

<激光原理与技术>

中国科学技术大学物理学院
光学与光学工程系 王声波

13705511545

sbwang@ustc.edu.cn

科大东区物理楼**621B**室

课程说明

- 课程内容:
• 激光原理+激光技术
- 教学主要参考书:
• 1《激光原理》陈钰清, 王静环编著, 浙江大学出版社;
• 2《激光技术》蓝信矩等编著, 科学出版社;
• 或其他任何与激光原理、技术相关的书籍。
- 课程要求:
• 以课堂授课内容为主, 要求掌握基本概念、基本物理过程和相关的基本技术方案。对于复杂公式及其推导不做要求。
- 课程学时:
• 总学时: 60学时,周学时:4学时(周一: 6、7,周四1、2),共15周,其中第15周,复习考试.
- 授课方式:
• PPT+板书补充
- 课程考核方式:
• 总成绩=平时成绩（满分20--30分）（课堂随机点名）+期末考试成绩（满分70-80分）。
• 上课时给出与考试相关的习题。

课程内容

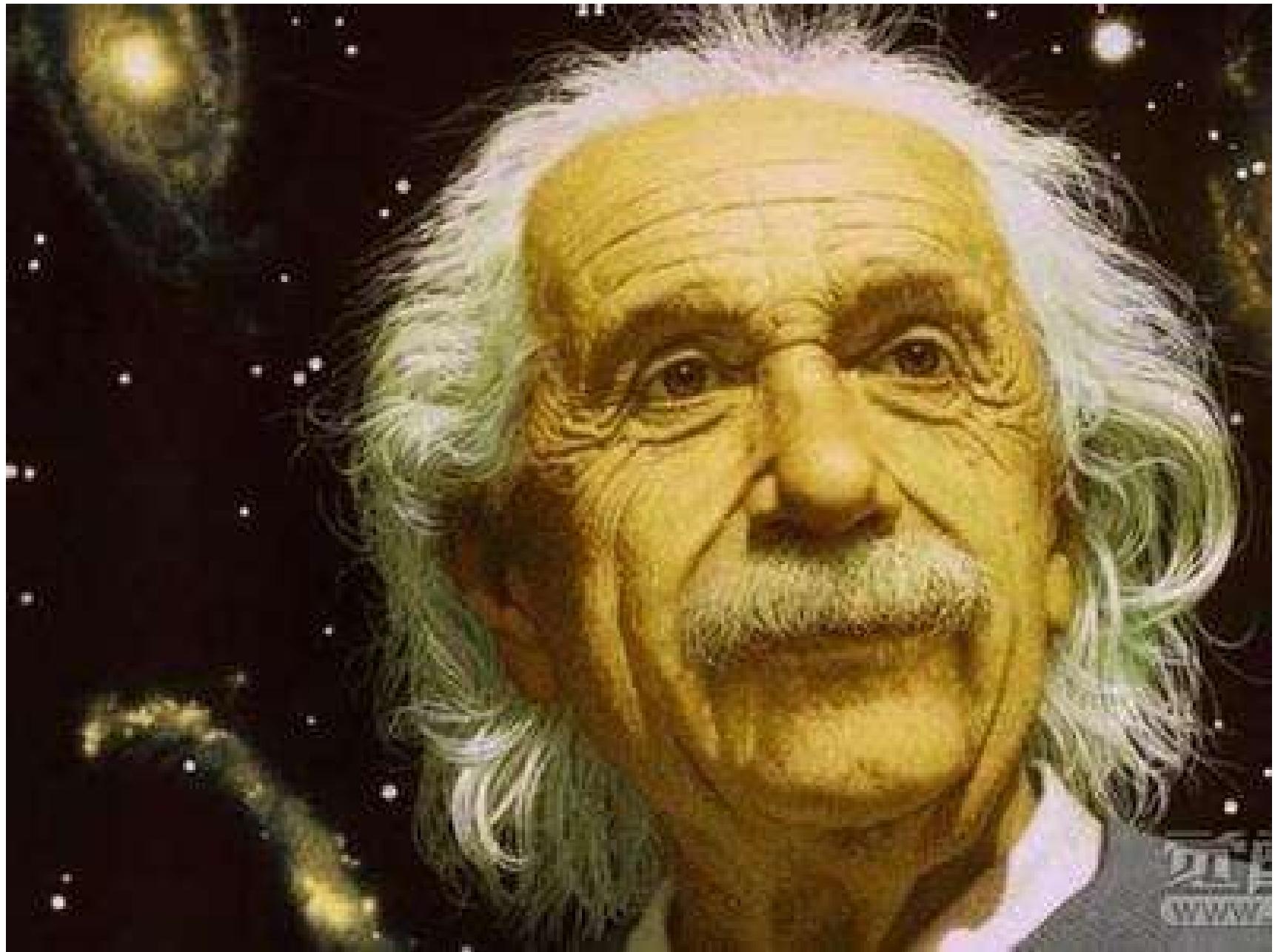
- 序
- 第一章 激光的物理基础
- 第二章 工作物质的增益特性
- 第三章 光学谐振腔及其模特性
- 第四章 激光器振荡、输出特性
- 第五章 激光调**Q**原理与技术
- 第六章 激光锁模原理与技术
- 第七章 激光选模、调谐、稳频原理与技术
- 第八章 激光放大原理与技术

序 一、“引力波”的发现与测量--**2017年诺贝尔物理学奖**

中欧时间**2015.9.14**,中午**11:00**,**32岁意大利博士后 Marco Drago** (全球**LIGO**科学合作组织成员), 在位于德国**Hannover**阿尔伯特 爱因斯坦研究所他自己的电脑前, 远程观察到了**LIGO(the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory)**(激光干涉引力波天文台) 的**引力波信号!** (编号**GW150914**)

北京时间**2016年2月11日23:30分**, **LIGO**召开发布会, 执行主任大卫.瑞兹宣布, 他们通过观察两个分别为**36**个和**29**个太阳质量黑洞并合为一个**62**个太阳质量黑洞, 证实了引力波的存在。完成了**阿尔伯特-爱因斯坦广义相对论的最后一个实验验证**。开辟了人类观测宇宙的一扇新窗。

LIGO用到了**激光光束!** (**200W CW**光纤激光器)



2017年10月3日，瑞典皇家科学院在斯德哥尔摩宣布将2017年度诺贝尔物理学奖授予美国麻省理工学院教授雷纳·韦斯（**Rainer Weiss**）、加州理工学院教授基普·索恩（**Kip Stephen Thorne**）和巴里·巴里什（**Barry Clark Barish**），以表彰他们构思和设计了激光干涉仪引力波天文台 **LIGO**，并对直接探测引力波做出杰出贡献。

雷纳·韦斯
(Rainer Weiss), 1932年9月29日在德国柏林出生, 现年87岁。雷纳·韦斯发明的激光干涉引力波探测器是LIGO装置的基础。他首次分析了探测器的主要噪声来源, 并领导了LIGO仪器科学的研究, 最终使LIGO达到了足够的灵敏度。



Photo: Michael Hauser, Dec. 2006, GNU Free Doc. License

基普·索恩（Kip Stephen Thorne），**1940年6月1日**出生在美国犹他州的洛根市，现年**79岁**。基普·索恩奠定了引力波探测的理论基础，他开创了引力波波形计算以及数据分析的研究方向，并对**LIGO**仪器科学做出了重要贡献，特别是提出了量子计量学理论的一系列基本概念。



Photo: Keenan Pepper, GNU Free Doc. License

巴里·巴里什（**Barry Clark Barish**），**1936**年出生在内布拉斯加州的奥马哈，现年**83**岁。巴里·巴里什领导了**LIGO**建设及初期运行，建立了**LIGO**国际科学合作，他把**LIGO**从几个研究小组从事的小科学成功地转化成了涉及众多成员并且依赖大规模设备的大科学，最终使引力波探测成为可能。目前全球的合作者已经超过**1000**个。

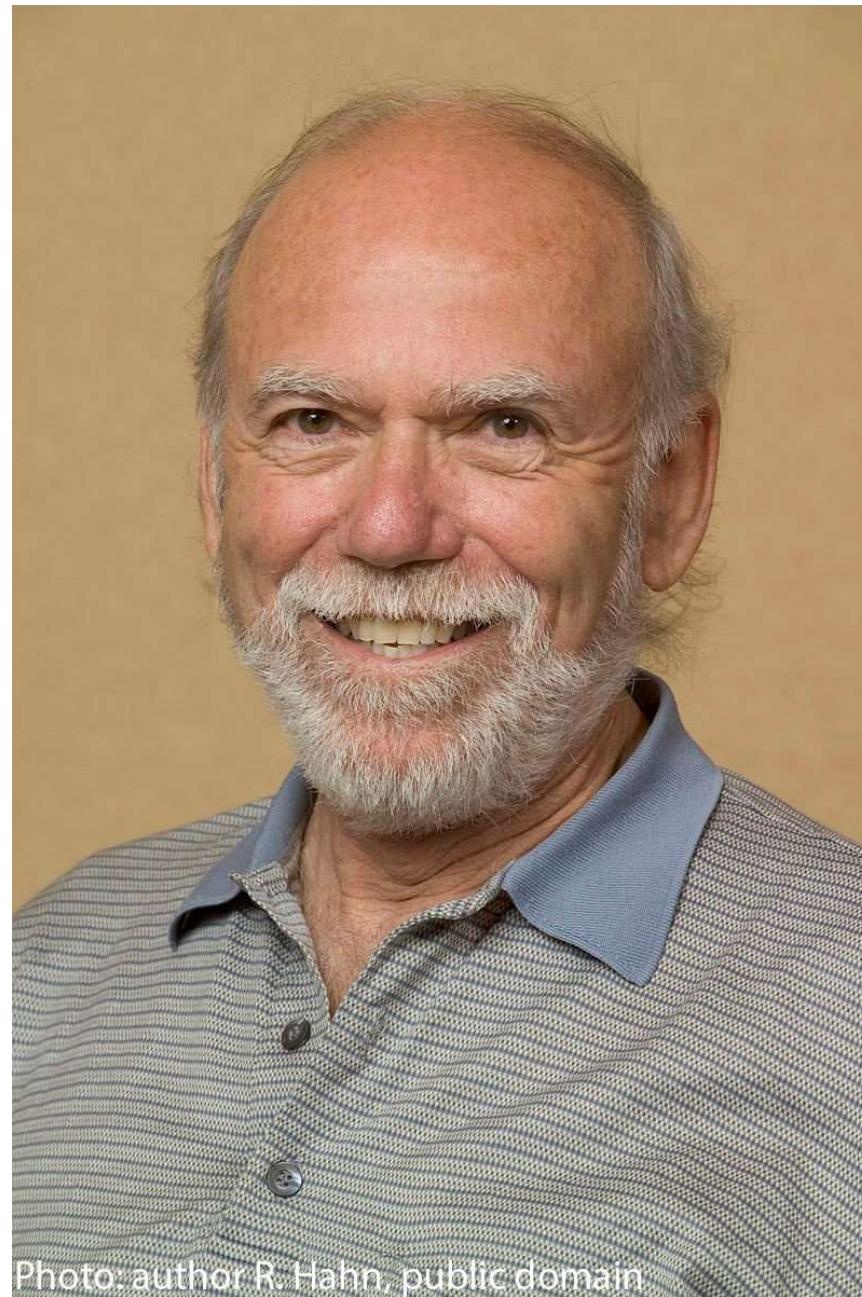
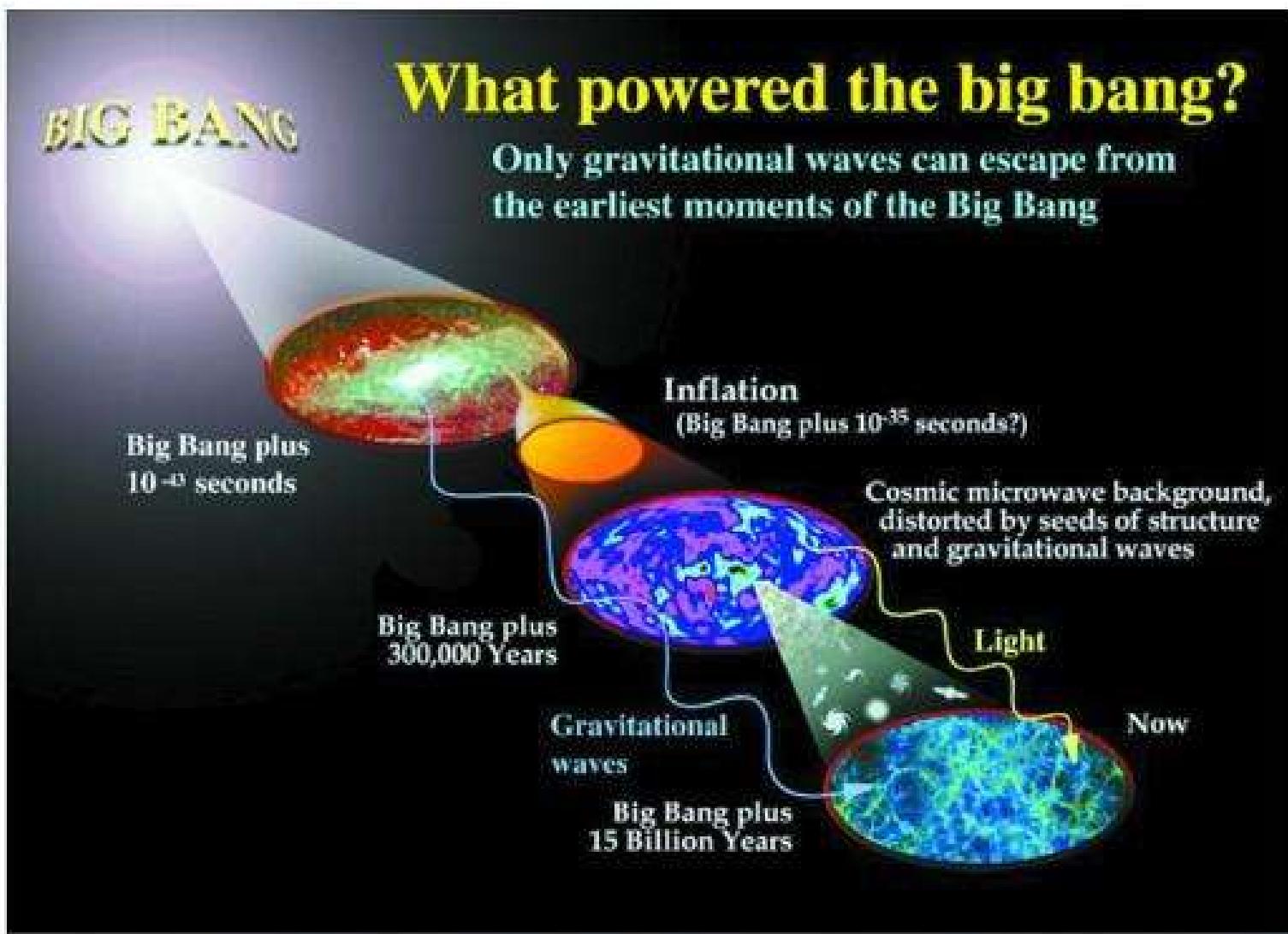
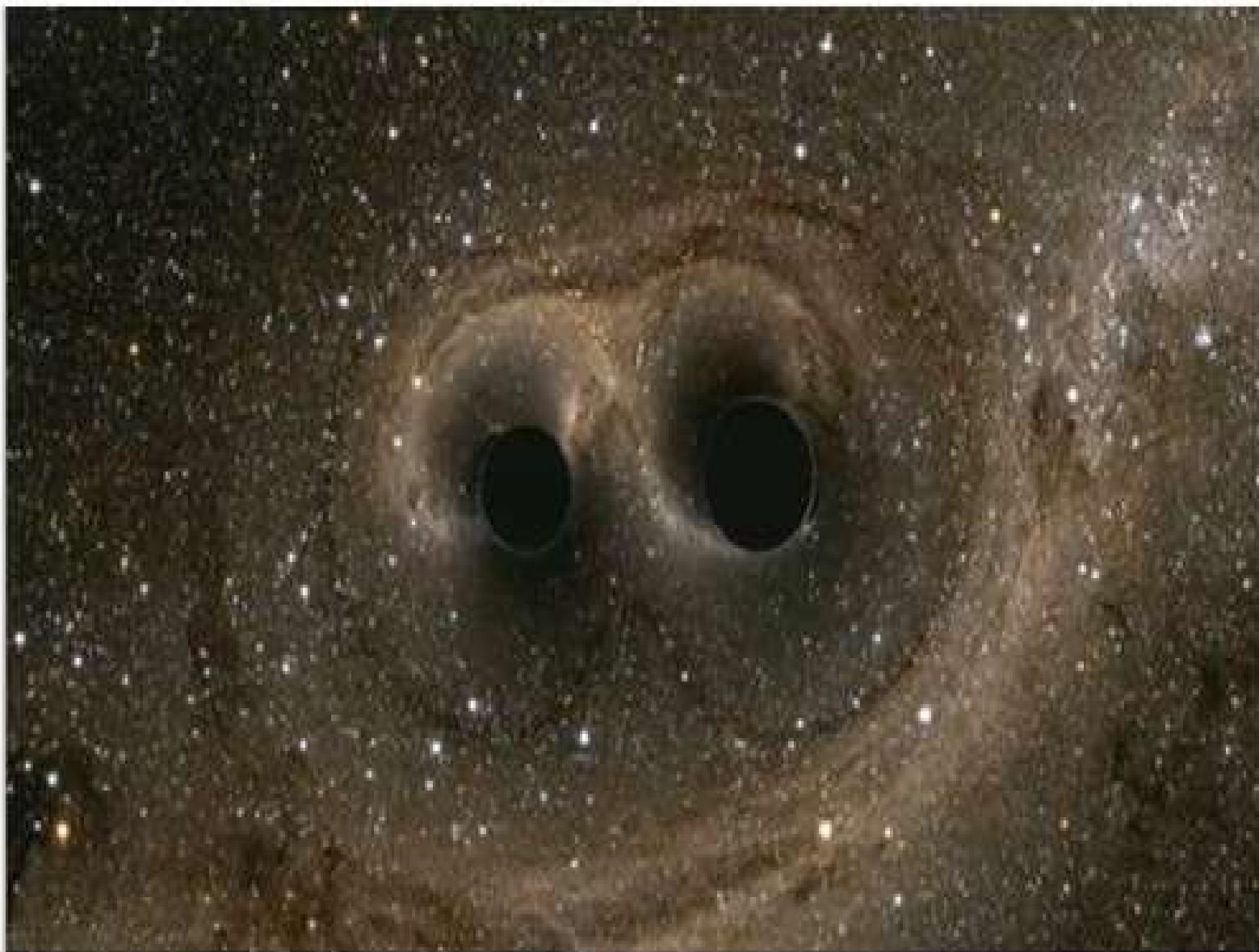
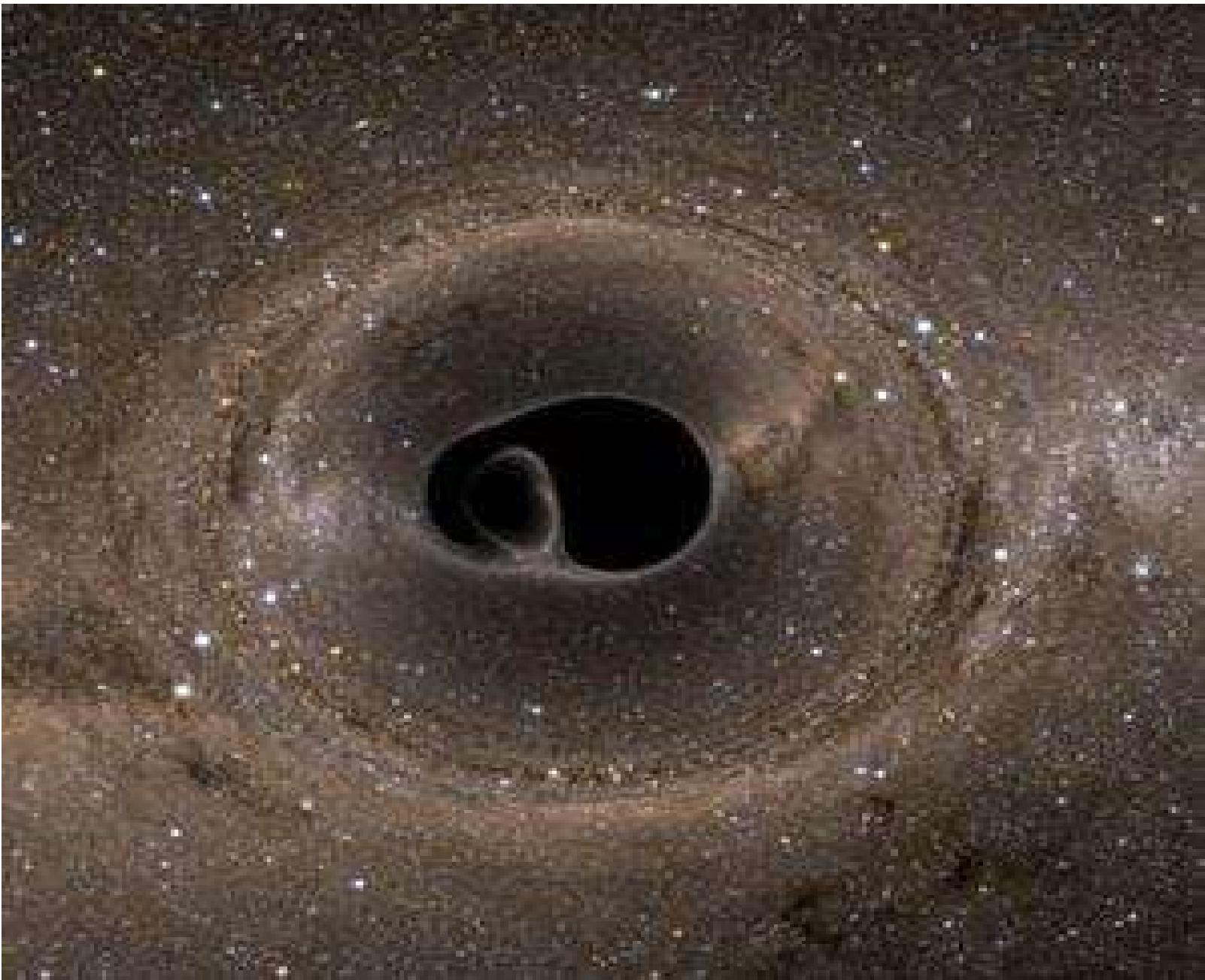


