

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U BEOGRADU

DISTRIBUIRANI I FRAKCIONI SISTEMI UPRAVLJANJA

13M051DIF

Projektovanje kontrolera primenom analitičkih i optimizacionih tehnika

Studenti:

Nikita Jokić 3279/2023

Mentor:

prof. dr Tomislav Šekara

2024

Sadržaj

1	Modeliranje sistema i projektovanje kontrolera	2
1.1	Uvod	2
1.2	Modeliranje sistema	3
1.2.1	Matlab model	4
1.3	Analitičko projektovanje	5
1.3.1	Optimizacija u vremenskom domenu	5
1.3.2	Optimizacija u frekvencijskom domenu	5
1.4	Poremećaji u sistemu	5
2	Komparativna analiza projektovanih kontrolera	6
2.1	Diskusija	6
2.2	Rezultati simulacije	7
2.2.1	Tabelarni prikaz rezultata simulacije	13
3	Zaključak	14

1 Modeliranje sistema i projektovanje kontrolera

1.1 Uvod

1.2 Modeliranje sistema

Modeli su ključni elementi u projektovanju kontrolera jer omogućavaju simulaciju sistema i testiranje kontrolera u preliminarnoj fazi, u offline režimu. U slučaju korišćenja nelinearnih MPC kontrolera, zahteva se da model bude ugrađen u sistem.

U zavisnosti od pristupa koji se koristi, za dizajn kontrolera potrebni su različiti tipovi modela. Pristupi koji se primenjuju za podizanje klatna iz donjeg u gornji položaj, kao što su ad hoc i optimalno upravljanje zahtevaju nelinearne modele, jer sistem prati putanju u prostoru stanja koja prolazi kroz različite regione sa različitom dinamikom. S druge strane, održavanje klatna u gornjem položaju zahteva samo kontroler koji može raditi u nekoj okolini gornjeg položaja, te je za postizanje ovog cilja potreban samo linearni model.

Linearni modeli su mogu dobiti na dva načina: Jakobijan linearnizacijom nelinearnog modela u okolini željenog ravnotežnog stanja ili tehnikama identifikacije, gde se parametri linearnog modela procenjuju iz eksperimenata. U otvorenoj sprezi, gornji položaj je nestabilan, i ako se primeni mala smetnja na ulazu, izlazni signal će rasti bez ograničenja. Da bi se izbegao ovaj problem, potrebno je prikupiti podatke u slučaju kada se na sistem primeni upravljanje sa stabilnim kontrolerom. Oblast identifikacije je detaljno proučavana krajem 1960-ih i početkom 1970-ih [4]. Glavni izazov je bio kako ukloniti šum koji se kontaminira sa ulazom i izlazom sistema.

Matlab model sistema je realizovan na osnovu izvedenih jednačina stanja. Prilikom implementacije modela inicijalno nije vođeno računa o adekvatnoj diskretizaciji kontinualnog modela. Primenjena je Ojlerova aproksimacija $\dot{\mathbf{x}} \approx \frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{\Delta t}$, \mathbf{x}_k predstavlja k-ti odabirak kontinualnog stanja \mathbf{x} .

Međutim, primena Ojlerove metode nije adekvatna za ovaj sistem usled velikih numeričkih grešaka i nestabilnosti rezultujućeg modela. Dodatnim korakom diskretizacije Δt je moguće stabilizovati Ojlerovu metodu, ali to nije usvojeno kao prihvatljivo rešenje.



4

1.3 Analitičko projektovanje

1.3.1 Optimizacija u vremenskom domenu

1.3.2 Optimizacija u frekvencijskom domenu

1.4 Poremećaji u sistemu

U radu [1] autor razmatra samo jedan izvor poremećaja i to step promenu stanja β . Razlog se ne navodi, ali je jasno da od 5 stanja datog sistema na stabilnost najveći uticaj ima stanje β . U sekciji (1.3.1) se razmatra uticaj stanja β na kontrolabilnost sa stanovništva fizike.

2 Komparativna analiza projektovanih kontrolera

2.1 Diskusija

U ovoj sekciji su predstavljeni rezultati simulacija pomoću kojih su verifikovani isprojektovani algoritmi. Implementiran je globalni LQR kao i *gain scheduling*. Primena različitih kontrolera za stabilizaciju nije rezultovala velikim razlikama u trajektorijama, zbog toga u sekciji (2.2) su prikazani samo grafici sa *gain scheduling* kontrolerom za stabilizaciju.

