第一章線形代数

1) ベクトル

スカラー：普通の数のこと

ベクトル：「大きさ」と「向き」のセット。スカラーを１×n,またはn×１で並べたもの

2) 行列

行列：ベクトルをn×mで並べたもの。

3) 連立1次方程式と線形計算

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 = 5 \end{cases}$ を行列で表すと、 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ となる

4) 行列式

・行列式

逆行列を持つか持たないかを判別する式のこと

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix}$ の面積を $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{vmatrix}$ と表し、これを行列式という

・行列式の求め方

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

複雑な場合

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

5) 固有値・固有ベクトル

・固有値・固有ベクトルとは

行列Ａとベクトルｘの積が、スカラーλとベクトルｘとの積と同じ値になるときのλを固有値、ｘを固有ベクトルという

$$\mathrm{A}\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

・固有値分解とは

正方形の行列Aを３つの行列の積に変換すること

行列Aが、固有値λと固有ベクトルVをもったとしたとき、

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & O & O \\ O & \lambda_2 & O \\ O & O & \ddots \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \cdots \end{pmatrix}$$

$AV = V\Lambda$ と関連付けられるので、これを変形すると、 $A = V\Lambda V^{-1}$ となる。

固有値分解の利点は、行列に累乗の計算が容易になること。

6) 特異値・特異値ベクトル

正方形以外の行列Aを固有値分解すること

$$M\vec{v} = \sigma\vec{u}$$
$$M^{\top}\vec{u} = \sigma\vec{v}$$

転置行列：行列の行と列を反転させた行列のこと

$M^{\top}$ と表記する

特異値は、σ1>σ2>...>0となる