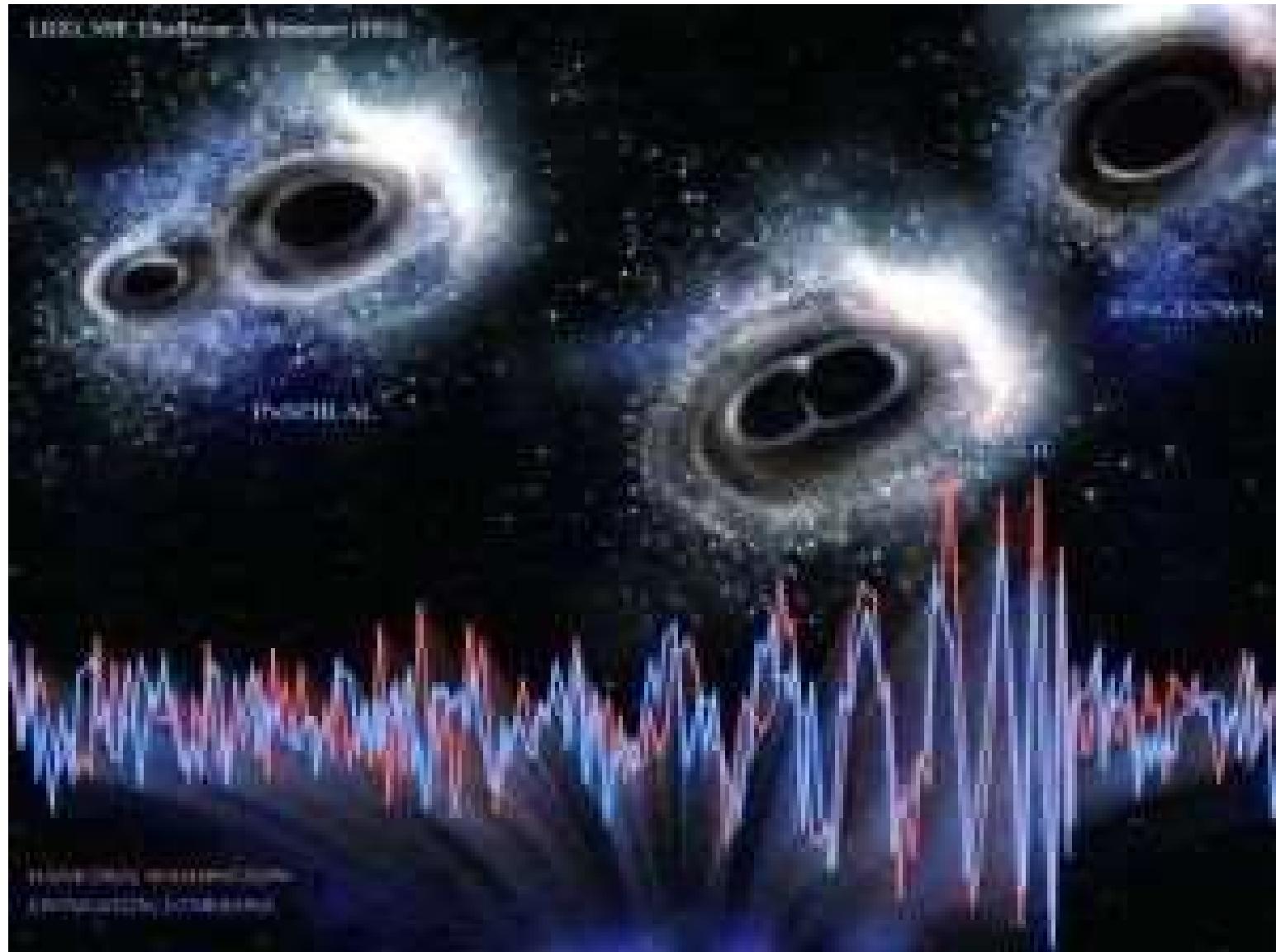
Photo: author R. Hahn, public domain



原初引力波是宇宙“大爆炸”时刻信息的唯一载体。

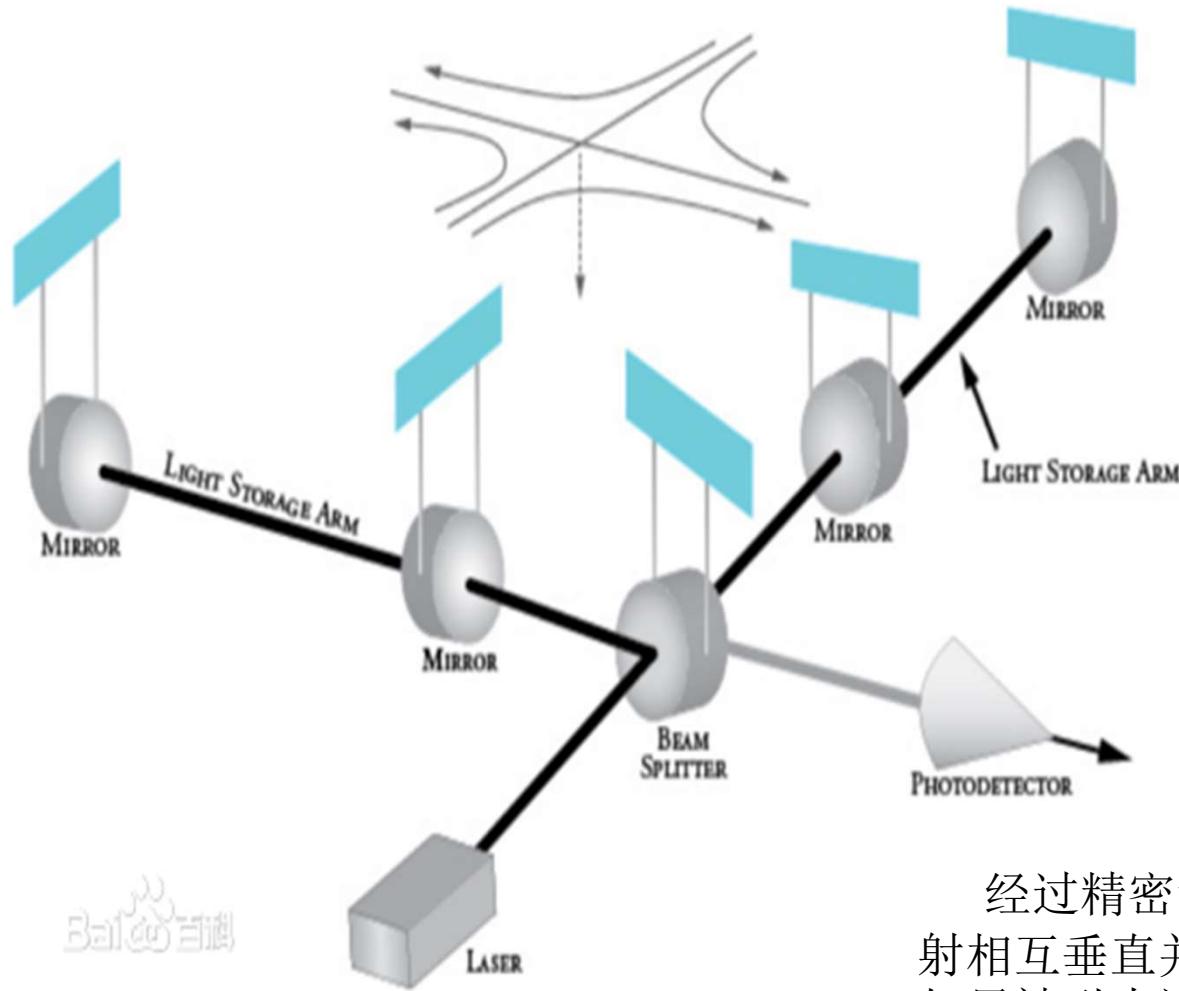






GW150914: A Binary Black Hole Coalescence Detected by LIGO





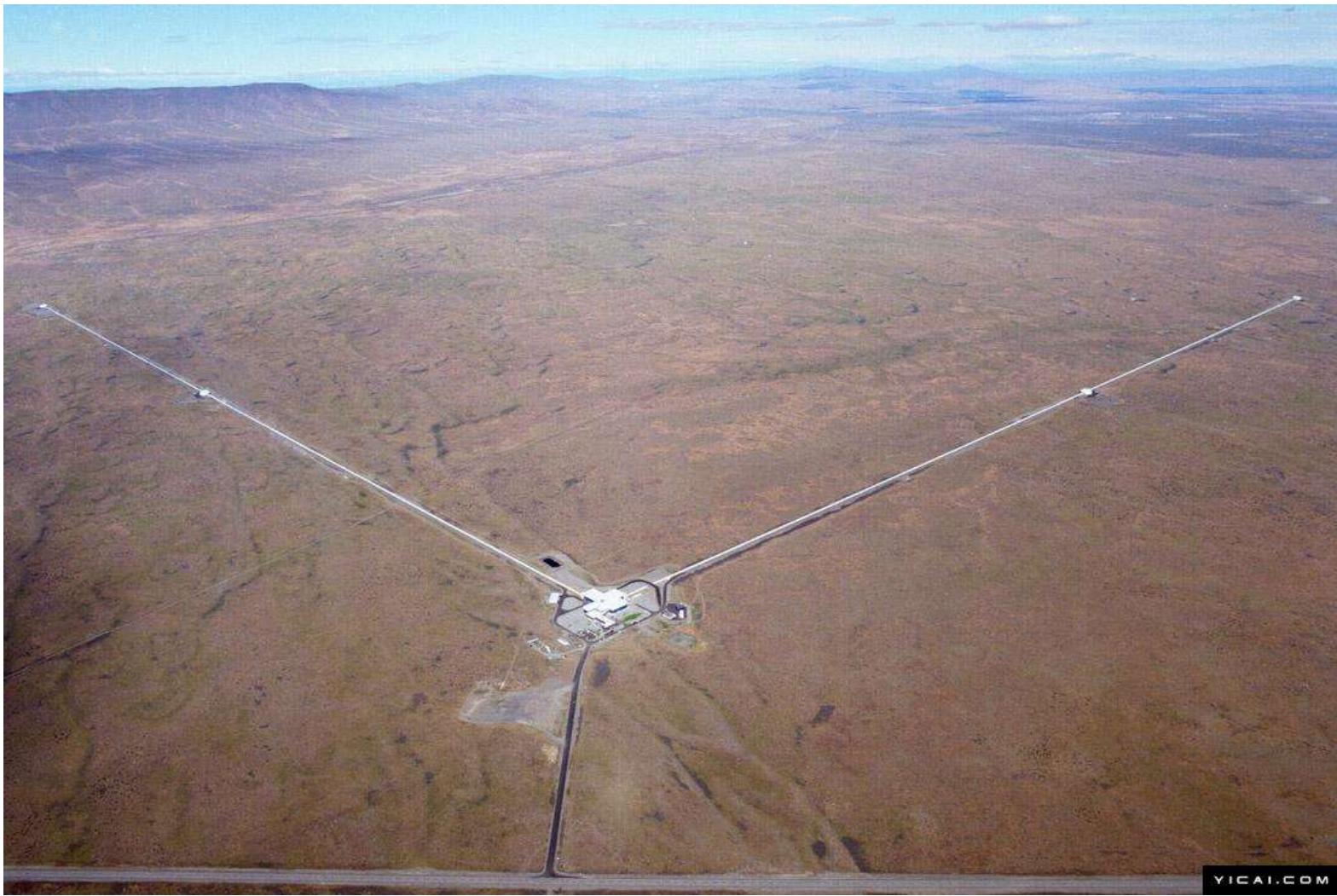
干涉仪工作原理
激光臂长4千米

经过精密设计的两束激光通过反射相互垂直并形成光波干涉抵消，如果被引力波影响，整个LIGO会产生轻微形变，但光速不变，从而使两束激光波峰波谷相互错位而产生电信号。



YICAI.COM

美国路易斯安那州的LIGO设施



YICAI.COM

美国华盛顿州的LIGO设施



LIGO Hanford 控制室



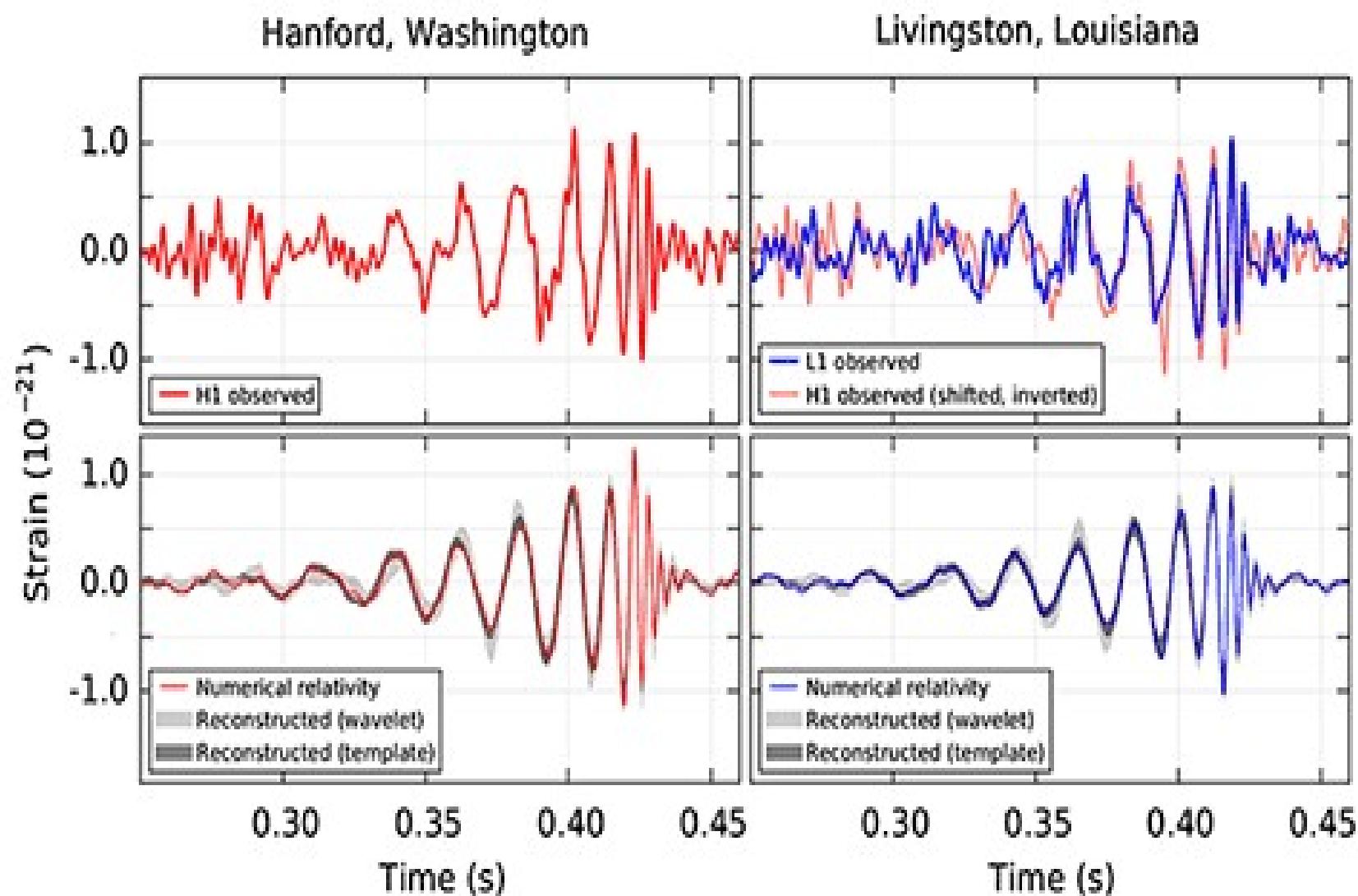
华盛顿州（左）和路易斯安那州（右）探测器

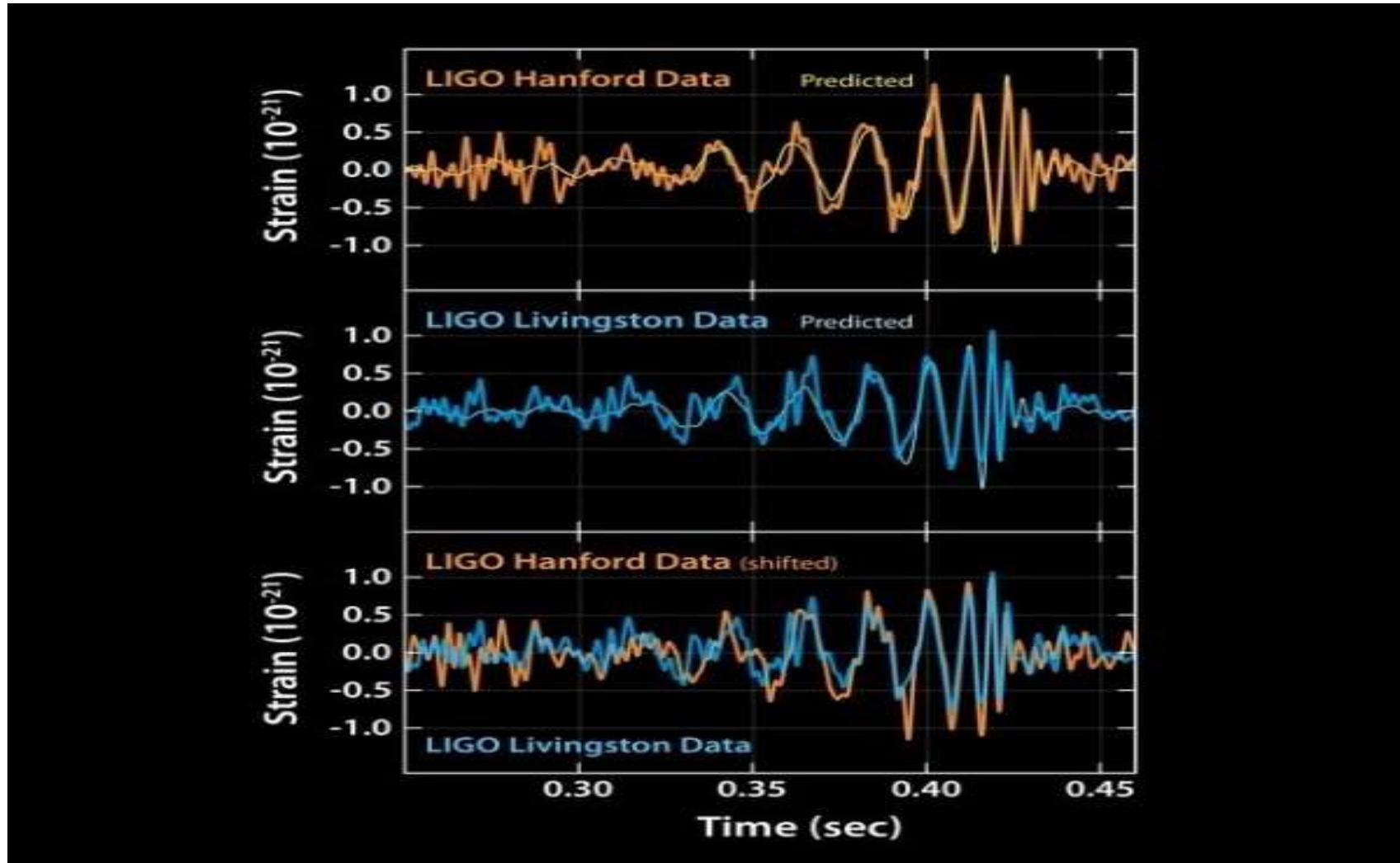


教育留学网
www.edufj.cn
恒星

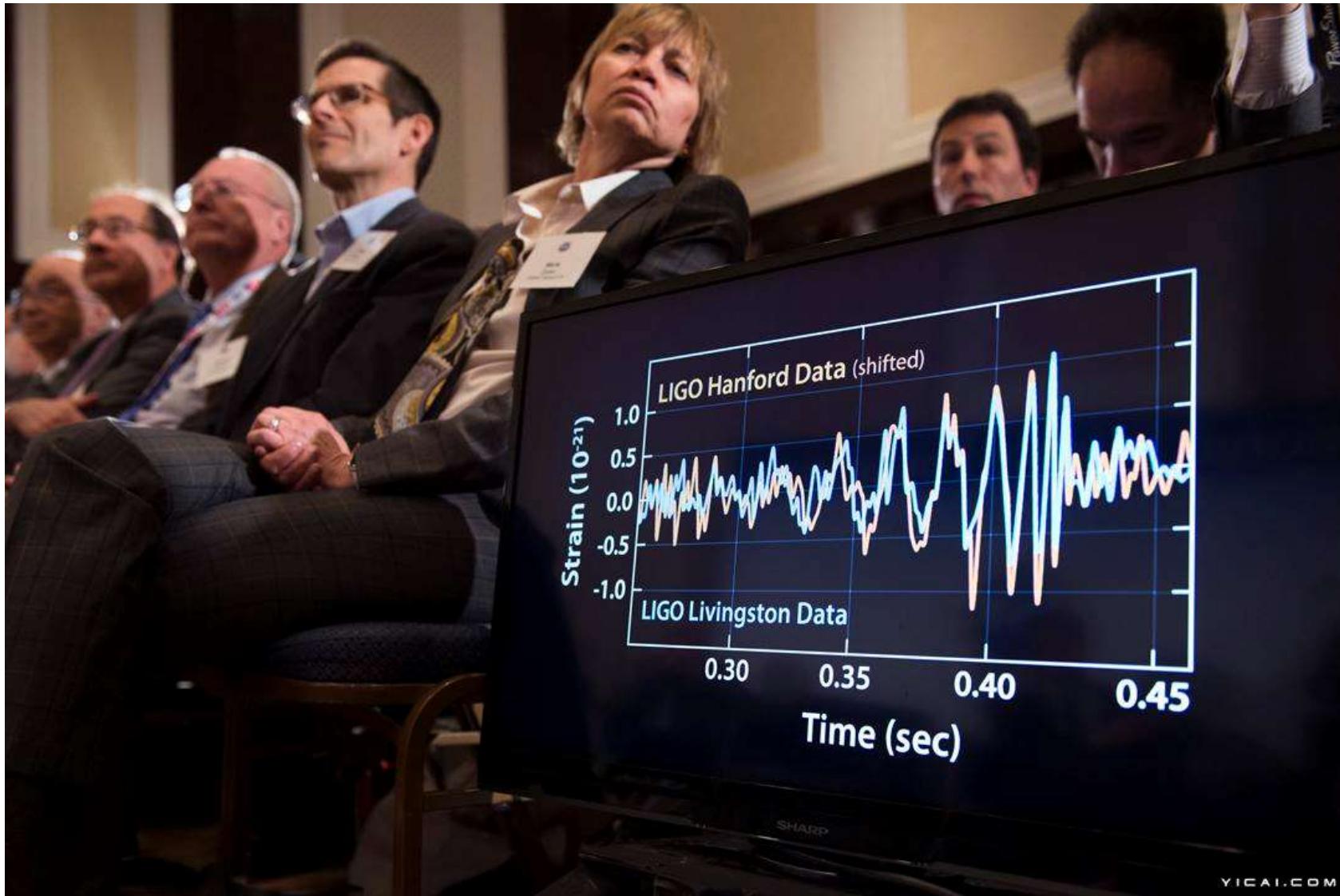
干涉仪控制室

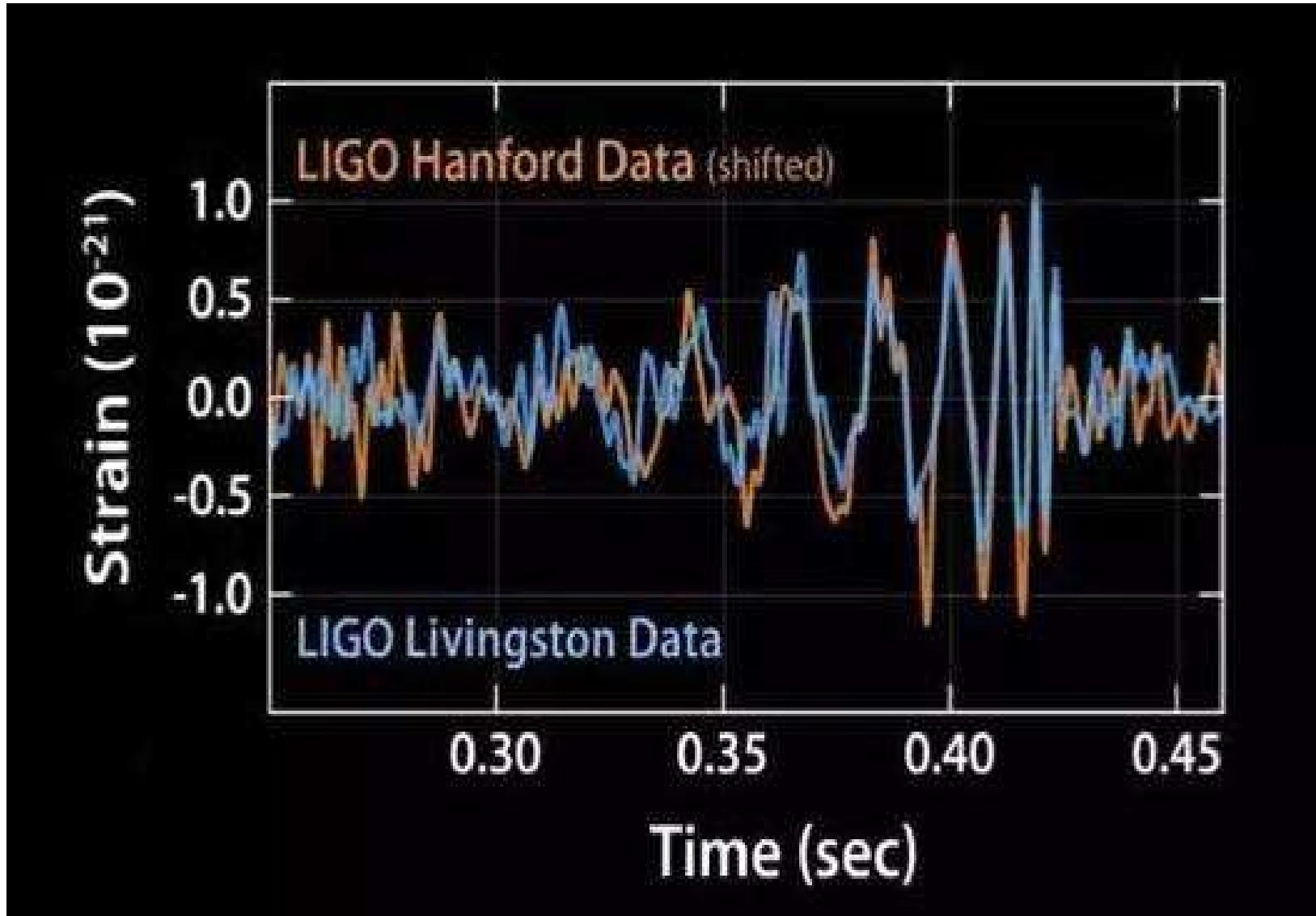




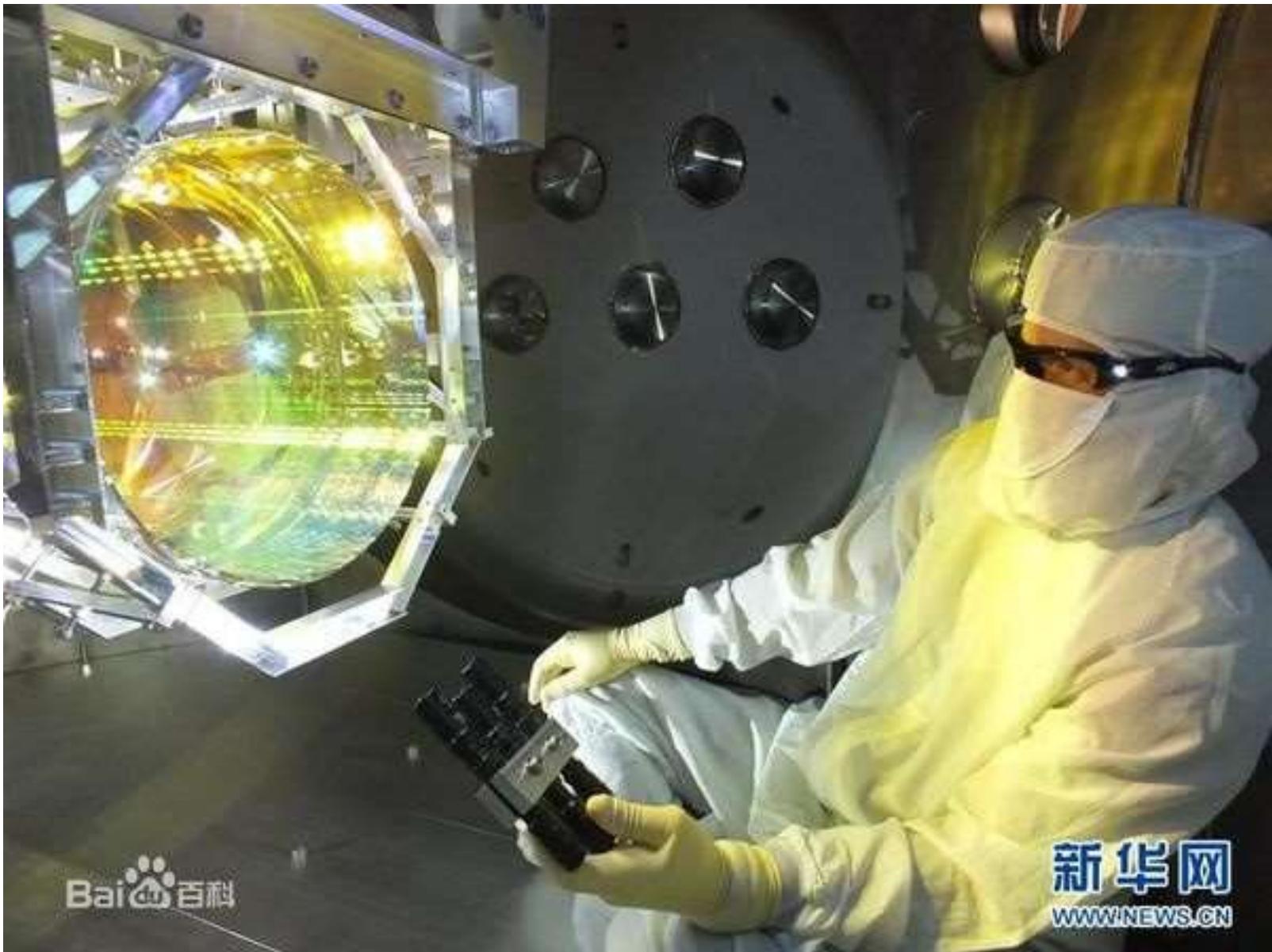


两个信号相差7毫秒





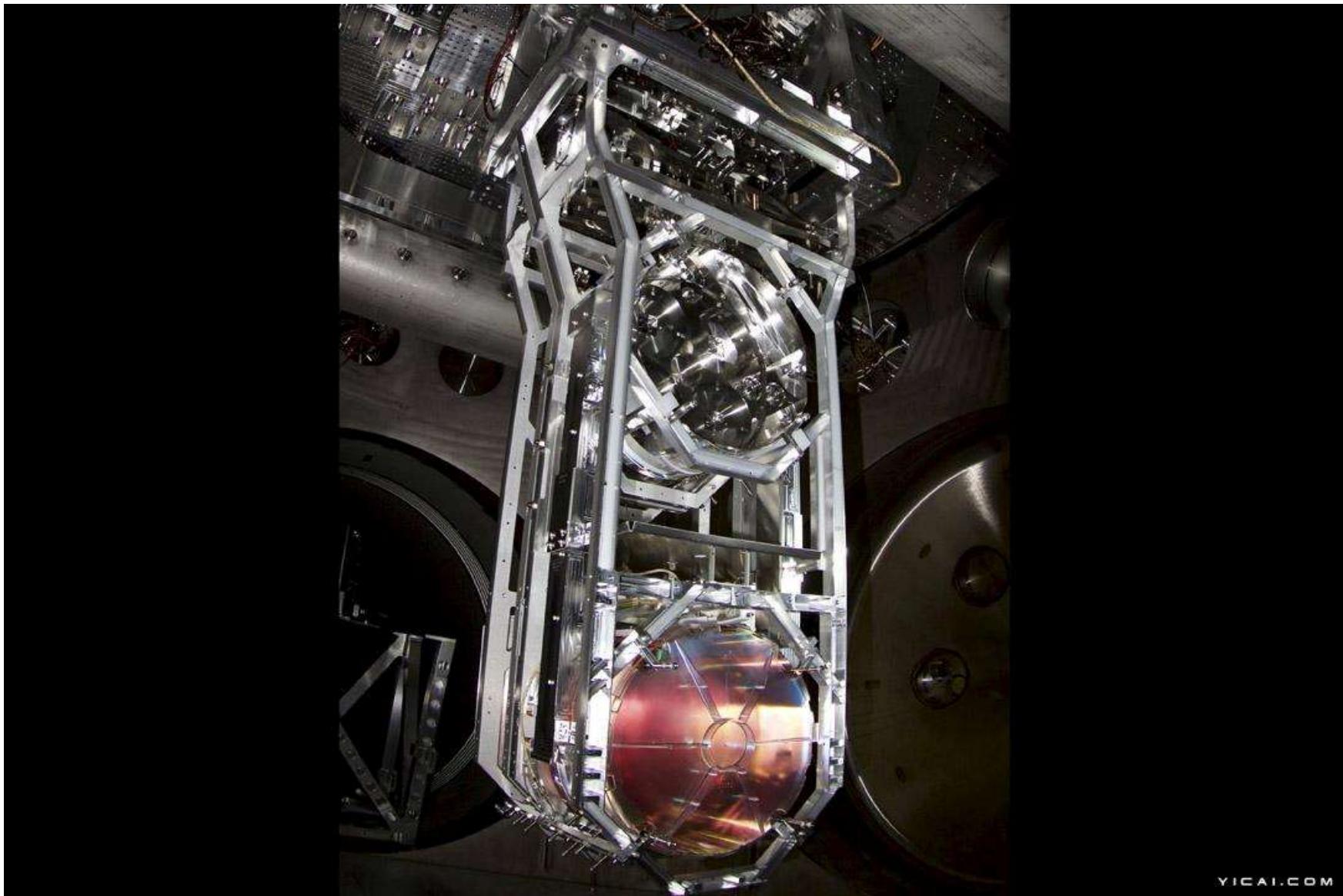
两个信号相差7毫秒延时



Baidu 百科

新华网
WWW.NEWS.CN

技术人员在关闭舱门抽制真空前检查光学部件

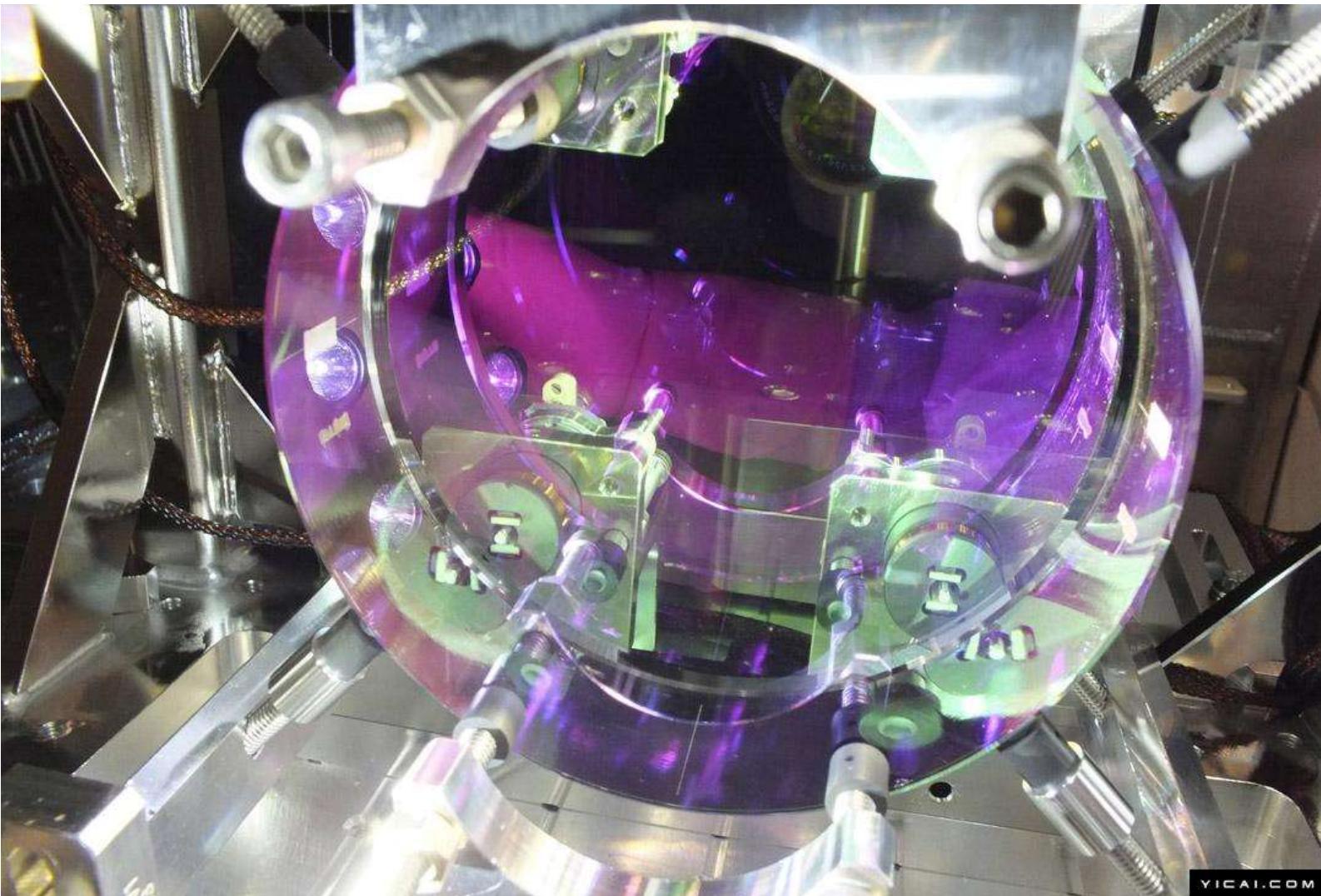


YICAI.COM

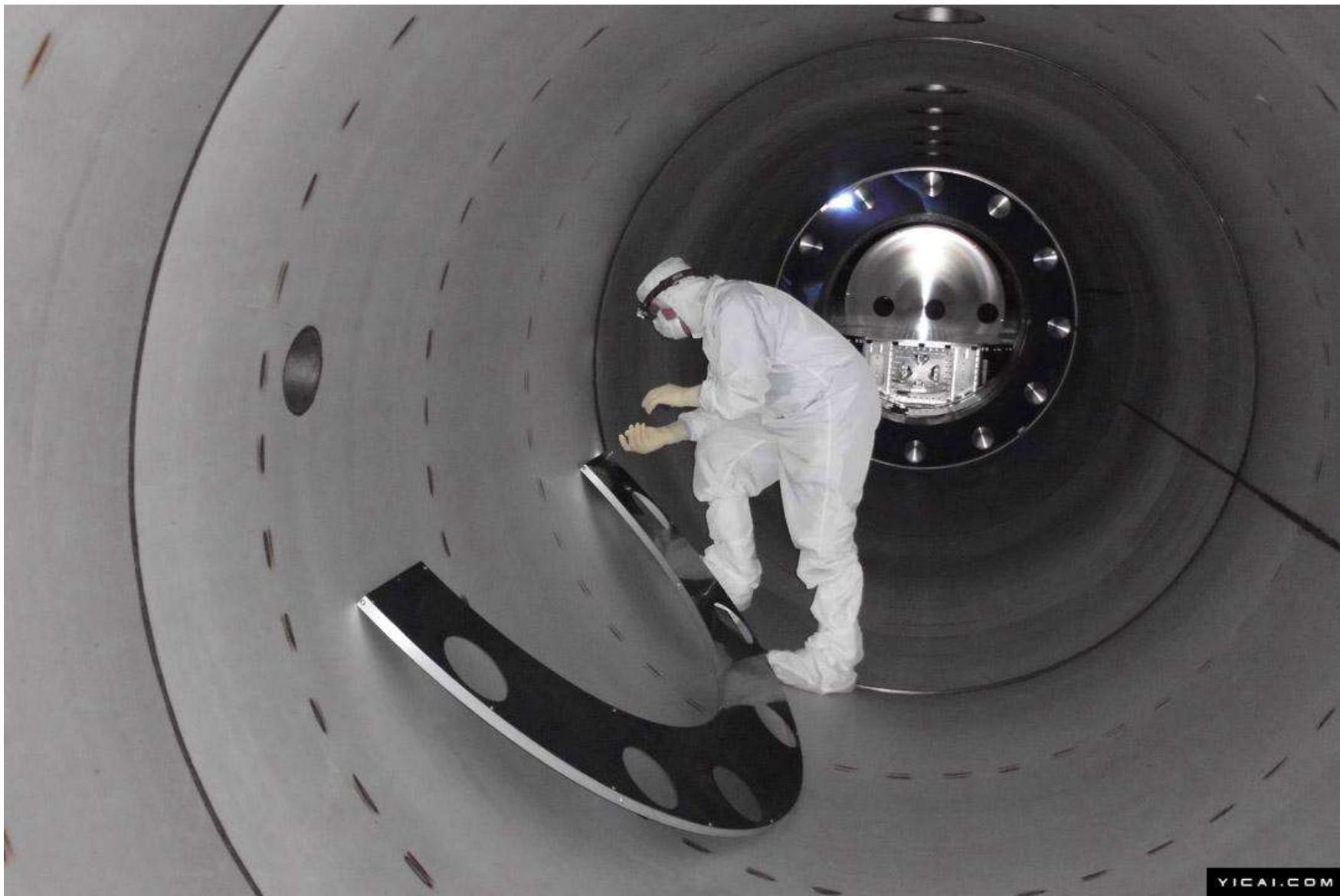


09/20/2012

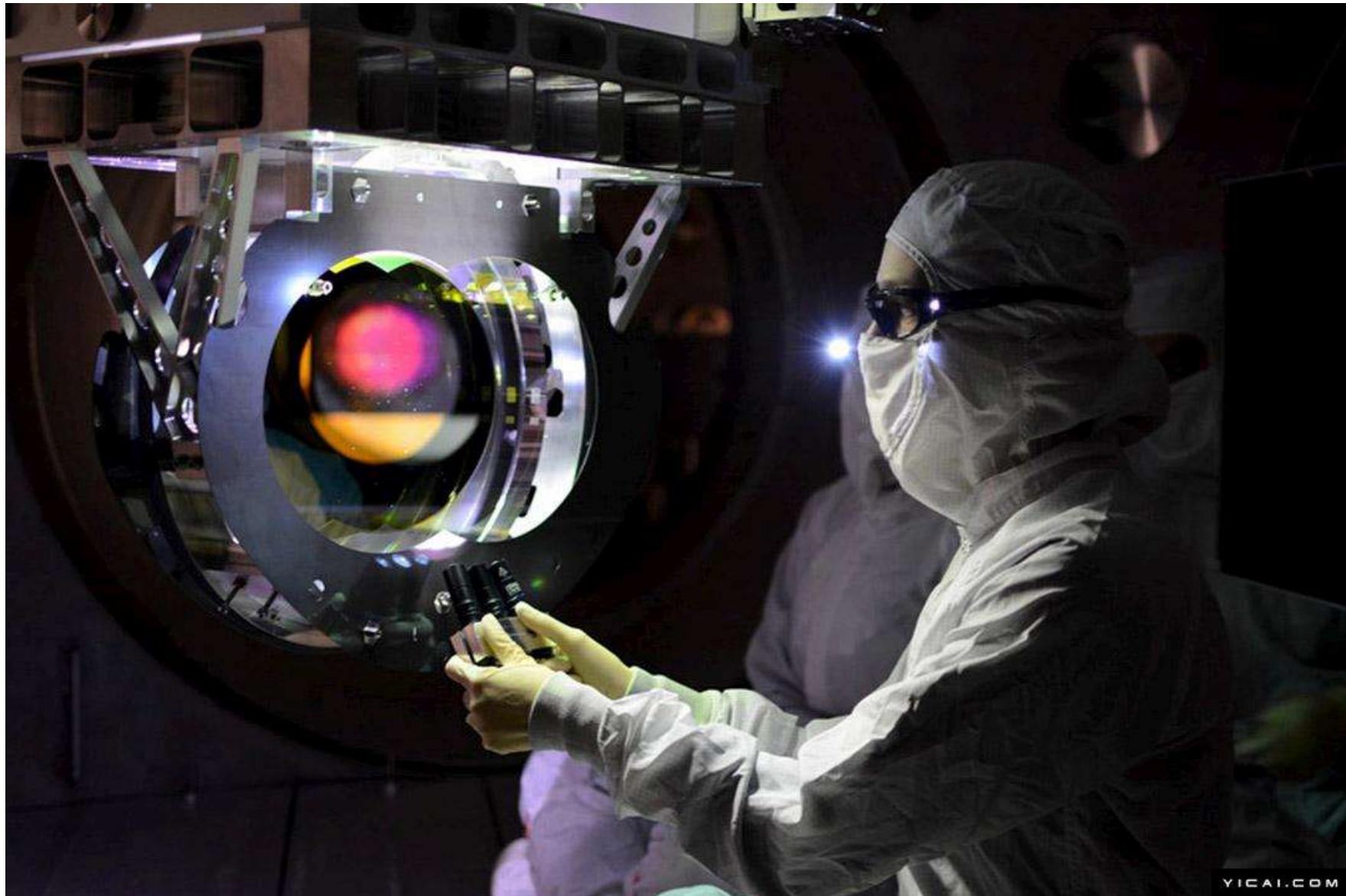
YICAI.COM



YICAI.COM



YICAI.COM



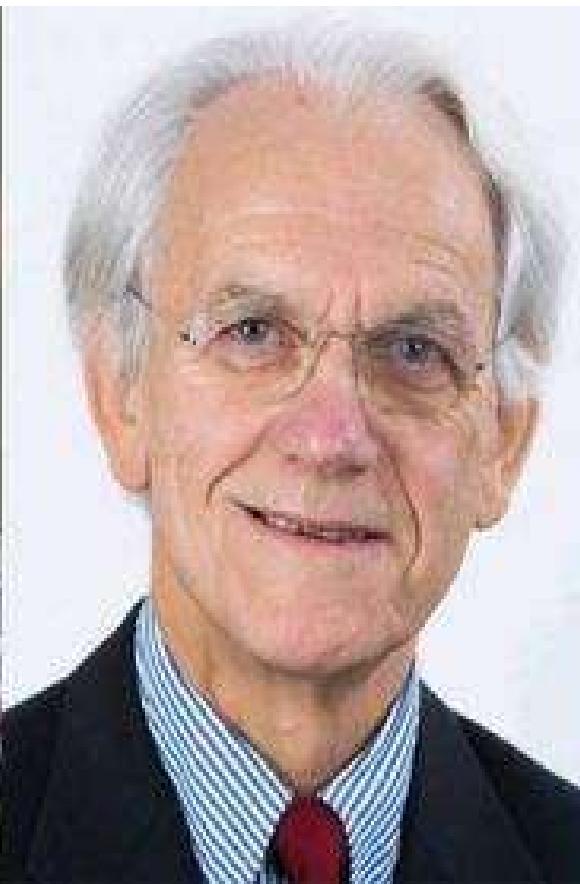
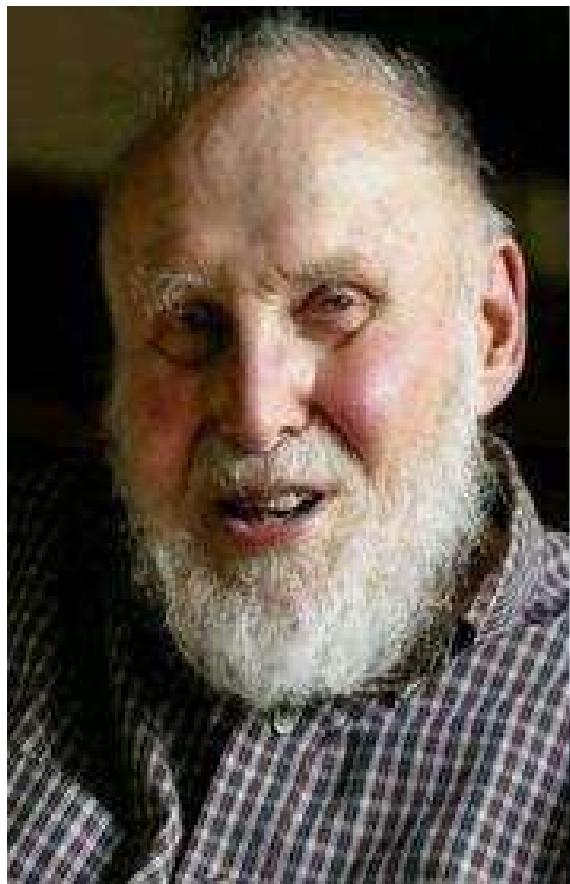
YICAI.COM

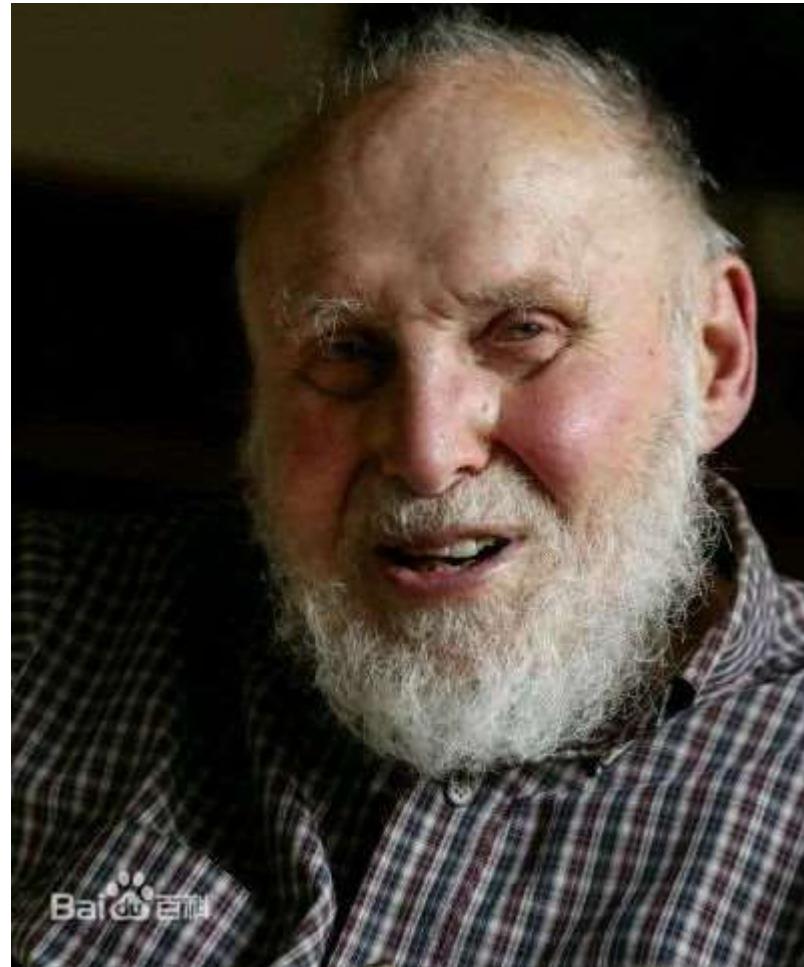


© REUTERS

二、2018年诺贝尔物理学奖

- 北京时间2018年10月2日下午5点45分，瑞典皇家科学院公布了2018年诺贝尔物理学奖获奖者名单。
- Arthur Ashkin（美国）,Gérard Mourou（法国）,Donna Strickland（加拿大）三位物理学家分享了这一奖项。三人的获奖理由是：“用于激光物理领域的突破性发明”。
- 一半授予Arthur Ashkin，因为他“发明光学镊子及其在生物系统中的应用”，另一半授予Gérard Mourou和Donna Strickland，因为他们“发明生成高强度、超短光脉冲的方法，即啁啾脉冲放大技术CPA”。





Baidu 百度

Arthur Ashkin (亚瑟·阿斯金)，出生于1922年9月2日，美国科学家。

这是阿斯金1952年到1991年任职于贝尔实验室（AT&T Bell Laboratories）的研究发现。

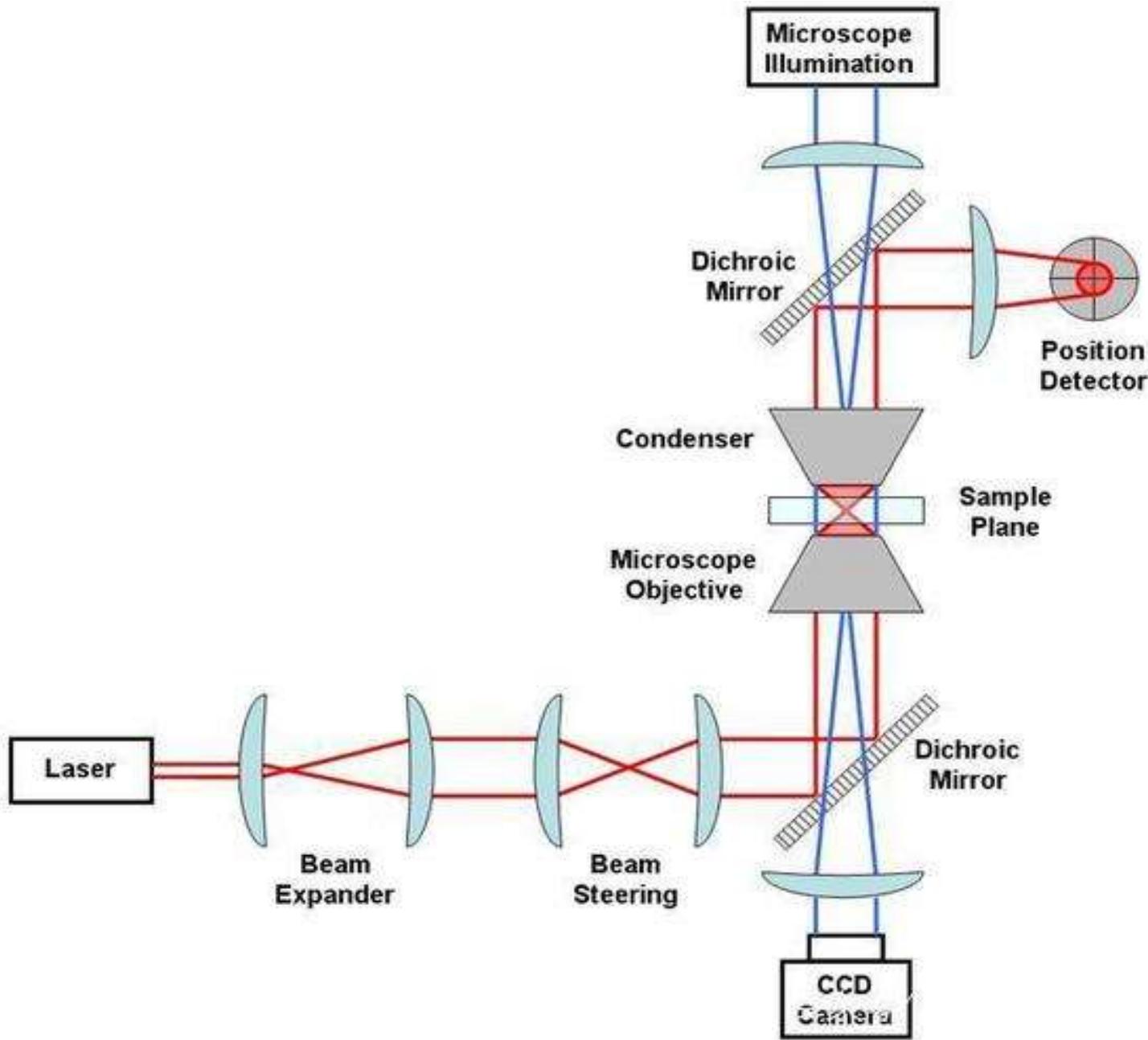
他在20世纪60年代后期开始了用激光操纵微粒的工作，1986年发明了光学镊子。开创了光学俘获技术，用于操纵原子，分子和生物细胞。**Ashkin**被认为是光学镊子的研究领域之父。

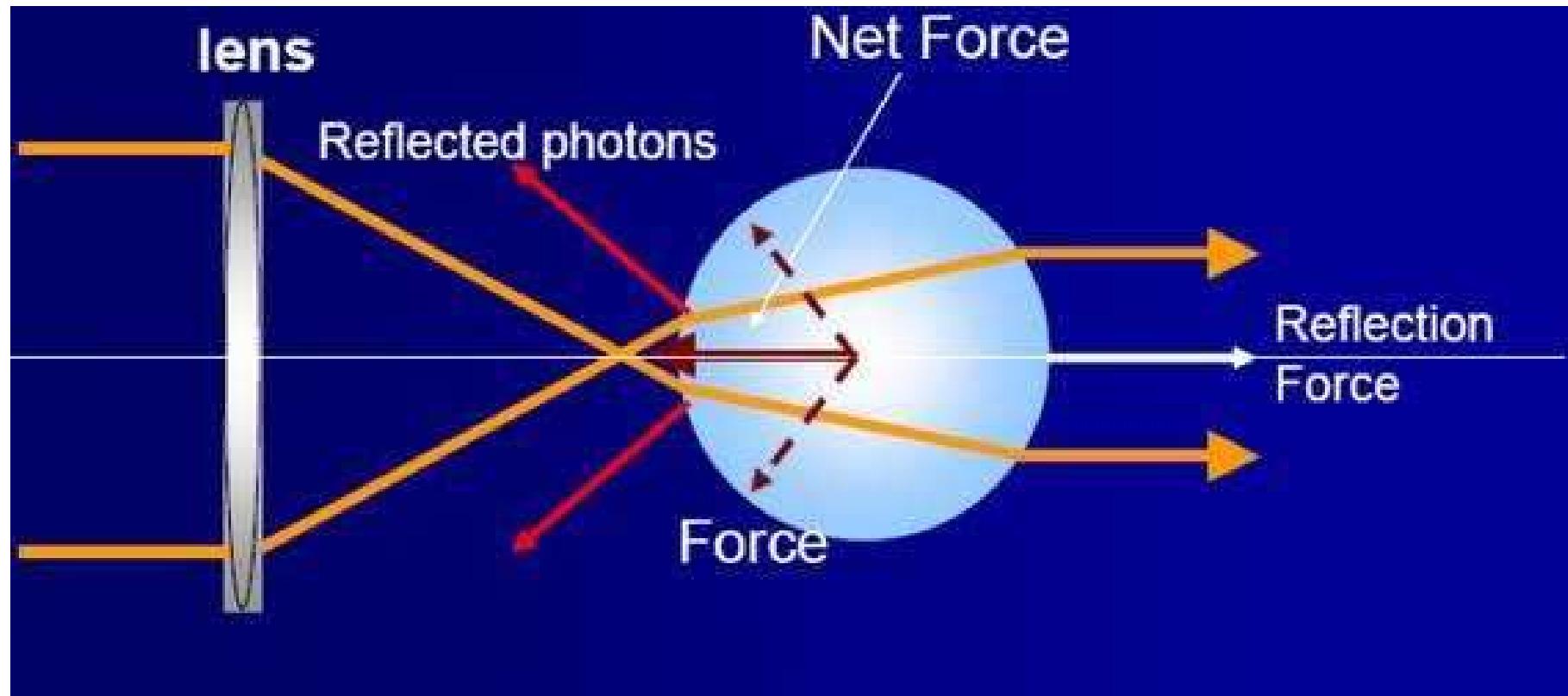
光学镊子在多个领域具有重要用途。1997年，朱棣文正是因为使用这项技术俘获原子而获得诺贝尔物理学奖。

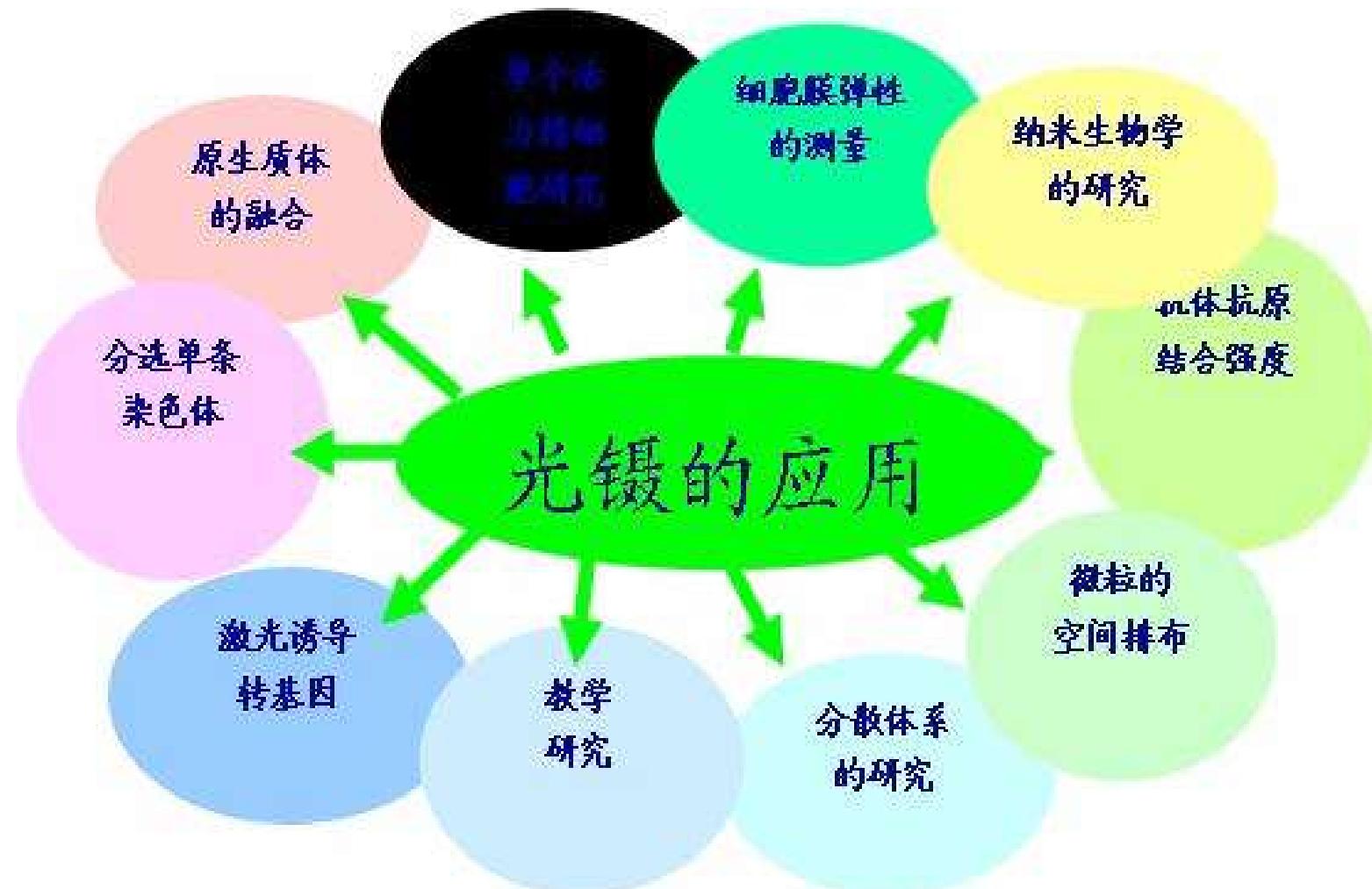
Arthur Ashkin

OPTICAL TRAPPING











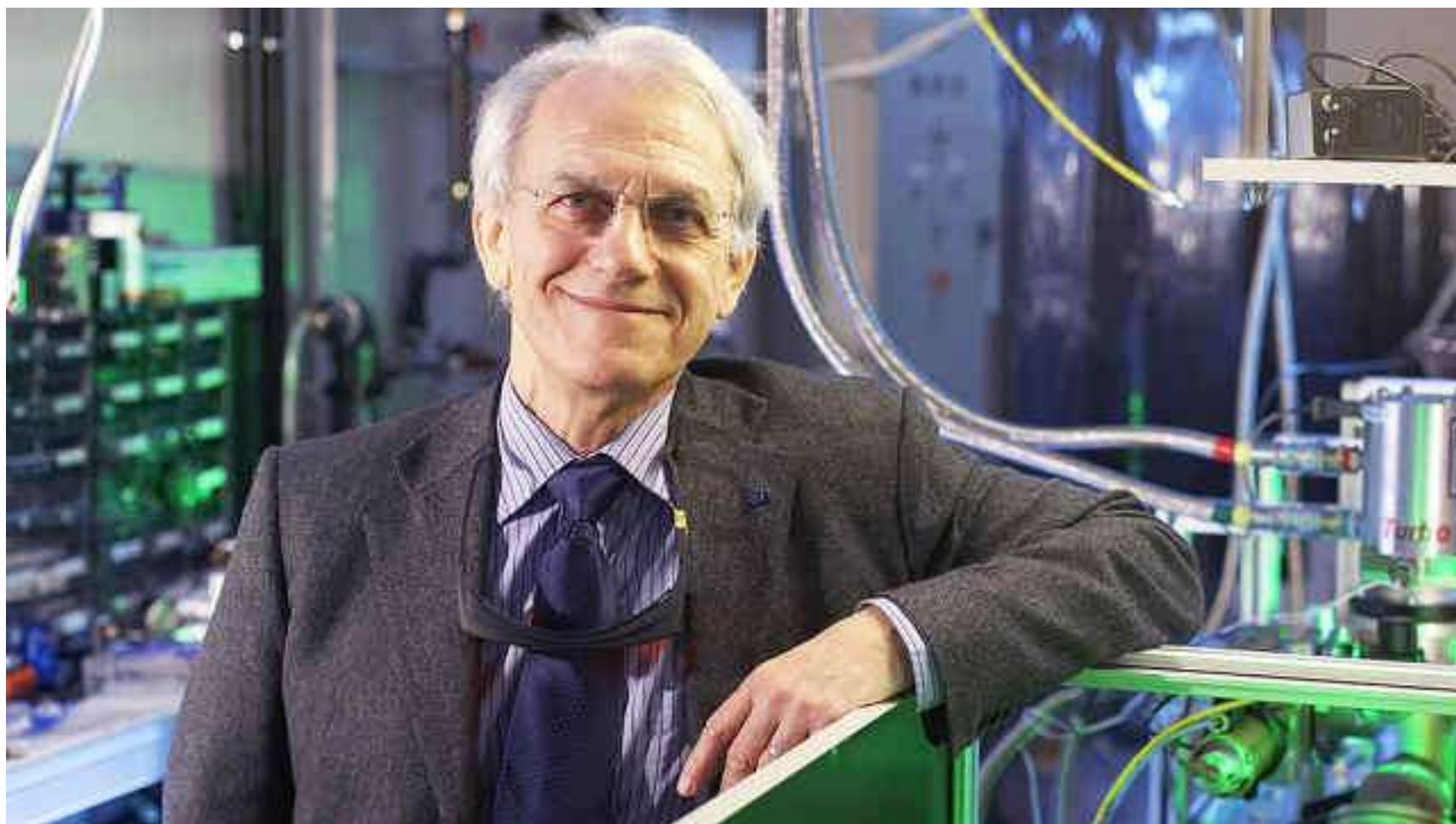
infzm.com



Gerard Mourou（杰哈·莫罗），75岁，法国科学家，电气工程和激光领域的先驱。目前任职于法国的巴黎综合理工学院（**Ecole Polytechnique of France**）和美国密西根大学（**University of Michigan**）。他是1990年[密歇根大学](#)超快光学科学中心（CUOS）的创始主任。