Sve trajektorije su generisane *offline* primenom egzaktnog modela. Prilikom dovođenja klatna u uspravan generisano upravljanje i trajektorija u prostoru stanja se koriste kao referenca. Robustnost na greške u modeliranju je ispitana naknadnim uvođenjem 5σ grešaka u odnosu na vrednosti iz tabele ??.

Svi razmatrani algoritmi su uspešno doveli klatno u uspravan položaj. U slučaju primene globalnog LQR kontroler se uključuje ako je ugao $|\beta| \leq 16^\circ$, dok je *gain scheduling* uvek uključen. Nakon što ugao $|\beta|$ dostigne granicu od 16° referentna trajektorija se postavlja na nulu i stabilizacija klatna se u potpunosti prepušta kontroleru.

Prilikom simulacije prisutan je merni šum. Analiza uticaja mernog šuma je izostavljena zbog prirode LQR kontroler. U pitanju je kontroler sa čistim proporcionalnim dejstvom i kao takav nema osobine potiskivanja šuma (za razliku od kontrolera sa integralnim dejstvom). Moguće je delimično smanjiti osetljivost na šum prilikom projektovanja uvođenjem veće cene upravljanja.

Kako bi uporedili algoritme za uspravljanje klatna uvedene su sledeće metrike:

- t_{16° - trenutak kad ugao $|\beta|$ pređe granicu od 16° .
- t_s - vreme smirenja ugla β .
- E_u - energija upravljačkog signala, koristi se L2 norma.

Rezultati simulacija su tabelarno prikazani u sekciji (2.2.1).

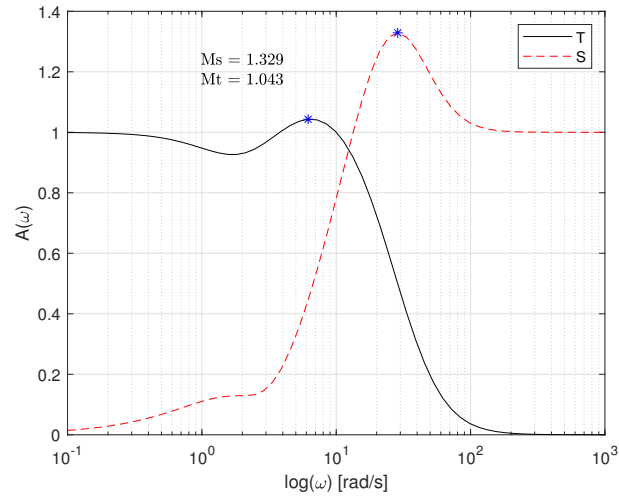
Radi testiranja rada kontrolera u prisustvu poremećaja simulirana je step promena ugla β u iznosu $\pm 10^\circ$. Poremećaj se uvodi tek nakon što klatno uspešno dostigne gornji položaj. Zbog toga se u sekciji (??) prikazuje samo jedan grafik. Algoritam za uspravljanje nema uticaja na poremećaje nakon što se dosegne gornji položaj, kao što ne postoji razlika među LQR i *gain scheduling* kontrolerima u gornjem položaju.

Prilikom generisanja trajektorija korišćen je RK4 algoritam opisan u sekciji (1.2.1) bez dodatnog umanjenja koraka integracije. Međutim, prilikom dinamike klatna korak integracije je smanjen 4 puta. Cilj ovog povećanja preciznosti je da se eliminišu greške usled neadekvatnog koraka odabiranja.

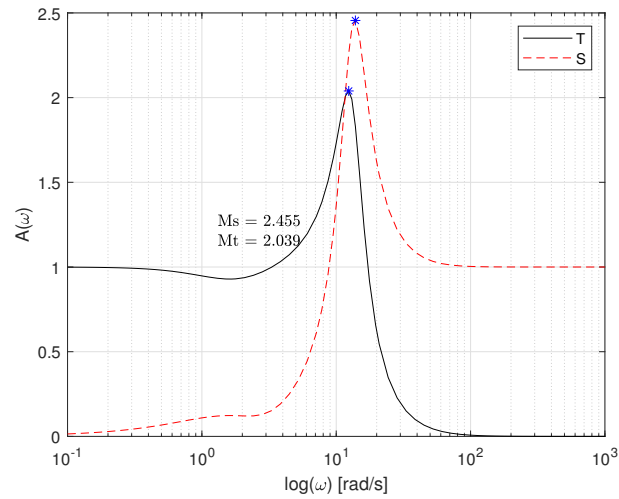
Analizom grafika iz sekcije (2.2) mogu se uočiti sledeće sličnosti među generisanim upravljanjima:

- Upravljanje generisano primenom MPC kvalitativno ima oblik kao upravljanje generisano primenom *energy shaping*
- Upravljanje generisano primenom *energy control* kvalitativno ima oblik kao upravljanje generisano primenom *exponentiation of the pendulum position*

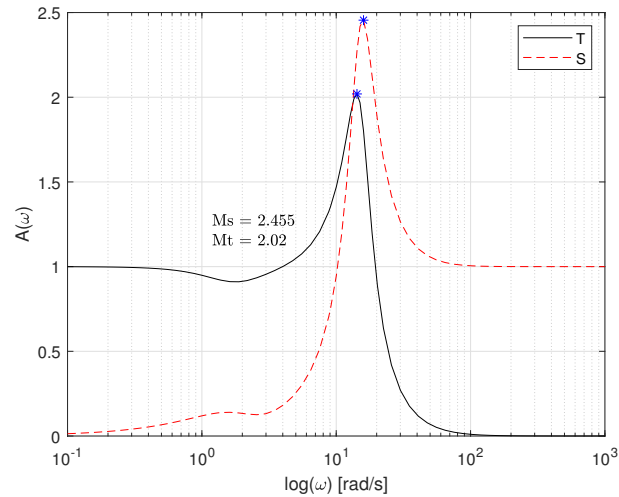
2.2 Rezultati simulacije



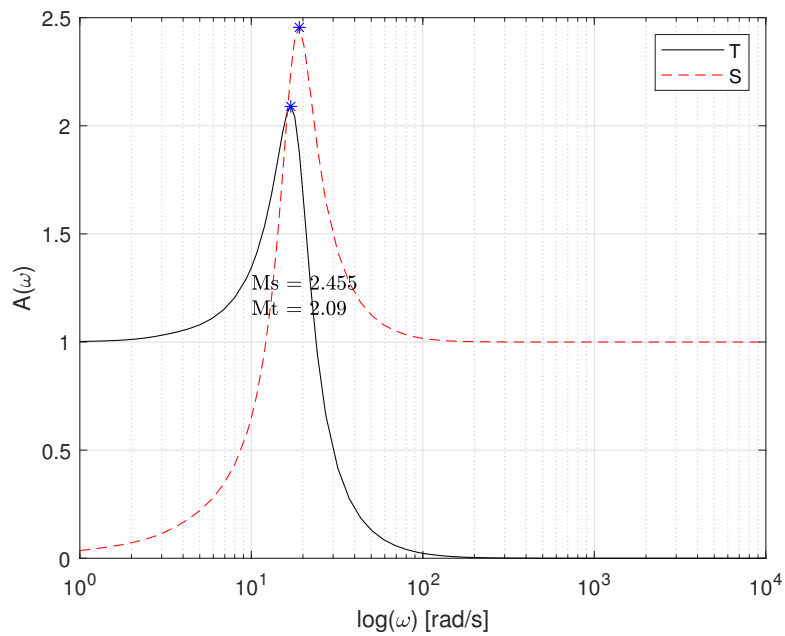
Slika 3: Prikaz fukcije osjetljivosti $S(\omega)$ i komplementarne osjetljivosti $T(\omega)$ za PID_{c1}



