • •

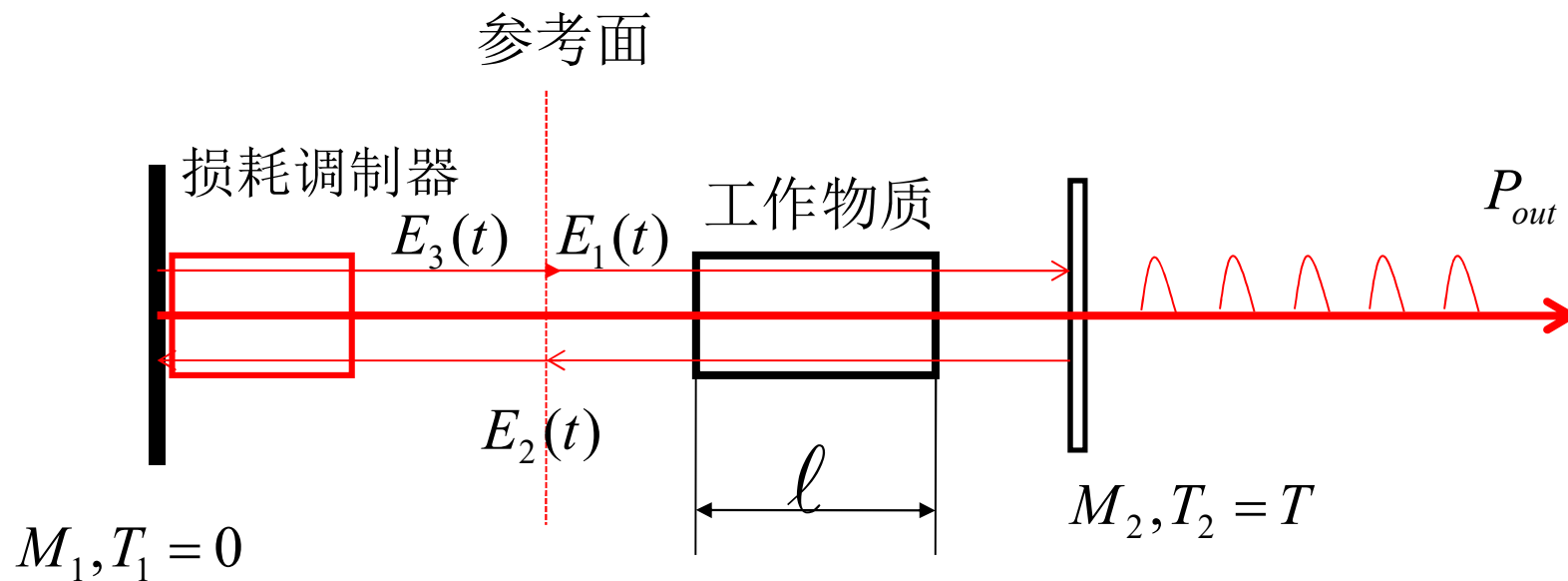
强迫锁定 (消除“频率牵引”, 反牵引)

时域分析:



二、均匀加宽激光器的锁模(近似解析结果分析)

- 用损耗型电光调制器（振幅调制）。无失谐情况，调制器的调制频率严格等于谐振腔中纵模频率间隔。
- 实际激光器中各纵模振幅并不相等,具有不同频率纵模的振幅与激活介质的增益曲线的具体形式有关。
- 采用高斯型脉冲腔内循环光场模型对均匀加宽激光器的锁模特性进行分析.——一种理论处理方法。（如：Nd:YAG等,均匀加宽洛仑兹线型。）
- 要点：假设有一短脉冲在腔内传播，经过激光工作物质、损耗调制器、反射镜往返一次后其脉冲形状保持不变-----自洽条件。----可近似求出超短脉冲的解析表达式。



假设脉冲是高斯型的

- (根据对大多数固体锁模激光器脉冲的测量)。

可将其脉冲光强表示为 : $I(t) = I_0 e^{-2\alpha t^2}$, $I_0 = A^2$,

光电场强度可表示为: $E(t) = A e^{-\alpha t^2} e^{i\omega_0 t}$,

α – 为待定常数 . 求出 α , 即可求出脉冲宽度

- (半高全宽) $\Delta t = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\alpha}}$.

$$\text{线宽 } \Delta \omega = 4\sqrt{\alpha \ln 2}, \Delta \nu = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\alpha \ln 2},$$

$$\Rightarrow \Delta t \cdot \Delta \nu = \frac{2 \ln 2}{\pi} = 0.441.$$

在图示中参考面上, 向右方传播的光电场强度

可表示为: $E_1(t) = A e^{-\alpha t^2} e^{i\omega_0 t},$

其频谱可表示为: $E_1(\omega) = F(E_1(t)) = F(A e^{-\alpha t^2} e^{i\omega_0 t})$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (A e^{-\alpha t^2} e^{i\omega_0 t}) e^{-i\omega t} dt = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi\alpha}} \times e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\alpha}},$$

•

$$I_1(\omega) = E_1(\omega)E_1^*(\omega) = \left(\frac{A}{2}\right)^2 \frac{1}{\pi\alpha} \times e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\alpha}},$$

当脉冲两次经过长度为 ℓ 的增益介质
 并从反射镜 M_2 反射后在图示中参考到达参考面时,
 由 $E_1(t) \Rightarrow E_2(t), E_1(\omega) \Rightarrow E_2(\omega)$,

在小信号情况下, 有:

$$I_2(\omega) = I_1(\omega)(1-T)e^{G_H^0(\omega)\cdot\ell} e^{G_H^0(\omega)\cdot\ell}$$

$$\Rightarrow E_2(\omega) = E_1(\omega)(1-T)^{\frac{1}{2}} e^{G_H^0(\omega)\cdot\ell},$$

•

$$\text{其中 : } G_H^0(\omega) = G_H^0(\omega_0) \frac{\left(\frac{\Delta\omega_H}{2}\right)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta\omega_H}{2}\right)^2}$$

均与加宽小信号增益系数， $G_m \equiv G_H^0(\omega_0)$,

$\Delta\omega_H = 2\pi\Delta\nu_H$ ——线宽。

一般情况下，有： $\frac{(\omega - \omega_0)}{\left(\frac{\Delta\omega_H}{2}\right)} \ll 1$ ，可以近似写出：

(上式分子分母个乘以 $\left(\left(\frac{\Delta\omega_H}{2}\right)^2 - (\omega - \omega_0)^2\right)$ 化简后可得)

$$G_H^0(\omega) \approx G_H^0(\omega_0) \left(1 - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\left(\frac{\Delta\omega_H}{2}\right)^2}\right)$$

•

$$\Rightarrow E_2(\omega) = E_1(\omega)(1-T)^{\frac{1}{2}} e^{G_H^0(\omega_0) \cdot \ell (1 - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{(\frac{\Delta \omega_H}{2})^2})},$$

$$= \frac{A}{2} (1-T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{\pi \alpha}} e^{G_m \cdot \ell} e^{-(\omega - \omega_0)^2 (\frac{1}{4\alpha} + \frac{G_m \cdot \ell}{(\frac{\Delta \omega_H}{2})^2})},$$

$$= \frac{A}{2} (1-T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{\pi \alpha}} e^{G_m \cdot \ell} e^{-(\omega - \omega_0)^2 Q},$$

其中 $G_m \equiv G_H^0(\omega_0), \dots Q \equiv \frac{1}{4\alpha} + \frac{G_m \cdot \ell}{(\frac{\Delta \omega_H}{2})^2}.$

$$\bullet \quad E_2(t) = F^{-1} E_2(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

$$= \frac{A}{2} (1 - T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{Q\alpha}} \times e^{G_m \cdot \ell} \times e^{-\omega_0^2 Q} \times e^{-\frac{(t - 2i\omega_0 Q)^2}{4Q}},$$

$$= \frac{A}{2} (1 - T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{Q\alpha}} \times e^{G_m \cdot \ell} \times e^{-\frac{t^2}{4Q}} \times e^{-i\omega_0 t},$$

•

假设损耗调制器为一电光晶体,其上加一调制电压:

$$V(t) = V_m \sin \frac{\omega_m}{2} t, \text{ 并且 } \omega_m = 2\pi\nu_m = 2\pi \frac{c}{2L} = 2\pi\Delta\nu_q,$$

损耗调制器的透过率以角频率 ω_m 做周期性变化,

透过率峰值的时间间隔为 $\frac{2L}{c}$.

光脉冲通过损耗调制器的透过率 $T(t)$ 为:

$$T(t) = \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{V_m}{V_{\lambda/2}} \sin \frac{\omega_m}{2} t \right) = \cos^2 \left(\sqrt{2} \delta_\ell \sin \frac{\omega_m}{2} t \right)$$

$$\delta_\ell \equiv \frac{\pi V_m}{2\sqrt{2} V_{\lambda/2}}, \dots V_{\lambda/2} - \text{晶体半波电压}$$

• 由于脉冲总是在透过率峰值附近的时刻(透过率最大)

$\cos^2 x$ 最大, x 最小, 此时 $\sin \frac{\omega_m}{2} t \approx \frac{\omega_m t}{2} \ll 1$, (t 接近零时刻)

$$\Rightarrow T(t) \approx \cos^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \delta_\ell \omega_m t \right) \approx 1 - \frac{1}{2} (\delta_\ell \omega_m t)^2 \approx e^{-\frac{1}{2} (\delta_\ell \omega_m t)^2}$$

短脉冲两次通过损耗调制器及反射镜 M_1 后, $E_2(t) \Rightarrow E_3(t)$,

$$E_3(t) = (1 - T_1)^{\frac{1}{2}} T(t) E_2(t) = T(t) E_2(t)$$

$$= \frac{A}{2} (1 - T)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{Q\alpha}} \times e^{G_m \cdot \ell} \times e^{-\left(\frac{1}{2} (\delta_\ell \omega_m)^2 + \frac{1}{4Q}\right) t^2} \times e^{-i\omega_0 t}$$

•

自洽条件要求 : $E_3(t) = KE_1(t) = KAe^{-\alpha t^2} e^{i\omega_0 t}$,

K 为一系数 .比较上式 ,可得 :

$$\alpha = \frac{1}{2}(\delta_\ell \omega_m)^2 + \frac{1}{4Q}$$

$$= \frac{1}{2}(\delta_\ell \omega_m)^2 + \frac{\alpha \left(\frac{\Delta \omega_H}{2}\right)^2}{\left(\frac{\Delta \omega_H}{2}\right)^2 + 4G_m \cdot \ell \cdot \alpha}$$

• 假设： $\frac{4G_m \cdot \ell}{(\frac{\Delta\omega_H}{2})^2} \cdot \alpha \ll 1$, (物理意义在后面分析)

$$\text{将 } \frac{1}{1 + \frac{4G_m \ell \alpha}{(\frac{\Delta\omega_H}{2})^2}} \text{ 展开 } \approx 1 - \frac{4G_m \ell \alpha}{(\frac{\Delta\omega_H}{2})^2},$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}(\delta_\ell \omega_m)^2 + \alpha \left(1 - \frac{4G_m \ell \alpha}{(\frac{\Delta\omega_H}{2})^2}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\delta_\ell \omega_m \Delta\omega_H}{4\sqrt{2G_m \cdot \ell}} = \frac{\pi^2 \delta_\ell \Delta\nu_q \Delta\nu_H}{\sqrt{2G_m \cdot \ell}}$$

- 假设： $\frac{4G_m \cdot \ell}{(\frac{\Delta\omega_H}{2})^2} \cdot \alpha \ll 1$, 相当于： $\frac{\Delta\nu_q}{\Delta\nu_H} \ll (2\delta_\ell \sqrt{2G_m \cdot \ell})^{-1}$,

即纵模频率间隔远小于 光谱线宽。

由 $\alpha = \frac{\pi^2 \delta_\ell^2 \Delta\nu_q \Delta\nu_H}{\sqrt{2G_m \cdot \ell}}$ 可得脉冲宽度 Δt ：

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2\ln 2}{\alpha}} = \frac{\sqrt{2\ln 2}}{\pi} \times \left(\frac{2G_m \ell}{\delta_\ell^2}\right)^{\frac{1}{4}} \times \left(\frac{1}{\Delta\nu_q \Delta\nu_H}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{线宽 } \Delta\omega = 4\sqrt{\alpha \ln 2} = 4\sqrt{\ln 2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\delta_\ell^2}{2G_m \ell}\right)^{\frac{1}{4}} (\Delta\nu_q \Delta\nu_H)^{\frac{1}{2}},$$

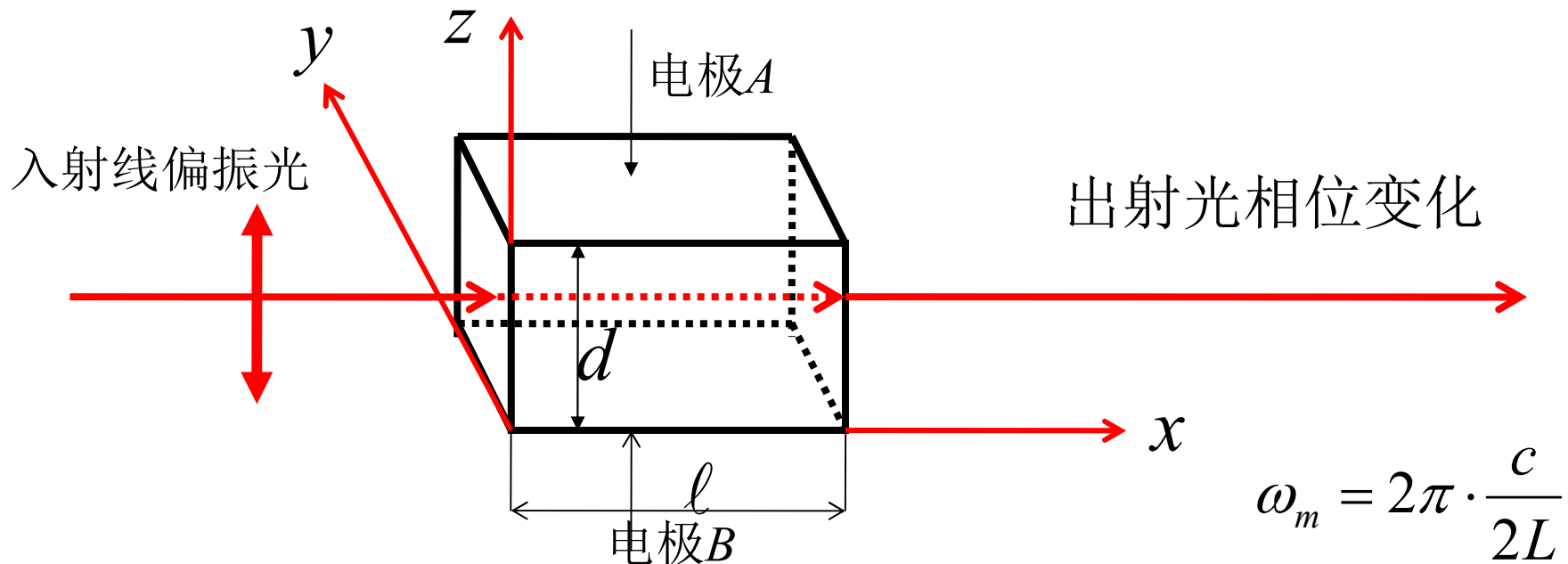
$$\text{线宽 } \Delta\nu = \Delta\omega / (2\pi) = 2\sqrt{\ln 2} \cdot \left(\frac{\delta_\ell^2}{2G_m \ell}\right)^{\frac{1}{4}} (\Delta\nu_q \Delta\nu_H)^{\frac{1}{2}},$$

$$\Rightarrow \Delta t \cdot \Delta\nu = \frac{2\ln 2}{\pi} = 0.441.$$

三、相位调制锁模(PM) (只能用电光调制器)

当调制器介质折射率按外加调制信号而周期性变化时，光波在不同时刻通过介质，便有不同的位相延时，使腔内振荡模的相位（或频率）随调制器所加讯号的瞬时值正比变化。

以铌酸锂晶体(LN, LiNbO₃)的横向运用为例来说明。



横向施加外电场 $E_{\text{外}}(t) = E_{\text{外}z}(t) = \frac{V_m}{d} \cos(\omega_m t)$, $E_{\text{外}x} = E_{\text{外}y} = 0$

- 晶体感应主轴上主折射率为：

$$n_y' = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 \gamma_{13} E_{\text{外}z} \quad n_z' = n_e - \frac{1}{2} n_e^3 \gamma_{33} E_{\text{外}z}$$

沿z轴方向振动的偏振分量 通过晶体后得到的折射率变化：

$$\Delta n_z'(t) = \frac{1}{2} n_e^3 \gamma_{33} E_{\text{外}z}, n_z = n_e, \text{非常光主折射率}$$

沿y轴方向振动的偏振分量 通过晶体后得到的折射率变化：

$$\Delta n_y'(t) = \frac{1}{2} n_o^3 \gamma_{13} E_{\text{外}z}, n_y = n_o, \text{寻常光的主折射率}$$

