第九讲：线性相关性、基、维数

v_1，v_2，$\cdots$，v_n是$m\times n$矩阵A的列向量：

如果A零空间中有且仅有0向量，则各向量线性无关，$rank(A)=n$。

如果存在非零向量c使得$Ac=0$，则存在线性相关向量，$rank(A)<n$。

向量空间S中的一组基（basis），具有两个性质：

1. 他们线性无关；
2. 他们可以生成S。

对于向量空间$\mathbb{R}^n$，如果n个向量组成的矩阵为可逆矩阵，则这n个向量为该空间的一组基，而数字n就是该空间的维数（dimension）。

举例：
$A=\begin{bmatrix}1&2&3&1\\1&1&2&1\\1&2&3&1\end{bmatrix}$，A的列向量线性相关，其零空间中有非零向量，所以$rank(A)=2=主元存在的列数=列空间维数$。

可以很容易的求得$Ax=0$的两个解，如
$x_1=\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\\0\end{bmatrix},x_2=\begin{bmatrix}-1\\0\\0\\1\end{bmatrix}$，根据前几讲，我们知道特解的个数就是自由变量的个数，所以
$n-rank(A)=2=自由变量存在的列数$

我们得到：列空间维数$dimC(A)=rank(A)$，零空间维数$dimN(A)=n-rank(A)$