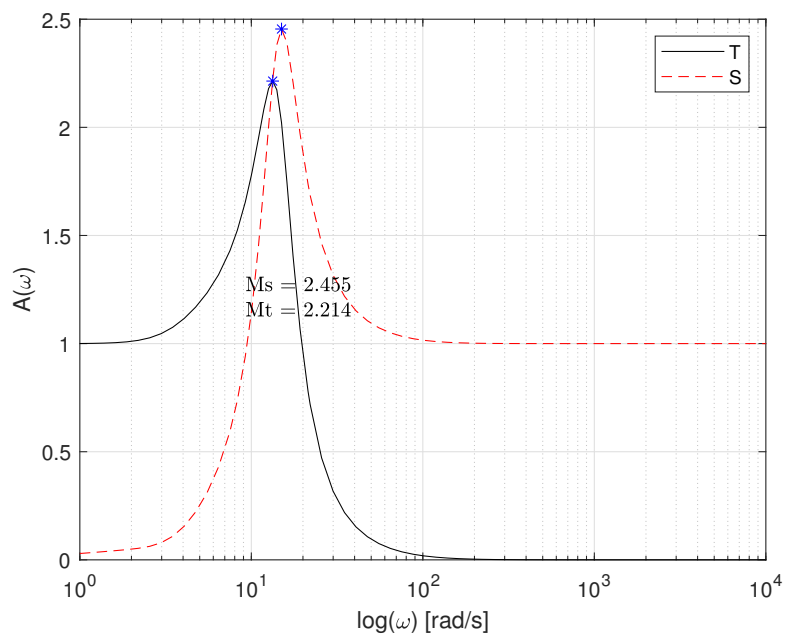
Slika 4: Prikaz fukcije osjetljivosti $S(\omega)$ i komplementarne osjetljivosti $T(\omega)$ za $\text{PID}_{\lambda=0}$



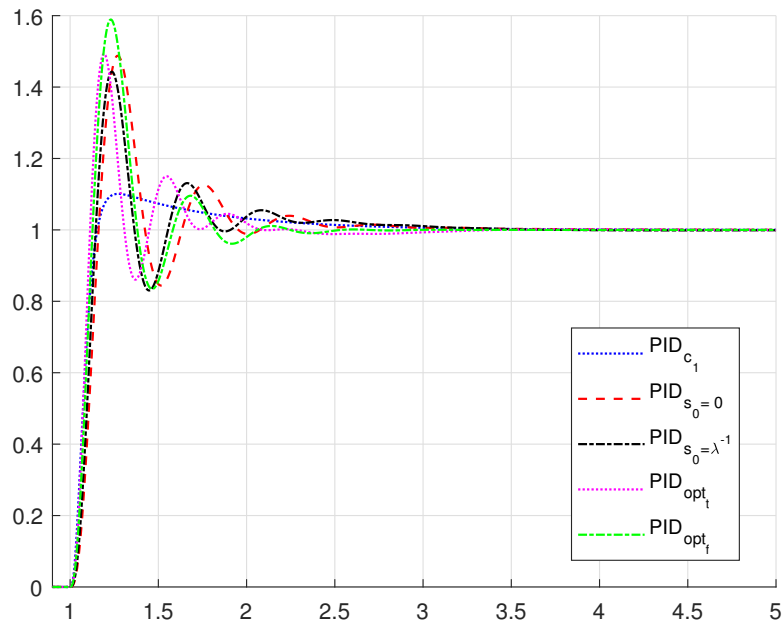
Slika 5: Prikaz fukcije osjetljivosti $S(\omega)$ i komplementarne osjetljivosti $T(\omega)$ za $\text{PID}_{\lambda=0}$



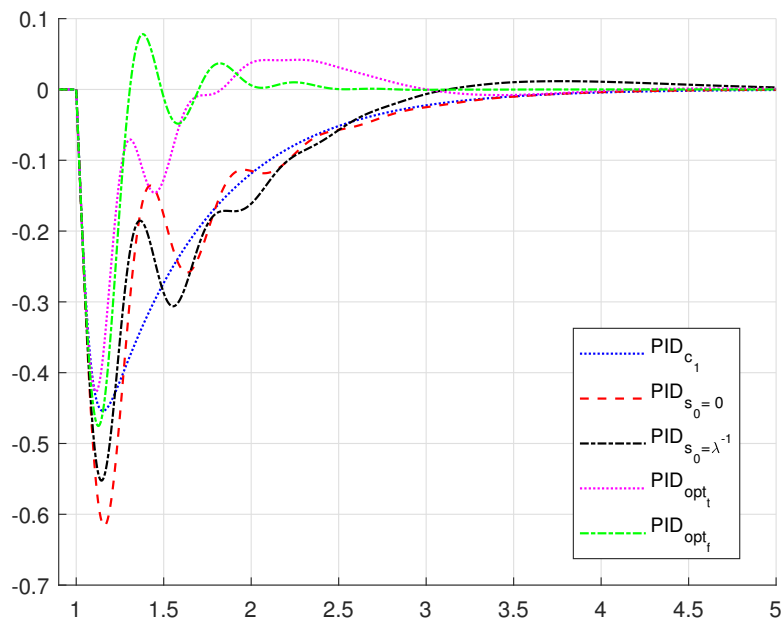
Slika 6: Prikaz fukcije osetljivosti $S(\omega)$ i komplementarne osetljivosti $T(\omega)$ za PID_t