$\gamma_{33} \succ \gamma_{13} \Rightarrow$ 入射光选择沿z轴方向偏振的线偏光
可以得到最大的相位延迟；

- 频域分析:

最先起振的纵模 通常为靠近增益曲线中心频率 ν_0 的纵模 $E_q(\nu_q, t)$ 该纵模光场可表示为:

$$E_q(\nu_q, t) = E_{0q} \cos(\omega_q t + \varphi_{0q}), \omega_q = 2\pi\nu_q, \varphi_{0q} \text{ 初始位相。}$$

经相位调制后光场可表示为:

$$E(t) = E_{0q} \cos(\omega_q t + \varphi_{0q} + m_\varphi \cos(\omega_m t)),$$

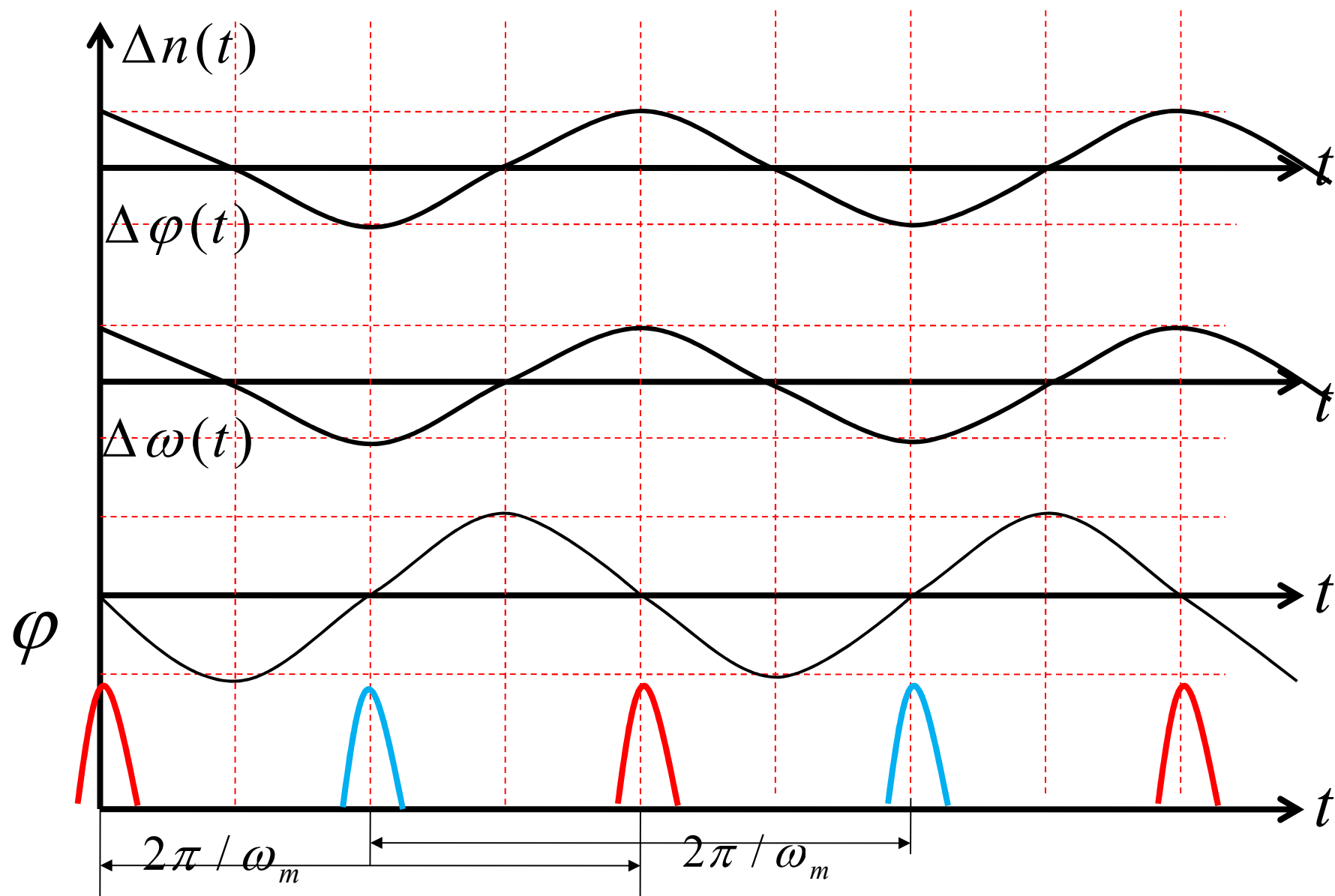
$$\text{其中: } m_\varphi = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\ell}{d} \gamma_{33} n_e^3 V_m, \text{ 位相调制系数。}$$

可将其展开成下列形式：

$$\begin{aligned} E(t) &= E_{0q} \cos(\omega_q t + \varphi_{0q} + m_\varphi \cos(\omega_m t)) \\ &= E_{0q} J_0(m_\varphi) \cos(\omega_q t + \varphi_{0q}) + \\ &+ E_{0q} J_1(m_\varphi) \cos((\omega_q + \omega_m)t + \varphi_{0q}) - E_{0q} J_1(m_\varphi) \cos((\omega_q - \omega_m)t + \varphi_{0q}) \\ &+ E_{0q} J_2(m_\varphi) \cos((\omega_q + 2\omega_m)t + \varphi_{0q}) - E_{0q} J_2(m_\varphi) \cos((\omega_q - 2\omega_m)t + \varphi_{0q}) \\ &+ E_{0q} J_3(m_\varphi) \cos((\omega_q + 3\omega_m)t + \varphi_{0q}) - E_{0q} J_3(m_\varphi) \cos((\omega_q - 3\omega_m)t + \varphi_{0q}) \\ &+ \dots \quad J_n(m_\varphi) \text{ 是 } n \text{ 阶第一类贝塞尔函数} \end{aligned}$$

一次调制就可以激发所有同位相的边频光场振荡,这些边频与激光器各纵模谐振频率吻合,使得所有的超阈值纵模起振并且同位相,叠加结果形成锁模序列脉冲。

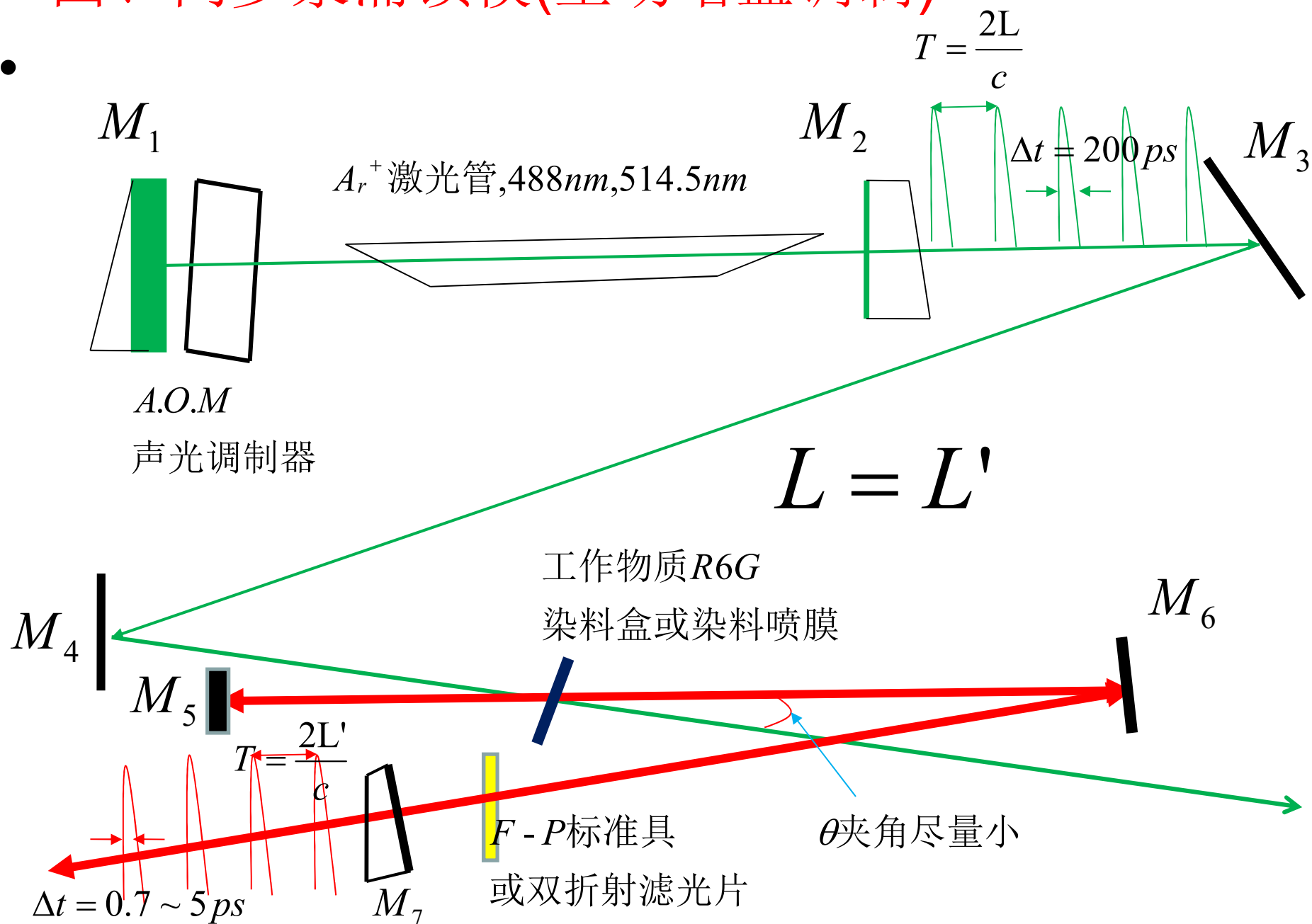
- 时域分析:



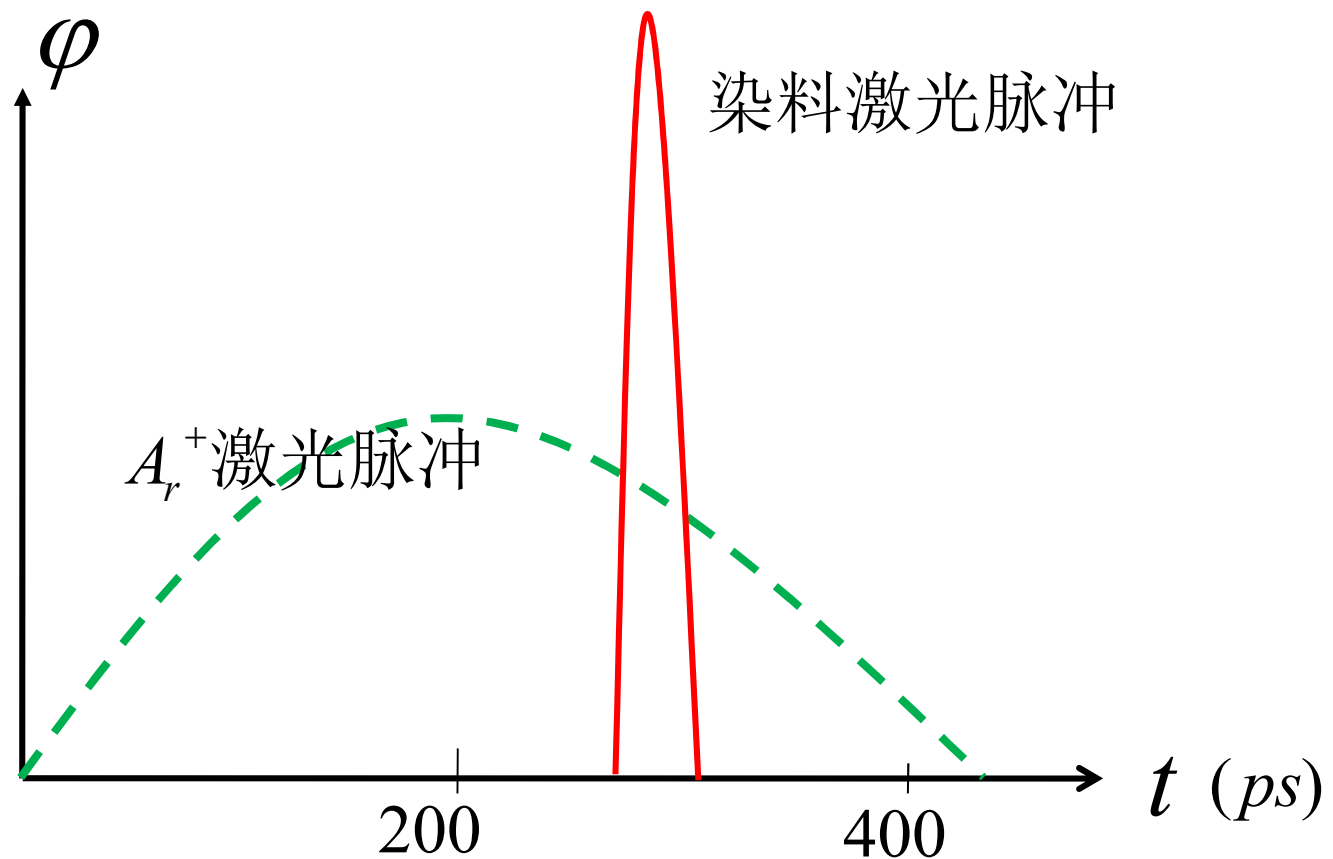
- 相位调制器的作用可以理解作为一种相移,使光波的频率发生向大(或小)的方向移动。脉冲每经过调制器一次,就发生一次频移,最后移到增益曲线之外。类似于损耗调制器,这部分光波就从腔内消失。
- 只有那些与相位变化的极值点(极大或极小)相对应的时刻,通过调制器光信号,其频率不发生移动,才能在腔内保存下来,不断得到放大,从而形成周期为 $2L/C$ 的序列脉冲。
- 每个周期内有两个频率不变点,增加了锁模脉冲位置的相位不稳定性。输出脉冲可从一列自发跳变为另一列。
-

四、同步泵浦锁模(主动增益调制)

•



- 输出锁模序列脉冲周期与泵浦序列脉冲周期完全相同，
即完全同步。 M_1-M_2 与 $M_5-M_6-M_7$ 两腔腔长完全相等 $L=L'$ 。
泵浦光的光束束腰要和染料激光的光束束腰完全匹配。