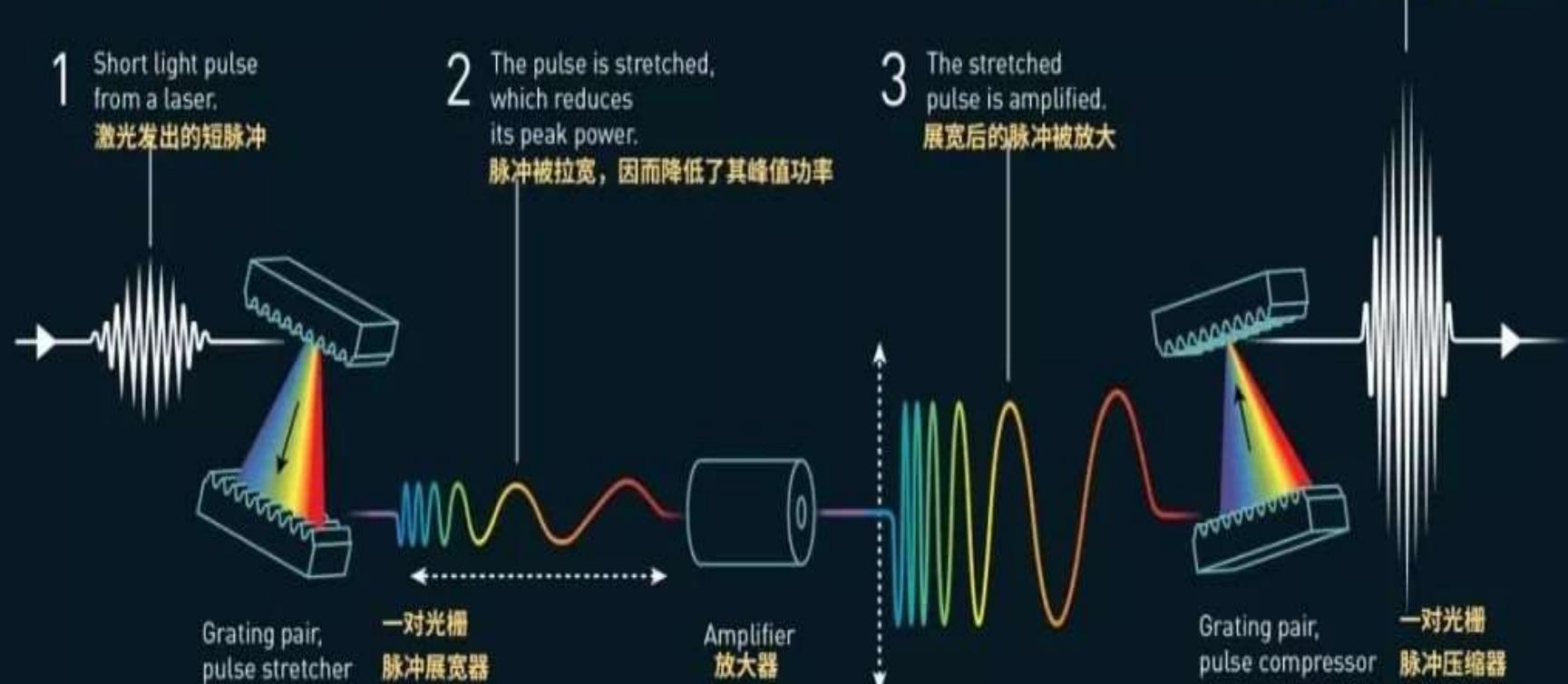
Donna Strickland（唐娜·史垂克兰），60岁，是杰哈·莫罗的学生。目前任职于加拿大滑铁卢大学（**University of Waterloo**）。她1985年在[美国罗彻斯特大学](#)攻读博士学位期间，与导师杰哈·莫罗发明了啁啾脉冲放大技术（CPA），该技术已经普遍被应用于[超强超短脉冲激光系统](#)中。

Donna Strickland为历来获诺贝尔物理学奖的第3位女性，也是继德裔美籍物理学家格佩特-梅耶（**Maria Goeppert-Mayer**）1963年获奖后再次获此殊荣的女性。居里夫人（**Marie Curie**）1903年获奖，是诺贝尔物理奖首位女性得主。

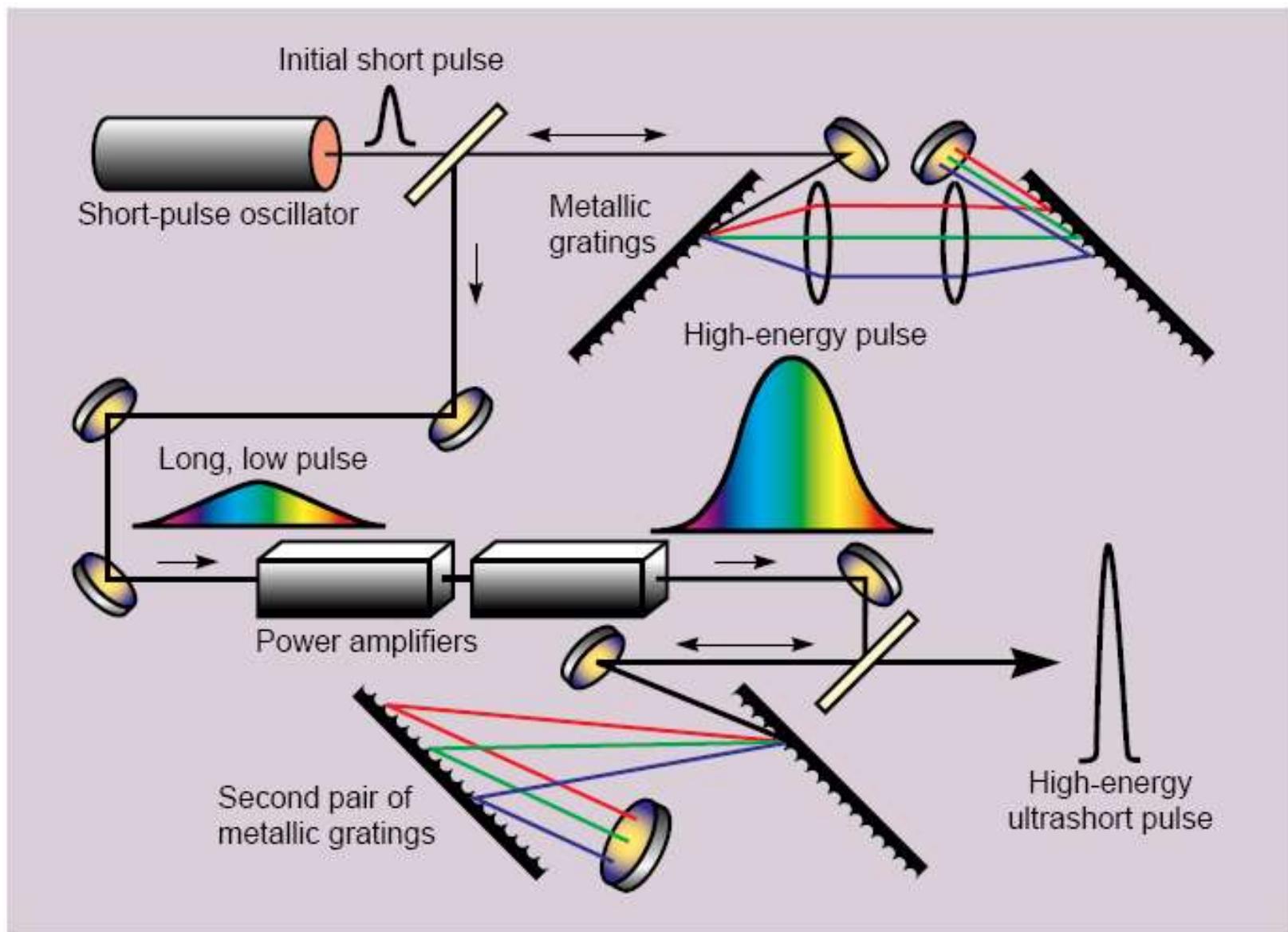


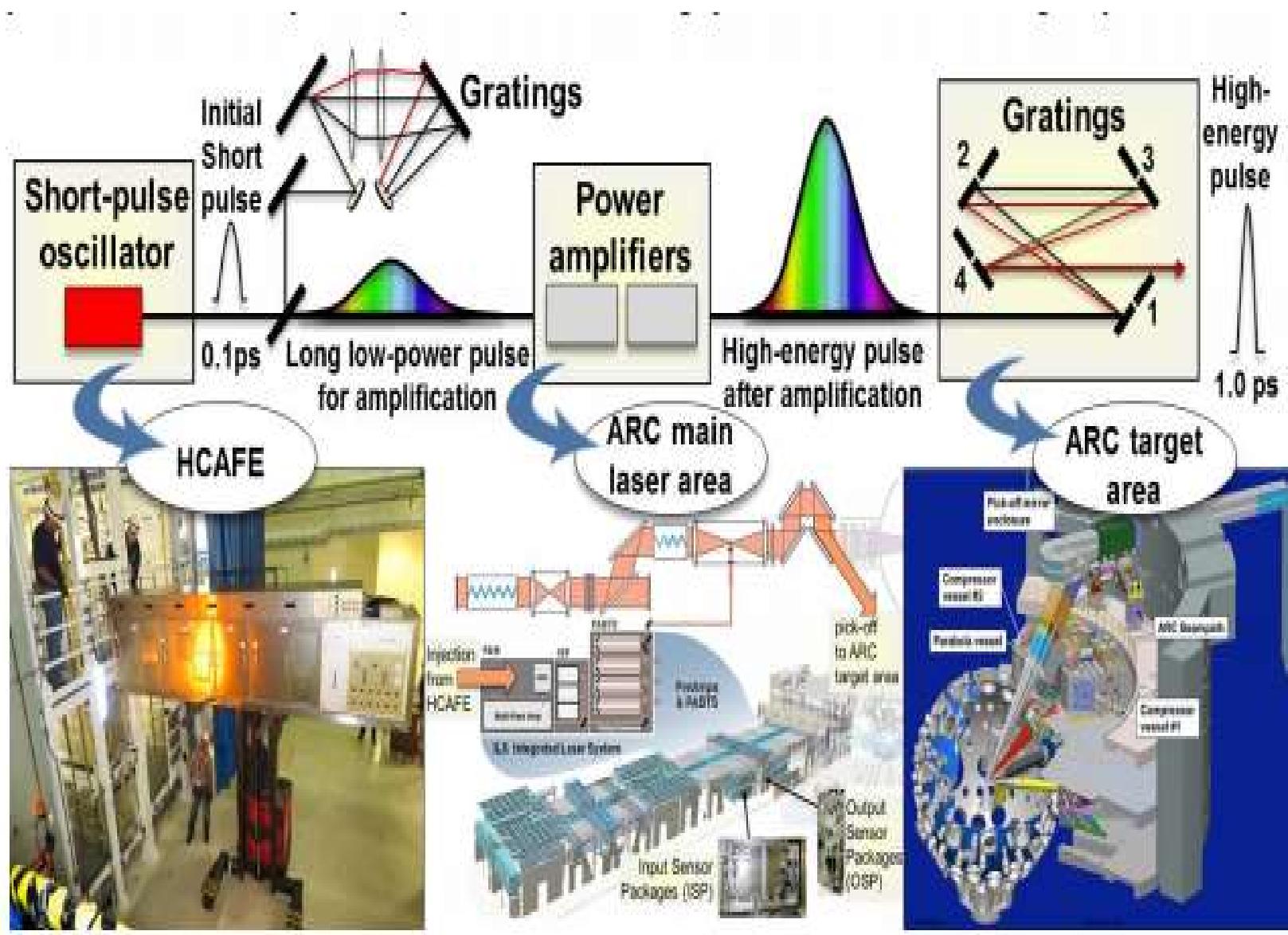
CPA - chirped pulse amplification

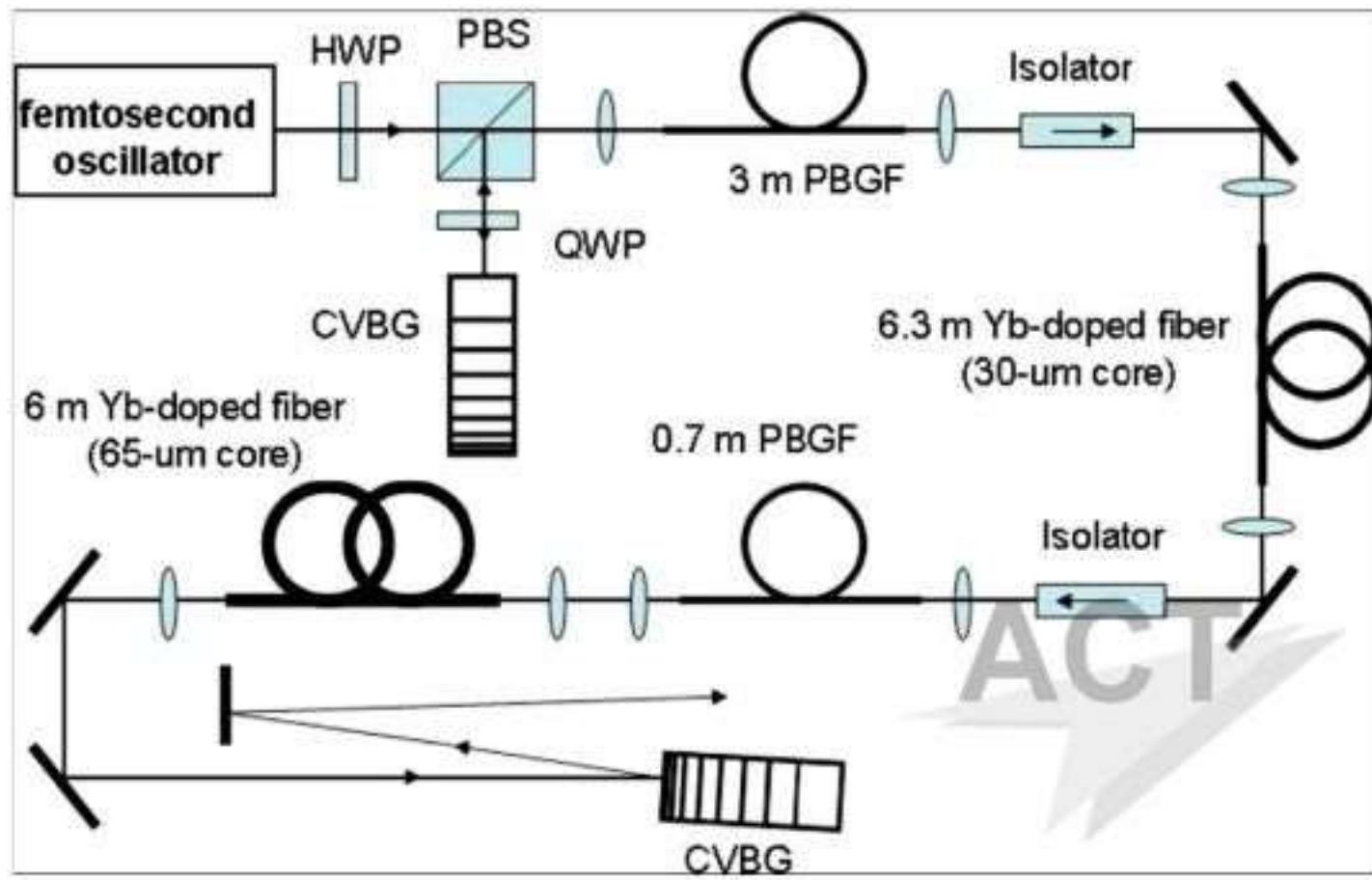
CPA——啁啾脉冲放大



©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences



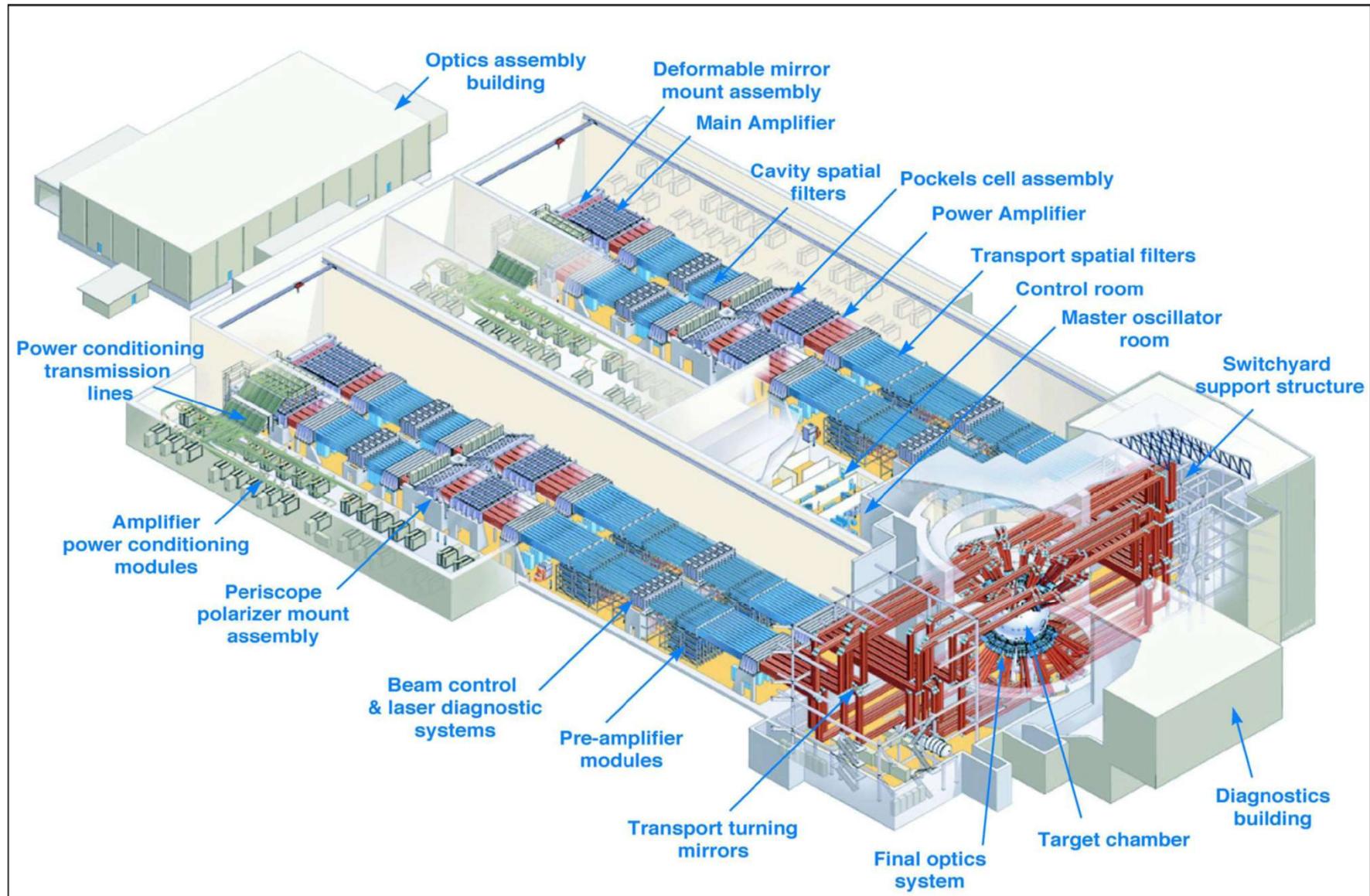




激光的应用 几乎渗透到所有的领域

目前世界上最大的激光器是用于惯性约束聚变反应（**ICF**）的美国国家点火装置（**NIF**）

美国国家点火装置 (NIF)



坐落在LLNL的NIF装置外景



坐落在LLNL的NIF装置外景

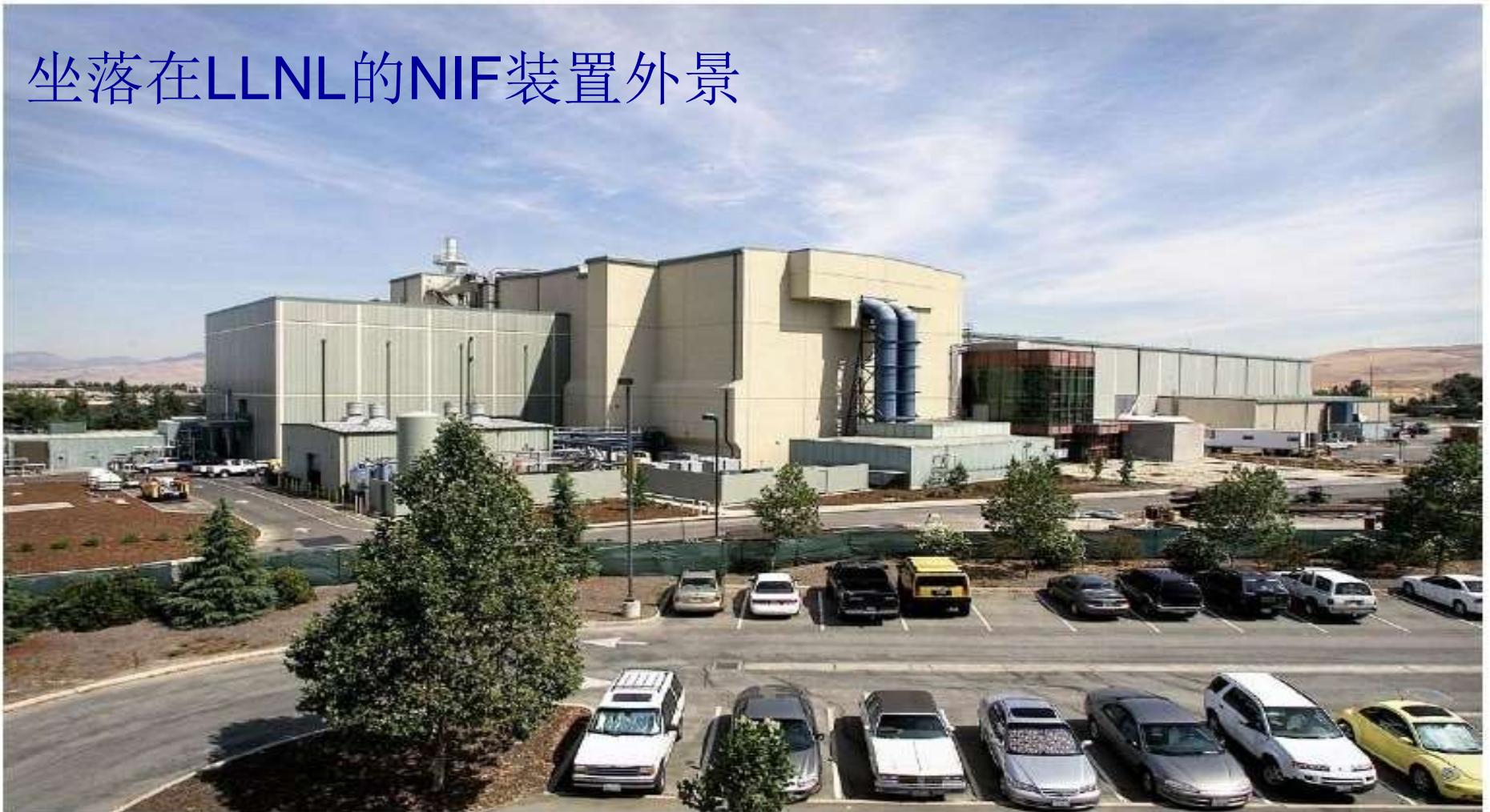


Fig. 1. The National Ignition Facility at Lawrence Livermore National Laboratory.

激光是什么？

激光就是一种光源，与原子能、半导体和计算机一起被称为**20**世纪的四大发明。。

光：是一种物质存在，具有波动(光波)和粒子(光子)二象特性。
光 可作为信息载体和能量载体应用于各个方面。

单光子能量： $\epsilon = h v$ ；

光源发出光束的（单色）亮度 $B = E / (\Delta T \Delta S \Delta \Omega \Delta v)$ ；

- 光源发出光束的光子简并度 $\bar{\delta}$:
- 总光子数/光子运动状态数 (或光波模式数)

$$\bar{\delta} = n / g$$
- 光子简并度和亮度的关系:
- $$\bar{\delta} = B \lambda^2 / (2h\nu)$$
- 光束功率: $P = E / \Delta T;$
- 光束强度(光强):
- $$I = E / (\Delta T \Delta S) = P / \Delta S = B \Delta \Omega \Delta v$$

- 激光的产生过程是光与物质相互作用的过程。

激光(定义)是一种特殊的光，是由粒子（原子、分子、离子等）系统（工作物质）的受激辐射光放大过程所产生的高亮度相干光；是受激辐射过程超过受激吸收过程和自发辐射过程而占优势所产生的光放大；

- 激光光源的发光机制，不同于一般光源的发光机制，其根本区别在于：前者是受激辐射发光，后者是自发辐射发光；
- 激光是能量在时间、空间、方向、频率上高度集中的光。

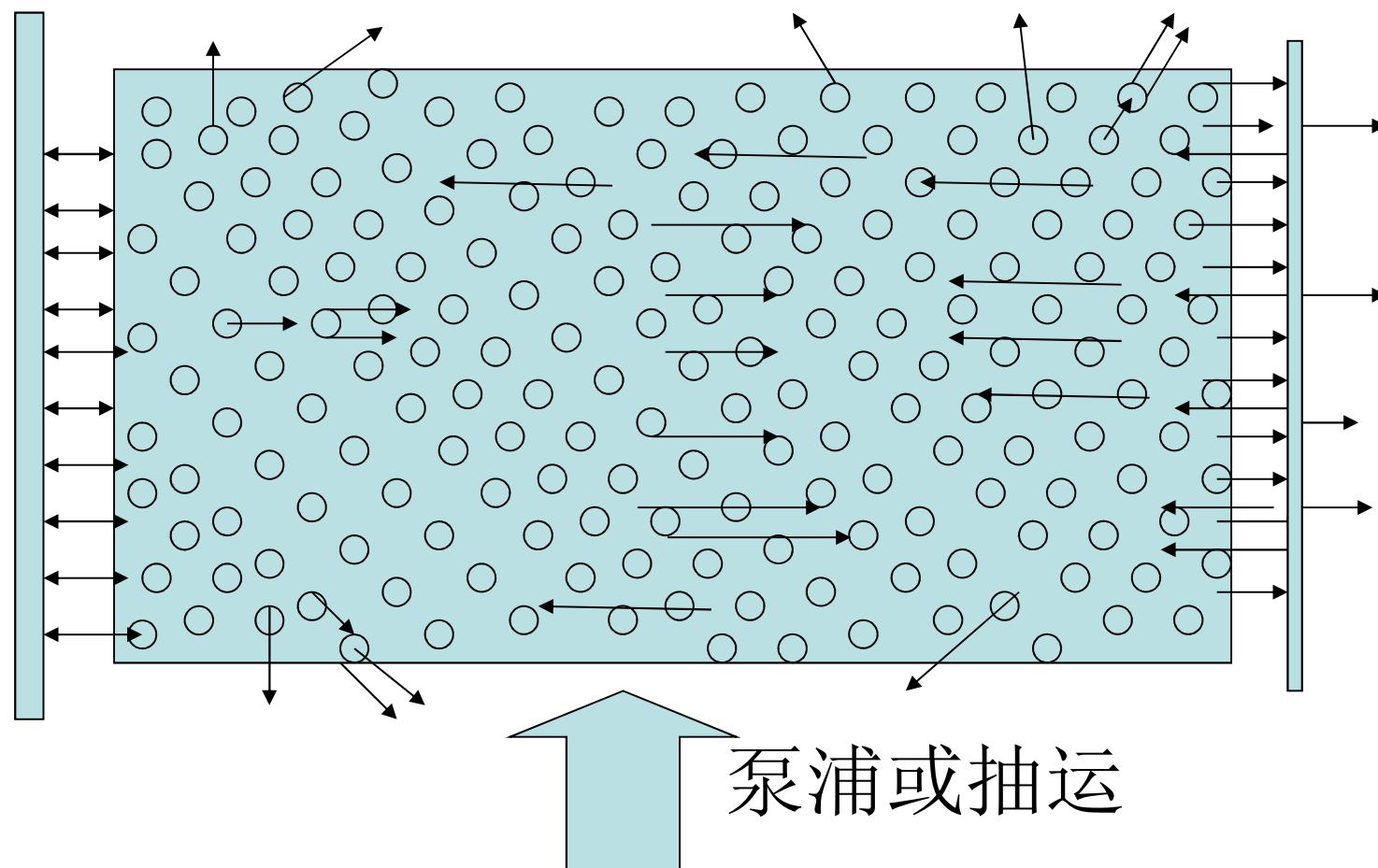
其亮度**B**或光子简并度 $\bar{\delta}$ 极高。

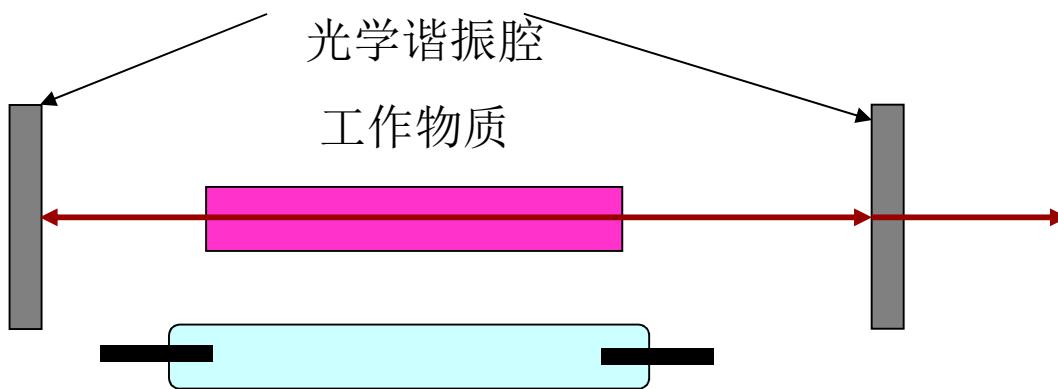
- 具体体现在有好的方向性、好的单色性、高阶相干性等特性。

- 受激辐射过程产生的光超过受激吸收过程吸收的光，要求：实现激光上下能级粒子数反转。即要有合适能级结构的粒子系统（工作物质）和提供输入能量的浦泵抽运源；
- 受激辐射过程产生的光超过自发辐射过程发出的光，要求：光子简并度大于1。即提高光子数，减少模式数。需要光学谐振腔。
- 激光器：工作物质，谐振腔，浦泵抽运源；
- 激光产生条件：**1、实现粒子数反转； 2、满足阈值条件，即增益大于损耗。**

- 激光器的受激辐射放大过程产生激光示意图

- 全反射镜(强度透过率 $T_1=0$)
- 工作物质
- 部分反射镜(强度透过率 $T_2=T$)
- M_1
- M_2





泵浦抽运系统

激光的发展历史可以追溯到20世纪早期。

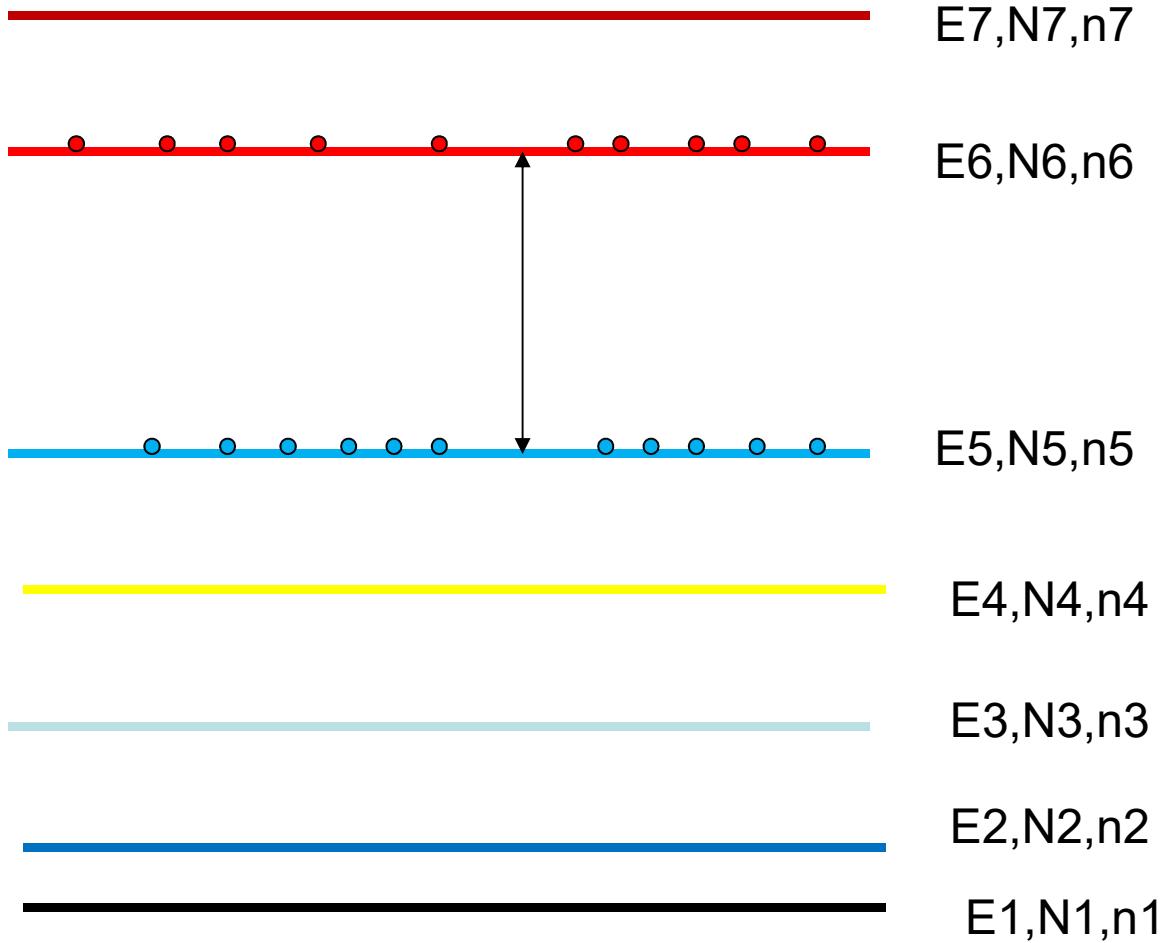
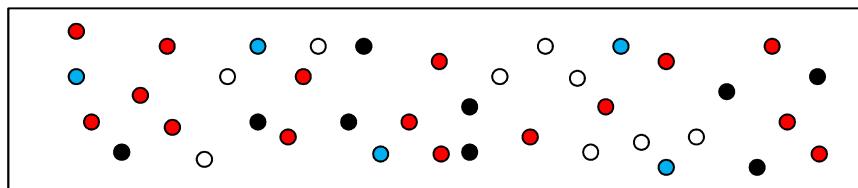
阿尔伯特-爱因斯坦于1917年首先提出了受激辐射的概念，并指出，这种辐射的显著特性是辐射的频率、传播方向、和偏振状态都与诱导的光波相同。显然，如果光源的发光是以受激辐射为主，那么光源的亮度、单色性和相干性便会有飞跃的提高。

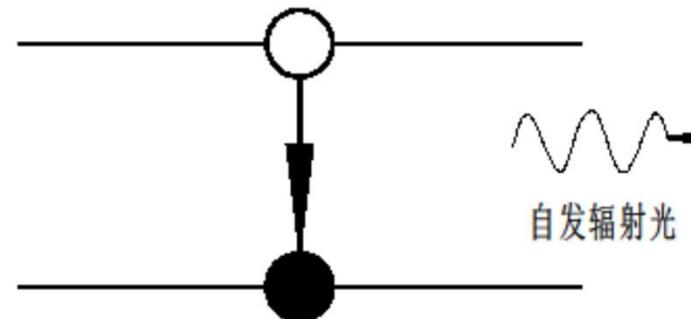
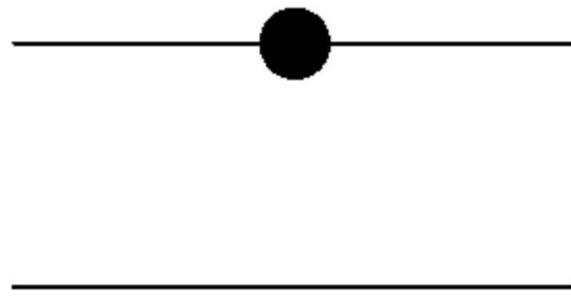
而且他将物质发光和光与物质相互作用关联起来，将受激辐射、受激吸收、自发辐射三个过程有机地联系起来，推导出著名的爱因斯坦关系式。

但是当时没有引起重视。主要因为：

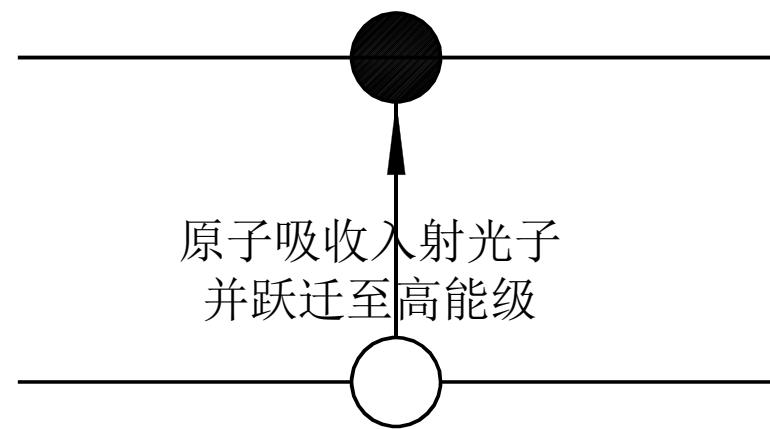
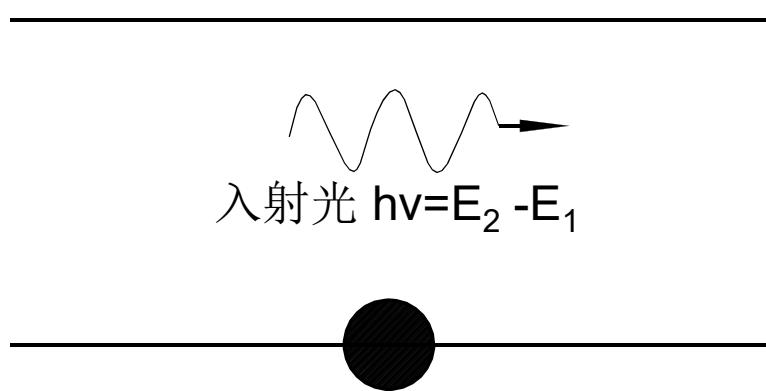
- 1、当时科学家们的兴趣集中在光谱技术的发展，其丰富了原子、分子结构知识，成为灵敏的化学成分分析技术；
- 2、当时实际光源中受激辐射成分极其微小，难以观测。

[Einstein, A., " Die Quanten Theorie der strahlung ", Phys., Leit., 18, 121(1917)],

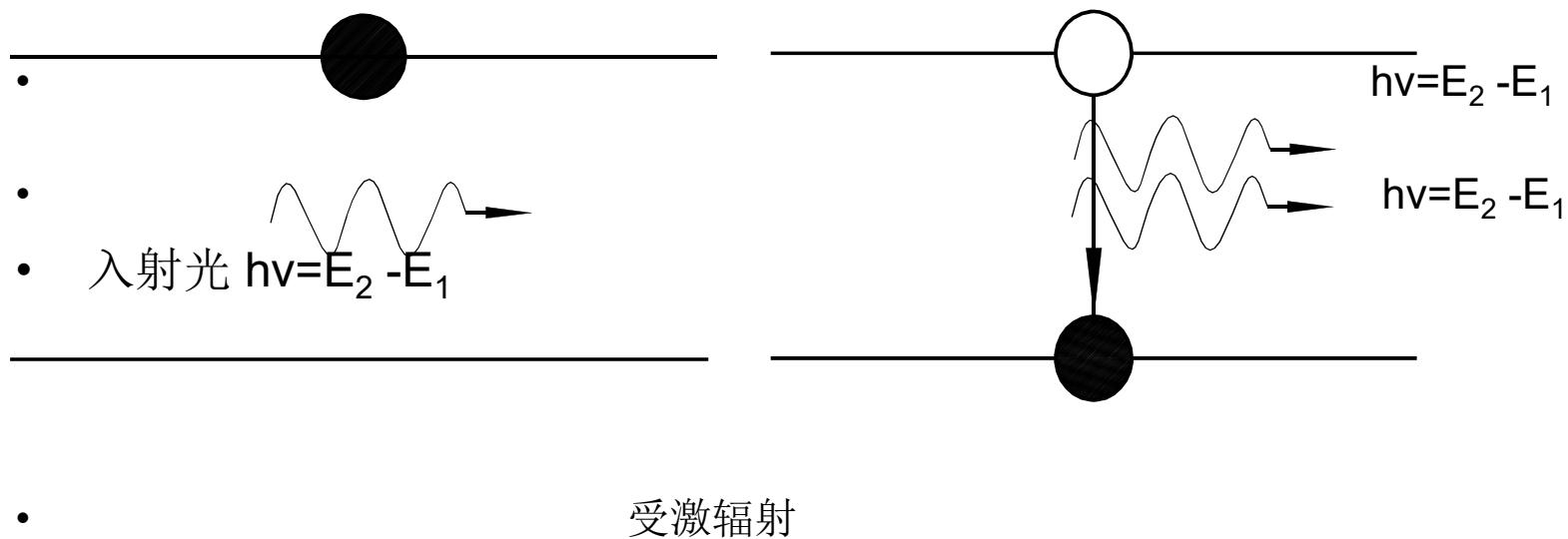




自发辐射

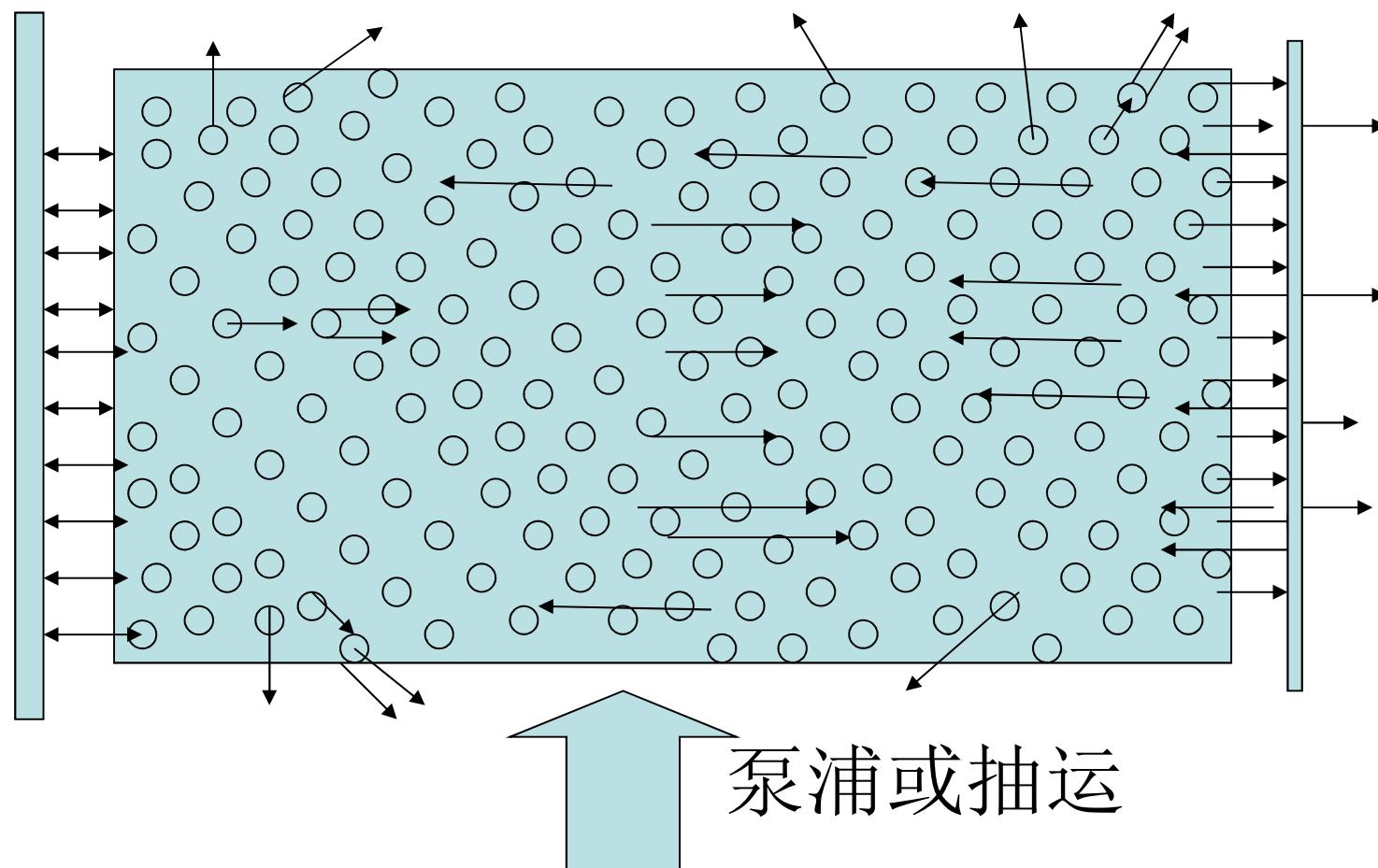


受激吸收



- 激光器的受激辐射放大过程产生激光示意图

- 全反射镜(强度透过率 $T_1=0$)
- 工作物质
- 部分反射镜(强度透过率 $T_2=T$)
- M_1
- M_2



- 实际上，激光是在无线电电子学技术的发展推动下的产物。
- 直接的原因：是二战时期，由于无线电通讯的军事需要，对于“低噪声信号发生器”的研究，以期获得强相干、短波长 λ (高频率 ν ,接近光波段)的电磁辐射源。
- 这是因为：
 - ν 越大，可携带的讯息量越大；
 - ν 越大，可利用的频率范围（带宽）越大；
 - ν 越大，发射效率越高；
 - ν 越大，其方向性及空间分辨率越高。
- 然而在无线电电子学技术中，是依据电子学组件（电子管或半导体晶体管）中载流子（或自由电子）的空间状态的改变来交换能量而发射电磁波的，**其发射频率受能量交换速度的限制**，不能实现接近光波段（1微米量级）的强相干电磁波。
- 在光波段，传统的在无线电波段行之有效的电子学技术都已无效。