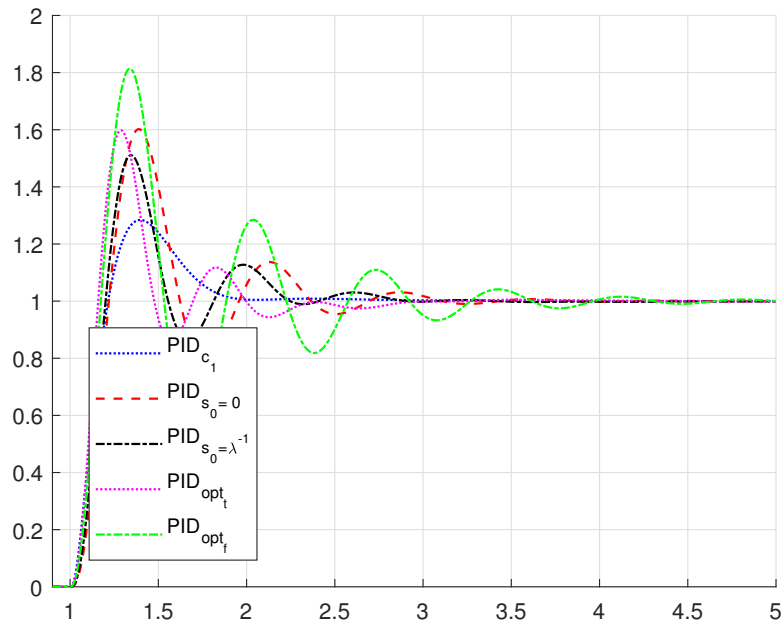
Slika 7: Prikaz fukcije osetljivosti $S(\omega)$ i komplementarne osetljivosti $T(\omega)$ za PID_f



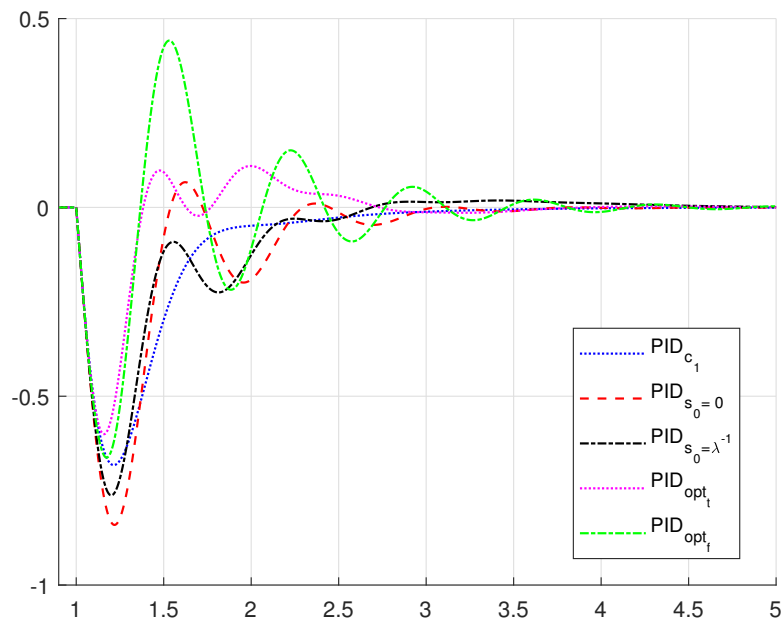
Slika 8: Poređenje odziva na promenu reference



