ФАКИ, группы 731, 735, весенний семестр 2020 – 2021

Задание № 2 по теме «Задача о распаде разрыва для системы уравнений акустики»

Рассматривается задача Коши для одномерной системы уравнений акустики:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

$$u = \begin{cases} u_{\mathrm{L}}, x < 0, \\ u_{\mathrm{R}}, x > 0, \end{cases} \quad p = \begin{cases} p_{\mathrm{L}}, x < 0, \\ p_{\mathrm{R}}, x > 0. \end{cases}$$

Здесь u – малое отклонение скорости среды от значения в невозмущенной среде, вызванное распространением звуковых волн, p – малое отклонение давления. Параметры ρ_0 (плотность среды) и c_0 (скорость звука) – постоянные. Принять $\rho_0 = 0.25$, $c_0 = 2.0$, $u_{\mathrm{L}} = 1.0$, $u_{\mathrm{R}} = 0.0$, $p_{\mathrm{L}} = 5.0$, $p_{\mathrm{R}} = 2.0$ (все в безразмерном виде).

Написать программу для численного решения данной задачи. Расчетная сетка – равномерная с шагом 0.01. При численном интегрировании уравнения переноса для инварианта $Y = u + p/(\rho_0 c_0)$:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + c_0 \frac{\partial Y}{\partial x} = 0,$$

использовать схемы на шаблоне из Задания № 1. При численном интегрировании уравнения переноса для инварианта $Z = u - p/(\rho_0 c_0)$:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} - c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} = 0,$$

использовать схемы на шаблоне, симметричном шаблону из Задания № 1 относительно прямой $x = x_m$ (в терминах [1, стр. 56 – 57]).

Построить рассчитанные профили давления и скорости через 100 шагов по времени с использованием:

- ✓ монотонной схемы с «минимальной аппроксимационной вязкостью» на заданном сеточном шаблоне;
- ✓ наименее осциллирующей на разрывных решениях схемы второго порядка аппроксимации;
- ✓ гибридной схемы, показавшей себя наилучшим образом при выполнении Задания № 1,

а также аналитическое решение на данный момент времени. Необходимые теоретические сведения изложены в [2, стр. 15 – 20, 32 – 34].

Литература

1. Холодов Я.А., Уткин П.С., Холодов А.С. Монотонные разностные схемы высокого порядка аппроксимации для одномерных уравнений гиперболического типа: учеб. пособие. – М.: МФТИ, 2015. – 69 С. https://www.researchgate.net/publication/330842419_Monotonnye_raznostnye_shemy_vysokogo_poradka_approksimacii_dla_sistem_uravnenij_giperboliceskogo_tipa

2. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/GodunovZabrodinIvanovKrajko1976ru.djvu