- 直到1954年，美国的汤斯(C.H.Townes)小组和前苏联的普罗霍罗夫(A.M.Prokhorov)、巴索夫(N.G.Basov)小组几乎同时，利用新的物理机制---受激辐射过程，用氨分子(NH3)的微波跃迁(波长11.06微米，12.08微米，12.28微米，81.5微米等)，实现了微波段的受激辐射放大，研制成功**微波量子放大器**，
- **Maser**—Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation。
- (Gordon,J.P.,H.J.Zeiger and C.H.Townes,” Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of NH3”, Phys.Rev.,95,282(1954);
- N.G.Basov and A.M.Prokhorov,” Application of molecular beams to the radio spectroscopic study of the rotation spectrum of molecules”, J.expt.Theoret. Phys.(USSR),27,431(1954).
- 汤斯、普罗霍罗夫、巴索夫三人因此获得**1964**年度诺贝尔物理学奖。
- 并由此形成了一个新的学科分支---**量子电子学**。

- Maser研制成功后,很多科学家致力于将该技术扩展至光波段。

其中最具代表的是1958年肖洛 (A.L.Shawlow)和汤斯 (C.H.Townes)发表的文章” Infrared and optical maser” (Phys.Rev.,112,1940(1958)).在该文中,他们提出并详细讨论了在光频区或近光频区实现” maser” 的可能性、原理及实现途径（实验方案）。

- 1960年5月17日，美国休斯公司的迈曼（又称梅曼，T.H.Maiman)成功运转了世界上第一台激光器----脉冲自由运转的红宝石激光器(波长694.3nm纳米)。 (Maiman, T.H., ” Stimulated Optical radiation in ruby” ,Nature,187,493(1960)。
- Laser---Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

- 此后至今,应用于不同方面的成千上万种激光器被发明出来。
- 1960年, 红宝石 $\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ 激光器;
- 1961年, $\text{He}-\text{Ne}, \text{CO}_2$ 激光器;
- 1964年, $\text{Ar}^+, \text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ 激光器;
- 1966年,染料Dye可调谐激光器;
- 1971年, N_2 激光器;
- 1975年,半导体激光器CW Diode laser;
- 1977年,半导体量子阱激光器;
- 1980年,KrF准分子激光器;
- 1984年,X-ray laser;
- 1987年,LD pumped $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ 激光器;
- 1989年,Ti: sapphire 钛宝石激光器;
- 1992年,Ti: sapphire 钛宝石自锁模飞秒fs激光器;1997年到4.5fs;
-

- 1961年11月,我国第一台红宝石激光器研制成功。由中国科学院长春光机所(上海光机所)、北京物理所、北京电子所合作完成。
 - Laser---Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation,
 - 中文名称: 早期: 莱塞, 镭射, 光量子放大器, 受激光放大器等。
 - 1964年12月钱学森建议使用“激光器” “激光” 中文名称。
-
- 激光—由粒子(原子、分子、离子等)系统(工作物质)的受激辐射光放大过程所产生的高亮度相干光; 是受激辐射过程超过受激吸收过程和自发辐射过程而占优势所产生的光放大;
 - 广义激光—由受激辐射机制所产生的高亮度相干光以及在此基础上通过其与物质相互作用产生的各种高亮度相干光。

- 激光的出现意义在于：
 - **1、使无线电电子学技术与光学技术有机联系起来：**
 - 电子学--- 光子学 ----- 光电子学
 - 无线电通讯---光通讯， **量子保密通讯**
 - 雷达---激光雷达
 - 电子学测距-----激光测距
 - 制导---激光制导
 - 集成电路---集成光学
 - 电缆---光缆
 - 电子计算机---光计算机， **量子计算**
 -

- 2、使光源在亮度与相干性上获得了突破，给传统的光学技术注入了新的强大的生命力。
- 光源发出光束的（单色）亮度**B**：
- $B = E / (\Delta T \Delta S \Delta \Omega \Delta v)$;
- $E \uparrow$,
- $\Delta T \downarrow \Delta S \downarrow \Delta \Omega \downarrow, \Delta v \downarrow$ 。
- 光能量在时间、空间、频率上高度集中。
- 在激光器中采用相关的激光技术，通过显著地减少光波模式数或光子运动状态（量子状态）数来实现光能量在时间、空间、频率上高度集中。

第一章 激光的物理基础

--- 一些基本概念的回顾和引入

第一节 光源特性 光波的模式或光子的运动状态（量子状态）

第二节 光子简并度

第三节 光的自发辐射、受激吸收、受激辐射
和爱因斯坦关系式

第四节 激光的产生和激光的基本特性

第一节 光源特性 光波的模式或光子的运动状态（量子状态）

光、光线、光波、光子、激光

光：是一种物质存在，具有波动(光波)和粒子(光子)二象性。

光 可作为信息载体和能量载体。两大类基本应用。

单光子能量： $\epsilon = h \nu$; ν -光频率， λ --光波长，

光线--光传播方向，光能流方向；（几何光学，光线光学，矩阵光学，光线追迹）；障碍物空间尺寸远远大于光的波长，是光的波动特性的近似特例。



光波的模式（波动观点）

光的波动观点认为，光是电磁波，可用光场强度矢量表达一束光的特性，即 $E(P,t,v)$ 。

把每一个能代表场振动的分布叫做电磁场(光波)的一种模式(或称一种波型),场的不同本征振动状态表示为不同的模式。

在光频区,一种光波模式代表麦克斯韦方程组的一个特解,代表具有一定偏振、一定传播方向、一定频率和一定寿命的光波。

一般的光场可以表示成各种不同模光场的线性组合。

一、光波的描述与基本性质

$$\vec{E} \quad \vec{H}$$

光波是一种电磁波，是电场强度矢量 和磁场强度矢量 在时、空交变传播的电磁波。

满足麦克斯韦波动方程：

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \text{(自由空间中)}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{n}, \dots c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}, n = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}$$

光波与其他形式的波一样，是振动在空间传播形成的，是时间和空间的函数。

通常在传播和测量过程中，实验测量仪器、光学仪器对光波的电场发生响应，所以通常以光波中的电场强度矢量来描述光波特性。

$$\vec{E} = \vec{E}(r, t, v)$$

任何一种波都可以看成是各种不同频率的简谐波的线性叠加。

1、简谐光波的数学表达（矢量波，标量波）

$$\vec{\psi}(\vec{r},t,\nu) = \vec{A}(\vec{r}) \cos(\omega t - \varphi(\vec{r}))$$

$$\vec{E}(\vec{r},t,\nu) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(2\pi\nu t - \varphi(\vec{r})), \dots, \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

平面简谐波：

$$\vec{E}(\vec{r},t,\nu) = \vec{E}_0(\vec{r}) \cos(2\pi\nu t - \frac{2\pi\nu}{c} \cdot z - \varphi_0)$$

$$= E_0 \vec{e} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z} - \varphi_0)$$

$$= E_0 \vec{e} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z} - \varphi_0)$$

球面简谐波：

$$\vec{E}(\vec{r},t,\nu) = \frac{E_0}{r} \vec{e} \cos(\omega t \pm k \cdot \vec{z} - \varphi_0), \dots, + : \text{会聚}, - : \text{发散}$$

复数与复振幅表示:

平面简谐波:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t, \nu) &= \operatorname{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}, \nu) \vec{e} e^{-i(\omega t - \varphi(\vec{r}))} \right] \\ &= \operatorname{Re} \left[\vec{E}(\vec{r}, \nu) \vec{e} e^{i\varphi(\vec{r})} e^{-i\omega t} \right]. \text{(可以时、空分离)}\end{aligned}$$

矢量波 -- 偏振特性:

自然光，部分偏振光，线偏振光，椭圆偏振光，圆偏振光
径向偏振光，角向偏振光

- 标量波：

$$E(\vec{r}, t, \nu) = \operatorname{Re} \left[E(\vec{r}, \nu) \vec{e} e^{-i(\omega t - \varphi(\vec{r}))} \right]$$

$$= E(\vec{r}, \nu) e^{i\varphi(\vec{r})} e^{-i\omega t}. = \tilde{E} e^{-i\omega t}, \tilde{E} \text{为复振幅}$$

平面简谐波 : $\tilde{E}(\vec{r}) = E_0 e^{i(\varphi_0 + \vec{k} \cdot \vec{r})}$,

或: $E(x, y, z) = E_0 e^{i(\varphi_0 + k(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma))}$,

$x \cos \alpha, y \cos \beta, z \cos \gamma$, 是波矢 \vec{k} 的方向余弦。

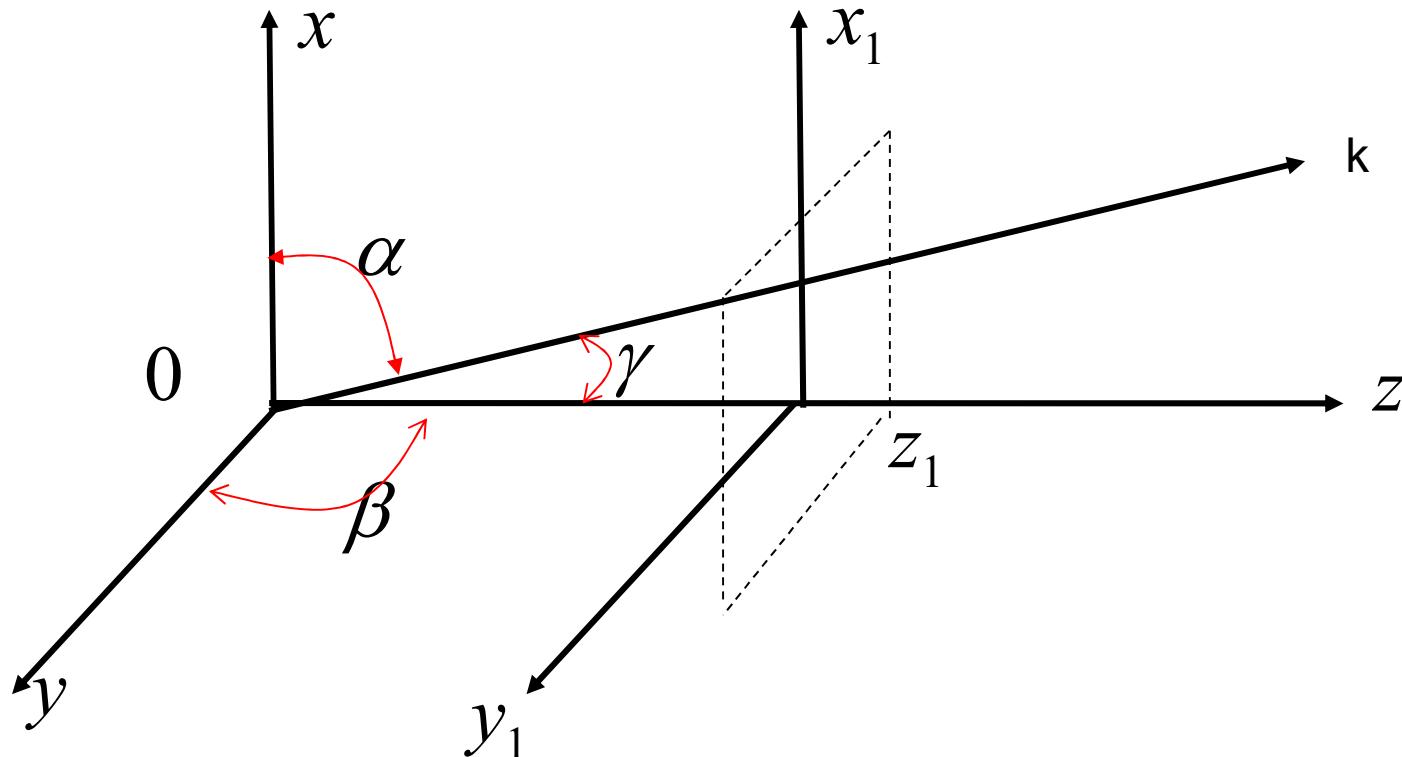
球面波: $\tilde{E}(\vec{r}) = \frac{E_0}{r} e^{i(\varphi_0 \pm k \cdot r)}$,

+ : 发散, - : 会聚。源点: $r = 0$.

2、波前函数：

主光轴定为 z 轴。

光场中任一指定曲面称为波前，（往往选平面），
光场在波前上的二维复振幅分布称为波前函数。



$$E(x, y, z) = \tilde{E}(x, y, z) e^{i\varphi(x, y, z)}$$

x_1, y_1 平面上的波前函数： $\psi(x_1, y_1) = E(x_1, y_1) e^{i\varphi(x_1, y_1)}$ 。

(1)、平面波，沿 \vec{k} 方向传播，在 x_1, y_1 平面上的波前函数：

$$\psi(x_1, y_1) = E_0 e^{ikz_1 \sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta}} \cdot e^{ik(x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta)}.$$

(2)、球面波，沿 \vec{k} 方向传播，在 x_1, y_1 平面上的波前函数：

$$\psi(x_1, y_1) = \frac{E_0}{(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{1/2}} \cdot e^{ik(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{1/2}}.$$

在近轴近似下，有；

$$\begin{aligned} r &= (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)^{1/2} = z_1 \left(1 + \frac{x_1^2 + y_1^2}{z_1^2}\right)^{1/2} \\ &\approx z_1 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{z_1^2} + \dots\right) \approx z_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{z_1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \psi(x_1, y_1) \approx \frac{E_0}{z_1} \cdot e^{ikz_1} \cdot e^{\frac{ik \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1}}{2}},$$

$$e^{\frac{ik \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1}}{2}} \cdot \dots, \text{球面波相位因子}$$

3、相速度，群速度

(1)、相速度

单色简谐波: $E = E(r) \cos(\omega t - \varphi(r)),$

等相位面的传播速度: $v^{(p)}(r) = \frac{\omega}{|\nabla \varphi(r)|},$

$\nabla = \vec{\ell}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{\ell}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{\ell}_z \frac{\partial}{\partial z}$, , 哈密顿算符;

$\omega t - \varphi(r) = \text{常数}, \Rightarrow \omega dt - \nabla \varphi(r) \cdot d\vec{r} = 0$

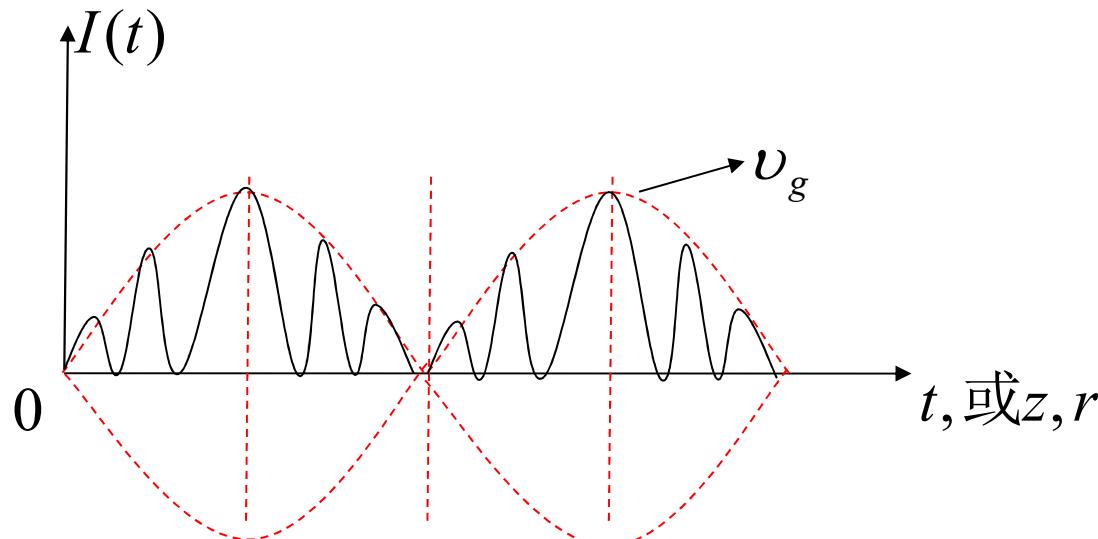
$$d\vec{r} = \vec{r}_0 \cdot dr, \dots, \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{\nabla \varphi \cdot \vec{r}_0},$$

\vec{r}_0 代表 $d\vec{r}$ 方向上的单位矢量, 当 \vec{r}_0 垂直于等相位面时, $\vec{r}_0 = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$ 值最小;

等相位面的传播速度: $v^{(p)}(r) = v_p(r) = \frac{\omega}{|\nabla \varphi(r)|},$

对单色平面波: $\varphi(\vec{r}) = \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0 \Rightarrow \nabla \varphi(\vec{r}) = \vec{k},$

$$\Rightarrow v_p(\vec{r}) = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{n}$$



(2)、群速度

波包（波群）上取一点，求出这一点的位移速度 度，
= 等振幅平面的传播速度 --群速度。

考虑拍频情况：单色简 谐波：

$$E_1 = A \cos(\omega_1 t - k_1 z), \dots, E_2 = A \cos(\omega_2 t - k_2 z),$$

$$E = E(\omega_1) + E(\omega_2) = 2A \cos(t \cdot \delta\omega - z \cdot \delta k) \cdot \cos(\bar{\omega}t - \bar{k}z),$$

$$\omega_1 = \bar{\omega} + \delta\omega, \dots, \omega_2 = \bar{\omega} - \delta\omega, \dots, k_1 = \bar{k} + \delta k, \dots, k_2 = \bar{k} - \delta k,$$

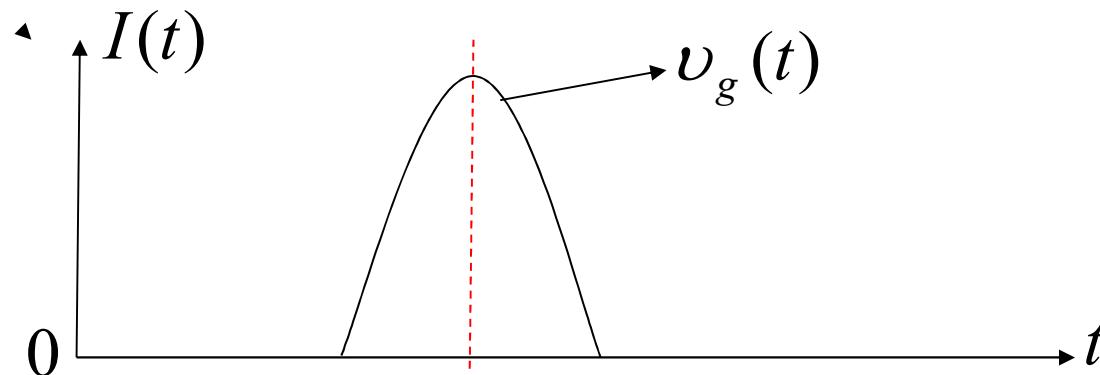
等振幅面方程： $t \cdot \delta\omega - z \cdot \delta k = \text{常数};$

$$\Rightarrow \delta t \cdot \delta\omega - \delta z \cdot \delta k = 0, \Rightarrow v_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\delta\omega}{\delta k}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \dots (v_p = \frac{\omega}{k}, \Rightarrow \omega = v_p k)$$

$$= \frac{\partial(v_p k)}{\partial k} = v_p + k \frac{\partial v_p}{\partial k} \dots (k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k \frac{\partial v_p}{\partial k} = -\lambda \frac{\partial v_p}{\partial \lambda})$$

$$\Rightarrow v_g = v_p - \lambda \frac{\partial v_p}{\partial \lambda}$$



- 有一种光脉冲（波包），由于自相位调制和色散，
折射率 $n = n(t) \propto I(t)$, 会导致对于其不同位置，它的附加频率不同，
即 $\omega = \omega(t)$ ，称为 **啁啾脉冲** \Rightarrow 其不同位置群速度不同， $v_g = v_g(t)$

4、光波的强度表示

在电磁学中，我们学习到下列有关电磁波强度的参量:(在一个周期取平均值)

$$\text{平均能量密度: } \bar{\omega} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2;$$

$$\text{平均能流密度: } \bar{S} = \bar{\omega} v = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2 v;$$

$$\text{平均动量密度: } \bar{g} = \frac{1}{v^2} \bar{S} = \frac{1}{2v^2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2 v;$$

电磁波所携带的能流密度矢量 \vec{S} 与电场强度矢量的振幅平方成正比，并且其方向与传播方向一致。

$$\bullet : \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = E \cdot H \cdot \vec{e} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0}} \cdot E^2 \cdot \vec{e} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \cdot H^2 \cdot \vec{e}$$

辐照度：光束截面上每单位面积的平均功率（平均功率密度）：
也是我们今后常用的光强参数：

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \left| \frac{\epsilon}{\mu} \right|^{\frac{1}{2}} \langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle, (\langle \cdot \rangle \text{ 对时间求平均}) ,$$

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \mu = \mu_0 \mu_r$, 对于光波透明的介质，有： $\mu_r = 1$.

$$n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}, \dots c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}.$$

我们关心的光强： $I = \frac{1}{2} n c \epsilon_0 |E|^2$, 瞬时值和平均值（仪器设备能探测到的），

普遍的情况： $\vec{E} = \vec{e} \tilde{E}(\vec{r}, t, \nu) e^{i\psi(\vec{r}, t, \nu)}$, $\rightarrow I(\vec{r}, t, \nu)$ 或 $I(\vec{r}, t, \omega)$,

光强在空间、时间、频率上的分布；

通常有：光斑： $I(\vec{r})$ 或 $I(x, y, z)$, 光脉冲： $I(t)$, 光谱： $I(\nu)$.



● 表征光源强度的另一个重要参量：

$$\text{光源的亮度: } B = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega},$$

单位截面、单位时间间隔、单位立体角的光能量；

$$\text{光源的单色亮度: } B_\nu = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega \cdot \Delta \nu},$$

单位截面、单位时间间隔、单位频率内、单位立体角的光能量；

$$\text{单位频率间隔的光能量密度: } \rho = \frac{\Delta E}{V \cdot \Delta \nu},$$

$$I = \rho \cdot v = \frac{\varphi \cdot h \nu}{V} \cdot v.$$

●

光波模式数的估算:

在频率为 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内，空间体积为 V 的各向同性介质中，可能存在
的光波模式数。(物理上不可区分的)

5、光波的模式，模密度

光波的模式：光场中一 束在物理上不可区分的 最小光束单元。

是麦克斯韦波动方程在 特定边界条件下的一个 特解。

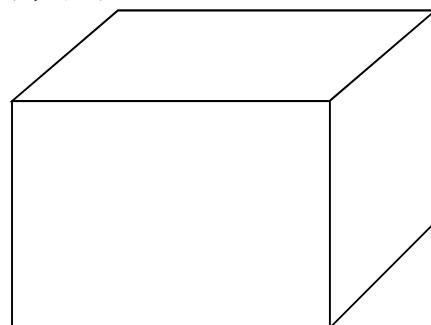
任何一束光可以表示为 不同模式光场的线性组 合。

在频率为 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内，空间体积为 V 的各向同性介质中，
可能存在的模式数目：

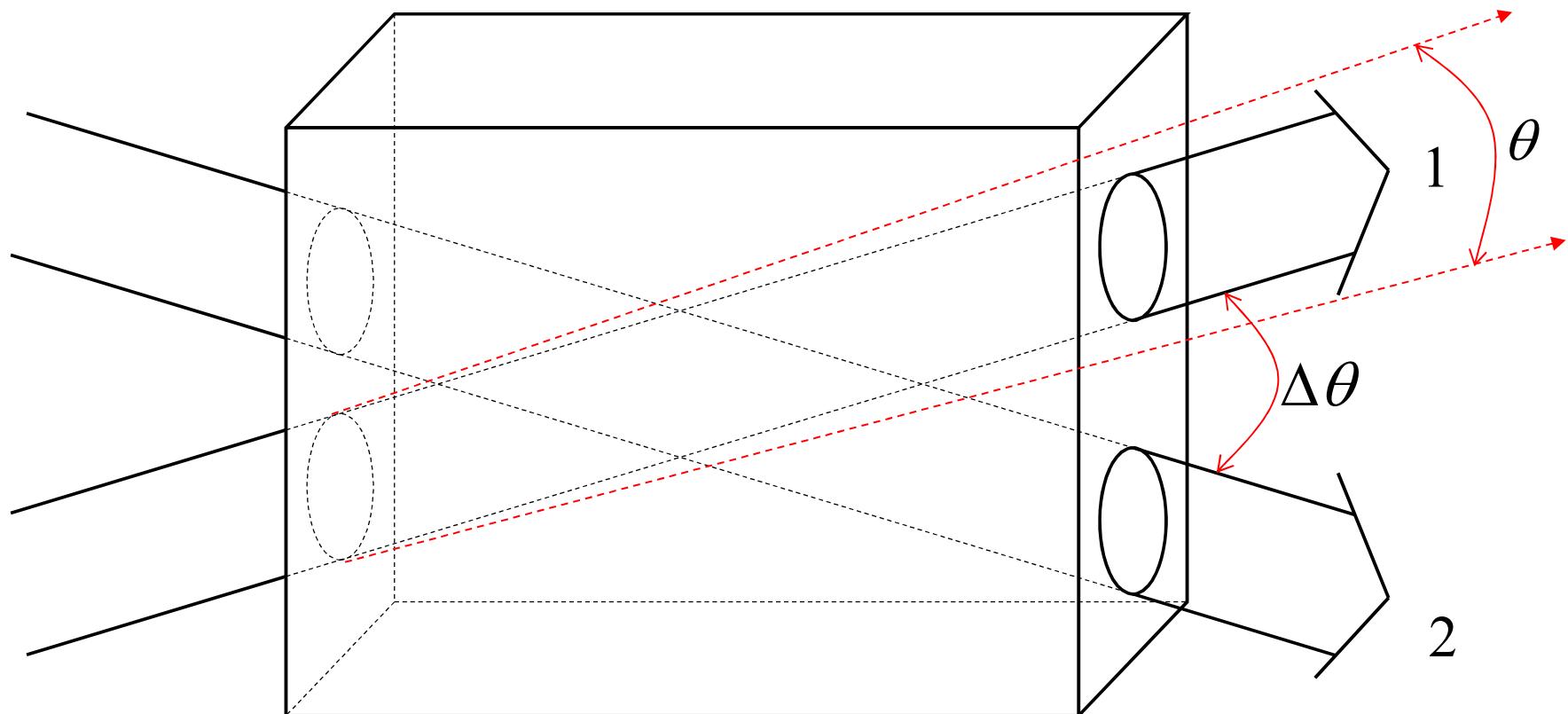
$$g_V = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \Delta\nu \cdot V = D(\nu) \cdot \Delta\nu \cdot V,$$

$D(\nu)$: 模密度，单位体积、单位频率间隔内存在的光 波模式数。

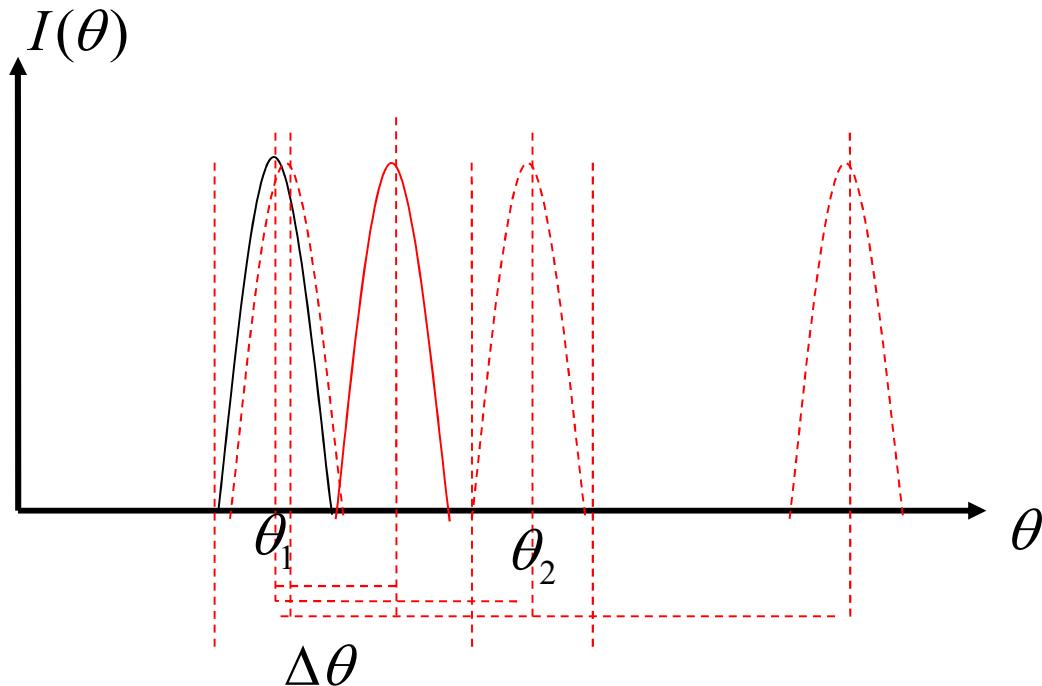
光波具有两个独立的偏 振态



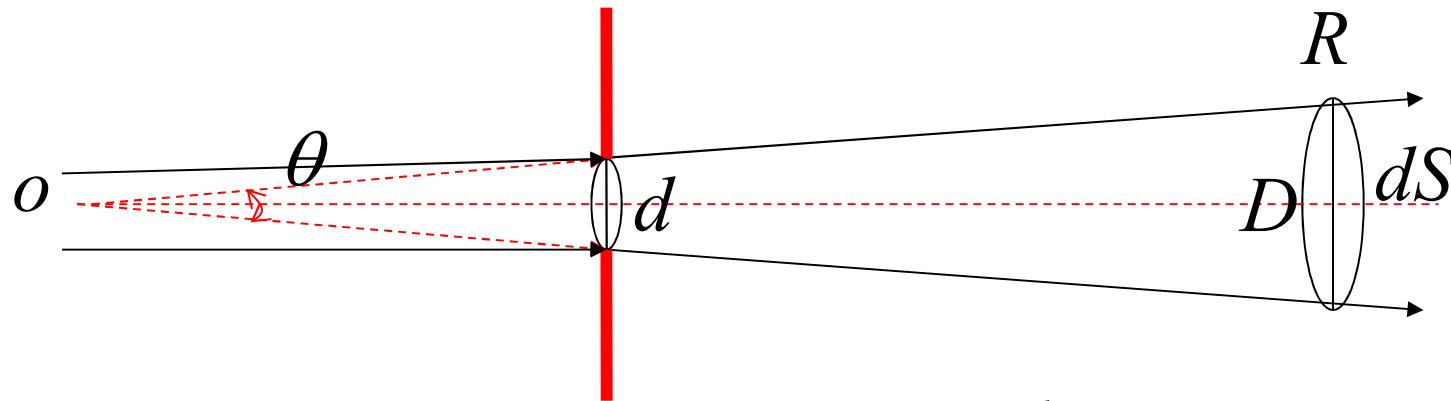
- (1)、频率一定，偏振一定，因传播方向不同可能存在的模式数目



夹角 $\Delta\theta$ 多大，才能将光束 1和2区分开来？



- 以平面波为例：任何两个模式的光束在方向上必须至少相差一个平面波的衍射角才能分辩开来。
- 要求： $\Delta\theta \geq \theta$



一束光在 R 处所张的立体角: $d\Omega = \frac{dS}{R^2}$

$$dS = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \quad D = R \sin \theta$$

- 衍射极限角 = 夫朗和费圆孔衍射的爱理斑所张的角度:

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d}, d - \text{通光口径}$$

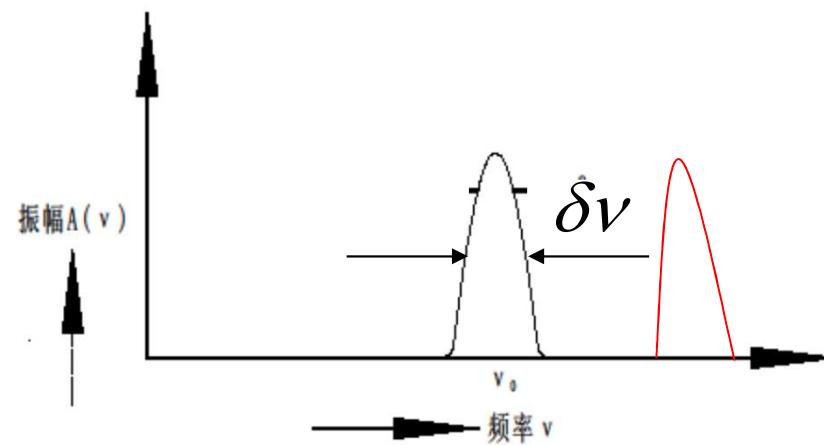
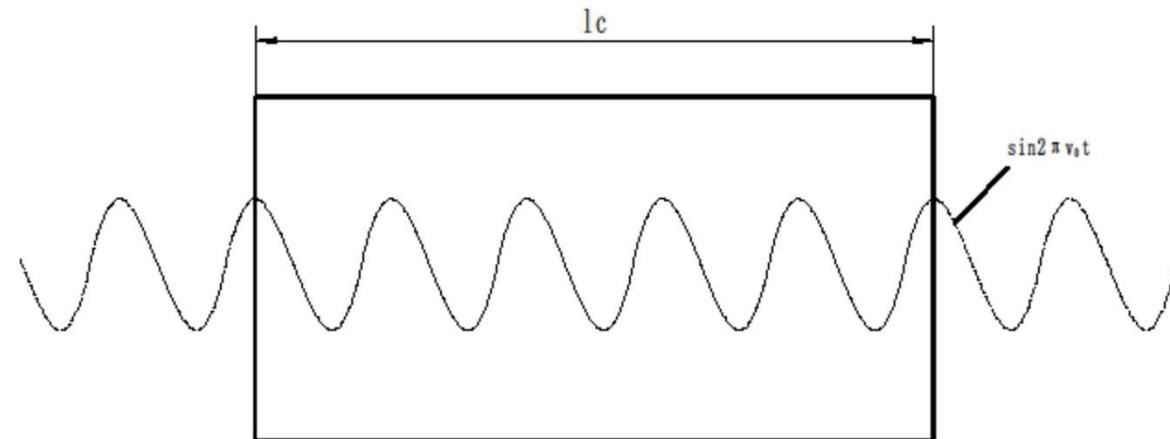
- $\Rightarrow d\Omega = \frac{\pi R^2 (0.61 \frac{\lambda}{d})^2}{R^2} \approx \frac{\lambda^2}{d^2}, d - \text{通光口径}, d^2 - \text{单位面积}$

- 在整个空间 4π 立体角内，在单位通光面积中科分辨的模式数为：

$$\frac{1}{d^2} \frac{4\pi}{d\Omega} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$$

- (2)、传播方向一定，偏振一定，因频率不同，可能存在
的模式数目（在 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内可能存在的模
式数）
-

可区分的单个波列长度： L_c – 相干长度



其对应的光谱频宽 $\delta\nu = \frac{1}{\tau_c} = \frac{c}{L_c}$,
 τ_c – 相干时间

两列光波的频率之差大于 $\delta\nu$ 时，
才能在测量中分辨开来；

在 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 内，有： $\frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{L_c \Delta\nu}{c}$ 个模式；

即单位传播长度的模式数： $\frac{\Delta\nu}{c}$.

- (3) 考虑两个独立偏振， $\times 2$.

- 综上所述：在单位体积中，频率为 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内，
- 因传播方向、频率以及偏振状态的不同，可能存在的模式数为：

$$\frac{g}{V} = \frac{g}{d^2 L_c} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\Delta\nu}{c} \times 2 = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu$$

在体积 V 内，频率 $\Delta\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内，总的模式数为：

$$g_V = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu V \equiv D(\nu) \cdot \Delta\nu \cdot V$$

$D(\nu)$ —— 模密度，指单位体积，单位频率间隔内存在的光波模式数。

在光波段， g 很大，例如： $V = 1\text{cm}^3, \lambda = 1\mu\text{m}, \nu = 10^{14}\text{Hz}, \Delta\nu = 10^{10}\text{Hz}$ ，
 $\Rightarrow g \approx 10^8$.