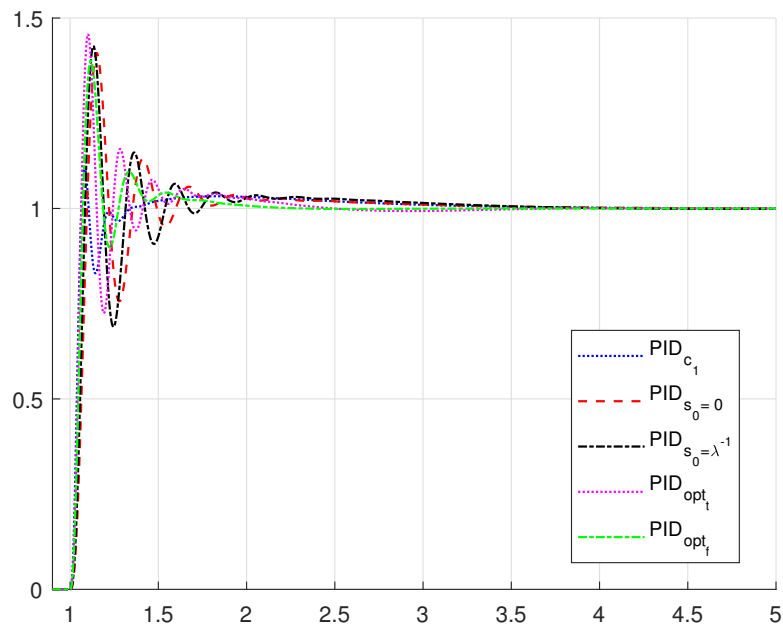
Slika 9: Poređenje odziva na poremećaj



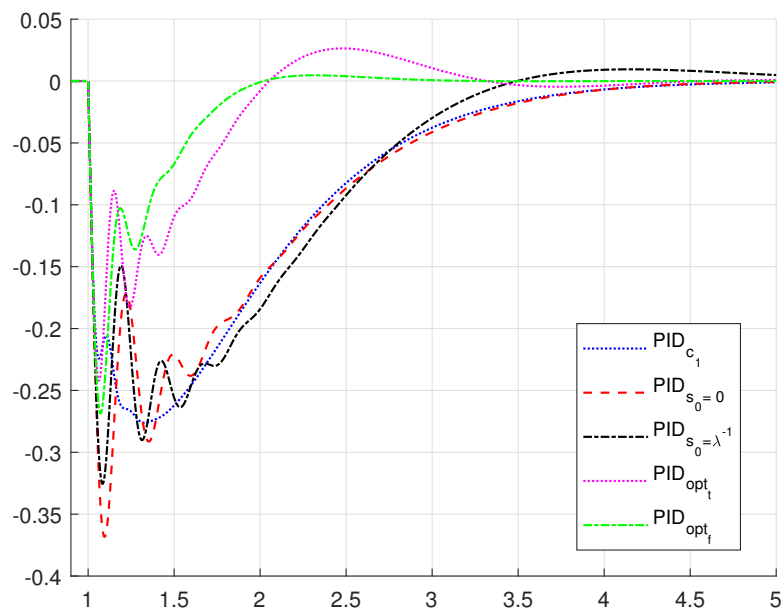
Slika 10: Poređenje odziva na promenu reference, parametri uvećani za 50%



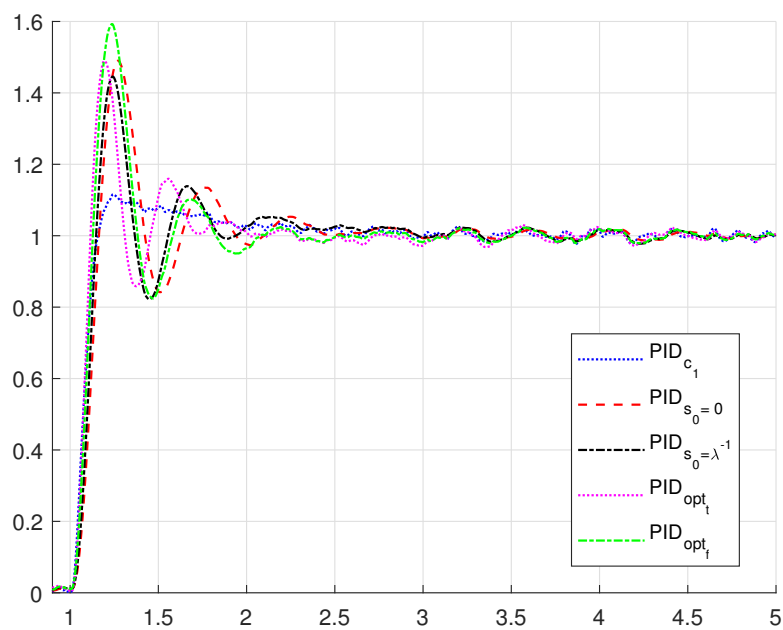
Slika 11: Poređenje odziva na poremećaj, parametri uvećani za 50%