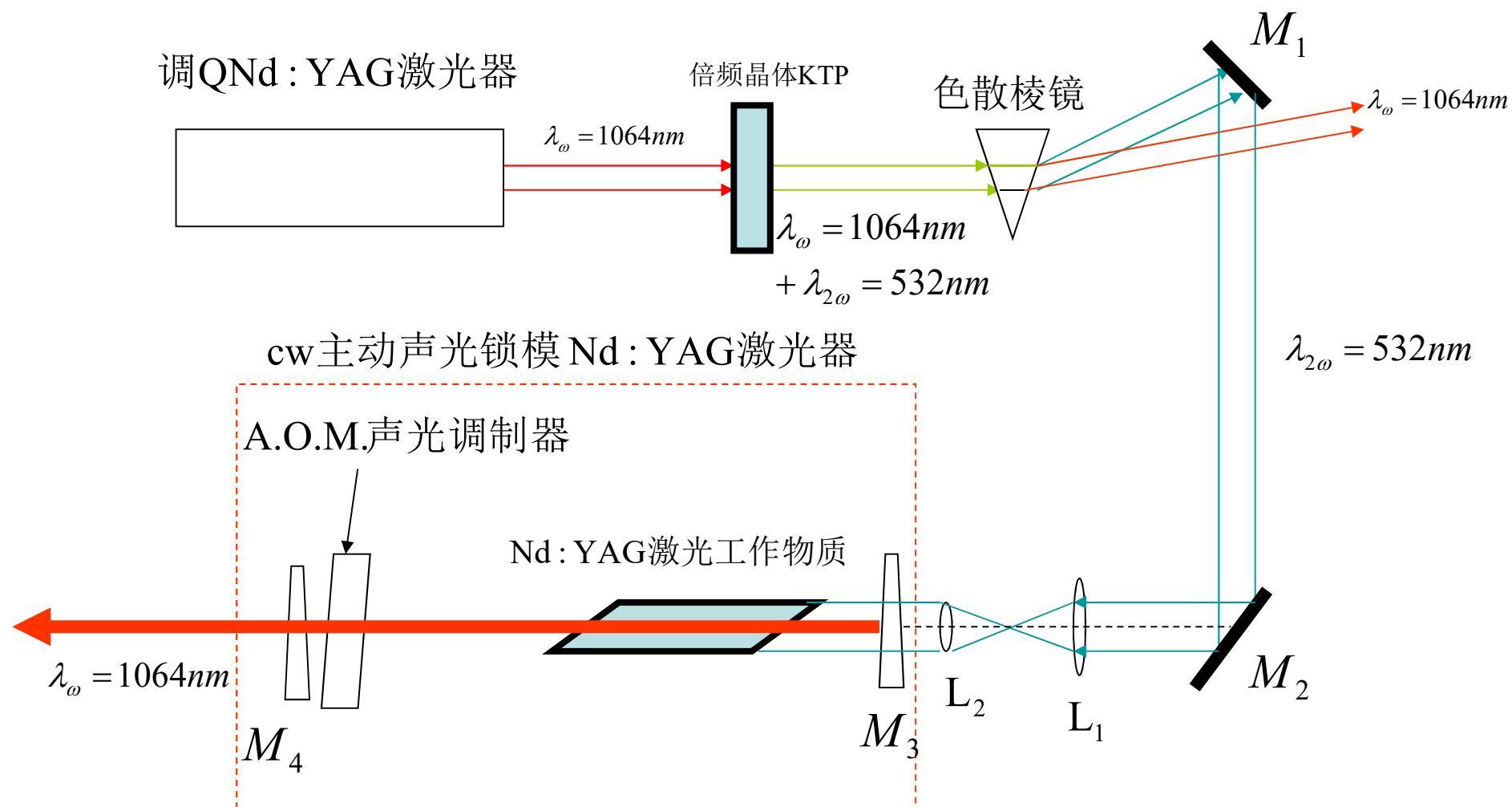


- 1、脉冲形成阶段

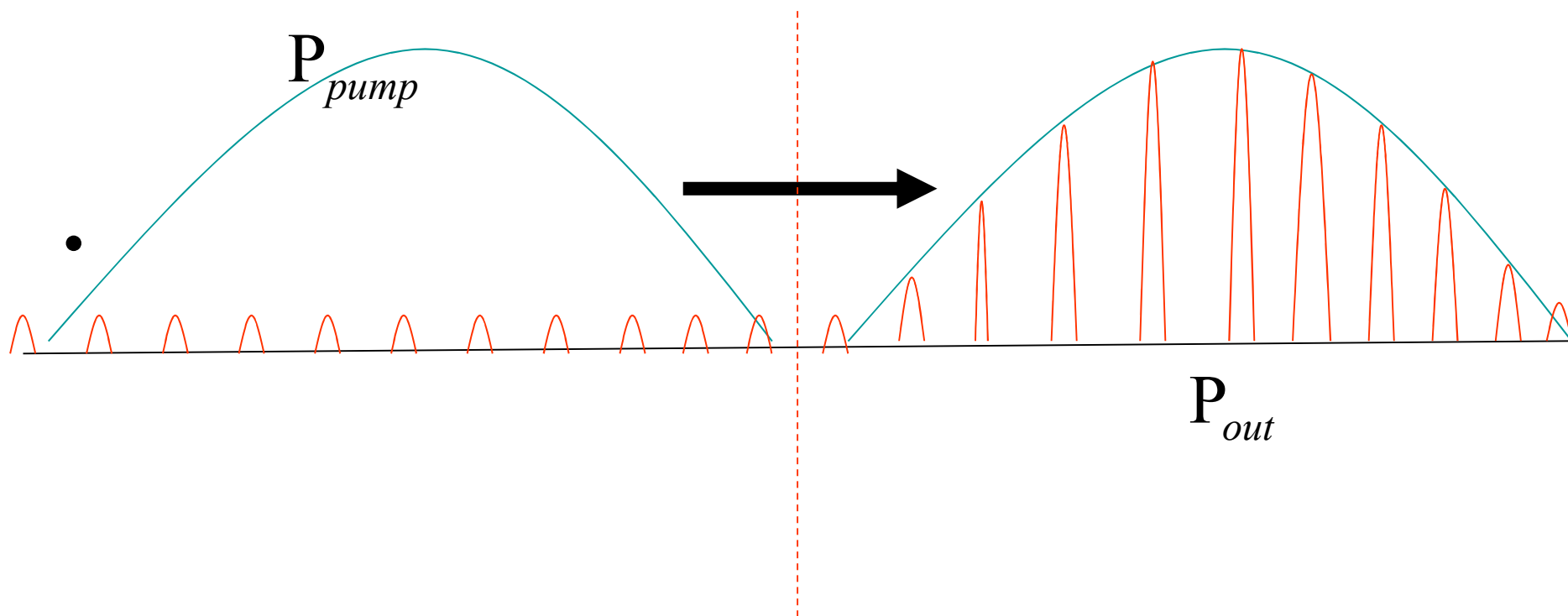
- $T_p \ll T_{31} < T$, ($T = 2L/c$), T_{31} 为染料激光上能级弛豫时间, 激活介质在泵浦序列脉冲的抽运下, 形成粒子数反转 (持续时间很短), 产生初始噪声脉冲。其中只有与泵浦脉冲同时到达染料盒或染料喷膜的脉冲才能得到放大, 被选切出来。而其他脉冲在不断循环中被损耗掉。(脉冲选切和小信号增益阶段)。

- 2、脉冲压窄阶段

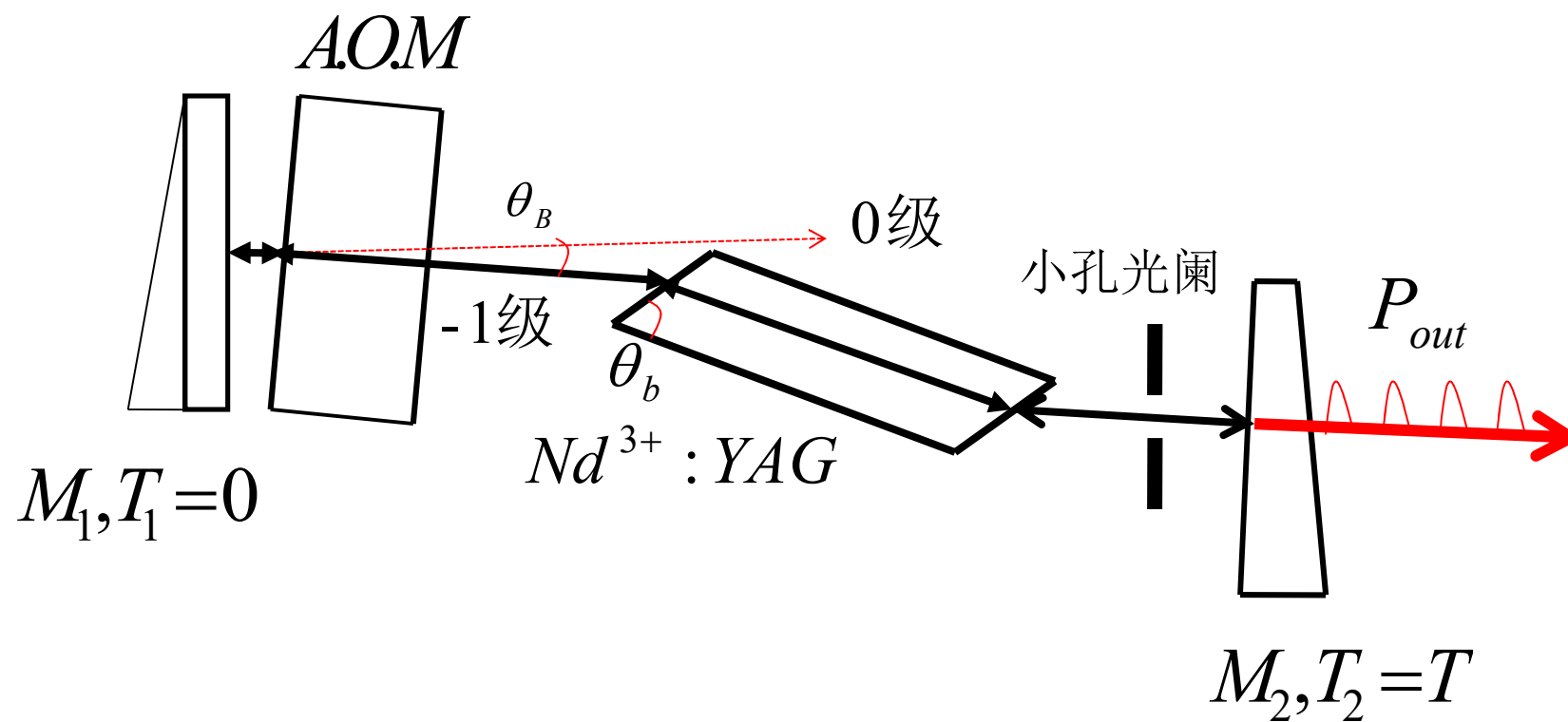
- 当选切出的脉冲被放大到较强时(光强超过饱和增益光强 $I > I_s$), 每经过激活介质一次, 由于增益饱和效应, 只有脉冲前沿和中心部分得到放大, 而脉冲后沿得不到放大被抑制, 经过多次循环后, 锁模脉冲得到压窄, 获得窄脉冲序列输出。(脉冲压窄阶段)。



调Q + 锁模Nd:YAG激光器



- 五、主动锁模激光器的设计要点



- 1、消除标准具效应。所有光学元件端面（轴向）反射率必须控制在最小，否则由于标准具效应会减少纵模个数，影响锁模效果。光学元件倾斜放置、端面磨成布儒斯特角或镀增透膜（反-反膜，AR film）。
- 2、调制器尽量靠近全反射镜(或输出镜)，以获得最佳的纵模耦合。
 - （放在腔中间也可，但是调制器调制频率必须加倍，锁定的模式数减半）！
- 调制器的通光距离尽可能短。
- 3、调制器频率严格调到 $\nu_m = \Delta \nu_q = \frac{c}{2L}$ 否则会失谐，破坏锁模条件。

用线胀系数较小的材料（如殷钢、石英等）作为腔镜支架，以保证腔长稳定。

图示说明！

作为调Q用的声光调制器

用行波超声场布拉格衍射型声光调制器,

1、 调制器上所加的电信号 $F(t) = f(t)g(t)$

其中, $f(t)$ 为产生超声的高频信号

$$\Rightarrow a(x, t) = A \sin(\omega_s t - k_s x), \omega_s = 2\pi f_s, f_s \sim 10 - 50 \text{ MHz}$$

2、

$g(t)$ 为脉冲调制信号, 通常用 (1,0) 方波数字信号;

其重复频率 f 决定了输出激光脉冲的重复率, 一般为 KHz 量级, 可根据激光工作物质的上能级寿命作适当调整。

3、 调制器可放置在腔内任意位置

作为锁模用的声光调制器

用行波超声场布拉格衍射型声光调制器,

1、 调制器上所加的电信号 $F(t) = f(t)g(t)$

其中, $f(t)$ 为产生超声的高频信号

2、 $\Rightarrow a(x, t) = A \sin(\omega_s t - k_s x), \omega_s = 2\pi f_s, f_s \sim 10 - 50 \text{ MHz}$

$g(t)$ 为锁模调制信号, 通常用三角函数信号;

$$g(t) = g_0 \cos(\omega_m t) = g_0 \cos(2\pi f_m t),$$

其调制频率 f_m 要严格等于相邻纵模频率间隔,

$$\text{即 } f_m = \Delta \nu_q = \frac{c}{2L}. \text{ 通常为几百 MHz.}$$

3、 调制器必须放在腔内靠近全反射镜(或输出镜)位置.

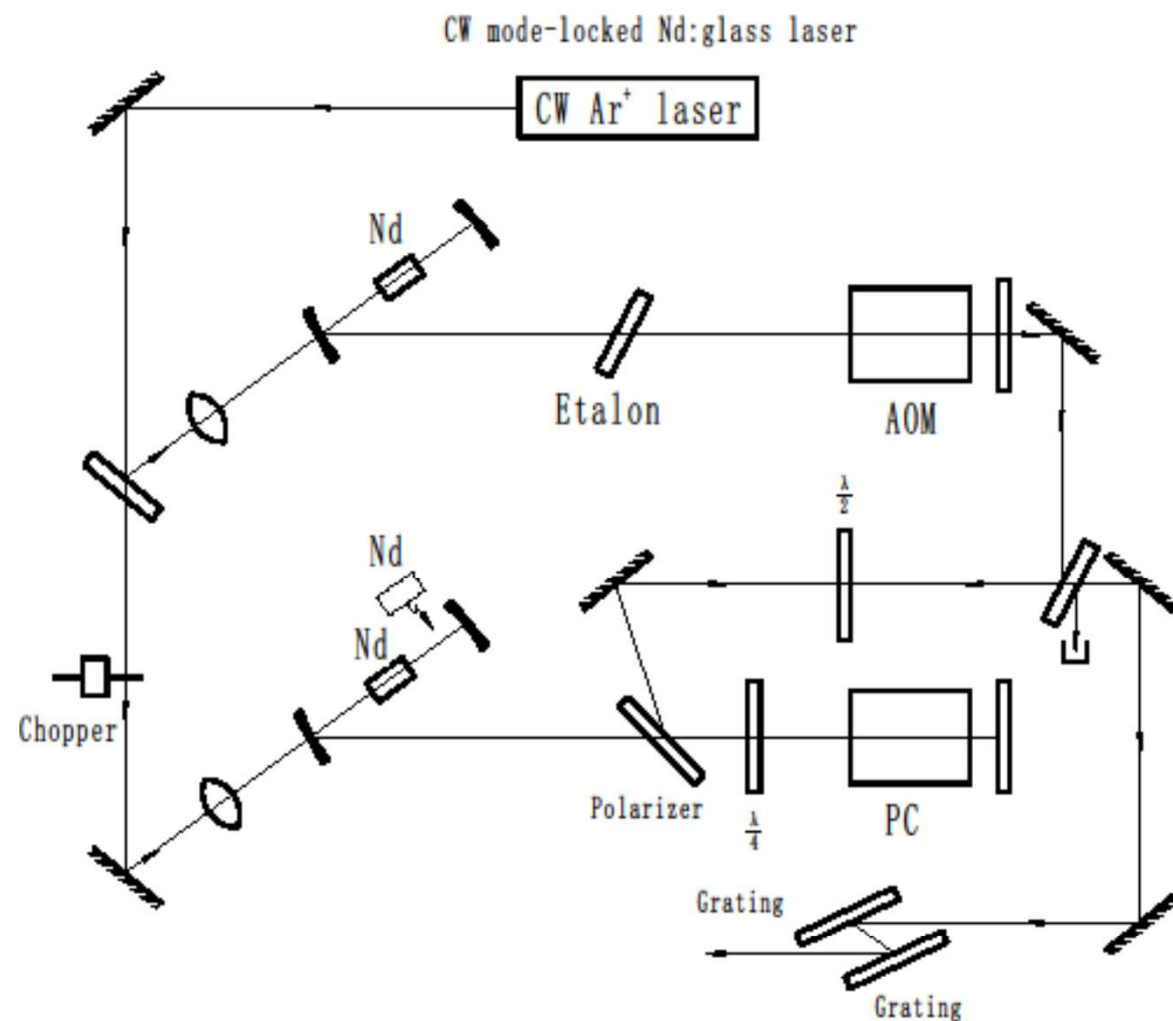
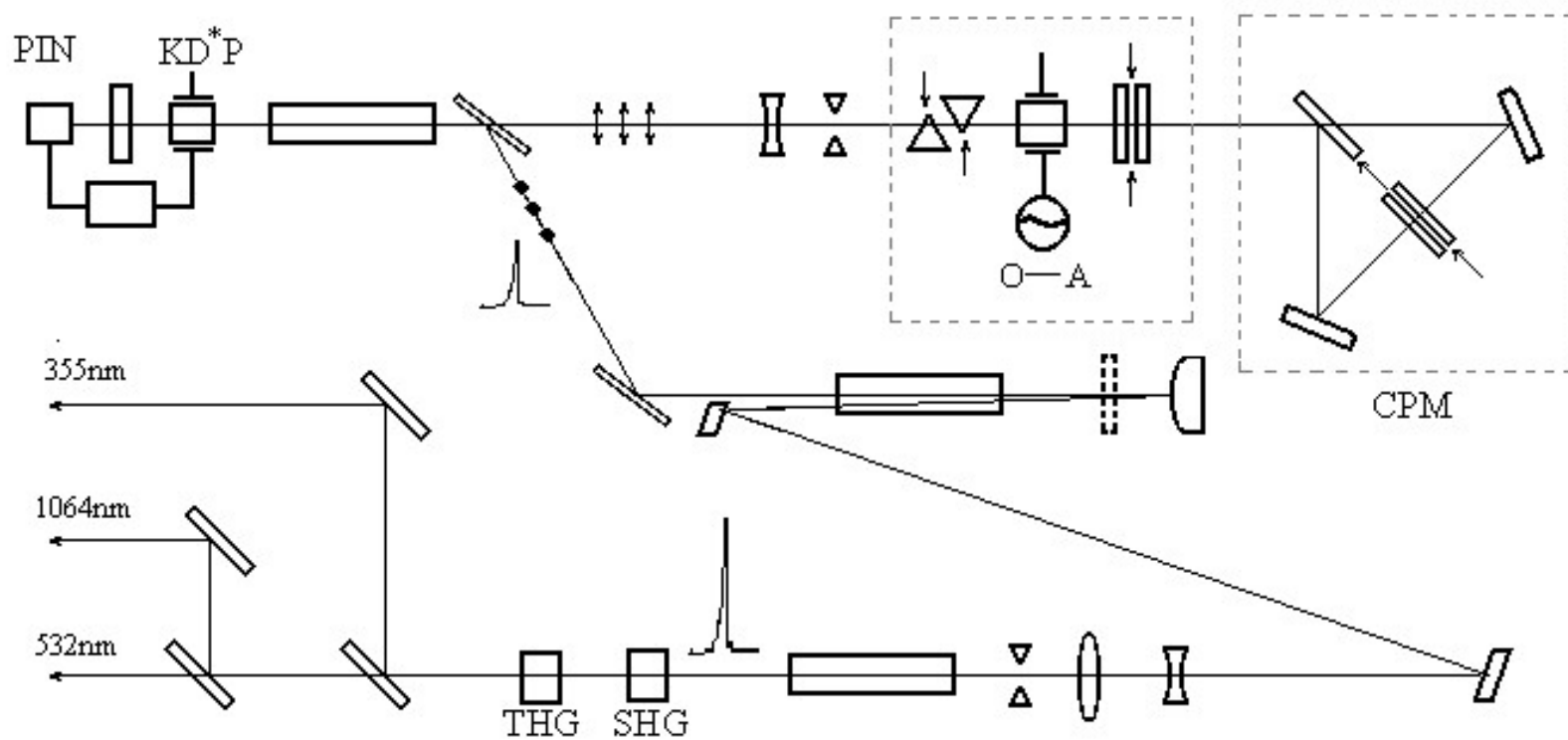
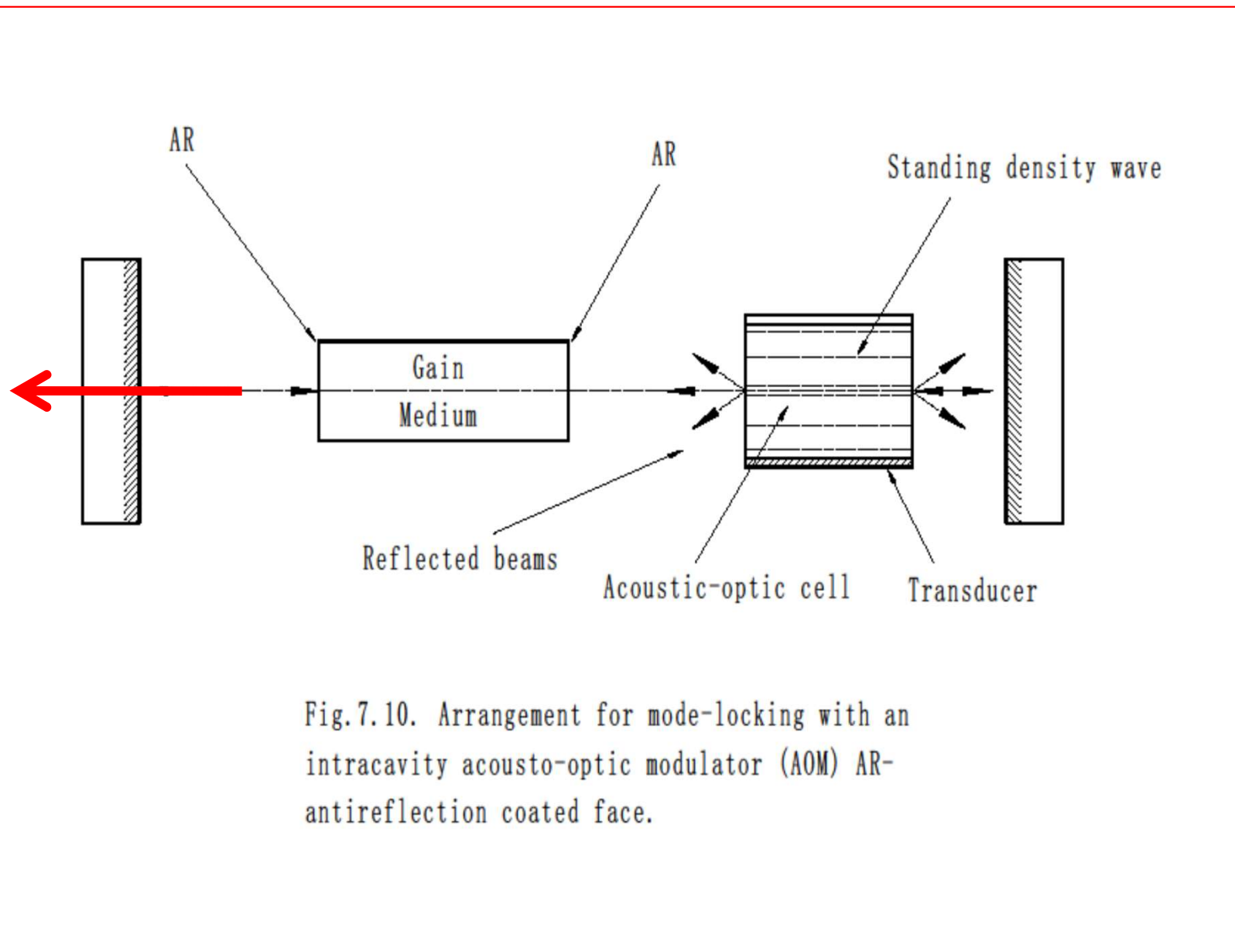