- 通常光源发出的光有大量的模式存在，
 只有在激光器中，才能获得一个或少数几个模式的光波。

- 二、光子的运动状态（粒子观点）
- 光子的基本特性
- 1、光子能量 $\epsilon = h \nu$, 普朗克常数 $h=6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$.
- 2、光子运动质量 $m = \epsilon/c^2 = h \nu/c^2$ (爱因斯坦质能关系)
- 静止质量 $m_0=0$
- 3、光子的动量 \vec{P} 与单色平面光波的波矢 \vec{k} 对应,
- $\vec{P}=mc\hat{n}_0=(h\nu/c)\hat{n}_0=h^+\vec{k},$
- \hat{n}_0 为光子运动方向上的单位矢量;
- 4、光子具有两种可能的偏振状态，对应于光波场的两个独立的偏振方向；
- 5、光子具有自旋，并且自旋量子数为整数；符合玻色--爱因斯坦统计规律；不受泡利不相容原理限制。

- 光子的运动状态数的估算:
- 在频率为 $\nu - \Delta\nu$ 范围内, 空间体积为 V 的各向同性介质中, 可能存在的光子的运动状态数.(物理上不可区分的)
- 由测不准原理所限制.
- 由光子统计理论, 光子的运动状态不能用相空间中的一点来表示。

$$(x, y, z; P_x, P_y, P_z)$$

光子动量、坐标存在海森堡测不准关系:

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geq h, \Delta P_y \cdot \Delta y \geq h, \Delta P_z \cdot \Delta z \geq h$$

在 $\Delta P_i \cdot \Delta i \geq h$, 内各点光子, 在物理上是不可区分的。

只能划出: $\Delta P_x \cdot \Delta x = h, \Delta P_y \cdot \Delta y = h, \Delta P_z \cdot \Delta z = h$, 相空间的范围(相格)来确定光子的一种状态。

$$\text{相格体积元: } \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta P_x \cdot \Delta P_y \cdot \Delta P_z = h^3,$$

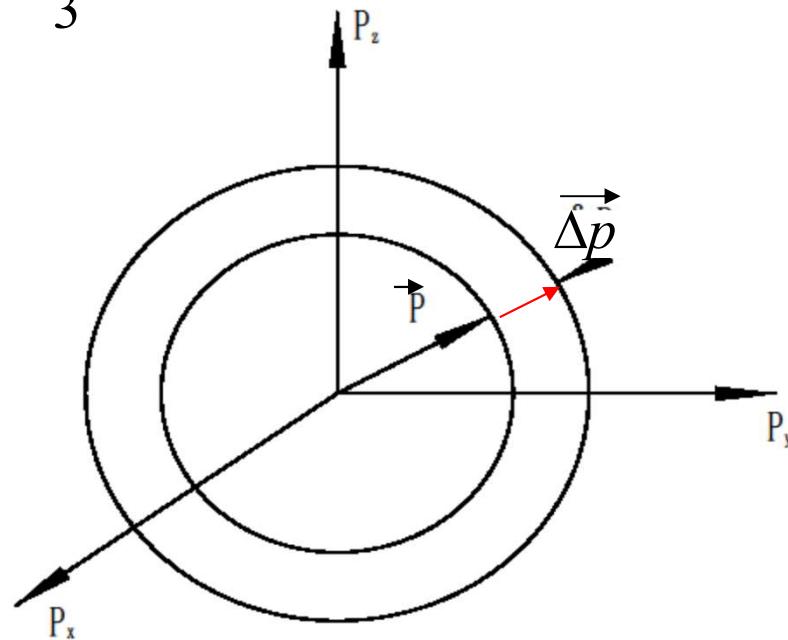
$$\text{动量空间体积: } \Delta p = \Delta P_x \cdot \Delta P_y \cdot \Delta P_z$$

$$\text{运动坐标空间体积: } V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\text{一个相格占有的动量空间体积: } \delta p = \frac{h^3}{V}$$

(1)、在 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 范围内，因光子动量不同可能存在的光子状态数：

球：体积： $\frac{4}{3}\pi r^3$, 表面积： $4\pi r^2$; 壳体积： $4\pi r^2 dr$



球壳内的光子状态数

球壳半径： $p = \frac{h\nu}{c}$, 厚度： $dp = \frac{h\Delta\nu}{c}$,

球壳体积： $V_{\Delta p} = 4\pi p^2 dp = 4\pi \frac{h^2 \nu^2}{c^2} \frac{h\Delta\nu}{c} = 4\pi h^3 \nu^2 \Delta\nu / c^3$

- 球壳内可能有的光子状态数：

$$\frac{V_{\Delta p}}{\delta p} = \frac{4\pi p^2 dp}{\delta p} = \frac{4\pi h^3 v^2 \Delta v / c^3}{h^3 / V} = \frac{4\pi v^2 \Delta v V}{c^3}$$

- (2)、考虑两种独立偏振态， $\times 2$,
- 在体积 V 内，频率在 $v \rightarrow v + \Delta v$ 之间，因动量、能量、偏振不同，所有可能的光子运动状态数：

$$g_v = \frac{8\pi v^2}{c^3} \Delta v V \equiv D(v) \cdot \Delta v \cdot V$$

\Rightarrow 从波动观点得到的光波模式数
与从粒子观点得到的光子量子状态数是相同的。

-

第二节 光子简并度

- 一、定义式:
- 光源发出光束的光子简并度 $\bar{\delta}$:
- 总光子数/光子运动状态数（或光波模式数）即 $\bar{\delta} = n / g$
- 二、热光源的光子简并度 $\bar{\delta}$
- 三、光子简并度和光源亮度的关系:
$$\bar{\delta} = B \lambda^2 / (2h\nu)$$
- 四、黑体辐射的普朗克公式

- **一、定义式:**
- 光源发出光束的光子简并度 δ :
- 总光子数/光子运动状态数（或光波模式数）即 $\delta = n / g$
- (1)、同一光子态内的光子数;
- (2)、同一光波模式内的光子数。
-
- **二、热光源的光子简并度 δ**
- 热光源，在热平衡时，发光粒子系统各能级的粒子数分布遵循玻尔兹曼分布：

$$N_i \propto e^{-E_i / kT}, k = 1.38 \times 10^{-23} J \cdot K$$

发出的光子（玻色子）遵循玻色-爱因斯坦统计规律；
即在体系处于热平衡时，在 n 个光子中，出现在能量为
 $\varepsilon_i = h\nu_i$ 状态的最可几数目 n_i 可表示为：

$$n_i = \frac{g_i}{e^{h\nu_i / kT} - 1},, g_i - \text{能量} \varepsilon_i = h\nu_i \text{状态的简并度}$$

-

处于能量为 $\varepsilon_i = h\nu_i$ 每一个运动状态的平均 光子数为：

$$\bar{\delta} = \frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{e^{h\nu_i/kT} - 1}$$

普通热光源的光子简并度很低, $\sim 10^{-3}$,

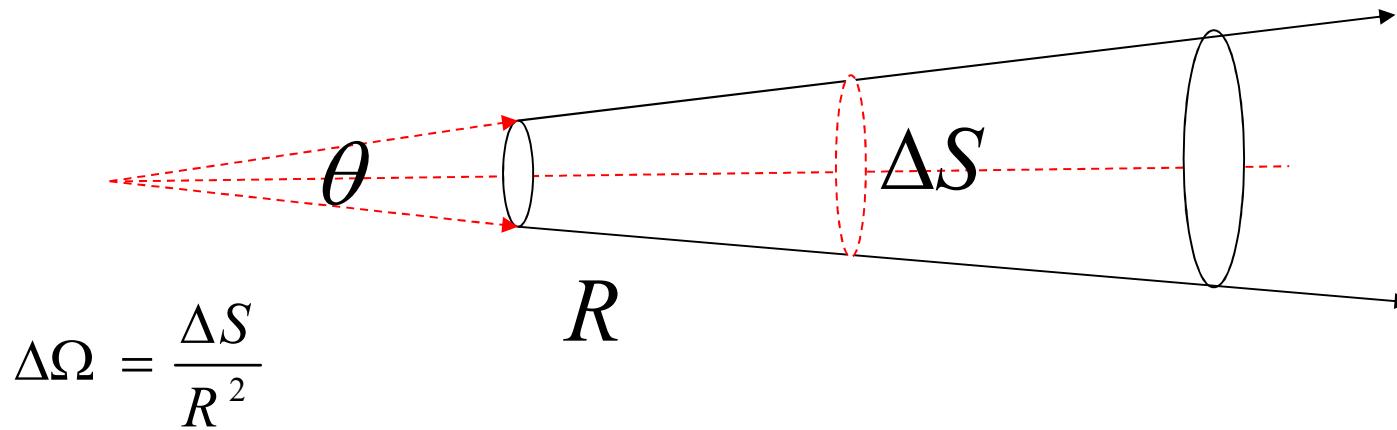
而激光的光子简并度可高达 10^{16}

(单模激光, $1mW, \lambda \sim 1\mu m, \Delta\nu \sim 10^{10} Hz, h\nu \sim 3 \times 10^{-12} erg$)

•

- 三、光子简并度和光源亮度的关系：

考慮一束准平行、准单色、光束截面 ΔS , 立体角 $\Delta\Omega$,
频率 ν , 频率间隔 $\Delta\nu$, 功率 P 的光束:



Δt 时间内通过 ΔS 截面的总光子数可表示为:

$$n = \frac{\text{总光子能量}}{\text{单光子能量}} = \frac{\Delta E}{h\nu} = \frac{P \cdot \Delta t}{h\nu}$$

体积 V 内，频率 $\nu \rightarrow \nu + \Delta\nu$ 内，光子分布在 $\Delta\Omega$ 内的光子状态数或模式数：

$$g_{\Delta\Omega} = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \cdot g = \frac{2\nu^2 \Delta\nu}{c^3} \cdot V \cdot \Delta\Omega$$

Δt 内，光束垂直于 ΔS 截面传播，光束空间体积：

$$V = \Delta S \cdot \Delta t \cdot c$$

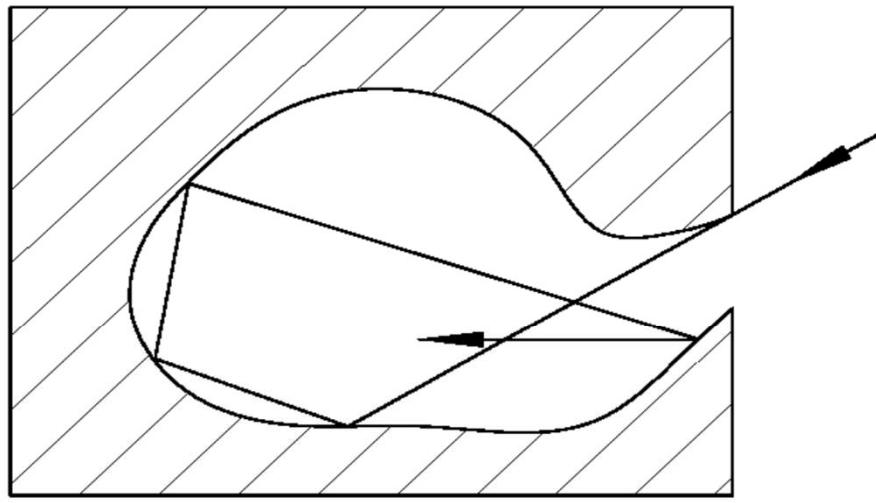
$$\Rightarrow g_{\Delta\Omega} = \frac{2}{\lambda^2} \Delta\Omega \cdot \Delta S \cdot \Delta\nu \cdot \Delta t$$

一种模式内所具有的平均光子数：

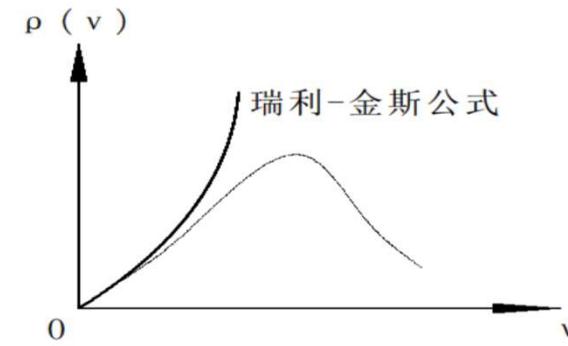
$$\bar{\delta} = \frac{n}{g_{\Delta\Omega}} = \frac{P \cdot \Delta t}{h\nu} \cdot \frac{\lambda^2}{2\Delta\Omega\Delta S\Delta\nu\Delta t} = \frac{\lambda^2}{2} \cdot \frac{1}{h\nu} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta\Omega\Delta S\Delta\nu\Delta t} = \frac{\lambda^2}{2} \cdot \frac{B}{h\nu}$$

- 波长为 λ 的光源，在单位体积、单位立体角内发出单位频率宽度的光子数目，从微观上反映出光源的单色亮度。

- 四、黑体辐射的普朗克公式



空腔辐射体



黑体辐射

- 空腔黑体在热平衡下，发射的光子遵循玻色-爱因斯坦统计规律：在 n 个光子中，出现在 $\varepsilon_i = h\nu_i$ 的最可几数目：

$$n_i = \frac{g_i}{e^{h\nu_i/kT} - 1},$$

总的光子状态数（光波模式数）：

$$g_V = D(\nu) \Delta \nu V$$

温度 T 时，辐射频率在 $\nu \rightarrow \nu + \Delta \nu$ 的光子能量： $E = nh\nu$,

$$n = \frac{n_i}{g_i} \cdot g_V,$$

$$\Rightarrow E = \frac{n_i}{g_i} \cdot g_V \cdot h\nu = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \Delta\nu \cdot V \cdot h\nu$$

- 黑体辐射单位体积、单位频率间隔的能量密度 为：

$$\begin{aligned} \rho(\nu, T) &= \frac{E}{\Delta\nu V} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{--- 黑体辐射普朗克公式} \\ &= D(\nu) \cdot \bar{\delta} \cdot h\nu \end{aligned}$$

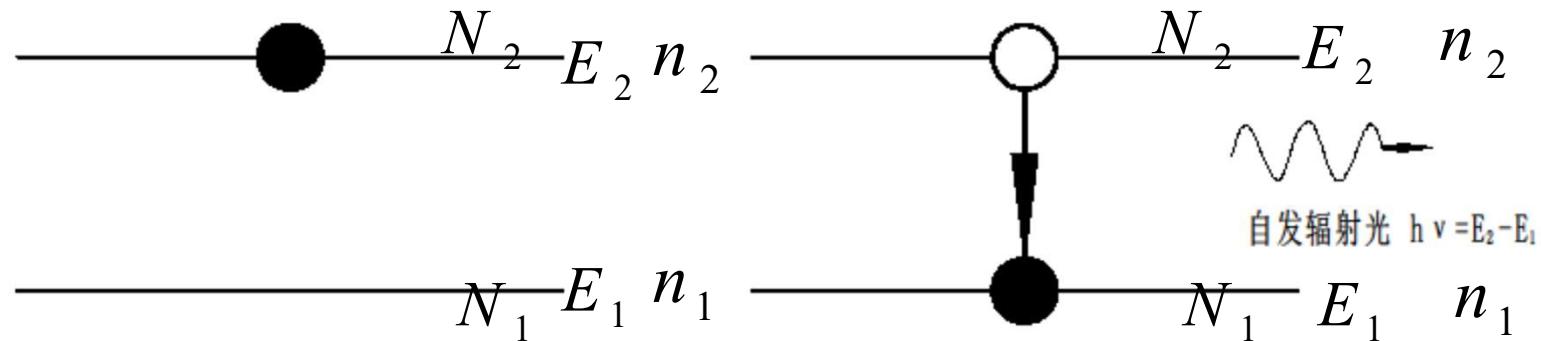
- 第三节 光的自发辐射、受激吸收、受激辐射和爱因斯坦关系式

- 一、光的自发辐射
- 二、受激吸收
- 三、受激辐射
- 四、爱因斯坦关系式
- 五、三过程跃迁几率之间的关系
- 六、如何使得受激辐射过程超过自发辐射和受激吸收

只考虑共振跃迁，粒子在能级间的跃迁和光子的吸收或发射是一一对应的关系，即单光子过程。线性光学范畴。

一、光的自发辐射

粒子系统（如二能级）在热平衡下，绝大多数粒子在基态，并且其各能级粒子数分布满足玻尔兹曼分布： $N_i \propto e^{-E_i/kT}$ ，



在没有外来光子的作用下，

- (1) 粒子从上能级跃迁到下能级过程中所释放的能量 $\Delta E = E_2 - E_1$ 以除了光子之外的其他形式放出---无辐射跃迁；
- (2) 粒子从上能级跃迁到下能级过程中所释放的能量 $\Delta E = E_2 - E_1$ 以光子的形式放出，即 $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu_{21}$ ---自发辐射跃迁；

- 自发辐射出光子能量满足玻尔条件: $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu_{21}$

n_2, n_1 为上、下能级粒子数密度,

设在 t 时刻, 上能级粒子数 n_2 ,

在 $t + dt$ 时刻, 单位体积有 dn_{21} 个上能级粒子自发辐射 到下能级,

则: $dn_{21} \propto n_2 dt$, 或写成: $dn_{21} = A_{21} n_2 dt$,

A_{21} : 称为粒子从高能级 E_2 跃迁到低能级 E_1 的自发辐射爱因斯坦系数,

$$A_{21} = \frac{dn_{21}}{dt} \cdot \frac{1}{n_{21}},$$

其物理涵义在于:

单位时间内 n_2 个高能级粒子中发射自发辐射的粒子数与 n_2 之比值;

或粒子在单位时间内参与自发辐射跃迁的几率。

对于固体中的原子而言 , 通常 $A_{21} \sim 10^8 s^{-1}$ 量级。

- 对于单纯的自发辐射跃迁，有： $dn_{21} = -dn_2$ ，
不同的粒子系统中或同一粒子系统中
不同的粒子在能级 E_2 上的寿命长短差距很大，
引入同一粒子系统中在能级 E_2 上的平均寿命：

$$\frac{dn_2}{n_2} = -A_{21}dt \rightarrow n_2 = n_{20}e^{-A_{21}t}, \text{ 指数减少；}$$

粒子在激发能级上 E_2 的平均寿命：

$$\tau_{21} = \frac{1}{n_{20}} \int_{n_{20}}^0 t(-dn_2) = \frac{1}{n_{20}} \int_0^\infty tn_{20}A_{21}e^{-A_{21}t} dt,$$

- 用分部积分法，可得： $\tau_{21} = \frac{1}{A_{21}}$

- 利用跃迁粒子数与发出光子数一一对应的关系，

即： $\frac{\text{跃迁粒子数}}{\text{单位时间}} = \frac{\text{发出光子数}}{\text{单位时间}}$ ，

可得：自发辐射光强随时间的变化关系（荧光曲线）：

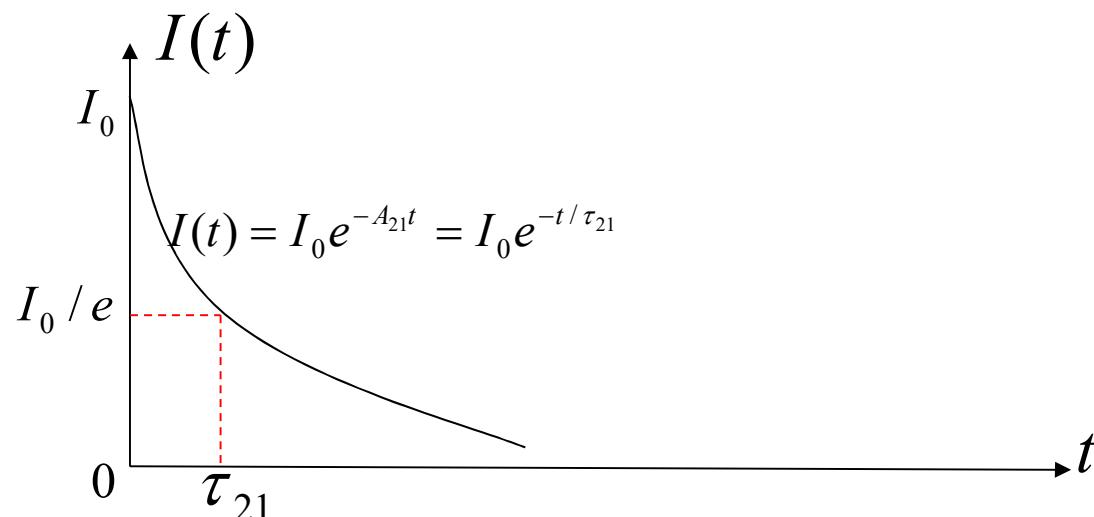
$$I(t) = \alpha n_2(t) A_{21} h \nu = \alpha n_{20} e^{-A_{21}t} A_{21} h \nu = I_0 e^{-A_{21}t}, \text{ 呈指数衰减。}$$

A_{21} 只与粒子本身性质有关，与外场 $\rho(\nu, T)$ 辐射能量密度无关。

粒子自发辐射是完全随机的。

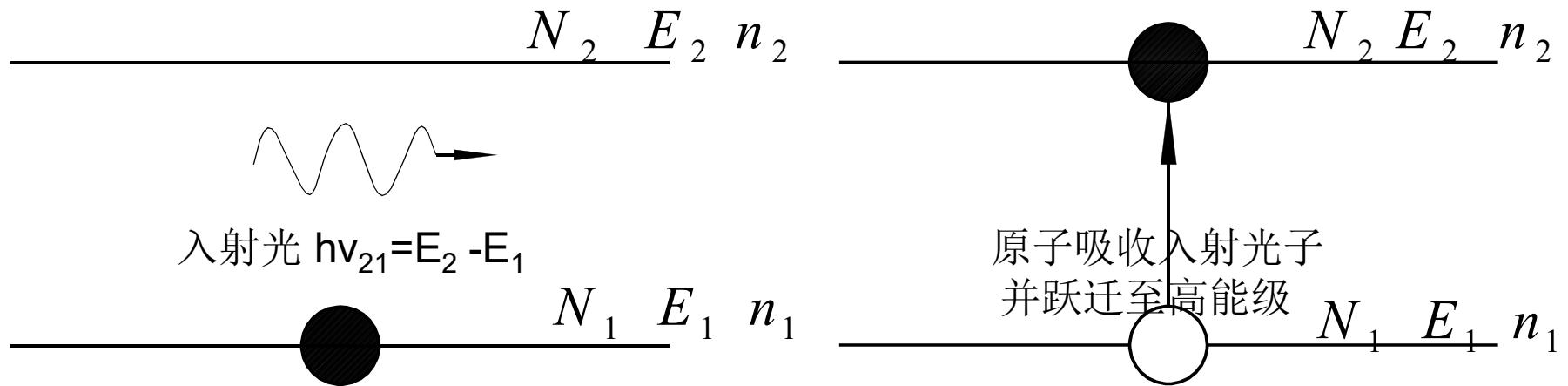
可以利用纯粹的自发辐射荧光光强的指数衰减关系，

测量某两能级之间跃迁的上能级平均寿命 τ_{21} 或自发辐射爱因斯坦系数 A_{21} 。



二、受激吸收

低能级粒子吸收入射光子并跃迁到高能级

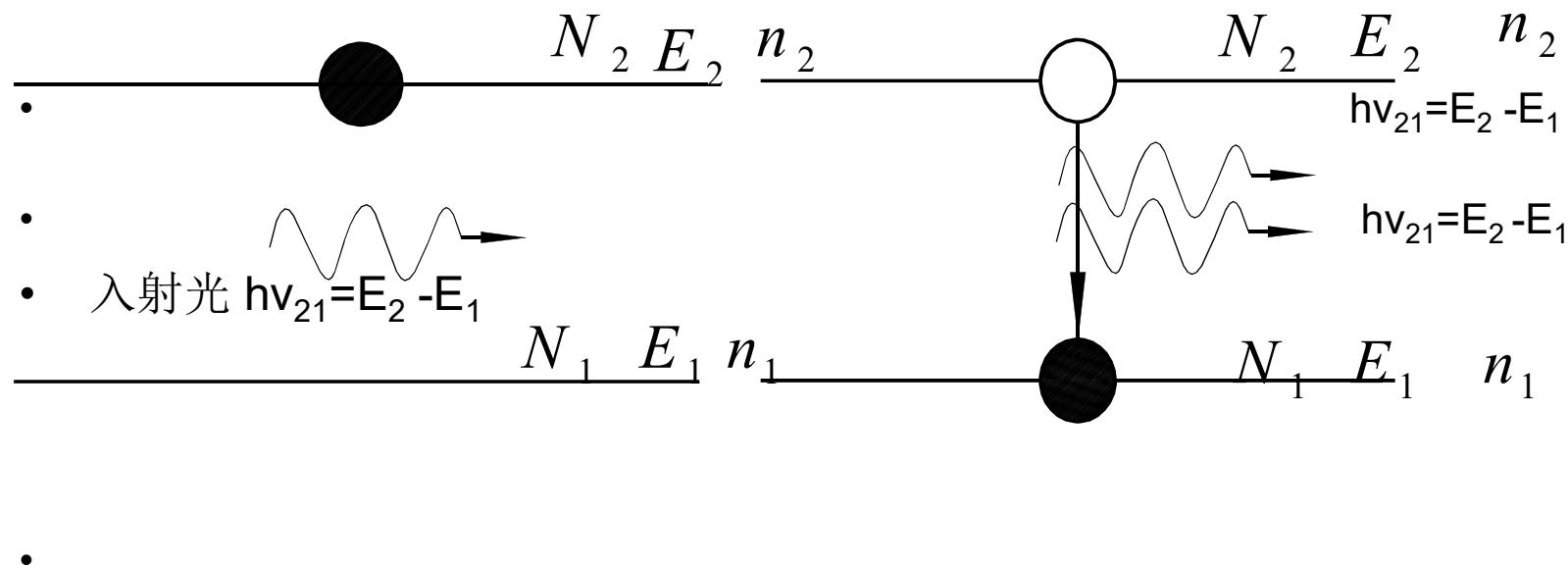


- n_2, n_1 为上、下能级粒子数密度，
设在 t 时刻，上能级粒子数 n_2 ，
在 $t + dt$ 时刻，从外界吸收频率为 $\nu_{21} = E_2 - E_1$ 附近的光子， $\rho(\nu, t)$ ，
单位体积有 dn_{12} 个下能级粒子从 E_1 能级跃迁到 E_2 能级，
则： $dn_{12} \propto n_1 dt \rho(\nu, t)$ ，或写成： $dn_{12} = B_{12} n_1 \rho(\nu, t) dt$
 B_{12} ：称为粒子从低能级 E_1 跃迁到高能级 E_2 的受激吸收爱因斯坦系数，

$$B_{12} \rho(\nu, t) = \frac{dn_{12}}{dt} \cdot \frac{1}{n_1}, \equiv W_{12},$$
其物理涵义在于：
粒子在单位时间内参与受激吸收跃迁的几率。
- B_{12} 由粒子系统特性及能级 E_2, E_1 决定，
 W_{12} 与 B_{12} 、 $\rho(\nu, t)$ 有关，还与入射光频率有关，有严格的频率选择性，
当 $\nu = \nu_{21} = E_2 - E_1$ 时，受激吸收几率最大。

三、受激辐射

高能级粒子与入射光子相互作用跃迁至低能级，
并发射两个与入射光子完全相同的光子



- n_2, n_1 为上、下能级粒子数密度，
设在 t 时刻，上能级粒子数 n_2 ，
在 $t + dt$ 时刻，外界频率为 $\nu_{21} = E_2 - E_1$ 附近的光子， $\rho(\nu, t)$ 与其相互作用，
使得单位体积有 dn_{21} 个上能级粒子从 E_2 能级跃迁到 E_1 能级，
则： $dn_{21} \propto n_2 dt \rho(\nu, t)$ ，或写成： $dn_{21} = B_{21} n_2 \rho(\nu, t) dt$
 B_{21} ：称为粒子从高能级 E_2 跃迁到低能级 E_1 的受激辐射爱因斯坦系数，

$$B_{21} \rho(\nu, t) = \frac{dn_{21}}{dt} \cdot \frac{1}{n_{21}}, \equiv W_{21},$$

其物理涵义在于：

粒子在单位时间内参与受激辐射跃迁的几率。

B_{21} 由粒子系统特性及能级 E_2, E_1 决定，

W_{21} 与 B_{21} 、 $\rho(\nu, t)$ 有关，还与入射光频率有关，有严格的频率选择性，
当 $\nu = \nu_{21} = E_2 - E_1$ 时，受激辐射几率最大。

激光的产生就是利用受激辐射过程产生大量完全相同的光子

四、爱因斯坦关系式

爱因斯坦在分析空腔黑体热平衡状态时，认为上述三种过程同时出现，满足：

单位时间内物质辐射的光子数=单位时间内被物质吸收的光子数
(相应的粒子数变化也相等)

$$A_{21}n_2 + B_{21}\rho(\nu, T)n_2 = B_{12}\rho(\nu, T)n_1$$

热平衡时，各能级上的 粒子数密度分布服从玻 尔兹曼分布，

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_1/kT}} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(E_2-E_1)/kT} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu/kT}, (g_2, g_1 \text{上下能级简并度})$$

$$\Rightarrow \rho(\nu, T) = \frac{A_{21}/B_{21}}{\frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} \cdot e^{h\nu/kT} - 1}, \text{与普朗克公式比较，}$$

$$\rho(\nu, T) = D(\nu) \cdot \overline{\delta_{\text{热}}} \cdot h\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

$$\Rightarrow A_{21}/B_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} = D(\nu) \cdot h\nu, \dots \dots \frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} = 1, \text{—爱因斯坦关系式}$$

当 $g_1 = g_2$ 时， $\Rightarrow B_{21} = B_{12}$ 或 $W_{21} = W_{12}$.

- 五、三种过程跃迁几率之间的关系

从广义定义出发，有：

光辐射场单位频率间隔、单位体积的能量

= 单位频率间隔、单位体积的模式数目(模密度)×

× 平均每个模式的光子数 (光子简并度) × 单光子能量，

即： $\rho(\nu, T) = D(\nu) \cdot \overline{\delta \cdot h\nu},$

结合爱因斯坦关系式， 有：

$$\frac{W_{21}}{W_{12}} = \frac{B_{21}\rho(\nu, T)}{B_{12}\rho(\nu, T)} = \frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2},$$

$$\frac{W_{21}}{A_{21}} = \frac{B_{21}\rho(\nu, T)}{A_{21}} = \frac{B_{21}D(\nu) \cdot \overline{\delta \cdot h\nu}}{D(\nu) \cdot h\nu B_{21}} = \overline{\delta},$$

- 即：受激辐射几率与自发辐射几率之比，在数值上等于平均每个状态上的光子数。

- 六、如何使得受激辐射过程超过自发辐射和受激吸收
- 激光:是一种特殊的光,是由粒子(原子、分子、离子等)系统(工作物质)的受激辐射光放大过程所产生的高亮度相干光;是受激辐射过程超过受激吸收过程和自发辐射过程而占优势所产生的光放大;
- (1)、受激辐射过程产生的光>受激吸收过程吸收的光

$$W_{21}n_2 > W_{12}n_1, \rightarrow B_{21}n_2 > B_{12}n_1,$$

$$\text{由 } \frac{B_{21}g_2}{B_{12}g_1} = 1, \rightarrow B_{21}n_2 > \frac{g_2}{g_1} B_{21}n_1, \Rightarrow B_{21}n_2 > \frac{g_2}{g_1} B_{21}n_1,$$

即: $\Delta n \equiv n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1 > 0, --\text{粒子数反转条件}$

- Δn 称为粒子反转数密度;

而通常情况下，在热平衡下，有：

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-h\nu/kT}, h\nu = E_2 - E_1,$$

$$\rightarrow \Delta n \equiv n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1 = \frac{g_2}{g_1} n_1 (e^{-h\nu/kT} - 1) < 0,$$

所以，要实现 $\Delta n > 0$, 即粒子数反转，必须打破热平衡。

可采用：

1、选择具有容易实现粒子数反转的、

合适能级结构的粒子系统；——工作物质

2、有外界给该粒子系统提供能量泵浦（或抽运）。-----泵浦源。

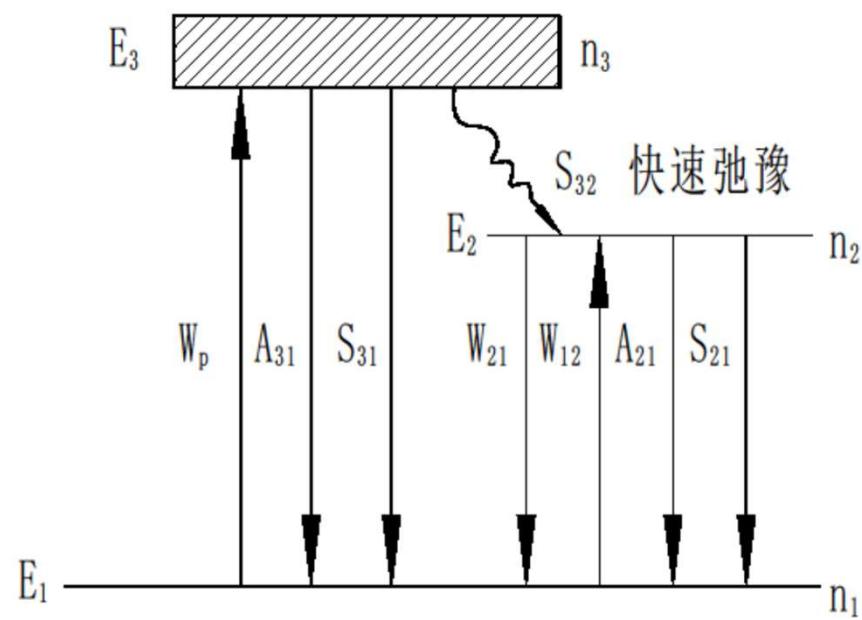
- (2) 、受激辐射过程产生的光>自发辐射过程产生的光

$$W_{21}n_2 > A_{21}n_2 \rightarrow W_{21} > A_{21} \rightarrow \frac{W_{21}}{A_{21}} > 1$$

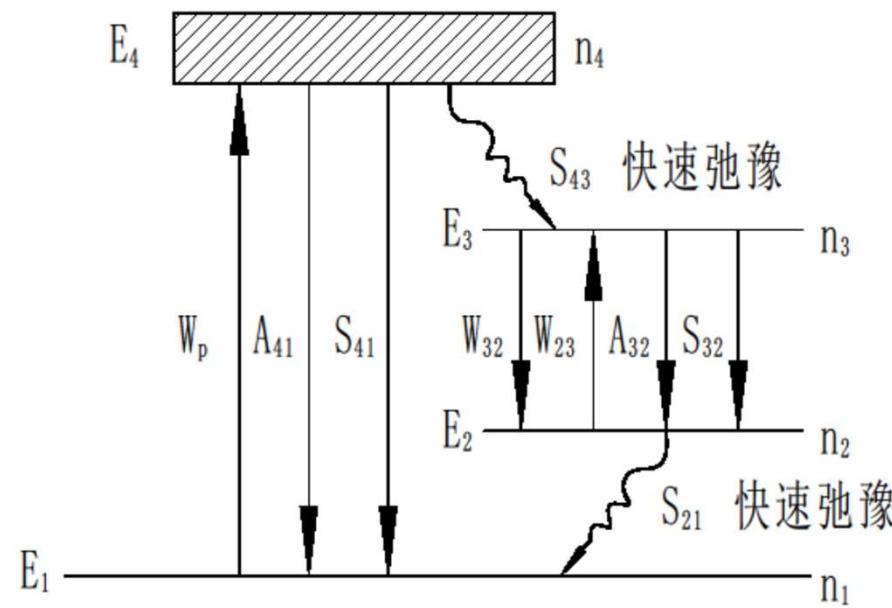
由 $\frac{W_{21}}{A_{21}} = \bar{\delta} \Rightarrow \bar{\delta} > 1$,

可采用：提高光子数或光束总能量，或降低模式数；
用光学谐振腔获得正反馈同时由于其选择性损耗特性
可以大大减少光束模式，而且工作物质的增益饱和特性
也可以减少光束模式。

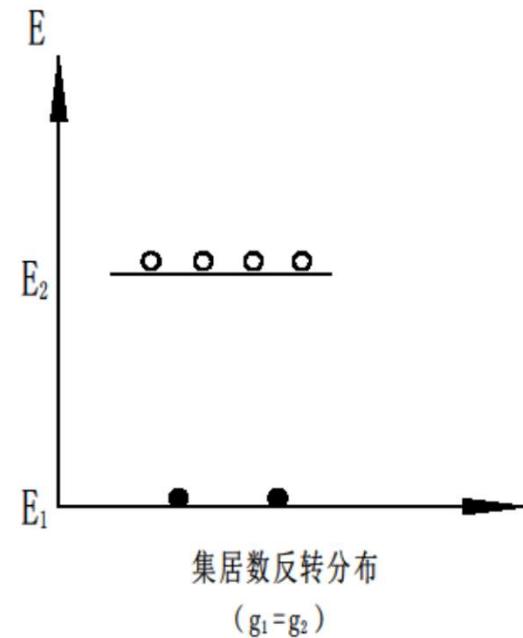
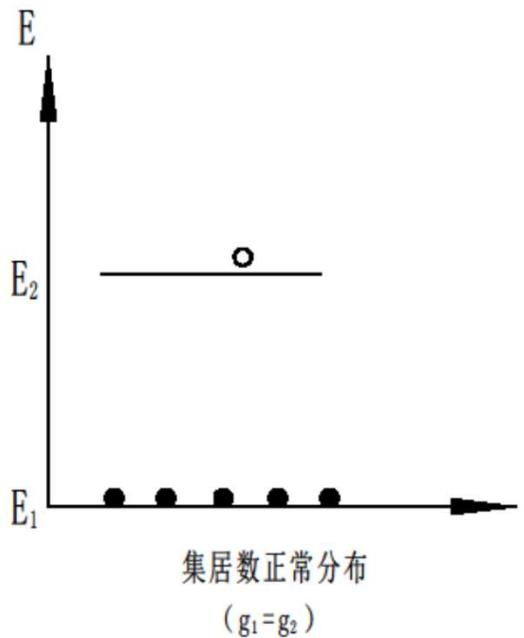
综上两方面要求， \Rightarrow 通常一台激光器包括：
工作物质，光学谐振腔，泵浦源等三部分。



三能级系统能级结构及跃迁过程示意图



四能级系统能级示意图



集居数反转分布

- 第四节 激光的产生和激光的基本特性
- 一、激光产生的条件和激光器的组成部分及其作用
- 二、光的受激放大和增益系数
- 三、激光的振荡和阈值条件
- 四、激光光束的基本特性

一、激光产生的条件和激光器的组成部分及其作用

- 受激辐射过程产生的光超过受激吸收过程吸收的光，**要求**：实现激光上下能级粒子数反转。即要有合适能级结构的**粒子系统（工作物质）**和提供输入能量的**浦泵抽运源**；
- 受激辐射过程产生的光超过自发辐射过程发出的光，**要求**：光子简并度大于1。即提高光子数，减少模式数。需要**光学谐振腔**。

- 激光器的基本组成及其作用：

- **1、工作物质（增益介质，激活介质）**：提供放大作用，其激活粒子（原子、分子或离子）有适合于产生受激辐射的能级结构，同时在激光形成和振荡过程中，由于介质的增益饱和特性，可以改善激光光束的基本特性；
- 通常采用三能级结构或四能级结构
- **2、光学谐振腔**：使受激辐射的光能够在光学谐振腔内维持振荡，即提供对光的来回放大、正反馈，同时由于其存在选择性损耗而具有限模作用，大大减少激光束的模式；
- **3、泵浦抽运源**：从外界提供能量，使激光上下能级之间实现集居数反转。（电、光、气动、化学等抽运方式）

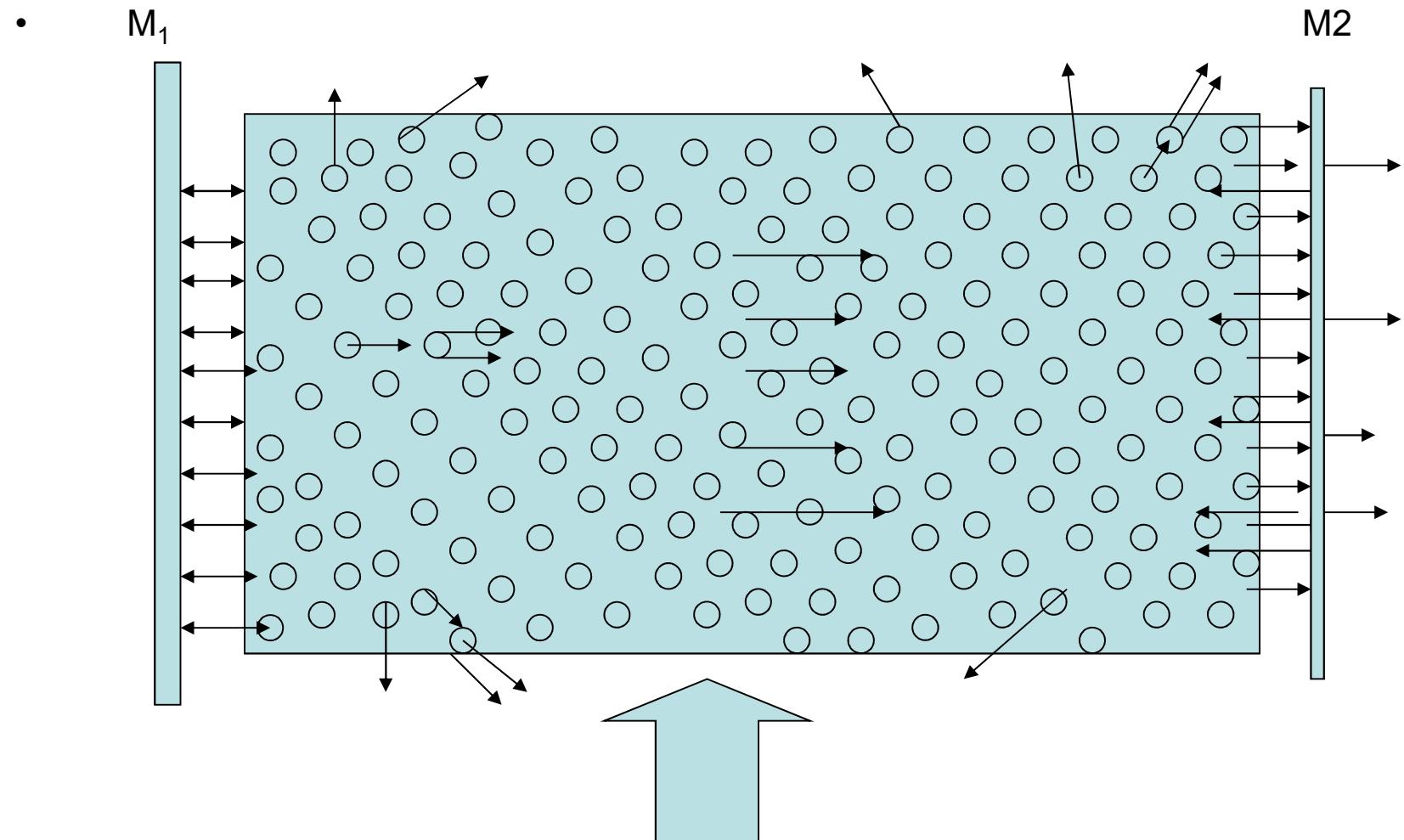
- 激光产生条件：
- 1、实现粒子数反转；
- 2、满足阈值条件，即增益大于损耗。

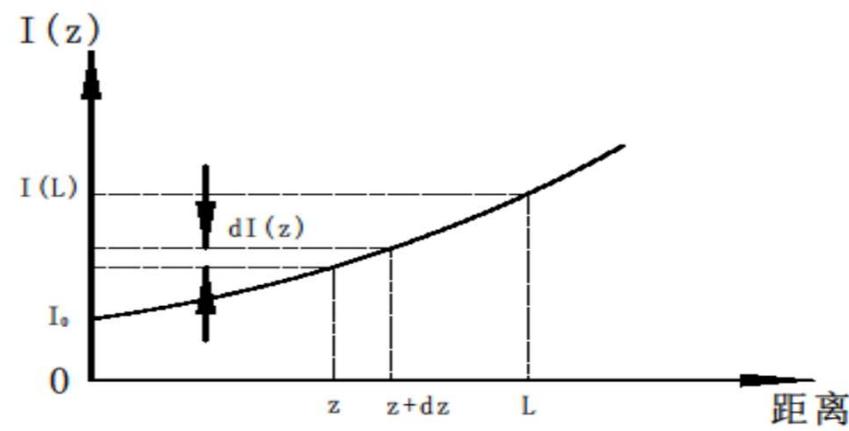
• 二、光的受激放大和增益系数

- 全反射镜(强度透过率 $T_1=0$)

工作物质

部分反射镜(强度透过率 $T_2=T$)





增益介质的光放大

- 增益系数
$$G(z) = \frac{1}{I(z)} \cdot \frac{dI(z)}{dz}$$

光沿着z轴方向传播时，在单位长度内增加的百分比，单位 cm^{-1} .