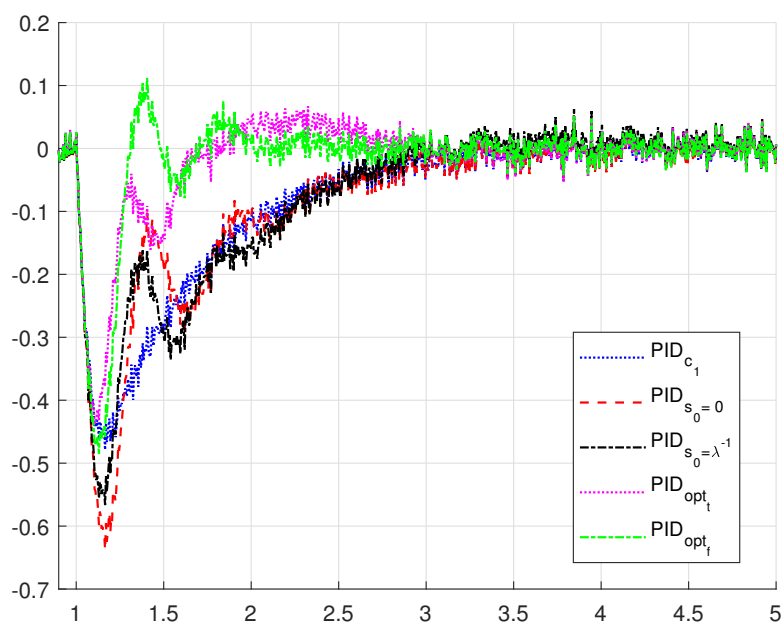
Slika 12: Poređenje odziva na promenu reference, parametri smanjeni za 50%



Slika 13: Poređenje odziva na poremećaj, parametri smanjeni za 50%



Slika 14: Poređenje odziva na promenu reference u prisustvu šuma



Slika 15: Poređenje odziva na poremećaj, u prisustvu šuma

2.2.1 Tabelarni prikaz rezultata simulacije

Poređenje kontrolera, nominalni režim				
	IAE	IE	ITAE	TVd
PID _c	67.9387	-67.9387	112.8425	0.9080
PID _{s₀=0}	67.9410	-67.9387	112.8597	1.4884
PID _{s₀=$\frac{1}{\lambda}$}	70.0435	-63.7952	120.1797	1.3725
PID _t	29.6047	-16.8988	46.8164	1.1080
PID _f	22.4895	-14.9049	28.4012	1.2957

Poređenje kontrolera, parametri uvećani za 50%				
	IAE	IE	ITAE	TVd
PID _c	67.9387	-67.9387	99.8695	1.3648
PID _{s₀=0}	71.6303	-67.9387	106.2790	2.3576
PID _{s₀=$\frac{1}{\lambda}$}	73.2516	-63.7947	116.3983	1.8473
PID _t	43.0697	-16.8987	67.0920	1.6956
PID _f	77.1154	-14.9049	131.8510	3.4103

Poređenje kontrolera, parametri smanjeni za 50%				
	IAE	IE	ITAE	TVd
PID _c	67.9387	-67.9387	125.9439	0.5896
PID _{s₀=0}	67.9606	-67.9387	126.0952	1.0112
PID _{s₀=$\frac{1}{\lambda}$}	69.0071	-63.7961	130.3229	1.0326
PID _t	25.0244	-16.8989	41.2495	0.7673
PID _f	16.0775	-14.9049	21.2812	0.6136

Poređenje kontrolera u prisustvu šuma				
	IAE	IE	ITAE	TVd
PID _c	81.9753	-67.7478	209.9080	28.8642
PID _{s₀=0}	82.2774	-67.6408	211.8215	29.0482
PID _{s₀=$\frac{1}{\lambda}$}	84.0861	-63.5301	216.8843	28.9761
PID _t	45.6514	-16.7383	151.6361	28.9403
PID _f	41.2982	-14.6598	141.4925	29.0080