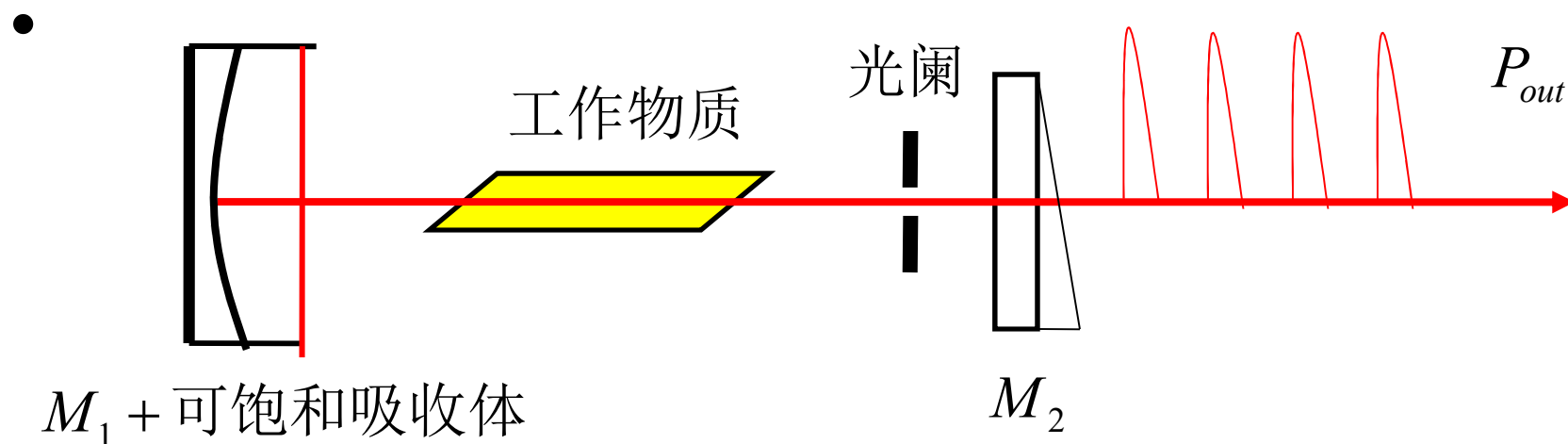
Fig.7.11. System for generating ultrashort pulses from a neodymium glass laser system^[7.1]. The CW Ar⁺ laser pumps a Nd:phosphate glass laser that is mode-locked with an acousto-optic modulator (AOM). The mode-locked pulses are further amplified in a regenerative amplifier where they may make at least 60 round trips before being switched out of the cavity with the Pockels cells (PC) (an electro-optic crystal that can switch the polarization state of the beam). (Courtesy of Professor Chi H. Lee.)

一种实际的多波长锁模脉冲皮秒激光器方案



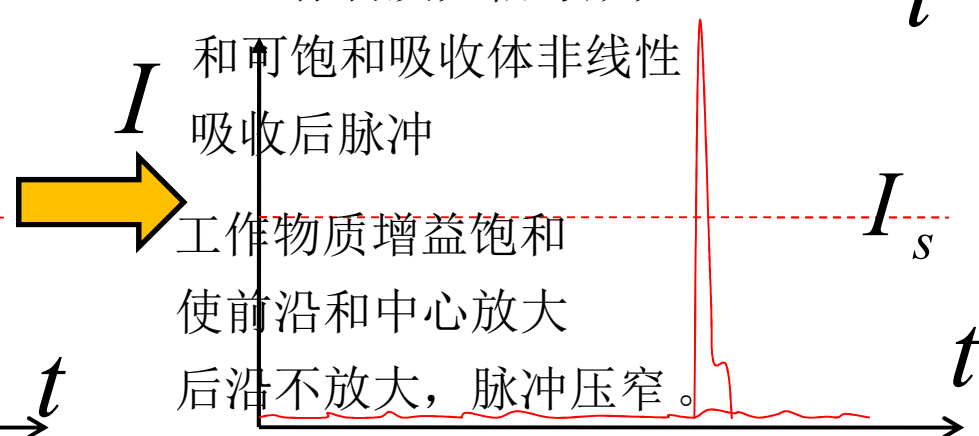
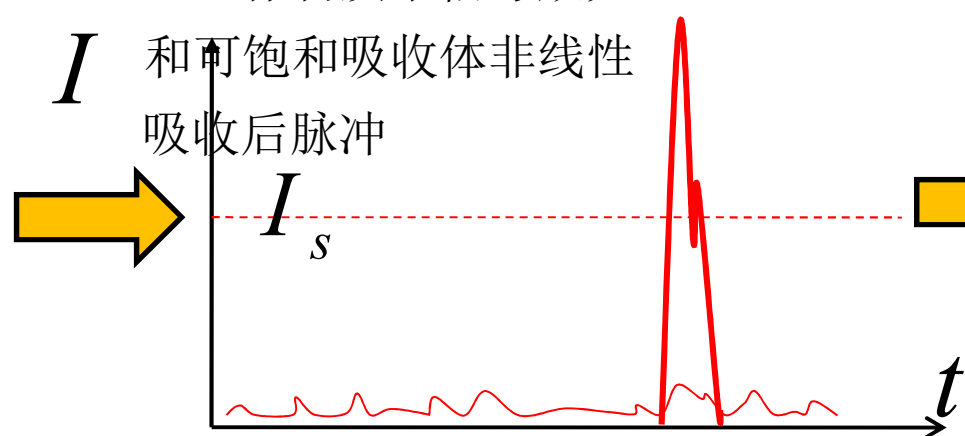
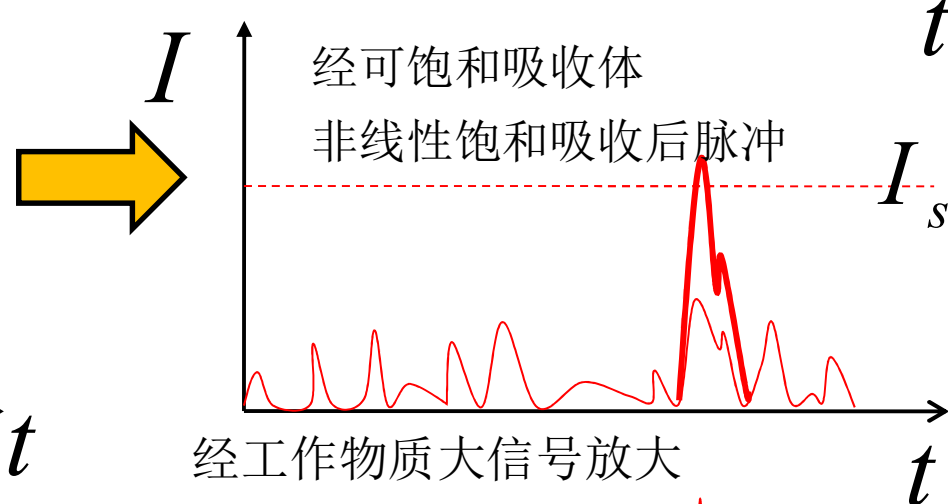
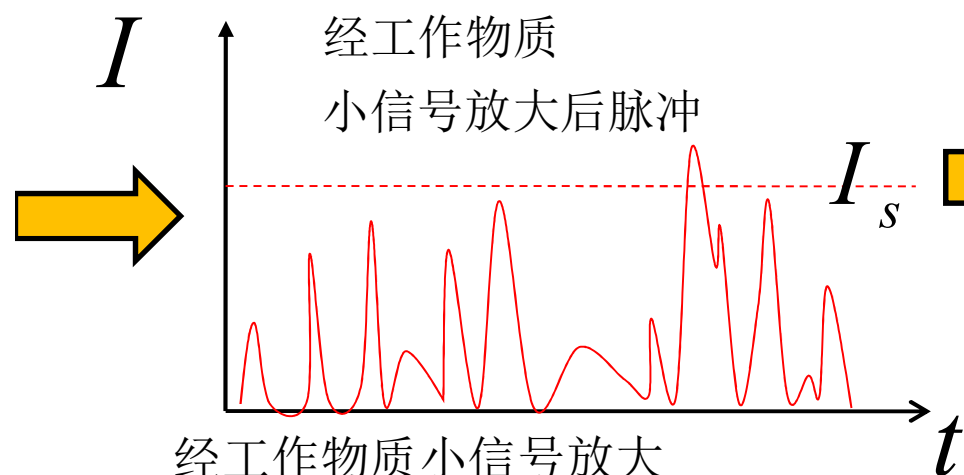
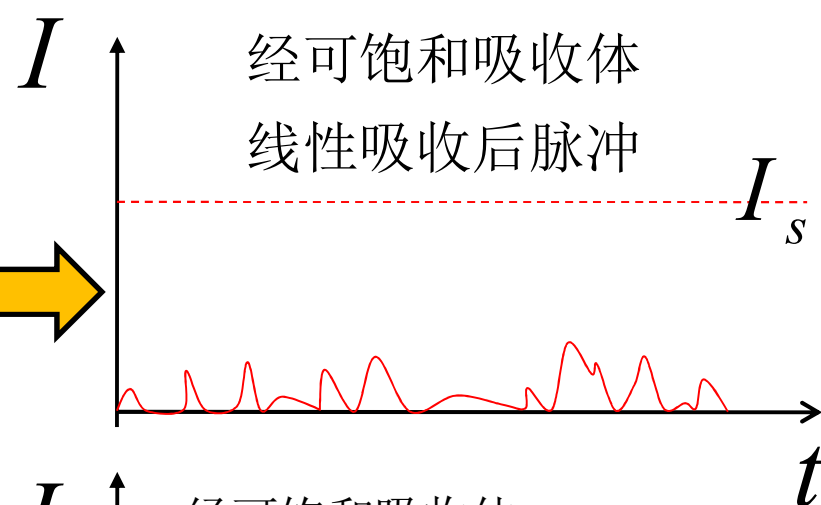
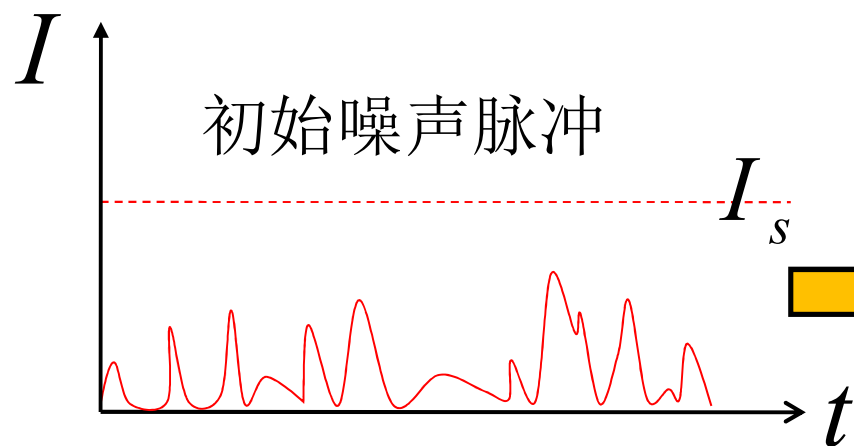