由于广义情况下， $I = I(x, y, z, t, \nu) = \vec{I}(\vec{r}, t, \nu),,$

所以： $G = G(x, y, z, t, \nu) = G(\vec{r}, t, \nu),$ 通常写成： $G = G(\nu, I, z)$

当 $G = G(\nu, I, z)$ 写成 $G = G(\nu, z) = G_0,$

与光强 I 无关时，称为小信号增 益。

此时， $I = I_0 e^{G_0 z}$, 光强呈指数增长；

在激光形成的振荡初期，激光器工作物质对光 的放大作用，即光强的增长主 要表现为小信号增益特 性。

当光强 I 增长时，增益系数 $G = G(\nu, I, z)$ 下降，

这种现象称为增益饱和。增益饱和是形成激光 稳定运转和改善激光光束质量的 一个标志性的判断准则 。

- 三、激光的振荡和阈值条件

- 1、激光振荡

工作物质+泵浦源---激光放大器；

激光放大器+光学谐振腔（正反馈）---激光振荡器；

损耗系数 α : 光通过单位长度介质后光强衰减的百分比。

$$\alpha = -\frac{dI}{dz} \cdot \frac{1}{I(z)}$$

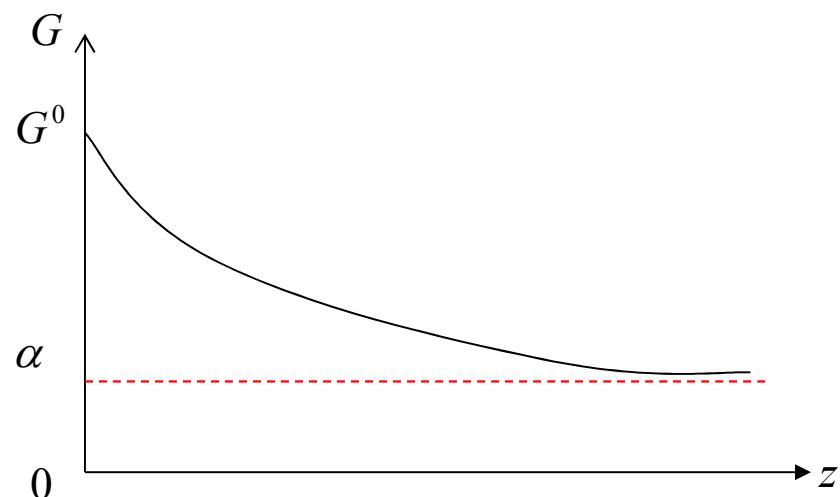
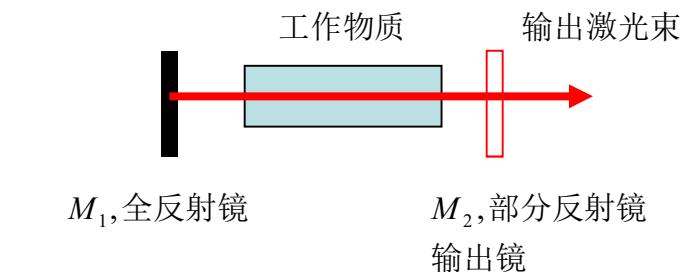
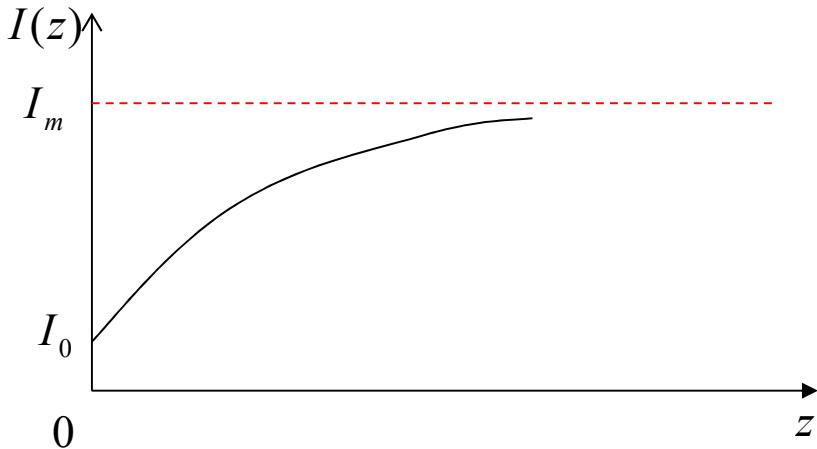
同时考虑增益和损耗的作用：

初始为弱信号, I_0 很小；

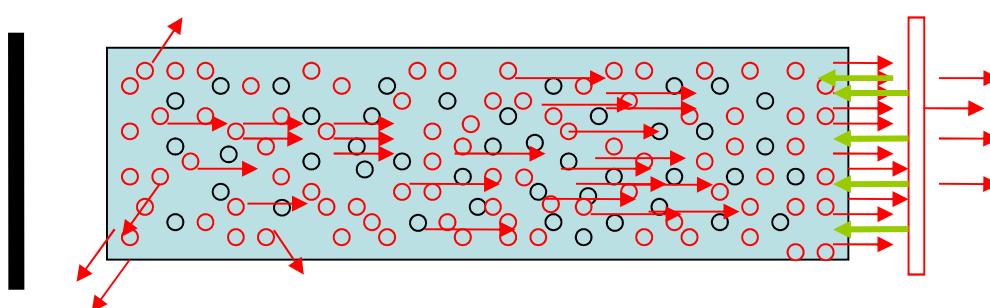
$dI = (G(I) - \alpha)I(z)dz$, ∴ $I(z) = I_0 e^{(G^0 - \alpha) \cdot z}$, 指数关系；

当 $I(z) \uparrow$ 到一定程度, $\Rightarrow G(I) \downarrow$, 增益饱和, $I(z)$ 增长缓慢。

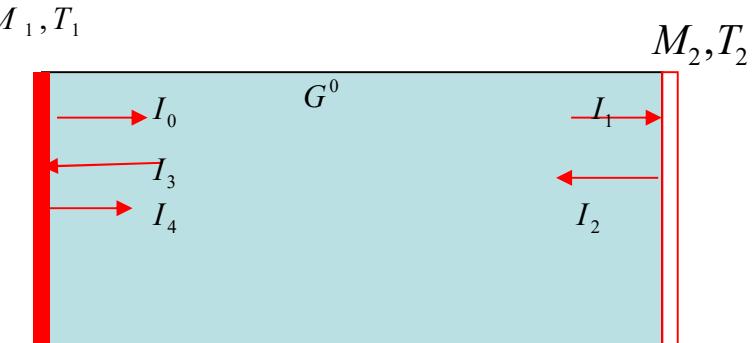
关于ASE - 放大的自发辐射和自激振荡 --- 说明



通常加光学谐振腔正反馈，
等价于加长了激活介质；
但是光学谐振腔还有另一个重要作用：
利用选择性损耗来限制激光振荡模式。



2、阈值条件



初始小信号 I_0 , 设腔长 $L = \text{激活介质长度 } \ell$;

$$I_1 = I_0 e^{G^0 \cdot \ell} \cdot e^{-\alpha_{\text{内}} \cdot \ell}, I_2 = I_1 (1 - T_2), I_3 = I_2 e^{G^0 \cdot \ell} \cdot e^{-\alpha_{\text{内}} \cdot \ell}, I_4 = I_3 (1 - T_1),$$

$$\Rightarrow I_4 = I_0 (1 - T_1)(1 - T_2) e^{2(G^0 - \alpha_{\text{内}}) \ell}$$

可以产生和维持激光振荡的条件 --- 阈值条件 --- $I_4 \geq I_0$

$$\Rightarrow I_4 = I_0 (1 - T_1)(1 - T_2) e^{2(G^0 - \alpha_{\text{内}}) \ell} \geq I_0,$$

$$\Rightarrow (1 - T_1)(1 - T_2) e^{2(G^0 - \alpha_{\text{内}}) L \ell} \geq 1,$$

$$\Rightarrow G^0 \geq \alpha_{\text{内}} - \frac{1}{2\ell} \ln(1 - T_1)(1 - T_2) \equiv G_t = \alpha_{\text{总}} \equiv \frac{\gamma_{\text{总}}}{\ell},$$

G_t : 阈值增益系数; $\alpha_{\text{总}}$: 总的单程损耗系数; $\gamma_{\text{总}}$: 总的单程损耗因子。

阈值条件: $G^0 \geq G_t = \frac{\gamma}{\ell}$, 增益大于损耗。

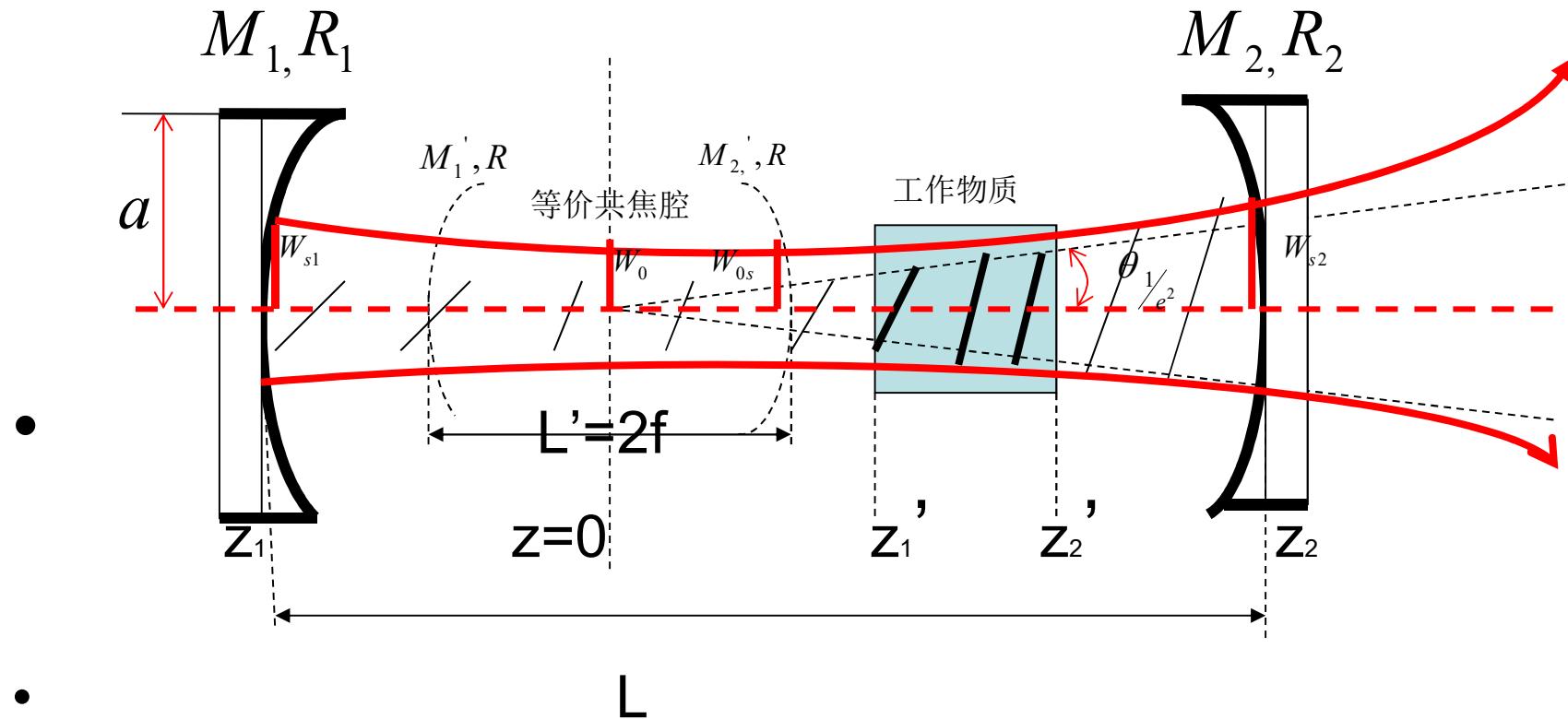
- 激光产生条件：
- 1、实现粒子数反转；
- 2、满足阈值条件，即增益大于损耗。

- 第四节、激光光束的基本特性及描述
- 1、空间特性
- 2、频率特性
- 3、时间特性
- 4、强度特性
- 5、体现在方向性、单色性、相干性（高阶相干性）

1、空间特性(激光光束空间分布)

激光束好的方向性来自于光学谐振腔中好的模式。

- 横模---相对稳定的光场横向空间分布。



- 给出一类光学谐振腔（双镜稳定球面镜腔）的激光束场分布

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}, \text{满足条件: } 0 < g_1 g_2 < 1$$

$$R(z) = \left| z + \frac{f^2}{z} \right|,$$

$f = \frac{L'}{2}$, L' 为等价共焦腔的腔长。

$$R_1 = R_1(z_1) = -(z_1 + \frac{f^2}{z_1}),$$

• 已知 R_1, R_2, L 值,

$$R_2 = R_2(z_2) = +(z_2 + \frac{f^2}{z_2}),$$

• 可唯一解出
一组

$$z_2 - z_1 = L,$$

• z_1, z_2, f 值.

L 为实际稳定球面镜腔腔长

对于方形镜子（ $2a \times 2a$ 尺寸）在直角坐标系中，
由光学谐振腔自洽积分方程和等价共焦腔的方法，
可以得到光波场的解析解为：

当菲涅尔数 F 较大 > 1 ，同时 $F = \frac{a^2}{L\lambda} \ll \left(\frac{L}{a}\right)^2$ ，在共焦腔中心附近，
其解为角向长椭球函数可以进一步简化表示为厄米多项式(Hermitian)和
高斯(Gauss)分布函数的乘积——厄米-高斯光束。

等价共焦腔镜 M_1' 或 M_2' 上光场的复振幅分布：

$$E_{mn}(x, y) = E_m(x)E_n(y) \cong C_{mn} H_m\left(\sqrt{\frac{2\pi}{L'\lambda}}x\right) H_n\left(\sqrt{\frac{2\pi}{L'\lambda}}y\right) e^{-\frac{(x^2+y^2)}{L'\lambda/\pi}}$$

$$C_{mn} \text{ 为实常数;} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{L'\lambda/\pi}} = e^{-\frac{W^2}{W_{0s}^2}}$$

$$H_m(x) = (-1)^m e^{x^2} \frac{d^m}{dx^m} e^{-x^2} = \sum_{j=0}^{\frac{m}{2}} \frac{(-1)^j m!}{j!(m-2j)!} (2x)^{m-2j}$$

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

行波场：

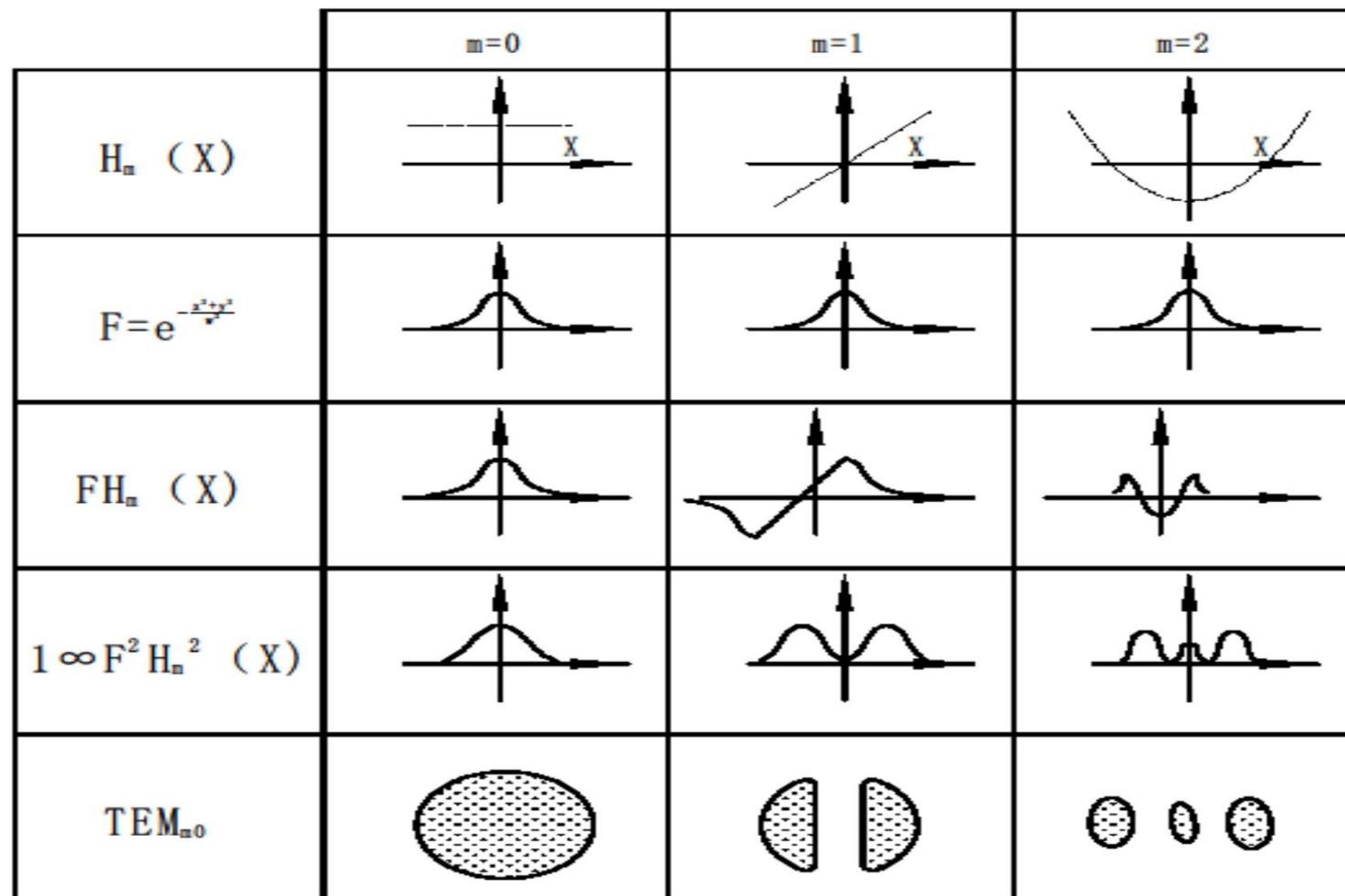
- 博伊德—戈登求出，腔内一点(x, y, z)的行波场为：

$$E_{mn}(x, y, z) = E_0 \left(\frac{2}{1 + \xi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{m}{2} + 1)\Gamma(\frac{n}{2} + 1)}{\Gamma(m + 1)\Gamma(n + 1)} \times e^{-\frac{kw^2}{L'(1 + \xi^2)}} \\ \times H_m \left(X \left(\frac{2}{(1 + \xi^2)} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \times H_n \left(Y \left(\frac{2}{(1 + \xi^2)} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \\ \times e^{i(k \frac{L'}{2}(1 + \xi) + \frac{k\xi}{1 + \xi^2} \frac{w^2}{L'}) + i(m + n + 1)(\frac{\pi}{2} - \psi)}$$

其中： $w^2 = x^2 + y^2$, $\psi = \arctan \left(\frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right)$,

$$U_0 \text{与坐标无关}, X = x \frac{\sqrt{2\pi F}}{a}, Y = y \frac{\sqrt{2\pi F}}{a},$$

$$\Gamma(\frac{m}{2} + 1) = (\frac{m}{2} + 1)\Gamma(\frac{m}{2}), \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}, \Gamma(m) = m! \text{为伽马函数}$$



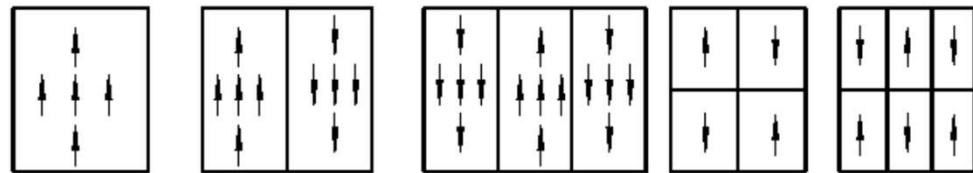
矩形镜共焦腔高阶横模在整个镜面上
的振幅分布和强度分布

(1) 、横模光斑尺寸： 模瓣和节线

横模指数： $m, n; p, l.$

TEM_{mn} 模

轴对称
(方镜)



TEM_{00}

TEM_{10}

TEM_{20}

TEM_{11}

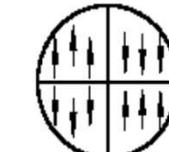
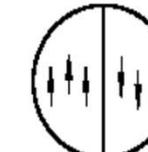
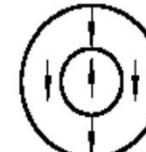
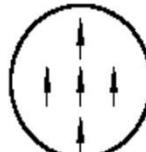
TEM_{11}

TEM_{nn}



TEM_{pl} 模

旋转对称
(圆镜)



TEM_{00}

TEM_{10}

TEM_{20}

TEM_{11}

TEM_{11}

TEM_{p1}



方形反射镜和圆形反射镜的横
模图形及线偏振腔模结构

- 不同的m, n值, 表示不同的相对稳定的光场振幅(强度)分布, 即不同的横模,
- 记为TEM_{mn}模,m, n为横模序数(或横模指数)。
- TEM₀₀模---基横模或基模,
- TEM₀₁模或TEM₁₀模---低阶模,
- 其他---高阶模。
- TEM₀₀模---基横模或基模,

$$E_{00}(x, y) = C_{00} e^{-\frac{x^2+y^2}{L'\lambda/\pi}} = C_{00} e^{-\frac{x^2+y^2}{w_{0s}^2}},$$

$$I_{00}(x, y) = \alpha |E_{00}(x, y)|^2 = \alpha (E_{00}(x, y) \cdot E_{00}(x, y)^*) = A e^{-2\frac{x^2+y^2}{w_{0s}^2}},$$

为中心强、边缘弱的圆形光斑, 其中

$$w_{0s} = \sqrt{\frac{L'\lambda}{\pi}}$$

为等价共焦腔镜面上的“光斑半径”或“光斑尺寸”,

即振幅衰减到中心的e⁻¹或光强衰减到中心的e⁻²处的光斑范围.(集中了大部分光能量)

$z = 0$ 处， 束腰位置； $W_0 = \sqrt{\frac{\lambda L'}{2\pi}}$, -- 束腰半径。

等价共焦腔镜上 $z = L'$ 处， 光斑尺寸： $W_{0s} = \sqrt{\frac{\lambda L'}{\pi}} = \sqrt{2}W_0$.

稳定球面腔镜上， $z = z_1, z_2$ 处， 光斑尺寸：

$$W_{0s1} = W_0 \left(1 + \frac{z_1^2}{f^2}\right)^{1/2}, \dots, W_{0s2} = W_0 \left(1 + \frac{z_2^2}{f^2}\right)^{1/2}, \dots, f = \frac{L'}{2}$$

高阶横模的光斑尺寸：

$$W_m(z) = \sqrt{2m+1} \cdot W(z), \dots, (x \text{ 方向}) \dots$$

$$W_n(z) = \sqrt{2n+1} \cdot W(z), \dots, (y \text{ 方向}) \dots$$

$$W(z) = W_0 \left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right)^{1/2}.$$

- x方向,m阶,m个零点(节点),m条暗线,m+1个峰值
- y方向,n阶,n个零点(节点),n条暗线,n+1个峰值
- 光斑半径:

$$W_{ms} = \sqrt{2m + 1} W_{0s},$$

$$W_{ns} = \sqrt{2n + 1} W_{0s},$$

- $2\pi F$ 越大,场越集中镜面中心及其附近,越小,镜边缘场振幅渐增(衍射损耗增大);
- 统一,高阶模在镜边缘处的振幅比基模的大;
- 近似解与精确解在镜面中心及其附近符合较好.

2、等相位面

基横模的等相位面是凹向腔中心的近似球面，

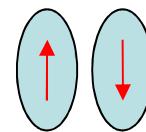
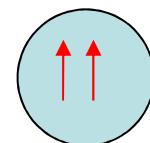
在 $z = 0$ 或 $z \rightarrow \pm\infty$, 等相位面是平面；

等相位面曲率半径为：

$$R(z) = \left| z + \frac{f'^2}{z} \right|, R \text{始终取正};$$

高斯光束与球面波和平面波有本质区别！

光斑的相邻模瓣之间相差 π 位相。



3、发散角（远场发散角）

(1) 基横模:

$$\theta_{0/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W(z)}{z} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi L'}} = \frac{\lambda}{\pi W_0} = \frac{W_0}{f'} \quad (f' = \frac{L'}{2})$$

(2) 高阶横模的发散角:

$$\theta_{m/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W_m(z)}{z} = \sqrt{2m+1} \cdot \theta_{0/e^2} \quad (\text{x方向}) \dots$$

$$\theta_{n/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W_n(z)}{z} = \sqrt{2n+1} \cdot \theta_{0/e^2} \quad (\text{y方向}) \dots$$

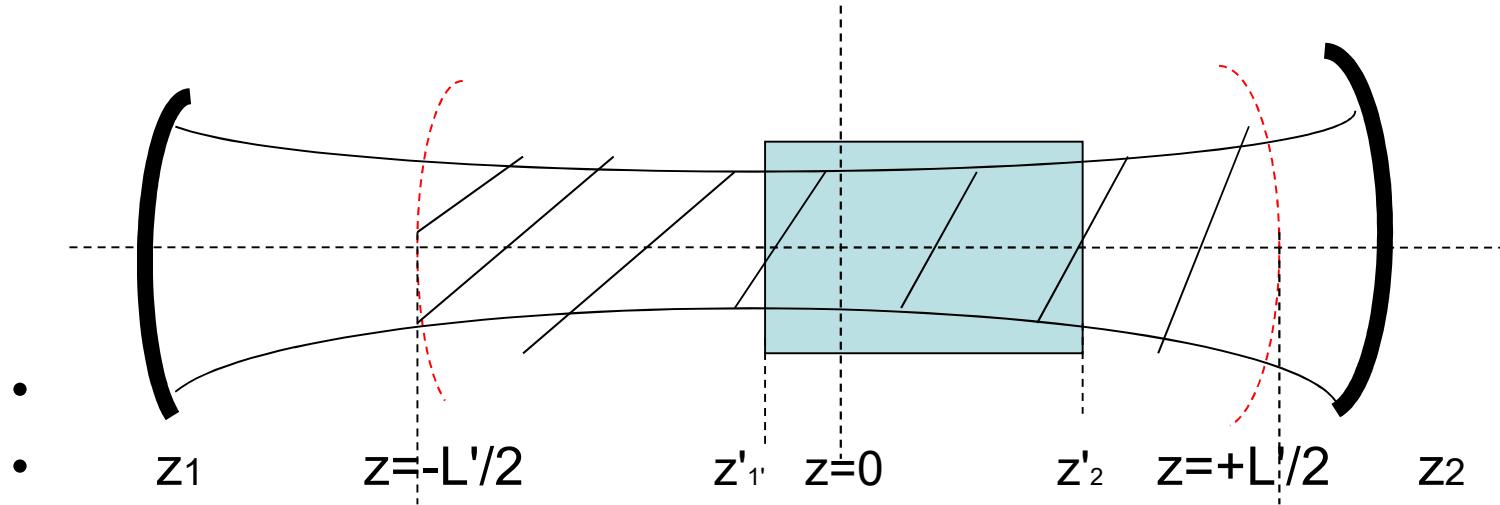
阶数越高，发散角越大。

* 模体积:

$$V_{00} = \int_{z_1}^{z_2} \pi W_{00}^2(z) dz;$$

$$V_{mn} = \sqrt{(2m+1)(2n+1)} \cdot V_{00}$$

- 基模高斯光束模体积



$$V_{00} = \int_{-L'/2}^{+L'/2} \pi w^2(z) dz = \int_{-L'/2}^{+L'/2} \pi w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right) dz = \frac{2}{3} \lambda L'^2,$$

$$V_{00eff} = \int_{z'_1}^{z'_2} \pi w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right) dz = \pi w_0^2 (z'_2 - z'_1 + \frac{1}{3f^2} (z'^3_2 - z'^3_1))$$

*圆形实对称共焦球面镜光学谐振腔中光场特性

采用极坐标.

在 F 值足够大(且近轴近似),圆形实对称共焦球面镜光学谐振腔中自再现模在腔镜上的场分布为缔合拉盖尔多项式和高斯函数的乘积--拉盖尔-高斯光束.

$$U_{pl}(r, \varphi) = C_{pl} \left(\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}} r \right)^l L_p^l \left(\frac{2\pi}{\lambda L} r^2 \right) e^{-\frac{\pi}{\lambda L} r^2} \begin{cases} \cos l\varphi, \\ \sin l\varphi, \end{cases}$$

$p, l = 0, 1, 2, \dots, l = 0$ 时，只能用 $\cos l\varphi$ 项.

- 其中 (r, Φ) 为镜面上的极坐标， C_{pl} 归一化常数， L 表示共焦腔的腔长， L_p^l 为缔合拉盖尔多项式 TEM_{p+l} 模或 LG 模
- 本征值：

$$\gamma_{pl} = e^{ikL - i(2p+l+1)\frac{\pi}{2}},$$

- 光斑具有圆对称形式.
- p 表示径向(r 方向)节线圆的数目;
- l 表示角向(沿幅 Φ 方向)节线的数目;

•

$$L_0^m(\xi) = 1$$

$$L_1^m(\xi) = 1 + m - \xi$$

$$L_2^m(\xi) = \frac{1}{2} \left[(1+m)(2+m) - 2(2+m)\xi + \xi^2 \right]$$

.....

$$L_n^m(\xi) = e^\xi \frac{\xi^{-m}}{n!} \frac{d^n}{d\xi^n} \left(e^{-\xi} \xi^{n+m} \right) = \sum_{k=0}^n \frac{(n+m)! (-\xi)^k}{(m+k)! k! (n-k)!}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

- 基模 TEM_{00q} 的光场分布也为高斯函数:

$$U_{00}(r, \varphi) = C_{00} e^{-\frac{\pi}{\lambda L} r^2}$$

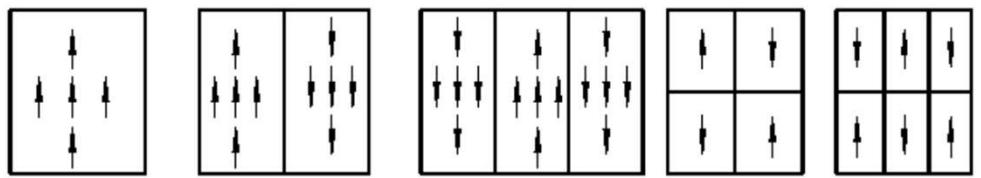
• 基模 TEM_{00q} 在镜面上光斑尺寸与方形镜一样: $w_{0s} = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}}$

• TEM_{plq} 在镜面上光斑尺寸: $w_{plq} = \sqrt{2p + l + \frac{1}{2}} w_{0s}$

- $v_{plq} = \frac{c}{2\eta L} \left(q + \frac{1}{2} (2p + l + 1) \right)$
- 谐振频率:
 - 基模 TEM_{00q} 的光场分布、发散角、在镜面上光斑尺寸与方形镜一样;
 - 高阶模两个相邻模瓣位相差 π ;
 - 同阶次的两个正交偏振模，可以合成为其他偏振模。

TEM_{mn} 模

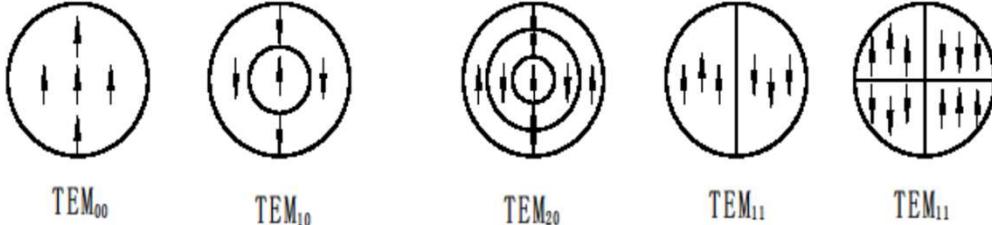
轴对称
(方镜)



TEM_{mn}

TEM_{pl} 模

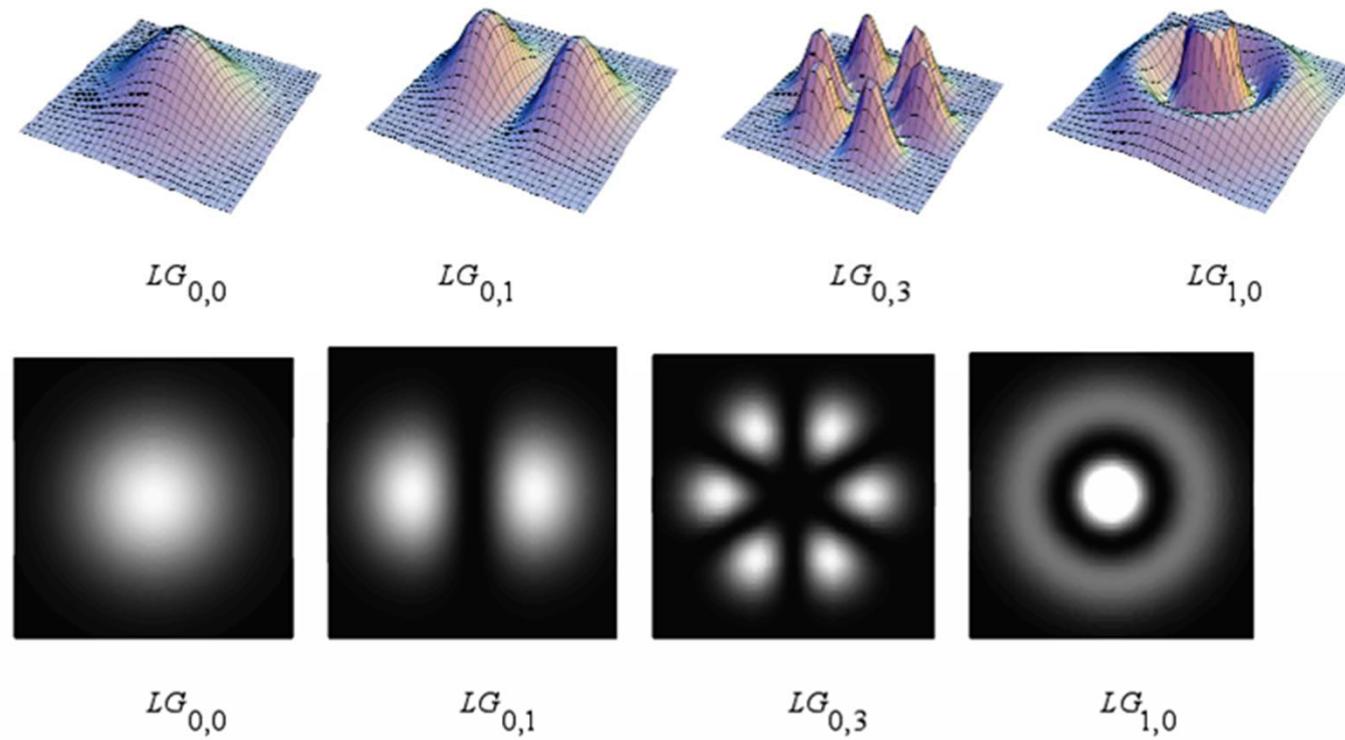
旋转对称
(圆镜)



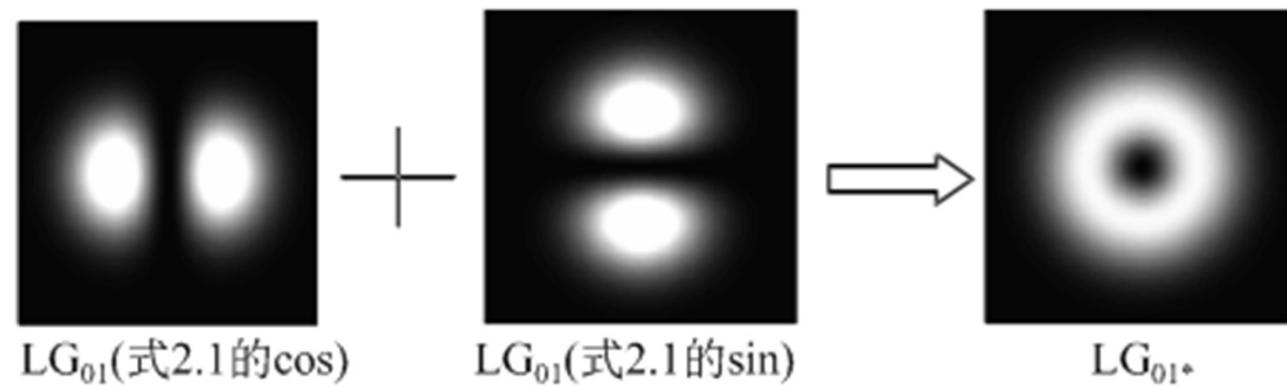
TEM_{pl}

| 方形反射镜和圆形反射镜的横
模图形及线偏振腔模结构

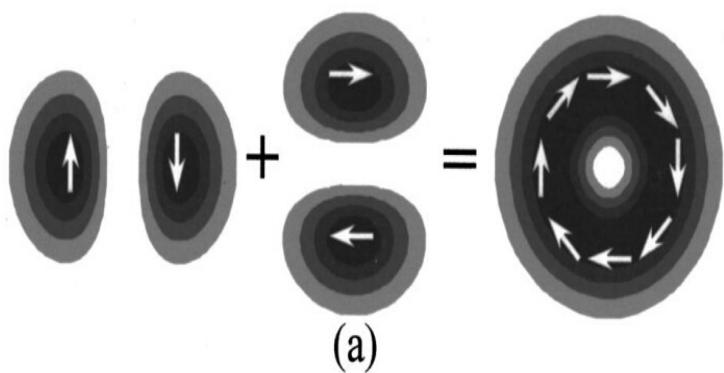
- 几个典型的拉盖尔-高斯光场分布
-



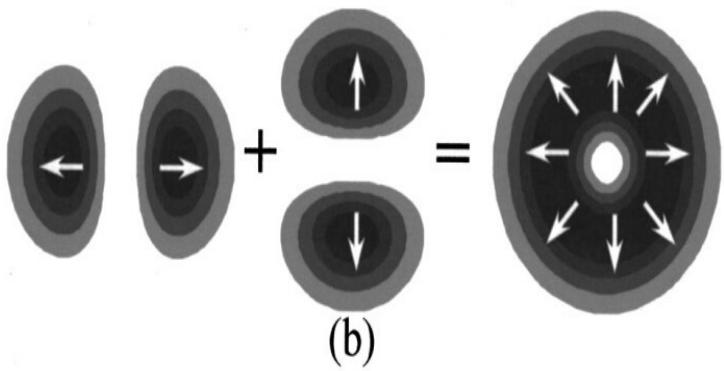
- 在实际的激光器中常有模式畸变和简并现象，从而导致输出光不是某一单一模式，而是两个或多个模式的叠加，称之为简并模。在柱坐标系下， $LG_{01}(\cos)$ 和 $LG_{01}(\sin)$ 是最低阶拉盖尔-高斯模式的两个分量，这两个模具有旋转对称性，其中一个模由另一个模绕中心轴旋转 90° 而得到，两个模式之间有 $\pi/2$ 的相位差。两个模式通过叠加可以得到一个空心横模，称为 LG_{01^*} 模（如图所示）。



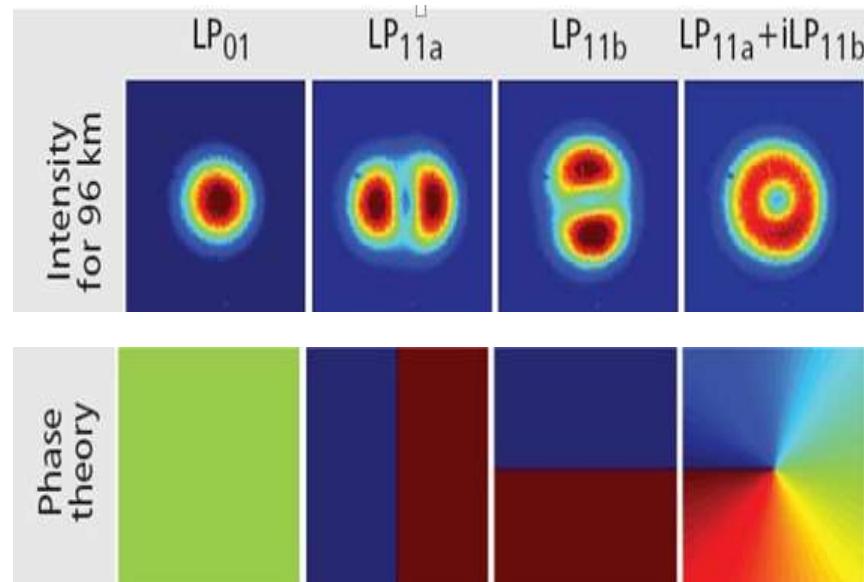
- 两个模式简并得到空心横模 (LG_{01^*})



(a)

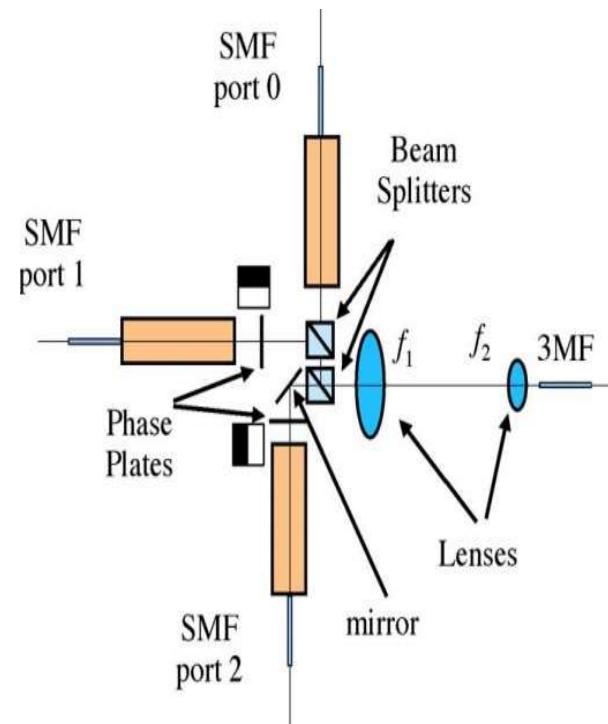
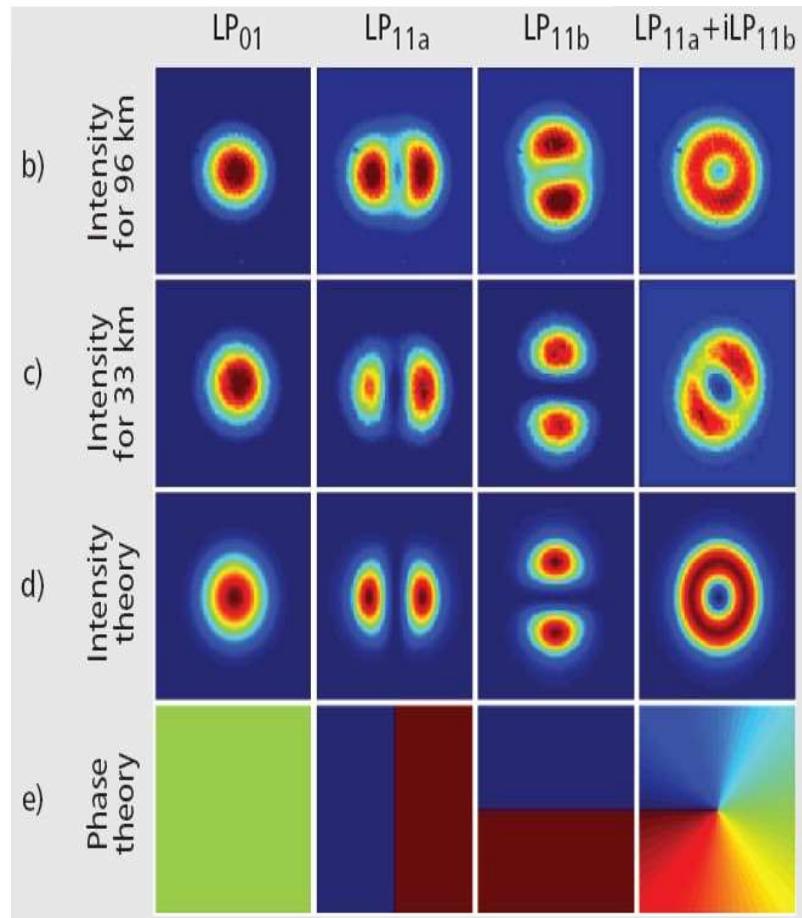


(b)



LP模的叠加

$$V_{lm} = F(r)_{l,m} \cos(l\phi) + iF(r)_{l,m} \sin(l\phi) = F(r)_{l,m} e^{il\phi}$$



Mode-division multiplexing over 96 km of few-mode fiber using coherent 6 6 MIMO. *Lightwave Technology, Journal of*, 30(4), 521-531.2012

• 关于激光光束的方向性

1、用发散角（远场发散 角）来表征激光光束方 向性的好坏；
发散角越小， 方向性越 好；

(1) 基横模：

$$\theta_{0/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W(z)}{z} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi L'}} = \frac{\lambda}{\pi W_0} = \frac{W_0}{f'}, (f' = \frac{L'}{2})$$

(2)、高阶横模的发散角：

$$\theta_{m/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W_m(z)}{z} = \sqrt{2m+1} \cdot \theta_{0/e^2} \dots\dots (x \text{方向}) \dots$$

$$\theta_{n/e^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{W_n(z)}{z} = \sqrt{2n+1} \cdot \theta_{0/e^2} \dots\dots (y \text{方向}) \dots$$

由此认为基横模方向性 最好。

2、可聚焦光斑尺寸

焦距 f ,光阑直径为 D ,

对于理想平面波有: $a = f \cdot 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$,

实际激光束聚焦光斑尺寸测量为 A ,则:

$$N = \frac{A}{a}, \dots N\text{倍衍射极限}.$$

-

3、 β 值

$$\beta = \frac{\text{实际光束的远场发散角}}{\text{理想光束的远场发散角}}$$

4、斯特列尔比 S_R (大气光学中常用到)

$$S_R = \frac{\text{实际光束焦斑处的峰值功率}}{\text{理想光束焦斑处的峰值功率}}$$

5、光束参数乘积 $BPP(beam.parameter.product)$
= 光束的束腰宽度 \times 远场发散角；

6、 M^2 因子
 $= \frac{\text{实际光束的束腰宽度} \times \text{远场发散角}}{\text{理想光束的束腰宽度} \times \text{远场发散角}} \geq 1,$

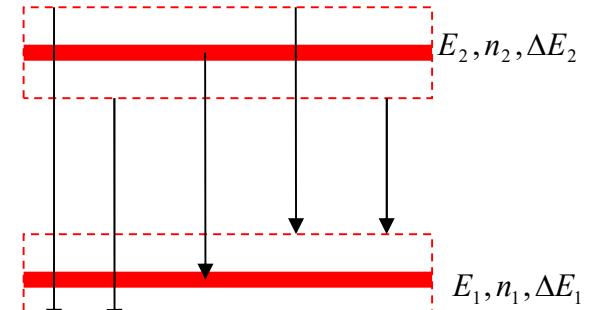
基横模的 M^2 因子最小；
通常希望采用选横模技术选出基横模激光光束。

- 二、激光光束的频率特性
 - 1、由工作物质的增益线型来确定频率范围
 - 2、光学谐振腔（驻波腔）确定分立频率
 - 3、光学谐振腔与工作物质共同作用（满足阈值条件）

