

第五讲：转换、置换、向量空间R

置换矩阵 (Permutation Matrix)

P 为置换矩阵，对任意可逆矩阵 A 有：

$$PA = LU$$

P 将 A 的顺序好，后续消元时就不需要“行交换”，从而可以LU分解

n 阶方阵的置换矩阵 P 有 $\binom{n}{1} = n!$ 个

对置换矩阵 P ，有 $P^T P = I$

即 $P^{-1} = P^T$

转置矩阵 (Transpose Matrix)

$$(A^T)_{ij} = (A)_{ji}$$

对称矩阵 (Symmetric Matrix)

$$A^T = A$$

对任意矩阵 R 有 $R^T R$ 为对称矩阵：

$$\begin{aligned}(R^T R)^T &= (R)^T (R^T)^T = R^T R \\ \text{即 } (R^T R)^T &= R^T R\end{aligned}$$

向量空间 (Vector Space)

所有向量空间都必须包含原点 (Origin) ；

向量空间中任意向量的数乘、求和运算得到的向量也在该空间中。

即向量空间要满足加法封闭和数乘封闭。