• 第三节 被动锁模技术



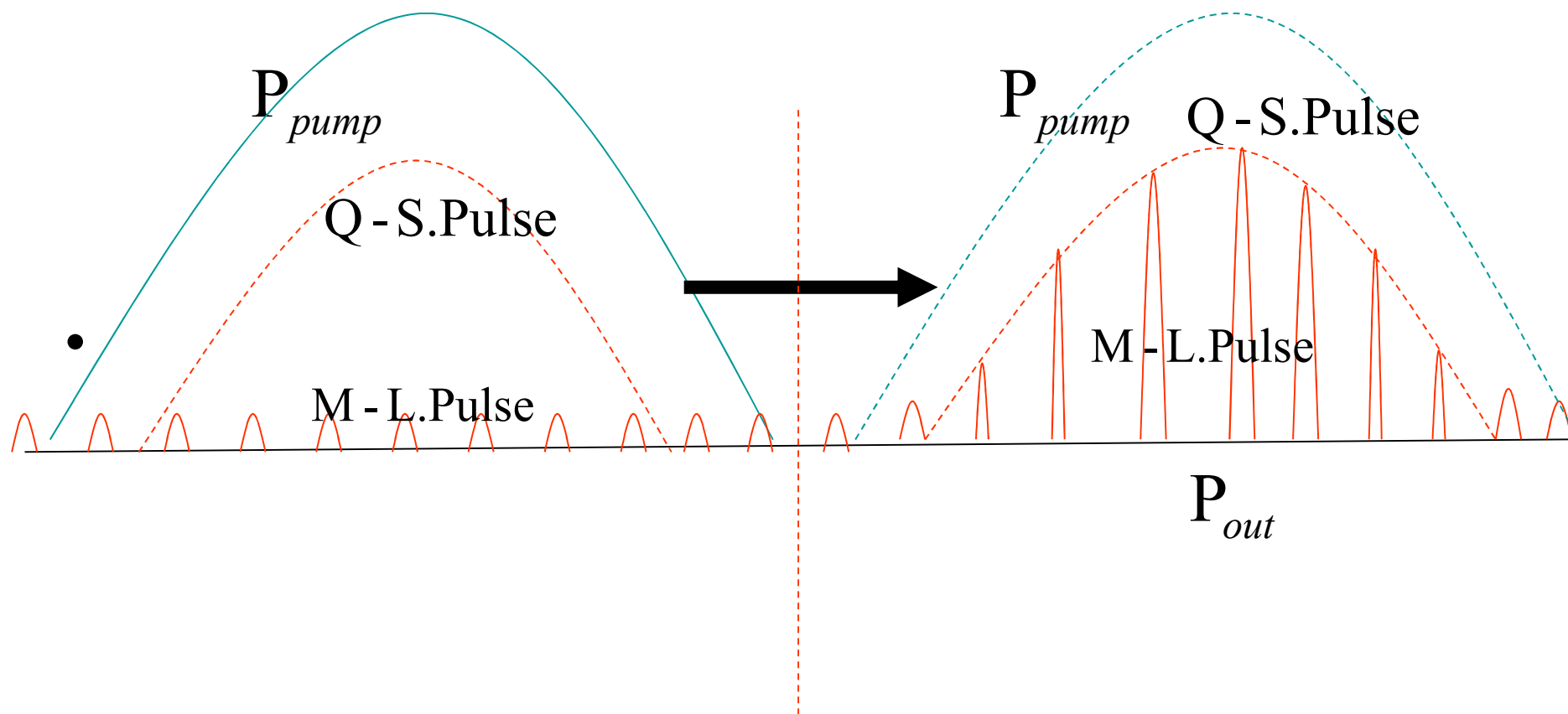
可饱和吸收体:1、一体化染料盒或染料喷膜，
与调 Q 相比，染料恢复时间快得多。

2、半导体可饱和吸收反射镜（SESAM）



从初始噪声脉冲到被动锁模脉冲经历三个阶段:

- 1、小信号放大 ， 线性吸收阶段；
- 2、小信号放大 ， 非线性吸收阶段（饱和吸收阶段）， 脉冲选切阶段；
- 3、大信号放大（增益饱和）、非线性吸收阶段（饱和吸收阶段）， 脉冲压窄和放大阶段。



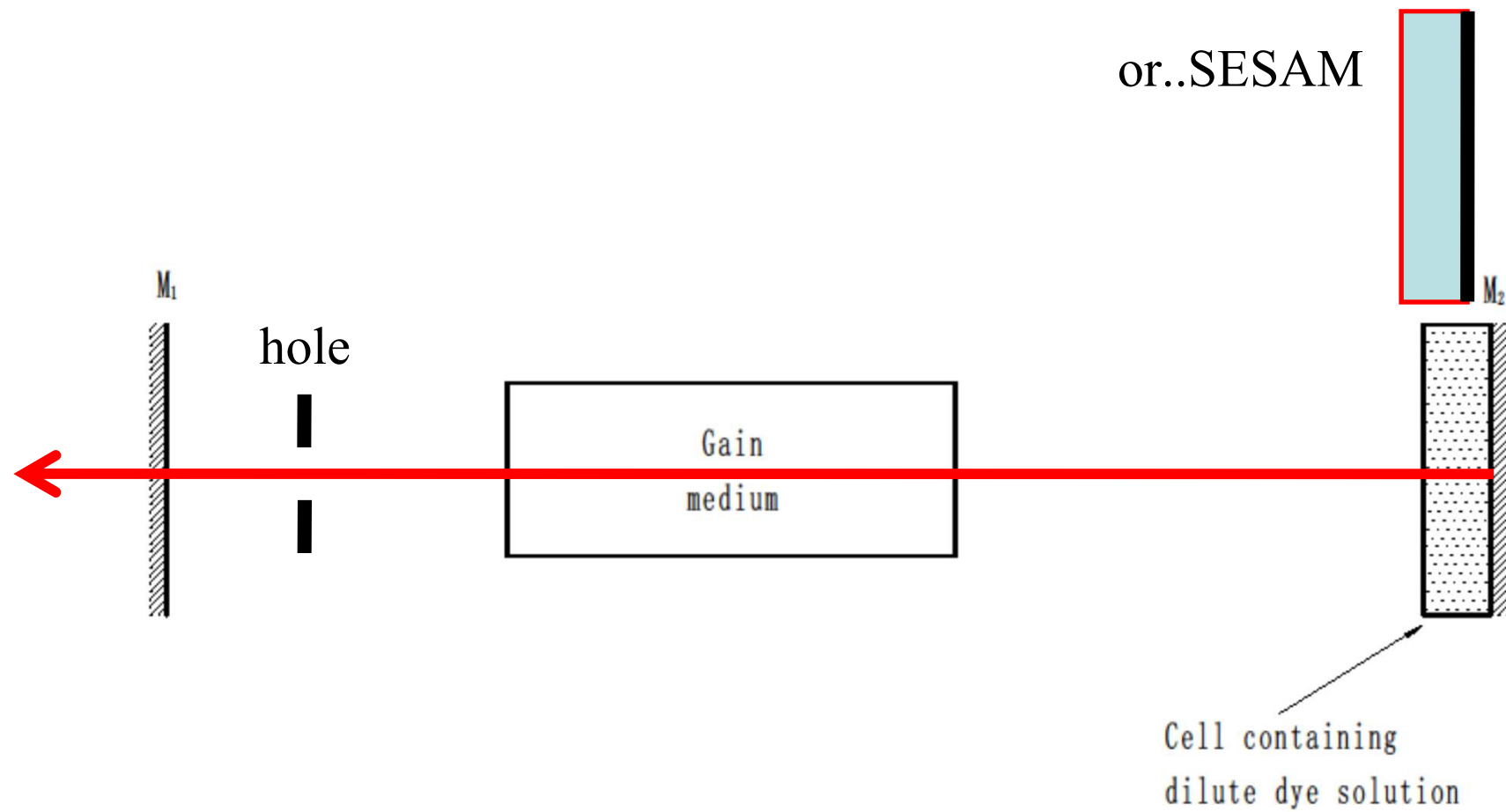
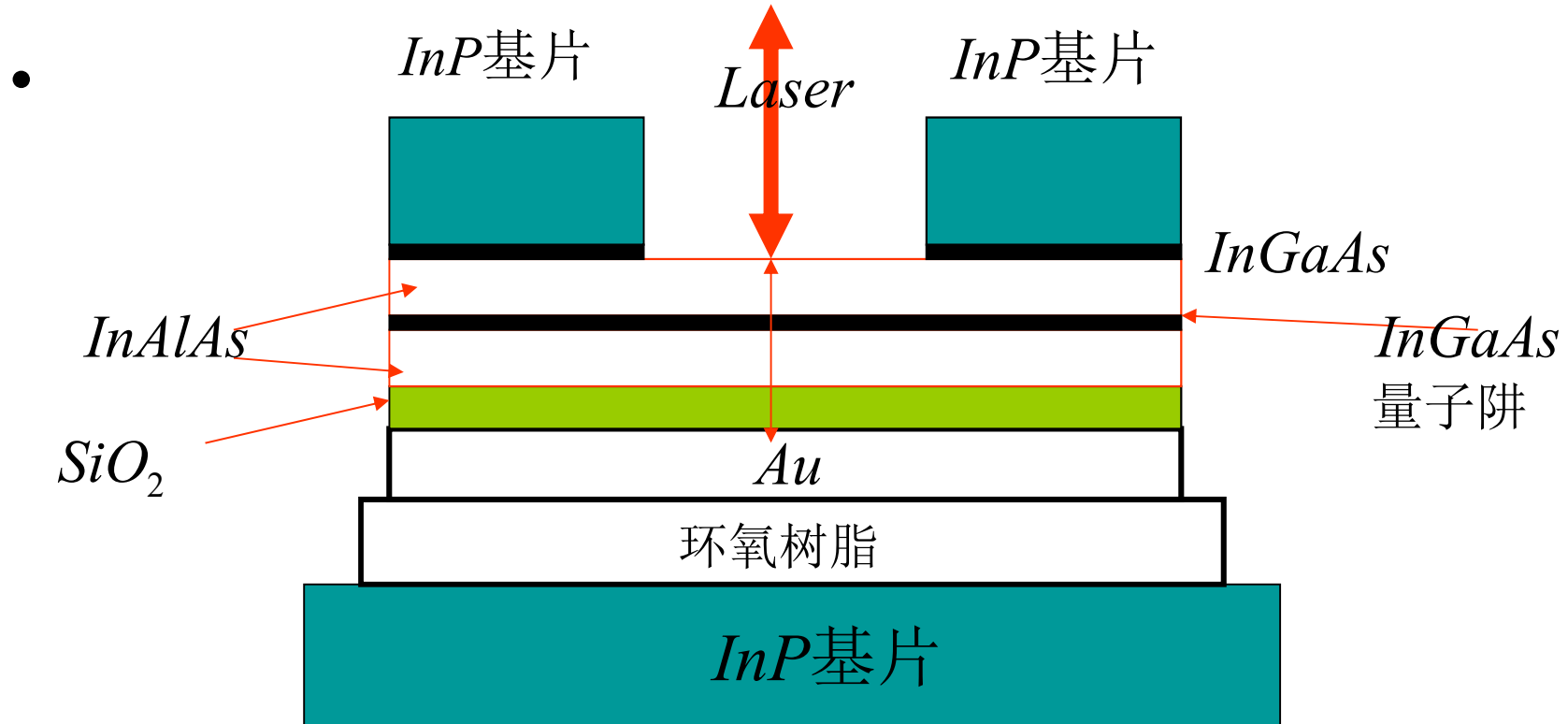


Fig.7.8. Schematic diagram for passive mode-locking with a saturable dye.

半导体可饱和吸收反射镜 (SESAM):1、利用分子束外延法在InP基片与InAlAs夹层间用晶体生长法生成InGaAs量子阱;2、通过电子束加热淀积制作 SiO_2 / Au 反射层;3、将它和其他基片粘合后将原来的基片通过腐蚀法去除。



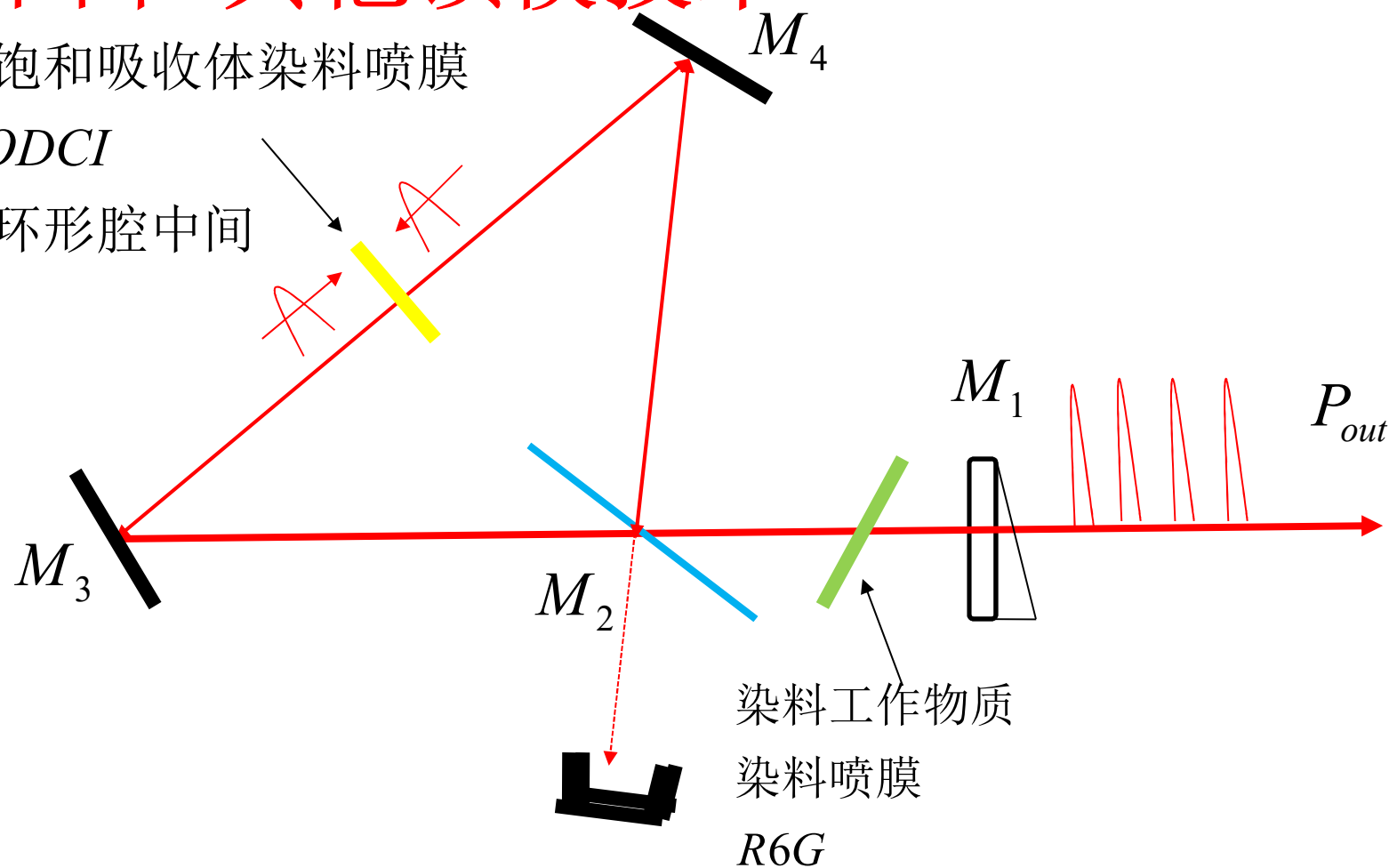
波长 $1.3\mu\text{m}$ 宽反射带、低损耗半导体可饱和吸收反射镜 (SESAM)

• 第四节 其他锁模技术

可饱和吸收体染料喷膜

DODCI

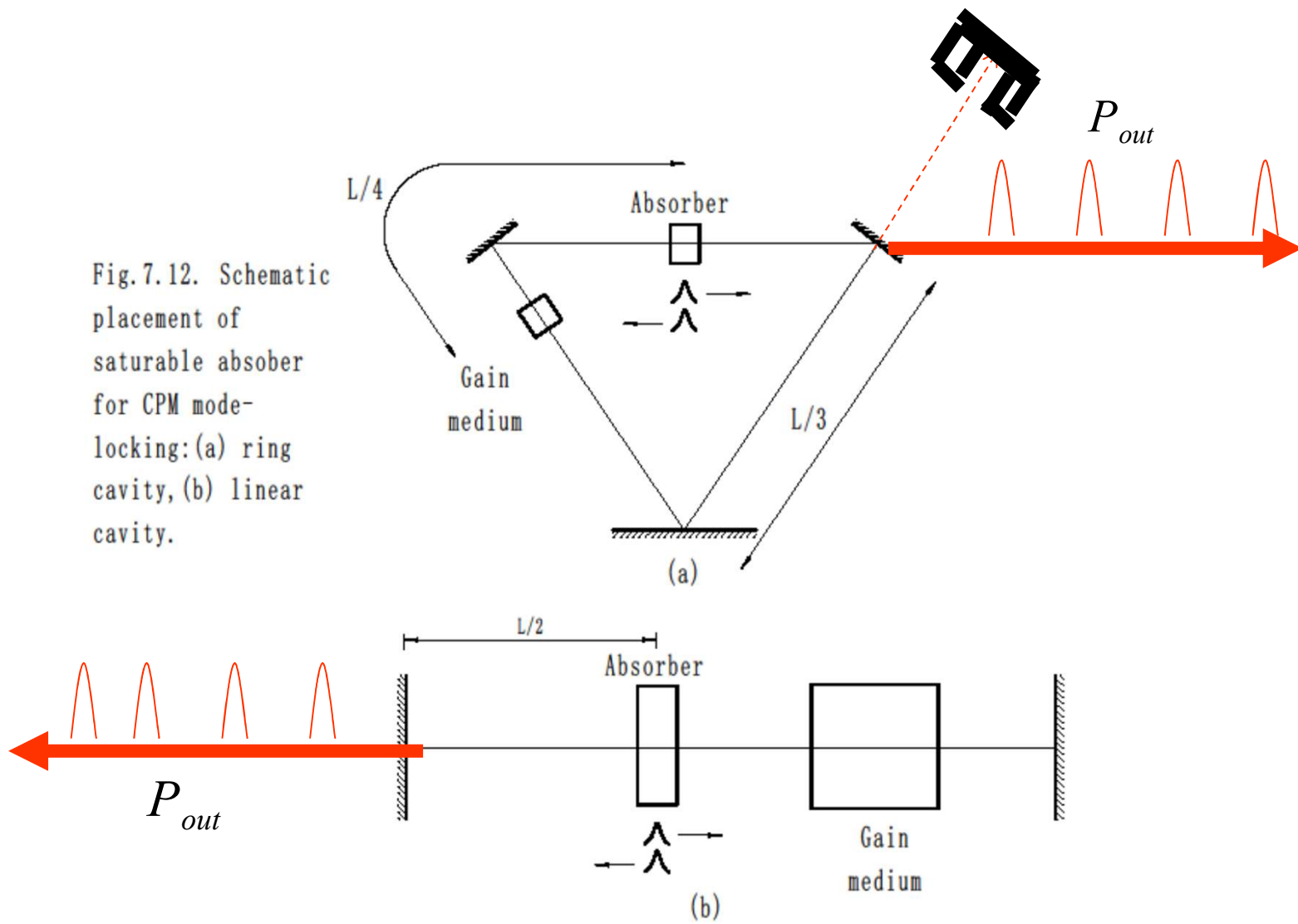
在环形腔中间



• 一、碰撞锁模技术(CPM)

•

Fig.7.12. Schematic placement of saturable absorber for CPM mode-locking: (a) ring cavity, (b) linear cavity.