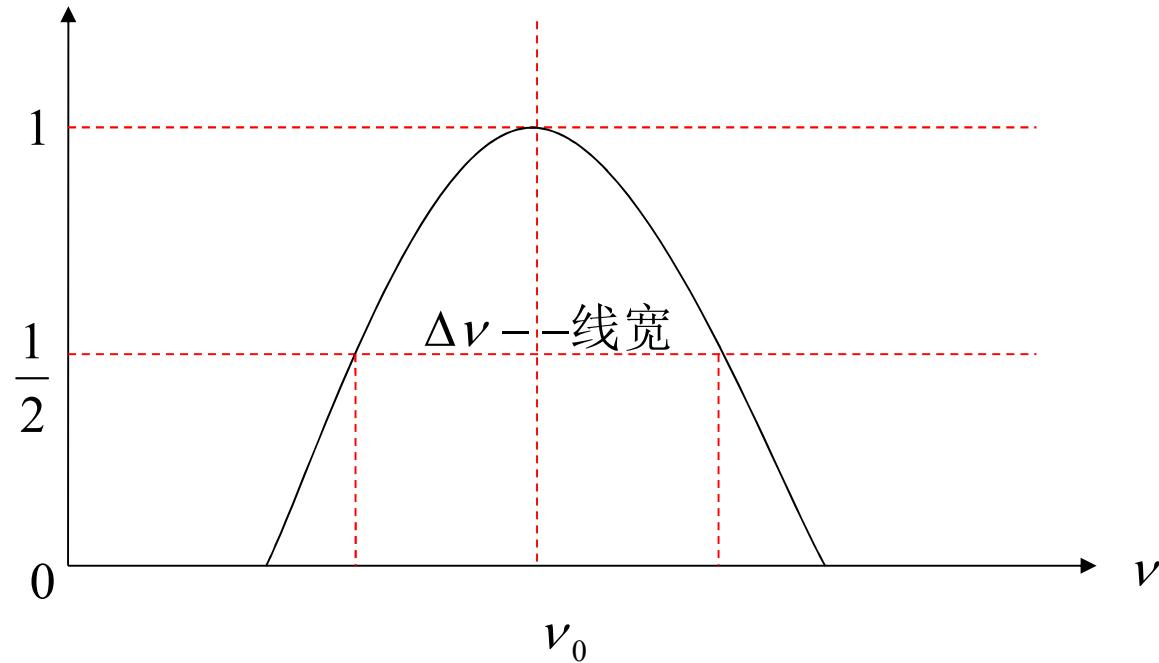
1、由工作物质的增益线型来确定频率范围

$$G(\nu) = \sigma_{21}(\nu) \cdot \Delta n(\nu) = \frac{A_{21}\nu^2}{8\pi\nu_0^2} \cdot \phi(\nu) \cdot \Delta n(\nu),$$

$\phi(\nu)$ -- 荧光谱线线型



$I_{\text{荧光}}(\nu)$, $\phi(\nu)$ -- 荧光谱线线型



$\phi(\nu)$ -- 荧光谱线线型 (可以通过测量荧光光谱 获得) :

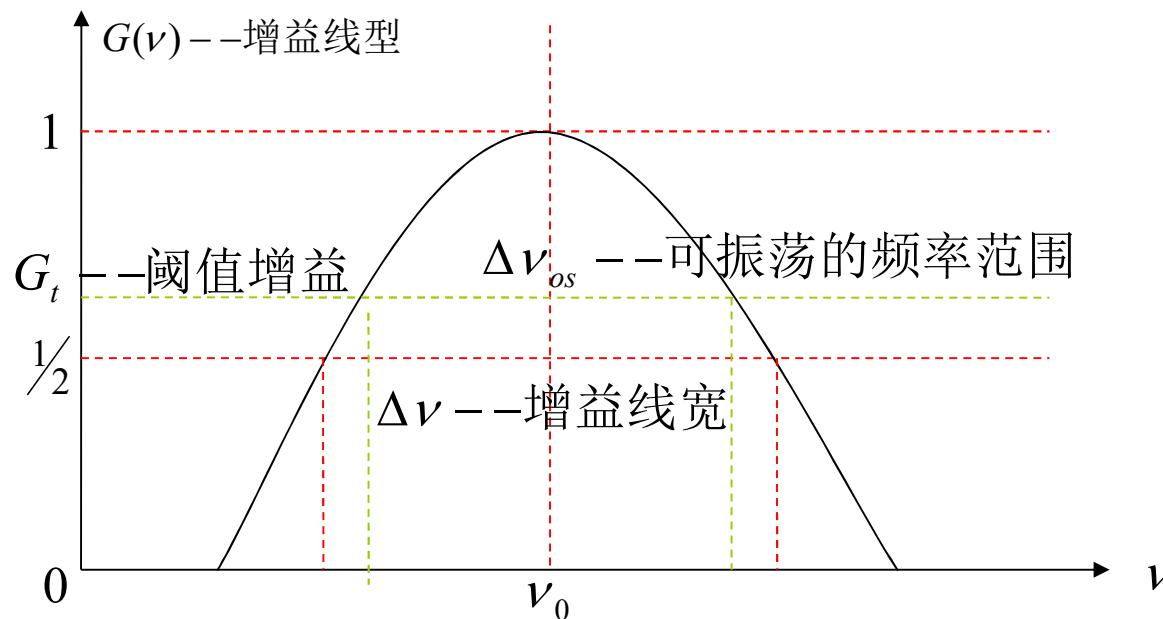
(1) : 洛伦兹函数线型 (均匀 加宽工作物质), 线宽 $\Delta\nu_H$;

$$\phi_H(\nu) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\frac{\Delta\nu_H}{2}}{(\nu - \nu_0)^2 + (\frac{\Delta\nu_H}{2})^2}, \text{ 线宽 } \Delta\nu_H = \frac{1}{2\pi\tau_s}.$$

(2) : 高斯函数线型 (非均匀 加宽工作物质), 线宽 $\Delta\nu_G$;

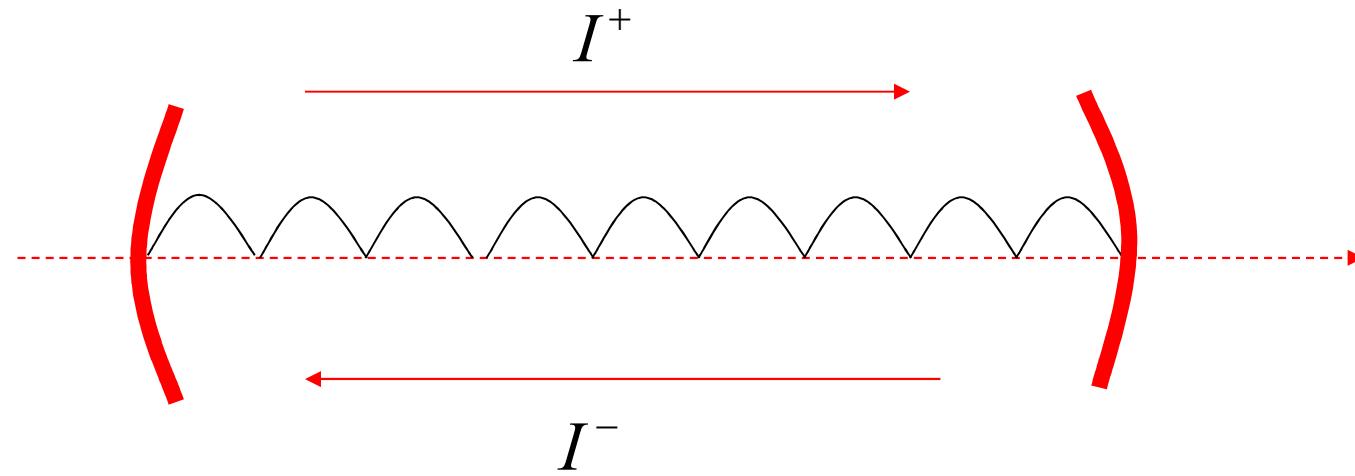
$$\phi_G(\nu) = (\pi \ln 2)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{\pi \Delta\nu_G} \cdot e^{-\ln 2 \frac{(\nu - \nu_0)}{(\Delta\nu_G/2)^2}}, \text{ 线宽 } \Delta\nu_G = 2\nu_0 \left(\frac{2kT}{mc^2} \cdot \ln 2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

(3) : 洛伦兹函数线型与高斯 函数线型的卷积积分函数 (综合加宽工作物质)



$$\Delta\nu_{os} = \Delta\nu_H \sqrt{\beta_{sm} - 1} \quad \text{或} \quad \Delta\nu_{os} = \Delta\nu_G \sqrt{\frac{\ln \beta_{sm}}{\ln 2}}; \beta_{sm} -- \text{泵浦超阈值度}.$$

• 2、光学谐振腔（驻波腔）确定分立频率
稳定球面镜腔（双镜腔）中存在大量驻波



腔的光学长度： L

由谐振条件（驻波条件）决定的谐振频率：
(光波在腔内往返一周的相移应为 2π 的整数倍)

方形镜：

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right)$$

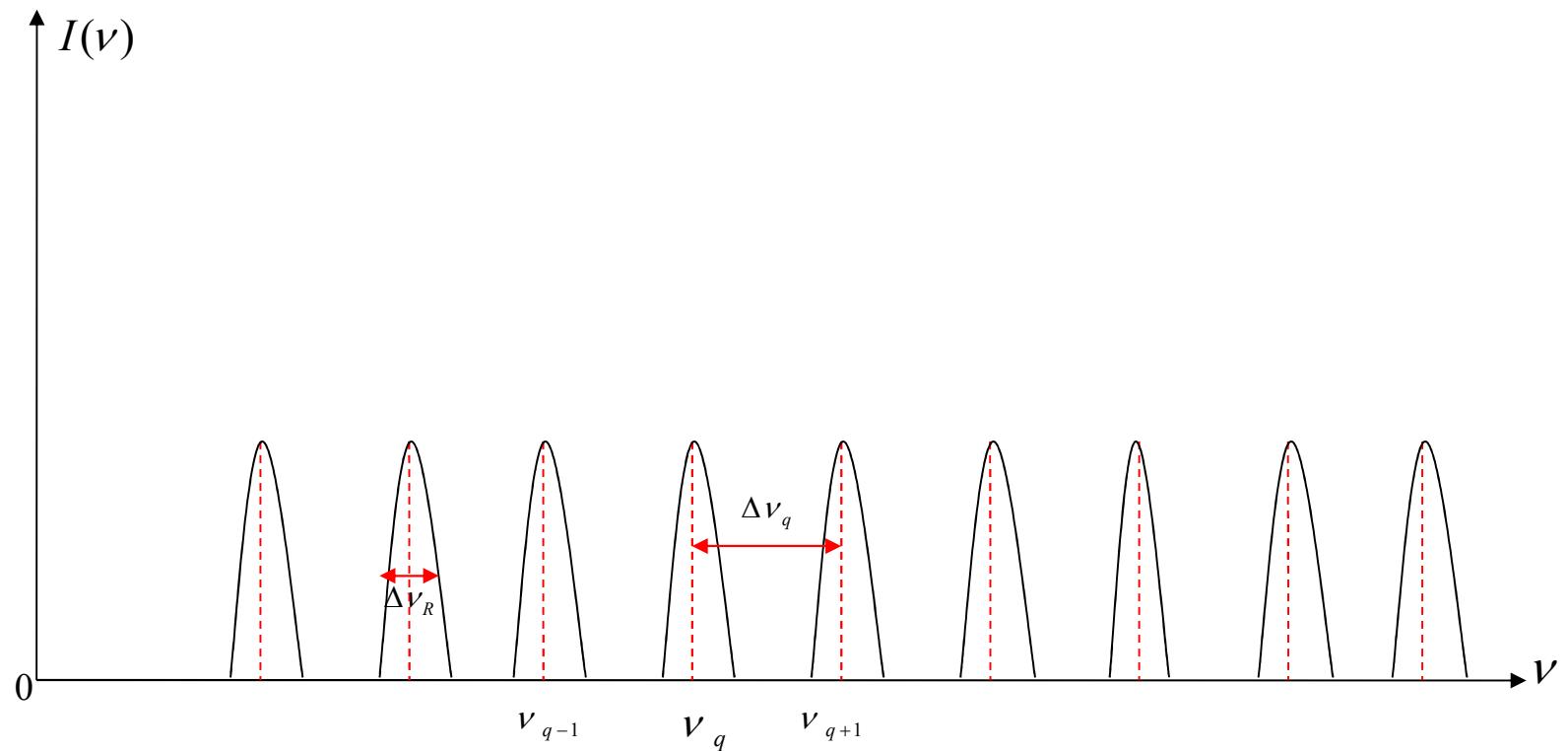
圆形镜：

$$\nu_{plq} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} (2p+l+1) \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right)$$

g_1, g_2 腔镜的几何因子。

q : 纵模指数，通常 q 很大， m, n 或 p, l 很小，
常由 q 决定频率 ν 。

对于 $m, n = 0, TEM_{00q}$ 模



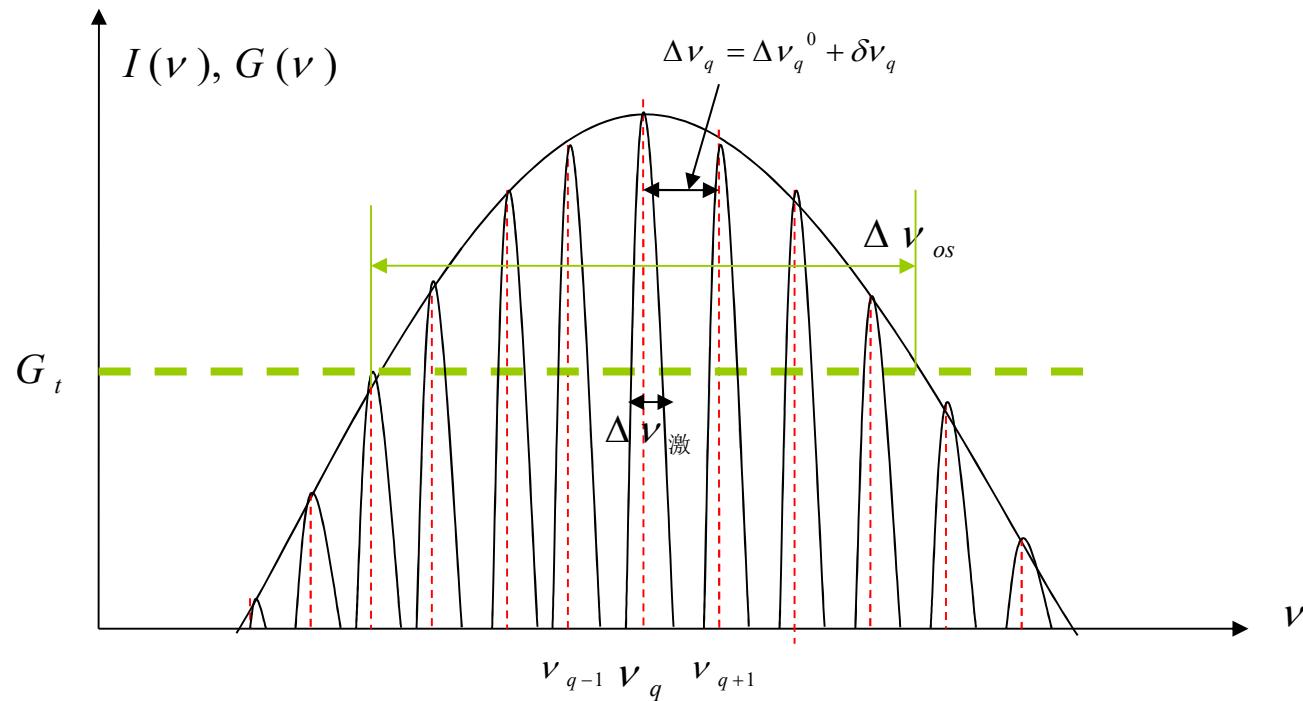
$$\Delta v_q = \frac{c}{2L} \text{(相邻纵模频率间隔)} ;$$

$$\Delta v_R = \frac{1}{2\pi\tau_R}, \tau_R = \frac{L}{\gamma \cdot c},$$

L --腔光学长度; γ --腔单程损耗因子

3、光学谐振腔与工作物质共同作用（满足阈值条件）

对于 $m, n = 0, TEM_{00q}$ 模



●

纵模数: $N = \left(\frac{\Delta\nu_{os}}{\Delta\nu_q}\right)$ 整数, 当 $\Delta\nu_{os} < \Delta\nu_q$ 时,

单一纵模, 单一频率,

选纵模 -- 调谐, 腔内, 腔外非线性频率变换;

单横模 + 单纵模 \rightarrow 单模。

“频率牵引” -- 由于介质的线性极化使得各纵模频率间隔不相等, 并且向中心频率靠拢。

$$\Delta\nu_q = \Delta\nu_q^0 + \delta\nu_q;$$

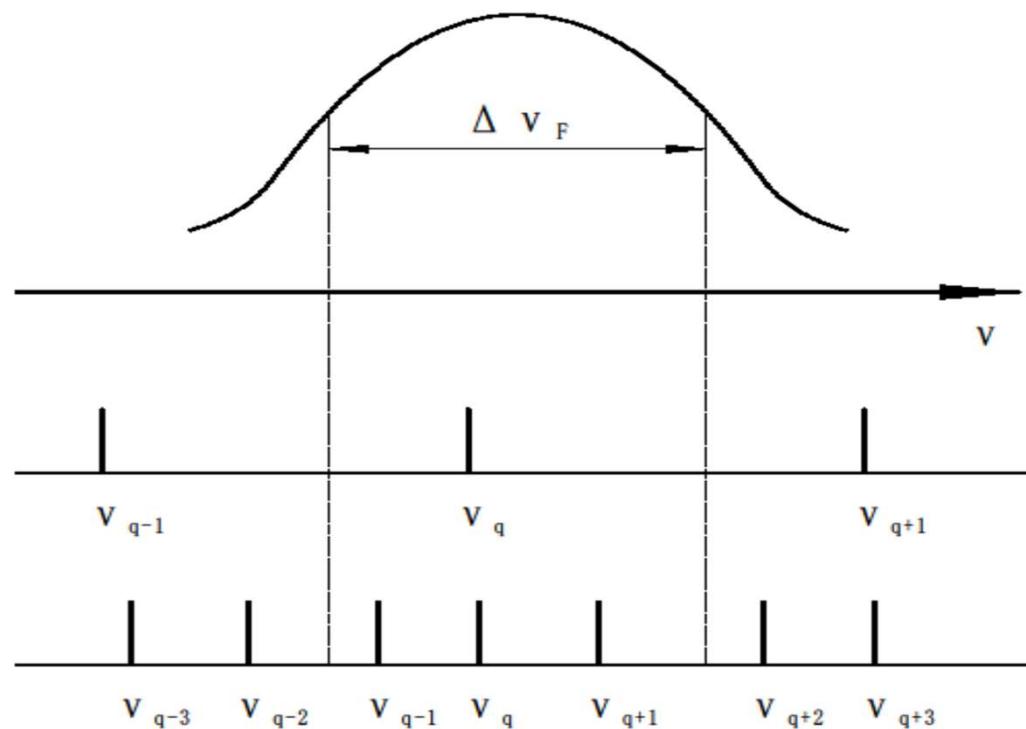
$$\nu_q = \nu_q^0 + \delta\nu_q;$$

$$\delta\nu_q = -\frac{\delta\psi(\nu_q) \cdot \ell}{L/c} \cdot \frac{1}{2\pi};$$

单纵模激光束的极限线宽:

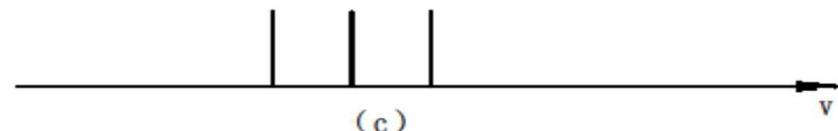
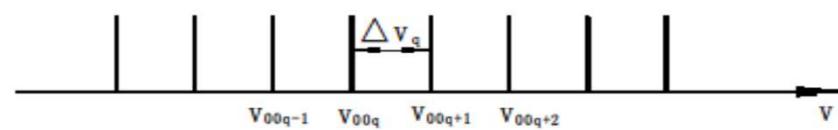
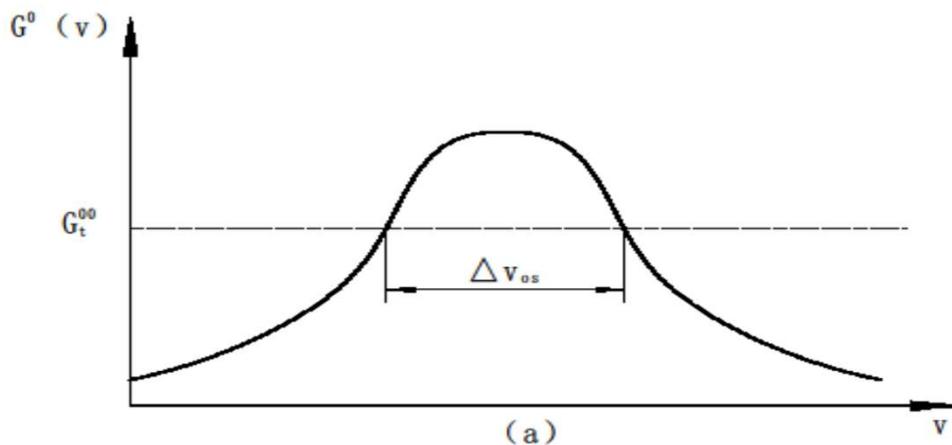
$$\Delta\nu_{\text{激}} = \frac{n_3}{\Delta n} \cdot \frac{2\pi h v (\Delta\nu_R)^2}{P_{out}}, \text{(对四能级系统工作物质)}$$

频率特性



激光纵模：(a) 荧光谱线；
(b) 单个纵模在荧光线宽内；
(c) 三个纵模在荧光线宽内；

频率特性



激光器起振模谱

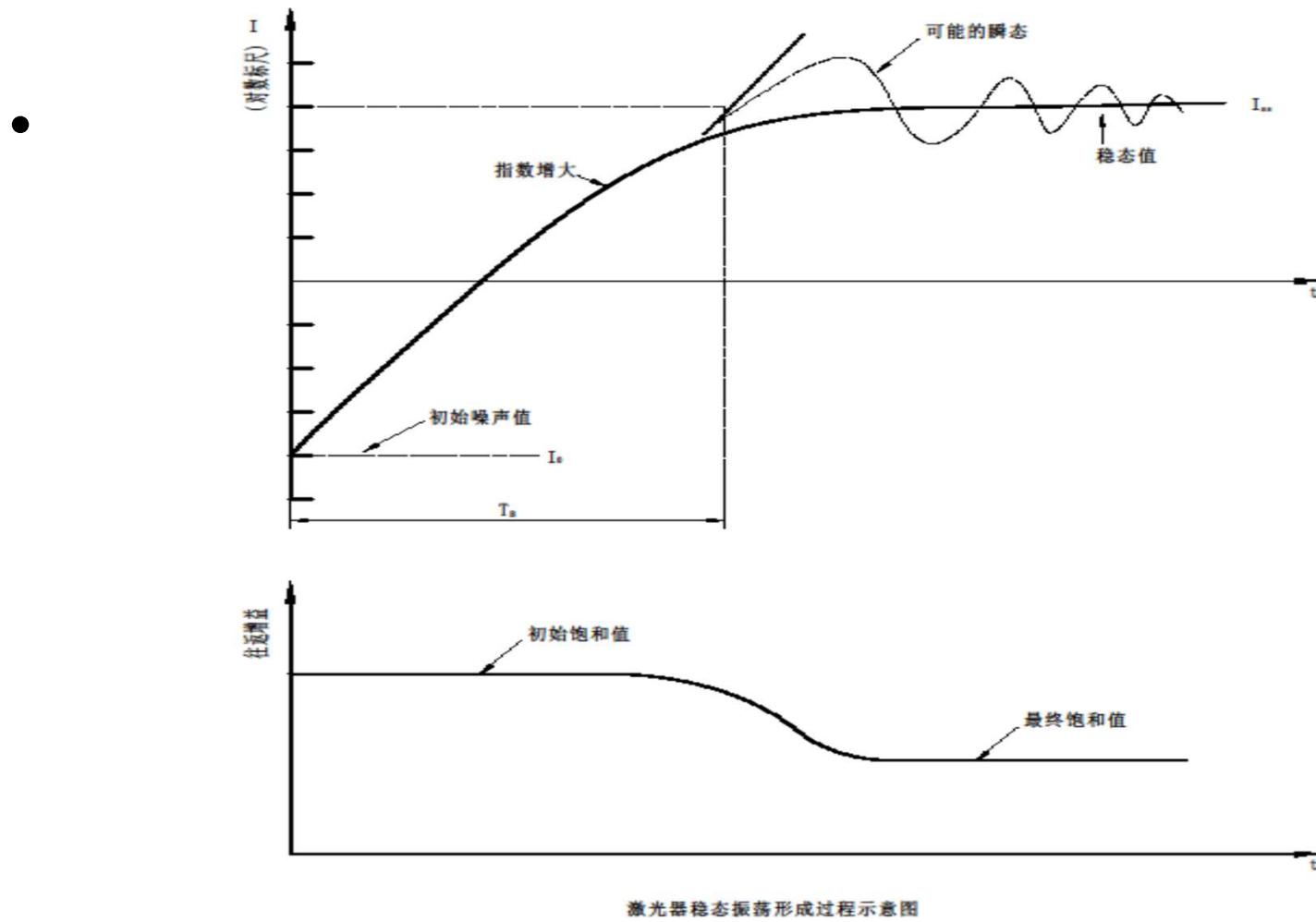
(a) 介质的小讯号增益曲线及 Δv_{os} (b) 谐振腔的纵模频率

(c) 起振的纵模频谱

• 三、激光束的时间特性

- 连续波(CW)运转,
- 自由振荡脉冲运转,
- 调Q脉冲运转,
- 锁模脉冲运转,

连续波运转激光器时间特性

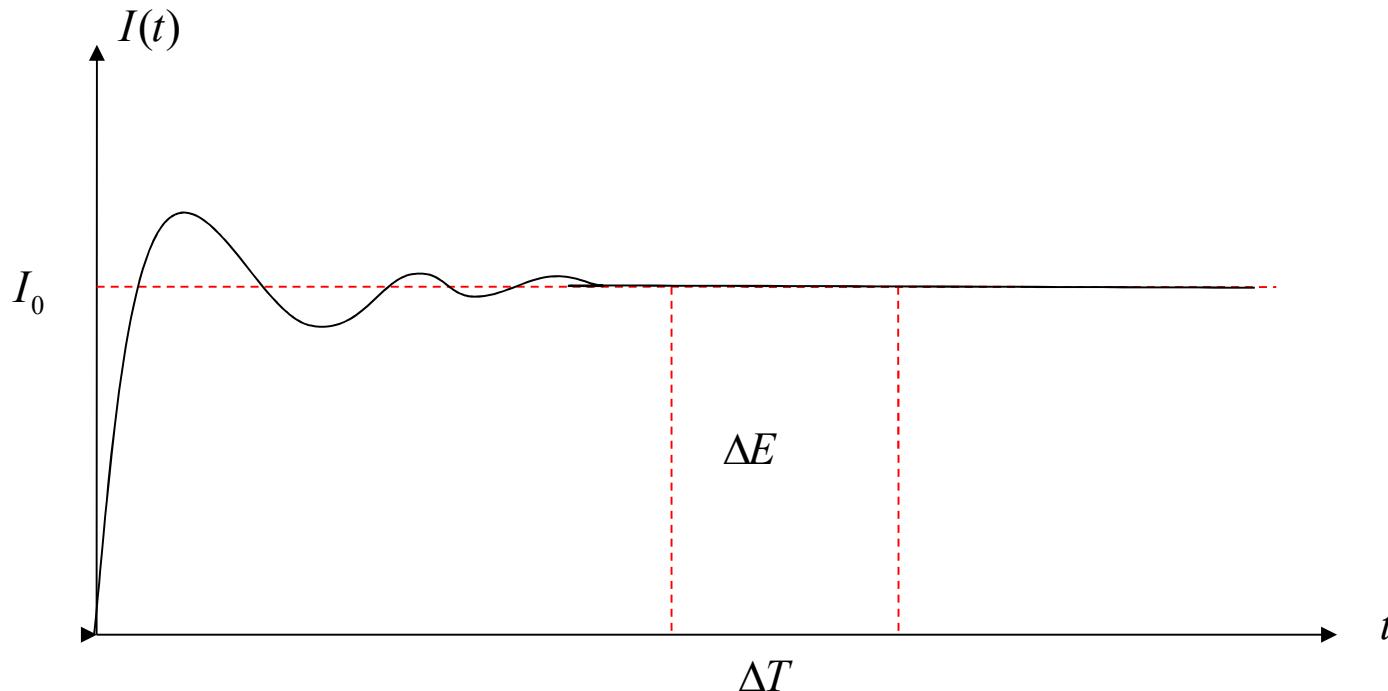


1、连续波运转 (CW运转)

连续泵浦，连续输出，连续功率：P

$P = \frac{\Delta E}{\Delta T}$, 光强 $I = \frac{\Delta E}{\Delta T \cdot \Delta S}$; 可以选择测量时间间隔 ΔT ,

不同的 ΔT 内测得不同的能量，但是它们的比值不变。

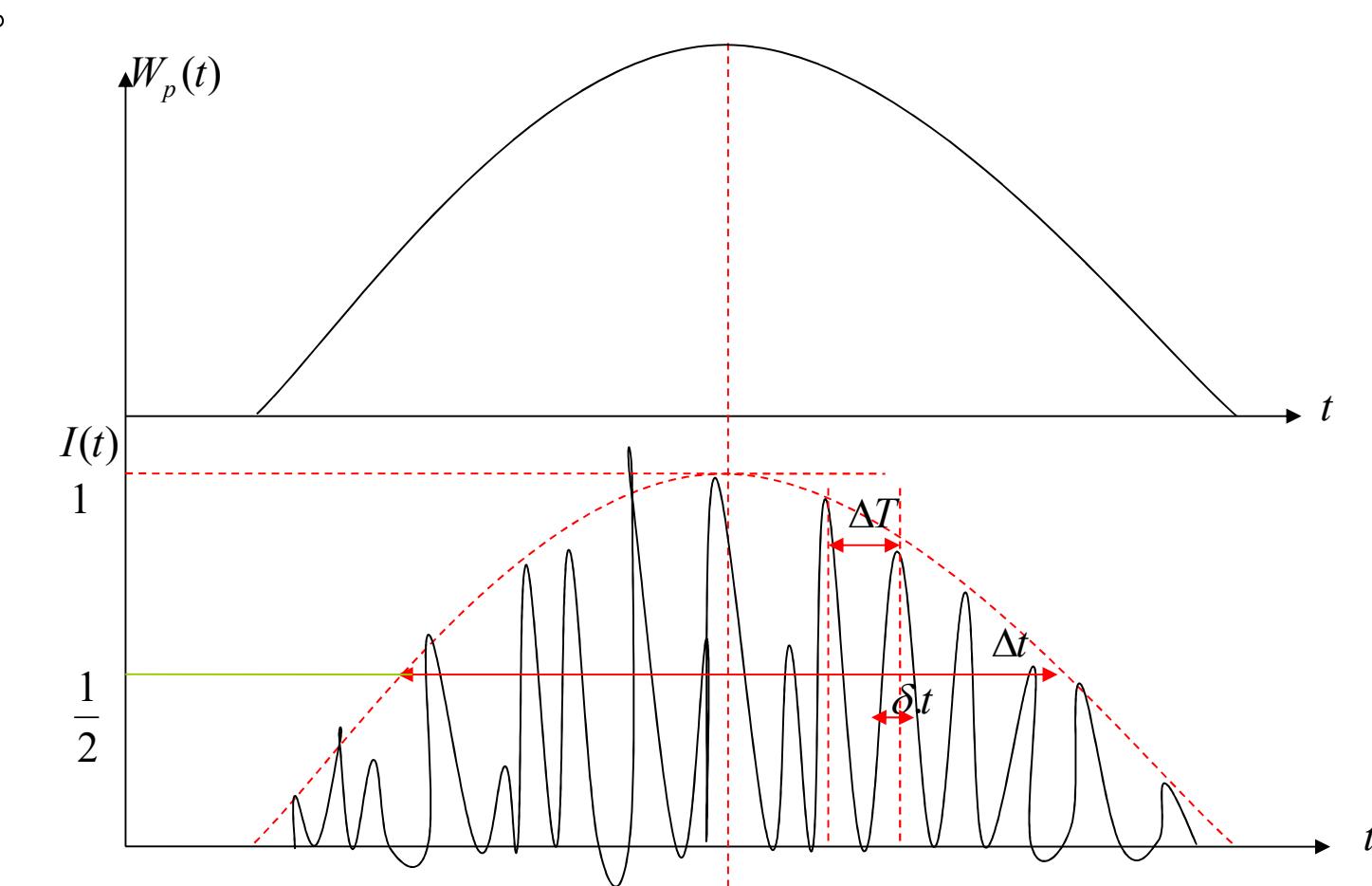


2、脉冲运转

(1)、自由振荡激光脉冲运转

a、单次泵浦对应的自由振荡脉冲

由一系列随机的（峰值、脉宽、脉冲间隔等）尖峰脉冲所组成



Δt : 脉冲包络的半高宽度 , $\sim 10^{-3 \sim -6} s.$

脉冲峰值功率: $P_m = \frac{E_{\text{总}}}{\Delta t} = \frac{\sum_j^N \Delta E_j}{\Delta t}$

单脉冲峰值功率: $P_{mj} = \frac{\Delta E_j}{\delta \cdot t}$

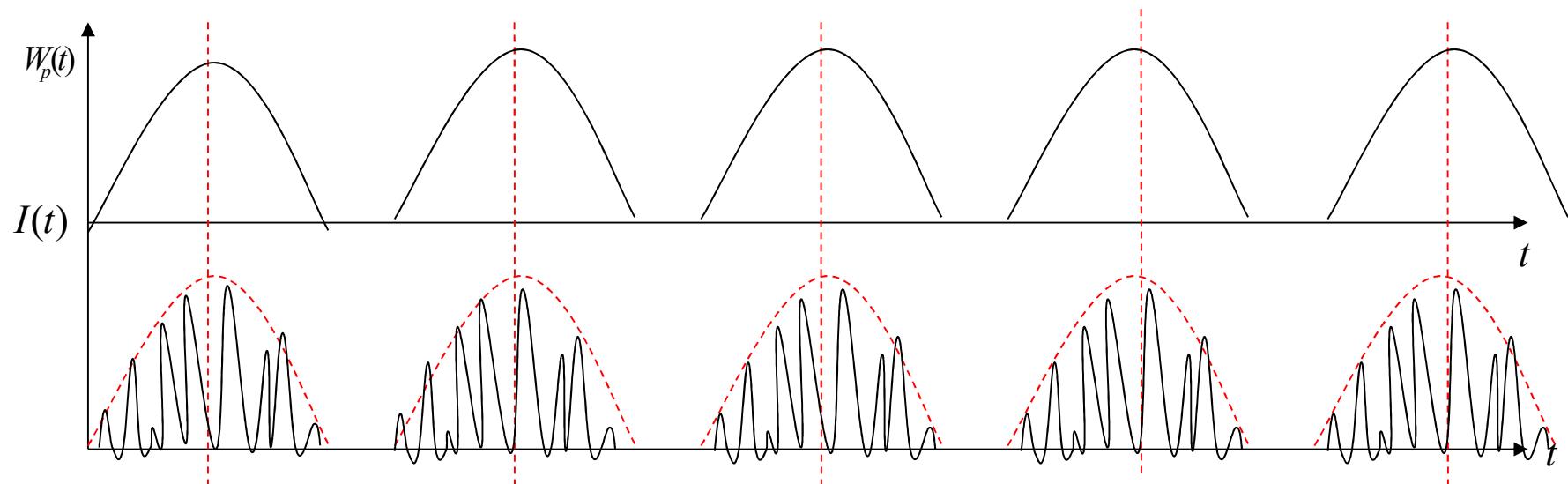
$E_{\text{总}} \sim \text{几 } mJ \sim \text{几十 } J, + \text{放大器} \Rightarrow \text{几百 } KJ.$

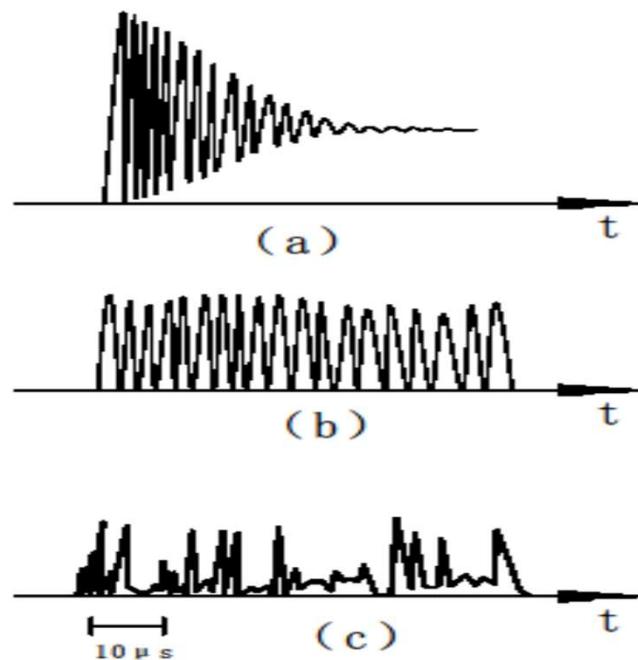
通常: (1) : Δt 的长短由泵浦脉冲的持续时间所决定, 几十微秒~几十毫秒。

(2) 、 $\delta \cdot t$: 对于固体激光器 $\sim 1 \mu s$;

(3)、 ΔT 与泵浦脉冲有关, 泵浦脉冲时间不变、强度增加 $\Rightarrow \Delta T \downarrow$, 尖峰脉冲变密。

b、重复率脉冲泵浦, 重复率脉冲激光输出, 每一个包络中尖峰脉冲有差别。





典型固体激光器中所观测到的三种输出波形
(a) 规则的准正弦阻尼振荡 (b) 规则的无阻尼振荡
(c) 无规则的尖峰振荡

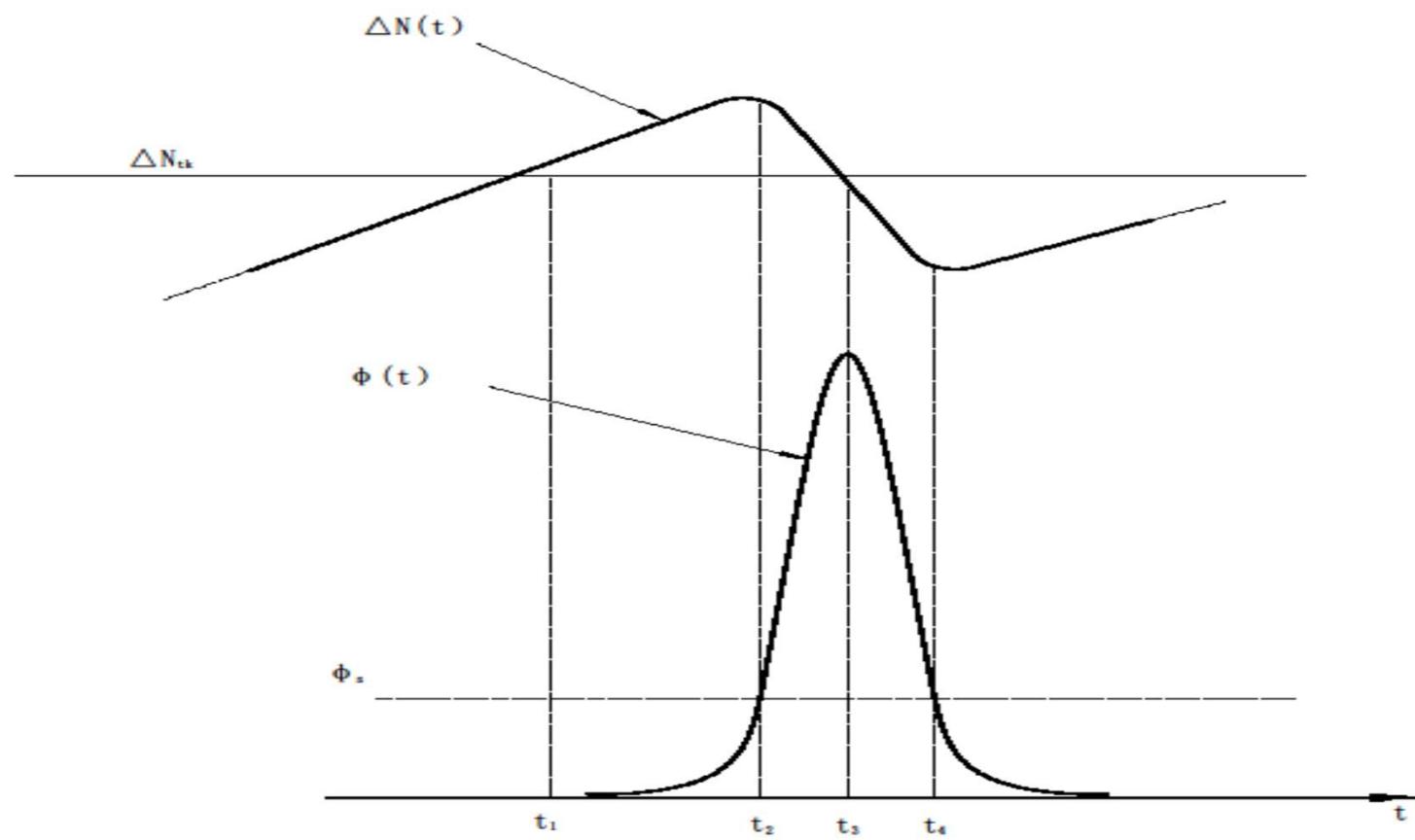


图6-2-2 单个激光尖峰形成过程示意图

- 自由振荡激光器时间特性----尖峰脉冲形成过程

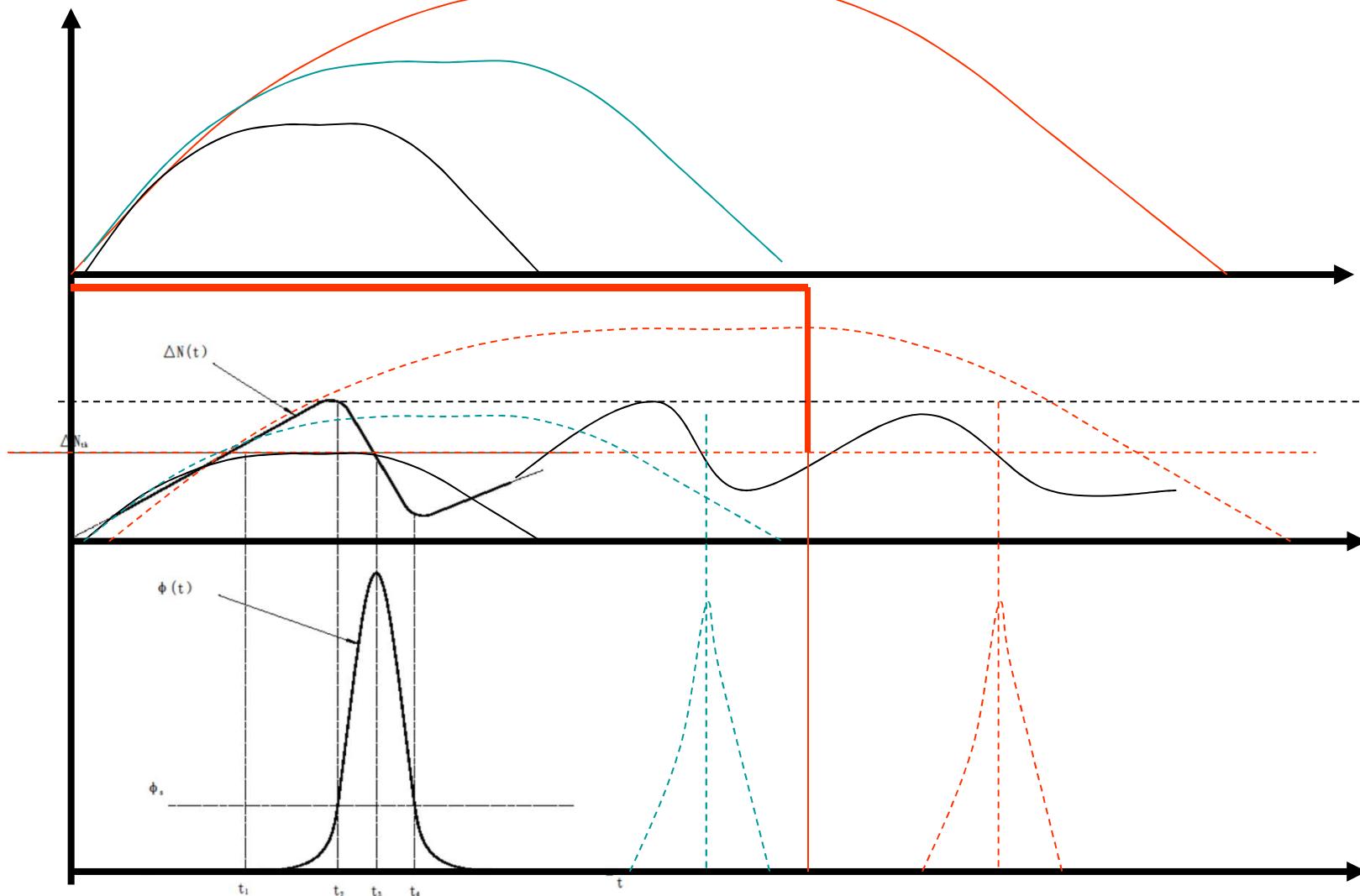
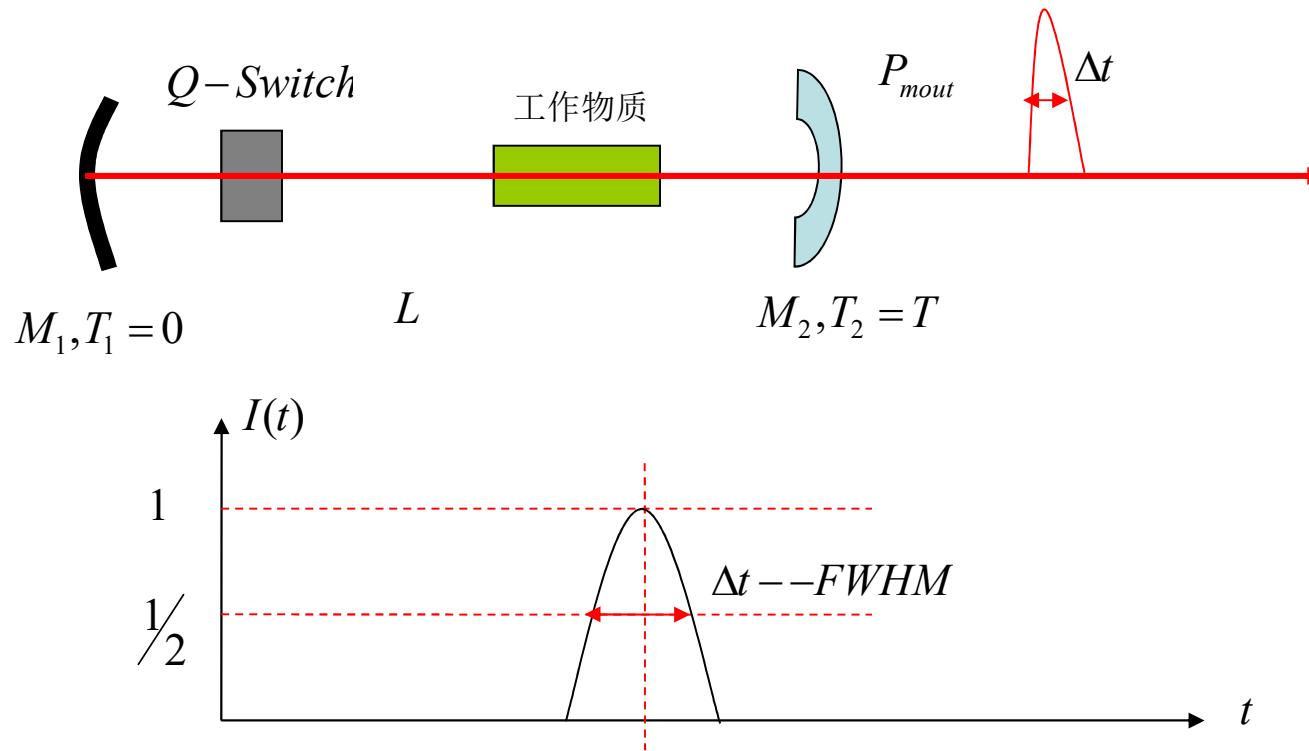