3 Zaključak

Na osnovu rezultata iz sekcije (2.2.1) može se reći da izbor tipa kontrolera nije uvek očigledan. *Gain scheduling* pristup rezultuje boljim performansama u slučaju većih grešaka u modelovanju, ali razlike u performansama su dovoljno male da možda nije opravdano koristiti složeniji kontroler. Primena *gain scheduling* zahteva projektovanje N puta više kontrolera. Međutim, i pored veće složenosti ovaj pristup je jednostavniji za implementaciju od većine nelinearnih kontrolera i kao takav može predstavljati dobar kompromis između složenosti i performansi. Što se tiče strategija za uspravljanje klatna, pokazano je da upravljanje generisano primenom MPC troši ubedljivo najmanje energije. Ovaj rezultat je u skladu sa očekivanjima zbog oblika funkcije cene iz sekcije (??). Ako se u obzir uzmu svi faktori kao dobar kompromis se nameće pristup na bazi *energy shaping*, daleko je jednostavniji od MPC i rezultuje brzim odzivom uz prihvatljiv utrošak energije.

Ovaj rad ima nekoliko nedostataka i ovde će biti navedeni. Za razliku od autora rada [1] ne vrši se ispitivanje $L1$ norme. Kao što je rečeno u sekciji (??) razlog za to je problem sa konvergencijom. Čak i u slučajevima kad algoritam konvergira rezultujuće trajektorije su bile praktično identične. Zbog ovog manjka pouzdanosti je doneta odluka da se $L1$ norma u potpunosti eliminiše. Nije implementiran Kalmanov filter zato što su u simulaciji sva stanja opservabilna. Međutim, u radu autor navodi da je samo 3 od 5 stanja direktno merljivo, u toj situaciji je neophodno koristiti Kalmanov filter. Mada primena klasičnog Kalmanovog nije u potpunosti opravdana zbog nelinearne prirode sistema. Za nelinearne sisteme ima više smisla koristiti filtre kao što su prošireni Kalmanov filter (eng. *extended Kalman filter*) i neosetljivi Kalmanov filter (eng. *Unscented Kalman filter*). Pored navedenog još jedan nedostatak je manjak detaljne analize robustnosti. Ispitivanje je sprovedeno tako što su svi parametri uvećani za 5σ . Rigoroznije ispitivanje podrazumeva pretragu u prostoru parametara modela, kako bi pronašli najgoru kombinaciju parametara. Ova pretraga se može znatno redukovati ukoliko se sprovede analiza simboličke funkcije prenosa linearizovanog sistema u gornjem položaju.

Prostor za buduća istraživanja postoji. Može se sprovesti komparativna analiza brzine konvergencije i stabilnosti MPC u zavisnosti od tipa implementacije. U ovom radu je korišćena samo *multiple shooting* metoda. Očigledna nadogradnja na ovaj rad je primena MPC za stabilizaciju u gornjem položaju uz primenu dovoljno brzog algoritma za rad u realnom vremenu. Ovaj pristup bi zahtevao korišćenje još efikasnije biblioteke kao što je ACADOS [9]. ACADOS za razliku od CASADI stavlja manji akcenat na tačnost rešenja primenom bržih solvera koji ne pronalaze nužno najbolje rešenje. Pored brzine prednost ACADOS-a je to što se implementirani kod lako spušta na mikrokontroler. U ovom radu su korišćene tipične strategije u vidu nelinearnog upravljanja i MPC. Zanimljiva modifikacija ovog rada bi podrazumevala uzimanje u obzir malo egzotičnijih strategija kao što su učenje podsticanjem (eng. *reinforced learning*) i primena genetskog algoritma (eng. *genetic algorithm*) za optimizaciju upravljanja.

Literatura

- [1] *Nonlinear control of an inverted pendulum*, António Samuel Ávila Balula, Thesis to obtain the Master of Science Degree in Engineering Physics 2016.
- [2] *Swinging up the furuta pendulum and its stabilization via model predictive control.*, P. Seman, B. Rohal'-Ilkiv, M. Juhas, and M. Salaj. Journal of Electrical Engineering, 64(3):152–158, 2013. ISSN 13353632. doi: 10.2478/jee-2013-0022.
- [3] *A normal form for energy shaping: application to the furuta pendulum* S. Nair and N. E. Leonard. In Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on, volume 1, pages 516–521. IEEE, 2002
- [4] *Identification of Dynamic System*, R. Isermann and M. Munchhof, Springer, 2011.
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Model_predictive_control
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/Runge%E2%80%93Kutta_methods
- [7] <https://web.casadi.org/>
- [8] *Nonlinear Model Predictive Control Using Multiple Shooting Combined with Collocation on Finite Elements*, Jasem Tamimi and Pu Li.
- [9] <https://github.com/acados/acados>