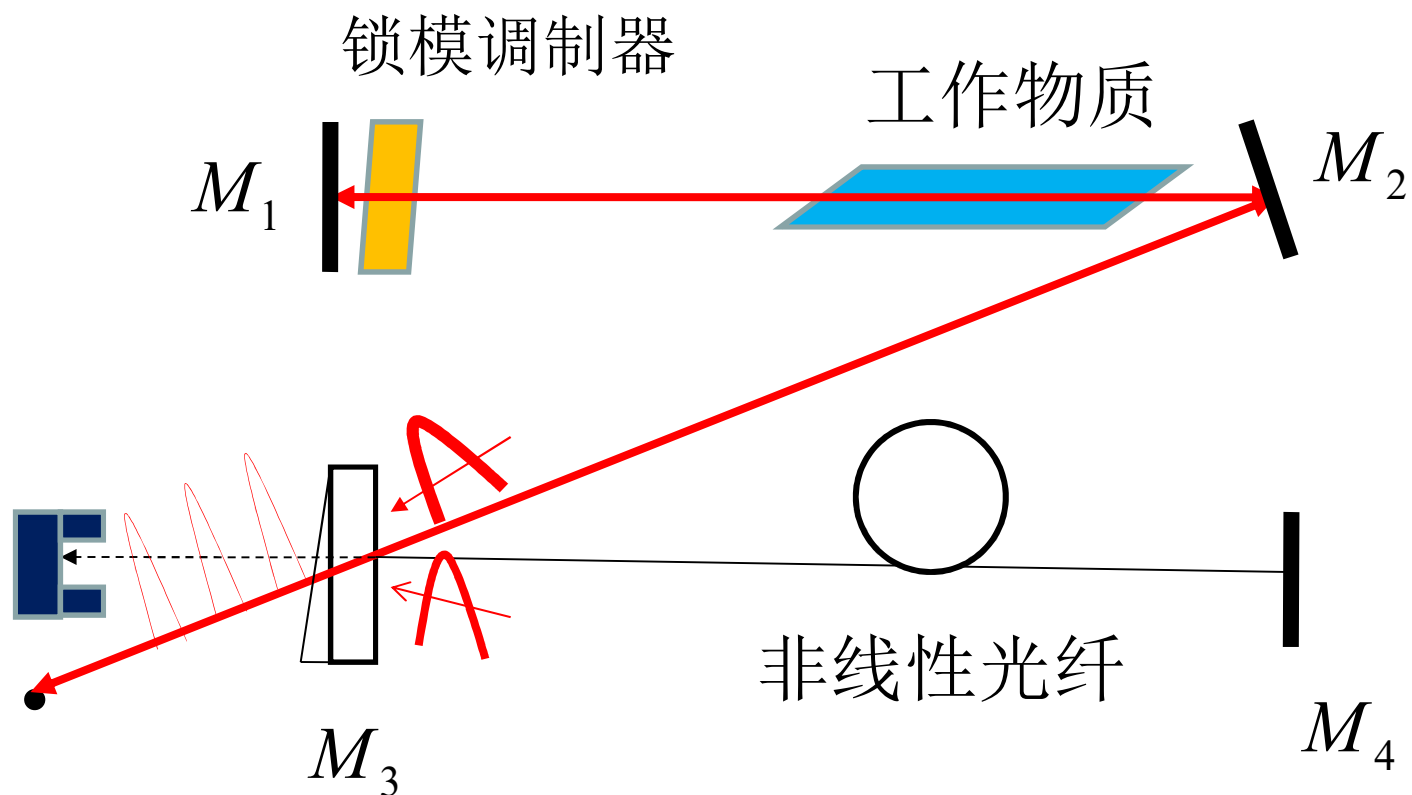
CPM技术:利用两个反向传播的光脉冲在薄层可饱和吸收体内相互作用实现激光锁模.---10fs.

两个反向传播的脉冲精确同步到达可饱和吸收体，使可饱和吸收体中光电场（或光强）呈现周期性分布，产生光强的调制而形成空间“光栅”，在形成空间“光栅”的过程中，两脉冲能量的前沿被吸收，它的光强比单一脉冲使吸收体饱和快，而且由于吸收体的驰豫时间大于光脉冲宽度，脉冲后沿通过时，光栅的调制度仍然很大，便会受到后向散射而压缩。两脉冲每经过饱和吸收体一次，前后沿受到切削，经过多次循环，将使脉冲得到压缩。

在CPM激光器中，存在可饱和吸收、饱和增益、自相位调制、群速色散四种物理过程。四者的平衡是获得窄脉冲稳定锁模的关键。

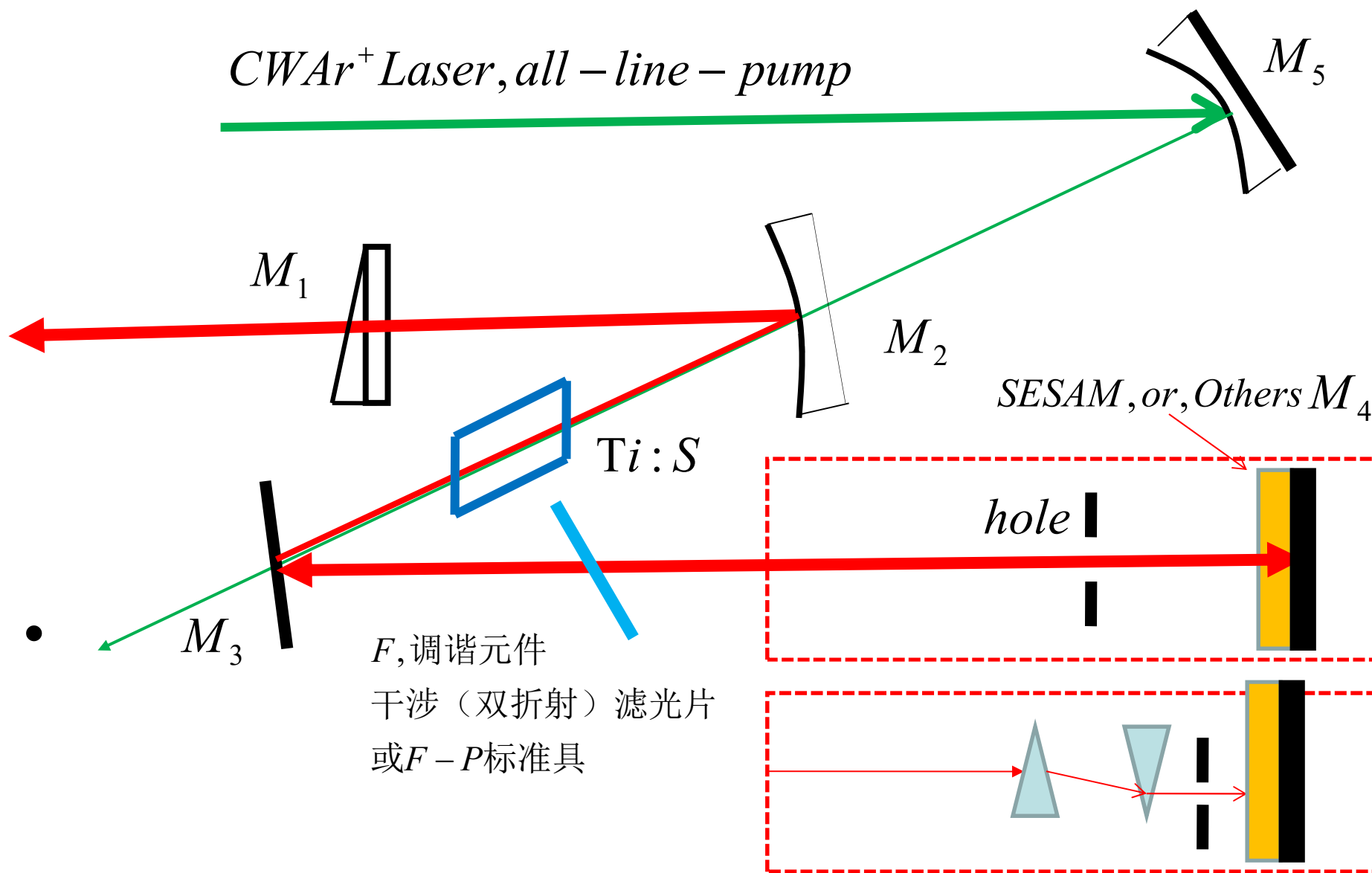
- 二、附加脉冲（附加腔）锁模技术(APM)

- 图示说明



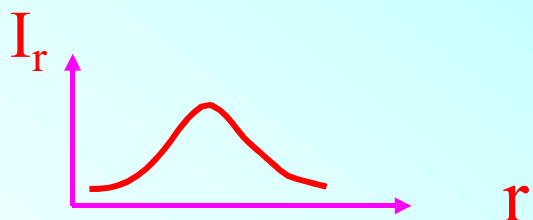
- 由包含增益介质的主腔和一个包含非线性介质（如光纤）的副腔组成的谐振腔结构。利用副腔非线性介质产生的自相位调制，使光脉冲在经过副腔返回主腔时，与主腔中的光脉冲在输出耦合镜处产生相干叠加。叠加的两脉冲在它们的不同部位上有不同的位相差，适当控制主腔和副腔的光程差，可以使叠加的光脉冲宽度比原先主腔中的光脉冲宽度更窄，得到ps或fs锁模脉冲。

• 三、自锁模技术



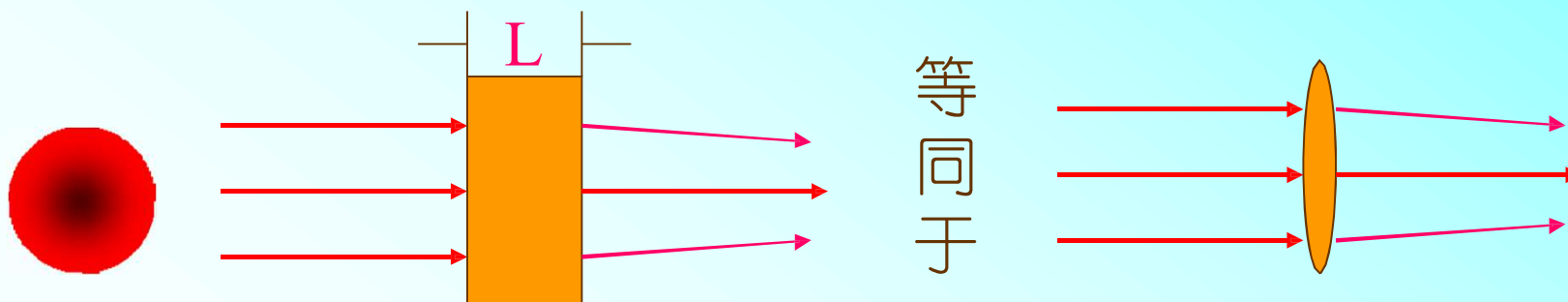
激光空间横截面分布为高斯分布

非线性光学效应 $n = n_0 + \Delta n(r)$, $\Delta n(r) \propto n_2 I(r)$



光斑中心折射率高于边缘

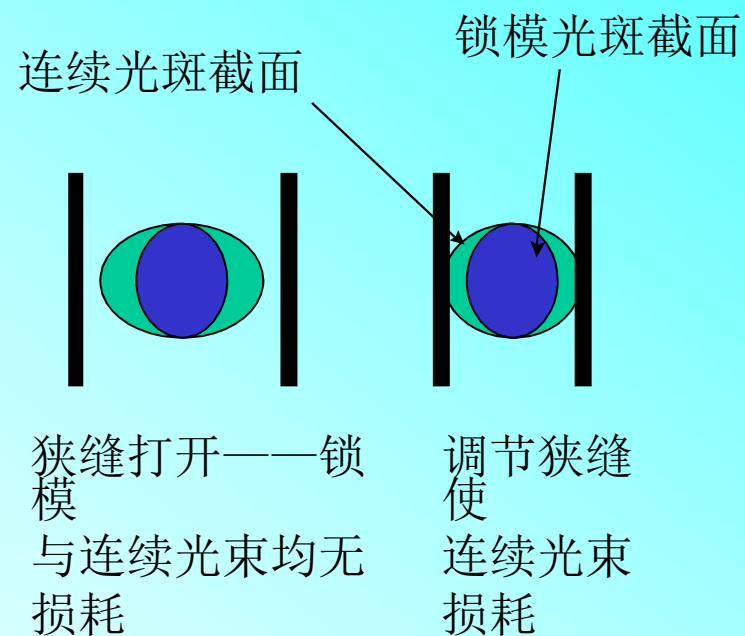
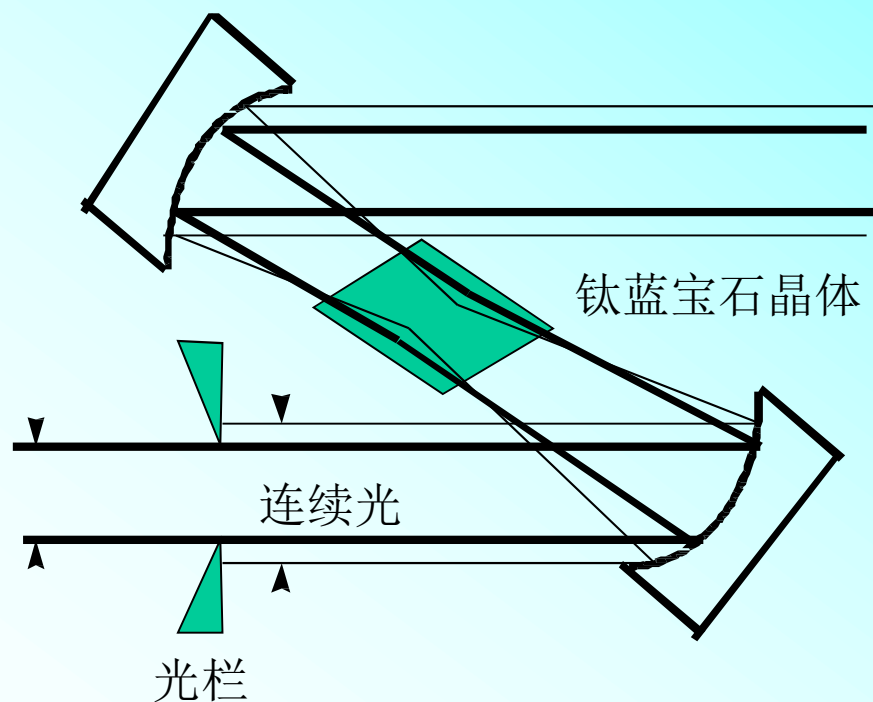
$n_2 > 0$, 光程 nL : 中心光线 $>$ 边缘光线