图6-2-2 单个激光尖峰形成过程示意图

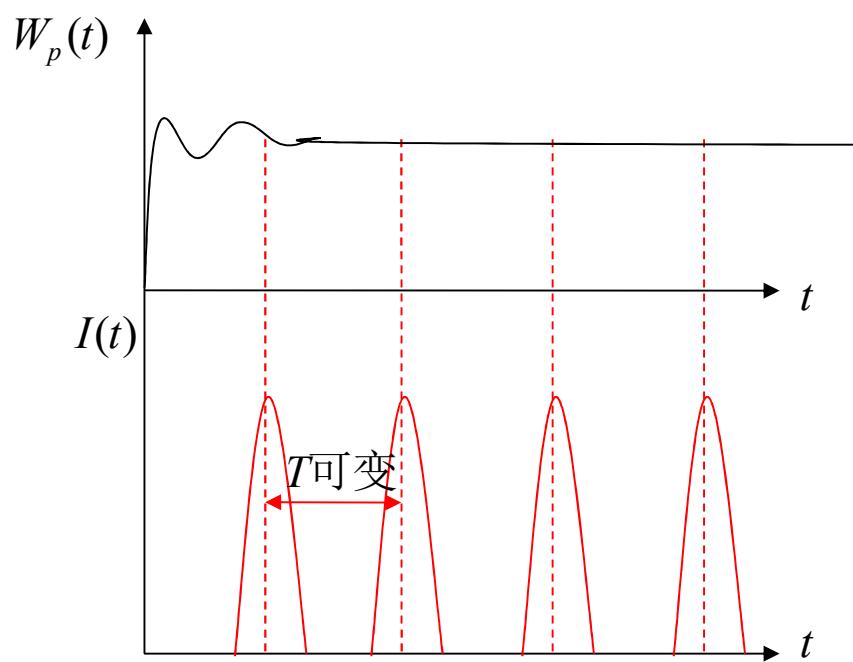
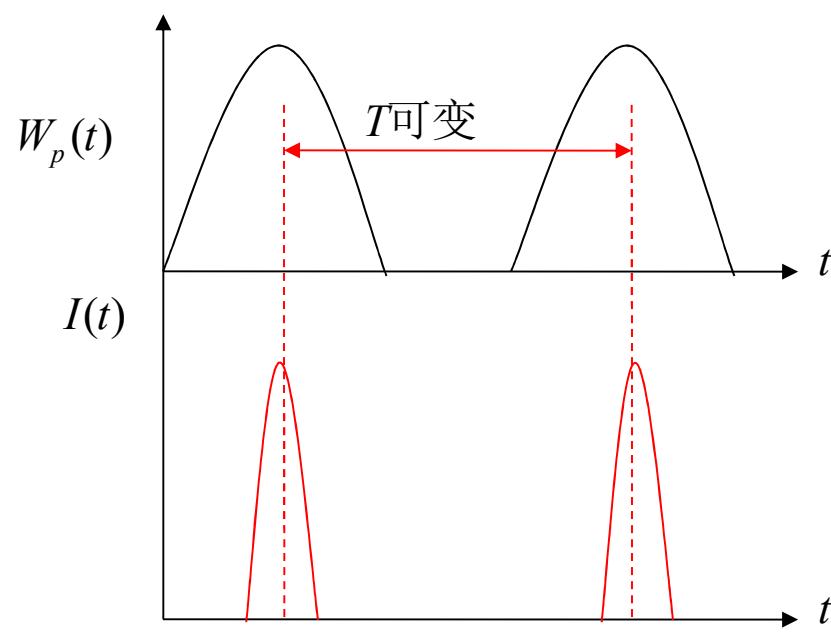
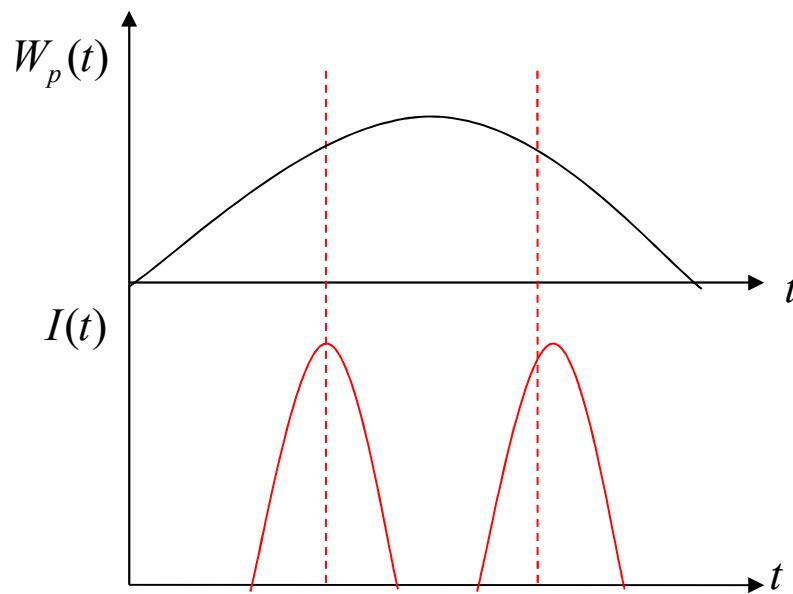
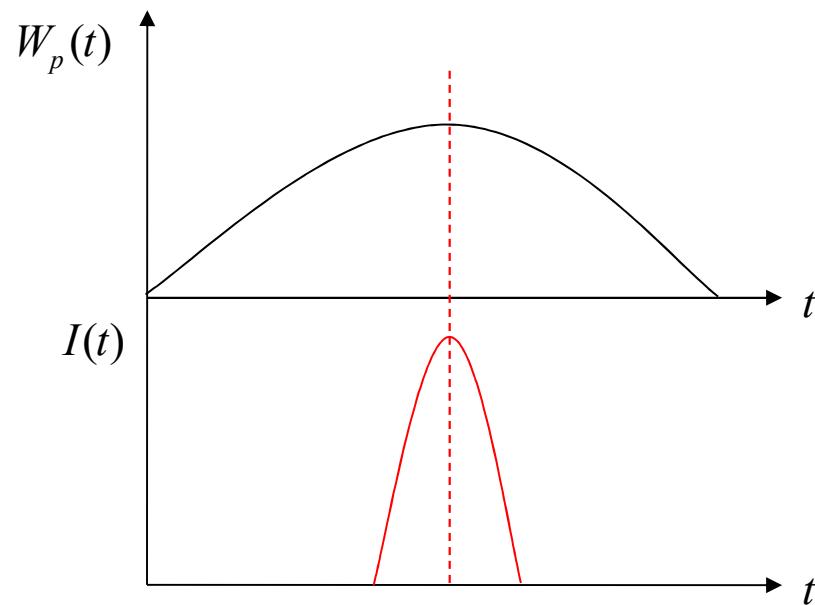
(2)、调Q激光脉冲运转



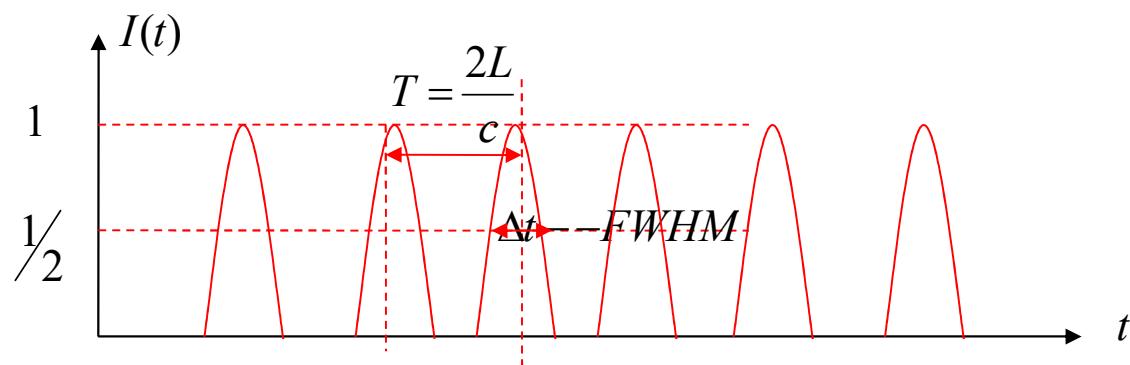
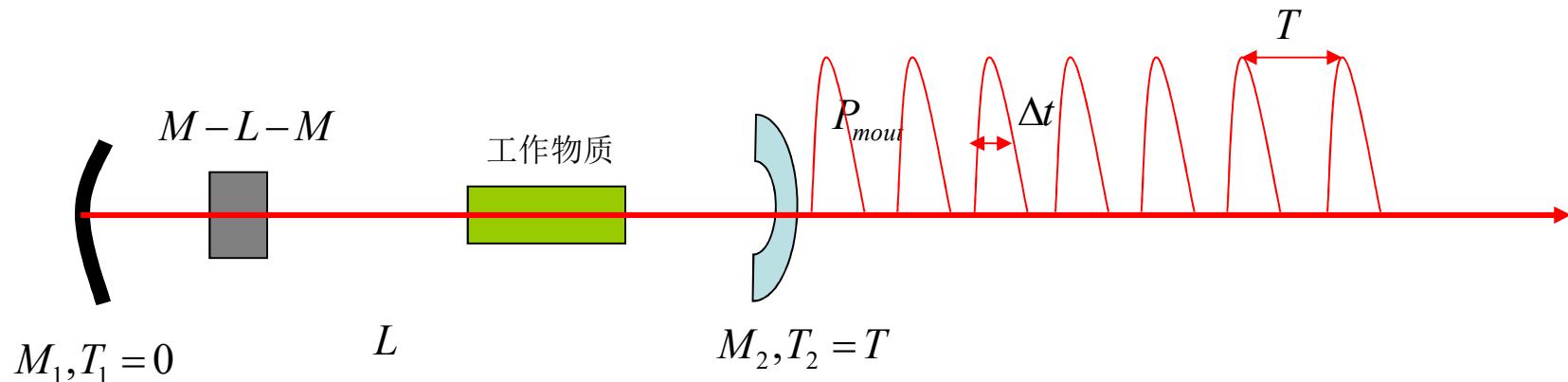
$$\text{调}Q\text{单脉冲激光峰值功率: } P_{mQ} = \frac{\Delta E}{\Delta t},$$

脉宽: $\Delta t \sim \text{几} ns \sim \text{几百} ns; \dots 10^{-9} s;$

能量: $\Delta E \sim \text{几} mJ \sim \text{几} J \sim +\text{放大器} \sim \text{几十} J \dots \text{几十} KJ.$



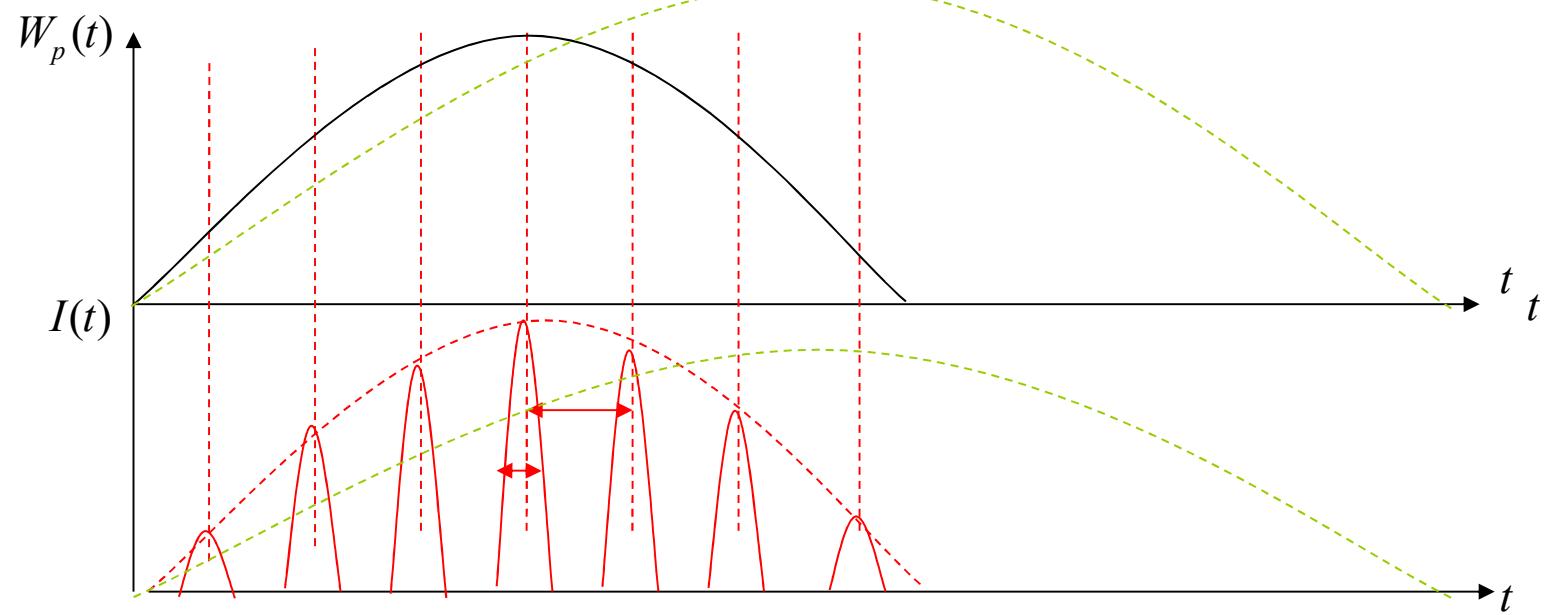
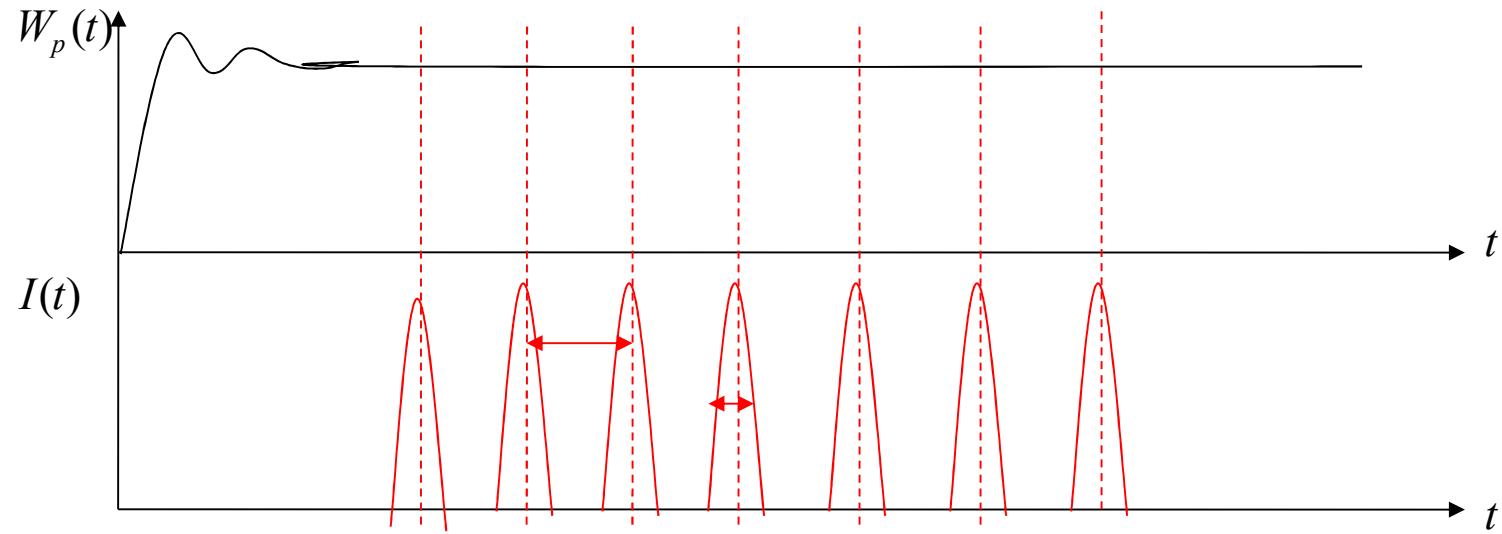
(3)、锁模激光脉冲运转



脉宽: $\Delta t \sim \text{几fs} \sim \text{几百ps}; \dots 1\text{fs} = 10^{-15}\text{s}; 1\text{ps} = 10^{-12}\text{s}$; 周期: $T = \frac{2L}{c}$, 光在腔内往返一周所需的时间。

能量: $\Delta E \sim \text{几nJ} \sim +\text{放大器} \sim \text{几mJ} \dots \text{几十J}$.

$$\text{锁模单脉冲激光峰值功率: } P_{m-L} = \frac{\Delta E_j}{\Delta t}, \text{ 锁模脉冲激光平均功率: } P_{\text{平均}} = \frac{\sum_j^N \Delta E_j}{\Delta T} = \frac{N \cdot \Delta E_j}{N \cdot T} = \frac{\Delta E_j}{T} \ll P_{m-L}$$



光波的强度表示 , 激光束的强度特性

在电磁学中，我们学习到下列有关电磁波强度的参量:(在一个周期取平均值)

$$\text{平均能量密度: } \bar{\omega} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2;$$

$$\text{平均能流密度: } \bar{S} = \bar{\omega} v = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2 v;$$

$$\text{平均动量密度: } \bar{g} = \frac{1}{v^2} \bar{S} = \frac{1}{2v^2} \epsilon_0 \epsilon E_0^2 v;$$

电磁波所携带的能流密度矢量 \vec{S} 与电场强度矢量的振幅平方成正比，
并且其方向与传播方向一致。

$$\therefore \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = E \cdot H \cdot \vec{e} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0}} \cdot E^2 \cdot \vec{e} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \cdot H^2 \cdot \vec{e}$$

•

辐照度：光束截面上每单位面积的平均功率（平均功率密度）：
也是我们今后常用的光强参数：

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \left| \frac{\epsilon}{\mu} \right|^{\frac{1}{2}} \langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle, (\langle \cdot \rangle \text{ 对时间求平均}) ,$$

$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r, \mu = \mu_0 \mu_r$, 对于光波透明的介质，有： $\mu_r = 1$.

$$n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}, \dots c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}.$$

我们关心的光强： $I = \frac{1}{2} n c \epsilon_0 |E|^2$, 瞬时值和平均值（仪器设备能探测到的），

普遍的情况： $\vec{E} = \vec{e} \tilde{E}(\vec{r}, t, \nu) e^{i\psi(\vec{r}, t, \nu)}$, $\rightarrow I(\vec{r}, t, \nu)$ 或 $I(\vec{r}, t, \omega)$,

光强在空间、时间、频率上的分布；

通常有：光斑： $I(\vec{r})$ 或 $I(x, y, z)$, 光脉冲： $I(t)$, 光谱： $I(\nu)$.



● 表征光源强度的另一个重要参量：

$$\text{光源的亮度: } B = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega},$$

单位截面、单位时间间隔、单位立体角的光能量；

$$\text{光源的单色亮度: } B_\nu = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \Omega \cdot \Delta \nu},$$

单位截面、单位时间间隔、单位频率内、单位立体角的光能量；

$$\text{单位频率间隔的光能量密度: } \rho = \frac{\Delta E}{V \cdot \Delta \nu},$$

$$I = \rho \cdot v = \frac{\varphi \cdot h \nu}{V} \cdot v.$$

●

- 体现在:
- 方向性好
- 单色性好
- 相干性高（高阶相干性）
-

- 按工作物质分类

固体激光器

- 红宝石激光器 世界上第一台激光器 1960梅曼
- Nd:YAG激光器 应用最广泛的激光器
- 钕玻璃、Ho:YAG、Er:YAG、Yb:YAG等

气体激光器

- He-Ne激光器 线宽窄、相干长度长
- CO₂激光器 功率可达10⁵W级
- Ar⁺激光器 很多分立谱线
- 准分子激光器 紫外波段应用场合多

液体激光器

- 灯泵染料激光器 可调谐、能量较大，已逐步退出
- 光泵染料激光器 可调谐、线宽可控制在很窄范围

半导体激光器

- 直接应用 指向、工业加工、医疗、娱乐等
- 固体激光、光纤激光泵浦源 808nm、930nm等
- 光纤激光器,自由电子激光器,化学激光器等

按工作状态分类

连续激光器（CW连续波运转）

气体、固体（含全固化）、染料、
半导体、光纤等都可连续工作

脉冲激光器

以固体、染料、OPG（OPO/OPA）

等为主

准连续激光器（DCW）

准分子、气体、固体（含全固化）、
半导体、光纤、OPG等都可实现准
连续工作

比连续激光器高的峰值功率

按工作原理分类

静态（自由振荡）激光：约几十至
几百 μs 量级脉宽

长脉冲(亦为自由振荡)激光 $\geq \text{ms}$ 量级
脉宽

调Q激光 : ns级~数百ns级脉宽

锁模激光 : 百ps级~数十ps级~fs
级

非线性激光器件 谐波、OPG、拉曼
器件等波长扩展

按激励方式分类

闪光灯泵浦 脉冲氙灯、连续氪灯

电激励 气体放电,气体激光(He-Ne、CO₂、Ar⁺离子、准分子XeCl,KrF等)

激光泵浦 染料激光,钛宝石激光等

半导体激光泵浦

光纤激光器, 全固化Nd:YAG激光器等

化学反应激励 氧碘(IO)激光

1.315μm,氟氘激光DF3.8 μm

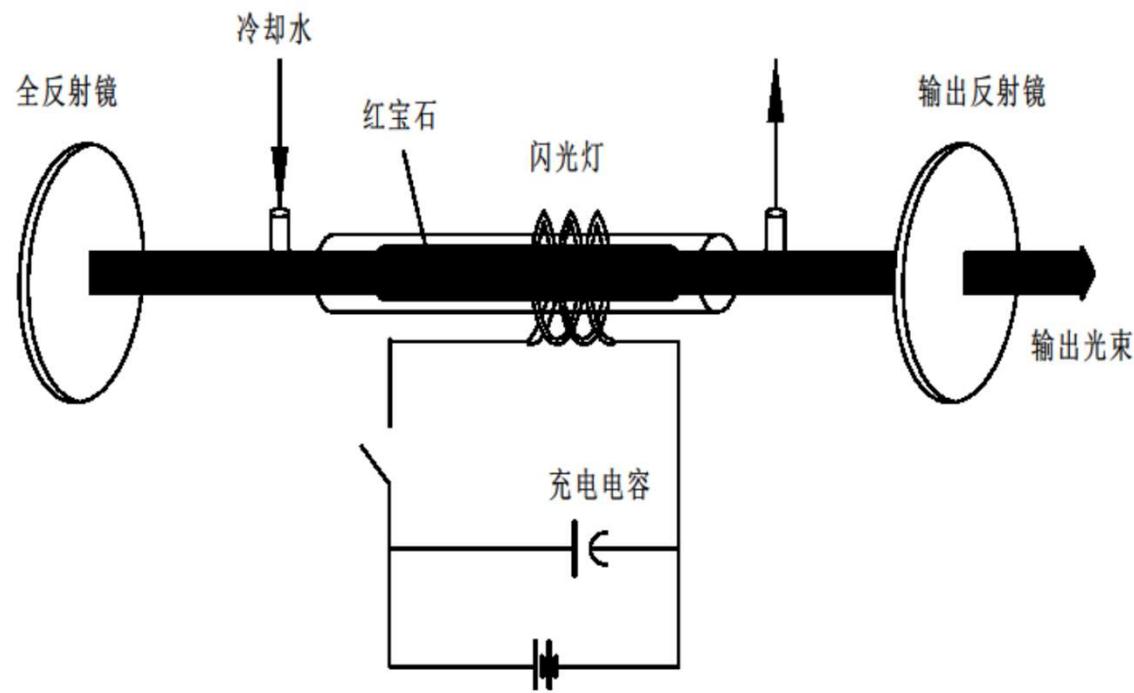
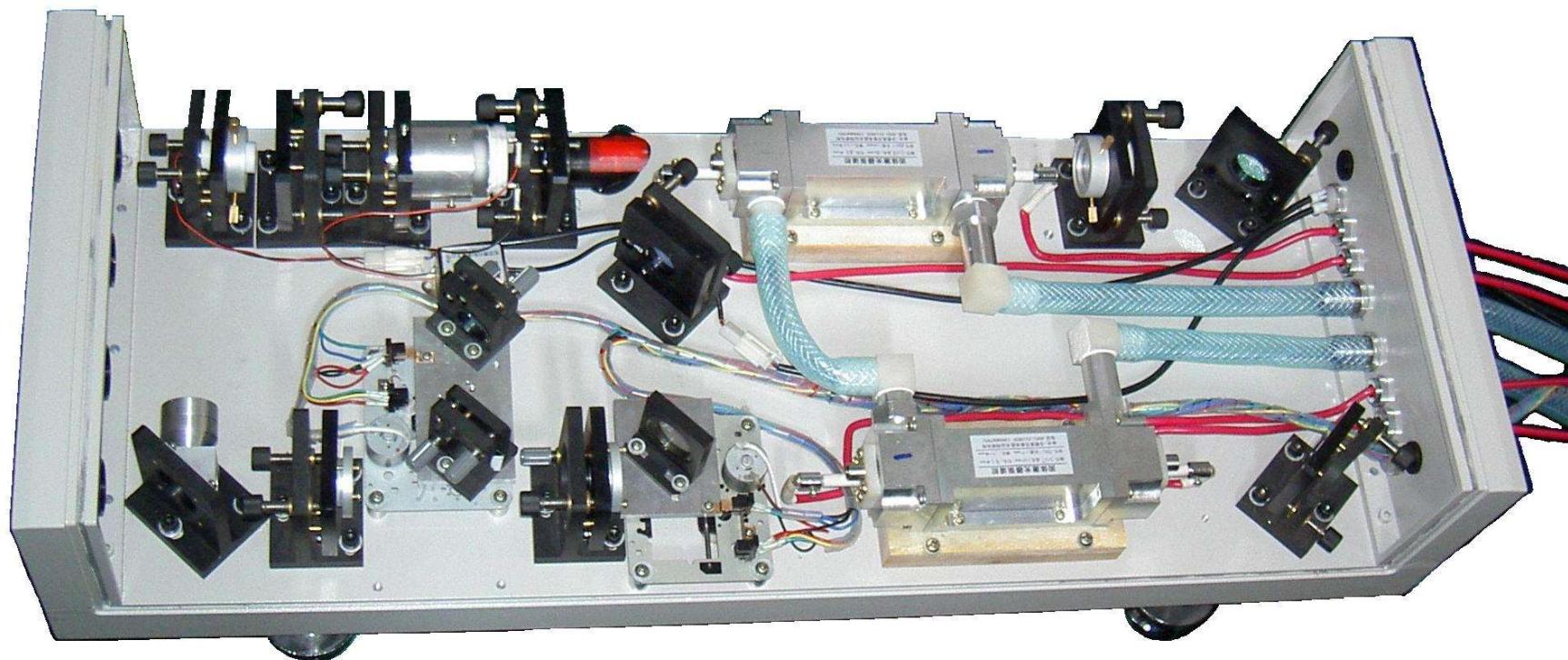


图1-8-1 光泵浦固体激光器示意图

固体激光器



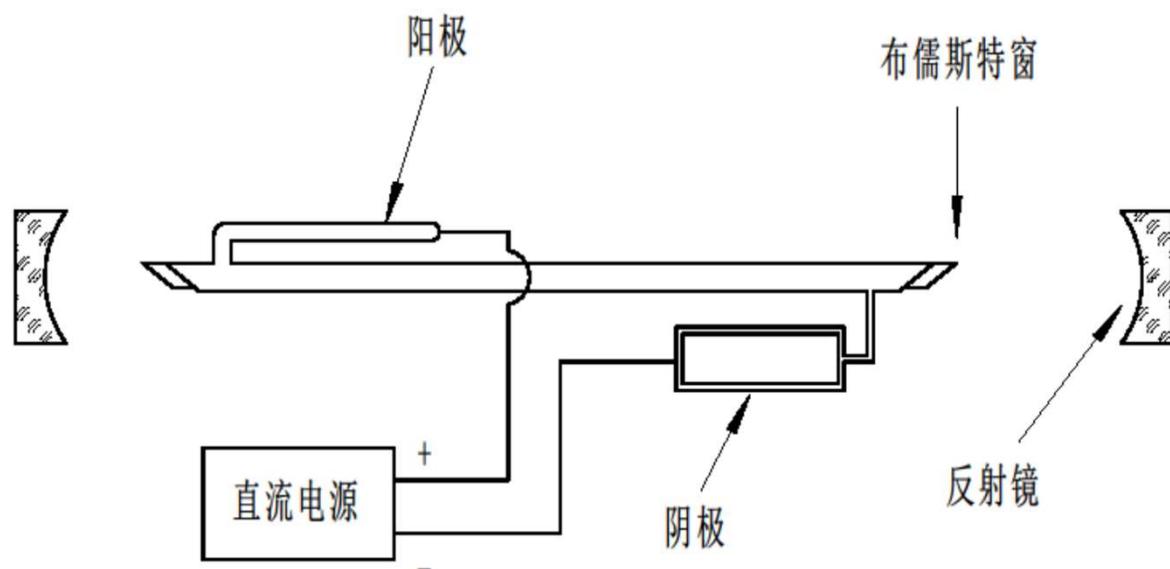
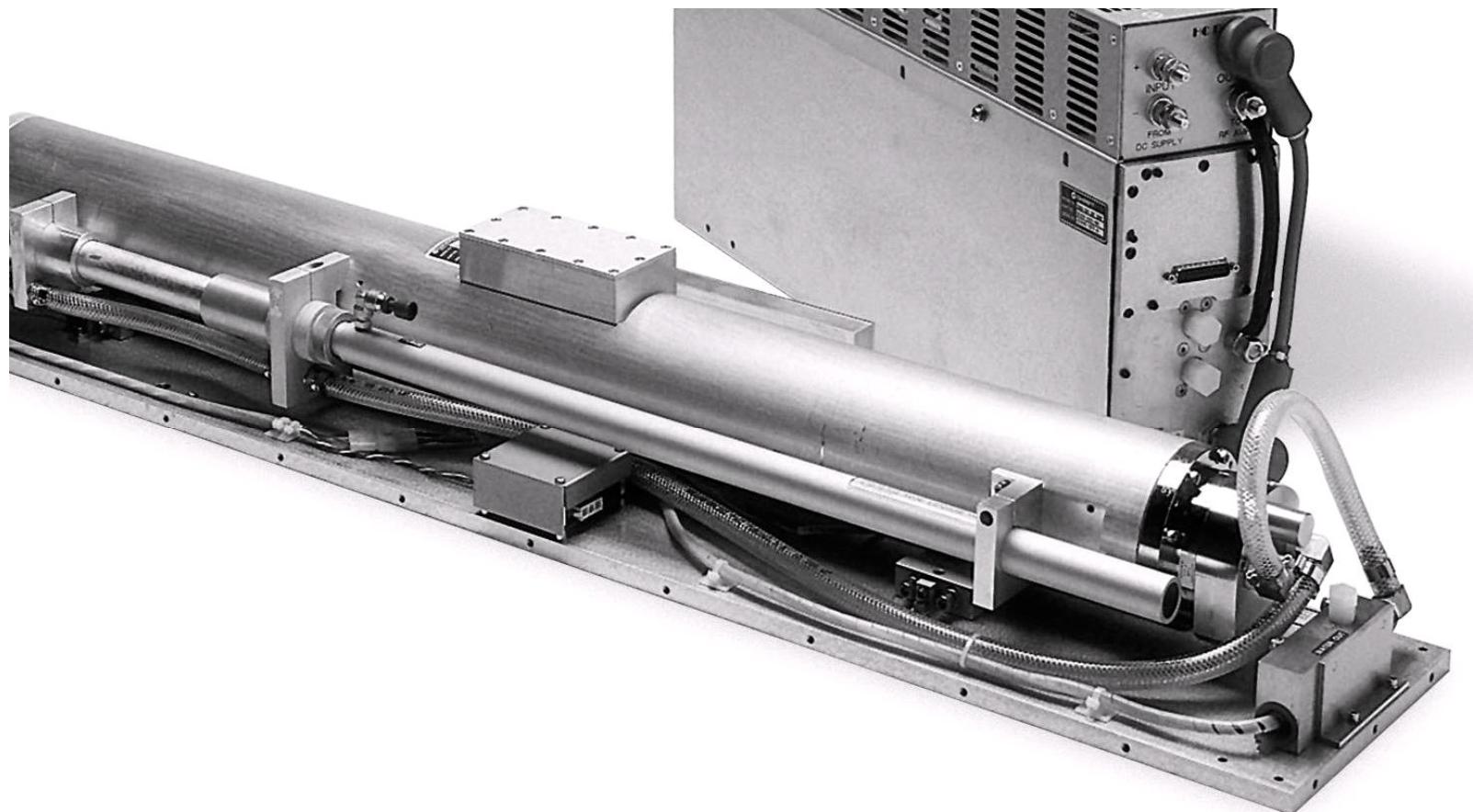
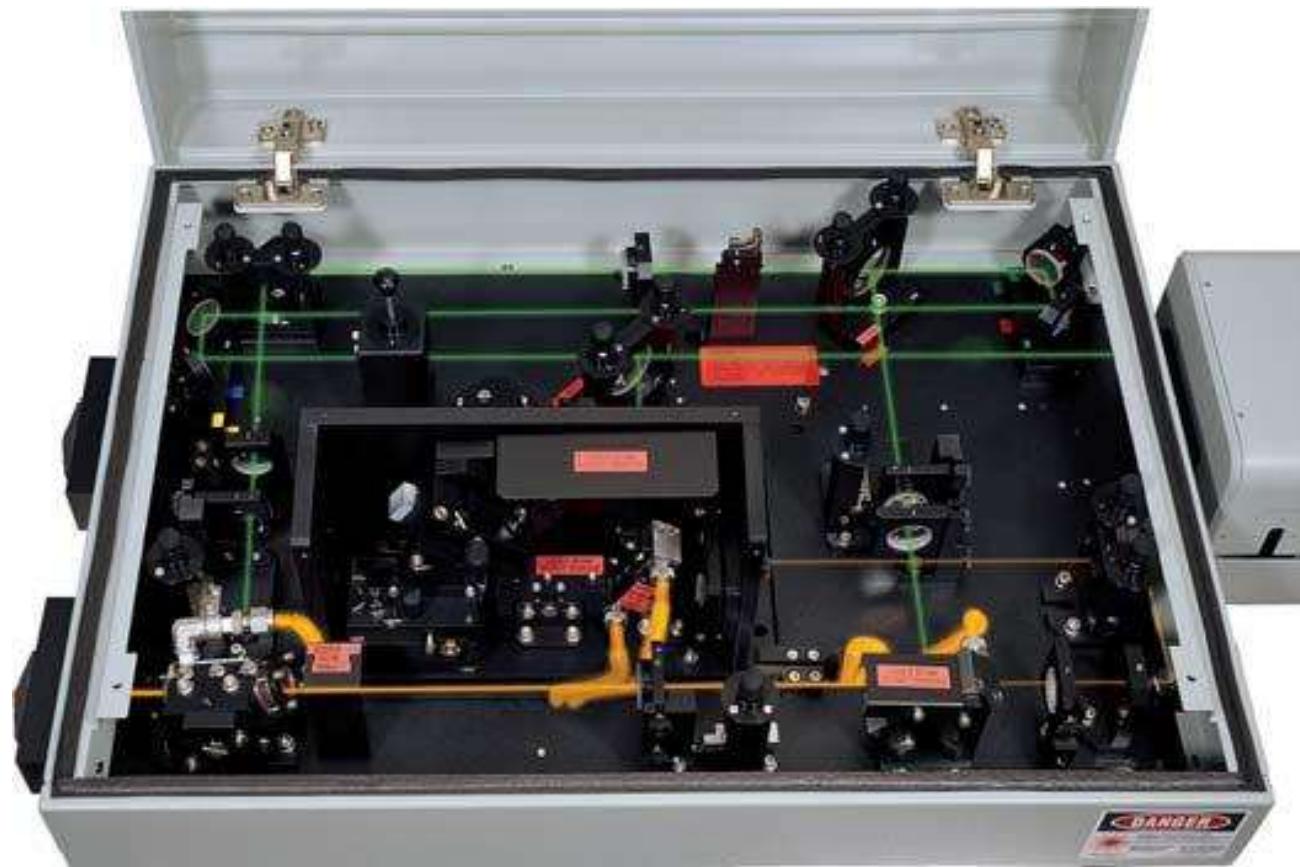


图1-8-5 典型的气体激光器

气体激光器



染料激光器



半导体激光器



- 2009年5月29日 美国LLNL宣布
- 世界上能量最高的NIF激光系统落成
- NIF由美国能源部NNSA投资35亿美元，
NIF输出2百万焦耳能量，将在2010年演示
聚变点火实验.
- 50m×90m,高26m,体积35万m³;
- 1000科学家、工程师、实验人员工作×15
年； 2300供应商；
- E₁ω≥19kJ(单束)
- E₃ ω≥10kJ(单束)

坐落在LLNL的NIF装置外景



坐落在LLNL的NIF装置外景

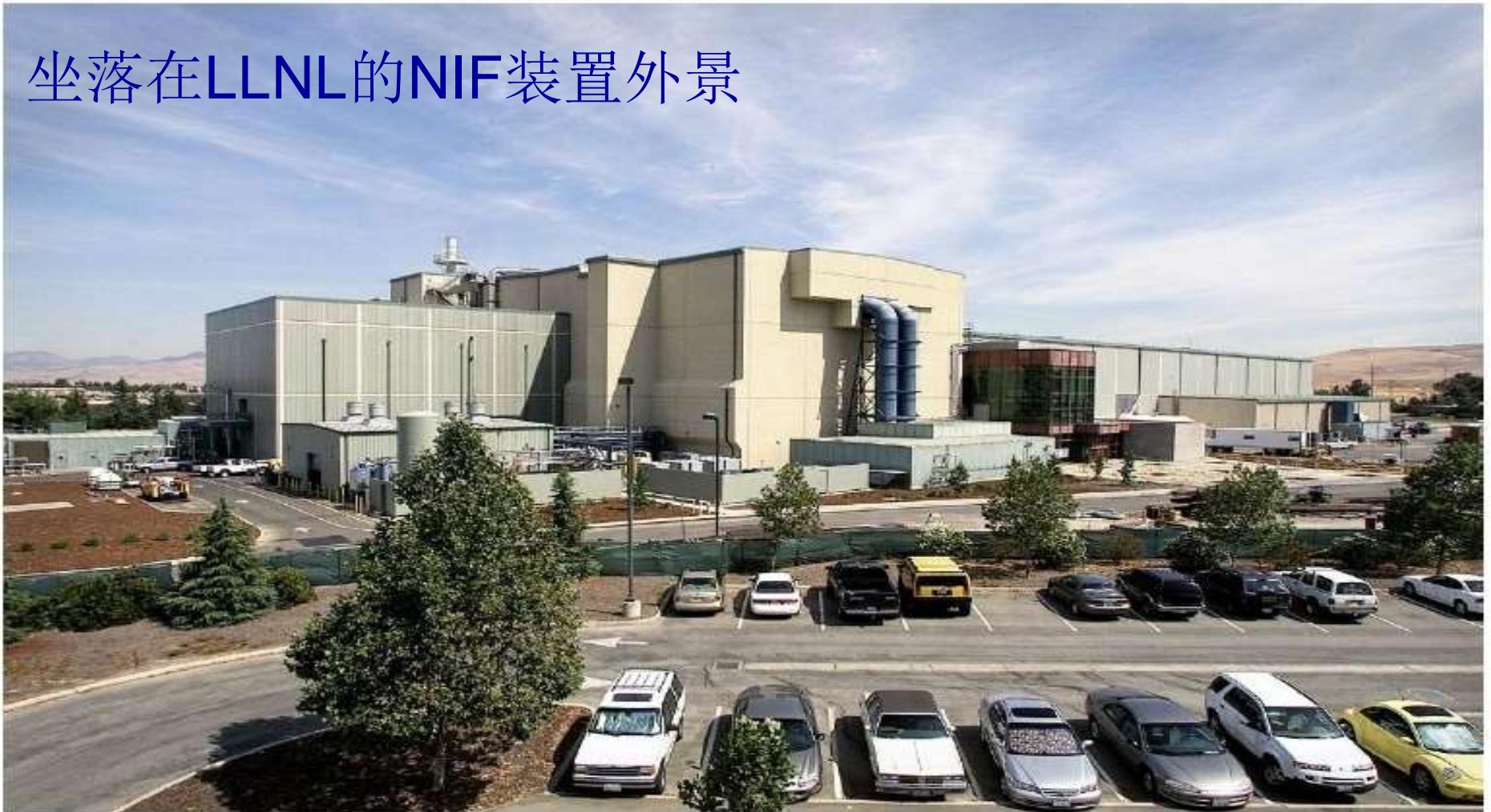


Fig. 1. The National Ignition Facility at Lawrence Livermore National Laboratory.

美国国家点火装置（NIF）

