

応用数学演習問題 (Practice - Mathematics Q)

第1章 ベクトルと行列の演算 I

$$1.1 \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

問1.1.1

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

問1.1.2

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

問1.1.3

$$7\vec{a} = 7 \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 42 \\ 21 \end{pmatrix}$$

問1.1.4

$$8(\vec{a} + \vec{b}) = 8 \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 \\ 64 \\ 56 \end{pmatrix}$$

$$1.2 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

問1.2.1

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

問1.2.2

$$\begin{aligned} A - 3B &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 3 & 15 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & -11 \\ 2 & -12 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

第2章 ベクトルと行列の演算Ⅱ

$$2.1 \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

問2.1.1

$$A\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+12 \\ 5+0+0 \\ 3+0+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

問2.1.2

$$B\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+9 \\ 0+0+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

問2.1.3

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+9 & 3+0+3 & 4+0+6 \\ 0+10+15 & 0+18+5 & 0+0+10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 10 \\ 25 & 23 & 10 \end{pmatrix}$$

問2.1.4

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{問2.2} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

問2.2.1

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2+3 & 6+1 \\ 4+3 & 12+1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 13 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

例 2.2.2

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

例 2.2.3

$$B^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{array} \right)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

例 2.2.4

$$BAB^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 4 \\ 10 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 14 & 4 \\ 10 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 38 \\ 2 & 26 \end{pmatrix} =$$