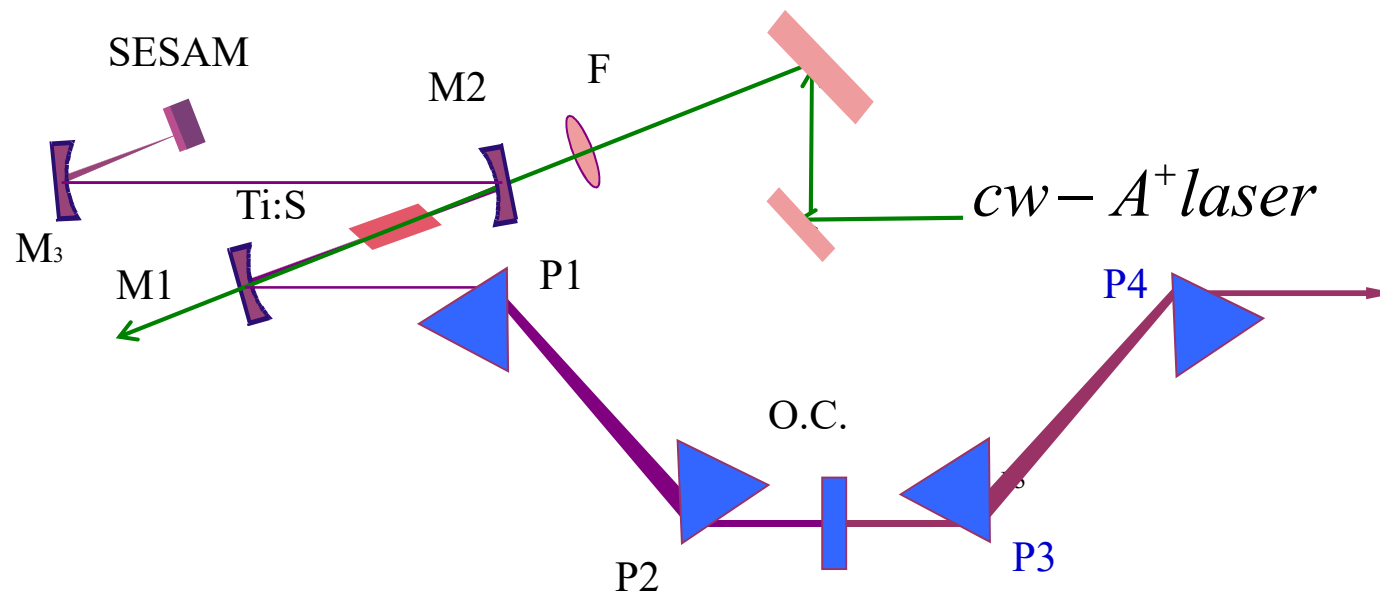


KLM 锁模原理

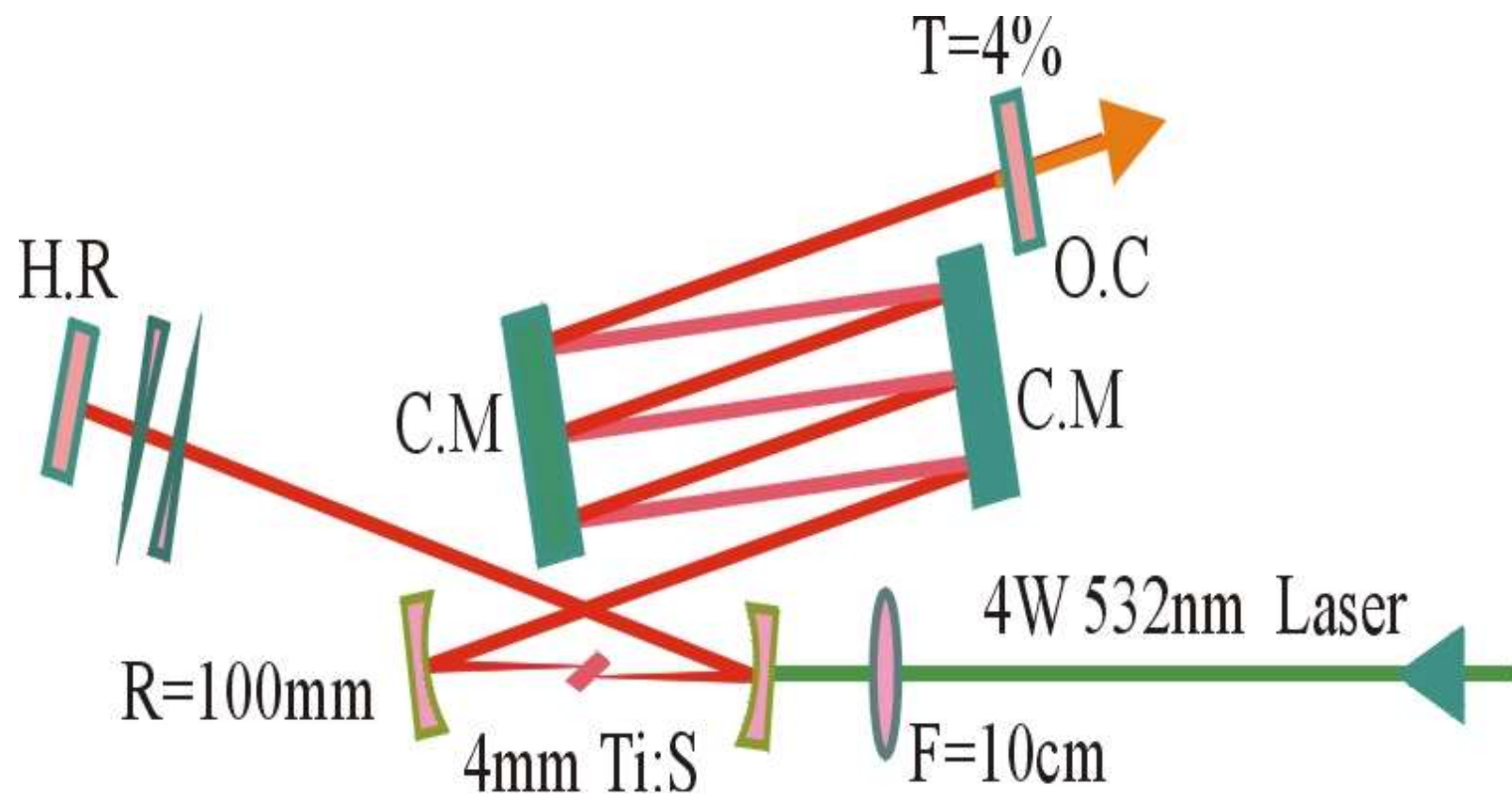
$n_2 > 0$

脉冲光强强 \longrightarrow 自聚焦效应



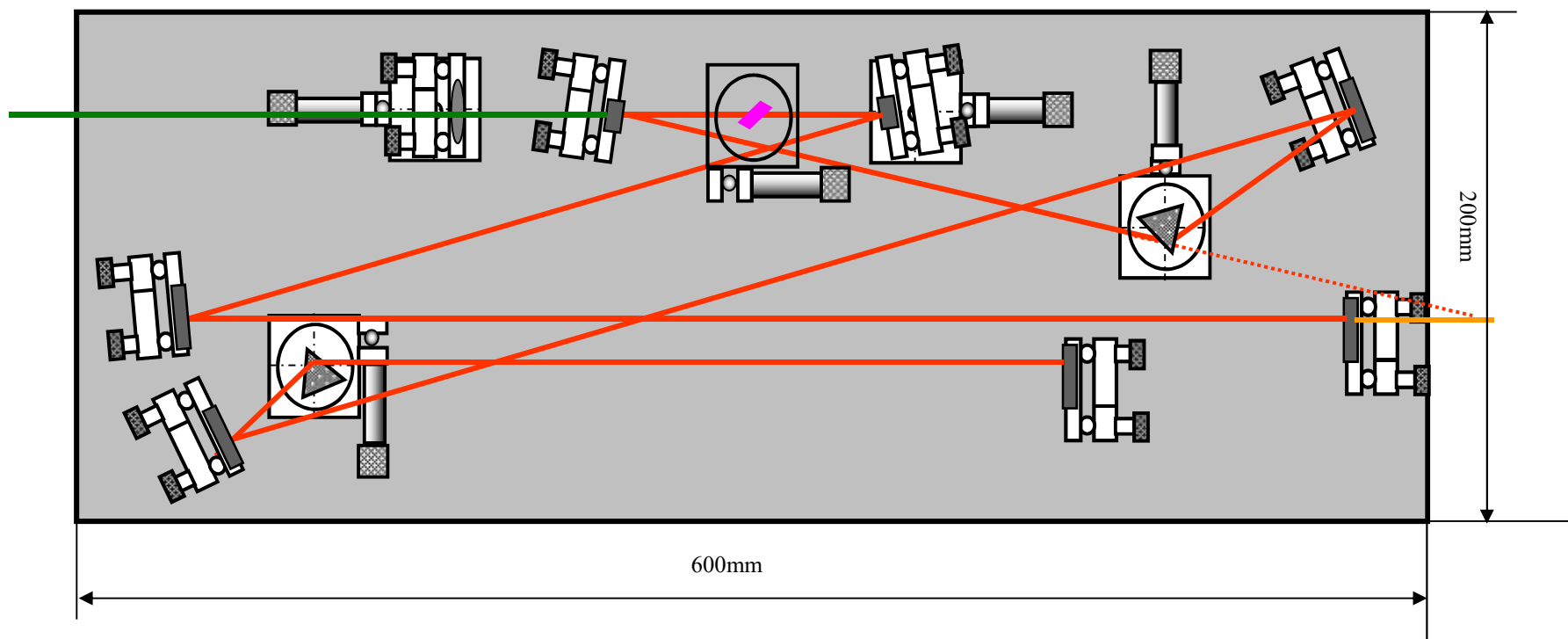


钛宝石($Ti:Al_2O_3$)自锁模飞秒激光激光器，
其中**SESAM**起到自锁模启动和维持作用。



• 中科院物理所钛宝石激光器

- 平均功率 >500mW, 脉冲宽度 <20fs
- 峰值功率 >0.3MW, 中心波长 800nm
- 重复频率 82MHz, 稳定性 $\pm 3\%$
- 模式分布 TEM_{00} 模, 光束直径 2mm, 偏振特性 水平
-



非线性光学效应之克尔效应:

$$n(x,y,z,t)=n_0+n_2 E E$$

$$=n_0+n_2 I(x,y,z,t)=n_0+n_2 I(r,t)$$

$n(r)=n_0+n_2 I(r)$ +高斯分布或其他分布 \rightarrow 自聚焦（或自散焦）

$n(t)=n_0+n_2 I(t)$ \rightarrow 自相位调制

• 第五节 啁啾脉冲特性（压缩或展宽）

一、啁啾脉冲

自相位调制:

$$n = n_0 + n_2 I(t), \Delta n = n_2 I(t)$$

Δn 由光场引起的附加折射率变化

光脉冲的不同部位所引起的折射率变化不同,

（折射率变化随时间相应）。

可分为瞬时响应和慢响应（叠加响应）

脉宽 τ_p 与 n_2 的驰豫时间 T_r 的关系:

$T_r \ll \tau_p$ --瞬时响应

$T_r \gg \tau_p$ --慢响应

- (1)、瞬态响应: $T_r \ll \tau_p$

$$n = n_0 + n_2 I(t), \Delta n = n_2 I(t)$$

- 光脉冲的不同部位所引起的折射率变化:

$$\Delta \varphi(t) = k L n_0 \Delta n(t) = k L n_2 I(t)$$

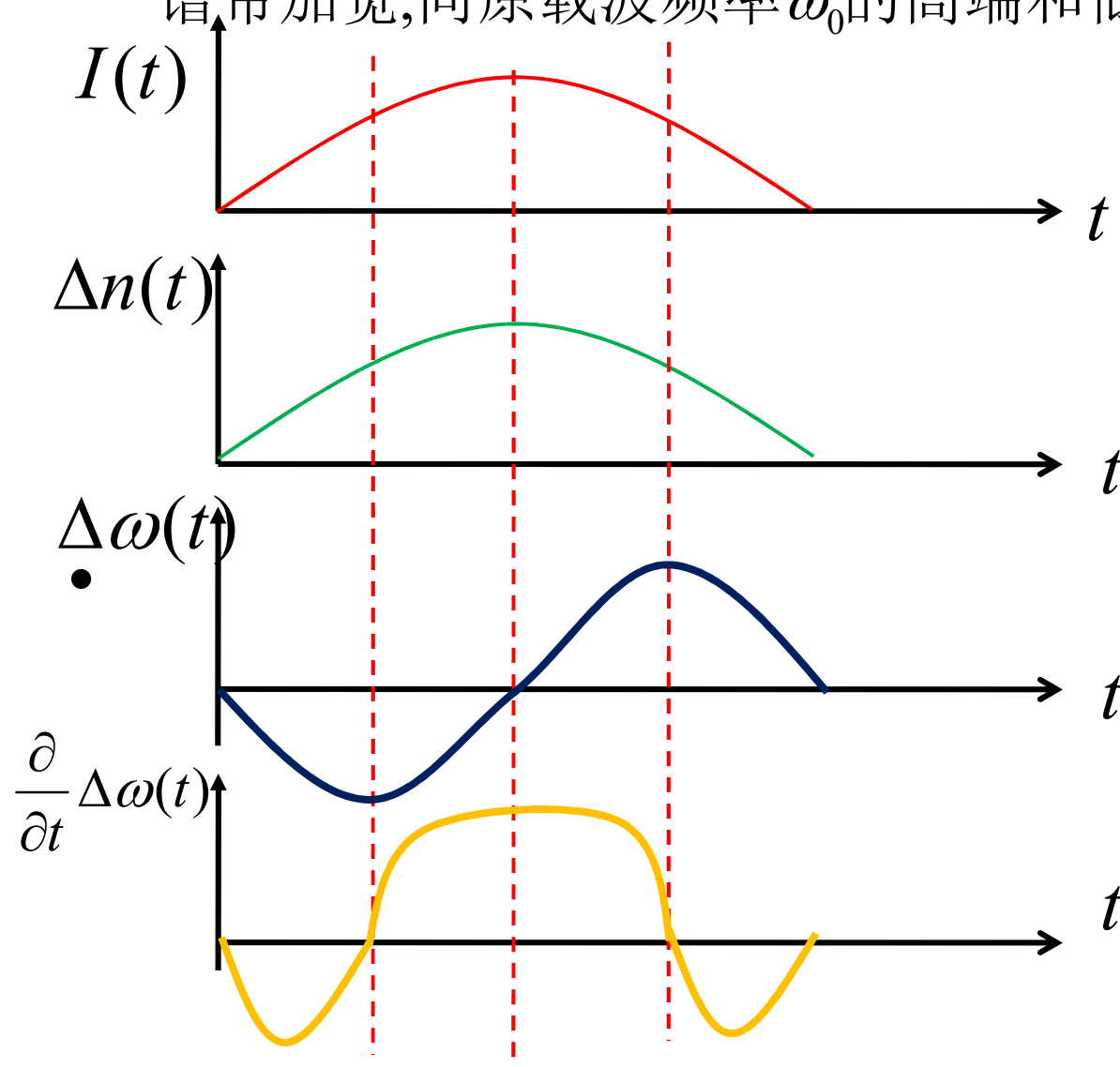
- 光脉冲的不同部位所引起的瞬时频率:

$$\omega(t) = \omega_0(t) + \Delta \omega(t)$$

$$\Delta \omega(t) = -\frac{\partial}{\partial t} \Delta \varphi(t) = -\frac{\partial}{\partial t} (k L n_2 I(t))$$

- 自相位调制引起的附加频率。

脉冲前、后沿 具有负啁啾 脉冲中间部分具有正啁啾
谱带加宽,向原载波频率 ω_0 的高端和低端同时扩展



- $\Delta\omega(t)$ 的引入使得脉冲包络的不同部位具有不同的瞬时频率----啁啾效应。

$$c(t) = \frac{\partial}{\partial t} \omega(t) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} (kLn_2 I(t))$$

$c(t) = f(t) \neq \text{常数}$, ---非线性啁啾

$c(t) = \text{常数}$, ---线性啁啾

$c(t) = 0$, 无啁啾 $c(t) \neq 0$, 有啁啾

$c(t) > 0$, 正啁啾

$c(t) < 0$, 负啁啾

- (2)、慢响应（叠加响应） $T_r \gg \tau_p$
- 大部分锁模激光脉冲属于这种情况！
- 考虑脉冲部位t时刻的折射率，必须考虑t时刻之前t'时刻所引起的折射率弛豫到t时刻的剩余部分（假设指数衰减）:

$$\Delta n(t', t) = \Delta n(t') e^{-\frac{(t-t')}{T_r}},$$

T时刻的附加折射率：（累加效应）

$$\Delta n(t) = \int_{-\infty}^t n_2 I(t') e^{-\frac{(t-t')}{T_r}} dt', \Delta \varphi = kL \Delta n(t),$$

•

$$\Rightarrow \Delta\omega(t) = -kL \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^t n_2 I(t') e^{\frac{(t-t')}{T_r}} dt',$$

$T_r \gg \tau_p$, 上式可以近似写成:

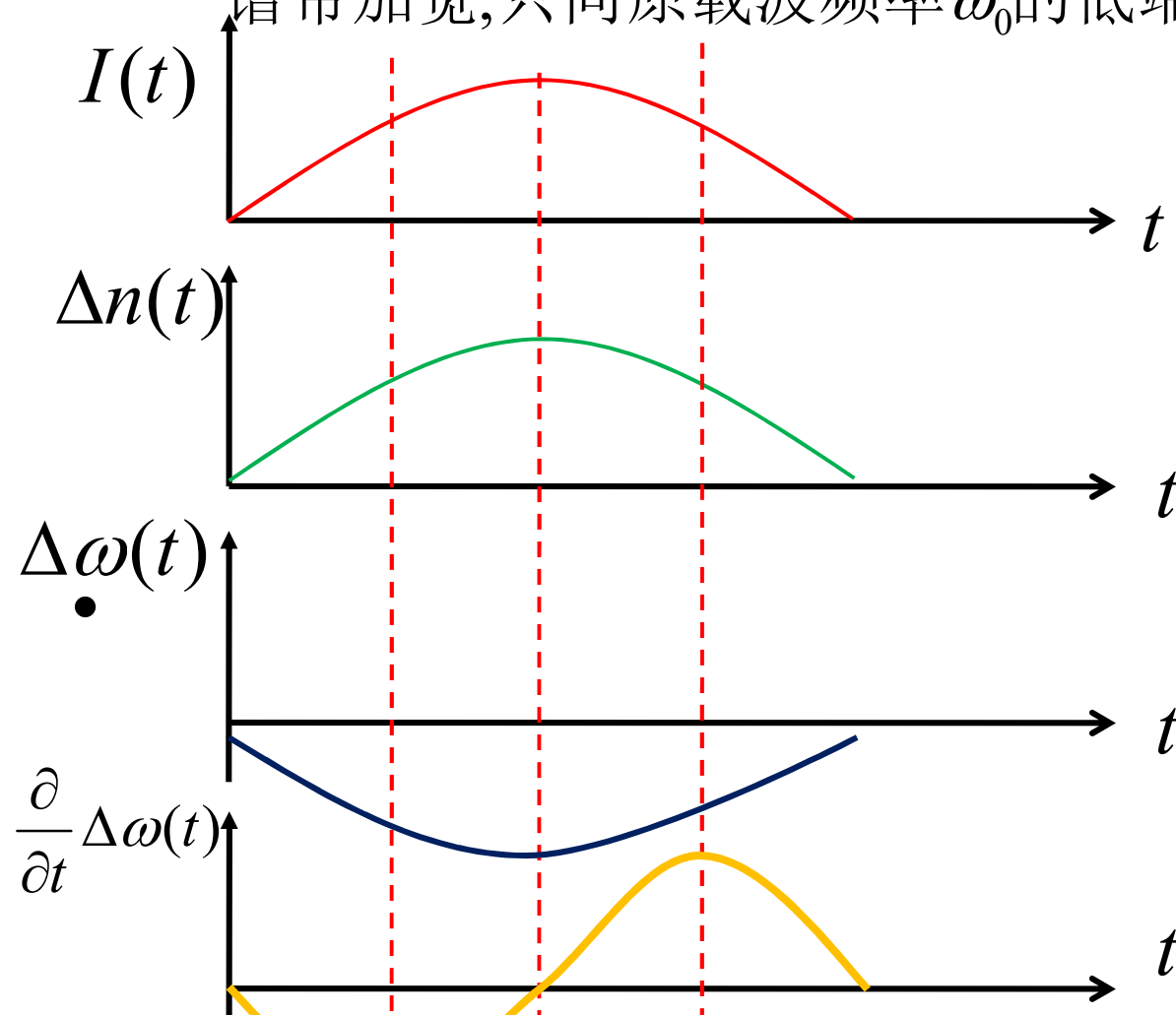
$$\omega(t) = -c' I(t)$$

$$\Rightarrow c(t) = \frac{\partial}{\partial t} \omega(t) = -c' \frac{\partial}{\partial t} I(t)$$

脉冲前沿 具有负啁啾

脉冲后沿 具有正啁啾

谱带加宽,只向原载波频率 ω_0 的低端同时扩展



大部分锁模激光脉冲属于这种情况！

• 二、群速色散与 啁啾脉冲的展宽与压缩

介质的色散可以对啁啾脉冲产生影响

$$\text{群速色散} : GVD \equiv \frac{d \left(\frac{1}{v_g} \right)}{d \omega}, v_g = \frac{d \omega}{dk}$$

$$\text{色散系数} : D \equiv \lambda^2 \frac{dn^2}{d \lambda^2}$$

$$\text{群速色散} : GVD \equiv \frac{2 \pi c}{v_g^2} \frac{1}{\lambda^2} \frac{d v_g}{d \lambda}$$

$$GVD \equiv \frac{d \left(\frac{1}{v_g} \right)}{d \omega} = - \frac{1}{v_g^2} \frac{d v_g}{d \omega} = - \frac{1}{v_g} \frac{\frac{d v_g}{dt}}{\frac{d \omega}{dt}} = - \frac{1}{v_g} \frac{a_g}{c(t)},$$

如果啁啾脉冲前沿为负啁啾 $c(t)<0$ ，后沿为正啁啾 $c(t)>0$
(累加效应)

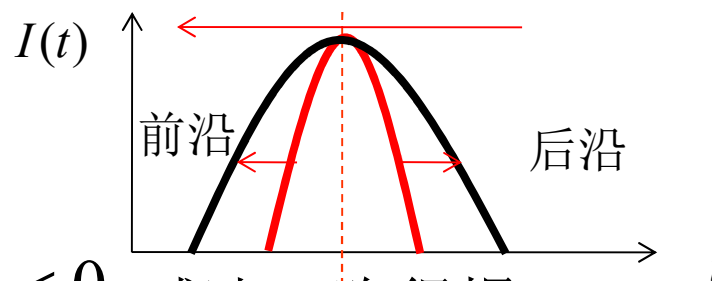
$$GVD = -\frac{1}{v_g} \frac{a_g}{c(t)},$$

1、若是正群速色散， $GVD>0$ ，

对于前沿，负啁啾 $c(t)<0$ ，可得： $a_g > 0$ 加速，跑得快，

对于后沿，正啁啾 $c(t)>0$ ，可得： $a_g < 0$ 减速，跑得慢，

结果：脉冲展宽。

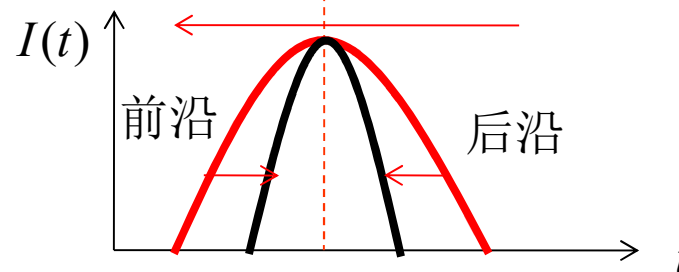


2、若是负群速色散， $GVD<0$ ，

对于前沿，负啁啾 $c(t)<0$ ，可得： $a_g < 0$ 减速，跑得慢，

对于后沿，正啁啾 $c(t)>0$ ，可得： $a_g > 0$ 加速，跑得快，

结果：脉冲压缩。



- 产生负群速色散的光学元件：
 - 1、光栅对
 - 2、棱镜对
- 产生正群速色散的光学元件：
 - 光栅对+透镜对或反射镜组

4棱镜组组合 (Opt. Lett. Vol.9,1984, P.156)

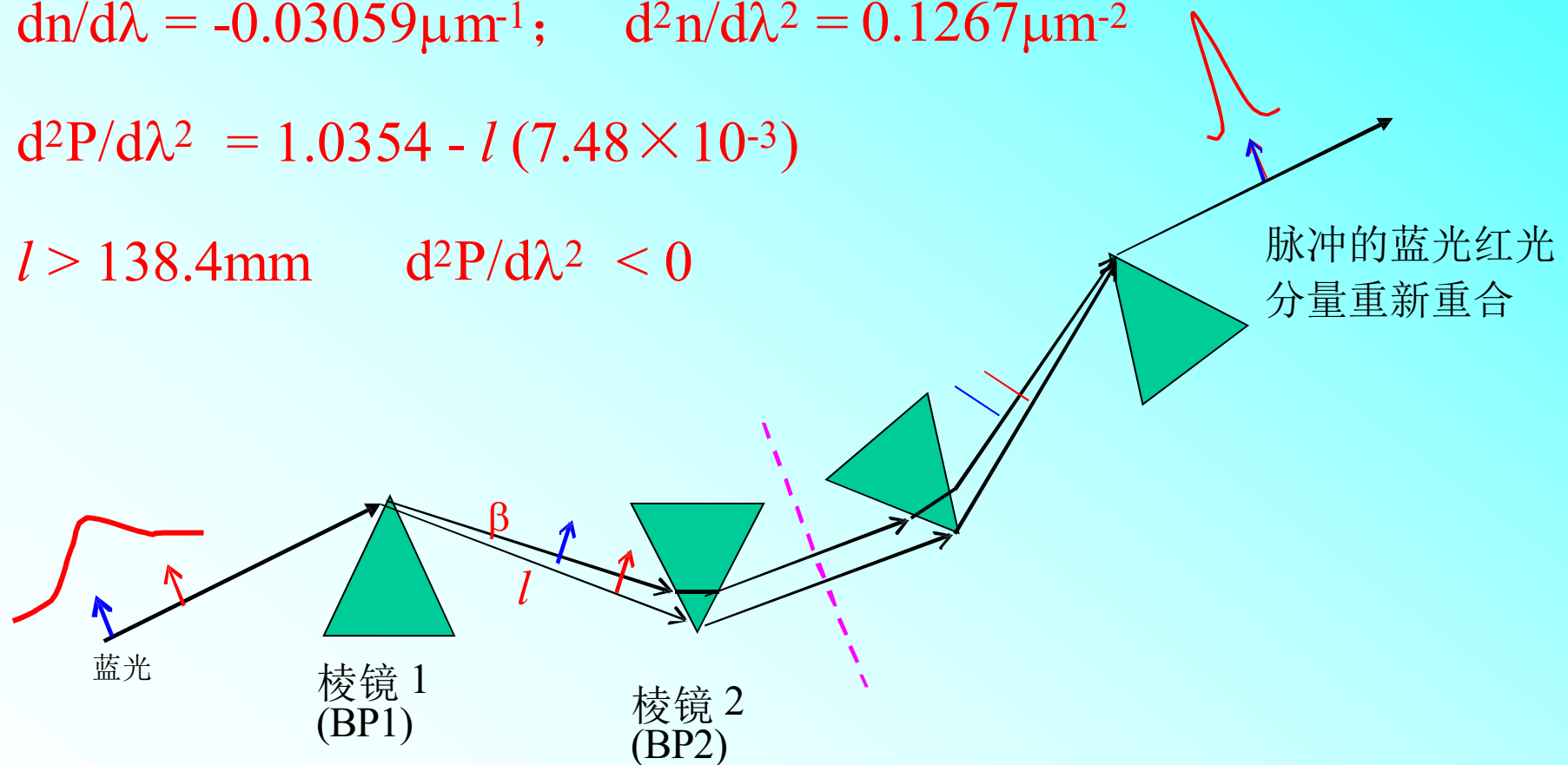
$$d^2P/d\lambda^2 = 4l \{ [d^2n/d\lambda^2 + (2n-1/n^3)(dn/d\lambda)^2] \sin\beta - 2(dn/d\lambda)^2 \cos\beta \}$$

P ---- 光程; 对于石英晶体 620nm 波长 $n=1.457$,

$$dn/d\lambda = -0.03059 \mu\text{m}^{-1}; \quad d^2n/d\lambda^2 = 0.1267 \mu\text{m}^{-2}$$

$$d^2P/d\lambda^2 = 1.0354 - l (7.48 \times 10^{-3})$$

$$l > 138.4 \text{mm} \quad d^2P/d\lambda^2 < 0$$



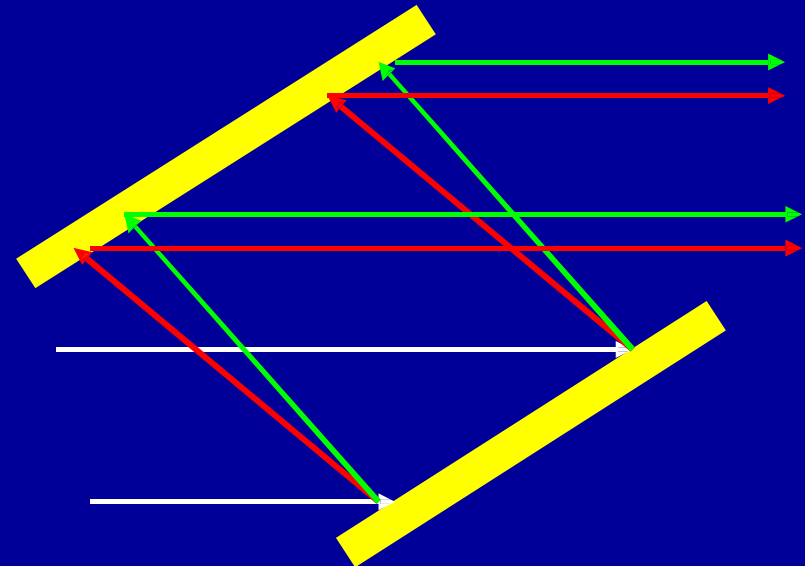
1969年 E.B. Treacy

IEEE J. Quan. Electron.

QE-5, 454-458

引入衍射光栅对

造成不同波长分量光程不同——
短脉冲展宽
或长脉
冲压缩

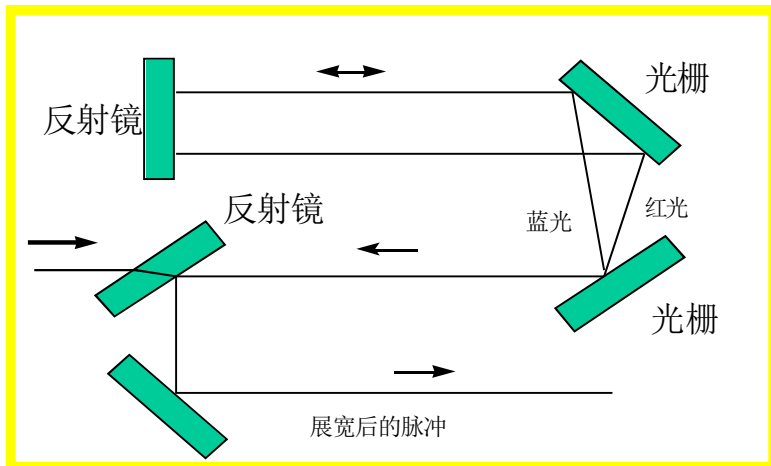


$$\delta_{\lambda} \tau = b(\lambda/d)d\lambda / \{cd[1-(\lambda/d - \sin\gamma)]\}$$

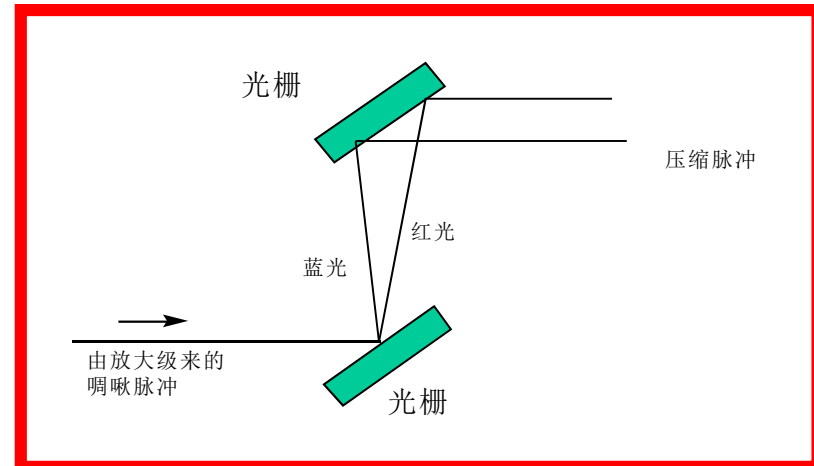
b --- 光栅对距离, d --- 光栅常数

γ --- 入射角

stretcher



Compressor



获得更短脉冲（如 $< 1\text{fs}$ ）办法

- 1) 锁定更多模式 增益带宽限制，难于突破
- 2) 其它技术，大大增大锁定的纵模间隔，得到极宽带宽

假设 锁定 $\omega_0=800\text{nm}$, $2\omega_0, \dots \dots 11\omega_0$, 共 11个成分

则可以得到约 250as 的极短脉冲

可见红外波段： 双波长飞秒激光

不同激光器脉冲相关